

視太陽日の考察

松井 一幸

要 旨

太陽の黄経、視太陽日のずれ、均時差の時間的変化が理論的定量的に考察されている。近日点通過についても詳しく論じられている。

はじめに

物理学を長年にわたって教えてきたが、筆者は初めて昨年度理科 I を担当し、地学分野の指導にあたった。慣れない苦勞も多かったが、地学は応用物理的色彩が強く、学ぶべきところが非常に多く、楽しく学習することができた。

その中でも特に、視太陽日が一定しない問題については、自分なりに詳しく考察をし、満足の得る結果を得たので報告したい。

視太陽日が一定しない理由としては2つの原因があげられる。第1は、楕円運動による公転軌道上の速さの違いからもたらされるものである。第2は、公転面に対して地球の自転軸が垂直でなく傾いていることによりもたされるものである。

これらに基づいて視太陽日の経日変化を定量的に計算するには、惑星の運動に関するケプラーの問題に正面から取り組む必要がある。

第1章では楕円運動による効果を、第2章では地軸の傾きによる効果をそれぞれ別々に考察し、第3章では両方の効果を同時に考慮した厳密解を示したい。第4章においては得られた理論式をマイコンで計算し、公表されている結果と比較、検討したい。さらに均時差についても述べたい。第5章においては、この一連の研究でえられた結果と実際の現象とのずれの問題について論じたい。

第1章 楕円運動による効果

(I) ケプラー問題

惑星の運動に関する厳密な取り扱いには、ニュートンの運動の法則と万有引力の法則を用いることによりなされている。太陽を極座標 (R, θ) の原点にとると

$$m \left\{ \frac{d^2 R}{dt^2} - R \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right\} = -G \frac{mM}{R^2} \quad \text{①}$$

$$m \left\{ \frac{1}{R} \frac{d}{dt} \left(R^2 \frac{d\theta}{dt} \right) \right\} = 0 \quad \text{②}$$

惑星の運動方程式は上のように書ける。ここに、 m, M はそれぞれ惑星、太陽の質量、 G は万有引力定数である。

この微分方程式を解くことにより次のことが結論される。

(A)位置エネルギーと運動エネルギーの和が負の時、惑星の軌道は楕円となり(ケプラーの第1法則)、零の時は放物線、正の時は双曲線となる。

(B)万有引力は中心力であるとする②式より、面積速度は一定となる(ケプラーの第2法則)

(C)楕円軌道の長半径 a の3乗と公転周期 T の2乗の比は惑星によらず一定である(ケプラーの第3法則)

以上の証明は物理学の教科書に詳しくなされているので結果のみを記述するにとどめる。以後の議論については地球の運動に限られてくるので楕円運動に限定して話を進めてゆく。

(II) 平均距離

ケプラーの第3法則を表現するのに理科 I の教科書では、軌道の長半径 a のかわりに、太陽-地球間の平均距離 $\langle R \rangle$ を用いて記述してある場合が多いので、このことについて詳しく考察してみたい。

①、②の微分方程式を解くことにより、軌道の厳密解は次のように与えられる。

$$R = \frac{1-e^2}{1+e \cos \theta} a \quad \text{③}$$

ここに、 e は離心率で楕円軌道の場合 $e < 1$ 、 $\theta = 0$ を近日点としている。

平均距離といっても、幾何学的な角度平均 $\langle R \rangle_\theta$ と、運動による時間平均 $\langle R \rangle_t$ の2通りが考えられる。③式を用いてそれぞれについて平均すると次の結果を得る。

角度平均 $\langle R \rangle_\theta = b$ (b は軌道の短半径)

時間平均 $\langle R \rangle_t = \left(1 + \frac{1}{2}e^2\right)a$ (a は軌道の長半径)

地球の楕円運動の場合、 $e = 0.01672$ 、 $b/a = \sqrt{1-e^2} = 0.99986$ であり、 $\langle R \rangle_\theta = b = 0.99986a$ 、 $\langle R \rangle_t = 1.00014a$ となり、いずれも a に非常に近い値になる。このことが原因か、多くの理科 I の教科書に

は、ケプラーの第3法則の記述に平均距離を用いているものが多いが、正しくは長半径を用い、(C)の表現に従うべきだと結論できる。

(Ⅲ) ケプラー問題における $t - \theta$ の厳密解

物理学の教科書の多くには(1)で述べたケプラーの法則についての厳密な証明はあるものの、時間 t と共に軌道の角度 θ がどのように変化してゆくかを厳密に解いたものは見あたらない。筆者の勉強不足による見落とししかもしれないが、これが解ければ、③式を用いて、距離 R が時間とともにどう変化してゆくかを調べることができる。視太陽日の計算には、 $t - \theta$ の厳密解が必要になるので独力でこの厳密解を求めてみた。

②と③より公転の角速度 $\omega = d\theta/dt$ に対する微分方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi(1+e\cos\theta)^2}{T\sqrt{1-e^2}} \quad (4)$$

ここに、 T は公転周期である。地球の場合 $T=1$ 恒星年=365.2564日。この解は初等的に得られる。

$$\frac{2\pi}{T}t = \sin^{-1}Z - eZ \quad (5)$$

ここに、 $Z = \frac{\sqrt{1-e^2}\sin\theta}{1+e\cos\theta}$ である。

⑤式を数值的に解くことにより t と θ の関係を得ることができる。 $\theta = 0$ が近日点通過日であるからこのことに注意すれば、⑤の解を天文年鑑の太陽の黄経の変化と直接比較することができる。

マイコンでプログラムを組んで、 $t - \theta$ の解を求め近日点通過日を初期設定し、黄経と比較したが、一致は 0.1° 程度のものであった。

このずれの原因をいろいろ考察すると次の事が分った。地球は月とともに共通重心の周りを回りながら運動していること。このことは黄経の変化に対して少なからず影響を与えること。③、④、⑤式は共通重心の運動について成り立つ式であること。

従って、地球の近日点通過時刻と月-地球の共通重心通過時刻との間にずれがあり、初期設定が簡単にはゆかないこと。これが原因で一致が悪かった。

このため、地球の近日点通過時刻(天文年鑑及び理科年表記載)から共通重心の近日点通過時刻をどのように計算できるかを見い出すことが第1であると考えた。この謎ときの鍵は、月齢の利用にあった。

(Ⅳ) 地球の近日点通過時刻から共通重心の近日点通過時刻を求める理論

図1に示すように、月と地球の共通重心は、地球の中心 O から半径約 $\frac{1}{3}$ ($r_1 = 4.6 \times 10^3 km$) くらいのところにある。この回転面は地球の公転面に対して約 5° 傾いているが、ここでは簡単のため、地球が公転面上を共通重心のまわりを半径 r_1 、角速度 ω_1 ($2\pi/27.32$ 日)で

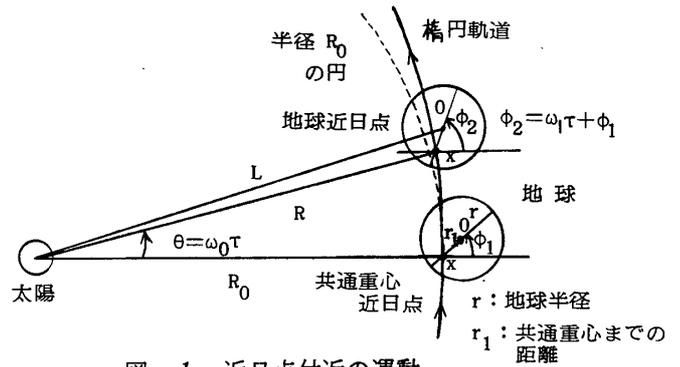


図-1 近日点付近の運動

回っていると考える。共通重心が近日点を通る時の位相を ϕ_1 、地球が近日点を通る時の位相を ϕ_2 とすると、

$$\phi_2 = \omega_1 t + \phi_1$$

ここに、 ϕ_1 は月齢から決めることができる。図1の3角形に第2余弦定理を用いると

$$(L+r)^2 = R^2 + r_1^2 - 2Rr_1 \cos[\pi - (\omega_1 - \omega_0)t]$$

③と $a \gg r_1$ の近似を用い、 $L+r$ を極小にする条件を求めると

$$\sin\{(\omega_1 - \omega_0)t + \phi_1\} = A \sin\theta \quad (6)$$

ここに、 $A = e/(r_1/a)/(\omega_1/\omega_0 - 1)$ 、 ω_0 は共通重心の公転角速度で、 $r_1/a = 3.1 \times 10^{-5}$ 、 $\omega_1/\omega_0 = 13.4$ 、 $\omega_1 - \omega_0 = 0.213 rad/日$ を用いると

$$A = 43.6 \text{ となる。このとき } (6) \text{ 式は}$$

$$\sin(0.213t + \phi_1) = 43.6 \sin\theta$$

この式と⑤式を連立させると ϕ_1 と t の関係を得る。

⑤を用いる代わりに近日点近傍で近似的に成り立つ $\theta = 0.0178 rad/日 \times t$ を用いると、 $\theta < 1$ であるから

$$\sin(0.213t + \phi_1) = 0.776t \quad (7)$$

を得る。

これと $\phi_2 = \omega_1 t + \phi_1$ を用いると ϕ_1 、 ϕ_2 の時間依存性は、図2のようになる。図2においては近日点までのずれの時間は τ としてある。

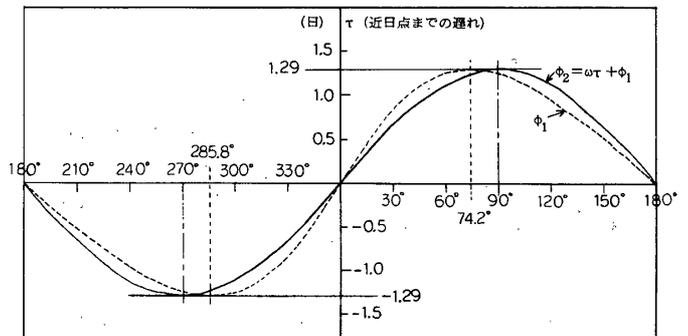


図-2 近日点の位置計算結果

表1

地球の近日点通過時刻から共通重心近日点通過時刻をもとめる

年	近日点通過 (中央標準時)	近日点通過 (暦表時)	この時刻の 月齢	地球の 角度φ2	時間のずれ (日)	補正時間	共通重心 通過時刻	1恒星年毎 の予想時刻
1986	1/2 14h	1/2 5h	21.3	260°	+1.26	+1d+6h	1/3 11h	1/3 6h
85	1/4 5h	1/3 20h	12.3	150°	-0.66	-16h	1/3 4h	1/3 0h
84*	1/4 7h	1/3 22h	0.7	8.5°	-0.17	-4h	1/3 18h	*1/3 18h
83	1/3 1h	1/2 16h	18.2	222°	+0.86	+21h	1/3 13h	1/3 12h
82	1/4 20h	1/4 11h	9.1	111°	-1.21	-1d-5h	1/3 6h	1/3 6h
81	1/2 11h	1/2 2h	25.5	311°	+0.96	+23h	1/3 1h	1/3 0h
80*	1/4 0h	1/3 15h	15.2	185°	+0.14	+3h	1/3 18h	1/3 18h
79	1/5 8h	1/4 23h	6.2	76°	-1.24	-1d-6h	1/3 17h	1/3 12h
78	1/2 8h	1/1 23h	23.3	284°	+1.24	+1d+6h	1/3 5h	1/3 5h
77	1/3 19h	1/3 10h	13.3	162°	-0.42	-10h	1/3 0h	1/3 23h
76*	1/5 5h	1/4 20h	3.2	39°	-0.81	-19h	1/4 1h	1/3 17h
75	1/2 22h	1/2 13h	19.8	241°	+1.14	+1d+3h	1/3 16h	1/3 11h
74	1/4 19h	1/4 10h	10.8	132°	-0.96	-23h	1/3 11h	1/3 5h
73	1/2 21h	1/2 12h	27.7	338°	+0.50	+12h	1/3 0h	1/3 23h
72*	1/3 13h	1/3 4h	16.4	200°	+0.45	+11h	1/3 15h	1/3 17h
71	1/5 4h	1/4 19h	7.4	90°	-1.29	-1d-7h	1/3 12h	1/3 11h
*はうるう年 (天文年鑑)	(9hの補正)	1朔望月=29.53日	φ2=月齢×360°	図2による	左の値をなおしたもの	計算結果	*1984年1/3 18hを基準	

さてこの理論を用いて共通重心近日点通過時刻を算出した。結果を表1に示す。

この結果が、1恒星年(365.2564日)ずれているかをプロットしたのが図3である。図の結果(黒丸)は大体共通重心の通過日が1年に0.2564日ずつ遅れていくことを示している。従ってこの理論は大枠において正しいといえる。

X 0.2564日(6.15h)

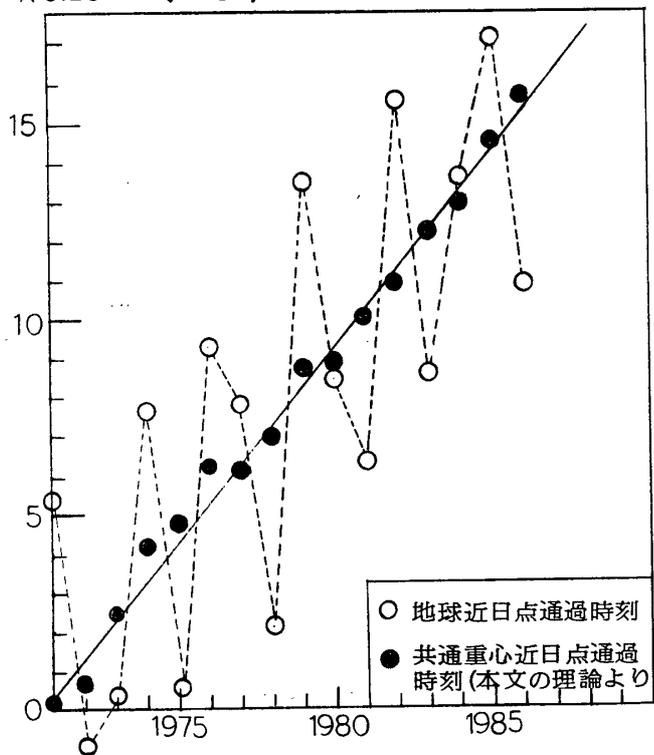


図-3 各年毎における理論から求めた月-地球の共通重心通過時間の間隔(365日を引いてある)

(V) 天文年鑑太陽黄経の変化と理論との比較

共通重心の近日点通過時刻が前節で定められたので⑤式をもとに黄経を計算する。1984年1月4日3時(日本時間)を共通重心の近日点通過時刻に初期設定し、1月1日の暦表時0時における黄経が天文年鑑の値に一致するように出発する。その後2年間にわたり、日数と黄経の計算を行った。黄経の天文年鑑の値を θ_k 、マイコンによる計算結果を θ_c とし、その差 $\Delta\theta = \theta_k - \theta_c$ を2年間にわたってプロットしたのが図4である。 $\Delta\theta$ は 10^{-2} 度以下の精度で、よく天文年鑑の値と一致した。ところが、図4をよく見ると、 $\Delta\theta$ は1月近い周期で、 3.5×10^{-3} 度位の上下動をしていることが分る。これは、月の影響による地球の共通重心のまわりを回ることによる前進後退効果によるものである。図5に示すように下弦の月の時は、地球は共通重心より後退しておりこのことにより黄経は小さくなり $\Delta\theta$ は極小になる。同様に上弦の月の時は、地球は共通重心より前進しており、黄経は大きくなり $\Delta\theta$ は極大になる。

$\Delta\theta$ のこの振動の振幅は図5より

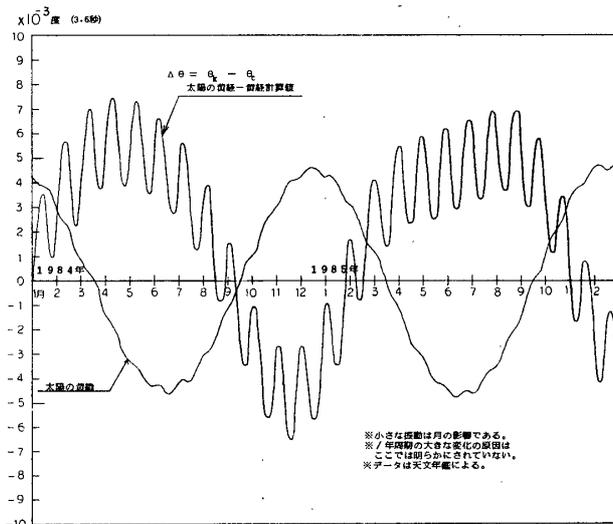
$$\eta_1 \approx r_1/R = 1.8 \times 10^{-3} \text{ 度}$$

となり図4の振幅とよい精度で一致する。

図中には太陽の黄緯の変化も示してある(天文年鑑による)。 $\pm 4.7 \times 10^{-3}$ 度の振動を1年周期で行っている原因は筆者には現在つかめていないが小さな振幅で振動している方は月の影響だと断言できる。黄緯の変化が、図5で示されている月の公転面の黄道面に対する傾き($\lambda = 5.2^\circ$)からくると考えると黄緯に与える影響は

図-4 2年間にわたる太陽の黄経の

理論からのずれ $\Delta\theta = \theta_k - \theta_c$ と黄緯の変化



$$\eta_2 \approx r_1 \sin \lambda / R = 1.6 \times 10^{-4} \text{ 度}$$

となり黄経の十分の一程度になる。これは図4の結果と極めてよい一致を示す。

黄緯の振動が図5のモデルから説明できることが分ったが、詳しく分析すると、月の公転面が、黄道面とどう交わっているかを明らかにすることができる。結論は、太陽から冬至付近の地球を見ると図5のようになっているということである。

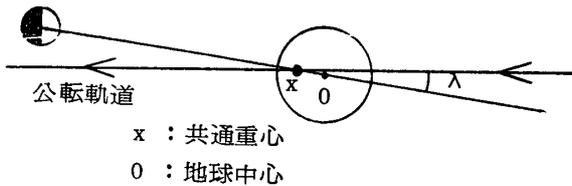


図-5 月-地球の運動

(VI) 楕円運動による視太陽日の変化

楕円運動における公転角速度の厳密解は④式より

$$\omega_1 = \alpha_1 \omega_0 \quad \text{⑧}$$

ここに、 $\omega_0 = 2\pi/T$, $\alpha_1 = (1 + e \cos \theta_1)^2 / \sqrt{1 - e^2}^3$ である。ここで定義した ω_1 は (IV) のものとは異なる。視太陽日を t_1 、地球の自転角速度 (これは変化しない) を Ω とする。 ω_1 は 1 日においてはほぼ一定とみなせるから、 t_1 、 ω_1 、 Ω の満たす条件は

$$\Omega t_1 = 2\pi + \omega_1 t_1$$

これより視太陽日 t_1 について解くと

$$t_1 = \frac{2\pi}{\Omega - \omega_1} \quad \text{⑨}$$

この式が、視太陽日を求める場合の基本式となる。

⑧を代入して

$$t_1 = \frac{2\pi}{\Omega - \alpha_1 \omega_0} = \frac{1}{\frac{1}{P} - \frac{\alpha_1}{T}} \times \text{平均太陽日 (86400秒)}$$

ここに $\Omega = 2\pi/P$ で $P = (23h56m4s/24h)$ 日である。

従って楕円運動による視太陽日のずれ (Δt_1) は $\Delta t_1 = \text{視太陽日}(t_1) - \text{平均太陽日}(1日)$ より

$$\Delta t_1 = \left(\frac{1}{\frac{1}{P} - \frac{\alpha_1}{T}} - 1 \right) \times 86400 \text{ 秒} \quad \text{⑩}$$

で与えられる。⑧式における α_1 の θ_1 は $\theta_1 = 0$ を近日点としている。

第2章 地軸の傾きによる効果

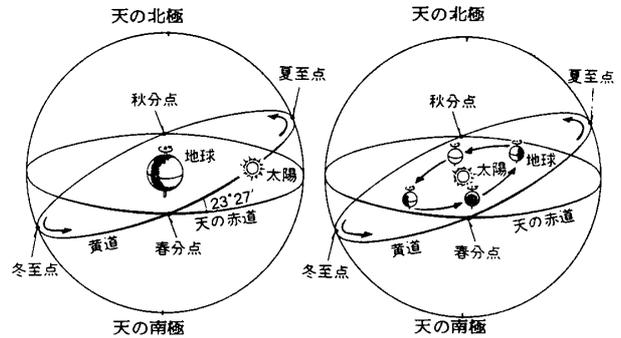


図-6 天動説モデル(左)と地動説モデル(右)

(I) 地道説の立場

図6の右に示すように地球の運動を天の北極からながめると、地球は長軸 R 、短軸 $R \cos \varphi$ (φ は地軸の傾き) の楕円上を、夏至、冬至付近では速く、春分秋分付近ではゆっくりと公転しているように見える。このことが、地軸の傾きにより視太陽日が一定でなくなる原因である。

地球は黄道面上を一樣な角速度 ω_0 で半径 R の円周上を回っていると考える。この運動を天の赤道面に投影する。このとき黄道面上 (R, θ_2) にいる地球は、赤道面上 (R', β) に見える。ここで角度 θ_2 、 β の出発点は冬至の位置から測るものとする。

この時、 R, R', θ_2, β の間には次の関係式が成り立つ。

$$R \sin \theta_2 = R' \sin \beta, R \cos \theta_2 \cos \varphi = R' \cos \beta$$

赤道面上を運動する地球の角速度 $d\beta/dt$ は上の式を微分することにより容易に求めることができる。

$$\omega_2 = \frac{d\beta}{dt} = \alpha_2 \frac{d\theta_2}{dt} = \alpha_2 \omega_0 \quad \text{⑪}$$

$$\text{ここに } \alpha_2 = \frac{\cos \varphi}{\cos^2 \varphi \cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2}$$

(II) 天動説の立場

図6左に示すように、天動説の立場に立てば自転軸が傾いていると視太陽日が何故一定でないのかをよく理解することができる。太陽が天の赤道を一定の速さで動けば視太陽日は変化しないが、実際は φ の角度をなす黄道上を動くため、天の赤道の方向の成分が変化するから視太陽日がずれることになるのである。球面3角形の公式を用いて、天の赤道成分の角速度を求めると⑪式と完全に一致することも証明できる。(鈴木一悠氏の指摘)

(Ⅲ) 地軸の傾きによる視太陽日のずれ

基本式⑨を用いると、地軸の傾きによる視太陽日のずれ Δt_2 は、⑪式の結果より次のように表現できる。

$$\Delta t_2 = \left(\frac{1}{P - \frac{a_2}{T}} - 1 \right) \times 86400 \text{ 秒} \quad \text{⑫}$$

a_2 における θ_2 は夏至または冬至が出发点である。

第3章 両者を同時に考慮した厳密解

(Ⅰ) 厳密解の導出

これまで、楕円運動、自転軸の傾きによる効果を別々に扱ってきたが、同時に考慮することは難しいことではない。⑪式の $d\theta_2/dt$ にケプラー問題の厳密解を代入するだけで正確な表式が得られる。

従って両方同時に考慮した角速度の表式 ω は

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = a_2 \frac{d\theta_2}{dt} = a_2 \frac{d\theta_1}{dt} = a_2 a_1 \omega_0 = \alpha \omega_0 \quad \text{⑬}$$

となる。ここに α は a_1 と a_2 の積で

$$\alpha = a_1 a_2 = \frac{(1 + e \cos \theta_1)^2}{\sqrt{1 - e^2}^3} \frac{\cos \varphi}{\cos^2 \varphi \cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2} \omega_0$$

と与えられる。 θ_1 は共通重心近日点を出发点にとり、 θ_2 は冬至点を出发点にとる。

従って両方の効果を同時に考慮した場合の視太陽日のずれは

$$\Delta t = \left(\frac{1}{P - \frac{\alpha}{T}} - 1 \right) \times 86400 \text{ 秒} \quad \text{⑭}$$

と与えられる。

元日 Oh を角度 θ の出发点にとる時、 α は次のように与えられる。

$$\alpha = \frac{[1 + e \cos(\theta - S_1)]^2}{\sqrt{1 - e^2}^3} \frac{\cos \varphi}{\cos^2 \varphi \cos^2(\theta + S_2) + \sin^2(\theta + S_2)} \omega_0 \quad \text{⑮}$$

ここに、 S_1 は元旦 Oh から共通重心近日点までの角度 S_2 は前年の冬至から元旦 Oh までの角度である。

(Ⅱ) 視太陽日のずれ Δt が近似的に楕円運動によるずれ Δt_1 と自転軸の傾きによるずれ Δt_2 の和とみなせることの根拠について

Δt の厳密解⑭式が得られたので、近似的に $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$ とみなせることの根拠を述べてみよう。

⑧式より、 e は 0.01672 で微小量であるから

$$\alpha_1 = \frac{(1 + e \cos \theta_1)^2}{\sqrt{1 - e^2}^3} = 1 + \varepsilon_1$$

と書ける。ここに ε_1 は微小量となる。

⑪式において、 $\varphi = 23.44^\circ$ であるから

$$\alpha_2 = \frac{\cos \varphi}{\cos^2 \varphi \cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2} = \frac{\cos \varphi}{1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta_2} = 1 + \varepsilon_2$$

と書ける。ここに ε_2 は微小量となる。

従って、 $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 = 1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ 。これらの近似で、 Δt と $\Delta t_1 + \Delta t_2$ をそれぞれ近似計算すると $\Delta t - (\Delta t_1 + \Delta t_2) \approx 0.7$ S 程度を得る。正しく計算した時と、2つの効果を別々に計算し、加算した時とは 0.7秒程度の違いが出るが、一般に視太陽日のずれは10秒程度のオーダーであるから、 Δt を $\Delta t_1 + \Delta t_2$ と近似しても充分正しいといえる。マイコンによる数値計算の実行結果も、この正しさを明らかにした。

第4章 マイコンによる計算

(Ⅰ) 太陽の黄経、視太陽日ずれの計算

⑬式と⑭式を用いて、視太陽日のずれを計算した。初期設定としては、1984年1月3日18時を暦表時での共通重心近日点通過時刻とした。この時 $S_1 = 2.80295766^\circ$ となる。さらに、 S_2 の設定には1983年の冬至が12月22日11時(暦表時)となることから、 $S_2 = 9.72230354^\circ$ と定めた。計算は⑮式に基づく。

使用したマイコンはSharpのMZ-80Bである。プログラムを図7に示す。手順についてはプログラムを見るとう理解できよう。実行例を図8に示す。

図-7 太陽黄経、視太陽日ずれ、均時差計算プログラム

```

10 REM ソラヨリ 1984.1/1~1985.12/31 (1985.5.10)
11 DIM M(24)
12 M(1)=31:M(2)=29:M(3)=31:M(4)=30:M(5)=31:M(6)=30
14 M(7)=31:M(8)=31:M(9)=30:M(10)=31:M(11)=30:M(12)=31
15 M(13)=31:M(14)=28:M(15)=31:M(16)=30:M(17)=31:M(18)=30
16 M(19)=31:M(20)=31:M(21)=30:M(22)=31:M(23)=30:M(24)=31
20 P=0.99726852:P1=1/P:A=1/801:H=-219.59075
30 E=0.01672:E1=SQRT(1-E):E2=E1*E1
40 F=A*23.44:F1=COS(F):F2=F1*F1:L=279.2794:REM 1984.1.3
55 PRINT "ヒコ:";TAB(6);"ツキ:";TAB(16);"コト:";TAB(27);"ワタ:";TAB(38);"ソラヨリ"
56 PRINT "ヒコ:";TAB(6);"ツキ:";TAB(16);"コト:";TAB(27);"ワタ:";TAB(38);"ソラヨリ"
60 FOR TT=0 TO 731
61 M=1
62 FOR R=1 TO 24
63 M=M*(R)+J-T-M
64 IF J<=0 THEN J=J+M*(R):GOTO 67
65 NEXT R
67 GOSUB 200
70 B1=A*(X-2.802957663)
80 B2=A*(X+9.722303537)
90 C1=COS(B1)
100 A1=(1+E*C1)^2/E2
110 D1=SIN(S2):D2=D1*D1
120 G1=COS(S2):G2=G1*G1
130 A2=F1/(F2+G2+D2)
140 A3=A1*A2
160 H=H-H4*M:INT(1000000*(X-X1)+0.5)/1000000:H4=H3
165 KH=L*X1:IF KH>360 THEN KH=KH-360
166 IF R=12 THEN R=R-12
170 PRINT TT;TAB(6);"R1:";TAB(15);KH;TAB(26);M;TAB(37);H3;TAB(50);H
180 PRINT P;TAB(6);"R1:";TAB(15);KH;TAB(26);M;TAB(37);H3;TAB(50);H
187 VV=VV+H1*X1-X
190 NEXT TT
191 PRINT;PRINT/P
192 PRINT VV;VV/365
193 PRINT/P;VV;VV/365
195 END
200 REM ソラヨリ ソラヨリ T=B
210 GOSUB 300
220 IF D>0 THEN X=X+0.5:GOSUB 300:GOTO 220
230 X=X-0.5:GOSUB 300
240 IF D<0 THEN D1=D1*X+0.1:GOSUB 300:GOTO 240
250 X=X+0.1*(D1/D)
275 X=INT(1000000*X+0.5)/1000000
296 RETURN
300 REM D-CALCULATION
305 IF X>360 THEN X=X-360:D=1
310 B=A*(X-2.802957663)
315 Z=E1*SIN(B)/(1+E*COS(B))
316 IF Z>0.9999999 THEN Y1=0.5*H:GOTO 350
317 IF Z<0.9999999 THEN Y1=1.5*H:GOTO 350
320 Y1=INT(Z/SQR(1-Z*Z))
330 IF (X-93.74098773)*(X-271.8449276)<0 THEN Y1=Y1-Y1
340 IF (X-271.8449276)*(X-362.802957663)<0 THEN Y1=2*H-Y1
350 Y2=E2-Z*Z*H
360 D=TT-2.75-T0*(Y1-Y2)
370 RETURN
    
```

図-8 プログラム 実行例

ヒコ	ツキ	コト	ワタ	ソラヨリ	ソラヨリ
0	1/1	279.2794	0	28.558847	-219.59075
1	1/2	280.29564	1.019243	28.256777	-248.1496
2	1/3	281.31179	1.019262	27.923647	-276.40637
3	1/4	282.32717	1.01927	27.550019	-304.33002
4	1/5	283.35644	1.019268	27.16662	-331.89004
5	1/6	284.3757	1.019254	26.744172	-359.05666
6	1/7	285.39493	1.01923	26.29348	-385.80083
7	1/8	286.41412	1.019195	25.815511	-412.09431
8	1/9	287.43327	1.019151	25.310987	-437.90982
9	1/10	288.45237	1.019095	24.780875	-463.22081

1985年の視太陽日のずれをグラフにしたものが図9である。実線は⑭⑮式に基づいて計算したものであり、点線は⑩⑫式に基づいて計算したものである。

このグラフは地学の参考書で目にするものであるが、独力で同じ結果を得ることができた。

(Ⅱ) 均時差の計算

視太陽日のずれが計算できると均時差を求めることは容易である。視太陽日のずれを逆符号にしたものを毎日加算し、その合計が0になるようにシフトさせたものが均時差となる。元旦で200秒程度の遅れになるが、結果を図10に示す。これもほぼ正しい形で参考書で目にするものを再現できた。図9,10においては、計算において極値をもつ日や0になる日を記入した。1985年度理科年表で得られる値とほぼ一致している。なお、視太陽日のずれ、均時差の計算における角速度の値は、その日の正午の値を平均値として用いている。

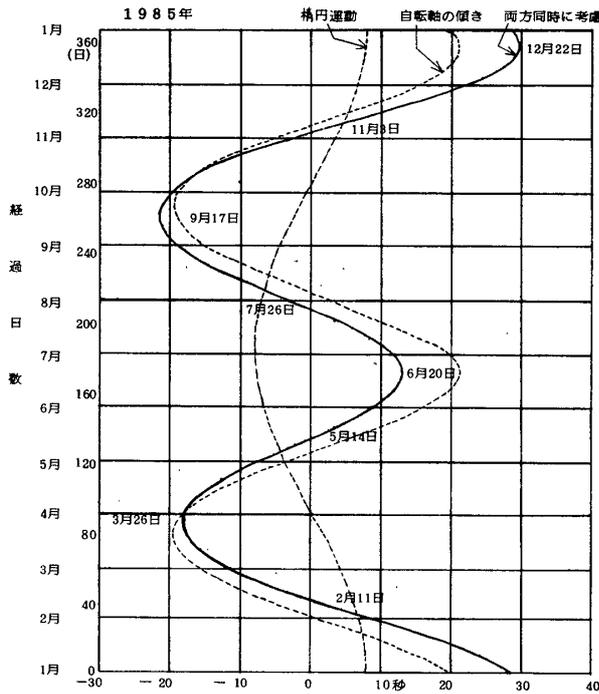


図-9 視太陽日 - 平均太陽日 (秒)

第5章 おわりに

以上で、視太陽日の変化の問題についての考察を終りにするが、この研究において考えさせられることが

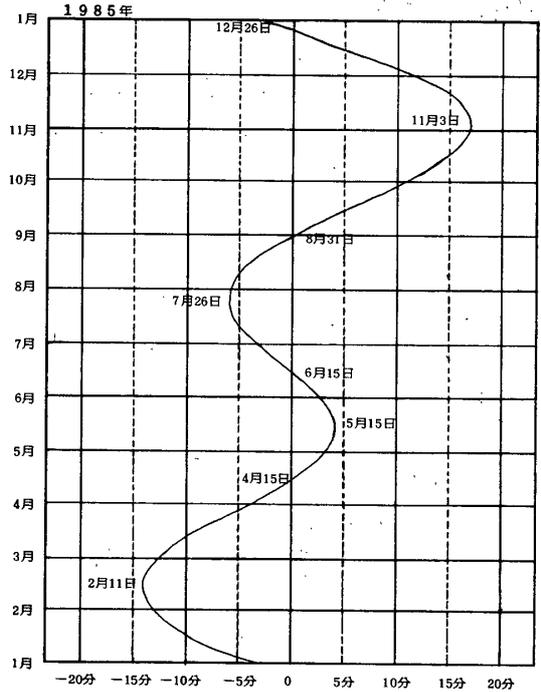


図-10 均時差

数多くあった。自然現象を説明する時、いろいろな原因を考えないといけないことを身にしみて感じた。ケプラー問題が厳密に解けてもそれは共通重心の運動にすぎないこと、近日点通過の意味も深い理解が必要なこと、地球の現象には月の影響が大きくかかわっていること等である。他惑星の影響もあろう。

マイコンの計算においては微小なずれをなくすために倍精度のHu-GBASICを用いて精度を高める努力をした。しかし、結果的にいうと初期設定の方が大きくものを言うことが判明した。単精度と倍精度の違いはほとんどなかった。(⑮における S_1, S_2 の設定)。

さて、今でも筆者自身分らない問題がある。それは、図4のグラフで見られる太陽の黄経 $\Delta\theta$ と黄緯が1年位の周期で大きく変動する現象である。この原因については現在考察中であるが独力で解決してみたい問題である

以上のように、視太陽日の変化に端を発していろいろなことを学ぶ機会を持てたが、本校地学担当の鈴木一悠氏に有益な議論を数多く賜ったので謝意を表わしたい。

参考文献

- 1) 浅田常三郎：物理学精説上巻P.51 (森北出版)
- 2) 新地学研究：旺文社
- 3) 天文年鑑1971~1985年
- 4) 理科年表1984, 1985年