

ケプラーによる火星軌道の研究

鈴木 一 悠

はじめに

昨年高三の一部の人達に対して理科Ⅱの授業を行いました。その中で取上げた「ケプラーによる火星軌道の研究」の記録を記します。用いたデータが大変に荒く、もしもケプラーが現在に生きていてこれを見たしたら、「問題にならぬ」と言って一笑に付されてしまいそうです。しかもケプラーの時代とは違って、惑星の軌道について軌道面の傾斜も離心率も太陽からの正確な距離も分っている時代にこのようなデータを用いているのですから、問題にならないそのなさはなお更ということになります。ケプラーが太陽系の惑星を研究した様子は多くの書物に書かれています。この人の生き様は実に人を感動させるものですし、また火星の軌道の形を発見してゆく様は何度読んでも魅力的でケプラーの実際の研究の跡をたどってみたいという気を起こさせます。

1 惑星の運動

惑星の運動の仕方については、次のような事実のあることが古くから知られていた。

1. 明るさが変化する。
この理由は、地球からの距離が変わるためと考えるのが一番自然である。
2. 順行、逆行、留の現象を起こす。
3. 運行の角速度が一定でない。
4. 水星、金星は太陽から一定の角度以上離れて見えることはないが、火星や土星は真夜中に見えることがある。

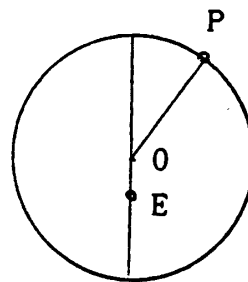
2 コペルニクス以前の説明

コペルニクス以前の時代においては、惑星の運動は

1. 離心円
2. 周転円
3. エカント軌道

を組合わせて説明された。いずれも「円」、「一樣な運動」に縛られた説明であった。地球を中心にして、月、水星、金星、太陽、火星、木星、土星、恒星天がこの順番に回っているされたのであるから、月も太陽も惑星と同じ扱いを受けたのであった。

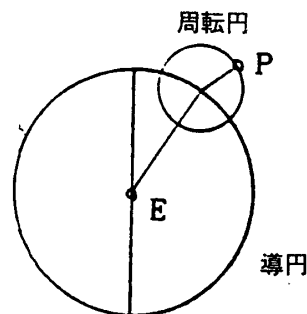
離心円



惑星Pは、軌道の中心Oの周りに一樣な角速度で回転する。地球Eは軌道の中心から離れたところにある。これによって

1. 地球惑星間の距離の変わること
 2. 地球から見た惑星の運行の角速度の一定でないこと
- が説明できた。

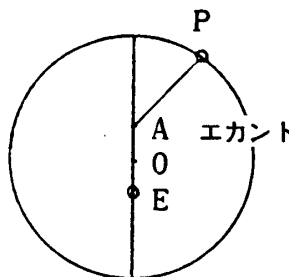
周転円



惑星は、周転円の中心の周りに一樣な角速度で回転する。周転円の中心は地球を中心とする導円上を一樣に回転する。これによって

1. 地球惑星間の距離の変わること
 2. 地球から見た惑星の運行の角速度の一定でないこと
 3. 順行、逆行、留の現象が起こること
- が説明できた。

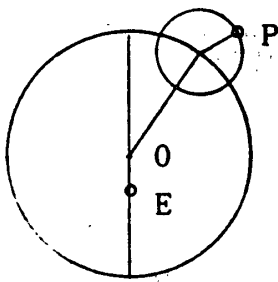
エカント軌道



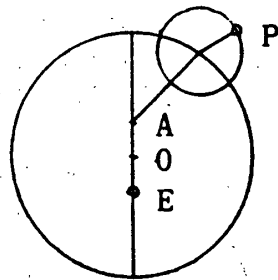
惑星はエカントの周りに一樣な角速度で回転する。これによって

1. 地球惑星間の距離の変わること
 2. 地球から見た惑星の運行の角速度の一定でないこと
- が説明できた。

離心円と周転円の組合わせ



エカント軌道と周転円の組合せ

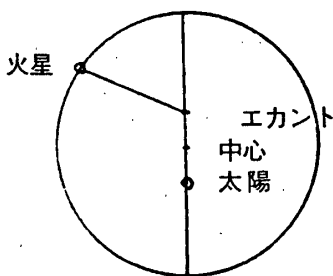


3 コペルニクスによる地動説

天体の配置のされ方は現在のそれと同じである。順行、逆行の説明には周転円を要しなくなったが、観測結果との一致をよくするため、なお離心円、周転円を用いた。観測結果との一致のよしあしの点では、1400年の歴史を持つ天動説と生まれたばかりの地動説との間には優劣はなく、このことがティコが観測を始め、ケプラーが研究を始める動機であったと思われる。

4 ケプラーによる太陽系の研究

1. 火星の軌道の決定

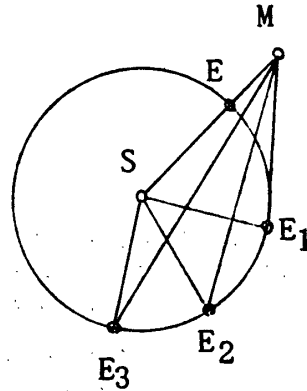


ケプラーは伝統に従って離心円軌道を作業仮設として用いた。ティコの残した4個の衝の時の観測値を用いて軌道の半径、軸の方向、太陽の位置、中心の位置を定めようとしたのである。

ケプラーの定めた軌道は、ティコの10個の衝の時の火星の位置を正確に与えた。しかし別のテストでティコの観測値との間に角度8分の差を生じた。ティコの観測の精度は誤差2分の程度であった(平均1.8分)。ケプラーは研究成果を放棄、火星の軌道をその形に関する何らの先入観も持たないで組立てようと再出発した。

2. 地球軌道の決定

火星の軌道を決定するために、まず地球の軌道を調べ直そうとした。ケプラーの用いた手法は次のようである。火星のある衝のとき(図で地球の位置E、火星の位置M)から始めて、火星の公転周期687日後(この時火星は同一の位置に



て、火星の公転周期687日後(この時火星は同一の位置にきている)の地球の位置(E1)、更に687日後の地球の位置(E2)、……を定めてゆく。すなわち火星の黄経、太陽の黄経の測定値から地球の位置E1, E2,

E3, …が定まり $\frac{SE_1}{SM}, \frac{SE_2}{SM}, \frac{SE_3}{SM}$ …の値を知ることができたのであった。

ケプラーが地球の軌道を決定した過程を追体験してみよう。ケプラーの用いた観測値は得られないので、天文年鑑に出ている値を用いることにする。なおここではデータを作成するのに時間を遡る形で行うことにする。

現在のデータ

日	時	
1984.	5. 11	(衝)
1982.	6. 24	(火星の 1公転前)
1980.	8. 6	(火星の 2公転前)
1978.	9. 19	(火星の 3公転前)
1976.	11. 1	(火星の 4公転前)
1974.	12. 15	(火星の 5公転前)
1973.	1. 27	(火星の 6公転前)
1971.	3. 12	(火星の 7公転前)
1969.	4. 24	(火星の 8公転前)
1967.	6. 7	(火星の 9公転前)
1965.	7. 20	(火星の 10公転前)

太陽の黄経	火星の黄経
50° 22'	230° 22'
92 06	189 50
133 39	195 12
175 45	209 19
218 48	225 52
262 46	242 53
307 06	258 46
350 59	269 46
33 54	256 19
75 52	195 44
117 25	191 17

作図の例を最後のページに示した。

地球の軌道を決定したケプラーは、地球の軌道は円と見なしてよいこと、ただし太陽はその中心にはなく、そこから半径の0.018倍の距離だけずれた点にあること、予想通り地球は、太陽からの距離に従って速くあるいは遅く公転していることを見出した。

この、地球の公転角速度の一定でないことの簡単な例証は、春分の日、夏至の日、秋分の日、冬至の日の隣り合う間隔の一定でないことである。1969年から1970年にかけての例を挙げよう。

1969年	春分	3月21日	4時08分
	夏至	6月21日	22時55分
	秋分	9月23日	14時07分
	冬至	12月22日	9時44分
1970年	春分	3月21日	9時56分

1969年1月1日からの通日	間隔
80日	92日
172日	94日
266日	90日
356日	89日
445日	

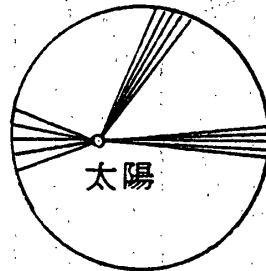
加えてケプラーは、近日点と遠日点においては、地球の公転速度は太陽からの距離に反比例することを見出した。

ケプラーはこの関係を誤って全軌道について成立つものと拡張した。この、近日点、遠日点について見出した関係を全軌道に拡張することをケプラーが正しいと考えたのは、次のような根拠に基いてであったと思われる。すなわち

- 惑星をその軌道に沿って駆動させる力は太陽から来ており、その力は $f \propto \frac{1}{r^2}$ に従って変化する (f は力の大きさ、 r は軌道上の位置の太陽からの距離)。何となれば、太陽からの力はこの場合、惑星の存在する平面内に限定されているだろうからである。
- 惑星は力の補充を常に受ける必要があり、 $v \propto f$ である (v は惑星の速さ)。

1. に示したようにケプラーは、物理学を用いて天体の運動を理解しようとした最初の人であった。また2. は当時の考え方に従ったものである。

次いでケプラーは、次のように論理を展開していったものと思われる。



- Δt = 軌道の小部分 (長さ一定) を通過するに要する時間 = $\frac{\Delta s}{v} \propto r \Delta s$
- 太陽からの距離の和は、扇形の面積である。
(誤り)

1., 2. から

$$\text{時間} = \sum \Delta t \propto \sum r = \text{扇形の面積}$$

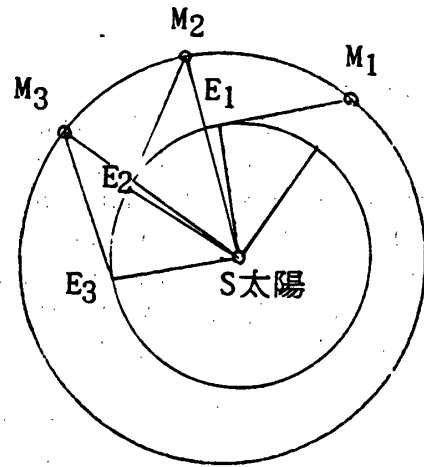
したがって

$$\frac{\text{扇形の面積}}{\text{時間}} = \text{一定} \dots \dots \dots \text{ケプラーの第2法則}$$

このように、ケプラーは地球軌道について誤りを二度重ねた結果第2法則に達した。

3. 再び火星軌道の決定

先に決定した地球の軌道を用いて、地球軌道を定め



たのと同様の手法で火星の軌道を定めることができた。火星が衝の位置にある時の太陽の黄経、火星の黄経と、この時から火星の1公転の周期687日経った時の太陽の黄経、火星の黄経とを組合せて火星の位置を次々に定めてゆく。火星の位置が定まると、図で

$$\frac{SM_1}{SE_1}, \frac{SM_2}{SE_2}, \frac{SM_3}{SE_3}, \dots \text{の値が定まることになる。}$$

ケプラーの行った作図を追体験できるように現在のデータをあげる。今度も天文年鑑から時間を遡る形でデータを作成した。

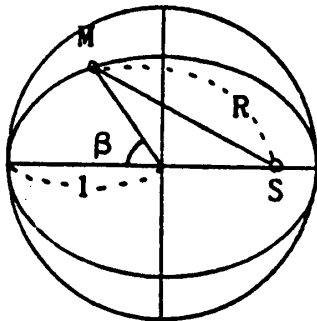
衝の位置のデータ

衝の日時	太陽の黄経	火星の黄経
1984. 5.11	50° 22'	230° 22'
1982. 3.31	9 57	189 54
1980. 2.25	335 22	155 21
1978. 1.22	301 13	121 14
1975. 12.15	262 37	82 37
1973. 10.25	211 14	31 16
1971. 8.10	136 43	316 43
1969. 5.31	69 44	249 44
1967. 4.15	24 36	204 33
1965. 3. 9	348 30	168 31

1公転前の日時	太陽の黄経	火星の黄経
1982. 6.24	92° 06'	189° 50'
1980. 5.13	52 26	152 32
1978. 4. 9	18 40	119 08
1976. 3. 6	345 12	84 32
1974. 1.27	306 57	43 38
1971. 12. 8	255 05	347 59
1969. 9.22	178 51	270 25
1967. 7.14	111 18	207 24
1965. 5.28	66 45	166 11
1963. 4.22		

作図の例をこれも最後のページに示した。

こうして得られた火星軌道にケプラーは最初、先に経験した失敗にもかかわらずなおも円軌道を当てはめようとした。しかし、円軌道は第2法則を満たさないことから放棄、次いでケプラーは火星の軌道として卵形曲線を考えた。しかし、卵形曲線もまた第2法則を満たさないことから放棄、再び無から出発することを決意。このあとケプラーのたどった過程は次のようなものであった。



20個の太陽火星間の距離を正確に計算し距離を与える式

$R = 1 + e \cos \beta$ を見出した。この式が楕円を表わすことが分らず、別の幾何学的手法によって楕円を組立て、両者が同一の結果を産むことを知った。……

ケプラーの第1法則軌道を楕円とすると、正しい式は

$$R = 1 + e \cos \beta \sqrt{\frac{1-e^2}{1-e^2 \cos^2 \beta}} \quad (e \text{は軌道の離心率})$$

火星では $e=0.09339$ なので

$$0.9956 \leq \sqrt{\frac{1-e^2}{1-e^2 \cos^2 \beta}} \leq 1 \text{ となり、ケプラーの得た式は極めて高い近似で成立つ。}$$

4. 太陽系の調和の探求

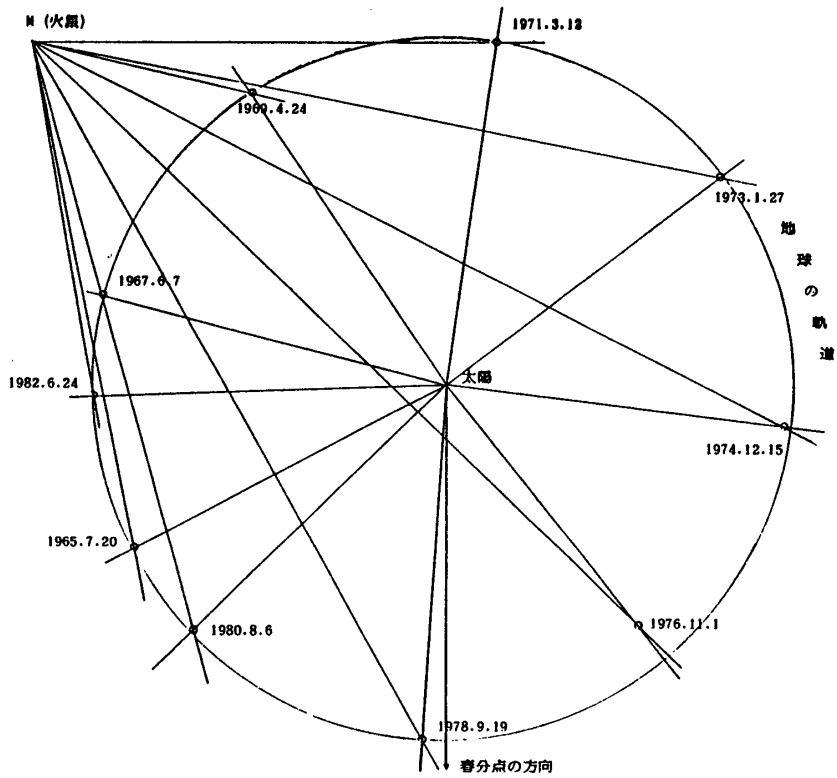
公転周期の比較、体積の比較、遠日点距離および近日点距離の比較、最大速度と最小速度の間の比率の比較、太陽から見た角速度の変動の比較など様々な検討の中から調和の法則（第3法則）を見出した。

参考文献

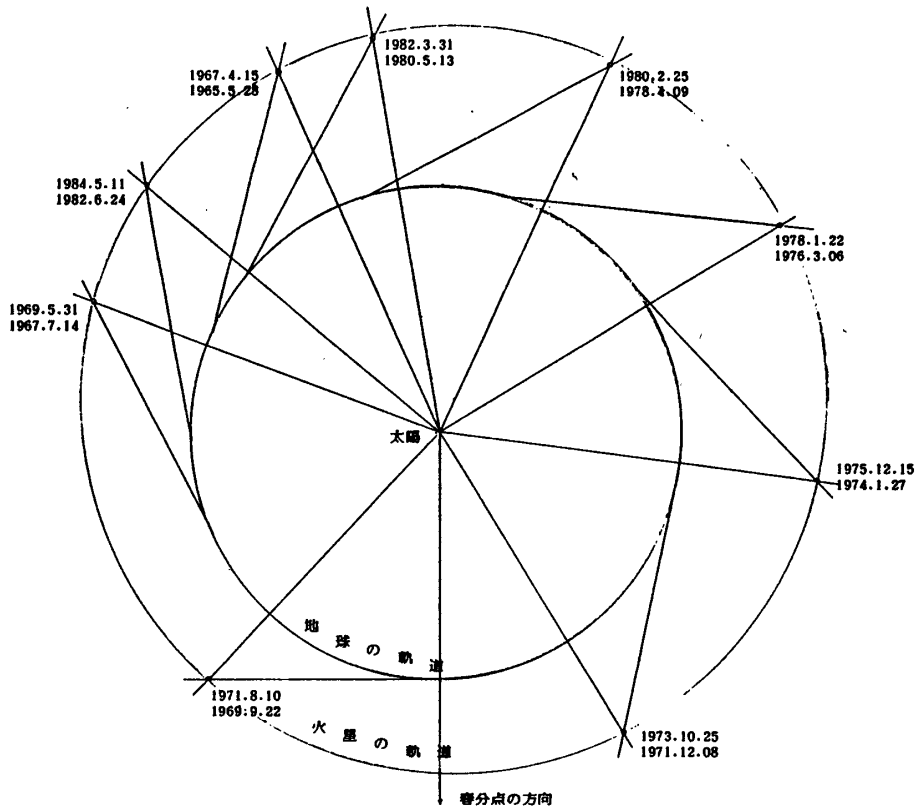
- 1) A. ケストラー著、小尾信弥、木村 博訳：ヨハネス・ケプラー、現代の科学43, 河出書房
- 2) E. J. エイトン著、渡辺正雄訳：円から楕円へ、共立出版
- 3) 朝永振一郎著：物理学とは何だろうか（上巻）、岩波新書、岩波書店
- 4) 武谷三男著、科学入門、勁草書房
- 5) 吉田 忠、富樫 裕ほか4名著：高校理科Ⅱ、実教出版
- 6) 地学団体研究会編：星と天気、自然をしらべる地学シリーズ1, 東海大学出版会
- 7) 天文年鑑編集委員会編：天文年鑑1965年版から1984年版、誠文堂新光社
- 8) 東京天文台編：理科年表1969年版、1984年版、丸善
- 9) 中山 茂編：天文学史、現代天文学講座15, 恒星社

おわりに

ケプラーは時代を恐らくは何百年も先んじていたと思われる人で、彼の著作は20世紀の現在も精査に値すると思われます。現在ケプラーの法則と呼んでいる3つの法則は、ニュートンがケプラーの著作の中から読取ったものと言われていました。第3法則は「世界の調和」の中に出てきますが、第3法則についての記述は同書の中では恒間現れるだけだそうです。つまりケプラーは第3法則以外の多くの考察を同書の中でしていることとなります。このことと、よく言われる「宇宙の仕組みには万有引力の法則だけでは説明しきれない事柄が多くある」ことを考え合わせると、前述の精査の意味が分って戴けると思います。現在はパソコンという実に便利な道具のある時代です。この便利な道具を使って、まずこの紀要に記したデータを正確なものにし、次いでケプラーの時代の惑星の状況を再現してみたいものと考えております。



火星によって地球軌道を定める



地球軌道に基づいて火星軌道を定める
(地球軌道を円とした)