別紙4

報告番号	※　　　　第　　　　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目 APPROXIMATING A FIXED POINT OF A FINITE FAMILY OF MAPPINGS ON A CAT(1) SPACE

(CAT(1)空間における有限個の写像の不動点近似)

氏　　名 江澤 樹

論　文　内　容　の　要　旨

主論文において申請者は3つの結果を得ている. 1つ目はHalpern型漸化式についてのものであり, 2つ目, 3つ目はそれぞれCQ射影法, 収縮射影法についてのものである.

Hilbert空間の空でない閉凸集合CとCから自身への非拡大写像Tで不動点をもつものが与えられたときHalpern型漸化式により定義される点列はTの不動点に収束することが知られている. この結果は空間をHilbert空間ではなくBanach空間に一般化する, それとは別にCAT(0)空間やCAT(1)空間に一般化する, といった方向に発展した. なお, 豊富な具体例を含むためCAT(1)空間においてHalpern型漸化式を考えるとき写像Tは強擬非拡大かつΔ-demiclosedという仮定がおかれている. その一方で, Hilbert空間やBanach空間といった空間においては有限個の非拡大写像$T_1, T_2, \ldots, T_r$でその共通不動点が存在するものが与えられたときにこれらの写像でW写像という写像を構成し, Halpern型漸化式を多重化して点列を生成し, 与えられている有限個の写像の共通不動点に収束するということが示されていた. そこで, 申請者はHalpern型漸化式をCAT(1)空間において考え, 写像の個数を有限個とし, 先行研究と同様にW写像を用いてHalpern型漸化式を多重化し, 点列を生成し, 共通不動点に収束することを示した. この研究においては考える有限個の写像$T_1, T_2, \ldots, T_r$は擬非拡大かつΔ-demiclosedであればよいということも観察した. 証明はKimura-Satôによる CAT(1)空間でのHalpern型漸化式の議論を利用することにあるが写像を有限個, W写像により多重化していることにより障害が生じる. これを回避するために考えている点列を近似するよい点列を見つけることを行った. この研究は木村泰紀氏との共同研究によるものである.

申請者は1つ目の結果を動機として, 写像が1つ与えられたときにその不動点を近似する漸化式でHalpern型以外の漸化式についても同様にW写像を用いて多重化し, 共通不動点の近似定理にすることができないか、を考えた. そこで, 既に知られているCQ射影法と収縮射影法を扱った. これらは最初にHilbert空間で考えられており, また, Kimura-Satôにより CAT(1)空間の例であるHilbert球面においても考えられ, 1つの非拡大写像Tについての不動点の近似定理が得られていた. これら

についても与えられた有限個の非拡大写像$T_1, T_2, \ldots, T_r$から得られる W 写像を用いて多重化することにより障害が生じるが，点列$\{x_n\}$が$T_1, T_2, \ldots, T_r$の共通不動点に収束するためには任意の$i = 1,2,\ldots,r$に対して$d(T_i x_n, x_n) \to 0\ (n \to \infty)$となることが必要であることに注目した．実際，これを証明することが本質的であるが，この証明には CAT(1)空間における中線定理（平行四辺形公式）を用いた．