数　学　科

I　思考過程を重視した学習指導

（フローチャートを利用した空間図形の取扱い）

持　田　都　也

要　旨

前号において，記号論理，述語論理の初歩の指導例と，思考過程を重視した学習指導の中に，フローチャートを取り入れた，例題を数題のせておいたが，１つの教材を通じて，フローチャートによる指導の実際を考えて見た。空間図形の中の立体幾何は，思考を厳密にして，思考の過程を重視出来るよい教材である。然しながら，新指導要領の中から，消えたことは残念である。フローチャートを利用する教材は他にもあるので，敢えてこの指導例を挙げておく。

2.　フローチャート（流れ図）を利用した立体幾作の指導例

はじめから流れ図を利用して指導することは困難であるので一応普通の証明を考えたあと，流れ図を利用して，証明することを考えさせた。以下は教科書の定理，系の証明の１例を列挙して見る。

流れ図を利用した空間図形の取り扱い

空間図形の公理

〔1〕　２点を通る直線が存在し，それはただ１つである。

〔2〕　１直線上にない３点を通る平面が存在し，それはただ１つである。

〔3〕　１平面上の２点を通る直線はその平面上にある。

〔4〕　１点を共有する２平面は，その点を通る１直線を共有する。

〔5〕　１直線外の１点を通ってこの直線に平行な直線が存在し，それはただ１つである。

〔6〕　図形はその形と大きさを変えないで，任意の位置に移動させることが出来る。

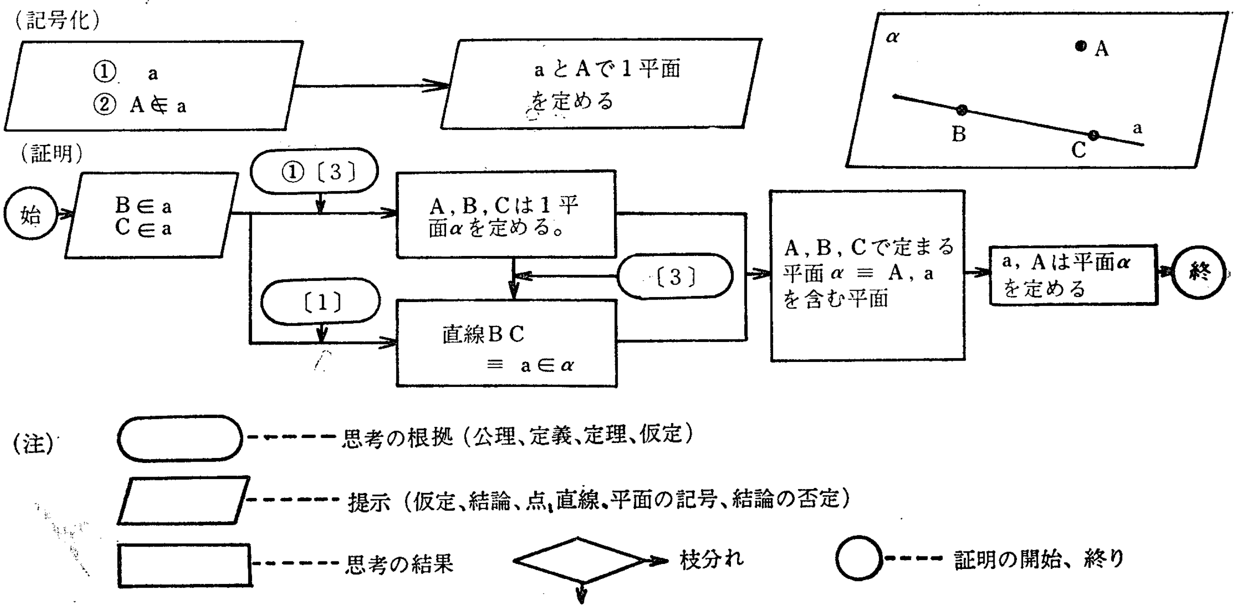
注　平行線の定義　空間において，２直線が平行であるというのはそれら２直線が１平面上にあって点を共有しないということ。

平面の決定

◦公理〔2〕より１直線上にない３点が定まれば，その３点は１平面を決定する。

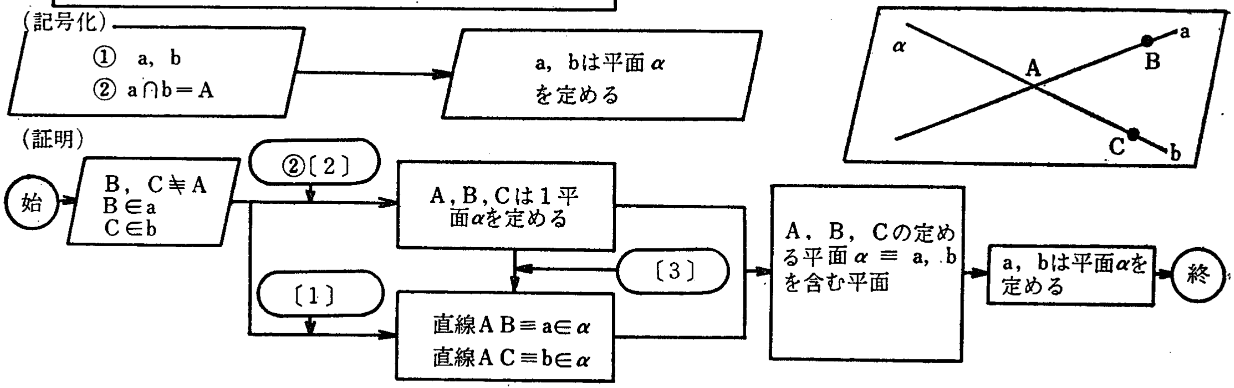
◦（定理１）Ｔ１

１直線とその直線外の１点は、１平面を定める



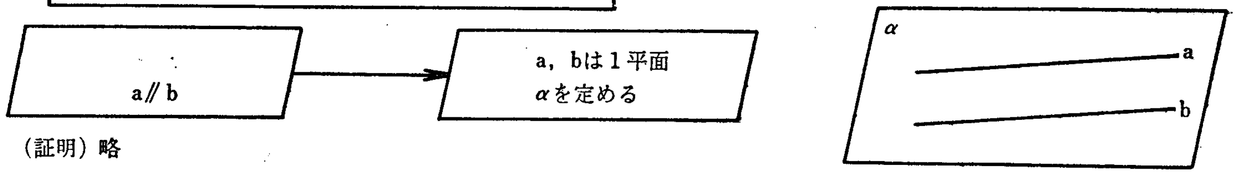
(系１)　Ｔ１系１

交わる２直線は１平面を定める

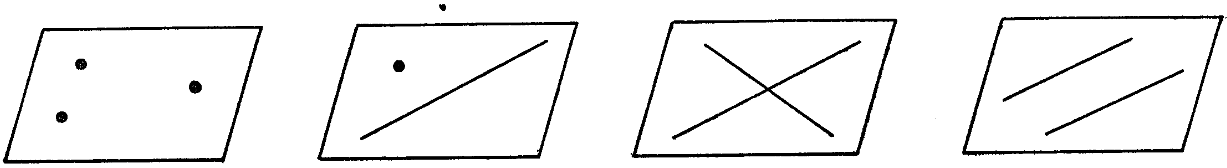


(系２)　ＴＩ系２

平行な２直線は１平面を定める

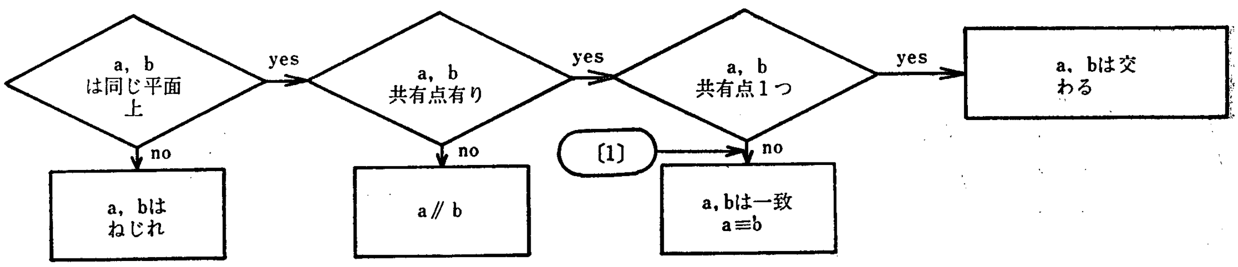


平面の決定条件

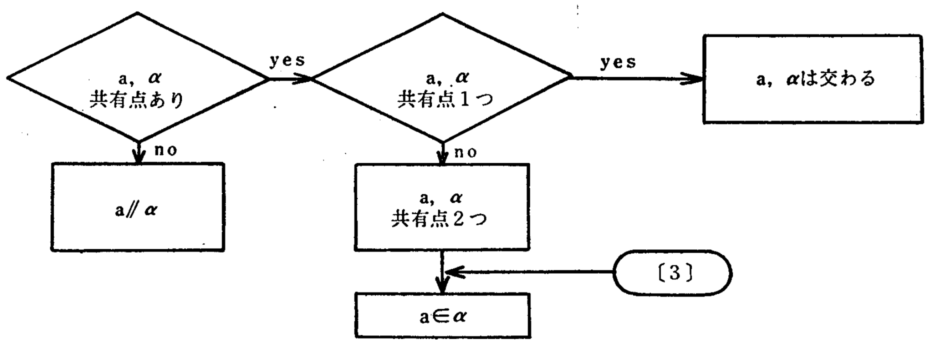


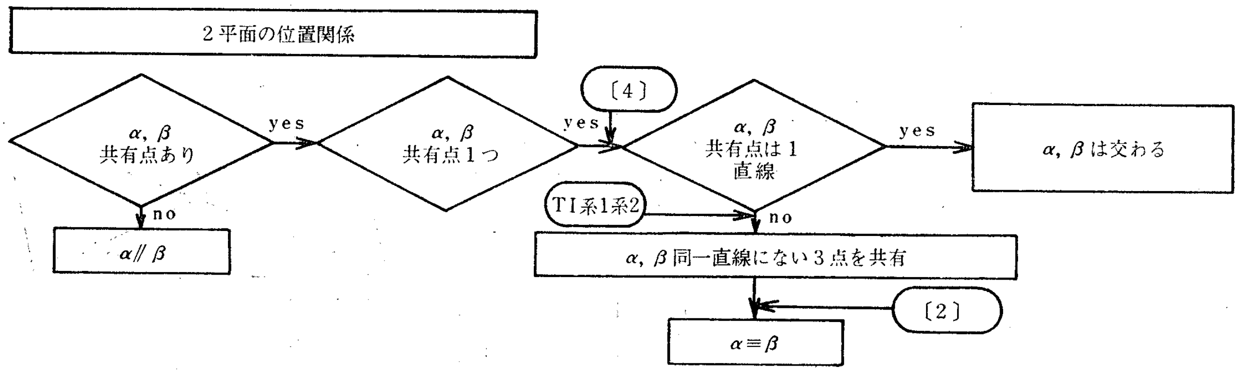
１直線上にない３点　　１直線とその直線外の１点　　交わる２直線　　平面な２直線

二直線の位置関係



直線と平面の位置関係

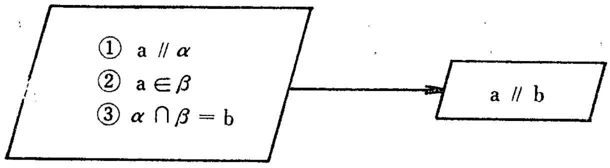


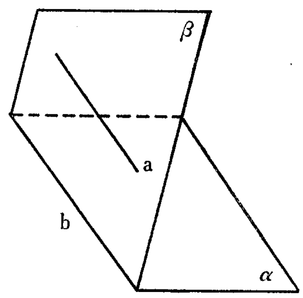


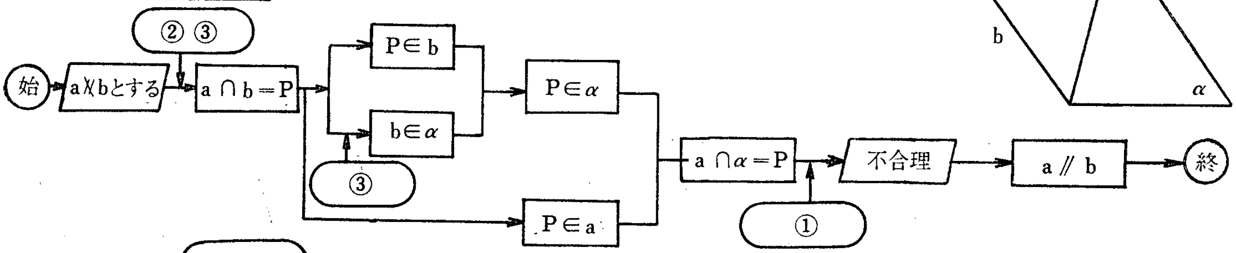
○(定理2) T 2

1つの平面とこれに平行な直線をふくむ平面との交線は、その直線に平行である。

(記号化)



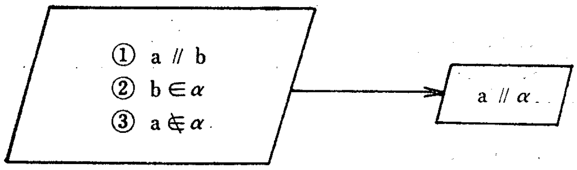


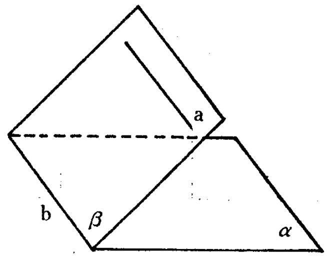


○(定理3) T 3

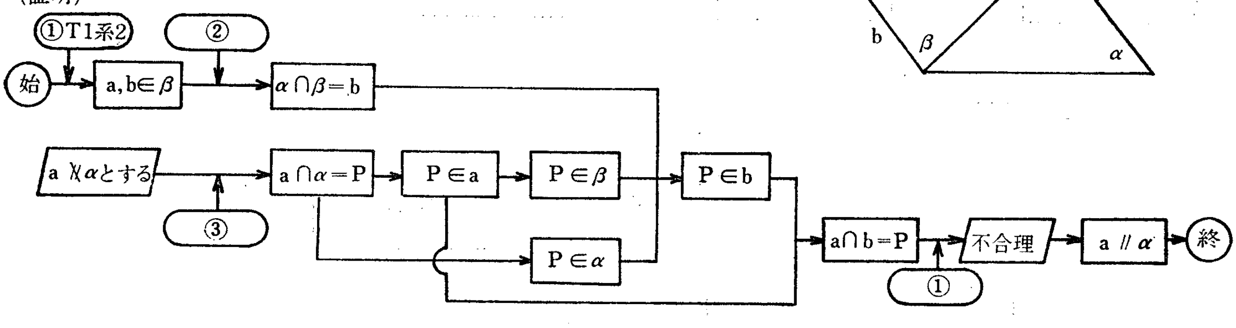
平行な2直線の一方をふくんで他方をふくまない平面は後者の直線に平行である。

(記号化)





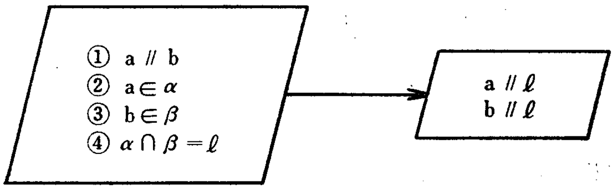
(証明)

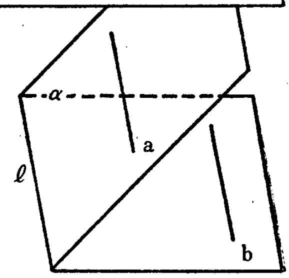


○（定理３系）　T３系

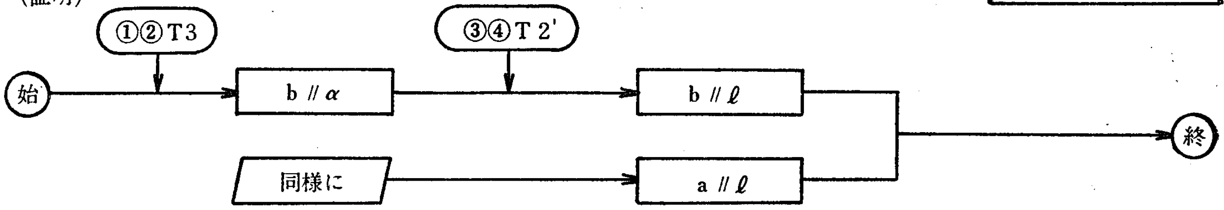
平行な２直線の一つずつをふくむ異なる２平面が交われば、その交線はもとの２直線のどちらにも平行である。

（記号化）



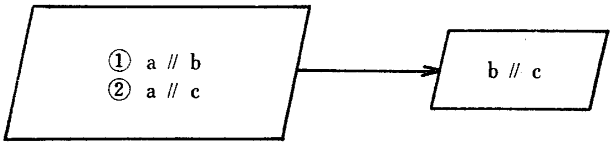


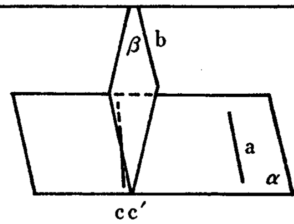
（証明）



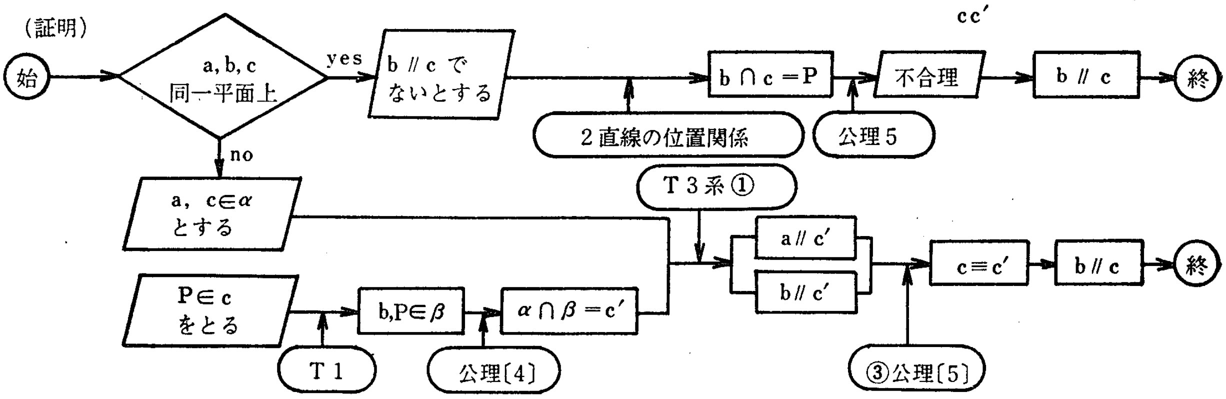
○（定理４系）　T４

１つの直線に平行な２直線は平行である。





（証明）



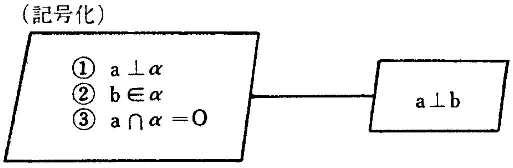
平面と直線の垂線関係

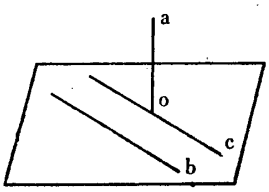
直線と平面の垂直関係

○（定理５）　T５

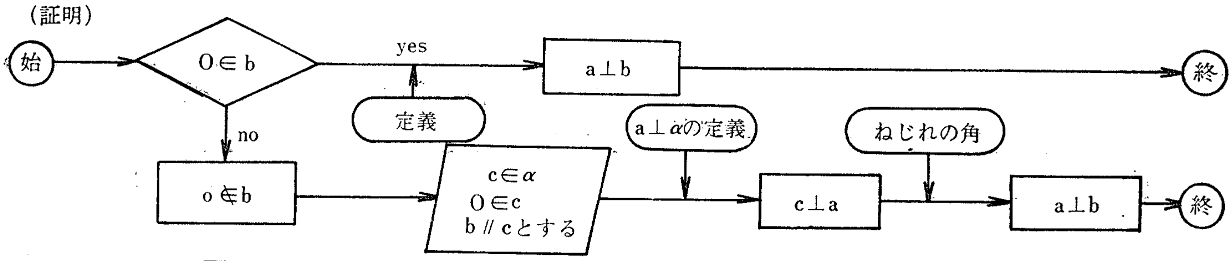
１直線が１平面に垂直であるとき、この直線はその平面上のすべての直線に垂直である。

（記号化）





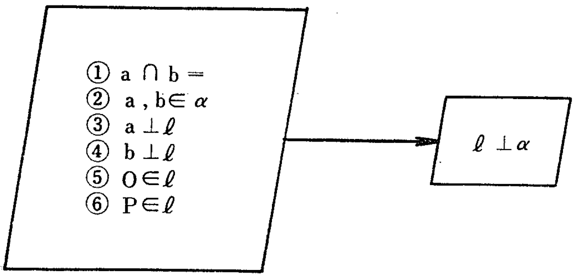
(証明)

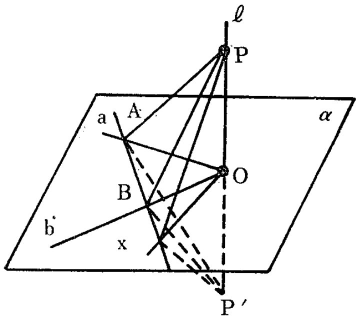


○(定理6) T6

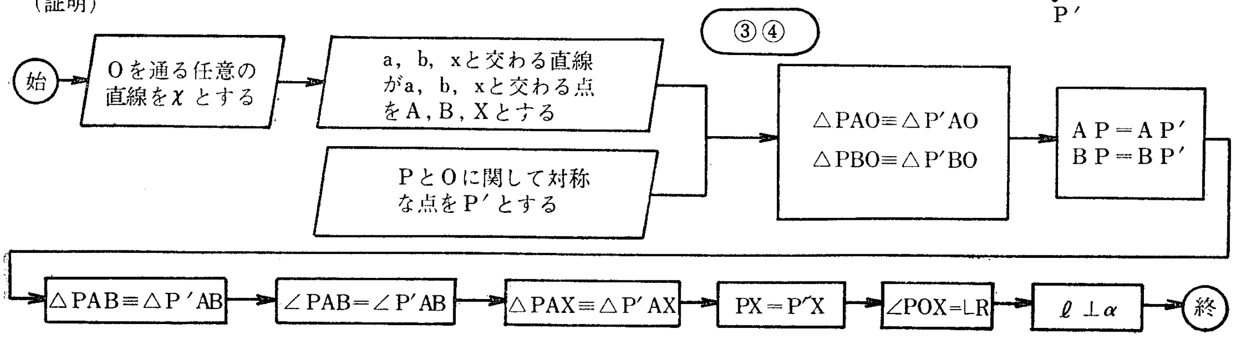
2直線の交点を通り、そのいずれにも垂直な直線ははじめの2直線の定める平面に垂直である。

(記号化)





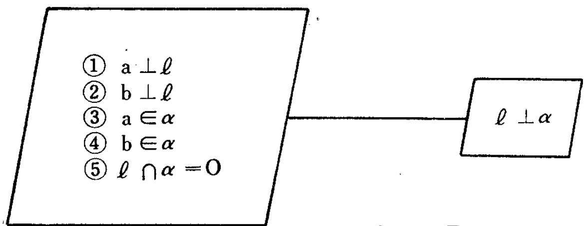
(証明)

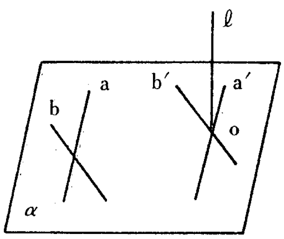


○(定理6系) T6系

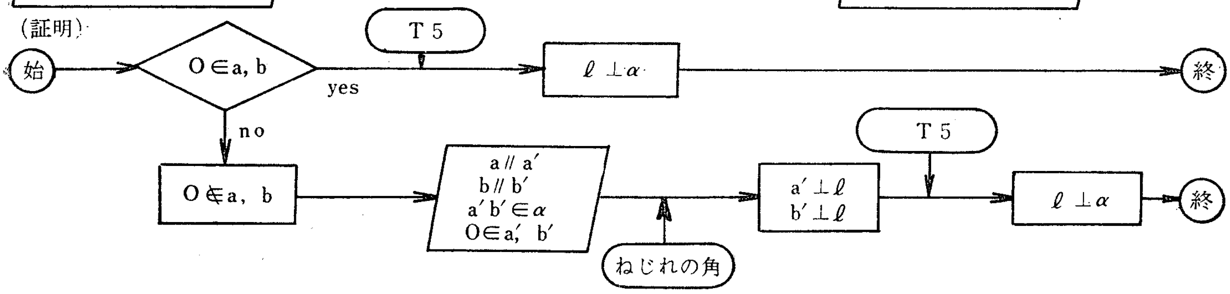
交わる2直線のどちらにも垂直な直線はもとの2直線の定める平面に垂直である。

(記号化)





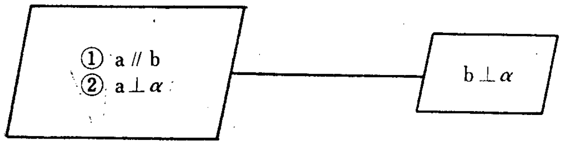
(証明)

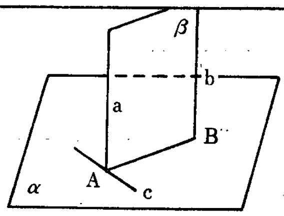


○（定理７系）　Ｔ７

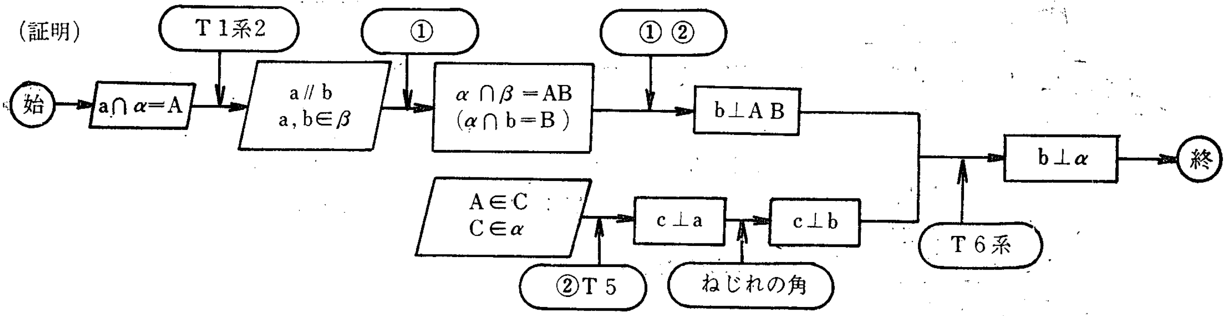
平行な２直線の一方が１平面に垂直であるとき、他方の直線もまたその平面に垂直である。

（記号化）





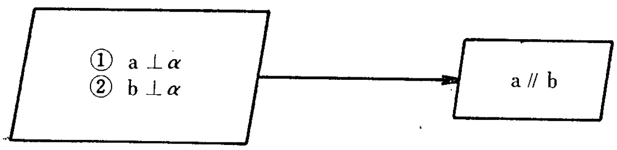
（証明）

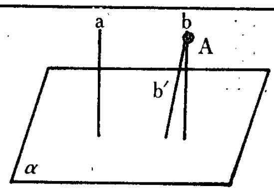


○（定理７系）　Ｔ７系

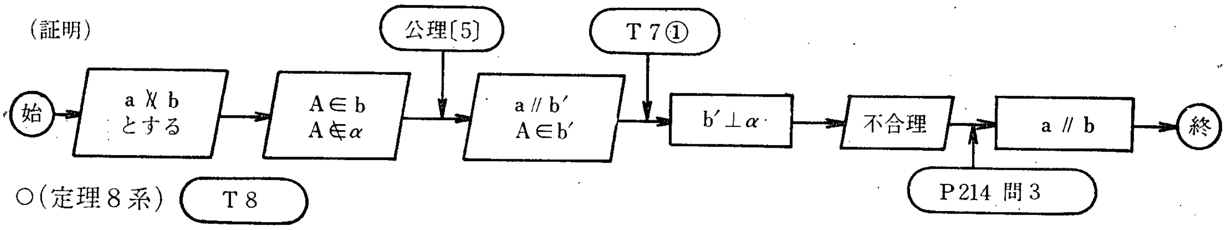
１平面に垂直な２直線は平行である。

（記号化）





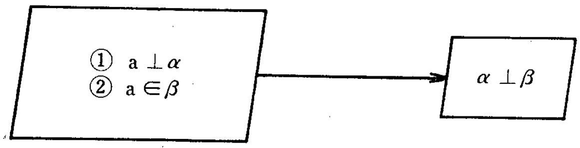
（証明）

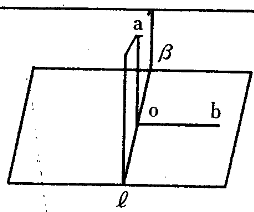


○（定理８系）　Ｔ８

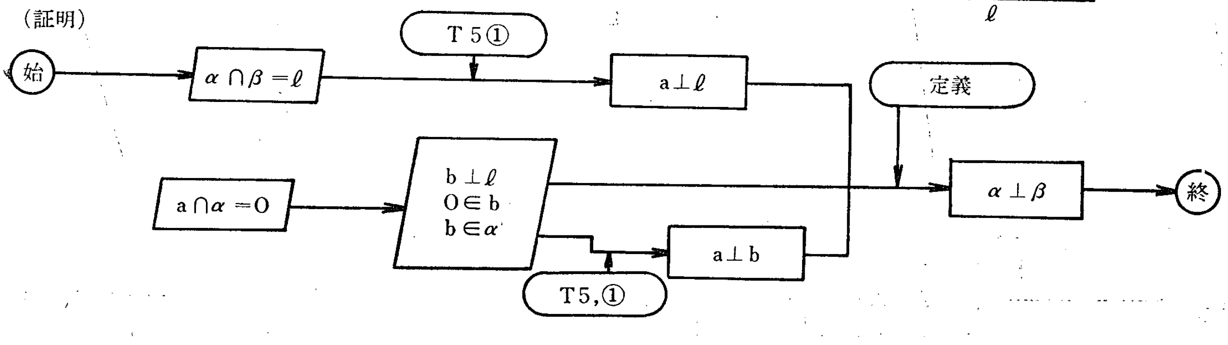
１平面に垂直な直線をふくむ平面はもとの平面に垂直である。

（記号化）





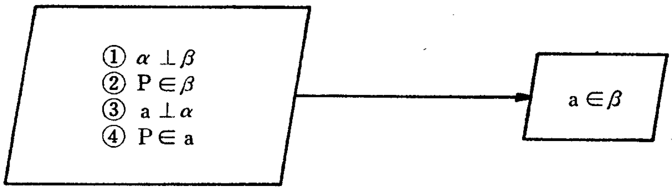
（証明）

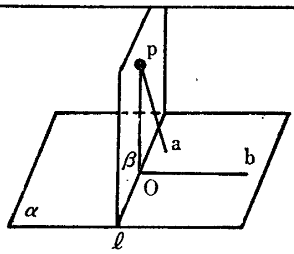


○(定理9)　T 9

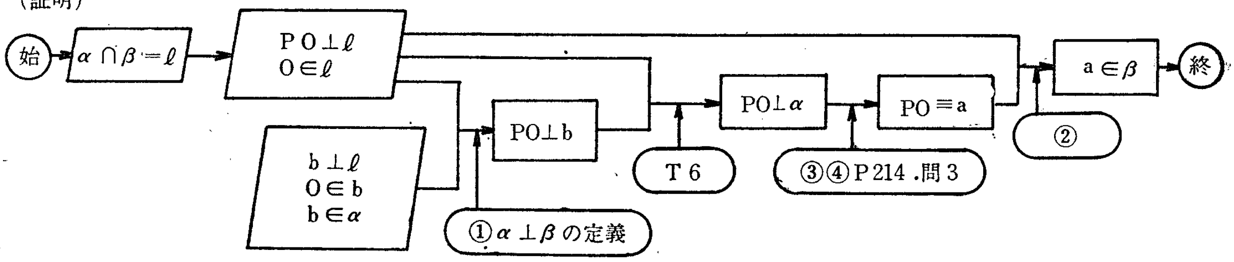
垂直な2平面があるとき、一方の平面上の1点から他方の平面にひいた垂線はもとの平面上にある。

(記号化)





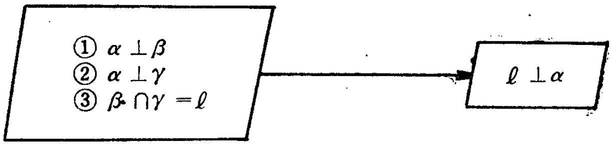
(証明)

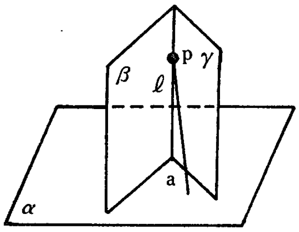


○(定理9系)　T 9 系

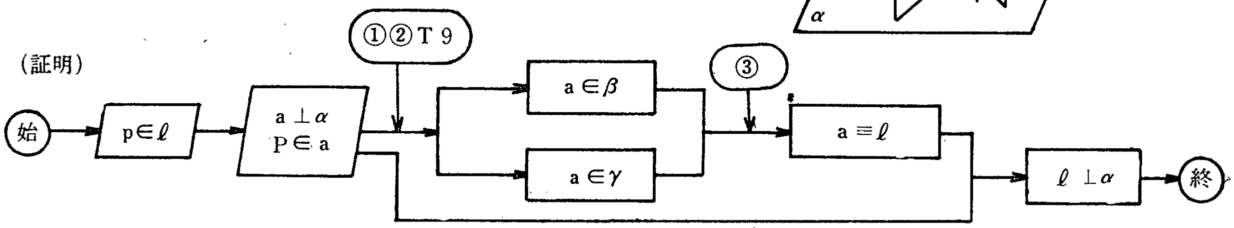
1平面に垂直な2平面の交線はもとの平面に垂直である。

(記号化)





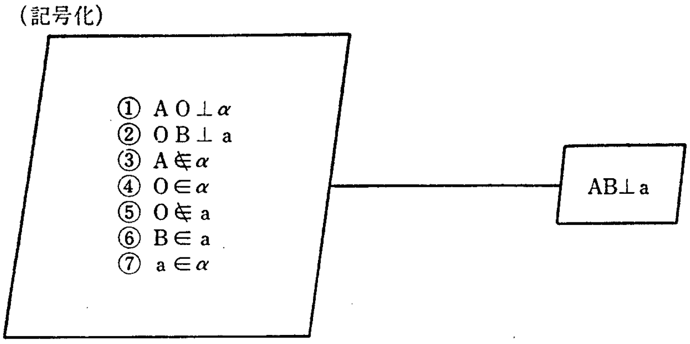
(証明)

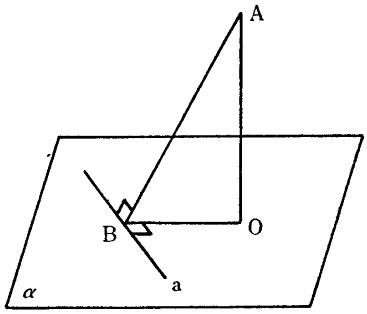


○(定理10)　T10

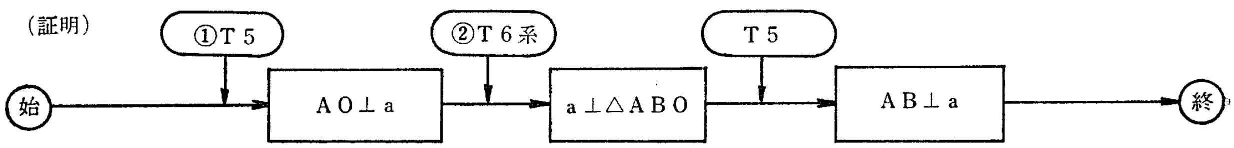
平面α外の点Aからαにひいた垂線の足をOとし、Oからαの上のOを通らない直線aに引いた垂線の足をBとすれば，ABはαに垂直である。

(記号化)





(証明)



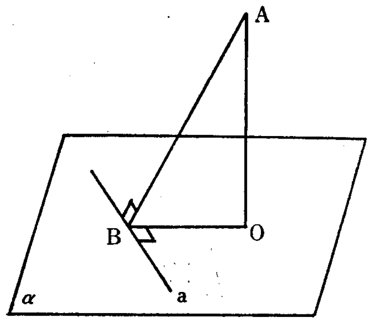
○（定理10系１） T10系１

平面の外の点Ａからαにひいた垂線の足をＯとする。Ａからα上のＯを通らない直線ａにひいた垂線の足をＢとすれば、ＯＢはａに垂直である。

（記号化）

① ＡＯ⊥α
② ＡＢ⊥ａ
③ Ａ∉α
④ Ｏ∈α
⑤ Ｏ∉ａ
⑥ Ｂ∈ａ
⑦ ａ∈α

→ ＢＯ⊥ａ



（証明）

始 →(①Ｔ５) ＡＯ⊥ａ →(②Ｔ６系) ａ⊥△ＡＢＯ →(Ｔ５) ＢＯ⊥ａ → 終

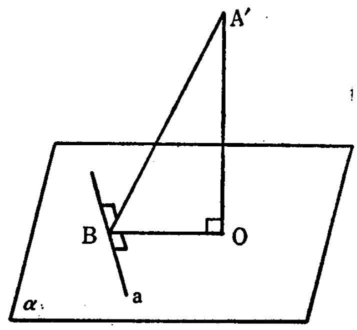
○（定理10系２） T10系２

平面α外の点Ａから、α上の直線ａに垂線ＡＢをひく。α上でＢを通りａに垂直な直線をひき、この直線にＡからひいた垂線の足をＯとすればＡＯはαに垂直である。

（記号化）

① ＡＢ⊥ａ
② ＢＯ⊥ａ
③ ＢＯ⊥ＡＯ
④ Ａ∉α
⑤ ａ∈α
⑥ Ｏ∈α
⑦ Ｂ∈ａ

→ AO⊥α



（証明）

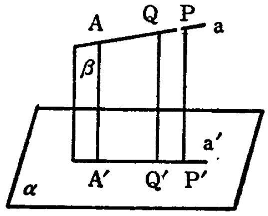
始 →(①②Ｔ６) a⊥△ABO →(Ｔ５) AO⊥a →(③Ｔ6系) AO⊥α → 終

○（定理11） T11

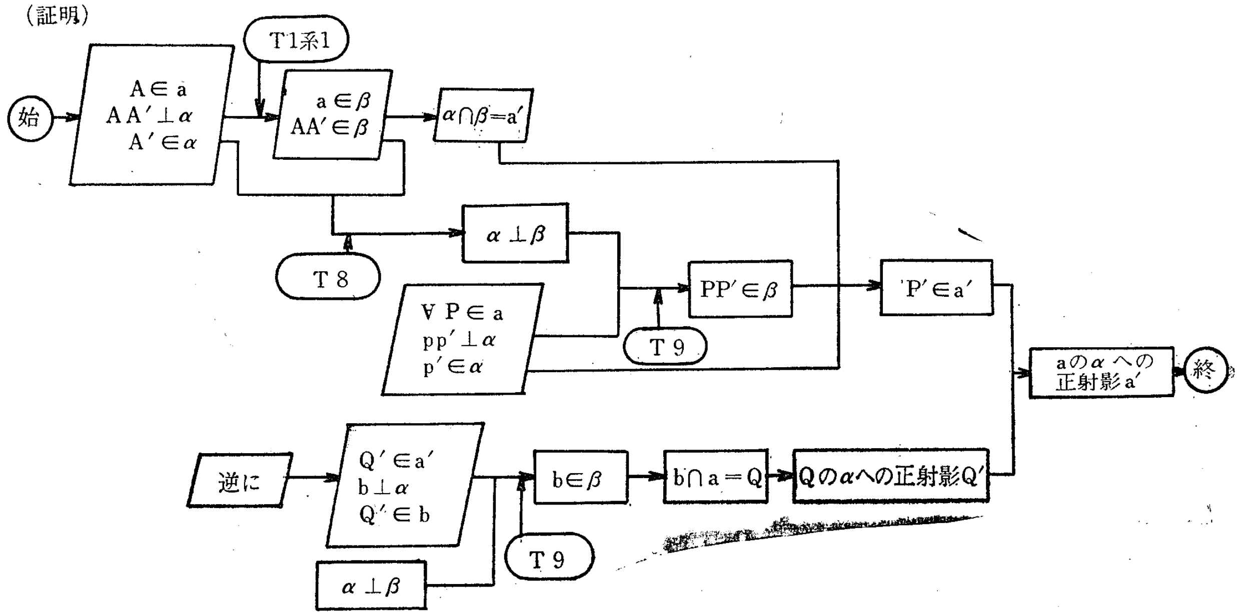
１つの直線のそれに垂直でない平面への正射影は直線である。

（記号化）

a⊥αでない → aのαへの正射影は直線



(証明)


始
A∈a
AA′⊥α
A′∈α
T1系1
a∈β
AA′∈β
α∩β=a′
T8
α⊥β
∀P∈a
pp′⊥α
p′∈α
PP′∈β
T9
P′∈a′
aのαへの
正射影a′
終
逆に
Q′∈a′
b⊥α
Q′∈b
α⊥β
b∈β
T9
b∩a=Q
Qのαへの正射影Q′