別紙４

報告番号	※　　　　　第　　　　　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目 Studies on various conditions on Cohen-Macaulay rings and modules, with applications to the representation theory of maximal Cohen-Macaulay modules
（極大 Cohen-Macaulay 加群の表現論への応用を伴う、 Cohen-Macaulay 環と加群に対する種々の条件の研究）

氏　　名 小林　稔周

論 文 内 容 の 要 旨

Cohen-Macaulay 環の表現論とは Cohen-Macaulay 環上の加群、特に極大 Cohen-Macaulay 加群を分析することにより、元の環の構造を理解しようとする理論である。その顕著な成果の一つに Auslander, Esnault, Herzog, Buchweitz-Greuel-Schreyer, Knörrer らによる 2 次元あるいは Gorenstein であるような有限 Cohen-Macaulay 表現型をもつ Cohen-Macaulay 局所環の分類がある。これらの環はその上の極大 Cohen-Macaulay 加群の分類を与えることができるという特異な性質をもつ。しかしながら、有限 Cohen-Macaulay 表現型でない一般の環において、その上の極大 Cohen-Macaulay 加群の分類は非常に困難な問題である。そこで、考える加群はさらに特別な条件を満たすものとし、それらの分析によって元の環の構造理解を達成しようとする試みが多数行われている。本論文の目的はこのような種々の特別な極大 Cohen-Macaulay 加群の解析を発展させることである。本論文は次の 6 つの部分(1)-(6)からなる。

(1)加群のテンソル積がいつ極大 Cohen-Macaulay 加群かという問いに取り組むために Huneke と Wiegand が与えたのが Huneke-Wiegand 予想である。本論文では Auslander-Reiten 列の中間項が直既約因子を２つ以上持つ場合に、その加群に対し Huneke-Wiegand 予想が成り立つことを証明する。これは R. Roy による次数付完全交叉環に対する同様の結果を Gorenstein 局所環に対する結果に拡張するものである。

(2)Huneke-Wiegand 予想への応用を企図して、すべてのイデアルがトレースイデアルと同型であるような環を特徴づけよ、という問いが Lindo と Pande により提示された。本論文では局所環に対して上の問いに完全な回答を与えた。非局所環に対しても、すべての極大イデアルの高度が 2 以上または

0 という仮定の下で上記問いへの完全回答を与えた。

(3)Punctured spectrum で局所自由な極大 Cohen-Macaulay 加群に注目し、その諸性質を調べた。特に上記性質を満たす直既約加群の同型類の個数が有限となる環を特徴づける予想を立て、いくつかの部分的回答を試みた。中でも 1 次元 Gorenstein 局所環であって上の条件を満たすものが丁度可算 Cohen-Macaulay 表現型をもつ超曲面となることを示し、先の予想の根拠を与えた。またこの結果は Araya-Iima-Takahashi の結果の逆が 1 次元において成り立つことを示すものである。

(4)極大 Cohen-Macaulay 加群のシジシーに着目し、これらの加群全体のなす圏の構造解析を試みた。具体的には、まず考える環を 1 次元の Cohen-Macaulay 局所環とし、その極大イデアルの自己準同型環を用いた。これは Bass による 1 次元 Gorenstein 環上の考察の類推であり、その拡張として 1 次元概 Gorenstein 局所環の特徴づけを)極大 Cohen-Macaulay 加群のシジシーにより与えることができた。次に考える環を 1 次元とは限らず、代わりに極小重複度をもつと仮定し、極大 Cohen-Macaulay 加群のシジシー全体と Ulrich 加群全体との比較を行った。一般には片側の包含関係があることを示し、その等号成立に対する必要十分条件を与えた。これは 1 次元における先の結果のある種の一般化を与える。同様の等号は Nakajima-Yoshida により曲面巡回商特異点に対し考察されていたが、本論文は別手法をとり、特に非巡回商特異点に対する結果を与えている。

(5)Bass による 1 次元 Gorenstein 環上の考察において、Gorenstein 局所環の極大イデアルの自己準同型環は重要な道具である。本論文では逆にどのような環がこのような自己準同型環として現れるかという問いを考察した。実際に弱い仮定の下で、上記の環のクラスは極大イデアルが自己正準双対であるような環のクラスに一致することを示した。応用として、1 次元の場合に概 Gorenstein 局所環と概極小重複度をもつ Gorenstein 局所環との間にある種の対応があることを確かめた。

(6)Burch イデアル、および Burch 環というイデアルまたは環のクラスを導入しその基本的性質を調べた。まず Burch イデアルとはイデアルに関するある種の単純な不等号の成立により定義されるイデアルであるが、そのクラスは弱い条件下で整閉イデアルや m-full イデアルなど多くのイデアルを含む。その上 Burch によって、これらイデアルに対し Tor 群の非消滅性が示されるなど著しい性質をもつ。この Burch イデアルを用いて定義されるのが Burch 環である。Burch 環を導入した大きな動機の一つは部分圏分類への応用にある。部分圏分類とは与えられた圏のある種の部分圏のなす集合と別のよく知られた集合との間に全単射を与えるものである。一般に圏の対象を分類することは困難である。より荒い部分圏の分類を行うことは適用可能範囲を広げることが期待できる。本論文では実際に Burch 環の諸性質を調べることで、Takahashi, Nasseh-Takahashi らにより開発された部分圏分類の技法を Burch 環に対しても適用できることを示した。他方、超曲面や極小重複度をもつ Cohen-Macaulay 局所環、線形自由分解をもつ斉次環などが Burch 環であることを確かめ、局所環のクラスのなす階層において Burch 環の位置づけを行った。