2．紀要補遺と計算機について行った簡単な実験

鈴 木 一 悠

Ⅰ．紀要補遺——天文経緯度および真南方向の決定

1．はじめに

先に（名古屋大学教育学部附属学校紀要第31集p. 3「天文の授業を面白くする一つの試み」）ある特定の天体を望遠鏡で見ようというとき，その天体の赤経赤緯，観測日時時刻とともに観測点の正確な天文経緯度および観測点における正確な南方向が必要であることを書きました。そのとき，この天文経緯度の正確な決定法および真南方向の正確な決定法を自分が未だ見出していないことも書きました。これらの決定法（簡単だと思われる）を見つけましたので記します。（とうの昔に見つけられているのかも知れませんが。）

2．天体の位置

上記紀要に記したように，どんな天体でもよいある天体がどの方位，どれだけの高度に見えるかは次式で決まりました：

$\sinh=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos(\theta-\alpha)$ ……… (1)

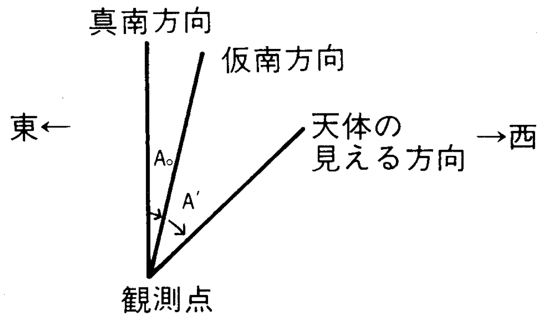
$\cosh\sin A=\cos\delta\sin(\theta-\alpha)$ ……… (2)

$\theta=\theta_0+\lambda+1.00273791t$ ……… (3)

ここにh，Aはこの天体が見える高度角および方位角λ，ζは観測点の天文経度および天文緯度，α，δはこの天体の赤経および赤緯，θ_0は観測日時の世界時0時におけるグリニッジ視恒星時，tは世界時で表した観測時刻でした。

3．観測点の天文経緯度および真南方向の決定

いまから記そうとする方法は，どんな天体でもよい赤経赤緯のよく分った（観測された）天体の高度角および方位角を測定して，その結果から観測点の天文経緯度および真南方向を計算で出そうというものです。



さて方位角の測定は，真南方向が分らないのですから仮の南方向を定めて行います。図のように仮南方向の真南方向からの方位角をA_0，天体の見える方向の仮南方向からの方位角をA′とすれば（A_0が未知数，A′が測定値となります），この天体の方位角Aは

$A=A_0+A'$ ……… (4)

となります。したがって(1)~(4)式を整理して記しますと

$\sinh=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos(\theta_0+\lambda+1.00273791t-\alpha)$ ……… (5)

$\cosh\sin(A_0+A')=\cos\delta\sin(\theta_0+\lambda+1.00273791t-\alpha)$ ……… (6)

となります。

ここに記す方法では，hは3回（3つの時刻について），A′は1回測定します。測定回数を示す1，2，3を付して(5)，(6)式を記すと下のようになります。

$\sinh_1=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos(\theta_1+\lambda)$ …… (7)

$\sinh_2=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos(\theta_2+\lambda)$ …… (8)

$\sinh_3=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos(\theta_3+\lambda)$ …… (9)

$\cosh_1\sin(A_0+A'_1)=\cos\delta\sin(\theta_1+\lambda)$ ……… (10)

ただし$\theta_0+1.00273791t_1-\alpha=\theta_1$，$\theta_0+1.00173791t_2-\alpha=\theta_2$，$\theta+1.00273791t_3-\alpha=\theta_3$のように略記しました。

hを3回測定するのは次の理由によります。すなわち(7)~(9)式を展開した形で記すと

$\sinh_1=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\times(\cos\theta_1\cos\lambda-\sin\theta_1\sin\lambda)$ ……… (11)

$\sinh_2=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta$

$\times(\cos\theta_2\cos\lambda-\sin\theta_2\sin\lambda)$ …………… (12)

$\sinh_3=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta$

$\times(\cos\theta_3\cos\lambda-\sin\theta_3\sin\lambda)$ …………… (13)

となりますが，これらの3式で $\sin\varphi$，$\cos\varphi\cos\lambda$，$\cos\varphi\sin\lambda$ を未知数として扱うという取扱いをするためにです。

（φ，λ を求めるためには原理的には h の測定を2回行うだけでよいわけですが，ここに記したように3回行うのは計算を簡単にするためです。）

（11）～（13）式で $\sin\varphi=x$，$\cos\varphi\cos\lambda=y$，$\cos\varphi\sin\lambda=z$ と置いて x，y，z を求めると

$$x=\frac{1}{\sin\delta}\times\frac{\sinh_1\times\sin(\theta_2-\theta_3)+\sinh_2\times\sin(\theta_3-\theta_1)+\sinh_3\times\sin(\theta_1-\theta_2)}{\sin(\theta_2-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta_1)+\sin(\theta_1-\theta_2)} \quad\cdots\cdots (14)$$

$$y=\frac{1}{\cos\delta}\times\frac{\sinh_1(\sin\theta_3-\sin\theta_2)+\sinh_2(\sin\theta_1-\sin\theta_3)+\sinh_3(\sin\theta_2-\sin\theta_1)}{\sin(\theta_2-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta_1)+\sin(\theta_1-\theta_2)} \quad\cdots\cdots (15)$$

$$z=\frac{1}{\cos\delta}\times\frac{\sinh_1(\cos\theta_3-\cos\theta_2)+\sinh_2(\cos\theta_1-\cos\theta_3)+\sinh_3(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}{\sin(\theta_2-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta_1)+\sin(\theta_1-\theta_2)} \quad\cdots\cdots (16)$$

となります。(14)式から φ が求まり，(15)および(16)式から $z/y=\tan\lambda$ ですから λ が求まることになります。次いで λ を(10)式へ代入すれば A_0 が求まります。

4．終りに

A_3 の測定は，上記のように1回だけの A' の測定から求めるのでなく，h の測定のとき A' の測定も同時に3回とも行いそれぞれの A' の位置から A_0 を求め平均するという仕方で行ってもよいと思います。

観測点の天文経緯度および真南方向の決定方法は上記の通りですが，未だ自宅とか学校の敷地とかについてこの方法を試してありません。折りを見て試してみたいと考えています。どんな結果になるか，果して地形図から読み取れる地理経緯度に近い値が出てくるのが楽しみです。なおこの方法について，誤りの個所の指摘などご批判いただければ幸いです。

Ⅱ．計算機について行った簡単な実験

1．はじめに

計算機のもっている乱数発生の機能をサイコロを振る代わりに使えないかを調べてみました。計算機は0から1の間の乱数を次々と発生しますが，この乱数をサイコロの目の代わりにできないかというわけです。まず始めに，計算機はどんな乱数を発生するかを調べてみました。上記の0から1の間の数の小数第1位の値に注目してこの値がどんな分布をしているかを調べてみました。乱数を5,000回発生させたときの結果は次のようになりました。

小数第1位の値	その値の出た回数	相対度数
0	553	0.1106
1	487	0.0974
2	513	0.1026
3	504	0.1008
4	472	0.0944
5	457	0.0914
6	509	0.1018
7	489	0.0978
8	505	0.101
9	511	0.1022
計	5000	1

どの値も同じように出ていると言ってよいでしょう。

2．計算機の発生する乱数はサイコロの目の代わりになるか。

次に乱数の第1位の値の中1から6だけに注目してその出方を調べてみました。この時は0または7，8，9の時は発生のし直しをさせるわけです。1から6の値だけで全部で5,000回出るように発生させた時の結果は次のようになりました。

1回目の実験			2回目の実験		
小数第1位の値	その値の出た回数	相対度数	小数第1位の値	その値の出た回数	相対度数
1	773	0. 1546	1	806	0. 1612
2	853	0. 1706	2	877	0. 1754
3	846	0. 1692	3	847	0. 1694
4	831	0. 1662	4	793	0. 1586
5	838	0. 1676	5	815	0. 163
6	859	0. 1718	6	862	0. 1724
計	5000	1	計	5000	1

1から6のどの値も大体同じように出ています。これならサイコロの目の代わりになりそうです。

3．実際の試み

そこで実際の例について乱数発生をサイコロ振りの代わりに使ってみました。「基礎課程，数理統計」（河田敬義，丸山文行共著　裳華房）なるテキストに次のような，サイコロを実際に振って得たと思われる例が出ていました。

「12個のサイコロを投げて，その中6の目の出たサイコロの個数Xを考える。Xの取り得る値は0，1，2，…，12である。今n=4096回12個のサイコロを投げてX=0，1…，12に対する度数fを数えて，表1の如き度数分布を得た。

表1

Xの値	度　数	相対度数	Xの値	度　数	相対度数
x	f	f／n	x	f	f／n
0	447	0.1091	7	7	0.0017
1	1145	0.2795	8	1	0.0002
2	1181	0.2883	9	0	0.0000
3	796	0.1943	10	0	0.0000
4	380	0.0928	11	0	0.0000
5	115	0.0281	12	0	0.0000
6	24	0.0059	計	4096	0.9999

X=2のところでfが最大になることに興味を覚えたことが，計算機でこの実験の追試を試みようとした動機でした。

さて計算機は1回に1つの乱数しか発生できませんからこの実験の追試は12回の乱数発生を4096回行わせるという仕方で行いました。12回の発生の中で0および7，8，9が発生した時は無論発生のし直しをさせました。結果は次のようになりました。

Xの値	度　数	相対度数	Xの値	度数	相対度数
x	f	f／n	x	f	f／n
0	546	0.1092	7	6	0. 0012
1	1349	0.2698	8	0	0
2	1513	0.3026	9	0	0
3	980	0.196	10	0	0
4	448	0.0896	11	0	0
5	132	0.0264	12	0	0
6	26	0.0052	計	5000	1

度計の合計が5000となっているのは，4096回ではなく5000回行ったからです。結果を見てみますと，テキストの場合の結果とまあまあよく似たものになっています。なおX=2の場合の相対度数を計算（大数法則に基く計算）で行えば

$$\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\left(\frac{5}{6}\right)^{10}\times{}_{12}C_2=0.296$$

となるでしょうか。

4．終りに

計算機の乱数発生の機能をサイコロを振ることの代わりにできるかどうか，その度合いを見てきました。私は乱数発生のメカニズム（いわゆるハードの面における）を知りませんから，計算機の発生する乱数がどこまで本当に乱数なのか知りません。しかし，偶然の支配する問題のシュミレーションとか計算の結果を確めるような時に，計算機の乱数発生の機能を使えそうです。ただしシュミレーションの結果が社会に重要な影響を与えるような場合は，慎重の上にも慎重を重ねる必要のあることは言うまでもありません。またシュミレーションや計算結果の確認の外に，公平に順番を決めるなどという場合にも計算機の乱数発生機能を使えるのではないでしょうか。