

## Ⅱ 運動量の変化と力積についての実験

水 越 醸

運動量の変化と力積の関係を検証するための実験例である。

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2'$$

$$m_1 \vec{V}_1' - m_1 \vec{V}_1 = Ft$$

$$m_2 \vec{V}_2' - m_2 \vec{V}_2 = Ft$$

### A. 力学台車による方法

#### 1) 装置の概要

- 力学台車, 電気ストップウォッチ, タイマー, 電源等。
- 力学台車 (1160g) の鉄製車輪 (1個100g計300g) をとりはずし, 戸車 (車部1個5g, 3個計15g) にして, 角運動量の影響が少なくなるようにした。従って台車は940gである。
- 衝突時間はマイクロスイッチ (ON加圧10gW) を衝突棒の先端に取り付けて測定する。このスイッチよりリード線を電気ストップウォッチに接続する。
- 衝突における力は, 台車上でペン書き方によりできるように衝突棒に取り付けた。
- $V_1', V_2'$  はテープ上より台車が離れた直後の大きさを求める。

#### 2) 実験方法

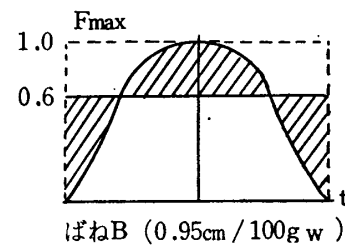
- 台車2個 (ばね定数の異なるもの) を一直線上に並べる。
- 電気ストップウォッチに接続するためのリード線は, 運動の障害にならないようにする。
- 台車上に力を測定するためのペン書き用紙, テープ,  $V_1', V_2'$  を測るためのテープを取り付け, タイマーに通しておく。
- 台車は一直線上を衝突させる。

#### 3) 考察

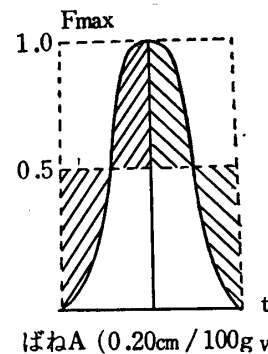
- 運動量の保存について, ほぼ成立するものとして示すことができる。
- 衝突時における力は, 平均的数値と最大値はほぼ一定とみることができる。
- その最大値はほぼ平均値の2倍となるが衝突時間

が長いと必ずしもならなくて, 小さい。これは衝突における力のはたつき方が異なるためと考えられる。

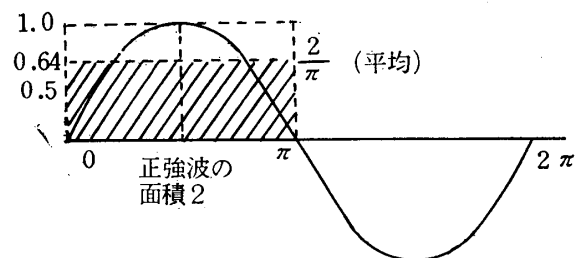
- 台車の衝突はばねによる運動であるから, 弾性限界内であるとすれば, ばねの動きは単振動であるから加わる力の変化は正弦曲線であるはずである。また衝突速度が異なっても, ばね固有の衝突時間となり, 一定であることが分かる



〔衝突時における力の加わり方予想〕



〔衝突時における力の加わり方予想〕



運動量の変化と力積についての実験

○衝突における力の働き方を時間的変化としてみたとき単振動であり、正弦波であったとすると、力の平均値と最大値の比は0.64になるはずである。

正弦波の面積  $\int_0^{\pi} \sin x = \left[ -\cos x \right]_0^{\pi} = 2$

力の平均値を  $\bar{F}$  とすると 理論値は

$$2 = \pi \times \bar{F}$$

$$\bar{F} = 2 / \pi = 0.64$$

○測定値ばねBの0.65となる。

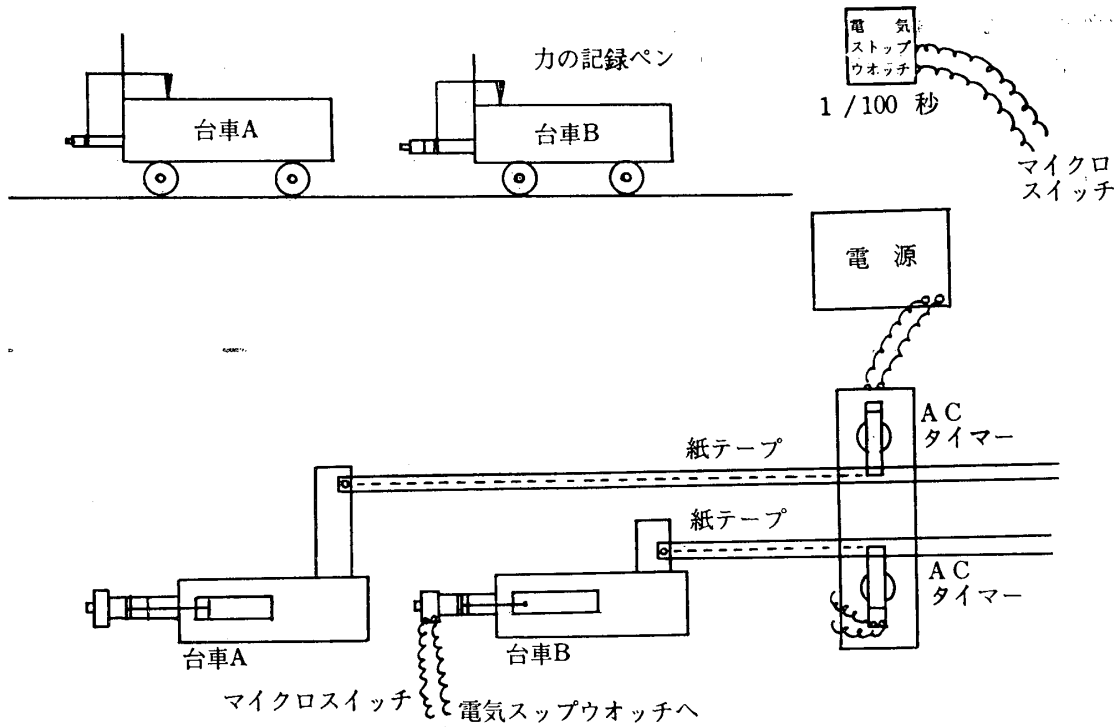
○運動量の変化と力積の関係も、ほぼ成立つと考えるてよい。

ばね A (0.20cm/100g w) の場合

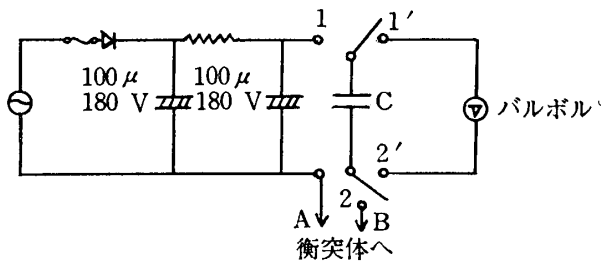
測定値 \ 回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
t (s)	0.11	0.10	0.12	0.10	0.12	0.12	0.12	0.10	0.12	0.12	0.12	0.12
V <sub>1</sub> (m/s)	0.88	1.02	1.0	0.95	0.92	1.02	1.20	1.12	1.00	0.86	1.02	1.40
V <sub>1</sub> '(m/s)	0.30	0.45	0.30	0.42	0.36	0.45	0.48	0.48	0.39	0.27	0.42	0.57
V <sub>2</sub> '(m/s)	0.52	0.50	0.60	0.53	0.56	0.60	0.70	0.60	0.60	0.58	0.60	0.80
V <sub>1</sub> ' + V <sub>2</sub> '	0.82	0.95	0.90	0.95	0.92	1.05	1.18	1.08	0.99	0.85	1.02	1.37
平均の力 $F = \frac{mv_2'}{t}$ (N)	4.5	4.5	4.7	4.2	4.4	4.7	5.5	5.6	4.7	4.5	4.7	6.3
最大の力 F ばね max(N)	8.8	8.8	9.3	8.8	9.3	10.0	10.8	10.8	10.0	9.1	9.3	12.0
F/Fmax	0.51	0.51	0.51	0.50	0.50	0.50	0.51	0.52	0.50	0.50	0.51	0.52

ばね B (0.95cm/100g w) の場合

測定値 \ 回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
t (s)	0.20	0.21	0.20	0.23	0.23	0.23	0.22	0.23	0.20	0.22	0.21	0.22
V <sub>1</sub> (m/s)	0.86	0.82	0.82	0.70	0.99	0.82	1.14	0.78	1.06	0.94	0.85	0.93
V <sub>1</sub> '(m/s)	0.16	0.12	0.22	0.18	0.18	0.21	0.24	0.21	0.24	0.18	0.21	0.27
V <sub>2</sub> '(m/s)	0.60	0.72	0.56	0.51	0.75	0.60	0.90	0.54	0.76	0.75	0.57	0.63
V <sub>1</sub> ' + V <sub>2</sub> '	0.76	0.84	0.78	0.69	0.93	0.81	1.14	0.78	1.00	0.93	0.81	0.9
平均の力 $F = \frac{mv_2'}{t}$ (N)	2.82	3.20	2.63	2.10	3.1	2.5	3.9	2.4	3.7	3.2	2.7	2.7
最大の力 F ばね max(N)	4.5	5.4	4.2	3.8	5.0	4.4	6.0	4.1	5.4	5.0	4.5	4.5
F/Fmax	0.68	0.59	0.68	0.56	0.62	0.57	0.65	0.59	0.67	0.65	0.60	0.60
ばね平均の力	2.88	3.46	2.69	2.44	3.20	2.82	3.84	2.63	3.46	3.20	2.88	2.88
F · t (Ns)	0.57	0.73	0.53	0.56	0.73	0.65	0.85	0.60	0.69	0.71	0.61	0.63
mV <sub>2</sub> '	0.57	0.68	0.53	0.48	0.71	0.57	0.85	0.51	0.71	0.71	0.54	0.60



〔A 力学台車による方法〕



R .....100Ω  
20KΩ  
50KΩ

電源電圧 E, 充電電圧 Vc, コンデンサー容量 C, 抵抗 R とすると,

$$V_c = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{CR}} \right)$$

$$t = \log_{10} \frac{E}{E - V_c} \cdot C \cdot R$$

$$t = 2.3 \log_{10} \frac{E}{E - V_c} \cdot C \cdot R$$

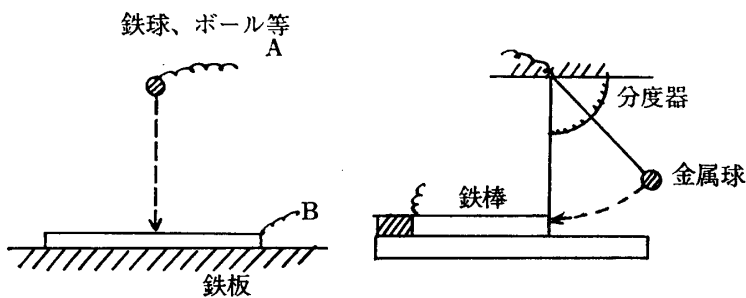
の関係がある

### 1) 装置の概要

- 衝突球は細いリード線をつないでおく。
- 電源装置の平滑コンデンサーは大容量のものを使う。
- 測定にはバルボルを使う。

### 2) 実験方法

- 充電用コンデンサー C の両端をショートして、放電しておく。
- スイッチを 1, 2 にしておき、衝突させる。
- スイッチを 1', 2' に倒し、バルボルで電圧を測定する。
- 関係式に従い計算する。
- 落下球にリード線をつけているが、適当に長くしておき落下の障害にならないように気をつける。

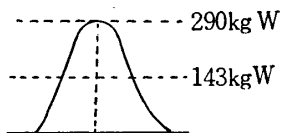


## B. コンデンサー充電法

コンデンサーの充電(または放電)により、衝突時間を測定し、力は硬さ試験機により比較計算する。

### 3) 測定結果

- ベアリング球と鉄板  $C = 2\mu F$   $R = 100\Omega$   
 $h = 30cm$  反発高さ  $9.5cm$   $e = 0.57$   
 $V_c = 51V$   $F = 143kgW$   $\Delta t = 0.09ms$   
 鉄板のくぼみ  $1.9mm \cdots 290kgW$   
 ベアリング 球  $\phi 2cm$   $33g$

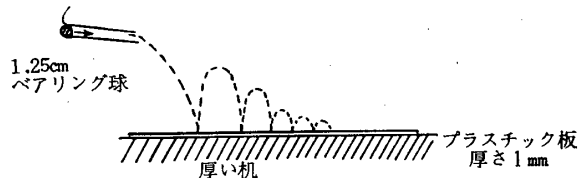


- しんちゅう球 ( $\phi 2cm$   $40g$ )  
 $C = 2\mu F$   $R = 100\Omega$   
 $h = 30cm$   $h' = 9cm$   $e = 0.55$   
 $V_c = 61$   $\Delta t = 0.11ms$
- ゴムボール (すずはく付) 鉄板  
 $C = 2\mu F$   $R = 50K\Omega$   
 $h = 5cm$   $V_c = 18$   $\Delta t = 14ms$   
 $h = 30cm$   $V_c = 14$   $\Delta t = 12ms$   
 $C = 2\mu F$   $R = 20K\Omega$   
 $h = 5cm$   $V_c = 40$   $\Delta t = 14ms$   
 $h = 30cm$   $V_c = 35$   $\Delta t = 12ms$
- 物体にさわりはなすとき  $V_c = 50$   $\Delta t = 44ms$
- 鉄棒と振子 (しんちゅう球) の衝突  
 $C = 2\mu F$   $R = 100\Omega$   
 (30cmの長さの振子)

V	V'	e	V'	F	$\Delta t$
30%	7.5	0.25	90	7.3kgW	0.21ms
59	15	"	86	19	0.19
89	22	"	85	25	0.18
118	30	"	80	35.4	0.17

### 4) 考察

何ずれの結果も、10回の測定値を平均したものである。  
 ベアリング球が鉄板に衝突した場合の最大の力は鉄板にできたくぼみから基準値と比較して出した。最大  $240kgW$  の力が働き、くぼみができ、この力で鉄板全体は弾性変形し鉄球をはね返すものとする。理論値0.64の比に平均値が至らないのは、衝突による音や、熱によるエネルギーの消耗によるものと思う。(平均値は  $F = mV' - mV / t$  より計算した値)  
 物体にさわり離すときというのは手で実験した数値で参考までにのべたものである。



### C. はねかえり係数について

$$v = \sqrt{2gh} \quad e = -\frac{V_2' - V_1'}{V_2 - V_1} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \quad hn = e^{2nh}$$

目測でもよいが正確にできない。軌跡を記録にとり測定すると相当良い結果となる。

その記録法はAC100V 60Hzに(120点)によって行なうものである。

#### 1) 装置方法等

- 高圧電源 2700V, 250mA) ~ 感電に注意すること。 $\phi 1.25cm$ ベアリング球(8g), スライダックス, 記録紙~和紙のこと。プラスチック板(厚さ1mmタキロン),  $50 \times 45cm$ アルミ板2枚, スチロール, スイッチ, スタンド等(アルミ板はトレーグラスにするとよい。)
- 放電記録法はギャップ, 電圧, 球の大きさ, 紙を適格に選ぶことが大切である。習字紙がよい。

#### 2) 測定結果

$h_A(cm)$	$V(cm/s)$	$e_A$	$\Delta mV(Ft)(N.S)$
41.0	284	> 0.68	0.0382
19.0	193	> 0.74	0.0268
10.4	142	> 0.75	0.0198
5.9	107	> 0.74	0.0148
3.2	78.2	> 0.69	0.0106
1.5	54.1		

$h_B$	$e_B$	$h_C$	$e_C$
41.0	> 0.71	41.0	0.67
20.6	> 0.73	18.3	0.68
11.2	> 0.76	8.3	0.67
6.4	> 0.80	4.1	0.66
4.2	> 0.77	1.8	
2.5			
1.5			

反発台はプラスチック板  
(タキロン)

#### 3) 考察

机とプラスチック板との接触(空白部)の不均等により、 $e$ が時によって多少異なってくる。これは、衝突時におけるはねかえり条件の変化(弾性率や衝突時間)が微妙ではあるが、原因するものと考えられる。

放電板にはプラスチック板(トレーグラスを使った)にアルミはくを一方に張り、他方は習字紙にコロイダグラフアイトを塗ったものを使用すると運動の放電軌跡点(毎秒120)がきれいにプラスチック板を通して観測できるし、板上に放電時に発生した蒸気が点として残り観測できる。

特に反発係数は相当正確に出る。