

理科 I の総合理科としての新しい展開の試み

——特に物理・地学分野の指導について——

松 井 一 幸

物理・地学分野を指導してきた経験から、理科 I において、総合理科としての性格を強く出すことや、生徒の理解を重視した教材配列のあり方についての一考察がなされている。

後半部においては、理科 I 指導の中から生まれた、「地球の運動」「水晶にみる鉱物学」についての教材研究の成果が報告されている。

1 はじめに

新教育課程がスタートして今年で5年目になる。本校におけるその現状と問題点については、昨年度の紀要(文献1)で報告している。

筆者は、新指導要領実施の3年目から理科 I の物理・地学分野を指導し、それ以来連続して3年間理科 I を担当している。初めは専門が物理ということもあり、地学分野の教材研究や指導には手を焼いたが、現在では自信を持てるまでになった。

3年目の現在に到っては、理科 I をそのものの意義から、その在り方をもう一度問い直し、授業の全容を組み立て直す必要性のあることを痛感している。

理科 I は、現行教科書においては、物理・化学・生物・地学の各分野が、それぞれ「力とエネルギー」、「物質の構成と変化」、「進化」、「自然界の平衡」という形でコンパクトにまとめられ、おのおのが独立した形で寄せ集められているといった感が強い。終わりに「人間と自然」といった形で曲りなりにも全体が融合的に扱われているにすぎない。

筆者は、担当してから最初の2年間は、現行教科書に沿って物理分野・地学分野の順に教科書中心に授業を進めた。用いた教科書は、1年目は学校図書、2年目は東京書籍の「理科 I」である。この教科書を選んだ強い根拠は特に無いが、本校における生徒の学力面での多様さを第一に考慮して決めた次第である。

理科 I の物理・地学分野においては、学校図書や東京書籍に限らず、殆どの教科書において、物理分野を学習してから地学分野を学習するように内容が組まれている。代表的展開例を上げると次のようである。

物理的分野 「力とエネルギー」

[1] 物体の運動

- ①速度・加速度
- ②運動の法則
- ③落下運動
- ④摩擦と運動

[2] エネルギー

- ①力学的エネルギー
- ②熱と仕事
- ③エネルギーの移り変わりとエネルギー保存の法則

地学的分野 「自然界の平衡」

[3] 地球の構造

- ①地球の形と大きさ
- ②地球の構造
- ③地殻をつくる物質
- ④地球の自転
- ⑤地球の公転

[4] 地球の変化

- ①地球の熱収支
- ②大気と水の流れ
- ③地表の変化
- ④地殻の変化

総合的分野 「人間と自然」

[5] 人間と自然

- ①人間生活と資源・エネルギー
- ②人間生活と環境

使用した教科書の内容に沿って授業を2年間にわたり続けた結果、本校においては、必ずしも教科書に沿った内容の順序が、生徒の理解にとってベストではないということに気づいた。本校に限らず、このようなことは一般にあてはまるのではないかと考えて、理科 I の展開の在り方を摸索した次第である。

まず初めに、現行教科書の内容で授業を展開した結果、どのような問題が出てきたのかを箇条書きでまとめてみたい。

- ①高1の最初の段階で物理分野を学習することは、能力的にみて、少なからず無理があるのではないか。現行の内容を理解させようとする、入学当初の段階においては、数学力の準備不足も手伝って、計算力の無さや、ベクトル、相対速度、エネルギー等の抽象的概念の把握力の貧困が目立つ。この結果、現実には物理消化不良児を大量に発生させることになり、物理嫌い、ひいては理科嫌いを増大させる結果になっていると思われる。
- ②理科Iを当初のねらいである総合理科的に展開する為には、4月の最初から総合理科の精神が授業に鮮明にでるような内容とする必要があるのではないか。
- ③2単位で物理・地学分野を完了することは、生徒の学力の質が多様な学校においては、生徒の理解能力の上で困難を極める。中学との学習内容のつながりを充分考えた上での、内容の精選と授業レベルの適切な設定が、特に必要とされる。
- ④理科Iが登場し必修科目になったことにより、それに続く物理・化学・生物・地学が選択科目になった。これに伴い高2以降の選択科目の決定が、高1の秋の段階で行われることになった。現行教科書のやり方だと、この段階では地学分野の学習が全くなされておらず、中学までの知識や、大学受験での必要性から選択科目が決定されることになり、将来本人の適性に合うかどうかという本質的な問題が残ることになる。

理科Iが出てきた背景には、高校進学率の増大が第1にあげられる。(1)多様な生徒に対応できるようにしつつ、(2)総合的理科の視点にたつて、(3)社会生活に必要な、科学的知識や、判断の基礎となるものを、(4)小・中・高の一貫性のもとに、有機的に学習内容を結びつける……といったねらいを持ったものが理科Iの理念である。

理科Iは、高校1年生を対象として、生徒の発達段階に応じて、弾力的に運営、対処するように定められている。実際の教育現場においては、上述の(1)の点を最もうまく解決すべき問題として、考慮、工夫すべき余地があるように思われる。

学校で学習活動を意義あるものにするためには、行われる授業は、まず楽しく学べる課題を扱うものでなくてはならない。それには、教材は生徒の発達段階にあった適切なレベルのもので、理解可能なものでなくてはならない。それと同時に、生徒の精神に働きかけ、考えさせる側面を持つものでなくてはならない。

上述した観点から理科Iの本校における教育の在り方を見直した結果、以下に述べるような方法に到達し

たので、報告したい。

2 理科I物理・地学分野の新しい展開

新しい展開の仕方を要約すると次のようになる。

1. 生徒にとって身近で理解し易い「地球」をテーマに取り上げ、地理的、歴史的な分野にまである程度踏み込んで、我々の住む地球がどのように認識されてきたかを学ぶ。
2. 身近な物体の運動を調べ、自然界に起こる物体の運動様式(運動の法則、因果律)について学ぶ。
3. 運動の法則や、エネルギー概念をもとに、地球を舞台として起こる自然現象を、方向性も含めて、総合理科的に学ぶ。
4. 自然と人間とのかかわりについて学び、自然と人間の調和について考える。

上述した1~4について、実際授業を展開する上で新しい流れに沿った項目について述べる。

新しい展開の流れ

[1] 地球の構造 (4月~6月)

- ①地球の形と大きさ ……発見の歴史
- ②地球の構造 ……気圏・水圏・地球内部
- ③地殻をつくる物質 ……岩石・鉱物
- ④地球の運動 ……自転・公転

[2] 物体の運動 (7月~10月)

- ①速度・加速度 ……運動の記述
- ②落体の運動 ……運動の解析
- ③力 ……運動・変形の原因
- ④運動の法則 ……運動の因果律
- ⑤いろいろな運動 ……摩擦力・重力下での運動

[3] エネルギー (11月~12月)

- ①力学的エネルギー ……仕事と力学的エネルギー
- ②力学的エネルギー ……運動の新しい見方
保存の法則
- ③熱とエネルギー ……熱現象とエネルギー
- ④エネルギーの移り変わりとおエネルギー保存の法則
- ⑤熱現象の不可逆性と……現象の方向性
方向性

[4] 地球の環境と変化 (1月~2月)

- ①太陽の放射エネルギー ……放射の内容
- ②地球の熱収支 ……全体の熱収支
- ③大気と水の流れ ……エネルギーの大循環
- ④地球の変化 ……プレートテクトニクス

[5] 人間と自然 (3 月)

- ①科学の発達 ……………科学と人間
- ②人間生活と資源・エネルギー……………自然の利用
- ③人間生活と環境 ……………自然との調和

以上のように、地学的分野→物理的分野→地学的分野→総合的分野の順に理科 I 内容を展開してみることにした。この方が生徒の側に立った、分かり易い授業の展開になるのではないだろうか。前節で述べた種々の問題点が、こういったやり方で、ある程度解消されることが期待される。

3 実際に展開しての感触と問題点

前節で述べた新しいやり方で、今年度は高 1 に対して現在授業を行っている途中なので、中間報告的に生徒の授業に対する印象について述べてみたい。

計算に明け暮れる物理からはいるこれまでとは違って、地球というテーマは、生徒にとっては実にとっつき易い内容を持つようである。以前は面談をすると、生徒は理科 I を、高校になってから難しくなった科目に入れていたが、今年の生徒は余り口に出さなくなった。逆に親しみを感じる者が多いようである。「地球」というテーマは身近な話題が多く、しかも理科的に見て、考える内容も多いことから、授業充実に必要な筆者の考える三要素が、充分発揮出来ているようである。地学的分野は話題も多くなり、比較的楽しい授業が展開できるように思われる。

このように見ると、現段階では新しいやり方が一応成功しているように思えるが、問題は物理分野であろう。理科 I で最も指導が難しいのは、物理分野の「力とエネルギー」である。物理は敷居値の高い内容であるので、指導は常に生徒の能力を考えてなされる必要があるので困難が伴う。

旧課程において物理は、物理 I という形で 2 年生から学習した。この時でも、物理概念の抽象性や数学的繁雑さから、食わずぎらいの生徒が結構いたことを考えると、物理分野の理科 I への移行、分割化は、筆者は余り歓迎すべきものではないと考えている。

理科 I 物理分野における内容は、旧来の物理 I 力学分野と比べると、斜方投射や運動量を扱う部分は、後の物理に回されているものの、本質的な部分においては、レベル的にも内容的にも大きく変化していないと思えるからである。理科 I 物理分野が、後に続く選択物理の重要な基礎となることを考える時、理解不十分でここを通過した場合は、後の物理の学習に重大な支障をきたすことが目に見えているからである。残念ながらこのような場合が実に多い。

筆者は、高 2 の物理の 4 月当初の 1 ヶ月間は、理科 I 物理分野の復習に当てている。高 1 の前半にやった理科 I 物理分野は、半年たつと奇麗に忘れ去られているのが常だがらである。教師としては一生懸命教えたつもりでも、何故か高 1 での学習がしっかりと自分のものとはなっていないからである。「力とエネルギー」が理解できていないとそれに続く選択物理を指導することはできない。

このような体験から筆者は、高 1 段階での物理分野の学習それ自体が、学力的に無理な面が多分にあると考えている次第である。今年度は 7 月から 12 月までの高 1 中間段階で物理分野を指導する計画であるが、どのような結果が出るか興味のあるところである。

5 年前の新課程 1 年目の理科 I 物理・地学分野は、地学の先生が担当し、地学分野終了後に後半物理分野を教えられた事があった。このやり方は、理科 I の理念である「地学指導は物理の力・エネルギー概念の応用の線に沿ってなされるべき」とする一般的考えと矛盾するものであったが、高 2 での物理の引き継ぎが大変スムーズにいった感がある。指導教師が変わったものの、生徒にとって物理は分割されず、連続してつながったものとしてとらえられたことによる効果であろうと考えている。またこれは、生徒の発達段階から考えて、物理の学習は高 1 の遅い段階の方が良いことを示すものであるのかもしれない。

新課程の理科 I は、総合化を目指す余り、物理・化学内容の理解を高 1 に要求することとなった。旧課程においては、生物・地学の学習で、ある程度総合理的な面が語られていたようにも思えるのである。発足して 5 年目を迎えた新教育課程制度であるが、理科 I の導入が本当に生徒にとって適切な教育課程となっているのかといった判断は、なおも今後にゆだねられねばならないだろう。

前節で提起した新しいやり方は、過去 2 年間の理科 I 分野の指導を通じて、筆者が合理的指導法と結論した方法である。今年度 1 年間ここで述べた方法で教えてみて、生徒の理解にこれまでとは違った大きな進展が見られるかについては来年度の紀要で報告したい。

なお、ここで報告した新しい理科 I の展開方法と類似の試みが、東京都高等学校「理科 I」研究会から既に「理科 I の指導とその展開」として発表されている(文献 2)のを最近知った。この指導書も充分参考にし、独自の試みもどんどんとりいれて、より本校生徒に適した理科 I 指導の在り方を追求して行きたい。特に、多様な質の生徒を抱える中で、理科 I 物理分野の高 1 での指導のあり方について工夫を凝らしてゆきたい。高 1 での物理分野の指導方法については内容的にまだまだ研究の余地がありそうである。

4 理科 I 地学分野における教材研究

(1) 地球の運動

A) フーコー振子における理論及び実験の指導

地球が自転している証拠を示すものとして、フーコーの振子がある。理論によると振動面の回転は、北半球では時計回り、南半球では反時計回りであり、緯度 θ の地点における 1 日当たりの回転角 Ω は、

$$\Omega = 360^\circ \sin(\theta) \quad (1)$$

で与えられる。

この教材は理科 I における標準的なものであるが、理論及び実験面でのしっかりした指導となるとなかなか難しい面がある。(1) 式の証明方法はいろいろあるが、高 1 レベルで理解可能なものは限られてくる。

その一つに、その緯度での地球に接する円錐を考え、その展開図から 1 日当たりの回転角 Ω を求める方法があるが最善とも思えない。転向力の理解を深めれば、

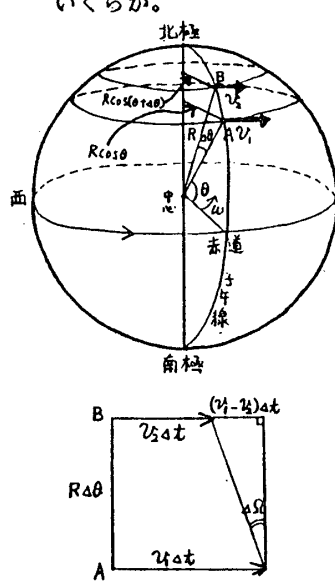
振動面の回転方向は理解できても、定量的理解は困難となる。

筆者は、図-1 に示すような証明法をプリントにし生徒に配布した。微積分をマスターしないと理解できないが、(1) 式を天下一的の与えるよりはベターであると思ったからである。高 1 レベルで全員に理解できるように証明法があるかもしれないので、今後も考えてゆきたい。

さて、フーコー振子の実験を、教室で簡単に見せることはできないものだろうか。市販の装置では小型で性能の優れたものが手に入るが、大変高価なものになる。そこでなんとか手製のもので工夫できないかと思い、思考錯誤のあげく図-2 に示すような装置を作った。やじろうべえの原理を用いた、点接触による単振り子である。

この方法で糸を十分に長くすると、教室でも 20~30 分程度振動させ続けることができ、右回りに振動面が回転していくのを目で確かめることができる。このとき振幅はかなり小さくなってしまいが、回転角は(1)式と大体一致する。実験をする際には、室内の風の方向が大きな影響を与えるので、窓や戸を締め切り、生徒を静かに観察させることも必要である。

問題 緯度 θ の場所におけるフーコー振子の回転角は、1 日当たりいくらか。



フーコー振子の回転する理由
 ☆地球の重力があるため振り子の振動面は、恒星に対して静止はしていない。
 ☆振動面が回転するように見えるのは、自転で左図 B よりも A が速く移動するため、B が遅れることによる。この結果フーコー振子は北半球では振動面が時計回りに回転するように見える。

証明
 地球の半径を R 、角速度を ω 、A 点の緯度を θ 、B 点の緯度を $\theta + \Delta\theta$ とする。
 短い時間 Δt を考える。A、B 地点を拡大すると、左図のようになる。
 図より、
 $V_1 = (R \cos \theta) \omega$ 、
 $V_2 = [R \cos(\theta + \Delta\theta)] \omega$

故に、 Δt 秒間におけるフーコー振子の振動面の回転角を $\Delta\Omega$ とすると、上図の $\Delta\Omega$ と一致する筈である (回転方向は逆)。図より $t \tan \Delta\Omega = (v_1 - v_2) \Delta t / (R \Delta\theta)$ 。 $\Delta\Omega \ll 1$ であるから、 $t \tan \Delta\Omega \approx \Delta\Omega$ と近似できる。

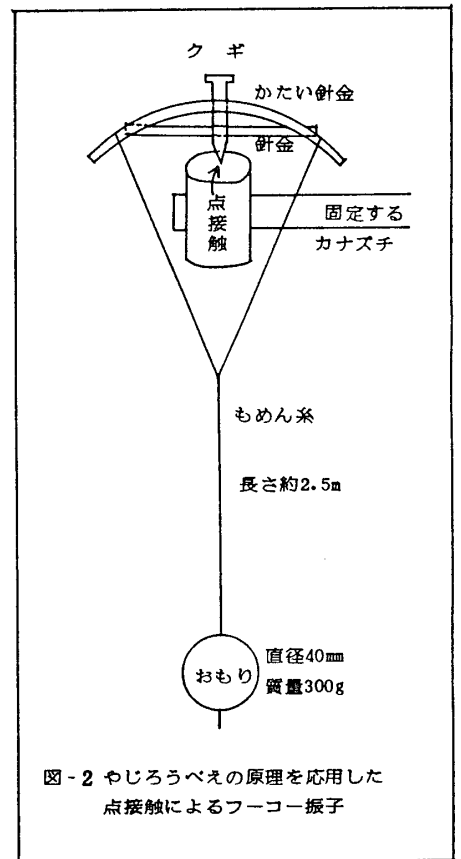
$$\Delta\Omega = \frac{R\omega[\cos\theta - \cos(\theta + \Delta\theta)]}{R\Delta\theta} \Delta t \approx \omega \sin\theta \Delta\theta \Delta t$$

故に、 $\Omega = \int d\Omega = \omega \sin\theta \int dt$ となる。
 従って、1 日の回転角は、地球の自転周期を T とすると、

$$\Omega = \omega \sin\theta \int_0^T dt = \omega T \sin\theta = 360^\circ \sin\theta$$

答 $\Omega = 360^\circ \sin\theta$

図-1 フーコー振子の回転角について



B) 共通重心の近日点通過

1 データーにみる地球の運動

最近18年間の地球の近日点、遠日点通過時刻と、太陽の春分点、夏至点、秋分点、冬至点通過時刻を理科年表(文献3)で調べた。その値を図-3に示す。各通過時刻におけるその時の月齢もあわせて計算して記入した。

図-3には、各点の通過時刻から1年後の通過時刻までの経過時間を、それぞれのデーターの間に書き入れてある。共通重心と書いてあるのは、月と地球の共通重心の近日点及び遠日点における予想通過時刻で、後で説明する理論に基づいて算出した結果であり、理科年表には載っていない独自の値である。

春分点、夏至点、秋分点、冬至点の1年毎の経過時間の値に注意して見ると、各間隔が丁度1太陽年(365日05時間49分)となっていない、各年度によって最高±10分程度のバラツキがみられる。一方、地球の近日点、遠日点通過時刻の間隔を見ると、最高で3日程度の大きなバラツキがあることが分かる。この差が出る原因については、昨年度の紀要で報告している。基本的には、地球の運動は月の影響下にあり、両者が共通重心の回りを回転していることからくる横効果と縦効果によるものとして説明できる。(文献4)

ここで、図-3から、1年毎の各点の経過時間を18年にわたって平均すると、次のようになる。

- ・春分点通過の年平均間隔 365.2424日
- ・夏至点通過の年平均間隔 365.2416日
- ・秋分点通過の年平均間隔 365.2423日
- ・冬至点通過の年平均間隔 365.2434日

これらの間隔は1太陽年(365.2422日)と完全に一致しないが、極めて近い値となっている。

さて図-3をもとに、太陽の回りを回る地球の運動の様子を調べてみよう。

18年間における春分-夏至-秋分-冬至の各間隔の平均値を求めると次のようになる。

- ・春分-夏至間 92日18時間37分
- ・夏至-秋分間 93日15時間23分
- ・秋分-冬至間 89日19時間49分
- ・冬至-春分間 89日00時間02分

これらのデーターと、ケプラーの面積速度一定の法則を考慮すると、太陽の回りを公転する地球の楕円運動の様子は、黄道の北極から見て図-4のようになる。図中には春分の位置等を記入した。実際は、地球の離心率は $e=0.01672$ と小さく、公転軌道を図示すると殆ど円となる。厳密に言葉で表現すると楕円軌道であるから誇張表現して図-4のように示した。

さて、地球の歳差運動により、1年間当り時間にし

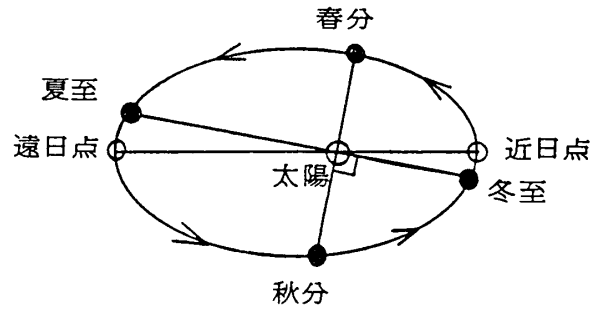


図-4 地球の運動(黄道の北極より)

て20分程度春分点が黄道上を東から西へ移動してゆく(図-4では時計回り)ので、上で計算した間隔は年度の経過により一方向へ変化してゆく一方なので、平均することに意味が無いと考えられるかもしれない。しかし実際に、図-3より例えば冬至-春分間の時間間隔の経年変化を調べると、18年間の変化は、わずかに約15分程度短くなっているだけである。同様に春分-夏至間も15分程度短くなっている。これとは逆に、夏至-秋分間、秋分-冬至間は間隔が長くなってきている。この傾向は春分の位置が少しずつ近日点の方に近づいているとする地球歳差の影響と、面積速度一定の法則から説明できる。18年間の変化は一方向であるとはいえず、極くわずかである。1年毎に20分のずれがそのまま積算されていくわけではないので、上述の各平均値には意味を持たせることができる。

2 共通重心近日点通過時刻の算出の別法

昨年度の紀要「視太陽日の考察」(文献4)において、地球-月の共通重心近日点通過時刻を、月齢を決めてとして独自の理論を展開して算出した。ここでは、図-4に基づく別の簡単な解法を示したい。

昨年の紀要において筆者は、太陽の回りを回る地球-月の共通重心の運動の $\theta-t$ に対する厳密解を与えた。その結果は、次のように表される。

$$\frac{2\pi}{T} = \sin^{-1} Z - eZ \quad (2)$$

ここに、 $Z = \sqrt{1-e^2} \sin \theta / (1 + e \cos \theta)$ で、 T は1恒星年、 e は離心率、 $\theta=0$ は近日点である。

一方、図-4での冬至から春分までの所要時間は、18年間の平均をとって、89日00時間02分である。(2)式とこの所要時間により、冬至から共通重心近日点通過時刻までの時間を計算することができる。 θ と $\theta+90^\circ$ の2地点における通過時間の差が、冬至-春分の時間間隔と一致するように冬至の位置 θ を一意的に決めることができるからである。 θ が決まれば、(2)式に基づいて、 $\theta=0$ になるまでの時間を求めれば、それが冬至から共通重心近日点通過時刻までの時間となる。

図-3 地球の運動

近日点, 春分点, 夏至点, 秋分点, 冬至点の通過時刻とその時の月齢, (月-地球の共通重心通過時刻は今回の理論で計算した値) 注) 時刻は日本時

| 年度 | 近日点 1月 | | | 春分点 3月 (黄経0度) | | | 夏至点 6月 (黄経90度) | | | 遠日点 7月 | | | 秋分点 9月 (黄経180度) | | | 冬至点12月 (黄経270度) | | |
|------|-------------------|------|----------|----------------------------|------|----------|----------------------------|------|----------|-------------------|------|----------|----------------------------|------|----------|-----------------------------|------|----------|
| | 通過日時 | 月齢 | 共通重心 | 通過時刻 | 月齢 | 共通重心 | 通過時刻 | 月齢 | 共通重心 | 通過日時 | 月齢 | 共通重心 | 通過時刻 | 月齢 | 共通重心 | 通過時刻 | 月齢 | 共通重心 |
| 69 | 03日10時 -363 20 | 14.3 | | 3月21日 04時08分 -365 05-48 | 2.6 | | 6月21日 22時55分 -365 05-48 | 6.7 | 4d23h36m | 06日05時 -363 19 | 19.7 | 4d23h36m | 9月23日 14時07分 -365 05-52 | 11.4 | 4d23h36m | 12月22日 09時44分 -365 05-52 | 12.6 | 4d23h36m |
| 1970 | 02 06 -367 22 | 23.5 | 3d20h37m | 3 21 09 56 5-42 | 13.2 | 3d20h37m | 6 22 04 43 5-37 | 17.7 | 5 05 21 | 05 00 -364 13 | 1.2 | 5 05 21 | 9 23 19 59 5-46 | 22.6 | 5 05 21 | 12 22 15 36 5-48 | 23.4 | 5 05 21 |
| 71 | 05 04 -363 09 | 7.4 | 4 02 29 | 3 21 15 38 5-44 | 23.9 | 4 02 29 | 6 22 10 20 5-46 | 28.6 | 5 10 58 | 04 13 -366 13 | 12.1 | 5 10 58 | 9 24 01 45 5-48 | 4.1 | 5 10 58 | 12 22 21 24 5-49 | 4.7 | 5 10 58 |
| 72 | 03 13 -365 08 | 16.0 | 4 08 17 | 3 20 21 22 5-51 | 5.0 | 4 08 17 | 6 21 16 06 5-55 | 9.8 | 4 16 44 | 06 02 -363 22 | 22.8 | 4 16 44 | 9 23 07 33 5-48 | 15.2 | 4 16 44 | 12 22 03 13 5-55 | 16.0 | 4 16 44 |
| 73 | 02 21 -366 22 | 27.7 | 3 14 06 | 3 21 03 13 5-54 | 15.8 | 3 14 06 | 6 21 22 01 5-37 | 20.3 | 4 22 39 | 04 00 -366 11 | 4.0 | 4 22 39 | 9 23 13 21 5-38 | 26.1 | 4 22 39 | 12 22 09 08 5-48 | 27.2 | 4 22 39 |
| 74 | 04 19 -363 03 | 10.8 | 3 20 01 | 3 21 09 07 5-50 | 16.8 | 3 20 01 | 6 22 03 38 5-48 | 1.6 | 5 04 16 | 05 11 -366 01 | 14.6 | 5 04 16 | 9 23 18 59 5-56 | 7.3 | 5 04 16 | 12 22 14 56 5-50 | 8.5 | 5 04 16 |
| 75 | 02 22 -366 22 | 19.8 | 4 01 49 | 3 21 14 57 5-53 | 8.2 | 4 01 49 | 6 22 09 26 5-58 | 12.2 | 5 10 04 | 06 12 -362 01 | 25.2 | 5 10 04 | 9 24 00 55 5-53 | 17.9 | 5 10 04 | 12 22 20 46 5-49 | 19.5 | 5 10 04 |
| 76 | 04 20 -364 23 | 2.9 | 4 07 39 | 3 20 20 50 5-52 | 19.5 | 4 07 39 | 6 21 15 24 5-50 | 23.2 | 4 16 02 | 03 13 -368 16 | 6.7 | 4 16 02 | 9 23 06 48 5-42 | 28.4 | 4 16 02 | 12 22 02 35 5-49 | 0.6 | 4 16 02 |
| 77 | 03 19 -363 13 | 13.3 | 3 13 28 | 3 21 02 42 5-52 | 0.9 | 3 13 28 | 6 21 21 14 5-56 | 4.7 | 4 21 52 | 06 05 -364 04 | 17.7 | 4 21 52 | 9 23 12 30 5-56 | 9.7 | 4 21 52 | 12 22 08 24 5-57 | 11.3 | 4 21 52 |
| 78 | 02 08 -368 00 | 22.3 | 3 19 17 | 3 21 08 34 5-48 | 11.9 | 3 19 17 | 6 22 03 10 5-46 | 16.0 | 5 03 48 | 05 09 -363 21 | 28.9 | 5 03 48 | 9 23 18 26 5-51 | 20.7 | 5 03 48 | 12 22 14 21 5-49 | 21.9 | 5 03 48 |
| 79 | 05 08 -363 16 | 5.2 | 4 01 14 | 3 21 14 22 5-48 | 22.5 | 4 01 14 | 6 22 08 56 5-51 | 27.0 | 5 09 34 | 04 06 -366 20 | 10.5 | 5 09 34 | 9 24 00 17 5-52 | 2.2 | 5 09 34 | 12 22 20 10 5-46 | 3.1 | 5 09 34 |
| 1980 | 04 00 -364 11 | 15.2 | 4 07 03 | 3 20 20 10 5-53 | 3.7 | 4 07 03 | 6 21 14 47 5-58 | 8.3 | 4 15 25 | 06 02 -364 06 | 21.3 | 4 15 25 | 9 23 06 09 5-57 | 13.5 | 4 15 25 | 12 22 01 56 5-55 | 14.1 | 4 15 25 |
| 81 | 02 11 -367 09 | 25.5 | 3 12 49 | 3 21 02 03 5-43 | 14.3 | 3 12 49 | 6 22 02 23 5-38 | 0.2 | 4 21 23 | 04 08 -365 15 | 2.7 | 4 21 23 | 9 23 12 06 5-41 | 24.5 | 4 21 23 | 12 22 07 51 5-48 | 25.4 | 4 21 23 |
| 82 | 04 20 -363 05 | 9.1 | 3 18 44 | 3 21 07 56 5-43 | 25.1 | 3 18 44 | 6 22 08 09 5-46 | 10.8 | 5 03 01 | 06 19 -366 20 | 13.2 | 5 03 01 | 9 23 17 47 5-55 | 5.9 | 5 03 01 | 12 22 13 39 5-51 | 6.8 | 5 03 01 |
| 83 | 03 01 -366 06 | 18.3 | 4 00 32 | 3 21 13 39 5-45 | 6.5 | 4 00 32 | 6 22 08 09 5-53 | 21.5 | 5 08 47 | 03 15 -361 20 | 23.8 | 5 08 47 | 9 23 23 42 5-51 | 16.5 | 5 08 47 | 12 22 19 30 5-53 | 17.9 | 5 08 47 |
| 84 | 04 07 -365 22 | 0.7 | 4 06 23 | 3 20 19 24 5-50 | 17.6 | 4 06 23 | 6 21 14 02 5-42 | 21.5 | 4 14 40 | 03 15 -368 04 | 5.1 | 4 14 40 | 9 23 05 33 5-34 | 27.1 | 4 14 40 | 12 22 01 23 5-45 | 28.7 | 4 14 40 |
| 85 | 04 05 -363 09 | 12.3 | 3 12 16 | 3 21 01 14 5-49 | 28.7 | 3 12 16 | 6 21 19 44 5-46 | 2.9 | 4 20 22 | 05 19 -365 00 | 16.0 | 4 20 22 | 9 23 11 07 5-52 | 8.3 | 4 20 22 | 12 22 07 08 5-54 | 9.9 | 4 20 22 |
| 86 | 02 14 | 21.2 | 3 18 01 | 3 21 07 03 | 10.3 | 3 18 01 | 6 22 01 30 | 14.1 | 5 02 08 | 05 19 | 27.8 | 5 02 08 | 9 23 16 59 | 19.0 | 5 02 08 | 12 22 13 02 | 20.5 | 5 02 08 |

1 恒星月=27.321661日
1 朔望月=29.530589日

- <参考>
- 1 恒星年=365.25636052日=365日+06時間+09分+09秒+549
 - 1 太陽年=365.24219326日=365日+05時間+48分+45秒+498
 - 1 近点年=365.25964407日=365日+06時間+13分+53秒+248

1 恒星年-1 太陽年=0.0142日=20分24秒 (角度にして50.3秒)
(地球の歳差運動の影響で春分点が東から西へ移動する。この結果 1 太陽年は 1 恒星年と比べて約20分短い。)

```

5 REM **コソノノコソノ S-T
10 T=265.2364:E=0.01672:ER=SQR(1-E*E)
20 TD=T/2/π
25 PRINT TAB(2);"カソト";TAB(11);"カソメレ";TAB(31);
26 PRINT TAB(31);"カソレレ";TAB(31);"カソコソコソコソ"
27 PRINT/P TAB(2);"カソト";TAB(11);"カソメレ";TAB(31);
28 PRINT/P TAB(31);"カソレレ";TAB(31);"カソコソコソコソ"
30 INPUT SO:GOSUB 200
40 YB=Y:SB=SO
50 SO=SO+90:GOSUB 200
60 PRINT SB,YB,Y,Y-YB
65 PRINT/P SB,YB,Y,Y-YB
70 GOTO 30
200 S=π/180*SO
210 Z=ER*SIN(S)/(1+E*COS(S))
220 IF Z>0.9999999 THEN Y1=0.5*π:GOTO 270
230 IF Z<-0.9999999 THEN Y1=1.5*π:GOTO 270
240 Y1=ATN(Z/SQR(1-Z*Z))
250 IF (SO-90.93803)*(SO-269.04197)<0 THEN Y1=π-Y1
260 IF (SO-269.04197)*(SO-360)≠0 THEN Y1=2*π+Y1
270 Y2=E*Z
280 Y0=Y1-Y2
290 Y=TD*Y0
300 RETURN
    
```

図-5 6 - t の厳密解による地球の位置 決定プログラム

マイコンを用いて計算を行った。そのプログラムを図-5に示す。結果は、 $\theta = -12.69015^\circ$ であり、その所要時間は、 $t = 12$ 日10時間53分となった。従って前の年の冬至点通過時刻に t を加えた値が、共通重心近日点通過時刻となる。この値を図-3に記入した。

同じようにして夏至-秋分間の時間間隔93日15時間23分を用いて、夏至から共通重心遠日点までの角度と所要時間を求めたところ、 $\theta' = 12.4237^\circ$ 、 $t' = 13$ 日00時間38分となった。夏至点通過時刻に t' を加えた値を共通重心遠日点通過時刻として図-3に記入した。

以上のように、冬至点、夏至点通過時刻にそれぞれ t 、 t' を加えることにより、共通重心通過時刻としたのであるが、その値が厳密に分のオーダーまで正しいかというところではない。共通重心通過時刻はそれぞれ $t = 12$ 日半、 $t' = 13$ 日程度、冬至、夏至から遅れるとみなす方が妥当であろう。

3 地球の近日点通過の遅れ…理論との比較

前年度の紀要(文献4)で、何故地球の近日点通過が共通重心の近日点通過からずれるのかの理論的考察を行った。前節において別の方法で共通重心近日点通過時刻が求まったので、前年度の理論の妥当性を検討してみたい。

文献5の⑦式より、

$$\sin(0.213t + \phi_1) = 0.776t$$

ここで、 $\phi_2 = \omega_1 t + \phi_1$ より、上式は

$$\sin(\phi_2 - \omega_0 t) = 0.776t \text{ と変形できる。}$$

これより、 ϕ_2 について解くと、

$$\phi_2 = \sin^{-1} 0.776t + 0.0178t$$

となる。ここに、 ϕ_2 は地球が近日点を通る時の位相である。この位相は月齢と関係しているから、地球の近日点通過時刻から共通重心近日点通過時刻までの遅れ t を近日点通過時刻における月齢 ϕ に対して求

めると次のようになる。 $\phi = (1 \text{ 朔望月} / 2\pi) \times \phi_2$,

$$\phi = \frac{29.53}{2\pi} (\sin^{-1} 0.776t + 0.0178t) \quad (3)$$

図-6に、前節で求めた値と図-3のデータから得られる値との差を●印で示す。図中には(3)式で表される理論曲線を併せて記入した。理論曲線と前節で求めた結果に基づく値(●印)とはほぼほぼよい一致をみる。

従ってここでの計算結果や昨年の理論は、大枠において正しいものであると結論できる。

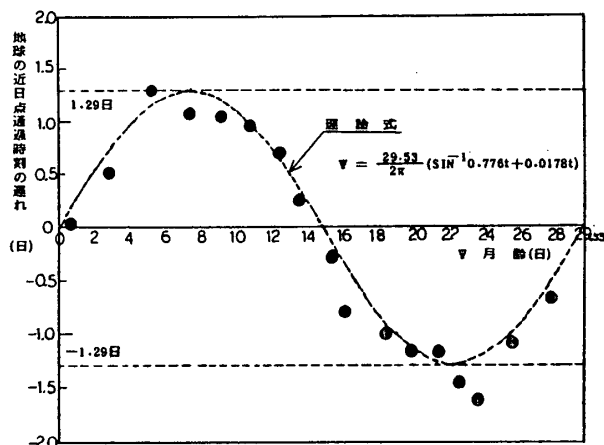


図-6 地球の近日点通過時刻の共通重心近日点通過時刻に対する遅れ

(2) 鉱物学

C) 水晶にみる鉱物学

理科 I 地学分野で岩石や鉱物を指導する時、身近な例をあげて話をするとなりがちが多い。水晶はその一つの例である。そこで、水晶を中心として結晶の構造や面角、密度について、一般的な考察を行った。また、具体的な結晶構造模型の製作のすぐれた方法と思われるものを考案したので報告してみたい。

1 面角計算の理論

3次元直交 $x y z$ 座標軸をとる。3点 $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$, $(0, 0, c)$ を通る面の方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y + \frac{1}{c}z = 1$$

ここに、 $h = 1/a$, $k = 1/b$, $l = 1/c$ とおくと面の方程式は、 $hx + ky + lz = 1$ となる。これに平行な面は全て h, k, l の比が同じとなるので、これらの面を $(h \ k \ l)$ で表す。この表記法はミラー指数による面の表現と呼ばれる。ここでは、 $hx + ky + lz = 1$ となる面を $(h \ k \ l)$ と表すことにする。

さてこのように表される2つの面 (h_1, k_1, l_1) と (h_2, k_2, l_2) とのなす角 α を求める公式を導いてみよう。

原点から面 (h_1, k_1, l_1) に垂直で、面に向かう法線ベクトル \vec{N}_1 は、次のように与えられる。

$$\vec{N}_1 = d_1^2 (h_1, k_1, l_1)$$

ここに、 $d_1 = 1 / \sqrt{(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)}$ である。

同じく原点から面 (h_2, k_2, l_2) に垂直で、面に向かう法線ベクトル \vec{N}_2 は次のように与えられる。

$$\vec{N}_2 = d_2^2 (h_2, k_2, l_2)$$

ここに、 $d_2 = 1 / \sqrt{(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)}$ である。

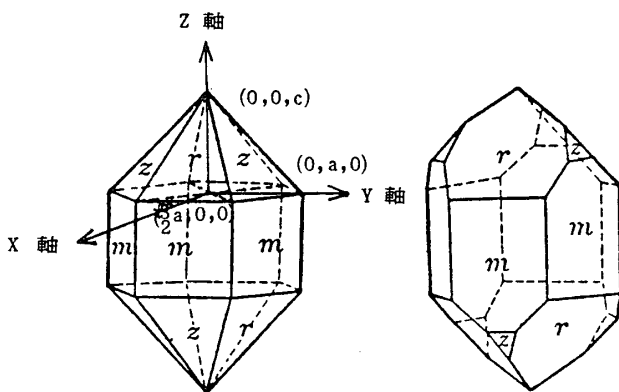
この2つの法線ベクトルのなす角が、今問題にしている2つの面のなす角と一致する。内積の性質を用いると次式を得る。

$$\cos \alpha = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)} \sqrt{(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)}} \quad (4)$$

(4) 式をみて分かるように、当然のことながらミラー指数の組の比が同じである面どうしの面角は等しくなる。この式を用いると全ての面に対する面角を計算することができる。

(100) 面と (010) 面のなす角という簡単な問題に上式を応用してみる。 $h_1 = 1, k_1 = 0, l_1 = 0, h_2 = 0, k_2 = 1, l_2 = 0$ であるから (3) 式に代入すると、 $\cos \alpha = 0$ となり、 $\alpha = 90^\circ$ で、確かに2つの面は直交することが示せた。

2 水晶における面角の計算



$$\begin{aligned} rr', 10\bar{1}1 \wedge \bar{1}101 &= 85^\circ 46' \\ rz, 10\bar{1}1 \wedge 01\bar{1}1 &= 46^\circ 16' \\ mr, 10\bar{1}0 \wedge 10\bar{1}1 &= 38^\circ 13' \end{aligned}$$

図-7 水晶の形の代表的例 (文献6より)

水晶における各面のなす角は、図-7に示すようになっていいる。このような形および面角になるのは、深く結晶構造とかかわっている。低温石英の場合、結晶構造は三方晶係で、その格子定数は $a = 4.9130 \text{ \AA}$ 、 $c = 5.405 \text{ \AA}$ で、その比を g とする ($g = c/a$) と、 $g = 1.1001$ であることが分かっている。

そこで、図-7中で示されているように、水晶中に X, Y, Z 軸を設定し、面のミラー指数を定め、各々の面のなす角をここで導いた公式 (4) を用いて計算してみる。

(1) 面角 $r \wedge z$ の計算

r 面のミラー指数は $((2/\sqrt{3})g, 0, 1)$ であらわされる。故に、 $h = (2/\sqrt{3})g, k = 0, l = 1$ となる。 z 面のミラー指数は $((1/\sqrt{3})g, g, 1)$ であらわされる。故に、 $h = (1/\sqrt{3})g, k = g, l = 1$ となる。従って、

$$\cos \alpha = \frac{1 + (2/3)g^2}{1 + (4/3)g^2}$$

となる。ここで、 $g = 1.1001$ を用いると、 $\cos \alpha = 0.6913$ となり、 $\alpha = 46.27^\circ = 46^\circ 16'$ を得る。これは文献6に示されている図-7の下の測定値 $r \wedge z = 46^\circ 16'$ と完全に一致する。

(2) 面角 $r \wedge m$ の計算

r 面のミラー指数は $((2/\sqrt{3})g, 0, 1)$ であらわされ、 $h = (2/\sqrt{3})g, k = 0, l = 1$ であった。 m 面のミラー指数は $((2/\sqrt{3})g, 0, 0)$ であらわされる。故に、 $h = (2/\sqrt{3})g, k = 0, l = 0$ となる。従って、

$$\cos \alpha = \frac{(2/3)g}{\sqrt{1 + (4/3)g^2}}$$

となる。ここで、 $g = 1.1001$ を用いると、 $\cos \alpha = 0.7857$ となり、 $\alpha = 38.21^\circ = 38^\circ 13'$ を得る。この場合も測定値 $r \wedge m = 38^\circ 13'$ と完全に一致する。

このように、結晶構造と格子定数から問題になっている面のミラー指数を算出し、公式 (4) を用いることによって、鮮やかに面角を引き出せることが分かった。

3 SiO₂ 鉱物の種類とその結晶構造模型の製作

SiO₂ でできる結晶を調べていると、圧力、温度の異なる条件下で、いろいろな結晶構造をもつものがあることを知った。その全ては、基本的には SiO₄ 四面体が3次元的につながった立体構造を持つものとして捕らえることができる。それらの種類は図-8に

図-8 いろいろなSiO₂鉱物

| SiO ₂ 鉱物 | 晶系 | 格子定数 | | | 立方体の一辺 P の値 | O-O距離 | Si-O 距離 | 密度 (g/cm ³) |
|---------------------|----|---------------------------|--------------|------------------|-------------|-------|---------|-------------------------|
| | | a | b | c | | | | |
| α 石英 | 三方 | $(1+\sqrt{3}\cos\theta)P$ | | $(3\cos\theta)P$ | 1.83 | 2.59 | 1.58 | 2.65 |
| | | 4.9130 | | 5.405 | | | | |
| β 石英 | 六方 | $(1+\sqrt{3})P$ | | 3P | 1.83 | 2.59 | 1.58 | |
| | | 4.999 | | 5.457 | | | | |
| α トリディマイト | 斜方 | $4\sqrt{2}P$ | $4\sqrt{6}P$ | $(16/\sqrt{3})P$ | 1.75 | 2.47 | 1.51 | 2.26 |
| | | 9.88 | 17.1 | 16.3 | | | | |
| β トリディマイト | 六方 | $2\sqrt{2}P$ | | $(8/\sqrt{3})P$ | 1.78 | 2.52 | 1.54 | |
| | | 5.03 | | 8.22 | | | | |
| α クリストバライト | 正方 | $\sqrt{2}(1+\cos\theta)P$ | | $(4\cos\theta)P$ | 1.78 | 2.52 | 1.52 | 2.30 |
| | | 4.98 | | 6.95 | | | | |
| β クリストバライト | 立方 | 4P | | | 1.78 | 2.52 | 1.54 | |
| | | 7.13 | | | | | | |
| コーサイト | 単斜 | 7.16 | | 7.16 | | | | 2.915 |
| ステイショバイト | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |

注) αは低温型、βは高温型

※長さの単位は、オングストローム (Å)

示すものがこれまでに発見されている。文献5参照。

筆者は文献7を参考にして、図-8に示されている殆どのSiO₂ 鉱物の結晶構造(単位胞)模型を、銅線をハンダ付けする方法で製作した。太目の銅線を用い1辺が3cmの基本正四面体を多数作り、それらを銅線によるハンダ付けで立体的に組み立てるのであるが銅線が二重にならないように苦心した。

この種の模型製作には、竹ひごや、ボール紙を用いる方法があるが、固定するのが難しく、出来ても非常に不安定な場合が多いので複雑な模型製作には適さない。銅線をハンダ付けする方法は、しっかりと固定できることと製作も極めて簡単なので、生徒に実習させることも可能となろう。

筆者は、結晶構造(単位胞)模型の製作を通じて、SiO₂ の各鉱物のできかたや相違が殆ど完全に理解できた。この結果、測定されているデータと、格子定数及び基本SiO₂ 正四面体との関連から、各原子間の距離を算出した。図-8の右端に示してある。それぞれの距離の意味は、図-9に示してある。

文献5によれば、けい酸塩鉱物のO-O間距離 l は約2.6~2.8Å, Si-O間距離は約1.50~1.70Åと記されている。ここでの格子定数から求めた値はそれと比較するとやや小さめの値である。

鉱物の結晶構造や格子定数がかかると、鉱物の密度も容易に計算することができる。

単位胞に注目して、その中に含まれる原子の全質量 m を計算し、それを単位胞の体積 V で割れば密度 ρ が得られる。 m は組成式に基づく分子量 M と単位胞に含まれるその数 Z とアボガドロ数 N からもとめることができ $m=MZ/N$ と書ける。 V は結晶構造と格子定数から、 a, b, c を用いて表現できる。

従って、 $\rho=m/V=MZ/VN$ [g/cm³]となる。

α水晶の場合、 $V=3\sqrt{3}ac/2, Z=9$ であるから、上式より $\rho=2.65$ g/cm³を得る。文献5による

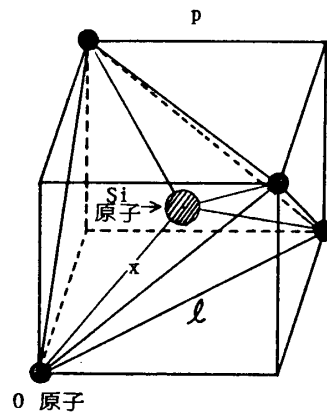


図-9 SiO₄ 正四面体

正四面体は立方体の中に入り、その中心に入り、その中心にSi、コーナーにO原子がくる。けい酸塩鉱物においてはこのSiO₄四面体が3次元フレームの中心となる

実験値も、2.65 g/cm³であり、ピタリと一致する。

βクリストバライトの場合、 $V=a^3, Z=8$ である。このとき、 $\rho=2.20$ g/cm³となる。実験値は2.30 g/cm³でありこの場合は5%程度小さい。この理由は今のところはっきりしない。αとβの違いであろうか。

このように、面角や密度が驚く程の精度で算出できることは感動に値することであり、鉱物学の面白さでもある。理科Iの教材研究を通して、数学・物理・化学・地学の各方面に対する理解が深まることは、理科Iを担当するものの大きな喜びでもある。

参考文献

- 1) 三橋, 鈴木, 安井, 松井, 高橋; 本校紀要第30集 P.102 (1985)
- 2) 東京都高等学校「理科I」研究会; 「理科Iの指導とその展開」実教出版(1979)
- 3) 理科年表; 1969~1986年
- 4) 松井一幸; 本校紀要第30集 P.116 (1985)
- 5) 森本, 砂川, 都城; 「鉱物学」岩波書店(1975)
- 6) Dana, Ford; 「A Text of mineralogy」Forth Edition (1969)
- 7) Deer, Howie, Zussman; 「Rock Forming Minerals」より