

構造・過圧密・異方性の発展則に基づく  
土の弾塑性構成式の開発と  
その粘土、砂、特殊土への適用性に関する基礎的研究

2005 年 3 月

中井 健太郎

名古屋大学図書



11512955

An Elasto-plastic Constitutive Modeling of Soils  
based on the Evolution Laws  
Describing  
Decay of Soil Skeleton Structure,  
Loss of Overconsolidation  
and  
Development of Anisotropy

March, 2005

Kentaro NAKAI



## 目次

第1章 序論	1
1.1 死んだ土と生きた土	1
1.2 土の構成式に求めるべき要件	2
1.3 論文の構成	5
参考文献	7
第2章 弾塑性力学に基づく砂と粘土の違い	9
2.1 概説	9
2.2 練返し粘土の負荷挙動を記述するカムクレイモデル	11
2.2.1 降伏関数と塑性ポテンシャル	11
2.2.2 塑性圧縮と塑性膨張	15
2.2.3 硬化と軟化	18
2.2.4 構成式と負荷基準	20
2.3 骨格構造を有する自然堆積土とカムクレイモデルの適用限界	22
2.3.1 骨格構造（過圧密・構造・異方性）の定義	22
2.3.2 カムクレイモデルの適用限界	23
2.4 過圧密・構造・異方性の概念を導入した SYS カムクレイモデル	28
2.4.1 修正カムクレイモデル	28
2.4.2 練返し正規圧密土の弾塑性応答 $\eta^*$ を用いた修正カムクレイモデル	29
2.4.3 構造を有する過圧密土の弾塑性モデルの定式化	30
2.4.4 関連流れ則と適応条件式	32
2.4.5 過圧密 $R$ 、構造 $R^*$ 、異方性 $\beta$ の発展則	33
2.4.6 塑性乗数 $\lambda$ と硬化/軟化の境界線、塑性圧縮/塑性膨張の境界線	38
2.4.7 構成式と負荷基準	40
2.4.8 SYS カムクレイモデルの特徴	41
2.5 粘土と砂の違い	51
2.5.1 SYS カムクレイモデルに基づく粘土と砂の記述	52
2.5.2 過圧密解消、構造喪失によって生じる土の状態の変化	56
2.5.3 構造の喪失・崩壊によって生じる大圧縮挙動	57
2.6 結論	60
参考文献	62

第3章 骨格構造の働きに着目した粘土の力学挙動	65
3.1 概説	65
3.2 不攪乱・再構成・練返し試料が初期に有する構造の程度と それら粘土の力学挙動	67
3.2.1 一次元圧縮特性	68
3.2.2 非排水せん断特性	70
3.3 構造の程度の異なる不攪乱粘土試料の力学挙動	73
3.3.1 一次元圧縮特性	74
3.3.2 非排水せん断特性	76
3.3.3 まとめ	77
3.4 間隙比・過圧密・構造の広範な変動に対応する SYS カムクレイモデルの力学挙動記述	78
3.4.1 大阪粘土 (Ma12) の一次元圧縮挙動と 拘束圧の異なる非排水せん断挙動	78
3.4.2 計算に用いた一組の材料定数群と一組の初期値	80
3.4.3 同じ粘土が間隙比・過圧密・構造の広範な変動のもとで示す 種々の力学挙動の SYS カムクレイモデルによる数値的再現	82
3.4.4 洪積・沖積等粘土が異なるときの発展則パラメータの変動	85
3.5 塑性指数の違いと粘土の異方性・構造発展の関係	88
3.5.1 再構成試料の有する構造の程度	89
3.5.2 予備圧密過程に発達する異方性の程度	90
3.6 結論	94
参考文献	96
第4章 骨格構造の働きに着目した砂の力学挙動	97
4.1 概説	97
4.2 構造喪失によって生じ過圧密の蓄積を伴う 排水繰返しせん断時の砂の締固め挙動と密度変化	98
4.2.1 SYS カムクレイモデルを用いた締固めの数値計算	98
4.3 締固めによって得られた様々な密度の砂のせん断挙動	101
4.3.1 有効拘束圧一定条件下での密度の異なる非排水三軸圧縮試験	101
4.3.2 密度の異なる砂が示すせん断挙動の SYS カムクレイモデルによる数値的再現	103
4.4 砂のいわゆる「有効拘束圧依存性」の実態	111
4.4.1 比体積一定条件下での有効拘束圧の異なる非排水三軸圧縮試験	111

4.4.2	有効拘束圧の異なる砂が示すせん断挙動の SYS カムクレイモデルによる数値的再現	112
4.5	緩い砂の締固め現象と液状化現象	115
4.5.1	一様変形場における等体積制約の有無と液状化/締固め現象	117
4.5.2	境界非排水条件での間隙水の マイグレーションに伴う液状化/締固め現象	119
4.6	粒径分布の異なる砂の力学挙動	125
4.6.1	試験に用いた試料の物性	125
4.6.2	粒径分布の異なる砂の様々な相対密度における非排水せん断挙動	127
4.6.3	発展則パラメータ（構造劣化指数 $a$ と正規圧密土化指数 $m$ ）に 着目した粒径分布の異なる砂のSYS カムクレイモデルによる記述	132
4.6.4	粒径分布の異なる砂の締固め挙動と液状化挙動	141
4.7	結論	145
	参考文献	147
第5章	SYS カムクレイモデルに基づいた特殊土の記述	149
5.1	概説	149
5.2	粉碎泥岩集合体の有する骨格構造とその喪失の仕方	150
5.2.1	泥岩の4態と粘土化の弾塑性力学に基づく解釈	151
5.2.2	粘土化のしやすさの違いと初期に有する過圧密・構造の程度	153
5.2.3	二重構造の喪失に着目した粉碎泥岩集合体の一次元圧縮挙動	157
5.2.4	結論	162
5.3	骨格構造の程度とその喪失の仕方に着目したロームの力学挙動	164
5.3.1	愛鷹ロームの一次元圧縮特性	164
5.3.2	愛鷹ロームの非排水せん断特性	167
5.3.3	結論	168
5.4	結論	170
	参考文献	171
第6章	結論	173
	謝辞	179

A1	連続体力学の基礎 -----	A1-1
A2	水～土連成境界値問題の支配方程式 -----	A2-1
A3	有限要素法の適用（力のつり合い式の弱形式） -----	A3-1
A4	有限要素離散化 -----	A4-1
A5	水～土骨格連成式の有限要素表現 -----	A5-1
A6	構成式のマトリクス表現 -----	A6-1
A7	up-dated Lagrange 法を用いた計算方法と解析フロー -----	A7-1
A8	地盤の初期状態の計算方法 -----	A8-1
A9	一様変形場における構成式の解析手法 -----	A9-1
A10	三軸試験 -----	A10-1
A11	標準圧密試験（段階載荷による圧密試験） -----	A11-1

## 第1章 序論

### 1.1 死んだ土と生きた土

本論文は、飽和土の力学挙動を連続体力学で表現するときに必要な、土骨格の弾塑性構成式について、新しい提案をするものである。

「構成式」とは、物質の応力(増分)～ひずみ(増分)関係を表すものである。連続体力学では、「物質」と「構成式」は同義語であり、構成式によって物質を定義する非常に重要なものである。さて、熱膨張を除外して金属はほとんど等容だが、土は外力変化による間隙水の出入りによって、土骨格は恒温で自在に膨張も圧縮もする。土骨格の弾塑性構成式としてカムクレイモデル<sup>1),2)</sup>が有名であるが、それはこのカムクレイモデルが、土のせん断変形と並んで体積変化（とくに負のダイレイタンス）を同時に記述することができるためであり、金属塑性と一線を画したその功績は不滅のものである。

しかしカムクレイモデルは、実験室で人工的に作製された練返し正規圧密粘土の実験結果だけに基づいており、そのような土の負荷時の挙動しか記述することができない。このような土は Engineering Soil<sup>3)</sup>と呼ばれたりするが、設計計算用の仮想の土くらいの意味ではないかと、著者は考えている。

自然の力によって長い年月かけて造られた自然地盤は、堆積時の環境の変化や応力履歴によって、地盤全域にわたって不均質で複雑な堆積構造を形成していて、その挙動は練返し正規圧密土とは異なり、きわめて複雑である。三笠<sup>4)</sup>によると、土の力学的性質は、密度、含水量、骨格構造という独立な3つの因子に分けられるという。飽和土を考える際は密度と含水量は同義であるから、練返し正規圧密土と自然堆積土の違いは骨格構造の程度の差で表現される。要するに、カムクレイモデルで表現される練返し正規圧密土とは、骨格構造をまったく有さないか完全に喪失した「死んだ」土、あるいは上で述べた Engineering Soil であり、自然堆積土は骨格構造を有し、その働きによって練返し正規圧密土には見られない複雑な力学挙動を示す「生きた」土である。「死んだ」、「生きた」の意味が大事なので、これをつぎに説明する。

本論文では自然堆積土の力学挙動を表現するために、カムクレイモデルを土台とし、骨格構造として構造・過圧密・異方性の3つの概念を導入した新しい弾塑性構成式 Super/subloading Yield Surface Modified Cam-clay model with Rotational Hardening（略して SYS カムクレイモデル）を定式化する。「構造」とは、詳細は第2章以下に詳しいが、粘土で説明すれば要するに「嵩張った土」の状態を言い、「構造」があれば練返し粘土と比べて同じ荷重を大きな間隙比の状態で支えることができる。張子の虎を思えばわかりやすいが、だから構造は、塑性変形の進展に伴い劣化し、やがて壊れてゆき、ついには「構造のない」練返し粘土に近づく。著者は浅岡らの「上負荷面」概念<sup>5),6),7)</sup>を用いて「構造」の塑性変形に伴う変化を記述する。張

子の虎ないし「カードハウス」を思い起こせば、構造は、その破壊の進展により「(塑性)圧縮を伴う軟化」さえ引き起こすことがあることも、容易に想像できるのではないか。軟化はともかくとしても、「嵩張り」を表す構造の劣化ないし破壊が、土の圧縮する方向に働くことは見易いのではないか。

では「過圧密」とは何か？ 負荷されていた土が除荷されると過圧密土と呼ばれるのは教科書にも詳しい。問題は再負荷時に過圧密がもつ意味についてである。再負荷しても元の除荷時の点には戻らず、硬化のときは少し右上、軟化の時は少し右下をかすめつつ、長い塑性変形を経て、ようやく除荷時まで描いていた「応力～ひずみ」曲線の延長線に乗ってくる。再負荷時に「応力～ひずみ」曲線で元の除荷時の点を正確に覚えていれば、このようなことは無い。過圧密とはこの記憶の意味だが、再負荷時に記憶が不正確になるのは、材料の骨格構造の状態が変化するからであり、つまり塑性変形が起こっているからである。塑性変形によって過圧密（記憶）の中身が徐々に壊されてゆき、ついに正規圧密状態に戻る。過圧密土が正規圧密状態に戻るためには弾性変形しか必要ないという古典理論は、塑性変形によってしか正規状態に戻れないという理論で書き改める必要がある。著者は橋口の「下負荷面」概念<sup>8),9)</sup>を用いてこれを表現する。要するに過圧密状態の変化も、構造の状態と同じく塑性変形とともに動いてゆく。さて、これも第 2 章以下に詳しいが、過圧密が解消してゆけば、構造劣化のときとは逆に土骨格は膨張する。昔から interlocking、つまり土粒子の強い噛み合わせは、それが解除されるとき土は膨張すると直感的に理解されてきたものに相当する。

今ここで「異方性」を詳しく論じる必要はない。しかし、ベニヤ板合板（不均質体）を遠くから見てマクロに、構成式レベルで異方材料としてしまう無謀さを横に置けば、異方性の状態が負荷によって変化しても何の不思議もない。

「死んだ土」とは、塑性変形が起こっているのに、構造・過圧密・異方性のどれもが、まったく変化しない土のことを言う。カムクレイモデルはこのような土の力学挙動を表現した。「生きた土」では負荷によって、構造・過圧密・異方性のどれもが、生き生きと変化する。しかし「生きた土」も、塑性変形の進展により、やがてカムクレイに戻るなのであって、「生きた」「死んだ」の形容詞を用いたのはこの理由による。

## 1.2 土の構成式に求めるべき要件

骨格構造概念（構造・過圧密・異方性）の導入によって、砂や自然堆積粘土の力学挙動が素直に記述できることは第 2 章以下で示すが、この研究を通じてさらに期せずして、次の 2 点が明らかとなった。すなわち、本論文で定式化する構成式（SYS カムクレイモデル）は、

- (1) 粘土から砂までを連続的に取り扱うことができる、ことと
- (2) 土の大きな体積変化に追従することができる、

ことの2点である。

土の構成式に求めるべき要件は研究者によって様々であろう。しかし本論文の構成式が、上記2点の特徴をもつことは、以下のような理由で非常に重要であると考えている。論文の目的に替えて、これを説明する。

#### (1) 粘土から砂までを連続的に取り扱うことのできる構成式

一言で「土」といっても、粘土から砂まで稠密にいろいろ存在している。そして、粘土と砂とでは、その土の見た目・肌触りなどの感覚的指標や透水係数・粒度分布などの物理的指標だけでなく、実験室の三軸試験結果から得られるような力学的性質も大きく異なる。これまでの多くの研究は、粘土と砂とで別々の構成式を用いてきた。典型的な粘土と典型的な砂との区別は誰でも容易にできるので、仮に世界が典型的な粘土と典型的な砂とだけで出来ているのなら、まったく別の二つの構成式があっても実用的には問題はないかもしれない。ところが、近年の日本の重要な土木構造物は、空港や新幹線を始めとして、海上の人工島や埋立地の上に立地されることが多い。その下の沖・洪積層がたとえ粘土と砂の互層地盤からなるとしても、人工島や埋立地それ自体は粘土なのか砂なのかよくわからない、両者の入り混じった「中間土 (intermediate soil)」や「特殊土 (problematic soil)」からなる。これまでこのような中間土や特殊土の研究は、実務的には重要でも、アカデミズムで取り扱われることはなかった。しかし阪神淡路大震災で液状化や大沈下を起こした地盤の多くは、実はこの中間土である。液状化を起こすかどうかの判定も、その地盤を締め固め改良できるかどうかの判定も、中間土ではいまだにほとんど何もわかっていない。土質力学に粘土と砂の二つの別々の構成式があるだけでは、だからまったく不十分である。

土の構成式は粘土と砂を正しく区別できると同時に、その中間までも稠密に埋める能力を持つことが強く求められている。本論文で提案する SYS カムクレイモデルを用いると、構造・過圧密・異方性の発展速度（発展則パラメータ）を操作するだけで、論理的には1つのモデルを用いて粘土から砂までを連続的に稠密に表現することができる。図 1.1(a)(b)は、ともに過圧密・構造を有する粘土と砂の側圧一定非排水三軸圧縮試験の SYS カムクレイモデルを用いた計算結果である。構造・過圧密を有するという点では共通であるが、砂と粘土とはこれほど違う。構造・過圧密の発展速度を操作するだけで、1つのモデルを用いて粘土も砂も表現できる。この事実から、骨格構造の発展則パラメータを適宜操作することによって、粘土と砂だけでなく、そのあいだに稠密に存在する中間土や特殊土も、一挙に研究対象に上ることになった。（なお図 1.1 の説明は本文、第2章に詳しく与える。）

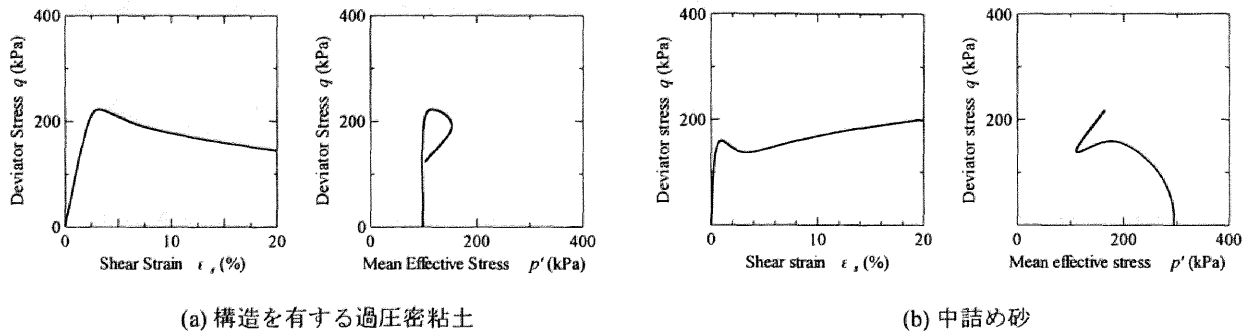


図 1.1 SYS カムクレイモデルによる非排水せん断応答

## (2) 土の大きな体積変化に追従することのできる構成式

金属塑性学から土の塑性力学が独立したのは、カムクレイモデルが塑性体積変化をよく説明して以来のことであると冒頭で述べた。体積変化を記述するという点でその功績は不滅のものだが、しかし地盤工学の要求から見ると、土の塑性力学の体積変化の記述はいまだまったく不十分である。粘土で言えば、大荷重を受けた自然堆積粘土地盤が数百年にわたって示す大圧密沈下（二次圧密）の計算には、時間の点でも圧縮量の点でも、カムクレイモデルは無効である。また緩く詰めた砂は、微小な振幅の繰返しせん断変形を与えるだけで、大荷重なしに大圧縮を示す。締固め現象と呼ばれているものだが、この現象もがカムクレイモデルの視野の外であることはよく知られている。

土の体積変化をめぐる現在の土質力学の現状は以下のように概観される。

自然堆積粘土でしばしば観測される「2 次圧密」あるいは Bjerrum のいう「遅れ圧縮 delayed compression」<sup>10)</sup>は長い間、土骨格自身が粘性を有するために起こる現象であるとされてきた。いわゆる粘土の「時間依存性」というもので、粘塑性理論はこれを数学的に記述するものである。しかし、「粘性」を有する粘土が「二次圧密/遅れ圧縮(クリープ)」を生じるというのは、「粘性」と「クリープ」が同義であるため、現象論的な記述にはなっても、そのメカニズムを説明することはできない。

砂に至っては同じ砂が、密度(間隙比)が違うというだけで、異なる弾塑性パラメータによって密度ごとの挙動を記述するのがほとんどであった。これはこれまで、非排水条件下での不安定現象、つまり液状化解析に重点が置かれていたためと想像されるが、「パラメータは密度依存」の制約がつけば、せん断中に密度の変化する締固めなどの排水せん断が、それら構成式の視野の外になるのは仕方のないことである。そしてこのような構成式による計算では、上の 2 次圧密に似て、「液状化する砂地盤は、地震が来たら液状化する」ことを確かめるだけに終始してしまう。「なぜ液状化が起こるのか？なぜ締固めれば液状化は起こらなくなるのか」の説明は難しい。

構造の劣化ないし破壊が、土の圧縮する方向に作用することは 1.1 ですでに述べた。この



論文では、構成式に構造・過圧密・異方性のうちとくに構造、しかもその劣化ないし破壊の発展則を導入することによって、砂や粘土の体積変化をめぐる上記課題の多くの部分が解決することを示す。

### 1.3 論文の構成

第2章では、骨格構造の働きを記述する新しい土の弾塑性構成式、SYS カムクレイモデルの定式化とその特徴を述べる。最初に、提案モデルの基礎となるカムクレイモデルの要諦を整理し、カムクレイモデルの適用限界を示す。カムクレイモデルは練返し正規圧密粘土の負荷/除荷時の挙動しか記述することができないが、自然堆積土はその堆積過程において過圧密・構造・異方性が発達しているので、練返し正規圧密土とは異なる複雑な力学挙動を示す。そこでSYS カムクレイモデルは、過圧密土を表現するために下負荷面を、構造概念を表現するために上負荷面を、そして異方性を表現するために回転硬化概念<sup>11),12),13)</sup>を導入する。そして、骨格構造概念の導入によって、SYS カムクレイモデルが粘土から砂までを稠密に表現できるモデルであること、構造の喪失・崩壊によって自然堆積粘土に見られる二次圧密現象や緩詰め砂の締固め現象を表現できることを示す。

第3章では、骨格構造の発達した粘土の力学挙動を室内実験から確認し、構成式の応答結果との比較から提案モデルの適用性について調べる。まず、長期継続大沈下を起こしている軟弱粘性土地盤から採取した粘土を用いて、不攪乱・再構成・練返し状態の構造の程度の異なる粘土試料を用いた標準圧密試験結果および非排水三軸圧縮試験結果から、構造の程度の差および構造喪失が粘土の力学挙動に及ぼす影響について調べる。また、SYS カムクレイモデルを用いて不攪乱試料の数値計算を実施し、同じ試料であれば状態の異なる粘土の力学挙動を一組の材料定数群を用いて統一的に表現することができ、状態の違いは骨格構造の程度の差で与えることができることを示す。さらに、沖積粘土や洪積粘土といった粘土の種類の違いや、粘土を特徴付けるコンシステンシーの1つである塑性指数の違いが、SYS カムクレイモデルによってどのように表現されるのか調べる。

第4章では、骨格構造の発達した砂の力学挙動を室内実験から確認し、構成式の応答結果との比較から提案モデルの適用性について調べる。最初に、緩い砂の締固め現象を、微小な応力振幅のもとでの繰返し排水せん断によって再現する。そして、SYS カムクレイモデルが密度変化に対応しているため、同じ砂ならば密度や有効拘束圧などの初期状態の違いを一組の材料定数群を用いて統一的に表現することができ、初期状態の違いが骨格構造の程度の差で与えられることを示す。また、緩詰め砂の特徴的現象である締固めと液状化のSYS カムクレイモデルを用いた数値計算を実施し、締固めと液状化は一見まったく別の現象のように見えるが、実は境界条件の差異のみによる表裏一体の現象であることを示す。最後に、砂の力

学挙動を特徴付ける要因の1つである粒径分布に着目し、粒径分布の違いがSYS カムクレイモデルでどのようにして表現されるのか調べる。

第5章では、特殊土・中間土を取り上げる。特異な挙動を示すことから、長らく構成式研究からは除外されてきた特殊土として、スレーキング・膨潤性材料に分類される粉碎泥岩集合体と火山灰質粘性土に分類されるロームを用いて室内実験からその力学挙動を把握するとともに、SYS カムクレイモデルでどこまで評価できるのか調べる。

最後に、第6章で本論分の結論を述べる。

## 参考文献

---

- 1) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A. (1963) : Yielding of Clays in States Wetter than Critical, *Geotechnique*, Vol.13, No.3, pp.211-240.
- 2) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968) : *Critical State Soil Mechanics*, McGRAW-HILL, London.
- 3) Atkinson, J. H. (1993) : *Mechanics of Soils and Foundations*, McGRAW-HILL, London.
- 4) 三笠正人 (1964) : 土の工学的性質の分類表とその意義, *土と基礎*, Vol.12, No.4, pp.17-24.
- 5) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1998) : Super loading yield surface concept for the saturated structured soils, *Proc. of the fourth European conference on numerical methods in geotechnical engineering NUMGE98*, pp.232-242.
- 6) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000) : Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils & Foundations*, No.40, Vol.2, pp.99-110.
- 7) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M. (2002) : An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, Vol.42, No.5, pp.47-57.
- 8) Hashiguchi, K. (1978) : Plastic constitutive equations of granular materials, *Proc. of US-Japan Seminar on Continuum Mechanics and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials* (Cowin, S.C. and Satake, M. eds.), Sendai, JSSMFE, pp.321-329.
- 9) Hashiguchi, K. and Chen, Z. P. (1989) : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol.25, pp.917-945.
- 10) Bjerrum, L. (1967) : Engineering geology of Norwegian marine clays, *Geotechnique*, 27, 2, 81-118
- 11) Sekiguchi, H. and Ohta, H. (1977) : Induced anisotropy and time dependency in clays, *Constitutive Equations of Soils* (Proc, 9th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Spec. Session9), Tokyo, p.229-238.
- 12) Hashiguchi, K. and Chen, Z. P. (1989) : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol.25, pp.917-945.
- 13) Hashiguchi, K. and Chen, Z. P. (1998) : Elastoplastic constitutive equations of soils with the subloading surface and the rotational hardening, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.22, pp.197-227.



## 第2章 弾塑性力学に基づく砂と粘土の違い

### 2.1 概説

土の応力とひずみの関係についての基本的問題を考える際に、2つの異なった考え方がある。1つは Rowe に代表される個々の土粒子の集合体として接触点における応力と粒子の動きなどを問題とする（粒状体理論）ものであり、もう1つは Roscoe をはじめとする Cambridge 学派に代表される土を連続体として扱う方法（連続体理論）である。

Rowe<sup>1), 2)</sup>は等大径からなる規則配列の2次元粒状体について、力の釣り合い条件と変位の適応条件から応力比、接点角とひずみ増分比角の関係式を誘導し、エネルギー比最小原理を仮定して次式で示されるストレス・ダイレタンシー式を誘導した。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \left( \sigma_1 - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} \right) \cdot \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{1}{2} \phi_u \right) \quad (2.1)$$

しかし粒状体理論に基づく研究の多くは、硬化則を規定できないため、そして土のせん断挙動に限られている場合が多く圧縮挙動に適用することができないため、統一的な応力～ひずみ関係式の式示というよりは、そのメカニズムの究明に重点を置いていると言える。

一方の連続体理論についてだが、土がフックの弾性体理論で説明ができないことは、土特有のダイレタンシー特性等から明らかである。したがって、連続体理論に基づく多くの研究は、弾塑性論に基づいている。一般に塑性論では全ひずみ増分は弾性ひずみ増分と塑性ひずみ増分の和として表される。そして、塑性ひずみ増分は降伏条件、塑性ポテンシャル、ひずみ硬化関数を規定することによって求められる。Roscoe らの Cambridge 学派<sup>3), 4)</sup>は、Drucker・Prager の研究<sup>5)</sup>を引き継ぎ、Bishop、Henkel<sup>6)</sup>らの行った Weald clay の系統的な三軸試験結果を参考にして、土のせん断・圧縮挙動を統合して考えられる弾塑性モデル、カムクレイモデルを世界ではじめて構築した。カムクレイモデルの偉大さは誰もが認めるものであるが、Critical State Soil Mechanics<sup>4)</sup>の Preface（序文）に “We have purposely not considered partly saturated, structured, anisotropic, sensitive, or stabilized soil.”と書かれているように、カムクレイモデルは練返し正規圧密粘土の三軸圧縮試験に基づいて開発されているため、その負荷と除荷時の挙動しか記述することができない。

しかし一般に自然堆積した土は堆積時に受けた応力履歴や堆積環境によって骨格構造（過圧密・構造・異方性）が発達している。そこで、本論文では土を連続体として捉え、骨格構造の発達した自然堆積土の挙動を表現するために、カムクレイモデルを基礎として、関口・太田<sup>7)</sup>によって提案された  $\eta^*$  の導入によって異方性を表現し、さらにカムクレイ降伏面に相似形の下負荷面<sup>8)</sup>と上負荷面<sup>9)</sup>を定義して、Super/subloading Yield Surface Modified Cam-clay model with Rotational Hardening<sup>10), 11)</sup>（略して SYS カムクレイモデル）を定式化する。下負荷面

によって正規降伏面内部での弾塑性応答を許し、上負荷面によって正規降伏面の外側でも応力状態をとることができるようになった。SYS カムクレイモデルを用いると、骨格構造の発達した土の複雑な力学挙動が表現可能となり、さらに骨格構造の程度の違いによって攪乱の程度の違いなども表現できる。

カムクレイモデルは練返し正規圧密「粘土」のモデルであり、砂の力学挙動を記述することはできなかった。土は、粘土であっても砂であっても、程度こそ違うもののたいていは構造・異方性が発達していて過圧密状態にある。SYS カムクレイモデルの最大の特徴は、過圧密・構造・異方性の発達の速さの違いによって粘土から砂までを区別し、1 つのモデルを用いて統一的に表現している点である。そしてこれら骨格構造の発展は発展則によって制御されている。発展則の違いによって土材料の違いを表現するため、発展則は非常に重要であり「第2の構成式」と呼んでもよい。

本章の構成を述べる。2.2 ではまず、練返し正規圧密粘土の実験結果から降伏関数（塑性ポテンシャル面）を規定してカムクレイモデルを定式化する。さらに、関連流れ則と後続負荷面に関する Prager の適応条件式を仮定して、練返し正規圧密粘土の負荷時の挙動を調べる<sup>12),13)</sup>。2.3 では、骨格構造を有する土の複雑な力学挙動を示し、カムクレイモデルの適用限界について述べる。2.4 では、骨格構造の働きを考慮した新しい弾塑性構成式 SYS カムクレイモデルを定式化する。そして SYS カムクレイモデルの特徴を述べ、カムクレイモデルでは表現できなかった挙動を表現する。2.5 では、過圧密・構造を有する典型的な粘土と砂の非排水せん断挙動を、一様変形場における SYS カムクレイモデルの応答として再現し、粘土と砂の違いを弾塑性力学の言葉で述べる。そして SYS カムクレイモデルは骨格構造の発展則の違いによって、粘土から砂までを1 つのモデルを用いて統一的に表現できることを示す。最後に 2.6 で本章の結論を示す。

## 2.2 練返し粘土の負荷挙動を記述するカムクレイモデル

Taylor は土供試体の行った外力仕事をすべて摩擦エネルギーに等値させることにより、せん断中における土のダイレタンシー特性を説明することを試みた<sup>14)</sup>。そして Cambridge 学派は、この考え方を塑性仕事と理解し、ストレス・ダイレタンシー式 (Taylor モデル) を誘導した。しかし本節では、土質力学における  $v \sim \ln p'$  関係における 2 本の直線、正規圧密線と限界状態線に着目して土のダイレタンシー特性を把握し、カムクレイモデルを定式化する。

### 2.2.1 降伏関数と塑性ポテンシャル

図 2.1 と図 2.2 はそれぞれ、正規圧密粘土の側圧一定排水および非排水三軸圧縮試験結果である。ここに、平均有効応力  $p'$  とせん断応力  $q$  は、

$$p' = \frac{1}{3} \text{tr} \boldsymbol{\sigma}' \quad , \quad q = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{S}} \quad , \quad \boldsymbol{S} = \boldsymbol{\sigma}' - p' \boldsymbol{I} \quad (2.2)$$

で定義され、 $\boldsymbol{\sigma}'$  は有効応力テンソル (圧縮を正)、 $\boldsymbol{S}$  は偏差応力テンソル、そして  $\boldsymbol{I}$  は単位テンソルである。また  $v$  は比体積を表し  $v=1+e$  ( $e$ : 間隙比) で計算される。

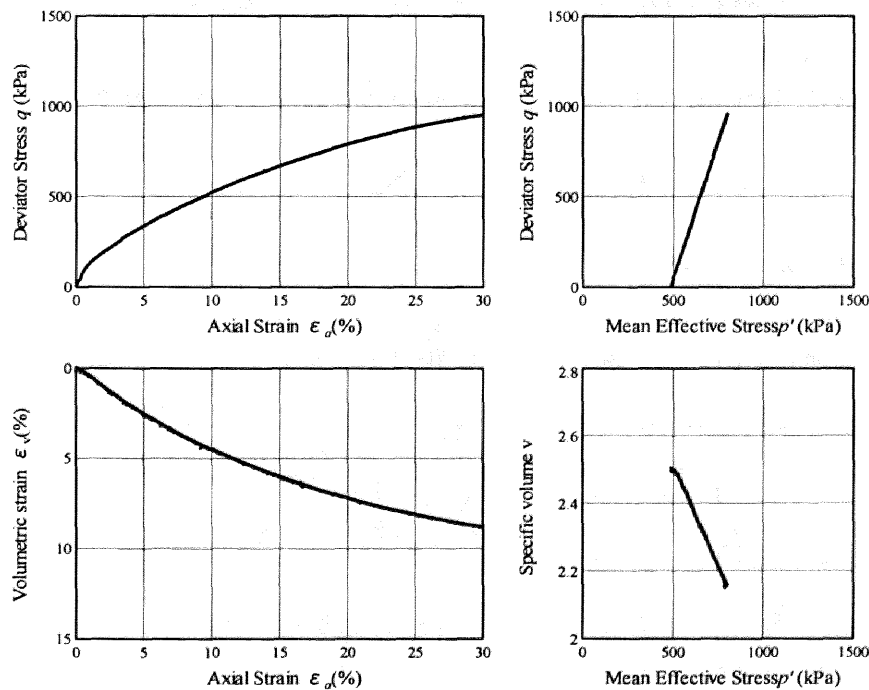


図 2.1 正規圧密粘土の排水三軸圧縮試験結果

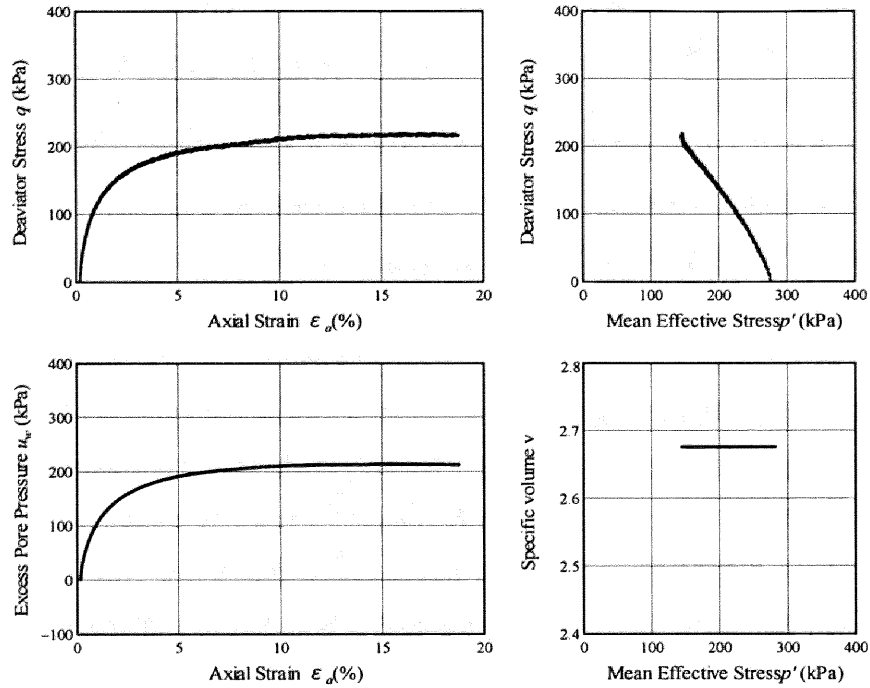


図 2.2 練返し正規圧密粘土の非排水三軸圧縮試験結果

載荷は供試体内の過剰間隙水圧分布が一様になるように緩速で行ったので、図 2.1 の有効応力パス（ $q \sim p'$  関係）は全応力経路  $dq/dp=3$  にしたがって増加している。このとき供試体は圧縮のみを示し、比体積もせん断とともに減少している。一方、図 2.2 は非排水条件なので体積変化は生じず、比体積はせん断中一定である。排水条件ならば生じる体積減少を許していないので、代わりに正の過剰間隙水圧が発生する。正の過剰間隙水圧の発生によって、平均有効応力  $p'$  は減少している。

さて、2 つの試験結果を見ると、排水条件、非排水条件に関わらず、せん断が十分に進むと軸ひずみは増加しているのに有効応力の変化は生じておらず、この時どのようなひずみに対しても土の体積変化は生じなくなっている（ $\dot{\epsilon}_v = 0$ ）。このような状態を「限界状態」と呼ぶ。土に有効応力変化がなければもちろん体積ひずみの弾性成分の変化も 0（ $\dot{\epsilon}_v^e = 0$ ）なので、体積ひずみ増分における

$$\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_v^e + \dot{\epsilon}_v^p \quad (2.3)$$

という近似のもとで、限界状態では

$$\dot{\epsilon}_v^p = 0 \quad (2.4)$$

となる。ここに  $\epsilon_v$  は体積ひずみを表し（圧縮を正）、上付きドットは物質時間微分ないし増分を表す。また上付き文字  $e$ 、 $p$  はそれぞれ弾性成分、塑性成分を表す。



さて、Bishop、Henkel は Weald clay を用いて、様々な圧密圧力のもと、等方圧密した繰返し正規圧密供試体の一連の排水および非排水三軸圧縮試験を多数行った。図 2.3 は、この時の限界状態をプロットしたものである。すると、排水条件、非排水条件に関わらず限界状態は 1 つの線上に集まることがわかり、これを限界状態線と呼ぶ。限界状態線は、 $q \sim p'$  関係において原点を通る 1 つの直線  $q = Mp'$  にのり、 $M$  は限界状態定数と呼ばれる土に固有の材料定数である。続いて  $v \sim p'$  関係を見てみると、試験開始時の等方圧密状態 ( $\eta = q/p' = 0$ ) と限界状態 ( $\eta = q/p' = M$ ) の線はカーブしている。しかし、同じデータを片対数グラフで整理しなおすと平行な 2 本の直線となる (図 2.4)。それぞれの直線を式示すると以下のようになる。

$$v = N - \tilde{\lambda} \ln p' \quad \text{at} \quad \eta = \frac{q}{p'} = 0 : \text{正規圧密線 NCL} \quad (2.5)$$

$$v = \Gamma - \tilde{\lambda} \ln p' \quad \text{at} \quad \eta = \frac{q}{p'} = M : \text{限界状態線 CSL} \quad (2.6)$$

先に示した  $M$  および  $N$ 、 $\Gamma$ 、 $\tilde{\lambda}$  は土に固有の材料定数であり、 $N > \Gamma$  である。

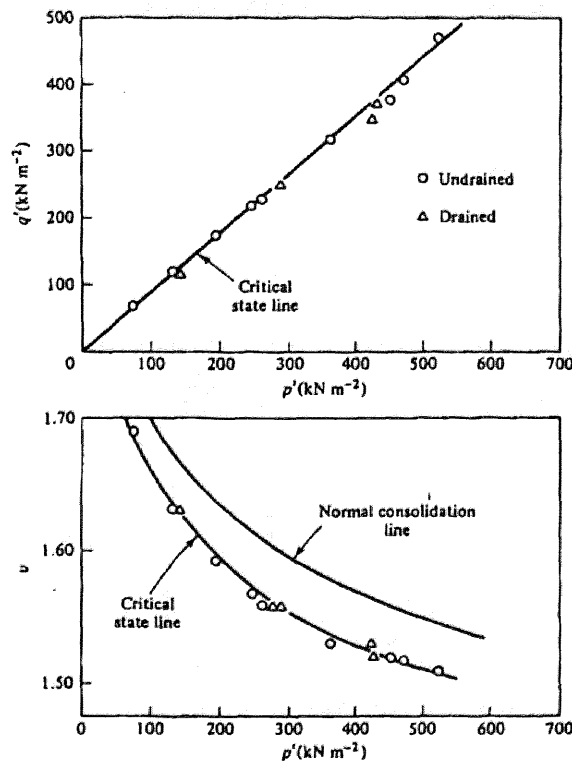


図 2.3 排水・非排水三軸圧縮試験から得られた限界状態線 (after Parry<sup>15)</sup>, 1960)

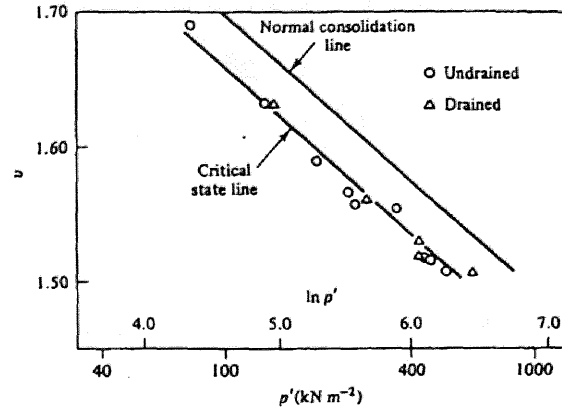


図 2.4 正規圧密線と限界状態線 (after Parry<sup>15)</sup>, 1960)

さて、式(2.5)と式(2.6)で直線の傾き  $\tilde{\lambda}$  が応力比  $\eta$  に依存しないことを考慮し、 $0 < \eta = q/p' < M$  の間には切片  $x(\eta)$  を用いて

$$v = x(\eta) - \tilde{\lambda} \ln p' \quad (2.7)$$

と書けると仮定する。もちろん  $x(\eta)$  は

$$x(\eta = 0) = N, \quad x(\eta = M) = \Gamma \quad (2.8)$$

を満たす。これを満足するもっとも簡単なものは線形補間であり、

$$x(\eta) = N + \frac{\Gamma - N}{M} \eta \quad (2.9)$$

で与えられる。つまり式(2.5)と式(2.6)から、すべての応力比に当てはまる一般形として

$$v = N + \frac{\Gamma - N}{M} \eta - \tilde{\lambda} \ln p' \quad (2.10)$$

が仮定される。この式から、土の体積変化（比体積変化）は  $\ln p'$  の変化と応力比  $\eta$  の変化によって生じることがわかる。多くの物体はせん断応力によって形状が変化し、体積変化が起こるのは圧縮応力や伸張応力が作用した時だけである。ところが土は、せん断応力によって形状変化はもとより体積変化までも引き起こす。このせん断応力によって体積変化が生じる現象をダイラタンスーと呼び、膨張時に正をとる。今、せん断応力のみを作用させて、平均有効応力  $p'$  一定の載荷条件で  $\eta = 0$  から  $\eta = M$  まで変化させたとすると、この時の体積変化（圧縮量・負のダイラタンスー）は  $N - \Gamma$  を超えることはないことがわかる。

次にこの粘土が除荷を受けずに正規圧密状態のまま、初期状態  $(v_0, p'_0, q_0 = 0)$  から  $(v, p', q)$

に変化したとする。すると式(2.10)から

$$v_0 = N - \tilde{\lambda} \ln p'_0 \quad (2.11)$$

$$v = N + \frac{\Gamma - N}{M} \eta - \tilde{\lambda} \ln p' \quad (2.12)$$

が得られるので、この状態の変化による体積ひずみ  $\varepsilon_v$  (圧縮を正) は、

$$\varepsilon_v = \frac{v_0 - v}{v_0} = \frac{1}{v_0} \left( \frac{N - \Gamma}{M} \eta + \tilde{\lambda} \ln \frac{p'}{p'_0} \right) \quad (2.13)$$

で計算される。土は除荷時に弾性応答しか示さないと仮定すると、この体積ひずみの弾性成分は、弾性定数  $\tilde{\kappa}$  を用いて

$$\varepsilon_v^e = \frac{\tilde{\kappa}}{v_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (2.14)$$

と表すことができるので、塑性体積ひずみ  $\varepsilon_v^p$  は

$$\varepsilon_v^p = \varepsilon_v - \varepsilon_v^e = \frac{1}{v_0} \left( \frac{N - \Gamma}{M} \eta + (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln \frac{p'}{p'_0} \right) = f(p', \eta) = f(\sigma') \quad (2.15)$$

となる。ここでは簡単のため  $f(p', \eta) = f(\sigma')$  のように同じ  $f$  を用いて記述している。式(2.15)はカムクレイモデルの降伏関数として知られているものである。式(2.9)は体積変化のダイレタンシー項を与えるものであるが、しかし式(2.15)は2つの  $v \sim \ln p'$  関係式 (式(2.5)と式(2.6)) だけに基づくから、式(2.15)から求められる土質力学は「 $v \sim \ln p'$  の土質力学」とも呼びうる。

### 2.2.2 塑性圧縮と塑性膨張

式(2.15)は塑性体積ひずみ  $\varepsilon_v^p$  が負荷経路に依存せず、はじめの応力状態と終わりの応力状態だけで決まることを示している。そこで正規圧密試料において一連の排水せん断試験を行い、異なった試験段階における比体積を測定し、図 2.5 に描かれるように  $q \sim p'$  面に一連の等比体積線を描く。するとその等比体積線は非排水せん断試験のパスと一致し、また互いに交わることはない。Henkel<sup>16)</sup>は飽和粘土を用いて排水および非排水せん断試験を行い、図 2.6 に示す等含水比線を求めた。なお、飽和粘土を用いているので含水比変化は比体積変化に等しい。これらの実験結果から、 $q$ 、 $p'$ 、 $v$  には一意の関係があると考えることができる。

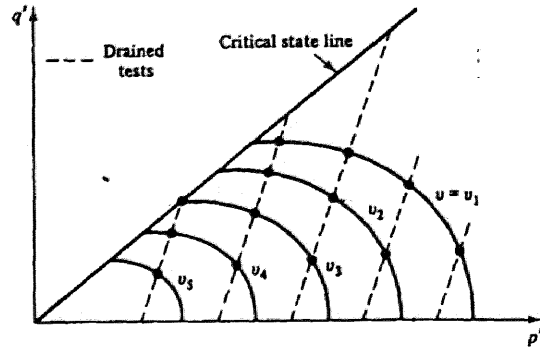


図 2.5 排水三軸圧縮試験における等比体積線

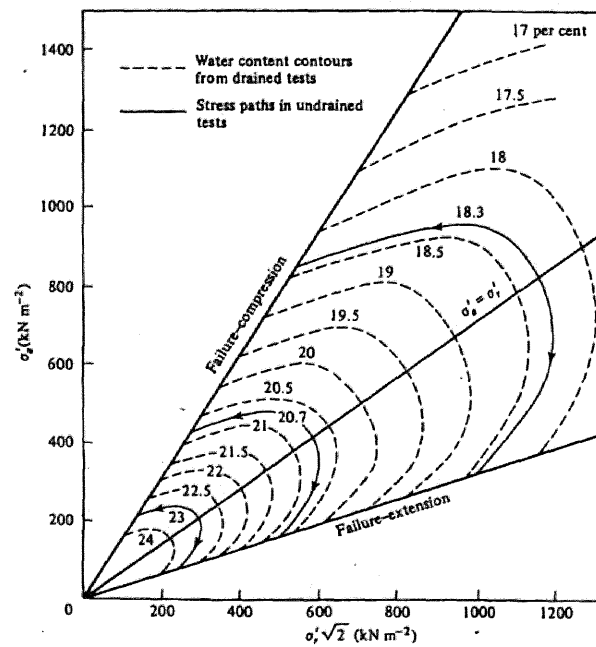


図 2.6 等含水比線 (after Henkel<sup>16)</sup>, 1960)

そこで数学における「ポテンシャル概念」を採用して理解を進めると、式(2.15)はカムクレイモデルの塑性ポテンシャル面をも表していると考えられる。これから次の関連流れ則の仮定は自然である。

$$\dot{\epsilon}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \quad (2.16)$$

ここに  $\dot{\epsilon}^p$  は塑性ひずみ増分テンソル、 $\lambda$  は塑性乗数で負荷時には  $\lambda > 0$  である。 $f$  は  $\sigma'$  の不変量で表されたスカラー値等方関数であるから、応力の方向と塑性ひずみ増分の方向は共軸である。さて、この  $f(\sigma')$  の等方性をわかりやすく表すのに、しばしば式(2.16)と形が同じ次

の式が用いられる。

$$\dot{\epsilon}_v^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial p'} \quad (2.17)$$

$$\dot{\epsilon}_s^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial q} \quad (2.18)$$

ここに $\dot{\epsilon}_v^p$ は塑性体積ひずみ増分、 $\dot{\epsilon}_s^p$ は塑性せん断ひずみ増分を表し、いずれもスカラーで以下のように求まる。

$$\dot{\epsilon}_v^p \equiv \text{tr} \dot{\epsilon}^p = \lambda \text{tr} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right) \quad (2.19)$$

$$\dot{\epsilon}_s^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p \cdot \dot{\epsilon}^p} \quad , \quad \dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^p - \frac{1}{3} (\text{tr} \dot{\epsilon}^p) \mathbf{I} \quad (2.20)$$

式(2.17)と式(2.18)は $q \sim p'$ 図上で表した塑性ひずみ増分ベクトル（これは塑性ポテンシャル面の外向き法線方向）の圧縮とせん断の2つの成分を表す。これを図2.7に示した。

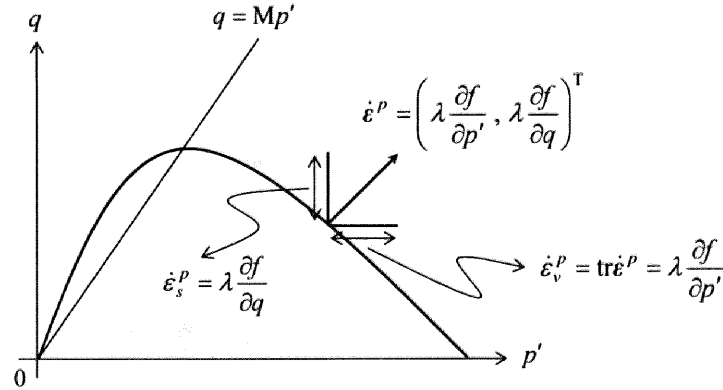


図 2.7 塑性ひずみ増分の分解

式(2.17)と式(2.18)は式(2.16)より計算が容易で、 $q$ と $p'$ しか出てこない三軸試験の解釈やその $q \sim p'$ 図による表現に便利である。例えば、最初に示した限界状態において塑性体積ひずみ増分がゼロの条件は、

$$\left( \frac{\partial f}{\partial p'} - \frac{\eta}{p'} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \bigg|_{\eta=M} = 0 \quad (2.21)$$

と書いて、これに式(2.15)を代入して具体的に計算すると、容易に材料定数間の関係式が得られる。

$$N - \Gamma = \tilde{\lambda} - \tilde{\kappa} \quad (2.22)$$

図 2.7 からすぐにわかるように、降伏関数あるいは塑性ポテンシャルの形は、応力空間で限界状態線  $q = Mp'$  より下側では塑性圧縮、上側では塑性膨張が起こることを示している。つまり、

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_v^p &> 0 \quad \text{when } q < Mp' && \cdots \text{ 塑性圧縮} \\ \dot{\epsilon}_v^p &= 0 \quad \text{when } q = Mp' && \cdots \text{ 塑性体積変化なし} \\ \dot{\epsilon}_v^p &< 0 \quad \text{when } q > Mp' && \cdots \text{ 塑性膨張} \end{aligned} \quad (2.23)$$

これを改めて図 2.8 に示しておく。

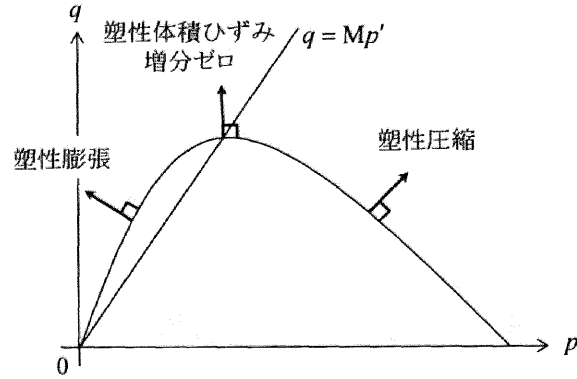


図 2.8 塑性圧縮と塑性膨張

### 2.2.3 硬化と軟化

さて式(2.15)の全微分をとると、

$$\dot{\epsilon}_v^p = \frac{\partial f}{\partial p'} \dot{p}' + \frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} = \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot \dot{\sigma}' \quad (2.24)$$

となる。これと式(2.17)とを等値して、塑性定数  $\lambda$  は

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot \dot{\sigma}'}{\text{tr} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right)} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot \dot{\sigma}'}{-\frac{D}{p'^2} (q - Mp')} \quad (2.25)$$

と得られる。ここに  $D = (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) / Mv_0$  はダイレタンスー係数である。式(2.25)の分子は、塑性ポテンシャルの外向き法線ベクトルと応力増分ベクトルの内積を表すから、その正負は応力

増分ベクトルが塑性ポテンシャルの外側に出るか内側に向くのかを教える。このことから、式(2.25)の内容は図 2.9 のように表される。後続負荷面は現応力状態が限界状態線  $q = Mp'$  の下側に存在する時は拡大し（硬化）、上側に存在する時は縮小する（軟化）。つまり、限界状態線は硬化と軟化の境界線となっている。

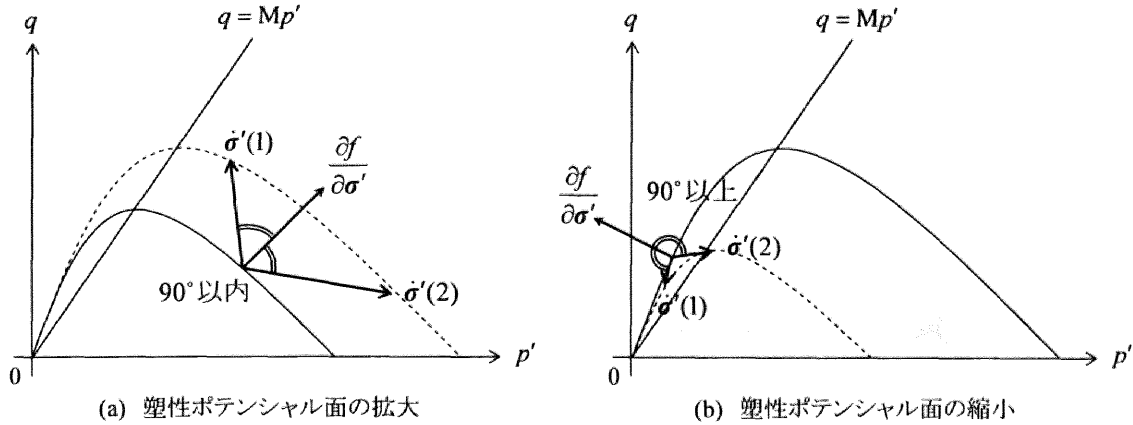


図 2.9  $q = Mp'$  より下側での硬化と上側での軟化

つまり、負荷状態  $\lambda > 0$  には次の 3 つの場合があることがわかる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot \dot{\sigma}' &> 0 \quad \text{when } q < Mp' \quad \dots \text{硬化} \\
 \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot \dot{\sigma}' &= 0 \quad \text{when } q = Mp' \quad \dots \text{完全塑性} \\
 \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot \dot{\sigma}' &< 0 \quad \text{when } q > Mp' \quad \dots \text{軟化}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

ここで注意しなくてはならないのは、 $q$  が増加しているから硬化、あるいは  $q$  が減少しているから軟化とは必ずしも言えない点である。硬化の場合も軟化の場合も、図中に示した(2)のような極端な図も描くことができる。硬化/軟化はあくまで後続負荷面が拡大するか縮小するかであって、 $q$  の増減ではない。

ここまでのカムクレイモデルの説明で重要なのは、図 2.8 と図 2.9 は重ねて理解する必要がある点である。その結果カムクレイモデルの特徴として以下のことがわかる（図 2.10）。

- ① 硬化は必ず塑性圧縮を伴い、軟化は必ず塑性膨張を伴う。
- ② 硬化と軟化および塑性圧縮と塑性膨張の境界はともに限界状態線  $q = Mp'$  で表される。
- ③ 限界状態線の勾配  $M$  は材料定数で、負荷によって変化することはない。

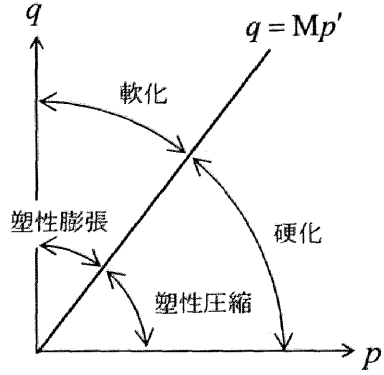


図 2.10 カムクレイモデルの表現できる挙動

#### 2.2.4 構成式と負荷基準

式(2.25)において、塑性定数  $\lambda$  は有効応力テンソル  $\sigma'$  を用いて、

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot \dot{\sigma}'}{\text{tr} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right)} \quad (2.27)$$

と示した。これは応力で表された塑性定数と呼ばれる。ここで分子にある応力増分は、

$$\dot{\sigma}' = E \dot{\varepsilon}^e \quad (2.28)$$

と書くことができる。これは増分型弾性応答と呼ばれ、 $E$  は（非線形）弾性係数テンソルである。式(2.28)を式(2.25)へ代入して

$$\dot{\varepsilon}^e = \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p = \dot{\varepsilon} - \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \quad (2.29)$$

に注意すれば、塑性定数  $\lambda$  は

$$\lambda = \Lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot E \dot{\varepsilon}}{\text{tr} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right) + \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial \sigma'}} \quad (2.30)$$

と書き直すことができる。この  $\Lambda$  は当然、式(2.25)の  $\lambda$  と同じものだが、ひずみ速度で表された塑性定数と呼ばれる。 $\Lambda$  を用いると応力増分とひずみ増分の関係は次のように得られる。



$$\dot{\sigma}' = E\dot{\varepsilon}^e = E(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) = E\dot{\varepsilon} - E\Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \quad (2.31)$$

式(2.31)は増分型の（線形）弾塑性応答と呼ばれる。

弾性応答式（式(2.28)）と弾塑性応答式（式(2.31)）の使い分けは、負荷基準に基づいてなされる。式(2.30)の分母第2項は正值の2次形式で、たいていの土質定数に対して応力状態がどうであれ分母は正になる。それを一般化して、いかなる応力状態に対しても式(2.30)の分母を正にする材料定数を改めてカムクレイパラメータと呼ぶ。詳細は Asaoka et.al.(1994)<sup>17)</sup>を参照。このとき、負荷の条件

$$\Lambda(=\lambda) > 0 \quad (2.32)$$

は式(2.30)の分子が正であることと等価になる。すなわち

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot E\dot{\varepsilon} &> 0 \quad \dots \text{負荷} \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \cdot E\dot{\varepsilon} &< 0 \quad \dots \text{除荷} \end{aligned} \quad (2.33)$$

が負荷基準となる。負荷基準は軟化と除荷（弾性応答）を区別するのに必須のものである。軟化は現応力点とともに降伏面が縮小する。除荷でも増分応力ベクトルが降伏面の内側を向くのは軟化と同じだが、除荷では降伏面は動かずに止まったままである（図 2.11）。

カムクレイモデルでは、除荷によって有効応力がひとたび降伏面の内側に入ってしまうと、除荷のあと再載荷しても、現応力点が降伏面に達するまでは弾性応答すると仮定される。

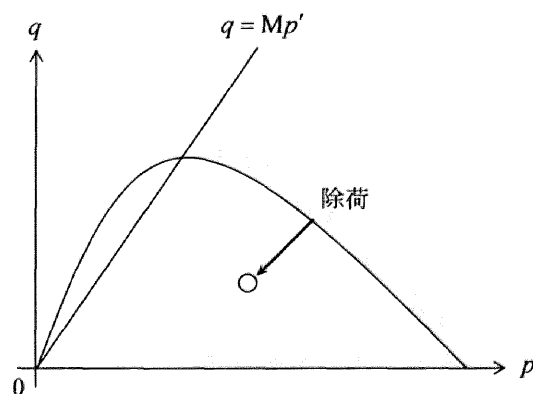


図 2.11 除荷（動かずに止まったままの降伏面）

## 2.3 骨格構造を有する自然堆積土とカムクレイモデルの適用限界

三笠<sup>18)</sup>によると土の力学的性質は、密度、含水量、骨格構造という独立な 3 つの因子に分けられるという。カムクレイモデルは実験室内で作製された練返し正規圧密粘土の負荷時の挙動を記述するモデルであり、骨格構造をまったく有さない土を対象とした。ところが、一般に自然堆積土はその堆積環境や様々な応力履歴によって骨格構造が発達しているため、カムクレイモデルでは表現できない複雑な力学挙動を示す。本論文では、骨格構造として過圧密・構造・異方性を考慮する。本節ではこれら過圧密・構造・異方性の働きによって生じる、カムクレイモデルでは表現できない複雑な挙動を示す。

### 2.3.1 骨格構造（過圧密・構造・異方性）の定義

図 2.12 は骨格構造が発達している自然堆積粘土の標準圧密試験結果である。図中の直線は同じ土を完全に練り返した後、再び標準圧密試験をして得られる練返し試料の圧縮線である。ここで「構造」を、練返し試料に対して、鉛直応力が同じならばより大きな比体積をとることができ、あるいは比体積が同じならばより大きな荷重を支えることができる状態と定義する。つまり図でも示しているように、構造の発達している土はカムクレイモデルでは不可能領域であった正規圧密線（練返し試料の圧縮線）の外側に応力状態をとることができる。またこの様子を土が「嵩張っている」と呼び、「嵩張り」具合が構造の程度を表す。鉛直応力が増加して圧縮が進むほど、不可能領域に応力状態をとっていた土は上側から練返し試料の圧縮線に漸近して、「嵩張り」具合が減少し構造が喪失していることがわかる。また、除荷を受けた土は過圧密土となり、先行圧密圧力と現応力の比が過圧密比である。弾塑性力学に基づく除荷時は弾性挙動を示す。実際、異なる鉛直応力から除荷した線（膨潤線）は線形的であり、その傾きは等しい。過圧密状態から再載荷すると、過圧密は解消し再び練返し試料の圧縮線に近づいていく。しかし、この時の応力経路は膨潤線とは異なっているため、土は弾塑性挙動を示していることがわかる。構造喪失も過圧密蓄積も鉛直応力の増加とともに生じていることから、負荷時の塑性変形によって進展していると考えられる。

異方性の研究はかなり古い時期から多く行われてきた。例えば Boehler<sup>19)</sup>によると、異方性は「作用する力の方向に対する材料の物理的応答の変化」と定義している。土は堆積時の粒子配列の卓越性や堆積中に受けた異方的な応力履歴によって異方性が発達すると考えられる。

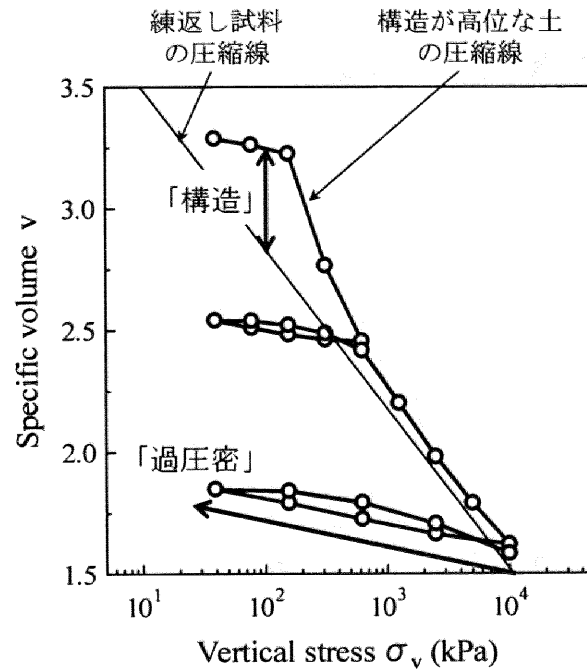


図 2.12 骨格構造の発達した粘土の標準圧密試験結果

### 2.3.2 カムクレイモデルの適用限界

ここでは骨格構造（過圧密・構造・異方性）を有する土を用いてせん断試験を行い、カムクレイモデルでは表現できない挙動を示す。

#### （1）過圧密粘土の排水せん断挙動（降伏面内部で生じる弾塑性挙動）

図 2.13 に過圧密粘土の側圧一定排水三軸圧縮試験結果を示す。領域 A では軸差応力  $q$  の増加を伴いながら粘土試料は最初圧縮するが、せん断が進み領域 B になると  $q$  は増加したまま膨潤しはじめる。領域 C になると膨潤し続けながら、 $q$  は減少に転じる。さて、カムクレイモデルでは説明できない現象は斜線で囲った領域 B で見られる。過圧密粘土は正規圧密粘土を除荷して作製するので、カムクレイモデルによると領域 B ではまだ応力状態は正規降伏面の内側にあるはずである。有効応力  $p'$  の変化は土の弾性体積変化を規定する。正規降伏面内部では弾性応答しか示さないで、 $p'$  の増加に伴い粘土試料は圧縮を示さなくてはならないが、領域 B では体積膨張している。もしもこの膨張が、塑性膨張が弾性圧縮より卓越したために起こっていると考えると、正規降伏面内部で弾塑性応答を示していることになるし、さらにせん断応力  $q$  が増加しているため、塑性膨張が硬化を伴っていることになってしまう。

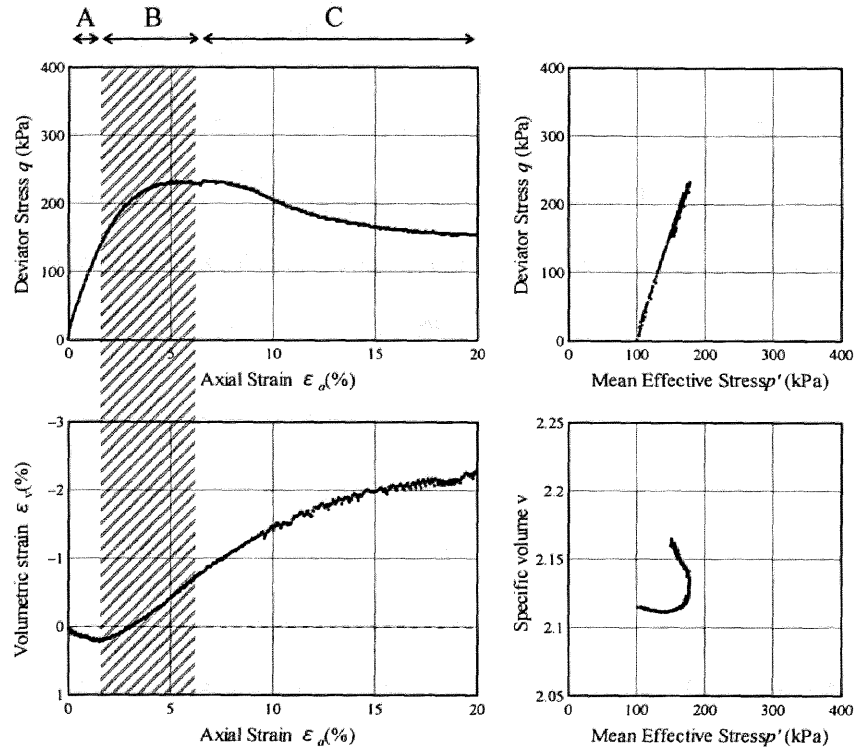


図 2.13 過圧密粘土の排水せん断試験

試しにカムクレイモデルで計算される過圧密粘土の排水せん断試験結果を図 2.14 に示す。軸差応力  $q$  がピークに達するまで応力は正規降伏面内部に存在するから、土は弾性圧縮を示す。 $q$  のピークで応力は正規降伏面に到達し、その後は正規圧密粘土となる。ところが応力は限界状態線より上側にあるから、土は即座に軟化を示し、だからピークで激しい尖り点をつくってしまう。実験結果（図 2.13）と比較してみると明らかなように、カムクレイモデルでは過圧密土のせん断挙動をまったく表現できないことがわかる。

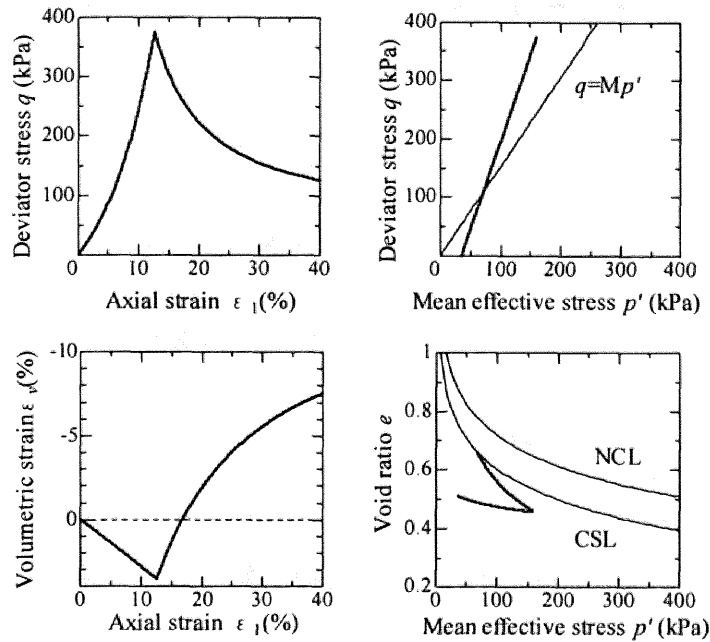


図 2.14 カムクレイモデルによる過圧密粘土の排水せん断計算結果

この過圧密土の挙動を忠実にモデル化するためには、カムクレイモデルに橋口<sup>8)</sup>によって提案された下負荷面 (subloading yield surface) の概念を導入することによって解決される。これによって、①正規降伏面内部に応力状態があるときも負荷時には過圧密の解消を伴って弾塑性応答を示し、②塑性膨張が硬化を伴うことがあることを表現することができるようになる<sup>20)</sup>。

## (2) 構造を有する粘土の非排水せん断挙動 (塑性圧縮を伴う軟化挙動)

図 2.15 は構造の発達した正規圧密粘土の非排水三軸圧縮試験結果である。有効応力経路を見ても、 $p'$  がせん断中減少し続けているが、 $q$  は最初増加してピークを示した後減少する。(1)でも述べたが、有効応力  $p'$  の変化は土の弾性体積変化を規定する。せん断中  $p'$  は減少しつづけるので、土は常に弾性膨張を生じている。試験は非排水条件で行っているので、体積変化が生じないためにはせん断中常に塑性圧縮を示さなくてはならない。カムクレイモデルによると塑性圧縮時は常に硬化を伴うはずである。ところが図 2.15 ではせん断途中で軸差応力  $q$  が大きく減少して塑性圧縮時に軟化を示している。カムクレイモデルでは、構造の発達した正規圧密粘土に見られる、この「塑性圧縮を伴う軟化挙動」を表現できない。

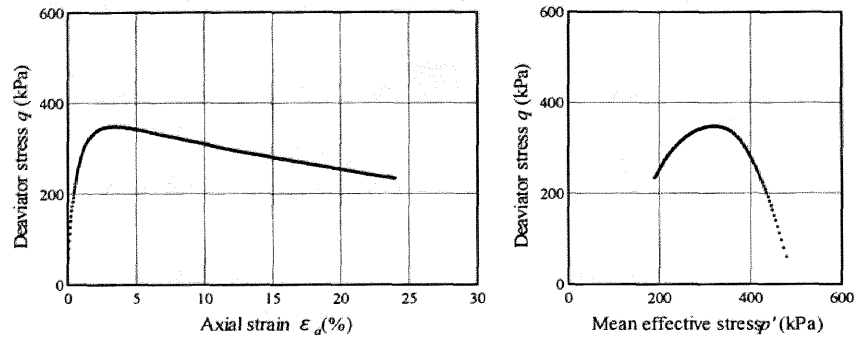


図 2.15 構造を有する粘土の非排水三軸圧縮試験

(1) の過圧密粘土とここで示した構造を有する粘土のせん断挙動からカムクレイモデルは、練り返されて構造が完全に喪失し、さらに過圧密が完全に解消した練返し正規圧密土の負荷と除荷だけにしか適用できないことがわかる。逆に言えばカムクレイ (Cam-clay) とはこのような土のことを意味する。そこで浅岡・中野・野田<sup>9),21),22)</sup>は、カムクレイモデルでは不可能とされる領域に土がその力学状態をとれるように、上負荷面 (superloading yield surface) の概念を導入した。そして橋口の下負荷面概念の導入と合わせて、負荷によって過圧密解消と構造喪失が進行し、すべての土はやがて練返し正規圧密土に限りなく近づくことを表現した。詳しくは後で述べるが、これらの概念の導入によってカムクレイモデルでは硬化と軟化、塑性圧縮と塑性膨張の境界線  $q = Mp'$  は共通で変化することはなかったが、硬化と軟化の境界線  $q = M_s p'$  と塑性圧縮と塑性膨張の境界線  $q = Mp'$  の 2 つに分けられることとなる。さらに、 $M_s$  は構造の程度、過圧密比によって複雑に変化するので、現応力比  $\eta$ 、 $M_s$ 、 $M$  の位置関係によって塑性圧縮を伴う軟化挙動や、塑性膨張を伴う硬化挙動を示すことができる。

### (3) 切り出し角度の違いによって生じる強度異方性

再構成試料とは十分に練り返して骨格構造を破壊した粘土試料を、液性限界の 2 倍の泥濘状に含水比調整して攪拌・脱気した後、1 週間かけて予備圧密 (一次元圧密) して作製する試料である。本論文では予備圧密圧力を 196kPa とした。こうして出来上がった再構成試料を図 2.16 に示すように鉛直、水平に切り出し角度を変えて供試体を作製し、294kPa で等方圧密した後、非排水三軸圧縮試験を行った。試験結果を図 2.17 に示す。同じ圧密槽内から採取・作製されたので 2 つの供試体の初期状態 (密度、骨格構造の程度) は等しいはずである。試験結果を見てみると、鉛直供試体の方が水平供試体に比べて、同せん断ひずみに対する軸差応力  $q$  が大きく、また破壊時の  $q$  も大きい。これは予備圧密過程に発達した異方性の影響だと考えられる。鉛直方向に発達した異方性の影響で、同方向に載荷したときは大きな強度を発揮し、水平方向に載荷したときは逆に強度が小さくなっていると考えられる。カムクレイモデルでは異方性を考慮していないため、このような違いを表現することができない。

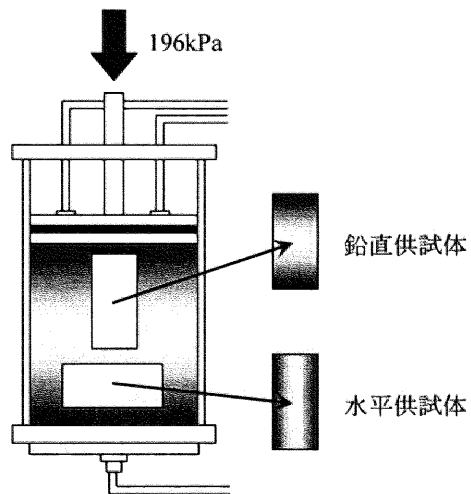


図 2.16 切り出し角度の異なる再構成試料

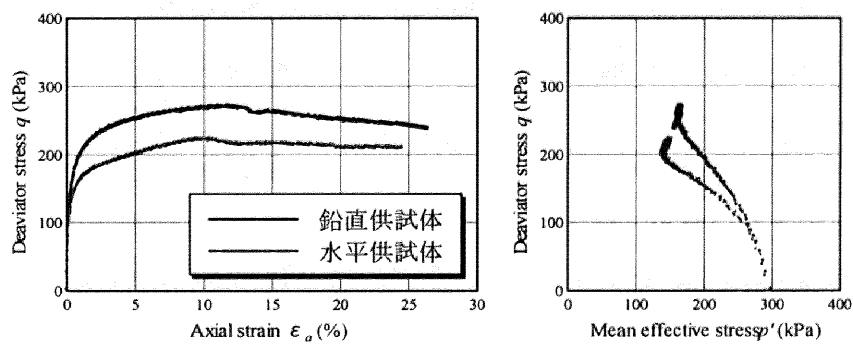


図 2.17 切り出し角度を変えて行った再構成粘土の非排水三軸圧縮試験

カムクレイモデルでは考慮されていなかった異方性を表現するために関口・太田<sup>7)</sup>に倣って新しい不変量 $\eta^*$ を導入し、降伏面を回転させる。降伏面を回転の程度によって、同じ初期状態であってもせん断挙動や強度の違いを再現することができる。

## 2.4 過圧密・構造・異方性の概念を導入した SYS カムクレイモデル

前節で骨格構造を有する土の複雑な力学挙動を示し、カムクレイモデルの限界を指摘した。本節ではそのカムクレイモデルの限界、

- 1) 正規降伏面内部での弾塑性応答
- 2) 塑性膨張を伴う硬化挙動
- 3) 塑性圧縮を伴う軟化挙動
- 4) 異方性

を表現するためにカムクレイモデルを基礎として、異方性を表現するために関口・太田の提案した  $\eta^*$ 、浅岡・中野・野田による上負荷面、橋口による下負荷面を導入し、骨格構造の発達した土の力学挙動を記述する新しい弾塑性構成式 SYS カムクレイモデルを定式化する。そして骨格構造の進展速度を決める発展則を規定する。2.1 でも述べたが、この発展則は材料の違いを区別する非常に重要なものである。最後に SYS カムクレイモデルの特徴を示し、カムクレイモデルではできなかった 2.3 の挙動を、SYS カムクレイモデルを用いて表現する。

なお、ここまではわかりやすさのため微小変形理論に基づいて記述してきたが、ここからは客観性を満たす有限変形理論に基づいて式の記述を行う。

### 2.4.1 修正カムクレイモデル

カムクレイモデルの降伏面の形状は  $q=0$  において尖り点を形成してしまい、関連流れ則を適用することができないため、等方圧縮を行うことができない。そこで尖り点が生じないように、式(2.5)と式(2.6)の間の補間を線形補間（式(2.9)）ではなく、

$$x(\eta) = N + \frac{\Gamma - N}{\ln 2} \ln \left( \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \right) \quad (2.34)$$

と行った場合を修正カムクレイモデルと呼ぶ。カムクレイモデルにおける式(2.15)、式(2.22)は以下のように対応する。

$$\varepsilon_v^p = f(p', \eta) = \frac{1}{v_0} \left( \frac{\Gamma - N}{\ln 2} \ln \left( \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \right) + (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln \frac{p'}{p'_0} \right) = f(\sigma') \quad (2.35)$$

$$N - \Gamma = \ln 2 (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \quad (2.36)$$

降伏面の形状は図 2.18 のようになり、 $q=0$  における尖り点を生じないことがわかる。限界状態線の下側では塑性圧縮を伴う硬化、上側では塑性膨張を伴う軟化を示すことはカムクレイモデルと同じである。



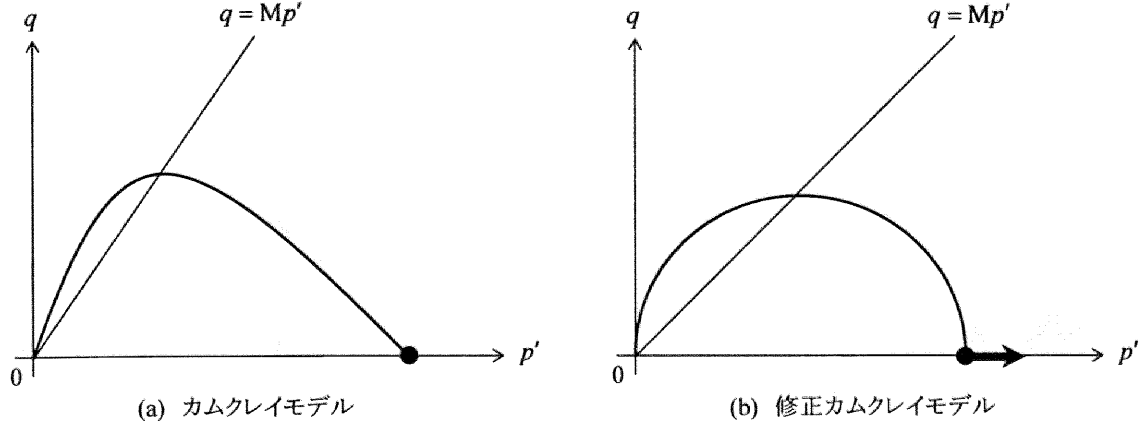


図 2.18 カムクレイモデルと修正カムクレイモデルの降伏面の形状

#### 2.4.2 繰り返し正規圧密土の弾塑性応答 $\eta^*$ を用いた修正カムクレイモデル

十分に繰り返された土の弾塑性応答は、修正カムクレイモデルに従うとする。限界状態の土質力学において応力比  $\eta$  は一般に次のように定義される。

$$\eta = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\eta}} \quad (2.37)$$

しかしここでは、塑性ポテンシャルの回転を表現するために、 $\eta$  に代わって関口・太田<sup>21)</sup>が提案した次の不変量を用いる。

$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2} \hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \hat{\boldsymbol{\eta}}} \quad (2.38)$$

式(2.37)、式(2.38)において、

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\eta} - \beta, \quad \boldsymbol{\eta} = \frac{\boldsymbol{S}}{p'}, \quad \boldsymbol{S} = \boldsymbol{T}' + p' \boldsymbol{I}, \quad p' = -\frac{1}{3} \text{tr} \boldsymbol{T}' \quad (2.39)$$

ここに、 $\boldsymbol{T}'$  は有効コーシー応力テンソル（引張を正）、 $\boldsymbol{S}$  は偏差応力テンソル、 $\boldsymbol{I}$  は単位テンソル、そして  $\beta$  は回転硬化変数と呼ばれるテンソルである。また、異方性の発達度合い（回転の程度）を表現する  $\zeta$  は次式で表わされる。

$$\zeta = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\beta}} \quad (2.40)$$

$\eta^*$  の導入により修正カムクレイモデルの塑性ポテンシャルは次式で与えられ、その形状は図

2.19 に示すように等方軸に対して傾いている。

$$f(p', \eta^*) = MD \ln \frac{p'}{\tilde{p}_0} + MD \ln \frac{M^2 + \eta^{*2}}{M^2} = \varepsilon_v^p \quad (2.41)$$

ここで  $D$  (ダイレタンスー係数) は材料定数であり、式(2.41)の  $\tilde{p}_0$  は修正カムクレイ降伏面上の平均有効応力であり、初期状態における平均有効応力  $p'_0$  と同じである。初期比体積を  $v_0$  としたとき、 $D$  は  $\tilde{\lambda}$ 、 $\tilde{\kappa}$ 、 $M$  によって次のように定義される。

$$D = \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{Mv_0} \quad (2.42)$$

なお、 $N$  と  $\Gamma$  の関係は

$$N - \Gamma = (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln 2 \quad (2.43)$$

で与えられて、カムクレイモデルのそれ (式(2.22)) とは異なる。修正カムクレイモデルのエッセンスについては、Muir Wood<sup>23)</sup> も参照にされたい。

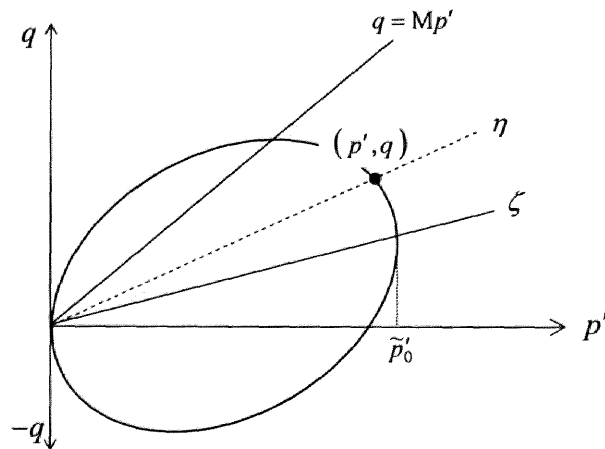


図 2.19 修正カムクレイモデル

以上のように、 $\eta$  の代わりに  $\eta^*$  を用いて異方性を持つ土の塑性変形を記述する。この異方性の発達、塑性変形の進展に伴って起こるとし (応力誘導異方性)、式(2.39)の  $\beta$  の共回転速度を Hashiguchi and Chen<sup>24)</sup> にしたがって、塑性ストレッチングの関数として与える。

#### 2.4.3 構造を有する過圧密土の弾塑性モデルの定式化

自然堆積した土は一般に構造を有していて過圧密状態にあると考えられ、式(2.41)に上・下負荷面概念を導入する。軸対称条件下では  $q \sim p'$  応力空間において、上負荷面および下負荷

面は図2.20のように、正規降伏面に対して原点を相似中心とする相似形で描くことができる。また、一般に現応力状態は下負荷面上にある。

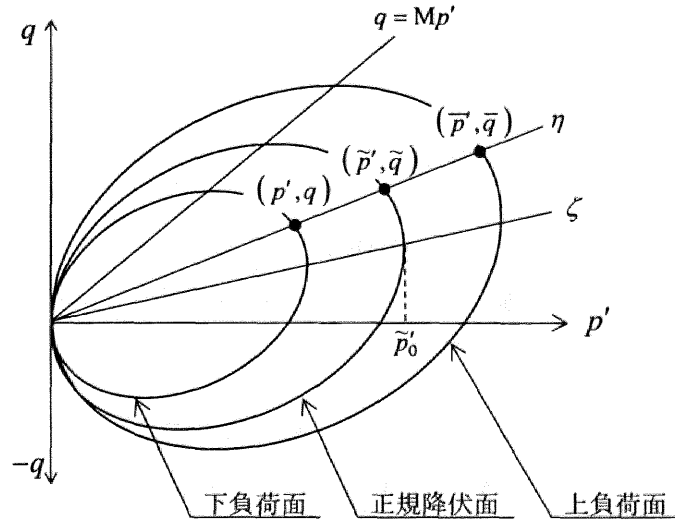


図 2.20 3つの降伏面

体積ひずみ増分と同じように、ストレッチング  $\mathbf{D}$  (引張りを正) を弾性成分  $\mathbf{D}^e$  と塑性成分  $\mathbf{D}^p$  の和の形で分解できるものとする。塑性体積ひずみ  $\dot{\epsilon}_v^p$  (圧縮を正) は以下のように記述できるので

$$\left(\dot{\epsilon}_v^p\right) - \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau = \lambda \frac{\partial f}{\partial p'} \quad (2.44)$$

正規降伏面の降伏関数は、

$$f(\tilde{p}', \tilde{\eta}^*) + \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau = M D \ln \frac{\tilde{p}'}{\tilde{p}_0'} + M D \ln \frac{M^2 + \tilde{\eta}^{*2}}{M^2} + \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau = 0 \quad (2.45)$$

となる。 $J$  は変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  のヤコビアンであり、現時刻 ( $t=t$ ) と初期時刻 ( $t=t_0$ ) における比体積  $v$  と  $v_0$  を用いて以下のように表現できる。

$$J = \det \mathbf{F} = \frac{v}{v_0} \quad (2.46)$$

構造を有する正規圧密土の負荷時の挙動を記述するために、正規降伏面の外側に上負荷面を設ける。上負荷面と正規降伏面の相似比  $R^*$  は構造の程度を表わし、小さいほどその程度が高位であることを示す。

$$R^* = \frac{\bar{p}'}{\bar{q}} = \frac{\bar{q}}{\bar{p}} \quad , \quad 0 < R^* \leq 1 \quad \text{and} \quad \bar{\eta} (= \frac{\bar{q}}{\bar{p}}) = \eta \quad (2.47)$$

上負荷面の導入により、通常は不可能領域であった正規圧密線の外側にも応力状態をとることができる。そして上負荷面の降伏関数は、

$$\begin{aligned} & f(\bar{p}', \bar{\eta}^*) + MD \ln R^* + \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau \\ &= MD \ln \frac{\bar{p}'}{\bar{p}_0'} + MD \ln \frac{M^2 + \bar{\eta}^{*2}}{M^2} + MD \ln R^* + \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau = 0 \end{aligned} \quad (2.48)$$

となる。

正規圧密土が除荷されると過圧密土になる。過圧密土の挙動を記述するために、上負荷面の内側に下負荷面を設ける。上負荷面と下負荷面の相似比  $R$  は過圧密の程度（その逆数  $1/R$  は過圧密比）を表わし、 $R^*$  同様小さいほどその程度が高位であることを示す。

$$R = \frac{p'}{\bar{p}'} = \frac{q}{\bar{q}} \quad , \quad 0 < R \leq 1 \quad \text{and} \quad \bar{\eta} (= \frac{\bar{q}}{\bar{p}'}) = \tilde{\eta} = \eta \quad (2.49)$$

下負荷面の導入により、過圧密土の再負荷時に生じる弾塑性挙動を示す。現応力点  $(p', q)$  は常に下負荷面上にあり、下負荷面の降伏関数は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} & f(p', \eta^*) + MD \ln R^* - MD \ln R + \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau \\ &= MD \ln \frac{p'}{\bar{p}_0'} + MD \ln \frac{M^2 + \eta^{*2}}{M^2} + MD \ln R^* - MD \ln R + \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau = 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

#### 2.4.4 関連流れ則と適応条件式

土の塑性変形は、次式に示す関連流れ則に従うと仮定する。

$$\mathbf{D}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (2.51)$$

ここで  $\lambda$  は塑性乗数である。塑性論に従い、現応力が常にある下負荷面に対して Prager の適応条件式

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' + \frac{\partial f}{\partial \beta} \cdot \dot{\beta} + J \text{tr} \mathbf{D}^p + MD \frac{\dot{R}^*}{R^*} - MD \frac{\dot{R}}{R} = 0 \quad (2.52)$$

を適用することにより後続塑性ポテンシャル面の大きさは決定される。構成式は客観性を有することを必要とするので、客観性のある応力速度として本論文では、Cauchy 応力の Green-Naghdi rate<sup>25)</sup>  $\dot{\mathbf{T}}'$  と  $\dot{\boldsymbol{\beta}}$  を用いる（詳細は付録 A1 (e) 参照）。 $\dot{\mathbf{T}}'$  と  $\dot{\boldsymbol{\beta}}$  は、

$$\dot{\mathbf{T}}' = \dot{\mathbf{T}}' + \mathbf{T}'\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{T}' \quad (2.53)$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \dot{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\beta} \quad (2.54)$$

で表され、 $\boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T$  の  $\mathbf{R}$  は変形勾配  $\mathbf{F}$  を極分解した時に得られる回転テンソルであり、 $\boldsymbol{\Omega}$  は物質スピと呼ばれる。また、上付き “T” は転置作用を表す。これらを式(2.52)に代入すると、以下ようになる。

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\beta}} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}} + J \text{tr} \mathbf{D}^p + MD \frac{\dot{R}^*}{R^*} - MD \frac{\dot{R}}{R} = 0 \quad (2.55)$$

#### 2.4.5 過圧密 $R$ 、構造 $R^*$ 、異方性 $\beta$ の発展則

式(2.55)からもわかるように、後続負荷面は過圧密・構造・異方性の進展の程度によって規定される。過圧密・構造・異方性は塑性変形の進展に伴って推移すると考え、塑性ストレッチングの正のスカラー関数として物質時間微分を定義し「発展則」と呼ぶ。骨格構造の進展速度は土の種類によって異なり、その違いによって土の種類を決定することから、発展則は非常に重要であり「第2の構成式」とも呼びうるものである。

##### (1) 過圧密の発展則

過圧密は塑性変形の進展に伴って解消する。そこで  $R$  の発展則は塑性ストレッチングの正のスカラー関数として、次式のように物質時間微分を定義する。塑性変形の進展尺度としては、塑性ストレッチングのノルム  $\|\mathbf{D}^p\| = \sqrt{\mathbf{D}^p \cdot \mathbf{D}^p}$  を適用する。

$$\dot{R} = JU \|\mathbf{D}^p\| \quad (2.56)$$

ここで正のスカラー関数  $U$  は  $R$  の関数であり、次の条件を満たす必要がる。①正規圧密状態 ( $R=1$ ) のとき、過圧密の解消なし。②完全除荷 ( $R \equiv 0$ ) のとき、再負荷時にはほとんど弾塑性応答しか示さない。つまり、

$$\begin{aligned} U &= 0 \quad \text{at} \quad R=1 \\ U &= \infty \quad \text{at} \quad R=0 \end{aligned} \quad (2.57)$$

を仮定して、この条件を満たす最も簡単な関数として

$$U = -\frac{m}{D} \ln R \quad (2.58)$$

と定式化する。ここで  $m$  は正の材料定数（正規圧密土化指数）であり、大きいほど過圧密の解消が速い。

過圧密の発展則は塑性変形の進展時、つまり負荷時にのみ適用され、過圧密の解消速度を決めるものである。過圧密は除荷によって増加するが、それは除荷を開始した応力点（先行圧密応力）と現応力の比で定義され、過圧密の発展則とは関係がない。図 2.21 は圧密試験において除荷によって過圧密状態にある試料を再載荷したときの概念図である。再載荷時には弾塑性応答を示し膨潤線とは異なる応力経路をたどるが、 $m$  が大きく過圧密解消が速いと弾性的挙動を示すのに対し、 $m$  が小さく過圧密解消が遅いと塑性変形が大きく生じる。

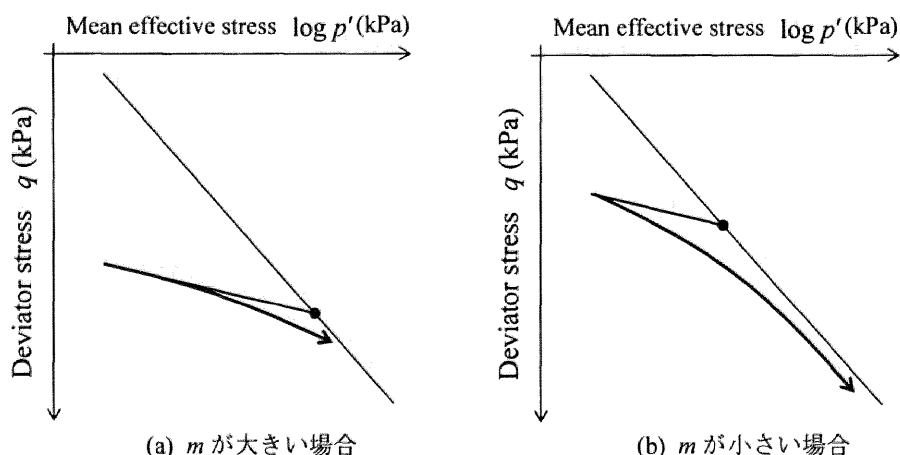


図 2.21  $m$  の大小による再載荷時の弾塑性応答の違い

## （２）構造の発展則

構造も塑性変形の進展に伴って喪失する。そこで  $R^*$  の発展則は  $R$  と同じように、塑性ストレッチングの正のスカラー関数として、以下のように物質時間微分を定義する。図 2.22 は高位構造を有する粘土と、緩から中密まで密度の異なる砂の段階載荷等方圧密試験結果である。(a)には同じ土の再構成試料から求めた正規圧密線（NCL）も同時に示してある。粘土は構造を有しているので正規圧密線に対して嵩張った挙動を示すが、圧密圧力の増加とともに次第に正規圧密線に漸近してゆき構造が喪失している様子がわかる。一方の砂の試験結果を見てみる。詳しくは 4 章で述べるが、砂は密度に応じて異なる程度の骨格構造を有しており、緩詰め砂ほど構造の程度が高位で過圧密比が小さく、密詰めになるほど構造の程度が低位で過圧密比が大きくなる。図からも密詰めになるほど圧密降伏応力が大きく、過圧密比が大きくなっている。圧密降伏応力以降の圧縮線が線形的であること、そして密度に応じて構造の程

度が異なるにも関わらず全ての圧縮線の傾きが等しいことから、砂は等方圧密では構造が喪失していないことがわかる。

粘土は過圧密と同じように塑性変形の進展尺度として、塑性ストレッチングのノルム $\|D^p\|$ を用いるが、砂の構造は等方圧密試験のように塑性ストレッチングの偏差成分が生じないときは喪失しないと仮定し、塑性ストレッチングの偏差成分 $\|D_s^p\|$ を用いる。ここに、

$$D_s^p = D^p - \frac{1}{3} \text{tr} D^p I \quad (2.59)$$

つまり $R^*$ の発展則では、塑性変形の進展尺度として粘土と砂で別のものを用いる。

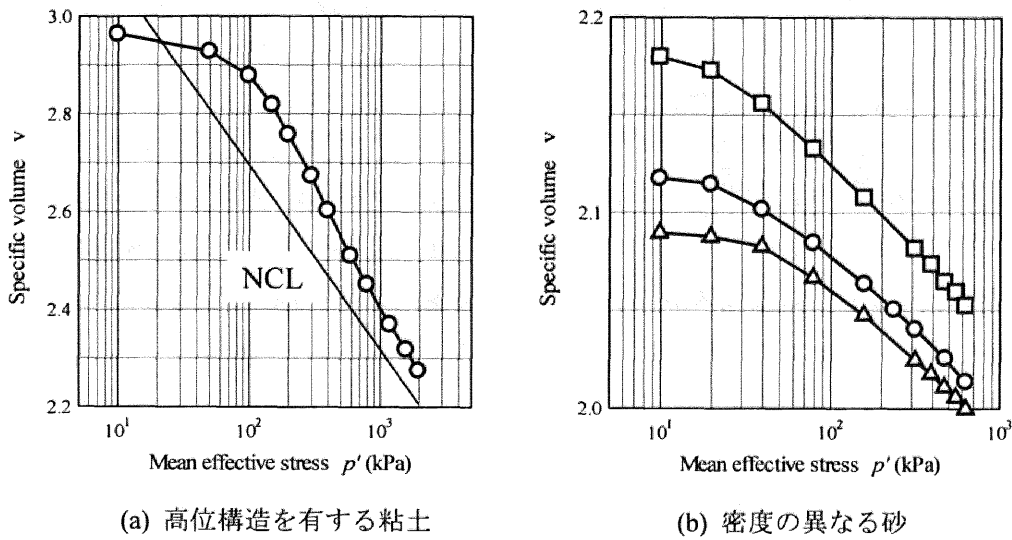


図 2.22 構造を有する粘土と密度の異なる砂の等方圧密試験

$$\dot{R}^* = JU^* \|D^p\| \quad (\text{粘土の場合}) \quad (2.60)$$

$$\dot{R}^* = JU^* \|D_s^p\| \quad (\text{砂の場合}) \quad (2.61)$$

正のスカラー関数 $U^*$ は $R^*$ の関数であり、粘土と砂で共通である。ここで、①練返し状態のとき( $R^* = 1$ )、もはやこれ以上の構造の喪失はない。②構造の程度が無限大のとき( $R^* \cong 0$ )、土はコロイド状態にあると考えられ、塑性変形が進んでも液体は液体のままで構造の喪失はないと考える。以上から、

$$\begin{aligned} U^* &= 0 \quad \text{at} \quad R^* = 1 \\ U^* &= 0 \quad \text{at} \quad R^* = 0 \end{aligned} \quad (2.62)$$

であることより  $\beta$  関数を用いて、

$$U^* = \frac{a}{D} R^{*b} (1 - R^*)^c \quad (2.63)$$

と定式化する。 $a, b, c$  は正の材料定数(構造劣化指数)であるが、本研究では簡単のため  $b = c = 1.0$  として扱い、 $a$  が大きいほど構造の喪失が速い。

過圧密は除荷によって増加するが、構造は除荷しても増加しない（蘇らない、生き返らない）。構造は塑性変形の進展によって喪失する一方である。

### (3) 異方性の発展則

$\beta$  の発展則は、客観性を有する物質時間微分  $\dot{\beta}$  を次の4つの仮定に基づき定式化する<sup>26)</sup>。

- ① 等方状態にある土に、等方圧縮のように偏差応力が生じないように载荷したときは、異方性は発達しないと考える。そこで  $\beta$  の塑性変形の進展尺度は、砂の場合の  $R^*$  の発展則と同じように塑性ストレッチングの偏差成分  $\|D_s^p\|$  を用いる。
- ② 塑性ポテンシャルの回転には

$$\|\beta\| = m_b \quad (2.64)$$

で定義される限界が在り、回転硬化限界面と呼ぶ。

- ③ 回転硬化変化率  $\dot{\beta}$  は次式で定義されるテンソルと同じ方向を向く (図 2.23)。

$$\eta_b = m_b \frac{\hat{\eta}}{\|\hat{\eta}\|} - \beta \quad (2.65)$$

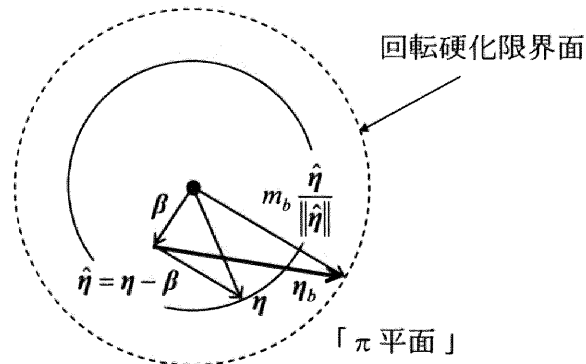


図 2.23 異方性の発達方向  $\eta_b$



- ④ 図 2.24 は鉛直・水平に切り出した再構成粘土を、圧密圧力を変えて非排水三軸圧縮試験を行った結果である。低拘束圧では再構成粘土作製時に発達した異方性の影響で 2 つの供試体で強度差が生じているが、高压で等方圧密することによって強度差がほとんどなくなっている。そこで、 $\eta = \text{const}$  の単調載荷の場合には、 $\beta$  は  $\eta$  に漸近し  $\|\dot{\eta}\| = 0$  となって最終的には異方性の発達（回転）が止まるとする（図 2.25）。

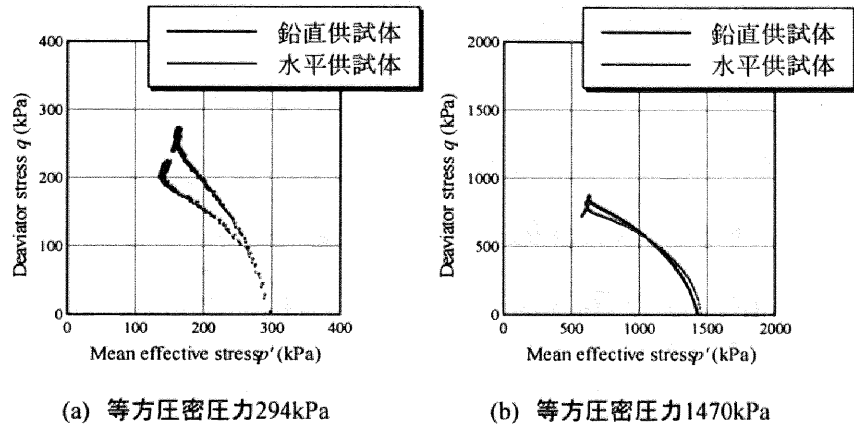


図 2.24 等方圧密圧力の異なる再構成粘土の有効応力パス

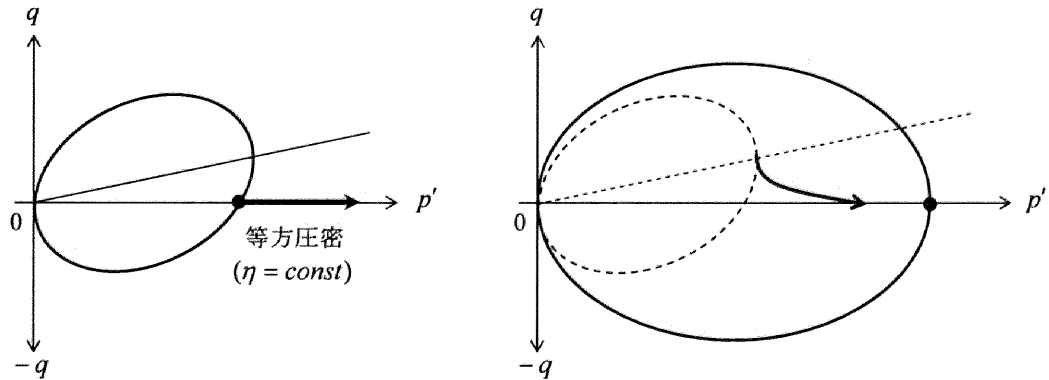


図 2.25 単調載荷時の降伏面の変化

以上の結果から  $\beta$  の発展則は

$$\dot{\beta} = J \frac{b_r}{D} \sqrt{\frac{2}{3}} \|D_s^p\| \|\dot{\eta}\| \eta_b \quad (2.66)$$

と定式化される。ここに  $b_r$  (回転硬化指数) は異方性の発達速度を決める材料定数であり、大きいほど異方性の発達が速い。

#### 2.4.6 塑性乗数 $\lambda$ と硬化/軟化の境界線、塑性圧縮/塑性膨張の境界線

発展則（式(2.56)、式(2.60)or 式(2.61)、式(2.66)）を式(2.55)に代入し、式(2.51)の関連流れ則を適用すると、 $\lambda$ は次式のようにになる。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'}{J \frac{MD}{p'(M^2 + \eta^{*2})} (M_s^2 - \eta^2)} \quad (2.67)$$

ここで

$$M_s^2 = M_a^2 + br \frac{4M\eta^{*2}}{M^2 + \eta^{*2}} (m_b \eta^* - \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \boldsymbol{\beta}) - MD \left( \frac{U^*}{R^*} - \frac{U}{R} \right) \sqrt{6\eta^{*2} + \frac{1}{3} (M_a^2 - \eta^2)^2} \quad (\text{粘土の場合}) \quad (2.68)$$

$$M_s^2 = M_a^2 + br \frac{4M\eta^{*2}}{M^2 + \eta^{*2}} (m_b \eta^* - \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \boldsymbol{\beta}) - MD \left\{ \frac{U^*}{R^*} 2\eta^* - \frac{U}{R} \sqrt{6\eta^{*2} + \frac{1}{3} (M_a^2 - \eta^2)^2} \right\} \quad (\text{砂の場合}) \quad (2.69)$$

$$M_a^2 = M^2 + \zeta^2, \quad \zeta = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\beta}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\boldsymbol{\beta}\| \quad (2.70)$$

である。構造の発展則が異なるので（式(2.60)と式(2.61)）、粘土と砂で  $M_s$  の式は2つある。 $M_s$  は過圧密解消、構造喪失、及び異方性の発達/消滅に伴い変化するが、“限界状態定数”  $M$  は一定である。

土が負荷状態にあるとき、塑性理論から関連流れ則（式(2.52)）の塑性定数  $\lambda$  は

$$\lambda > 0 \quad (2.71)$$

が言える。したがって式(2.67)から、土は負荷状態において以下の3つの状態に分類される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' &> 0 \quad \text{when } \eta^2 < M_s^2 \quad \dots \text{硬化} \\ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' &= 0 \quad \text{when } \eta^2 = M_s^2 \quad \dots \text{塑性体積変化なし} \\ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' &< 0 \quad \text{when } \eta^2 > M_s^2 \quad \dots \text{軟化} \end{aligned} \quad (2.72)$$

$\eta$  は定義から正であるため、 $\eta = M_s$  は軟化と硬化の境界線であることが分かる。これを図 2.26 に示す。また、塑性ポテンシャル面は塑性変形の進展に伴って形が回転するため、塑性圧縮と塑性膨張の境界線は塑性変形の進展に伴って変化する。式(2.68) と式(2.69)から、過圧密比が大きいほど ( $R$  が小さいほど)  $M_s$  が大きく、逆に構造の程度が大きいほど ( $R^*$  が小さいほど)  $M_s$  は小さくなる。また、過圧密解消 ( $R \rightarrow 1.0$ ) は  $M_s$  を減少させ、構造喪失 ( $R^* \rightarrow 1.0$ ) は  $M_s$  を増加させることがわかる。

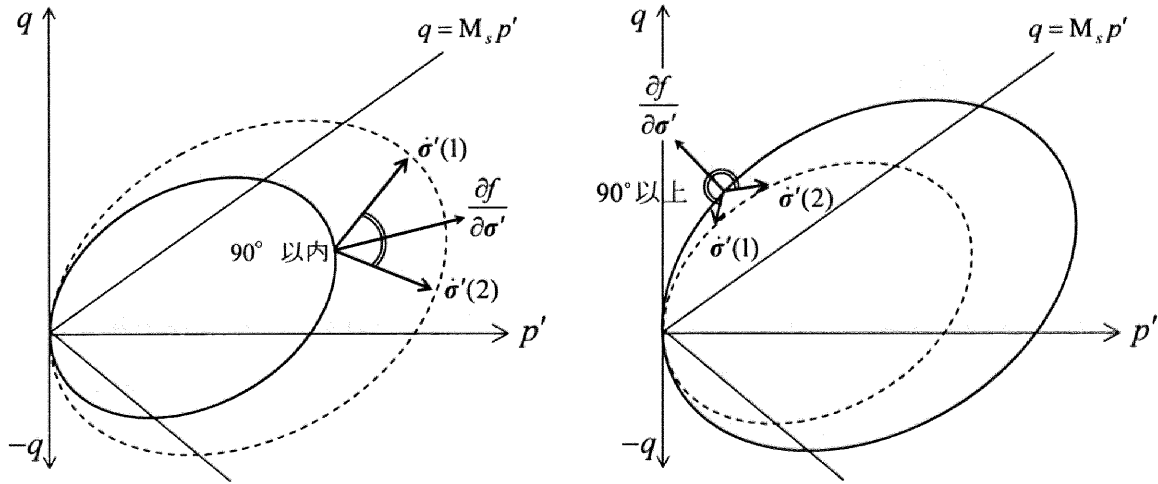


図 2.26  $q = M_s p'$  より下側での硬化と上側での軟化

さて、塑性体積ひずみ増分は

$$(\dot{\epsilon}_v^p) - J \text{tr} \mathbf{D}^p = -\lambda \text{tr} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} = \lambda \frac{MD}{p'(M^2 + \eta^{*2})} (M_a^2 - \eta^2) \quad (2.73)$$

であるから、応力比  $\eta^2 = M_a^2$  によって表記される塑性圧縮と塑性膨張の境界線は、以下のよう分類される。

$$\begin{aligned} -\text{tr} \mathbf{D}^p > 0 & \text{ when } \eta^2 < M_a^2 & \cdots & \text{塑性圧縮} \\ -\text{tr} \mathbf{D}^p = 0 & \text{ when } \eta^2 = M_a^2 & \cdots & \text{塑性体積変化なし} \\ -\text{tr} \mathbf{D}^p < 0 & \text{ when } \eta^2 > M_a^2 & \cdots & \text{塑性膨張} \end{aligned} \quad (2.74)$$

$\eta = M_a$  は塑性圧縮と塑性膨張の境界線であることがわかる。これを図 2.27 に示す。式(2.70)から、 $M_a$  は異方性の発達 ( $\zeta$  の増加) によって増加し、逆に異方性の消滅 ( $\zeta \rightarrow 0$ ) によって減少する。

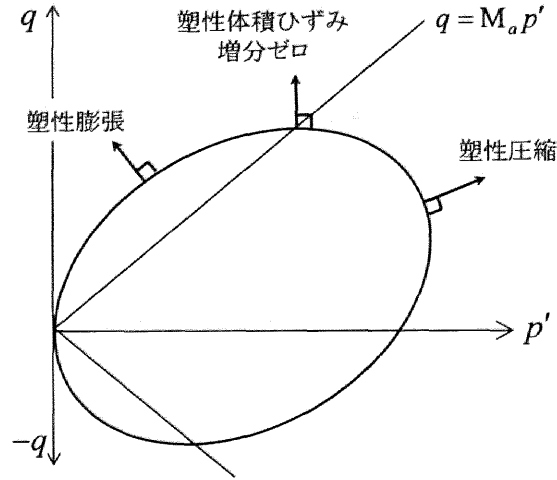


図 2.27  $q = M_a p'$  より下側での塑性圧縮と上側での塑性膨張

また、異方性の発達には回転硬化限界定数  $m_b$  によって規定される回転硬化限界が存在するため、 $M_a$  には次式の条件が課せられる。

$$M_a^2 \leq M^2 + \frac{3}{2} m_b^2 \quad (2.75)$$

#### 2.4.7 構成式と負荷基準

式(2.67)に弾性応答の式

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{E} \mathbf{D}^e \quad (2.76)$$

を代入し、 $\lambda$  について解くと、ストレッチングで表記された塑性乗数を得ることができる。

$$\Lambda = \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{E} \mathbf{D}}{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} + J \frac{MD}{p'(M^2 + \eta^{*2})} (M_s^2 - \eta^2)} \quad (2.77)$$

式(2.76)において  $\mathbf{E}$  は弾性係数テンソルである。ストレッチングで表記された塑性乗数  $\Lambda$  を用いて、式(2.55)を考慮すると、式から弾塑性構成式を得る。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{E} \mathbf{D} - \Lambda \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (2.78)$$

今、土骨格が等方材料と仮定して弾性変形に対し非線形等方フック則を仮定すると、

$$\dot{\mathbf{T}}' = \left( \tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) (\text{tr} \mathbf{D}^e) \mathbf{I} + 2 \tilde{G} \mathbf{D}^e \quad (2.79)$$

となる。したがって SYS カムクレイモデルの速度型構成式的具体形は以下ようになる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \left( \tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) \text{tr} \mathbf{D} \mathbf{I} + 2 \tilde{G} \mathbf{D} - \frac{(6 \tilde{G} \hat{\eta} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K} \alpha \text{tr} \mathbf{D})(6 \tilde{G} \hat{\eta} - \tilde{K} \alpha \mathbf{I})}{12 \eta^{*2} \tilde{G} + \tilde{K} \alpha^2 + h} \quad (2.80)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \tilde{K} &= \frac{1+e}{\tilde{\kappa}} p' (= \frac{J(1+e_0)}{\tilde{\kappa}} p') \\ \tilde{G} &= \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \tilde{K} \\ \alpha &= M_a^2 - \eta^2 \\ h &= J p' \frac{M^2 + \eta^{*2}}{MD} (M_s^2 - \eta^2) \end{aligned} \quad (2.81)$$

である。さて、式(2.77)の分母第2項は正值の二次形式で、たいていの土定数に対して応力状態がどうであれ分母は正になる。それを一般化して、いかなる応力状態に対しても式(2.77)の分母を正にする材料定数を改めて土質定数と呼ぶこととする。この時、負荷条件

$$\Lambda > 0 \quad (2.82)$$

は、 $\Lambda$  の分子が性であることと等価となり、次式のように書き改められる。

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{E} \mathbf{D} > 0 \quad (2.83)$$

#### 2.4.8 SYS カムクレイモデルの特徴

カムクレイモデルでは、塑性圧縮/塑性膨張の境界線と硬化/軟化の境界線は、ともに限界状態線  $q = M p'$  を用いて共通で、限界状態線の下側 ( $\eta < M$ ) では塑性圧縮を伴う硬化を、上側 ( $\eta > M$ ) では塑性膨張を伴う軟化を必ず示す。また限界状態線は負荷中に変化することはない。SYS カムクレイモデルでは、塑性圧縮/塑性膨張の境界線  $M_a$  と硬化/軟化の境界線  $M_s$  が別々に存在し、 $M_a$  は異方性の発達/消滅によって増減し、 $M_s$  は構造の程度、過圧密比、異方性の発達度合い、そして現応力比によって複雑に変化する。塑性圧縮/塑性膨張の境界線と硬化/軟化の境界線が別々に独立して動くので、カムクレイモデルではできなかった挙動を再現することができるようになった。図 2.28 に示すように  $M_s < \eta < M_a$  では塑性圧縮を伴う軟化

挙動を、 $M_a < \eta < M_s$  では塑性膨張を伴う硬化挙動を示す。

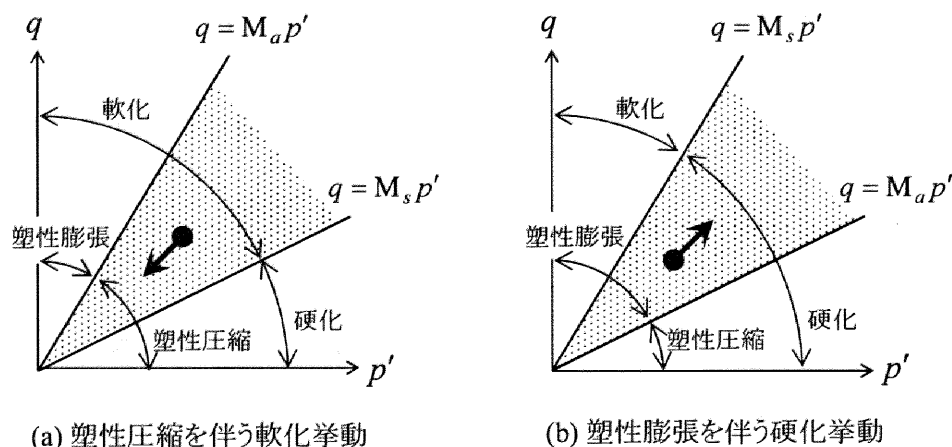


図 2.28 カムクレイモデルでは表現できない挙動

表 2.1 に SYS カムクレイモデルに用いる材料定数を示す。弾塑性パラメータはカムクレイパラメータのことで、N は練返し正規圧密線における  $q=0, p'=98.1\text{kPa}$  の時の比体積の値である。第 3 章および第 4 章において、粘土と砂の弾塑性パラメータの決定方法を示している。発展則パラメータは圧密試験およびせん断試験の実験結果を、SYS カムクレイモデルの応答と試行錯誤的にフィッティングすることで決定する。

表 2.1 SYS カムクレイモデルに用いる材料定数

弾塑性パラメータ	発展則パラメータ
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	正規圧密土化指数 $m$
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )
限界状態定数 $M$	回転硬化指数 $b_r$
NCL の切片 $N$	回転硬化限界定数 $m_b$
ポアソン比 $\nu$	

表 2.2 には SYS カムクレイモデルに用いる初期値を示す。5 つの初期値は式(2.50)を通じて互いに関連があり、4 つの初期値を固定すれば残りの 1 つは自動的に決定される。

表 2.2 SYS カムクレイモデルに用いる初期値

初期比体積 $v_0$
初期平均有効応力 $p'_0$
初期過圧密比 $1/R_0$
初期構造の程度 $1/R_0^*$
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_\theta \cdot \beta_\theta}$

SYS カムクレイモデルでは、先に示した物理定数を除く 9 つのパラメータと 5 つの初期値を用いることによってカムクレイモデルではできない複雑な挙動を表現できる。以降では 2.3 で示したカムクレイモデルでは適用範囲外だった挙動を構成式の応答として示す。以下 (1) から (4) の計算結果は全て表 2.3 に示す材料定数を用いて、初期値のみを変えて行った。ここでの計算は簡単のため  $b_r = 0$  としたので、せん断中に異方性は変化（発達/消滅）しない。

表 2.3 計算に用いた材料定数

弾塑性パラメータ	
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.23
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.065
限界状態定数 $M$	1.25
NCL の切片 $N$ ( $q = 0, p' = 98.1\text{kPa}$ 時の比体積)	2.29
ポアソン比 $\nu$	0.12
発展則パラメータ	
正規圧密土化指数 $m$	3.0
構造劣化指数 $a$ ( $b = c = 1.0$ )	0.7
回転硬化指数 $b_r$	0.0
回転硬化限界定数 $m_b$	0.0

(1) 過圧密粘土の排水せん断挙動（降伏面内部で生じる弾塑性挙動）

図 2.29 は表 2.4 に示した初期値のもと、SYS カムクレイモデルを用いた過圧密粘土の排水せん断試験の構成式の応答結果である。 $v \sim p'$  図上に引いた 2 本の線は、計算に用いた弾塑性パラメータから求めた正規圧密線（NCL）と限界状態線（CSL）である。図 2.13 で示した実験結果同様、領域 B において見られる、軸差応力  $q$  の増加を伴う体積膨張を再現できている。下負荷面の導入によって、 $q \sim \varepsilon_s$  関係におけるピーク点は滑らかな曲線を描いており、カ

ムクレイモデルで計算された図 2.14 のような尖り点を持っておらず、計算結果は実験結果をよく再現できている。図中(c)にはせん断中の過圧密比と構造の程度の推移を示しているが、せん断に伴う塑性変形の進展によって過圧密は解消し ( $R \rightarrow 1.0$ )、最終的には正規圧密状態となって限界状態にいたる。(f)には現応力比  $\eta$ 、 $M_s$ 、 $M_a$  の動きを示している。過圧密比が大きいので最初硬化/軟化の境界線  $M_s$  は大きいが、過圧密解消が原因となって急激に減少する。この過程において土は  $M_a < \eta < M_s$  に応力状態をとり、塑性膨張を伴う硬化挙動を示す。これはカムクレイモデルでは表現できない挙動である。異方性の発達はないので、 $M_a (=M)$  は変化しない。

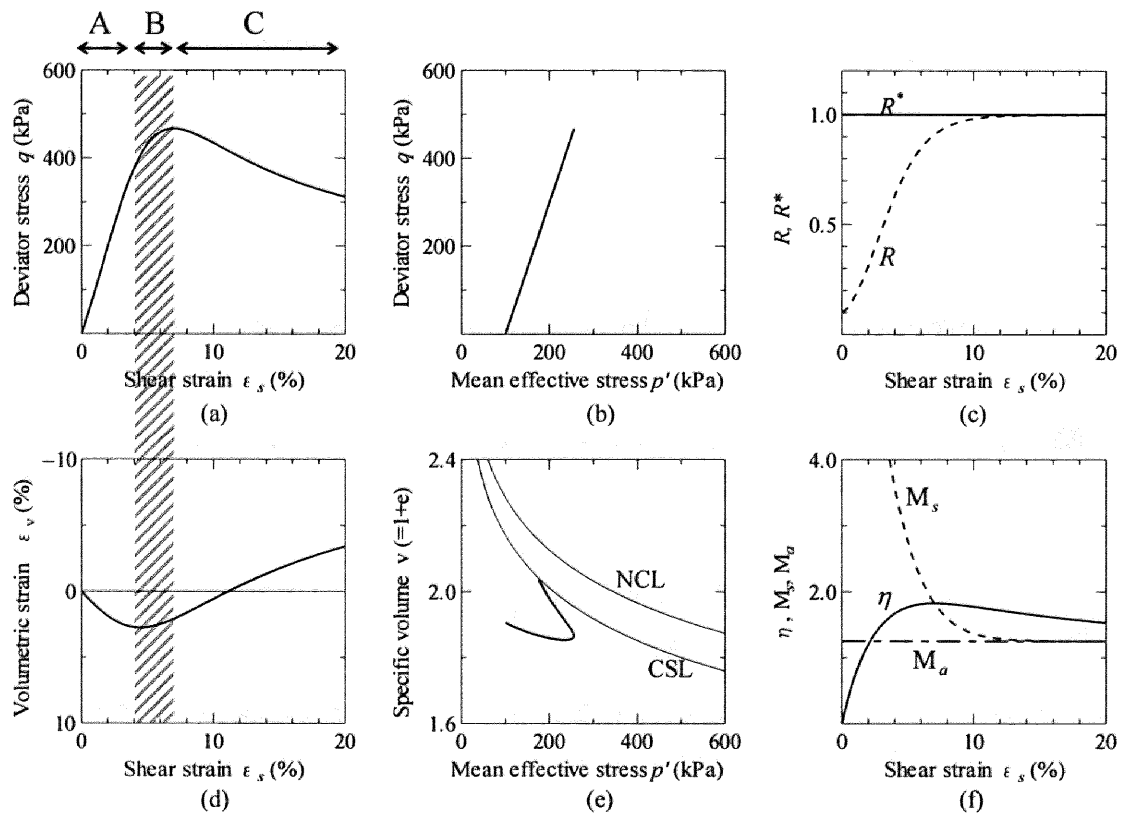


図 2.29 SYS カムクレイモデルによる過圧密粘土の排水せん断試験計算結果

表 2.4 計算に用いた初期値

初期比体積 $v_0$	1.91
初期平均有効応力 $p'_0$	100
初期過圧密比 $1/R_0$	10.0
初期構造の程度 $1/R_0^*$	1.00
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0



図 2.30 には、計算課程における降伏面の変化を示している。正規圧密土を除荷すると下負荷面が正規降伏面内部にできる (①→②)。この時、現応力比は下負荷面上にある。載荷すると、下負荷面の導入によって正規降伏面の内部に応力状態があるにも関わらず弾塑性応答を示す。正規降伏面は拡大し、土は硬化していく (③)。さらに載荷が進むと正規降伏面は縮小に転じ、土は軟化を示す (④)。載荷による塑性変形の進展によって過圧密は解消し、次第に正規降伏面と下負荷面は近づいていく。最終的に過圧密は完全に解消して正規降伏面と下負荷面は一致し、正規圧密状態となる (⑥)。

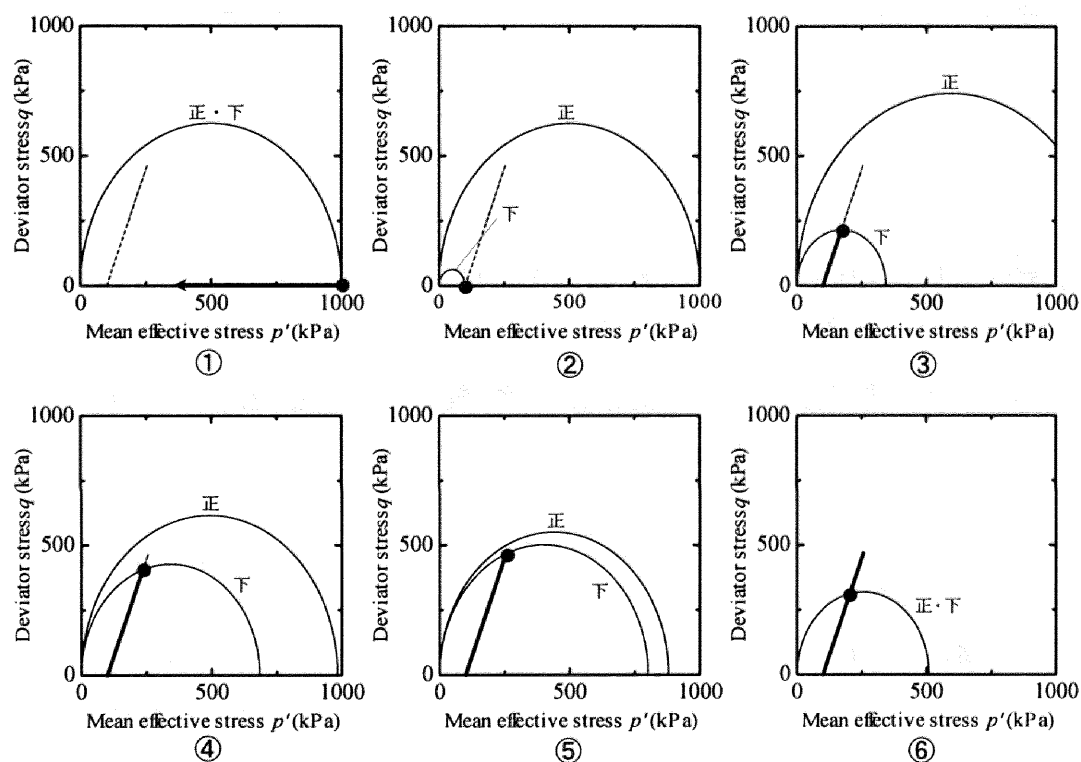


図 2.30 過圧密粘土の排水せん断時の降伏面の変化

## (2) 構造を有する粘土の非排水せん断挙動（塑性圧縮を伴う軟化挙動）

図 2.31 は表 2.5 に示した初期値のもと、SYS カムクレイモデルを用いた構造を有する粘土の非排水せん断試験の構成式の応答結果である。図 2.15 で示した実験結果同様、有効応力パスにおいて  $p'$  が減少のみを示している間に  $q$  は増加した後減少している。図中(c)にはせん断中の過圧密比と構造の程度の推移を示しているが、せん断に伴う塑性変形の進展によって構造は緩やかに喪失していく。(d)には現応力比  $\eta$ 、 $M_s$ 、 $M_d$  の動きを示している。構造を有しているが正規状態にあるので、 $M_s$  の値は小さいが、構造喪失が原因となって次第に増加していく。なお、せん断初期において  $M_s$  が大きいのは、式(2.69)からわかるように  $\eta^* = 0$  ( $\eta = 0, \zeta = 0$ ) のとき構造に関連する項が 0 になってしまうからである。せん断途中から現

応力は  $M_s < \eta < M_a$  に応力状態をとり、つまり塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。(1) で示した塑性膨張を伴う硬化挙動と同じく、カムクレイモデルでは表現できなかった挙動である。

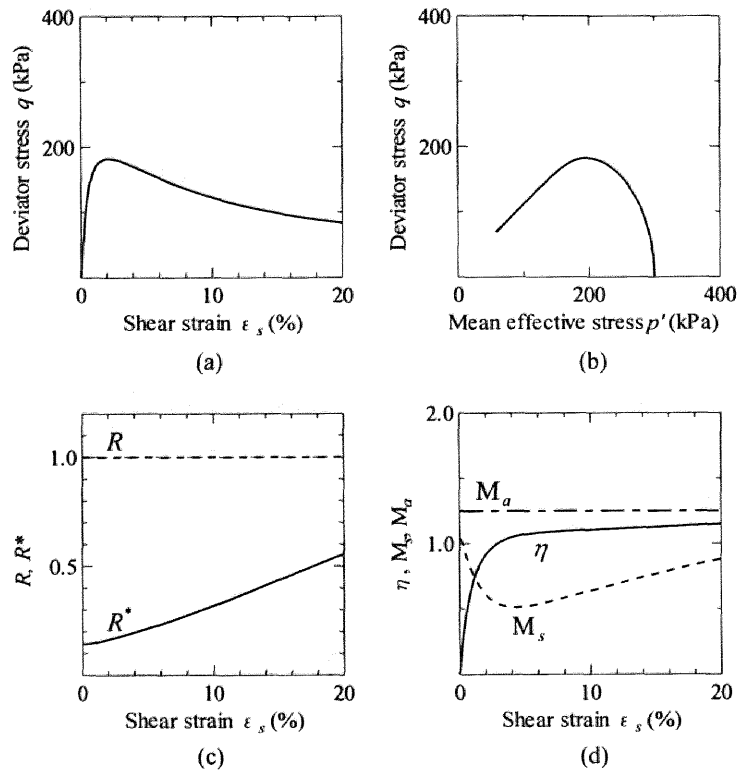


図 2.31 SYS カムクレイモデルによる構造を有する粘土の非排水せん断試験計算結果

表 2.5 計算に用いた初期値

初期比体積 $v_0$	2.35
初期平均有効応力 $p'_0$	300
初期過圧密比 $1/R_0$	1.0
初期構造の程度 $1/R_0^*$	7.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3 \beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0

図 2.32 には、計算課程における降伏面の変化を示している。初期に高位構造を有して嵩張っているので正規降伏面は上負荷面の内側に存在し、現応力点は上負荷面上にある。正規圧密状態なので下負荷面は上負荷面と一致している (①)。载荷が進むにつれて下負荷面は次第に拡大し、硬化していることがわかる。正規降伏面と上負荷面は次第に近づいていき、構造は喪失している (②→③)。

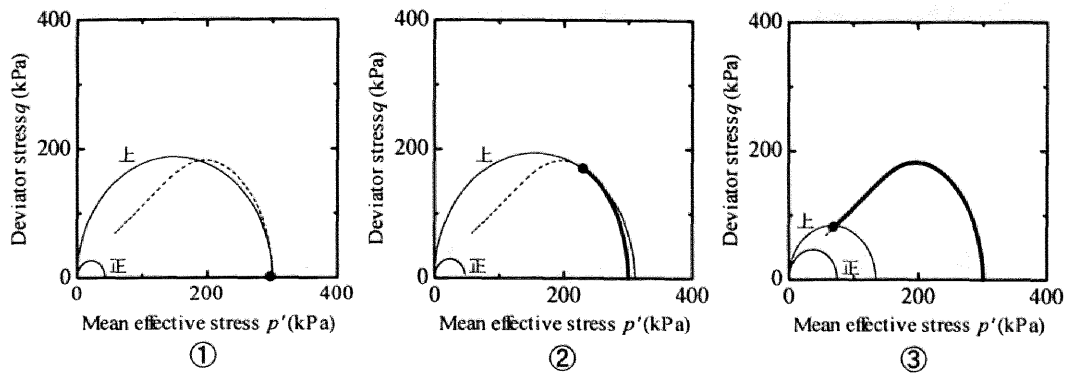


図 2.32 構造を有する粘土の非排水せん断時の降伏面の変化

### (3) 構造を有する過圧密粘土の一次元圧縮挙動

図 2.33 は表 2.6 に示した初期値のもとで行った、構造を有する過圧密粘土の一次元圧縮試験の SYS カムクレイモデルによる構成式の応答結果である。図中(b)に過圧密と構造の推移、そして(c)に現応力比  $\eta$  と  $M_s$ 、 $M_a$  の位置関係を示している。(b)から初期に過圧密と構造の両方を有しているが、構造喪失 ( $R^* \rightarrow 1.0$ ) に比して過圧密解消 ( $R \rightarrow 1.0$ ) が卓越していることがわかる。この時の  $M_s$  の動きを見てみると、過圧密解消によって急激に減少した後、構造喪失によって増加していく。 $v \sim \log \sigma_v$  関係を見てみると、過圧密を有しているのが最初練返しの圧縮線の下側に応力状態をとっているが、過圧密解消によって練返しの圧縮線の上側に移る。その後、ゆっくりと生じる構造喪失に伴って次第に練返しの圧縮線に漸近していく。計算結果は実験結果 (図 2.12) の傾向をよく捉えている。

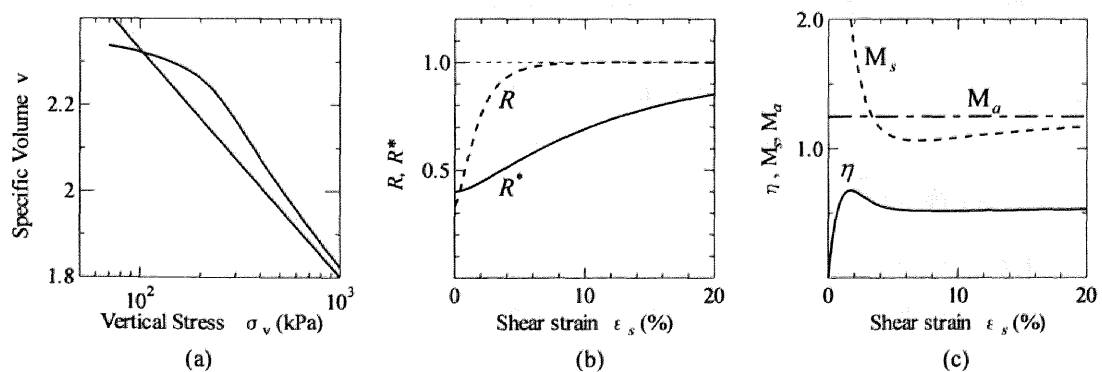


図 2.33 SYS カムクレイモデルによる構造を有する過圧密粘土の一次元圧縮挙動

表 2.6 計算に用いた初期値

初期比体積 $v_0$	2.34
初期平均有効応力 $p'_0$	70
初期過圧密比 $1/R_0$	3.0
初期構造の程度 $1/R_0^*$	2.5
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0

図 2.34 に一次元圧縮時の降伏面の変化を示す。構造を有しているので正規降伏面の外側に上負荷面、そして過圧密を有しているので上負荷面の内側に下負荷面が存在する。なお、現応力は下負荷面上にある (①)。載荷が進みまず過圧密解消が卓越するので下負荷面は次第に上負荷面に近づいていき、正規降伏面の外側にも位置する (②)。圧密降伏応力で上負荷面と下負荷面は一致し、さらに載荷が進むと上負荷面と正規降伏面が近づいていく (③→④)。図 2.33(c)において現応力比が常に  $\eta < M_s$  に存在していることからわかるように、載荷中は常に硬化を示しており、下負荷面は次第に拡大していく。

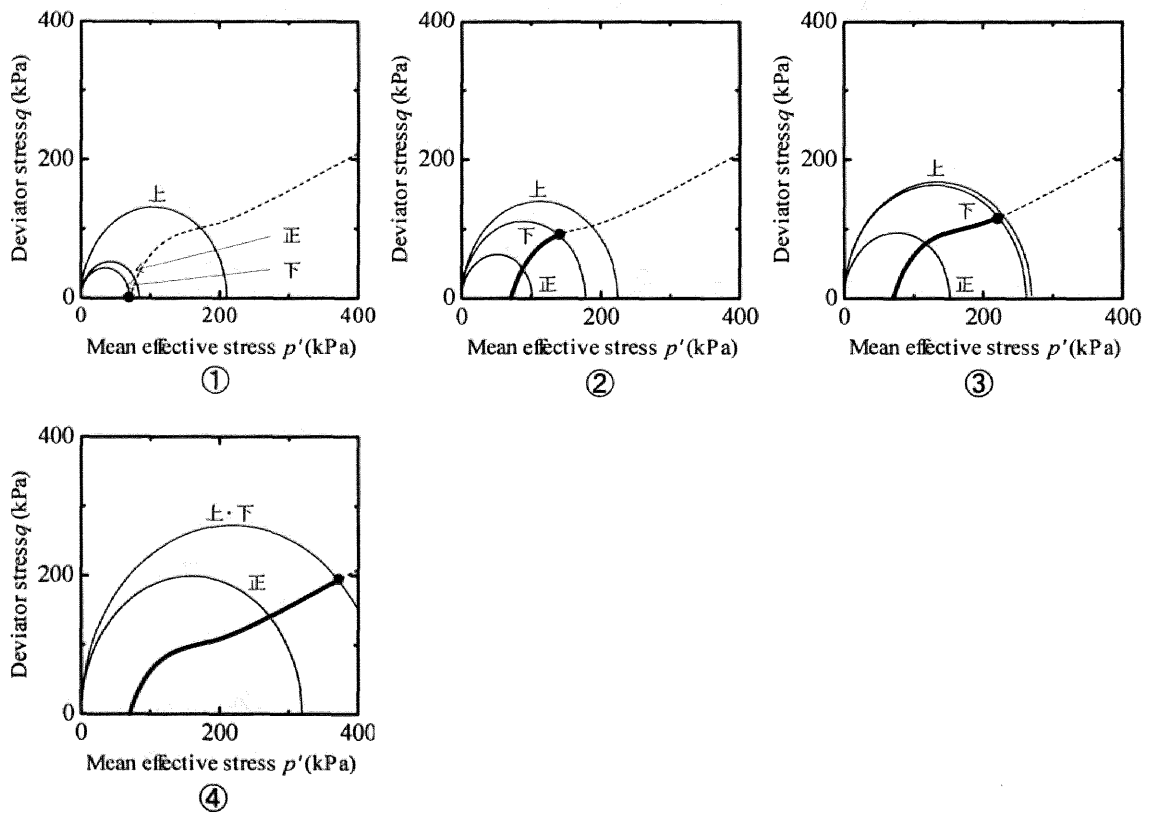


図 2.34 構造を有する過圧密粘土の一次元圧縮時の降伏面の変化

### (3) 切り出し角度の違いによって生じる強度異方性

図 2.35 は表 2.7 に示すように、構造も過圧密もない練返し正規圧密粘土を用いて、初期に有する異方性の程度のみを変えて行った非排水せん断試験の計算結果である。実験結果（図 2.17）と同様に、過圧密比、構造の程度、比体積が同じであっても異なるせん断挙動を示す。

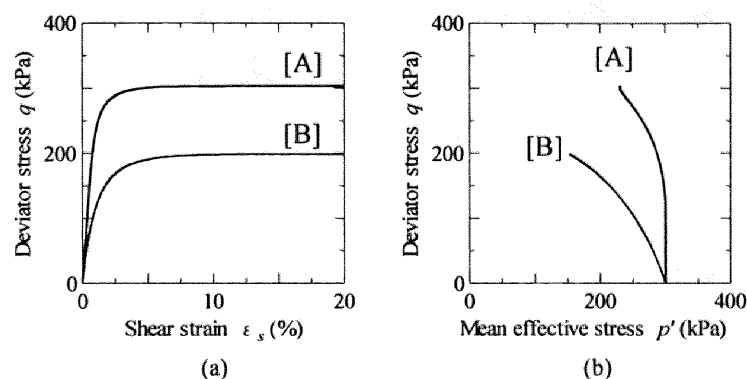


図 2.35 SYS カムクレイモデルによる初期異方性の異なる土の非排水せん断挙動

表 2.7 計算に用いた初期値

	[A]	[B]
初期比体積 $v_0$	2.02	2.02
初期平均有効応力 $p'_0$	300	300
初期過圧密比 $1/R_0$	1.0	1.0
初期構造の程度 $1/R_0^*$	1.0	1.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.375(圧縮側)	0.375(伸張側)

図 2.36、図 2.37 にそれぞれ[A]と[B]のせん断中の降伏面の変化を示す。異方性の軸が圧縮側に傾いている[A]では、せん断初期は最初正規降伏面の内側に応力状態が移るので除荷となり、正規降伏面を残したまま下負荷面が生じる（①→②）。載荷が進むと負荷に転じ、過圧密解消によって下負荷面が近づきながら、下負荷面は拡大していく。除荷時は弾性変形のみで塑性変形は生じないので、有効応力パスは鉛直に立ち上がった挙動となる。一方、異方性の軸が伸張側に傾いている[B]では、載荷とともに負荷状態となるので、[A]と比べて有効応力パスは寝た挙動となる。なお[A]は初期状態において練返し正規圧密状態であるにも関わらず、せん断ひずみが大きくなると  $p'$  の増加を伴う  $q$  の増加を示している。これは、図 2.37 を見てもわかるように、降伏面の回転によって最初除荷を受け過圧密比が大きくなり、その解消が原因である。

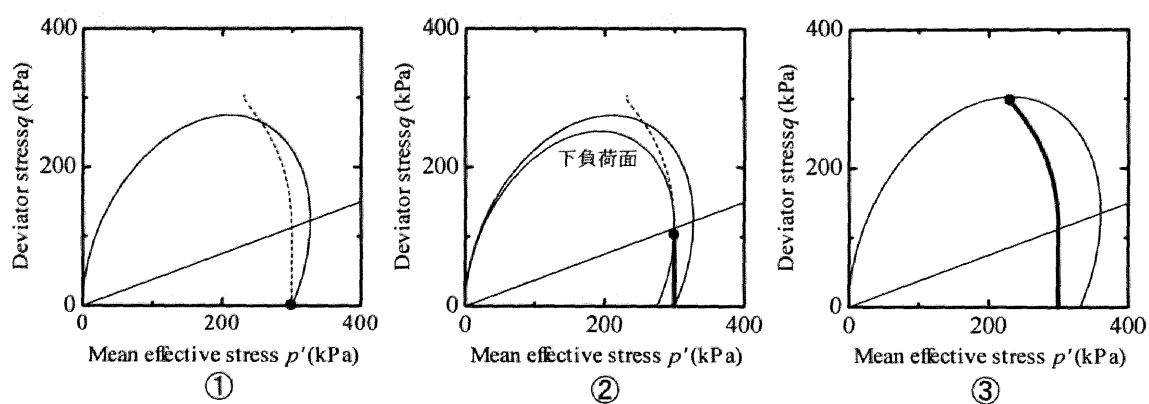


図 2.36  $\zeta = 0.375$  (圧縮側)の時の降伏面の変化の様子[A]

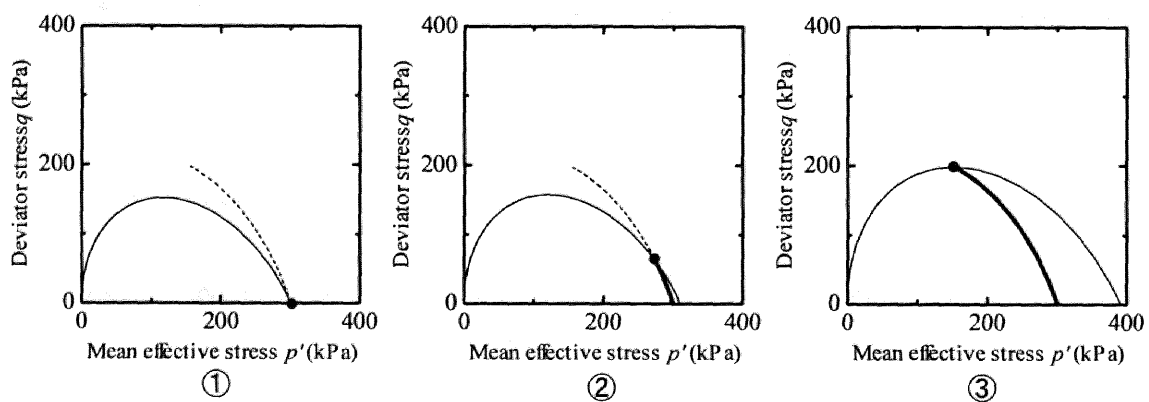


図 2.37  $\zeta = 0.375$  (伸張側)の時の降伏面の変化の様子[B]

## 2.5 粘土と砂の違い

図 2.38 は高位構造を有すると考えられる自然堆積粘土地盤から、できるだけ乱さないよう採取してきた不攪乱試料を低拘束圧（98kPa）で等方圧密し、過圧密状態で行った非排水三軸圧縮試験結果である。一方、図 2.39 は砂を中程度に詰め、圧密圧力 294kPa で等方圧密した後の非排水三軸圧縮試験結果である。詳しくは第 4 章で述べるが、中詰め砂は過圧密・構造の両方を有している。つまり、図 2.38 に示した粘土も図 2.39 に示した砂も、程度こそ違うもののともに構造を有していて過圧密状態にある。2 つの有効応力パスを比較してみると、せん断初期は粘土も砂も  $p'$  の減少を伴いながら  $q$  が増加する。しかしその後、粘土は  $p'$  の増加を伴う  $q$  の増加を示した後、 $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少を示すのに対して、砂は  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少を示した後、 $p'$  の増加を伴う  $q$  の増加を示しており、現れる挙動の順序が逆になっている。このように、粘土と砂は粒径分布や透水係数といった物理的性質だけでなく、非排水三軸圧縮試験などから得られる力学的性質も大きく異なる。

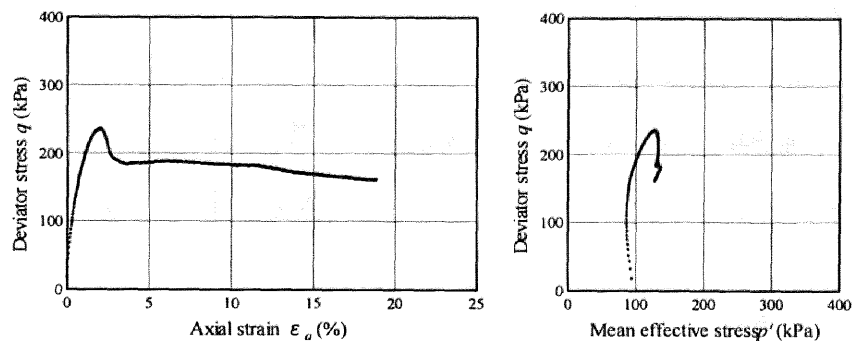


図 2.38 構造を有する過圧密粘土の非排水三軸圧縮試験

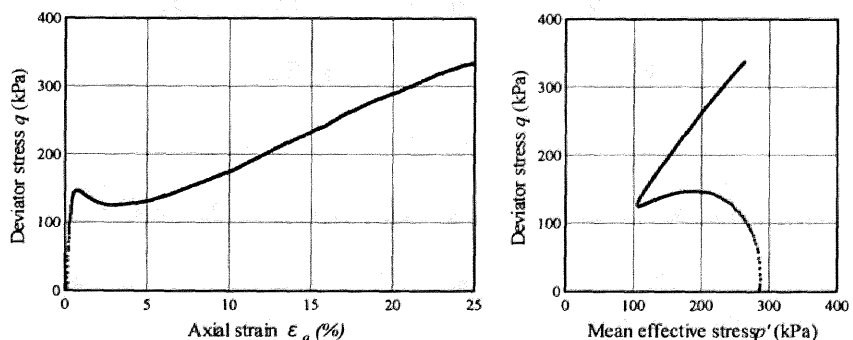


図 2.39 構造・過圧密を有する砂（中詰め砂）の非排水三軸圧縮試験

前節までで、下負荷面・上負荷面・回転硬化概念をカムクレイモデルに導入することによって、骨格構造の発達した土の複雑な力学挙動を表現することができることを示した。本節では、この骨格構造の発達/進展の速さの違いによって、粘土と砂の力学挙動を1つのモデルを用いて表現し、粘土と砂の違いを弾塑性力学の言葉で述べる。

### 2.5.1 SYS カムクレイモデルに基づく粘土と砂の記述

表 2.8 に計算に用いた粘土と砂の弾塑性パラメータを示す。粘土の弾塑性パラメータは、大阪湾洪積粘土 Ma12 層の、砂の弾塑性パラメータは三河珪砂 6 号のものである。弾塑性パラメータの詳しい説明と算出方法は第 3 章と第 4 章にて示す。

表 2.8 計算に用いた弾塑性パラメータ

	粘土	砂
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.23	0.05
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.065	0.012
限界状態定数 $M$	1.25	1.00
NCL の切片 $N$ ( $q=0, p'=98.1\text{kPa}$ 時の比体積)	2.29	1.98
ポアソン比 $\nu$	0.12	0.3

表 2.8 に示した弾塑性パラメータを用いて、図 2.38 と図 2.39 に示した非排水三軸圧縮試験結果を、一様変形場における SYS カムクレイモデルの構成式応答とフィッティングすることにより、試行錯誤的に各種骨格構造の発達を制御する発展則パラメータ ( $m$ 、 $a$ 、 $b_r$ 、 $m_b$ ) および初期値を決定する。なお、重力よりも粒子間の電気的効果が強いコロイド状態の粘土は綿網構造の形成によって等方的な性質を示し、載荷を受けても異方性の発達は遅い、粒状態である砂は重力や上載圧の影響を容易に受けて異方性の発達が速いと考え、異方性に関してはそのようなパラメータを採択した。

#### (1) 構造の発達した過圧密粘土の非排水せん断挙動

図 2.40 に計算結果を、表 2.9 に計算に用いた初期値と発展則パラメータを示す。図中(a)に応力～ひずみ関係、(b)に有効応力経路を、そして(d)(e)(f)には過圧密比、構造の程度および異方性の発達具合を示している。(c)にはせん断中の  $M_s$ 、 $M_o$  と現応力比  $\eta$  の位置関係を示している。 $M_s$  は硬化と軟化の境界線であり、式(2.68)で表わせることからわかるように、現応力比  $\eta$ 、過圧密比、構造の程度、異方性の発達度合いで複雑に増減する。具体的には、過圧密解消時に減少して、構造喪失時に増加する。 $M_o$  は塑性圧縮と塑性膨張の境界線であり、



式(2.70)で表わせることからわかるように、異方性の発達/消滅によって増減する。

まず(b)を見てみると、有効応力パスは最初  $p'$  の増加を伴いながら  $q$  が増加した後、 $p'$  の減少を伴いながら  $q$  が減少しており、計算結果は図 2.38 の実験結果の傾向を良く再現している。発展則パラメータおよび図 2.40(c)(d)(e)を見てみると、過圧密解消 ( $R \rightarrow 1.0$ ) が構造喪失 ( $R^* \rightarrow 1.0$ ) より卓越していること、また異方性がせん断中ほとんど発達していないことがわかる。続いて(c)に着目してみると、せん断開始時の  $\eta$  は  $\eta < M_a < M_s$  に応力状態をとり塑性圧縮を伴う硬化挙動を示す。せん断に伴う  $\eta$  の増加によって  $M_a < \eta < M_s$  に応力状態を移し、塑性膨張を伴いながらなお硬化を示す。ところが粘土は過圧密解消が非常に速いので  $M_s$  は急激に減少、さらに  $\eta$  も減少するので、 $M_a < M_s < \eta$  を経て  $M_s < \eta < M_a$  に応力状態を移し、塑性膨張を伴う軟化を示した後、塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。過圧密が完全に解消した後は構造喪失の影響で  $M_s$  は次第に増加し、最終的には  $M_s = M_a$  となって限界状態にいたる。色分けをした部分は、塑性圧縮を伴う軟化挙動と塑性膨張を伴う硬化挙動を示している部分である。粘土は過圧密解消が構造喪失より卓越しているため、塑性膨張を伴う硬化挙動を示した後、塑性圧縮を伴う軟化挙動を示している。

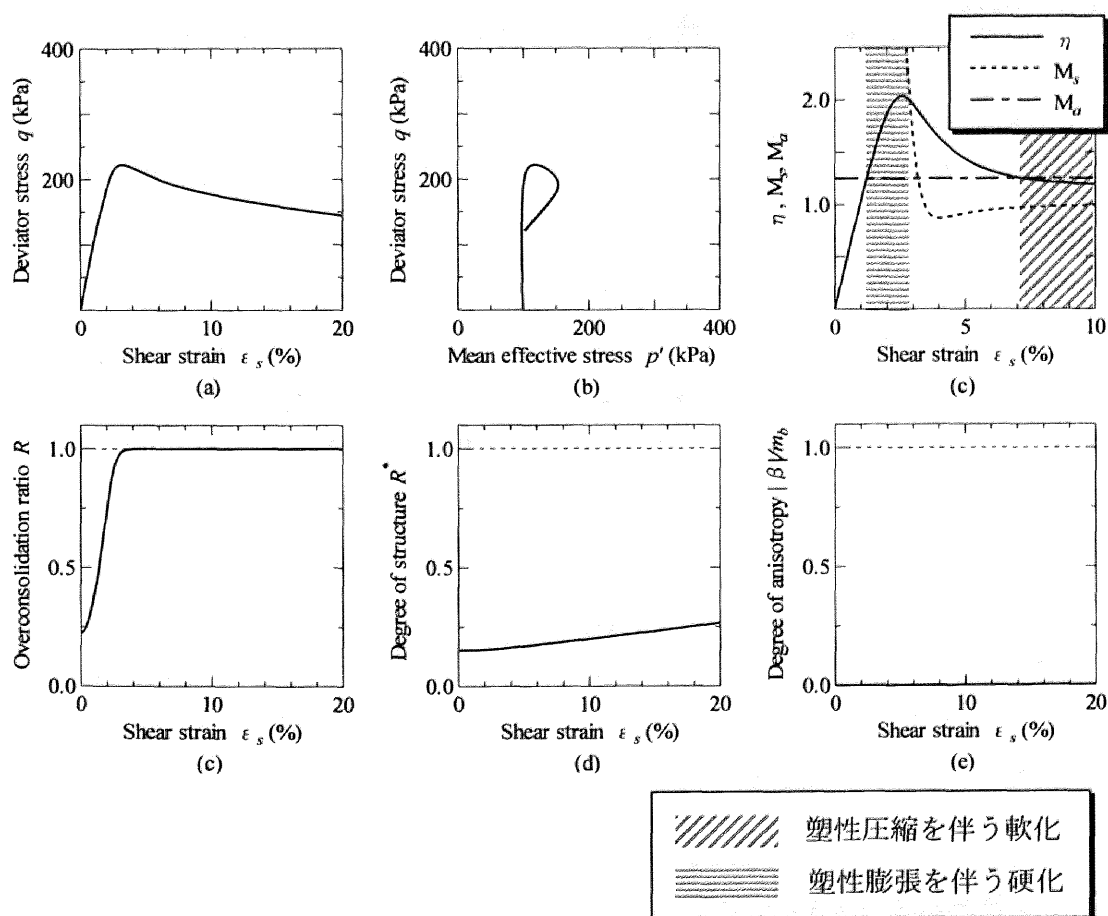


図 2.40 構造を有する過圧密粘土の非排水せん断挙動計算結果

表 2.9 計算に用いた初期値と発展則パラメータ

初期値	
初期比体積 $v_0$	2.35
初期平均有効応力 $p'_0$	98
初期過圧密比 $1/R_0$	4.43
初期構造の程度 $1/R_0^*$	6.50
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0
発展則パラメータ	
正規圧密土化指数 $m$	0.2
構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )	18.0
回転硬化指数 $b_r$	0.001
回転硬化限界定数 $m_b$	1.0

## (2) 中詰め砂の非排水せん断挙動

図 2.41 に計算結果を、表 2.10 に計算に用いた初期値と発展則パラメータを示す。まず(b)を見てみると、有効応力パスは最初  $p'$  の増加を伴いながら  $q$  が増加した後、 $p'$  の減少を伴いながら  $q$  が減少しており、計算結果は図 2.39 の実験結果の傾向を良く再現している。発展則パラメータおよび図 2.41 (c)(d)(e)を見てみると、構造喪失 ( $R^* \rightarrow 1.0$ ) が過圧密解消 ( $R \rightarrow 1.0$ ) より卓越していること、また異方性の発達が即時に限界まで達するほど速いことがわかる。続いて(c)に着目してみると、せん断開始時の  $\eta$  は  $\eta < M_s < M_a$  に応力状態をとり、最初塑性圧縮を伴う硬化挙動を示すが、せん断に伴う  $\eta$  の増加によってすぐに  $M_s < \eta < M_a$  に応力状態を移し、塑性圧縮を伴いながら軟化を示す。ところが砂は構造喪失が非常に速いので  $M_s$  は急激に増加、さらに  $\eta$  も増加するので、 $M_a < \eta < M_s$  に応力状態を移し、この領域で塑性膨張を伴う硬化挙動を示す。構造が完全に喪失した後は過圧密解消の影響で  $M_s$  は次第に減少し、最終的には  $M_s = M_a$  となって限界状態にいたる。色分けをした部分を見てみると、塑性圧縮を伴う軟化挙動と塑性膨張を伴う硬化挙動の順番が、粘土とは逆になっていることがわかる。砂は構造喪失が過圧密解消より卓越しているため、塑性圧縮を伴う軟化挙動を示した後、塑性膨張を伴う硬化挙動を示す。

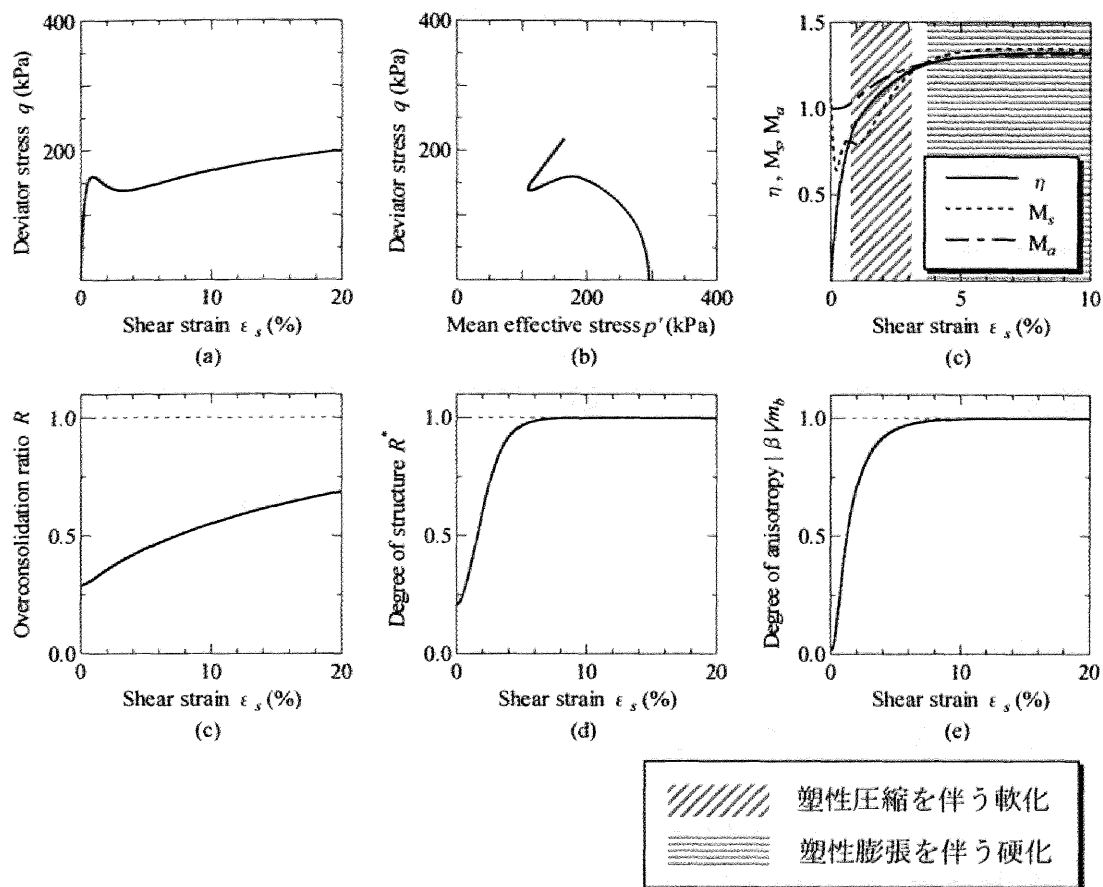


図 2.41 中詰め砂の非排水せん断挙動計算結果

表 2.10 計算に用いた初期値と発展則パラメータ

初期値	
初期比体積 $v_0$	1.94
初期平均有効応力 $p'_0$	294
初期過圧密比 $1/R_0$	3.44
初期構造の程度 $1/R_0^*$	4.68
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0
発展則パラメータ	
正規圧密土化指数 $m$	0.06
構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )	2.2
回転硬化指数 $b_r$	2.5
回転硬化限界定数 $m_b$	0.7

## 2.5.2 過圧密解消、構造喪失によって生じる土の状態の変化

過圧密・構造の程度に着目すると、土は次の4つの状態のいずれかにあることがわかる。

- ①構造を有する過圧密状態 ( $0 < R^* < 1, 0 < R < 1$ )
- ②構造を有する正規圧密状態 ( $0 < R^* < 1, R = 1$ )
- ③構造のない過圧密状態 ( $R^* = 1, 0 < R < 1$ )
- ④構造のない正規圧密状態 ( $R^* = 1, R = 1$ )

自然堆積している土は、堆積の仕方や堆積環境によって程度の差こそあれ、たいていは構造が発達して過圧密状態にある(状態①)。载荷などによる塑性変形の進展によって過圧密は解消、構造は喪失して、最終的には練り返された(構造のない)正規圧密土になる(状態④)。このとき過圧密解消と構造喪失の速さの違いによって、経路C(④→②→①)と経路S(④→③→①)の2つの経路が考えられる。2.5.1で示した計算結果から、典型的な粘土は構造喪失に比して過圧密解消が卓越しているので経路Cを、典型的な砂は逆に過圧密解消に比して構造喪失が卓越しているので経路Sをたどる。異方性は、コロイド状である粘土はその発達/消滅が遅く、粒状体である砂は速いことがわかった。これらのことを図2.42に示す。

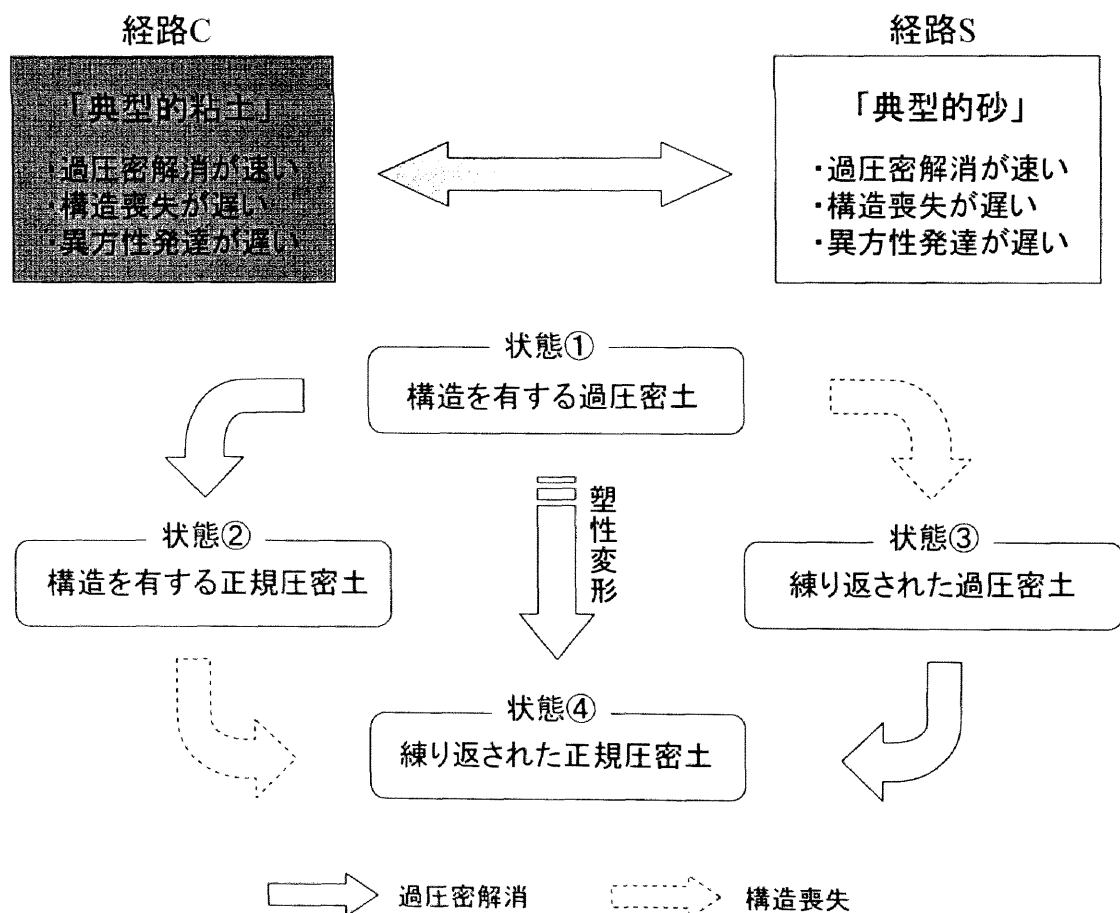


図 2.42 砂と粘土の骨格構造の喪失の仕方

ここで注意しなくてはならないのは、典型的な粘土は経路 C をたどるからといって状態③がないわけではない。過圧密比は除荷によって大きくなるので、状態④から除荷することによって状態③になる。状態③から負荷したとすると、構造喪失の速さが測定されていないから、あるいは状態①からの変化の様子がわからないから、砂か粘土かの判断はこれだけからはつかないこととなる。過圧密比は除荷によって大きくなるが、構造は除荷しても大きくなる（蘇らない、生き返らない）。すると砂には状態②が考えられないことになる。しかしこれは間違いである。容器に砂を詰めて緩い供試体を作製すれば、この砂は正規圧密状態でしかも構造は高位に発達している。土はその堆積過程において構造が発達する。コロイド状態の粘土は分子間力などの影響が強いので何万年という堆積過程で構造が発達するので、人間の力で構造を作り出すことは非常に困難であるが、粒状態である砂は緩く盛ることによって実験室内で容易に構造を作り出すことができる。

さて、このモデルでもっとも重要なのは、土の状態を表す骨格構造（過圧密・構造・異方性）の変化の仕方の違いで、その土の種類（砂であるのか粘土であるのか）を区別している点である。過圧密解消は  $R$  の発展則パラメータ  $m$  で、構造喪失は  $R^*$  の発展則パラメータ  $a(b=c=1)$  で、異方性の発達/消滅は  $\beta$  の発展則パラメータ  $b_r$  で支配されており、これら発展則パラメータを任意に選ぶことによって経路 C でも経路 S でもたどることができる。つまり、砂と粘土の境界線を用意して別々のモデルを使用する必要はまったくない。SYS カムクレイモデルは、発展則パラメータを任意に選ぶことによって様々な土の力学挙動を 1 つのモデルを用いて統一的に表現できるモデルである。

### 2.5.3 構造の喪失・崩壊によって生じる大圧縮挙動

2.3.1 で定義したように、「構造を有する」とは繰返し正規圧密線に対して「嵩張った」状態のことを指す。構造を喪失時に、「嵩張り」の程度が減少し、つまりは大圧縮を起こす。

図 2.43 は、構造を有する過圧密粘土の一次元圧縮挙動を SYS カムクレイモデルによる構成式の応答結果として示したものである。粘土は構造喪失に比して過圧密解消が卓越している。圧密降伏応力までは過圧密を有するので構造喪失の影響はほとんど見られないが、圧密降伏応力以後、つまり過圧密解消後は構造喪失の影響で大圧縮を示している。特に構造の程度が高位なとき、図にもあるように圧縮を伴いながら有効応力が減少して軟化挙動を示す。図 2.43 は構成式の応答結果であるので時間の効果は表れないが、水～土連成有限要素計算を行うと高位構造を有する粘土の圧縮挙動が、大圧縮だけでなく、長期化することも示すことができる。図 2.44 は、高位な構造を有する過圧密粘土を圧密降伏応力  $p_c$  付近まで急速載荷した後、鉛直応力一定で放置したときの時間～沈下量関係を水～土連成有限要素計算で示したものである<sup>27)</sup>。高位な構造を有する粘土を想定しているので、図 2.44 (a)に示すように、載荷速度が十分に遅い時は図 2.43 のような圧縮を伴う軟化挙動を示す。しかし載荷速度が速いと排水が間に合わず、同じ比体積に対し大きな荷重を支えることができる。そこで、図 2.44 (b)

は急速載荷後に圧密降伏応力  $p_c$  を跨ぐ2つの応力レベルで、荷重一定放置圧密試験を行った結果である。 $p_c$  以下の応力では沈下量が小さくその収束も速いことがわかる。しかし  $p_c$  以上の応力を載荷すると、 $p_c$  は圧縮曲線の勾配が大きく変化する点であるがその分を差し引いたとしても、非常に大きな沈下量が発生するし、さらには沈下収束までに長い時間を必要とすることがわかる。

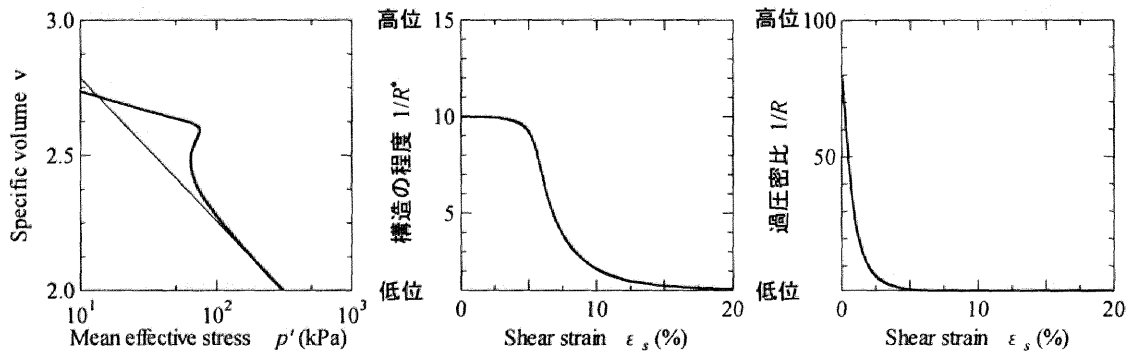


図 2.43 構造を有する過圧密粘土の一次元圧縮試験構成式の応答結果

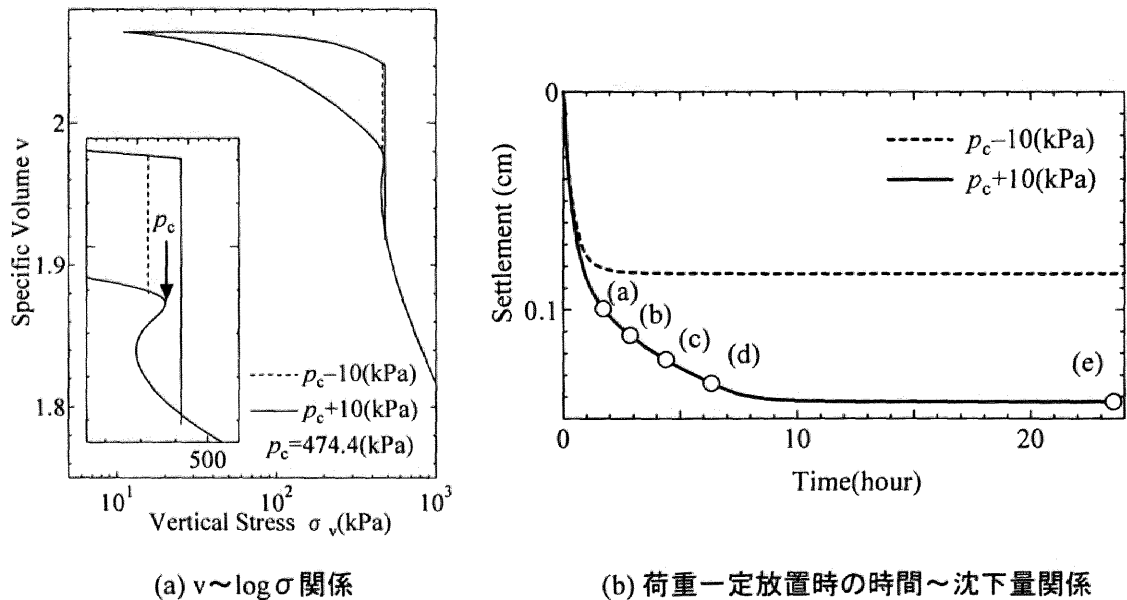


図 2.44 高位な構造を有する粘土の鉛直荷重一定放置時の沈下挙動

続いて図 2.45 は、高位構造を有する緩詰め砂の微小な繰返しせん断応力のもとでの排水せん断試験の SYS カムクレイモデルを用いた構成式の応答結果である。詳しくは第 4 章に譲るが、砂は構造喪失が過圧密解消より卓越しているため、微小なせん断応力であっても構造は容易に喪失して大圧縮、つまりは締固め挙動を示している。

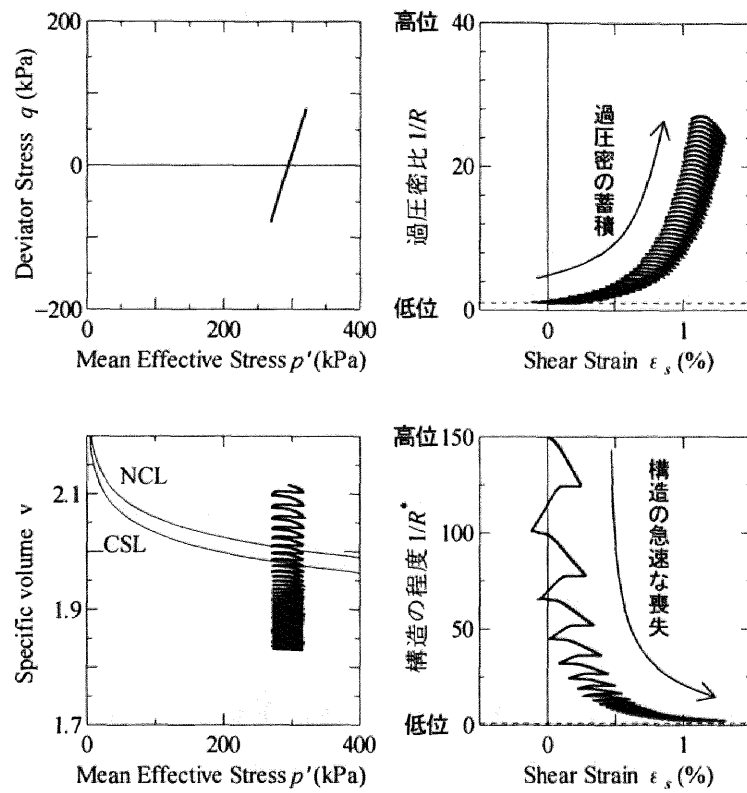


図 2.45 高位構造を有する緩詰め砂の排水繰返しせん断の構成式の応答結果

以上のように、SYS カムクレイモデルを用いると自然堆積土に見られる大圧縮挙動を構造の喪失・崩壊によって表現することができた。構造喪失・崩壊が原因であることは共通であるが、粘土と砂とで構造喪失速度が異なるため粘土では長期継続大沈下（二次圧密）、砂では即時大圧縮（締固め）を生じることがわかった。

## 2.6 結論

カムクレイモデルは圧縮挙動とせん断挙動を統合して考えることのできる世界で最初の弾塑性構成式として有名であるが、練返し正規圧密土の負荷時の挙動しか記述することができず、自然堆積土のように骨格構造の発達している土に適用することができなかった。そこで骨格構造として過圧密・構造・異方性を考慮し、カムクレイモデルを基礎として下負荷面、上負荷面、回転硬化概念を導入した SYS カムクレイモデルを定式化した。SYS カムクレイモデルを用いると、骨格構造の働きを記述することができるだけでなく、骨格構造の発展の仕方を任意に選ぶことによって粘土から砂まで、異なる土材料を 1 つの構成式を用いて稠密に表現できることを示した。そして、構造喪失速度の違いによって、粘土では長期継続大沈下挙動（二次圧密）を、砂では微小な繰返しせん断応力のもとでの即時大圧縮挙動（締固め）を示すことがわかった。以下に本章で得られた結論を示す。

### （１）カムクレイモデルの要諦

- ・練返し正規圧密「粘土」の負荷と除荷時の挙動のみを記述することができる。

(2.2.1)

- ・土の硬化は必ず塑性圧縮を伴い、軟化は必ず塑性膨張を伴う。また、硬化/軟化と塑性圧縮/塑性膨張の境界線  $q = Mp'$  は共通で、変化することはない。

(2.2.3)

- ・降伏面内部では必ず弾性応答を示す。

(2.2.4)

### （２）SYS カムクレイモデルの要諦

- ・下負荷面概念の導入によって降伏面内部での弾塑性応答を許し、さらに塑性膨張時の硬化挙動を可能とした。

(2.4.8)

- ・上負荷面概念の導入によって正規圧密線外側（不可能領域）への嵩張った挙動を表現できるようになり、さらに塑性圧縮時の軟化挙動を可能とした。

(2.4.8)

- ・ $\eta^*$  と回転硬化概念の導入によって、応力誘導異方性を表現できるようになった。

(2.4.8)

- ・硬化/軟化の境界線  $q = M_s p'$  と塑性圧縮/塑性膨張の境界線  $q = M_a p'$  は別々に存在する。また  $q = M_s p'$  は、過圧密比、構造の程度、異方性の発達度合いおよび現応力比によって複雑に変化し、 $q = M_a p'$  は異方性の発達/消滅によって増減する。これによって「塑性圧縮を伴う軟化」と「塑性膨張を伴う硬化」挙動を表現可能となった。

(2.4.8)

### （３）弾塑性力学に基づく粘土と砂の違い

- ・典型的な粘土は過圧密解消が構造喪失より卓越しており、異方性の発達が遅いとし



て記述可能である。非排水せん断時には、塑性膨張を伴う硬化を示した後、塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。(2.5.1)

- ・典型的砂は構造喪失が過圧密解消より卓越しており、異方性の発達が速いとして記述可能である。非排水せん断時には、塑性圧縮を伴う軟化を示した後、塑性膨張を伴う硬化挙動を示す。(2.5.1)

- ・過圧密、構造、異方性の発展則の違いによって砂と粘土の区別を、1つの構成式を用いて連続的に表現することができる。この事実から一挙に、SYS カムクレイモデルが粘土と砂の区別だけでなく、中間土までも表現できることを示した。構成式はその材料が「土」であることを決め、骨格構造の発展則によってその土が粘土であるのか砂であるのかを決める。(2.5.2)

- ・SYS カムクレイモデルを用いると自然堆積土に見られる大圧縮挙動を構造の喪失・崩壊によって表現することができた。構造喪失・崩壊が原因であることは共通であるが、粘土と砂とで構造喪失速度が異なるため粘土では長期継続大沈下（二次圧密）、砂では即時大圧縮（締固め）を生じることがわかった。(2.5.3)

本章では SYS カムクレイモデルに基づいて、骨格構造の発展則の違いから、典型的な粘土と典型的な砂の違いを説明した。以降の章では各種土を取り上げ、実験と計算の両面から詳細な考察を行う。第3章では粘土、第4章では砂、さらに第5章では粘土にも砂にも分類されない特殊土について、特に初期に有する過圧密と構造の程度およびその喪失の仕方に着目する。本章を含め、以降の計算は全て異方性を考慮に入れた SYS カムクレイモデルを用いて実施しているが、土が初期に有する異方性およびその発達を正確に把握することは困難であるので、基本的にはすべて初期等方状態を仮定し、初期状態において異方性は有さないと仮定した。また、土の力学挙動を把握するためにはまず要素レベルでの土の非線形性を把握することが重要であると考え、本章の計算結果を含む残り全ての計算は断りがない限り全て一様変形場における構成式の応答結果である。

## 参考文献

---

- 1) Rowe, P. W. (1962) : The Stress-dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact, *Proc. Royal Soc.*, London, Series A, Vol.269, pp.500-527.
- 2) Rowe, P. W. (1971) : Theoretical Meaning and Observed Values of Deformation Parameters for Soils, Stress-Strain Behavior of Soils, *Proc. Roscoe Memorial Symposium*, Cambridge Univ., pp.143-194.
- 3) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A. (1963) : Yielding of Clays in States Wetter than Critical, *Geotechnique*, Vol.13, No.3, pp.211-240.
- 4) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968) : *Critical State Soil Mechanics*, McGRAW-HILL, London.
- 5) Druker, D. C. and Prager, W. (1952) : Soil Mechanics and Plastic Analysis on Limit Design, *Quarterly of Applied Mechanics*, Vol.10, No.2, pp.157-165.
- 6) Henkel, D. J. (1960) : The Relationships between the Effective Stresses and Water Content in Saturated Clays, *Geotechnique*, Vol.10, pp.41-54.
- 7) Sekiguchi, H. and Ohta, H. (1977) : Induced anisotropy and time dependency in clays, *Constitutive Equations of Soils (Proc. 9<sup>th</sup> Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Spec. Session9)*, Tokyo, p.229-238.
- 8) Hashiguchi, K. (1978) : Plastic constitutive equations of granular materials, *Proc. of US-Japan Seminar on Continuum Mechanics and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials (Cowin, S.C. and Satake, M. eds.)*, Sendai, JSSMFE, pp.321-329.
- 9) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000(a)) : Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils & Foundations*, No.40, Vol.2, pp.99-110.
- 10) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M. (2002) : An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, Vol.42, No.5, pp.47-57.
- 11) Asaoka A. (2003) : Consolidation of Clay and Compaction of Sand-An elasto-plastic description-, Keynote lecture, *Proc. of 12th Asian Regional Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Leung et al. Singapore, Aug., Vol.2, pp.1157-1195.
- 12) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1994) : Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-105.
- 13) 野田利弘 (1994) : 限界状態近傍における粘土の弾塑性挙動と水～土骨格連成有限変形解析に関する研究, 名古屋大学学位請求論文
- 14) Taylor, D. W. (1948) : *Fundamentals of Soil Mechanics*, John Wiley, New York, pp.700.
- 15) Parry, R. H. G. (1960) : Triaxial compression and extension tests on remoulded saturated clay,

---

*Geotechnique*, 10, pp.166-180.

- 16) Henkel, D. J. (1960) : The shear strength of saturated remolded clay, *Proc. of Research Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils at Boulder, Colorado*, pp.533-540.
- 17) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1994) : Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils & Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-106.
- 18) 三笠正人 (1964) : 土の工学的性質の分類表とその意義, *土と基礎*, Vol.12, No.4, pp.17-24.
- 19) Boehler, J. P. (1987) : Application of tensor functions in solid mechanics.
- 20) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1997) : Soil-water coupled behavior of heavily overconsolidated clay near/at critical state, *Soils & Foundations*, Vol.37, No.1, pp.13-39.
- 21) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1998) : Super loading yield surface concept for the saturated structured soils, *Proc. of the fourth European conference on numerical methods in geotechnical engineering NUMGE98*, pp.232-242.
- 22) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000(b)) : Delayed compression/consolidation of naturally clay due to degradation of soil structure, *Soils & Foundations*, No.40, Vol.3, pp.75-85.
- 23) Muir Wood, D (1955) : Soil behavior and critical state soil mechanics, Cambridge.
- 24) Hashiguchi, K. and Chen, Z. P. (1989) : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol.25, pp.917-945.
- 25) Green, A. E. and Naghdi, P. M. (1965) : A general theory of an elastic-plastic continuum, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vol.18, pp.251-281.
- 26) Hashiguchi, K. and Chen, Z. P. (1998) : Elastoplastic constitutive equations of soils with the subloading surface and the rotational hardening, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.22, pp.197-227.
- 27) 田代むつみ (2005) : 土骨格構造の進行性破壊を伴う自然堆積粘土地盤の長期圧密変形挙動の解析, 名古屋大学学位請求論文
- 28) Leroueil, S. (1996) : Compressibility of clays; fundamental and practical aspects, *J. of Geotech. Engrg.*, ASCE, Vol.122, No.7, pp.534-543.
- 29) Roscoe, K. H. and Burland, J. B. (1968) : On the generalized stress-strain behavior of 'wet' clay, in J. Heyman and F. A. Leckie (eds.), *Engineering plasticity (Cambridge: Cambridge University Press)*, pp.535-609.
- 30) 金田一広 (1999) : 構造を有する土の弾塑性挙動の一モデル化と水～土連成計算による飽和土の時間依存的力学挙動の解析, 名古屋大学学位請求論文
- 31) 山田正太郎 (2005) : 骨格構造の働きに起因する自然堆積粘土の弾塑性力学的諸特徴と粘土地盤の支持力・圧密変形解析への応用, 名古屋大学学位請求論文
- 32) Nakano, M., Nakai, K. and Asaoka, A. (2004) : A description of mechanical behavior of clay and

---

sand based on evolutions of soil structure and overconsolidation, Workshop on Testing Modeling and Simulation in Geomechanics, ASCE.

### 第3章 骨格構造の働きに着目した粘土の力学挙動

#### 3.1 概説

従来の盛土工の設計・実務では、盛立て終了直後の安定問題さえ凌げば、後は盛立て時に発生した正の過剰水圧が消散するだけで地盤は安定に向かうとされてきた。ところが、常磐自動車道神田地区を例とする軟弱粘性土地盤での盛土工では、供用開始後しばらくして、本来は消散する一方であるはずの過剰水圧が逆に上昇し、いったんは収束に向かった沈下が加速化したり、あらたな過剰水圧の消散のために沈下が長期化したりする。また、大きな残留沈下が生じた結果、建設当初の一次元圧密理論に基づく予測を遥かに上回る大きな沈下量が発生している箇所もある（図 3.1）。この長期継続大沈下（2 次圧密）は、高位構造を有する自然堆積粘土の構造の喪失が原因であると考えられている<sup>1)</sup>。

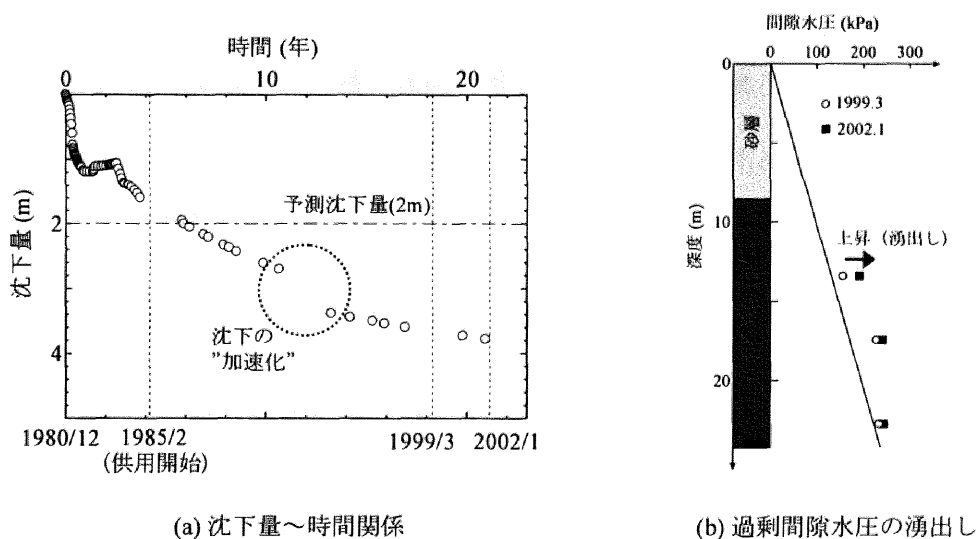


図 3.1 常磐自動車道で観測された長期継続大沈下

本章の目的は、構造の発達した自然堆積粘土の力学挙動を室内実験から把握し、SYS カムクレイモデル<sup>2),3)</sup>を用いた数値計算により再現することである。まず 3.2 では、長期継続大沈下を起こしている常磐自然堆積粘土を用いて、できるだけ乱さないように採取した不攪乱試料、同試料の自然含水比を保ったまま十分に捏ねくり返して作製した練返し試料、そして練返し試料を実験室内で再堆積させて作製した再構成試料、3 種類の構造の程度の異なる粘土試料の標準圧密試験および非排水三軸圧縮試験を実施し、構造喪失を伴う粘土の力学挙動を把握する。また、不攪乱試料であってもすべての粘土試料が高位な構造を有しているわけで

はなく、堆積時に構造がほとんど発達しなかった、あるいは採取時にはすでに構造が破壊されていた粘土試料も存在する。3.3 では、長期継続大沈下の観測されている伊勢自動車道伊勢IC 付近において、沈下の収束している粘土層と沈下が今も継続している粘土層から試料を採取して室内実験を行い、長期継続大沈下と粘土試料の有する構造の程度について考察する。2 章において SYS カムクレイモデルは粘土から砂までを 1 つのモデルを用いて統一的に表現できること、そして粘土や砂といった土の違いは骨格構造の発展則の違いによって表現できることを示した。3.4 では SYS カムクレイモデルを用いて、高位な構造を有する不攪乱粘土試料の数値計算（構成式の応答）を行い、SYS カムクレイモデルの適用性について調べる。その際に使用する弾塑性パラメータは、同じ粘土の練返し試料と再構成試料の実験結果から求め、有効拘束圧の異なる非排水せん断挙動から一次元圧縮挙動までを、一組の材料定数群と一組の初期値を用いて統一的に表現する。さらに、洪積粘土と沖積粘土といった異なる種類の粘土の数値計算を行い、発展則パラメータとの関連を調べる。3.5 では、塑性指数の異なる粘土再構成試料を用いて、再構成試料作製時（予備圧密堆積時）に有する構造の程度、異方性の程度について調べる。3.6 では本章で得られた結論を示す。

### 3.2 不攪乱・再構成・練返し試料が初期に有する構造の程度とそれら粘土の力学挙動

自然堆積土はその堆積環境や堆積時に受けた応力履歴によって骨格構造<sup>4)</sup>（過圧密・構造・異方性）が発達しており、練返し正規圧密土とは異なる複雑な力学挙動を示す。本節では、現地盤から採取した不攪乱試料、実験室内で作製した再構成試料および練返し試料を用いて、標準圧密試験および非排水三軸圧縮試験を実施し、その力学挙動を特に粘土の有する構造の程度とその喪失に着目して考察する。本研究における不攪乱試料、再構成試料、練返し試料とは以下の方法で作製された試料である。

不攪乱試料：現地の地盤からできるだけ乱さないよう、留意してサンプリングした試料。

自然堆積時に発達した構造を有している。

再構成試料：乱した不攪乱試料を液性限界の2倍のスラリー状になるよう含水比調整し、十分に攪拌・脱気した試料を予備圧密槽内に入れ、鉛直応力196kPaで1週間、一次元圧密して作製した試料。

練返し試料：不攪乱試料を真空パックし、自然含水比を保ったまま捏ねくり返した試料。

攪乱によって、自然堆積時に発達した構造は破壊されていると考えられる。

試験に用いた試料は、常磐道神田地区における長期継続大沈下の原因となった海成粘土層（Ac2層）であり、常磐粘土と呼ぶこととする。常磐粘土は、自然含水比が高く（ $w_n=70\sim110\%$ ）、一軸圧縮強度が大きく（ $q_u=80\sim120\text{kPa}$ ）、透水性が低いため、高盛土建設当初から長期沈下の恐れがある大規模な軟弱地盤地帯として認識されており、構造の非常に卓越した粘土であると考えられていた。試験に用いた試料は、盛土法尻から約7m離れた平地部から採取したものであり、盛土荷重による乱れの影響の少ない試料であると考えられる。表3.1に常磐粘土の物理的性質を示す。常磐粘土は、液性限界が大きく、塑性指数が高くて高塑性であり、圧縮性に富んでいることがわかる。

表 3.1 常磐粘土の物理的性質

土粒子の密度 $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2.58
液性限界 $w_L$ (%)	114.3
塑性限界 $w_p$ (%)	35.6
塑性指数 $I_p$	78.7

### 3.2.1 一次元圧縮特性

常磐粘土の不攪乱試料、再構成試料、練返し試料を用いて標準圧密試験を行った。排水条件は上端排水・下端非排水条件で行い、下端で過剰間隙水压を測定している。各圧密段階は24時間とした。

#### (1) 圧縮特性 ( $v \sim \log \sigma_v$ 関係)

図 3.2 は圧縮特性を把握するために、比体積  $v$   $\sim$  鉛直応力  $\sigma_v$  関係で整理したグラフである。なお、応力軸は対数で整理している。

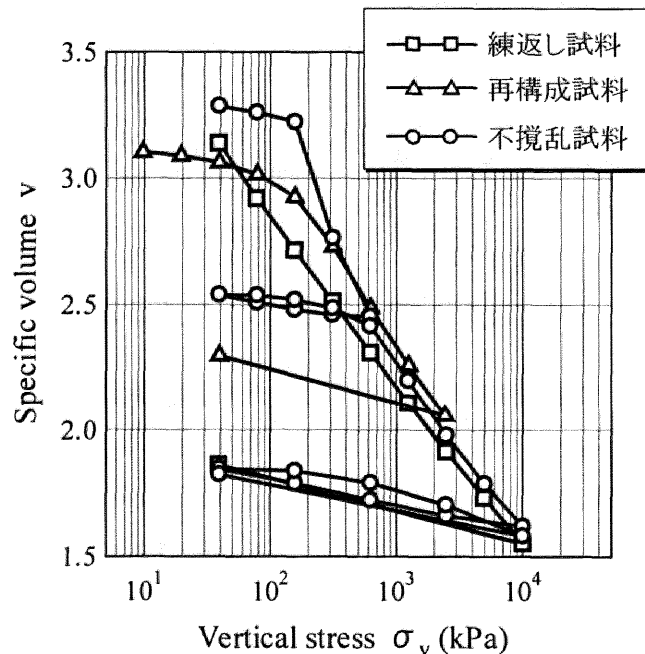


図 3.2 常磐粘土の圧縮特性 ( $v \sim \log \sigma_v$  関係)

練返し試料の圧縮線 (□) は载荷中ほぼ 1 つの直線上にのっており、試料作製段階の攪拌によって自然堆積時に有していた構造をほとんど喪失し、練返し正規圧密状態にあることがわかる。不攪乱試料の圧縮線 (○) は载荷中直線にはならず、逆 S 字のカーブを描く。練返し試料の圧縮線の外側に応力状態を取って「嵩張った」挙動を示しており、不攪乱試料が構造を有していることが確認できる。圧密降伏応力 (158kPa 付近) 以下、つまり過圧密状態では圧縮量は小さいが、圧密降伏応力を超えると圧縮量が増大する。载荷段階が進むにつれて構造は喪失し、次第に練返し試料の圧縮線に近づいてゆき、構造喪失時に大圧縮を起こしている。高鉛直応力下では練返し試料の圧縮線と重なり、最終的には構造の程度は練返しのそれとほぼ等しくなっている。再構成試料 (△) は不攪乱試料ほどではないものの、練返し試料の圧縮線に対して上側に状態を取り、若干嵩張った挙動を示していることから、予備圧密



過程において構造が完全には喪失せず、再構成試料が構造を有していることがわかる。練返し試料の圧縮線への近づき方は不攪乱試料に比べて緩やかで、不攪乱試料よりも構造の喪失が遅いと考えられる。

## (2) 圧密特性 ( $C\alpha \sim \sigma_v$ 関係)

続いて圧密特性について把握するため、2次圧密係数  $C\alpha^{5)}$  を求めた。 $C\alpha$  とは各圧密段階 24 時間後において、 $C\alpha = \Delta v / \log t$  で定義され、 $C\alpha$  が大きいほど圧密沈下の収束が遅い、つまり残留沈下が生じていることを示す。詳しい  $C\alpha$  の算出方法については、付録 A10 に譲る。図 3.3 は 3 つの試料について、2 次圧密係数  $C\alpha \sim$  鉛直応力  $\sigma_v$  関係で整理した図である。

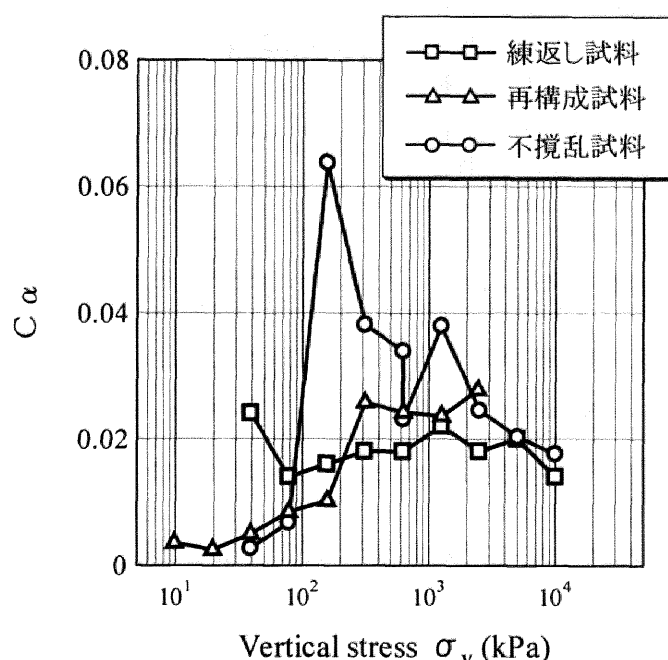


図 3.3 常磐粘土の圧密特性 ( $C\alpha \sim \sigma_v$  関係)

練返し試料 ( $\Delta$ ) の  $C\alpha$  は载荷段階に依らず 0.02 でほぼ一定値を示している。すなわち、わずかではあるが練返し試料でも各载荷段階において残留沈下が継続している。モデルの上では、練返し試料を構造のない土と定義しているが、完全に構造のない土試料の作製が困難であり、不可能であることを物語っている。不攪乱試料 ( $\bigcirc$ ) の  $C\alpha$  については、圧密降伏応力  $\sigma_v = 158 \text{ kPa}$  において 0.07 と非常に大きな値でピークを示した後、载荷が進むにつれて次第に減少する。圧密降伏応力は  $v \sim \sigma_v$  関係図からもわかるように、最も「嵩張った」挙動を示しており、構造の程度が高位な状態にある。以上から、高位な構造を有している時、その喪失時に  $C\alpha$  は大きくなって残留沈下を生じると考えられる。図 3.4 は  $\sigma_v = 158 \text{ kPa}$  における不攪乱試料の沈下曲線である。高位な構造を有する粘土は残留沈下だけでなく、圧密途中での沈

下の加速化も生じている。また不攪乱試料であっても、高鉛直応力下では練返し試料の  $C\alpha$  と等しくなっているので、構造を有している粘土も载荷によって構造が喪失し、最終的には練返し試料と同程度に構造が低位化し、残留沈下が生じにくくなっている。再構成試料 ( $\Delta$ ) の  $C\alpha$  は不攪乱試料ほどではないものの練返し試料より大きな値を示し、構造の影響を見ることができる。 $v \sim \log \sigma_v$  関係からわかるように再構成試料の構造喪失は緩やかである。そのため、再構成試料は高鉛直応力下でも  $C\alpha$  は大きい。不攪乱試料、再構成試料ともに圧密降伏応力までは  $C\alpha$  が非常に小さく、過圧密状態では残留沈下が小さいことがわかる。

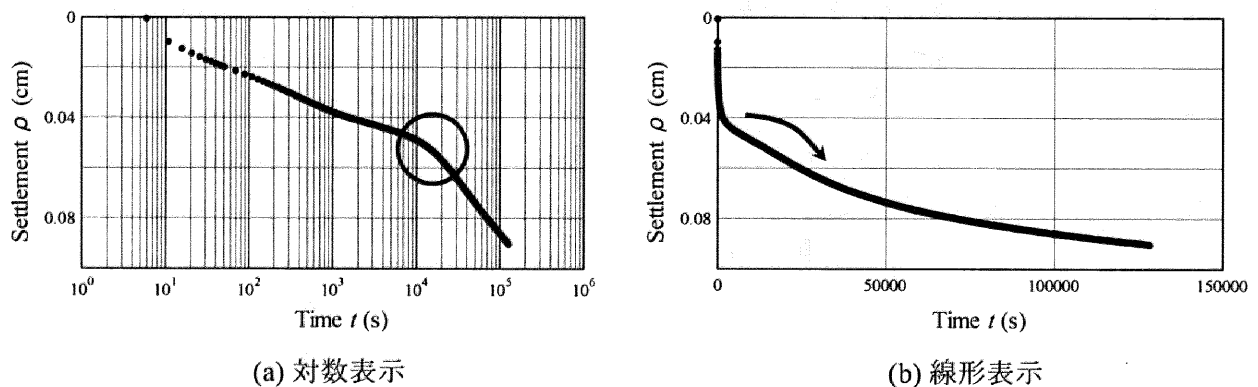


図 3.4 不攪乱試料の  $\sigma_v = 158 \text{ kPa}$  における沈下曲線

### 3.2.2 非排水せん断特性

常磐粘土の非排水せん断特性を把握するために、側圧一定非排水三軸圧縮試験を行った。練返し試料については三軸供試体を作製することができなかったため、再構成試料と不攪乱試料を用いて試験した。等方圧密過程および等方除荷過程は各段階 24 時間とし、軸ひずみ速度  $0.0069 \text{ mm/min}$  一定でせん断した。

#### (1) 再構成試料

再構成試料の試験条件を表 3.2 に示す。試験に用いた 2 つの試料は同じ圧密槽から作製されたものなので初期状態は等しい。常磐再構成[1]は  $294 \text{ kPa}$  で等方圧密して、正規圧密状態で非排水せん断した。常磐再構成[2]は  $1450 \text{ kPa}$  で等方圧密した後  $196 \text{ kPa}$  で等方除荷を行って過圧密状態にしてから非排水せん断した。

試験結果 ( $q \sim \varepsilon_d$  関係と有効応力パス  $q \sim p'$  関係) を図 3.5 に示す。まず  $q \sim \varepsilon_d$  関係を見ると、[1][2]ともにせん断初期に  $q$  が増加した後ほぼ一定値となって限界状態に達している。次に  $q \sim p'$  関係について、正規圧密状態の[1]は、試験開始から  $p'$  の減少と  $q$  の増加が続き、典型的な練返し正規圧密土の非排水せん断挙動を示す。過圧密状態の[2]は、初期に  $p'$  の減少と  $q$  の増加が見られ、その後  $q$  は増加したまま  $p'$  は増加する。  $p'$  の変化に比べて  $q$  の増加の程

度の著しい「有効応力パスの立ち上がった」挙動となり、典型的な過圧密粘土の非排水せん断挙動を示している。3.2.1 で示した一次元圧縮試験において再構成試料であっても構造を有することを示したが、その程度が非常に低位であった、あるいは等方圧密によって構造を喪失していたために、非排水せん断挙動に構造喪失の影響は見られなかった。

表 3.2 常磐再構成試料の非排水三軸圧縮試験初期値

試験名	拘束圧 $p'$ (kPa)	比体積 $v$
[1]	294	2.57
[2]	196	2.24

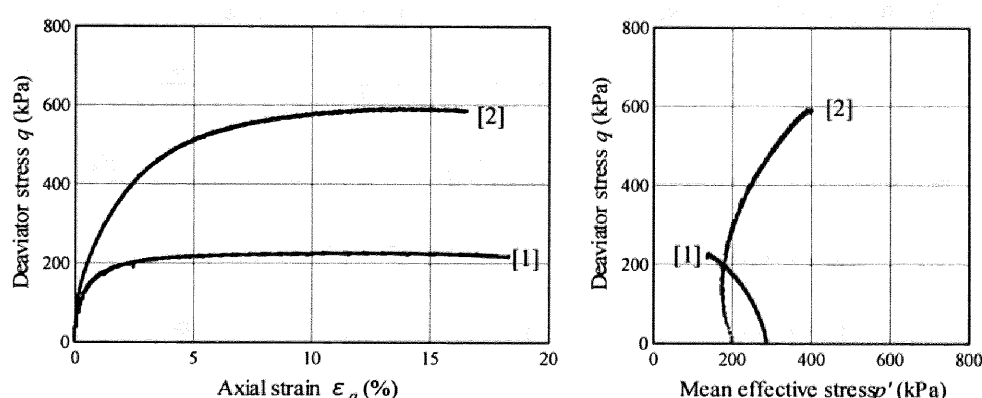


図 3.5 常磐再構成試料の非排水三軸圧縮試験

## (2) 不攪乱試料

不攪乱試料の試験条件を表 3.3 に示す。不攪乱試料は深度によって土被り圧が異なるので、できるだけサンプリング深度の近い試料を用いて試験した。圧密圧力を変えて異なる過圧密比を有する供試体を作製し、等方圧密した後で側圧一定非排水三軸圧縮試験を行った。

試験結果 ( $q \sim \varepsilon_a$  関係と有効応力パス  $q \sim p'$  関係) を図 3.6 に示す。 $q \sim \varepsilon_a$  関係から、再構成試料とは異なり、不攪乱試料の  $q$  はピーク値を示す。また、有効拘束圧が小さいほどピーク後の  $q$  の減少の程度は大きい。次に  $q \sim p'$  関係を見ると、有効拘束圧が大きく正規圧密状態の [1] は、初期に  $p'$  の減少を伴う  $q$  の増加を示し、 $q$  がピークを示した後  $p'$  の減少を伴いながら  $q$  も減少する。 $q$  が減少する点を除けば、図 3.5 中の常磐再構成 [1] と似た挙動を示している。有効拘束圧の小さい [3] は、初期に  $p'$  の減少と  $q$  の増加、続いて  $p'$  と  $q$  の増加を示し、 $q$  がピークを示した後  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少が見られる。これはいわゆる「巻き返し」挙動<sup>6),7),8)</sup> と呼ばれる構造を有する過圧密粘土に良く見られる非排水せん断挙動である。また  $p'$  の変化に比べて  $q$  の増加の程度の著しい「有効応力パスの立ち上がった」挙動となっている。[2] は等方圧密圧力が [1] より小さいので若干過圧密状態にあるので [1] と [3] の中間の挙動を示し、過

圧密の影響で[1]よりも有効応力パスの立ち上がった挙動を示した。

不攪乱試料は図 3.2 で示したように、構造を有している。この構造の喪失が原因となって再構成試料では見られなかったせん断途中における  $q$  の減少(軟化挙動)が観測された。 $q \sim \varepsilon_a$  関係において有効拘束圧が小さい[3]について、 $q$  の減少がわずかな軸ひずみで大きく起こっているのは構造の程度が高位なためであり、有効拘束圧が大きくなるほど、等方圧密過程において構造が低位化していると考えられる。

表 3.3 常磐不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験初期値

試験名	拘束圧 $p'$ (kPa)	比体積 $v$	採取深度 (m)
[1]	294	2.84	16.00~16.11
[2]	98	3.33	15.21~15.32
[3]	49	3.65	14.87~14.99

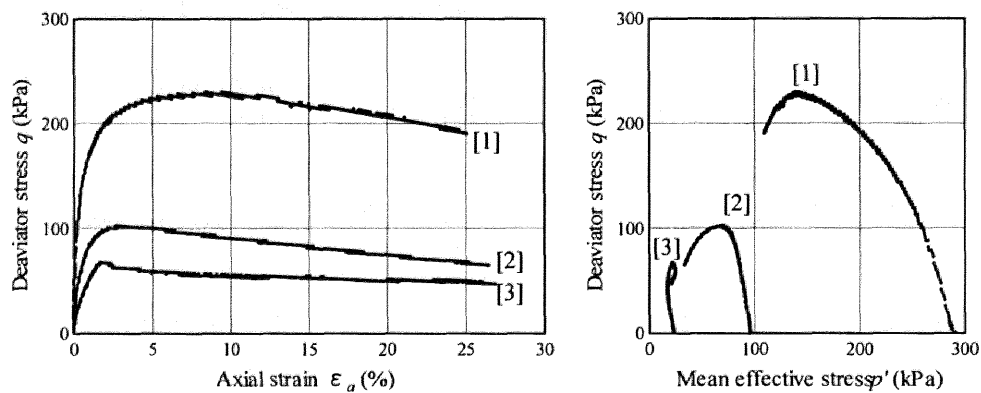


図 3.6 常磐不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験

### 3.3 構造の程度の異なる不攪乱粘土試料の力学挙動

3.2 で行った常磐粘土の室内実験結果から、不攪乱試料は高位な構造を有しており、その喪失が軟弱粘性土地盤で見られる長期継続大沈下挙動の原因であると考えられる。しかし、不攪乱試料と言ってもすべての粘土試料が高位な構造を有しているわけではない。本節では、構造の程度の異なる不攪乱粘土試料を用いた室内実験から、それを確認する。

図 3.7 は、伊勢自動車道伊勢 IC（伊勢地区）151.94KP において観測された、地表面における沈下量および 3 つの粘土層（Ac1～Ac3）の層別沈下量である。図中には伊勢地区の地層構成も示してある。地表面沈下量が収束の傾向を見せていないことからわかるが、伊勢地区においても先に示した常磐道同様、予測を遥かに上回る長期継続大沈下挙動を示している。ここで図 3.7 の層別沈下量を見てみると、Ac1 と Ac2 層の沈下は現在ほぼ収束しに向かっているのに対し、Ac3 層の沈下は現在もなお継続しており、現在も続く伊勢地区の長期継続大沈下は、主にこの最深部の Ac3 層が原因であると考えられる。

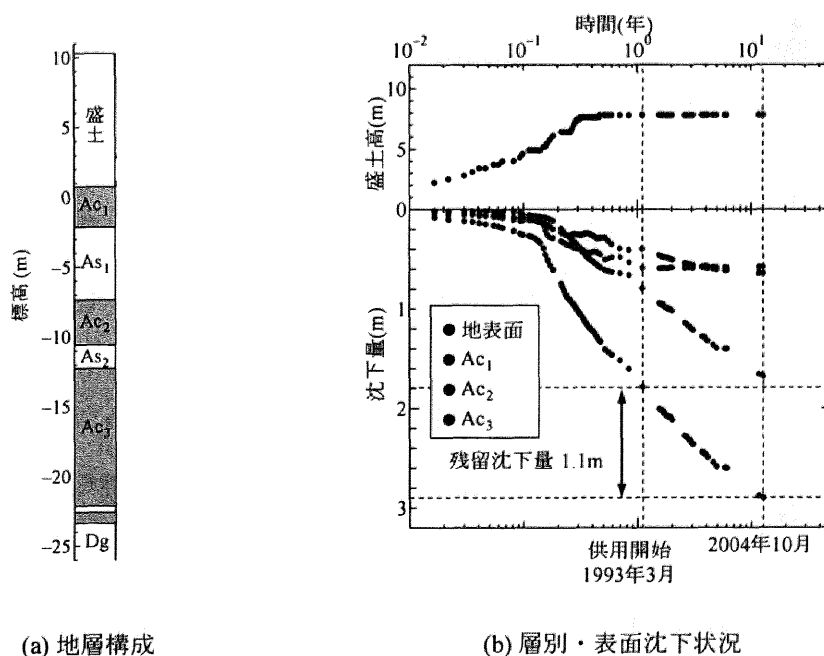


図 3.7 伊勢地区の地層構成と地表面・層別沈下(151.94KP)

本節では、沈下の収束している伊勢地区 Ac2 層と沈下の収束していない Ac3 層から採取した不攪乱試料を用いて標準圧密試験および非排水三軸圧縮試験を実施し、長期継続大沈下を起こしている粘土層とその有する構造の程度について考察する。

伊勢地区の粘土を本論文では「伊勢粘土」と呼ぶこととし、Ac2 層と Ac3 層をそれぞれ伊

勢粘土 Ac2 と伊勢粘土 Ac3 と呼ぶこととする。室内実験で用いた不攪乱試料は、伊勢地区 151.8KP 地点における盛土法尻より 19.7m 離れた平地部から採取した。伊勢粘土の物性を表 3.4 に示す。伊勢 Ac2 は塑性指数が低く低塑性な粘土であるのに対し、伊勢 Ac3 は塑性指数が高く高塑性な粘土であることがわかる。

表 3.4 伊勢粘土の物理的性質

	伊勢粘土 Ac2	伊勢粘土 Ac3
土粒子の密度 $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2.89	2.89
液性限界 $w_L$ (%)	70.1	99.3
塑性限界 $w_p$ (%)	52.4	54.8
塑性指数 $I_p$	17.7	44.5

### 3.3.1 一次元圧縮特性

不攪乱試料、再構成試料、練返し試料を用いて標準圧密試験を行った。排水条件は上端排水・下端非排水で行い、下端で過剰間隙水圧を測定している。各圧密段階は 24 時間とした。ここでは、沈下の収束している層の伊勢粘土 Ac2 と沈下の収束していない層の伊勢粘土 Ac3 を比較しながら考察していく。

#### (1) 圧縮特性 ( $v \sim \log \sigma_v$ 関係)

図 3.8 に、伊勢粘土 Ac2 と伊勢粘土 Ac3 の比体積  $v \sim$  鉛直応力  $\sigma_v$  関係図を示す。

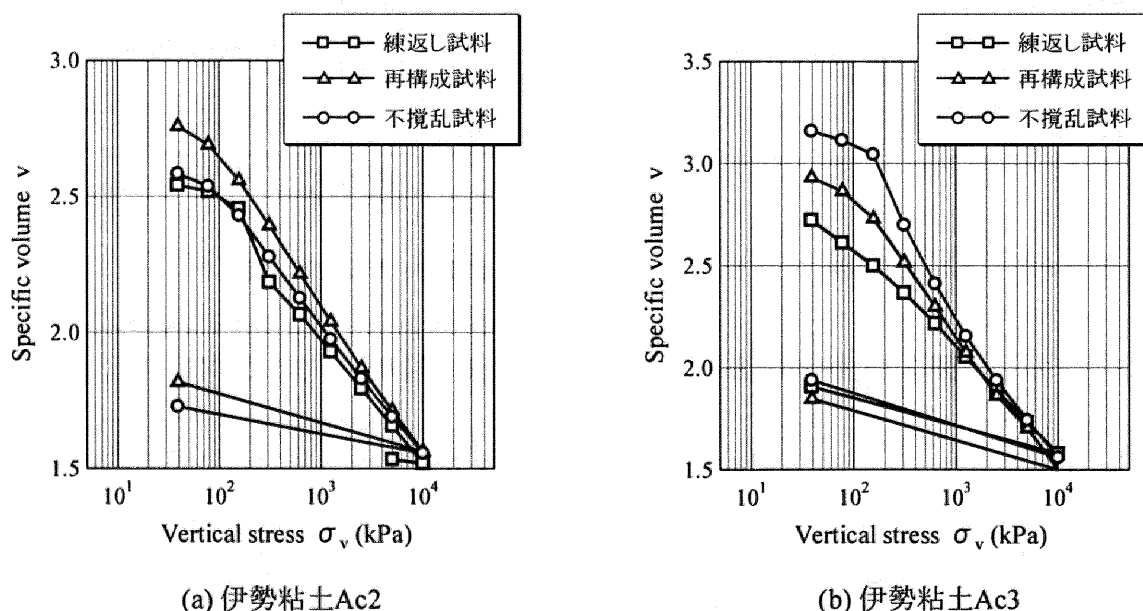


図 3.8 伊勢粘土の圧縮特性 ( $v \sim \log \sigma_v$  関係)

伊勢粘土 Ac3 不攪乱試料は練返し試料の圧縮線に対して「嵩張った」挙動を示し、初期に高位な構造を有することがわかる。一方、伊勢粘土 Ac2 不攪乱試料は練返し試料とほぼ等しい圧縮線となっており、構造の程度が低位であることがわかる。伊勢粘土 Ac3 では練返し試料、再構成試料、不攪乱試料の順に構造の程度が高位であると考えられるが、伊勢粘土 Ac2 では不攪乱試料よりも再構成試料の方が高位な構造を有していることがわかる。また、高位な構造を有する伊勢粘土 Ac3 不攪乱試料は、鉛直応力の増加とともに構造は低位化し、大圧縮を示す。以上から、伊勢地区で観測されている大沈下挙動は、伊勢粘土 Ac3 の有する高位な構造の喪失が原因であると考えられる。

## (2) 圧密特性 ( $C\alpha \sim \sigma_v$ 関係)

図 3.9 に、伊勢粘土 Ac2 と伊勢粘土 Ac3 の 2 次圧密係数  $C\alpha$  ～ 鉛直応力  $\sigma_v$  関係図を示す。

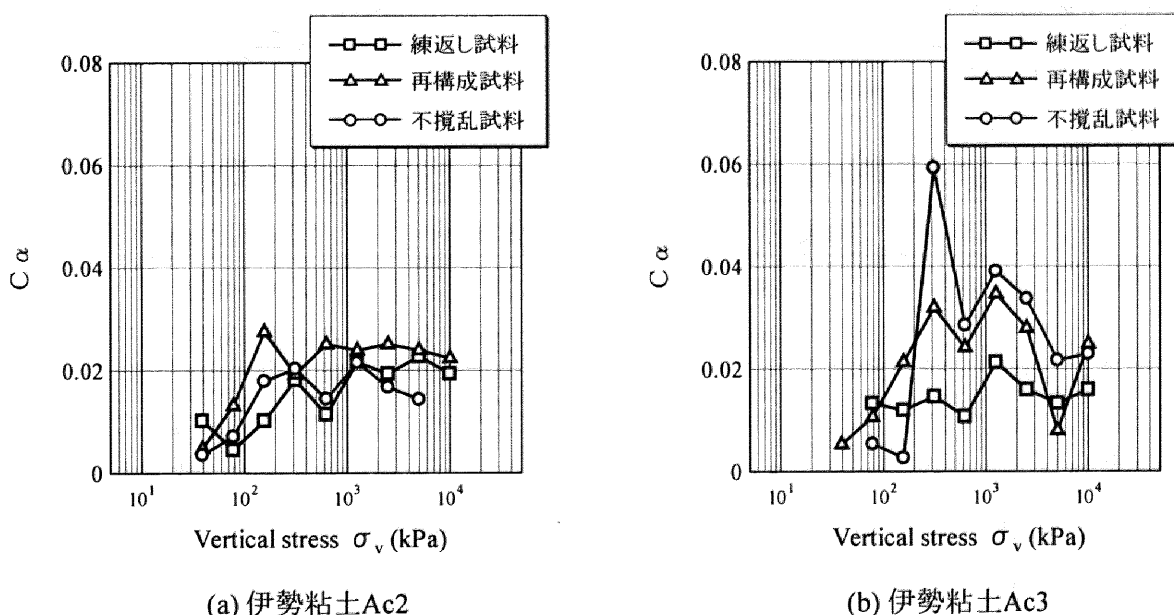


図 3.9 伊勢粘土の圧密特性 ( $C\alpha \sim \sigma_v$  関係)

高位な構造を有する伊勢粘土 Ac3 不攪乱試料は、各載荷段階における圧縮量の最も大きい  $\sigma_v=316\text{kPa}$  において  $C\alpha=0.06$  と大きな値でピークを示しており、高位な構造を有する粘土はその喪失時に残留沈下を生じることがわかる。一方の伊勢粘土 Ac2 では、不攪乱試料、練返し試料ともに載荷段階に依らず  $C\alpha=0.02$  と非常に小さい値で一定値を示しており、残留沈下をほとんど生じていない。以上から、伊勢地区で観測されている長期継続沈下は、伊勢粘土 Ac3 の有する構造の喪失が原因であると考えられる。

### 3.3.2 非排水せん断特性

伊勢粘土不攪乱試料を用いて側圧一定非排水三軸圧縮試験を行った。採取深度のできるだけ近い試料を使用し、等方圧密圧力の小さい過圧密状態と途方圧密圧力の大きい正規圧密状態で試験した。等方圧密時間はすべて 24 時間とし、軸ひずみ速度 0.0069mm/min 一定でせん断した。ここでは、沈下の収束している層の伊勢粘土 Ac2 と沈下の収束していない層の伊勢粘土 Ac3 を比較しながら考察していく。

表 3.5 と図 3.10 に伊勢粘土 Ac2 の、表 3.6 と図 3.11 に伊勢粘土 Ac3 の試験結果 ( $q \sim \varepsilon_a$  関係と有効応力パス  $q \sim p'$  関係) を示す。まず伊勢粘土 Ac2 について、有効拘束圧の大きい[1]は典型的な正規圧密粘土の非排水せん断挙動を、有効拘束圧の小さい[3]は典型的な過圧密粘土の非排水せん断挙動を示し、不攪乱試料であっても構造の程度が低位なことがわかる。一方伊勢粘土 Ac3 では、有効拘束圧の大きい[1]は  $p'$  の減少を伴う軟化挙動 (塑性圧縮を伴う軟化挙動)、有効拘束圧の小さい[3]は「巻き返し」挙動といった、構造を有する粘土に特有の非排水せん断挙動を示し、また軟化の程度が大きいことから、伊勢粘土 Ac3 が高位な構造を有することがわかる。

表 3.5 伊勢粘土 Ac2 不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験初期値

試験名	拘束圧 $p'$ (kPa)	比体積 $v$	採取深度 (m)
[1]	294	2.77	7.50~8.35
[2]	98	2.87	8.50~9.35
[3]	24.5	3.01	9.50~10.35

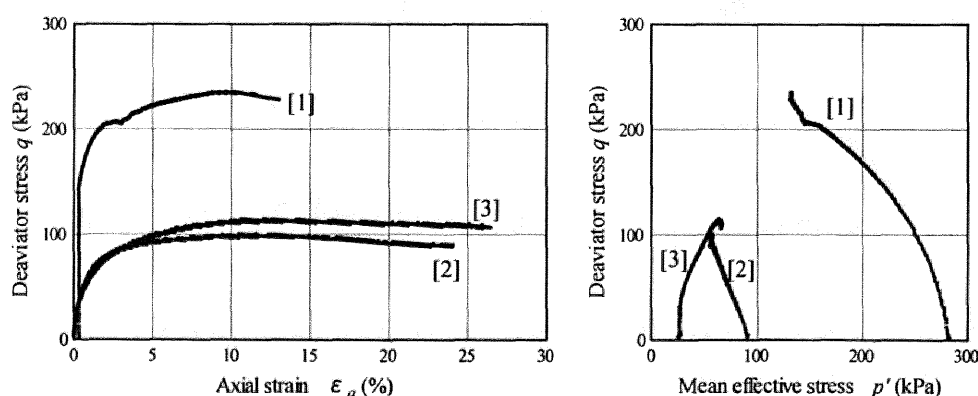


図 3.10 伊勢粘土 Ac2 不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験



表 3.6 伊勢粘土 Ac3 不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験初期値

試験名	拘束圧 $p'$ (kPa)	比体積 $v$	採取深度 (m)
[1]	294	2.98	20.50～21.35
[2]	98	3.48	19.50～20.35
[3]	24.5	3.45	19.50～20.35

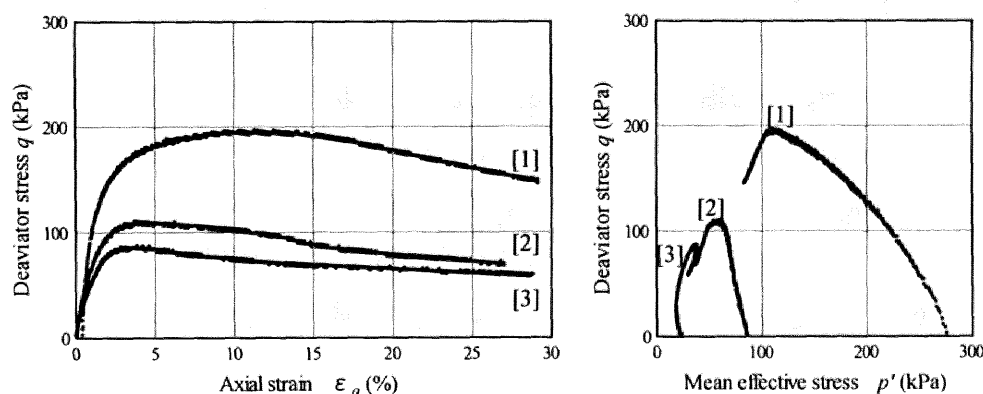


図 3.11 伊勢粘土 Ac3 不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験

### 3.3.3 まとめ

一次元圧縮特性と非排水せん断特性から、伊勢粘土 Ac3 は自然堆積時に発達した高位な構造を有していることがわかった。一方、伊勢粘土 Ac2 は構造の程度が低位であり、自然堆積時に構造が発達しなかった、あるいはすでに構造が破壊されてしまったと考えられる。伊勢自動車道伊勢 IC 付近で観測されている長期継続大沈下挙動は、Ac3 層の有する高位な構造の喪失が原因であると考えられる。高位な構造を有する粘土は、その喪失時に大圧縮を示し、沈下の収束も遅いので、高位な構造を有すると考えられる軟弱粘性土地盤に盛土施工などを行う際には、この構造の喪失を十分に考慮に入れる必要がある。

### 3.4 間隙比・過圧密・構造の広範な変動に対応する SYS カムクレイモデルの力学挙動記述

3.2 で、同じ粘土だが構造の程度の異なる粘土試料を用いた室内実験を行い、構造喪失が粘土の力学挙動に与える影響について調べた。本節では、高位な構造を有する不攪乱粘土試料の数値シミュレーションを、SYS カムクレイモデルを用いて行う。3.2 で用いた常磐粘土のシミュレーションは田代(2005)<sup>9)</sup>に譲ることとし、本章では、別の自然堆積粘土として洪積粘土と沖積粘土の2種類を取り上げる。前者は大阪粘土 (Ma12) で、後者は上越粘土である。3.4.1 では、3.2 と同様に大阪粘土の不攪乱試料の標準圧密試験と拘束圧の異なる側圧一定非排水三軸圧縮試験を行い、一次元圧縮挙動と、過圧密・正規圧密状態のせん断挙動を把握する。3.4.2 で再構成試料の標準圧密試験と圧密非排水三軸圧縮試験を行い、材料定数の決定および初期値を推定する。3.4.3 で、3.4.1 で示した力学挙動を一組の材料定数群を用いて SYS カムクレイモデルによりシミュレートする。さらに 3.4.4 で、もう一つの粘土、上越粘土 (沖積粘土) の挙動も計算により再現し、3.4.3 で示した洪積粘土との比較を、発展則パラメータに注目して述べる。

#### 3.4.1 大阪粘土 (Ma12) の一次元圧縮挙動と拘束圧の異なる非排水せん断挙動

大阪粘土とは、大阪湾内深度 80m 付近の洪積粘土層 (Ma12 層) から採取された海成粘土であり、物理的性質を表 3.7 に示す。大阪粘土不攪乱試料を用いた標準圧密試験結果を図 3.12 に示す。図 3.12 中の直線は同じ粘土の練返し試料から求めた圧縮線であるが、大阪粘土不攪乱試料は練返しの圧縮線に対して嵩張った挙動を示しており、構造を有している。

表 3.7 大阪粘土の物理的性質

土粒子の密度 $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2.68
液性限界 $w_L$ (%)	98.5
塑性限界 $w_p$ (%)	32.8
塑性指数 $I_p$	65.7

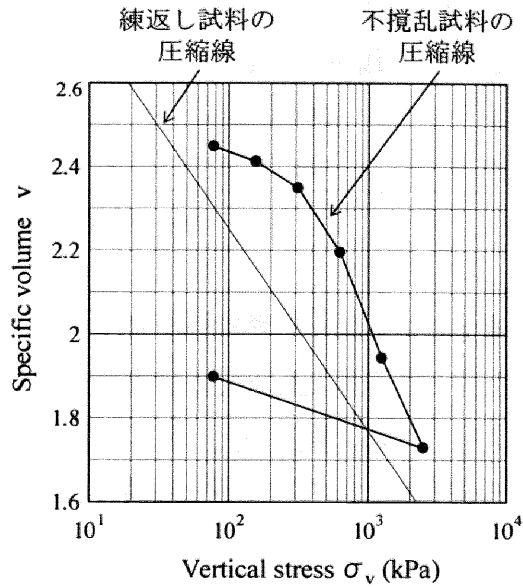


図 3.12 大阪粘土不攪乱試料の標準圧密試験

図 3.13 は側圧一定非排水三軸圧縮試験結果を示す。表 3.8 に試験条件を示すが、等方圧 98kPa と 490kPa の 2 種類の拘束圧を設定している。有効拘束圧が大きく正規圧密状態の[1]は  $p'$  の減少を伴う軟化挙動（塑性圧縮を伴う軟化挙動）、有効拘束圧が小さく過圧密状態の[3]は「巻き返し」挙動といった、構造を有する粘土に特有の非排水せん断挙動を示す。大阪粘土も 3.2 で示した常磐粘土や 3.3 で示した伊勢粘土 Ac3 と同じように、構造が発達しており、その構造の喪失が原因となって練返し正規圧密粘土とは異なる複雑な力学挙動を示す。

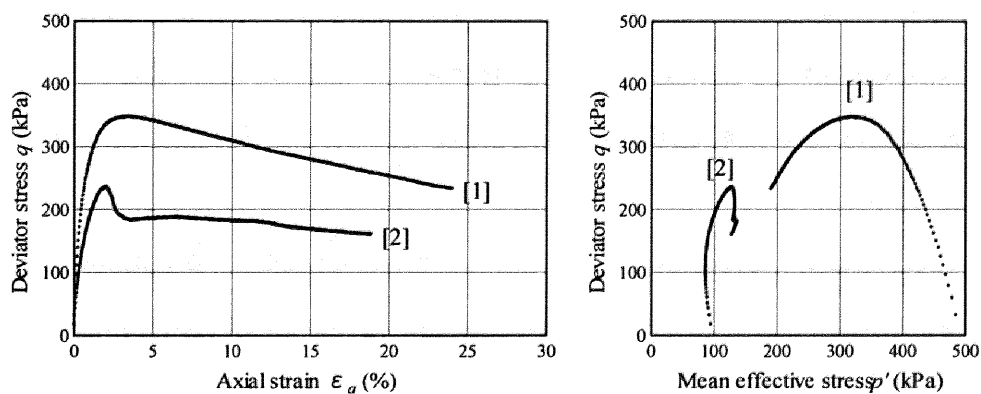


図 3.13 大阪粘土不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験

表 3.8 大阪不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験初期値

試験名	拘束圧 $p'$ (kPa)	比体積 $v$
[1]	294	2.77
[2]	98	2.87

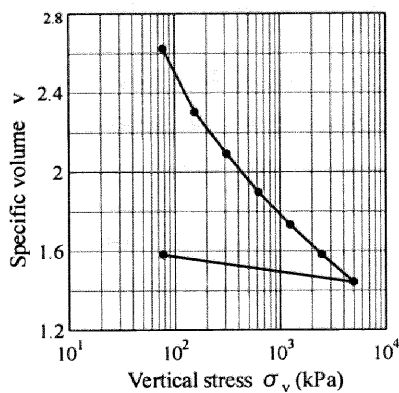
このような構造を有する粘土の特徴的な力学挙動を表現するために、これまでも数々の構成モデルが提案されてきた。ところがこれまでの構成モデルでは、過圧密状態から正規圧密状態までのせん断挙動および一次元圧縮挙動を一組の材料定数で表したものはない。本節では SYS カムクレイモデルの場合、一組の初期値と一組の材料定数群を与えさえすれば、一次元圧縮挙動から有効拘束圧の異なる非排水せん断挙動までを統一的に表現できることを示す。以下に SYS カムクレイモデルによる大阪粘土不攪乱試料の数値計算結果を示す。

### 3.4.2 計算に用いた一組の材料定数群と一組の初期値

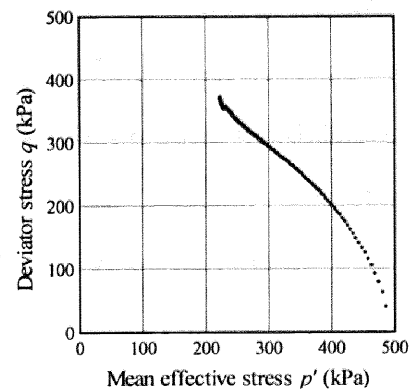
計算に用いた材料定数（弾塑性パラメータと発展則パラメータ）を表 3.9 に示す。弾塑性パラメータは図 3.14 に示す、(a)練返し試料の標準圧密試験と(b)再構成試料の非排水三軸圧縮試験から求めた。圧縮指数  $\tilde{\lambda}$  と膨潤指数  $\tilde{\kappa}$  はそれぞれ(a)の圧縮線と膨潤線の傾きから求めた。限界状態定数  $M$  は、再構成試料が初期等方状態にあると仮定し、さらに粘土の異方性はせん断中ほとんど発達しないとして（表 3.9 中発展則パラメータの  $b_r$ ）試験終了時の応力比とした。3.2 で示したように、再構成試料は粘土によっては構造を有する。したがって、得られた弾塑性パラメータには構造の効果も含まれている。練り返した粘土の NCL の切片  $N$  は標準圧密試験から直接求めることができないのだが、適当な  $N$  を仮定して一次元圧縮試験を数値シミュレーションし、逆解析的に算出した。過圧密解消速度  $m$  と構造喪失速度  $a$  は、直接的に求めることができないので、後述するシミュレーション結果に実験結果をフィッティングして決定した。

表 3.9 大阪粘土の計算に用いた材料定数

弾塑性パラメータ	
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.230
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.065
限界状態定数 $M$	1.25
NCL の切片 $N$ ( $p' = 98.1\text{kPa}$ の時の比体積)	2.29
ポアソン比 $\nu$	0.3
発展則パラメータ	
構造劣化指数 $a$ ( $b = c = 1.0$ )	0.2
正規圧密土化指数 $m$	18.0
回転硬化指数 $b_r$	0.001
回転硬化限界定数 $m_b$	1.0



(a) 一次元圧縮挙動



(b) 非排水せん断挙動(有効応力パス)

図 3.14 大阪粘土練返し試料の標準圧密試験と再構成試料の非排水三軸圧縮試験

表 3.10 に計算に用いた初期値を示す。 $p' = 10\text{kPa}$  の低拘束圧等方状態を仮定し、過圧密と構造の両方を有している。つまり、粘土供試体を試験機にセットし、 $p' = 10\text{kPa}$  の等方圧で圧密した状態を初期値とした。非排水せん断は実験と同じように、表 3.10 の初期状態から所定の圧密圧力、 $98\text{kPa}$  および  $490\text{kPa}$  まで等方圧密してから非排水せん断する (図 3.15)。つまり、非排水せん断前の初期値は低拘束圧の初期状態から等方圧密過程を計算することによって自動的に求まる。一次元圧縮挙動は、表 3.10 の状態からそのまま一次元状態を保って圧縮した。

表 3.10 大阪粘土の計算に用いた初期値

初期平均有効応力 $p'_0$ (kPa)	10.0
初期比体積 $v_0$	2.50
初期構造の程度 $1/R_0^*$	6.50
初期過圧密比 $1/R_0$	43.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0

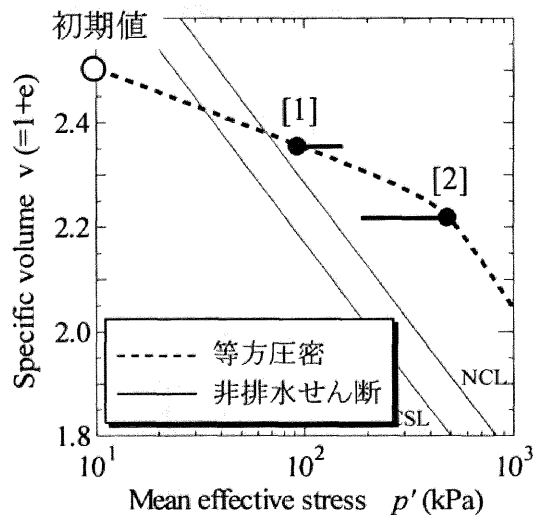


図 3.15 非排水せん断前の初期値の決定方法

### 3.4.3 同じ粘土が間隙比・過圧密・構造の広範な変動のもとで示す種々の力学挙動の SYS カムクレイモデルによる数値的再現

表 3.11 に等方圧密過程によって決まる非排水せん断前の比体積などの初期値を示す。等方圧密によって過圧密は解消し、圧密圧力 490kPa の大阪不攪乱[2]ではほとんど正規圧密状態となっている。しかし、構造は等方圧密過程でほとんど変化していない。図 3.16 に大阪不攪乱[1]の図 3.17 に大阪不攪乱[2]の非排水せん断計算結果を示す。図中(a)に  $q \sim \varepsilon_a$  関係、(b)に有効応力パス  $q \sim p'$  関係、(c)に  $v \sim p'$  関係を実験結果とともに示している。過圧密状態で観察される「巻き返し」挙動から、正規圧密状態の  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少まで、計算結果は実験結果をよく再現している。比体積が少し異なるが、実験において供試体のサイズを正確に測定・把握することが難しい点が原因の 1 つに挙げられる。図中(e)(f)にはせん断に伴う過圧密と構造の推移を示しているが、大阪粘土不攪乱[1][2]ともに過圧密解消 ( $1/R \rightarrow 1.0$ ) が構造喪失 ( $1/R^* \rightarrow 1.0$ ) より卓越しており、大阪粘土が典型的な粘土であることがわかる (第 2 章参照)。図中(d)には  $M_s$ 、 $M_a$  と現応力比  $\eta$  の位置関係を示している。硬化と軟化の境界

線である  $M_s$  は、過圧密比、構造の程度、異方性の発達度合いおよび現応力比によって複雑に変化する（式(2.68)、式(2.69)）。具体的には、 $M_s$  は過圧密解消時に減少して構造喪失時には逆に増加する。 $M_a$  は塑性圧縮と塑性膨張の境界線であり、異方性の発達/消滅によって増加/減少する（式(2.70)）。本計算では粘土は異方性の発達が非常に遅いと仮定したので、せん断中ほとんど変化していない。

大阪不攪乱[1]は表 3.11 や図 3.16(e)(f)を見てもわかるように、初期に過圧密と構造の両方を有している。過圧密比が大きいので最初  $M_s$  は  $M_a$  より大きい。 $\eta < M_a < M_s$  において塑性圧縮を伴う硬化挙動を示した後、 $\eta$  の増加によって  $M_a < \eta < M_s$  に応力状態を移し、塑性膨張を伴う硬化挙動を示す。粘土は過圧密解消が卓越しているので、過圧密解消の影響で  $M_s$  が急激に減少して  $M_s < M_a < \eta$  に応力状態を移し塑性膨張を伴う軟化挙動を示す。やがて軟化に伴う  $\eta$  の減少によって応力状態は  $M_s < \eta < M_a$  となり塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。構造を有する過圧密粘土に見られる「巻き返し」挙動はこのようにして説明できる。

大阪不攪乱[2]は初期過圧密比が非常に小さいので、大阪不攪乱[1]に比べて初期に  $M_s$  が小さい。 $\eta < M_a < M_s$  において塑性圧縮を伴う硬化挙動を示した後、過圧密解消の影響を大きく受けて  $M_s$  は急激に減少して  $M_s < \eta < M_a$  に応力状態をとり塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。大阪不攪乱[1]も[2]も、過圧密が完全に解消した後は構造喪失の影響で次第に  $M_s$  が増加し、最終的には  $M_s = M_a$  となる。

図 3.18 には一次元圧縮計算結果を示す。図中(a)に  $v \sim \log \sigma_v$  関係、(b)と(c)には過圧密比  $1/R$  と構造の程度  $1/R^*$  の载荷に伴う推移を示している。圧密挙動についても、計算結果は実験結果をよく再現している。

以上のように SYS カムクレイモデルは、有効拘束圧の異なる非排水せん断挙動から一次元圧縮にいたるまでのあらゆる挙動を、一組の初期値と一組の材料定数群を用いることによって統一的に再現できる。

表 3.11 大阪不攪乱の非排水せん断前初期値

	大阪不攪乱[1]	大阪不攪乱[2]
初期平均有効応力 $p'_0$ (kPa)	98	490
初期比体積 $v_0$	2.35	2.22
初期構造の程度 $1/R_0^*$	6.49	6.35
初期過圧密比 $1/R_0$	4.43	1.05
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0	0.0

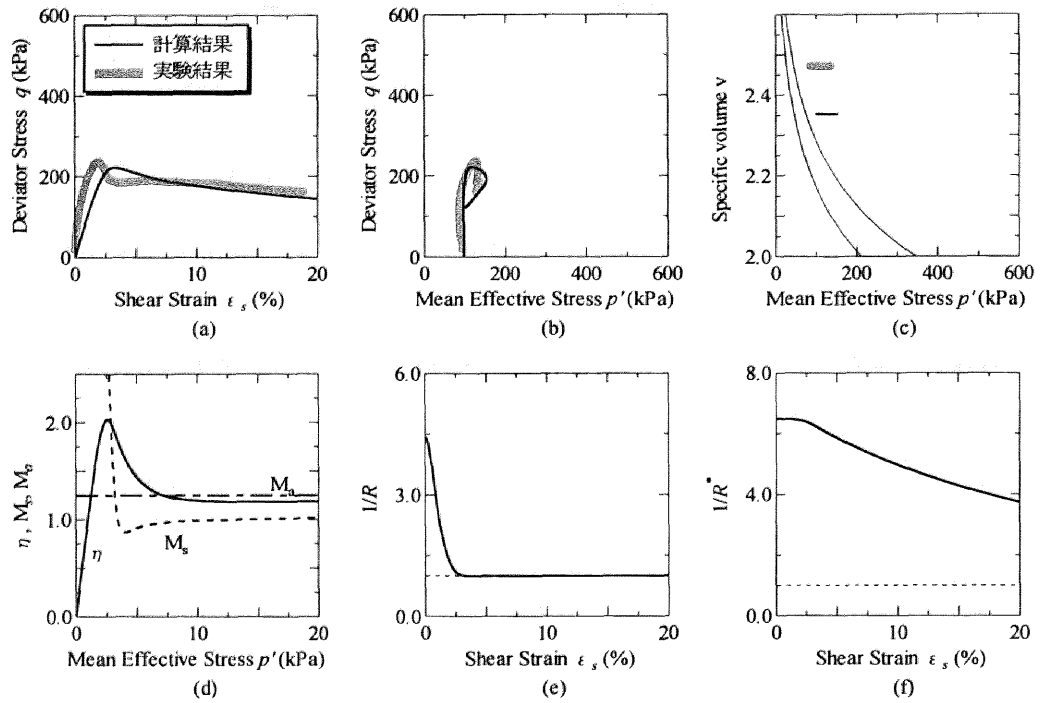


図 3.16 大阪不撓乱[1]の非排水せん断計算結果

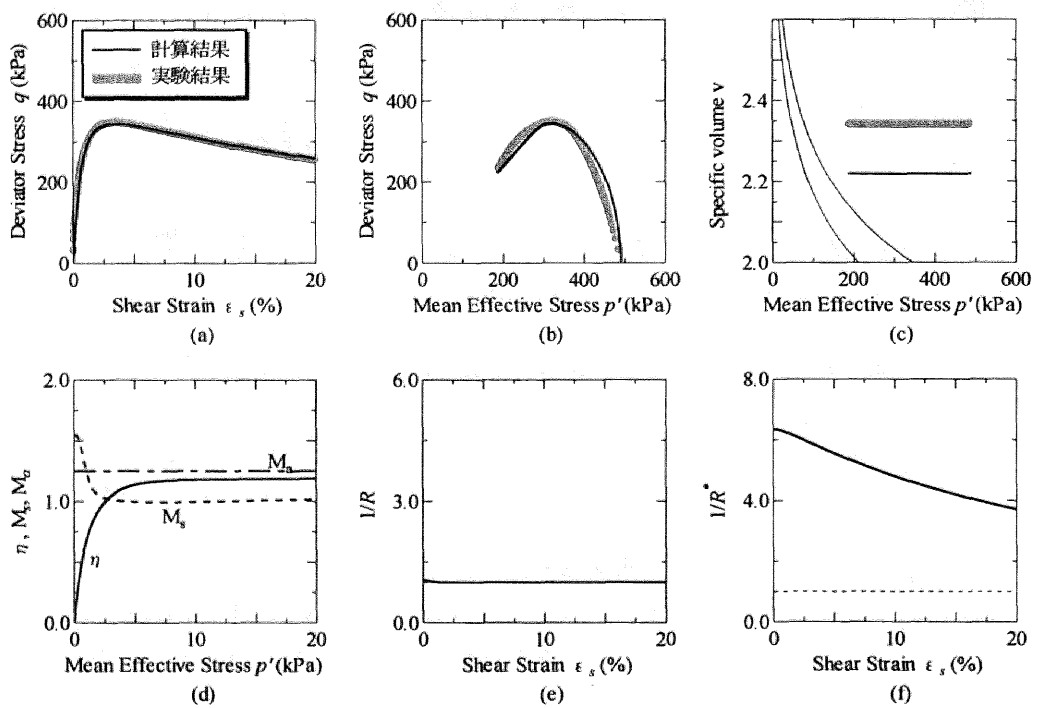


図 3.17 大阪不撓乱[2]の非排水せん断計算結果



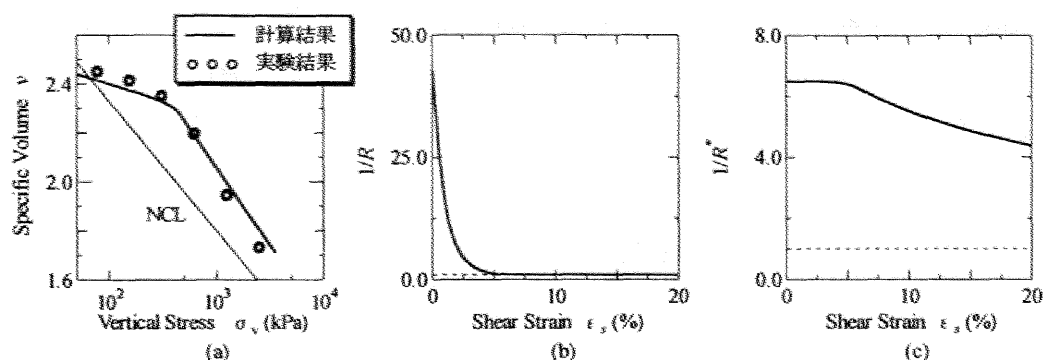


図 3.18 大阪不攪乱の一次元圧縮計算結果

#### 3.4.4 洪積・沖積等粘土が異なるときの発展則パラメータの変動

洪積粘土である大阪粘土だけでなく、沖積粘土である上越粘土に対しても 3.3.3 と同様に非排水せん断試験と一次元圧縮試験を数値シミュレーションした。上越粘土とは上越海上埋め立て地盤におけるボーリング調査により採取された粘土である。試験に用いた試料は、海底からの深度約 30m 付近に堆積している沖積粘土（Ac2 層）を用いた。

上越不攪乱試料の非排水せん断計算結果を図 3.19 に、一次元圧縮計算結果を図 3.20 に示す。また、表 3.12 に等方圧密過程によって決まる非排水せん断前の比体積などの初期値を示す。せん断前図中には実験結果も同時に示しているが、計算結果は実験結果をよくフィッティングしている。SYS カムクレイモデルは大阪粘土と同じように、上越粘土の様々な力学挙動を一組の初期値と一組の材料定数群を用いて表現できることがわかる。

表 3.12 上越不攪乱の非排水せん断前初期値

	上越不攪乱[1]	上越不攪乱[2]
初期平均有効応力 $p'_0$ (kPa)	49	196
初期比体積 $v_0$	2.40	2.26
初期構造の程度 $1/R_0^*$	6.94	6.62
初期過圧密比 $1/R_0$	3.72	1.39
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0	0.0

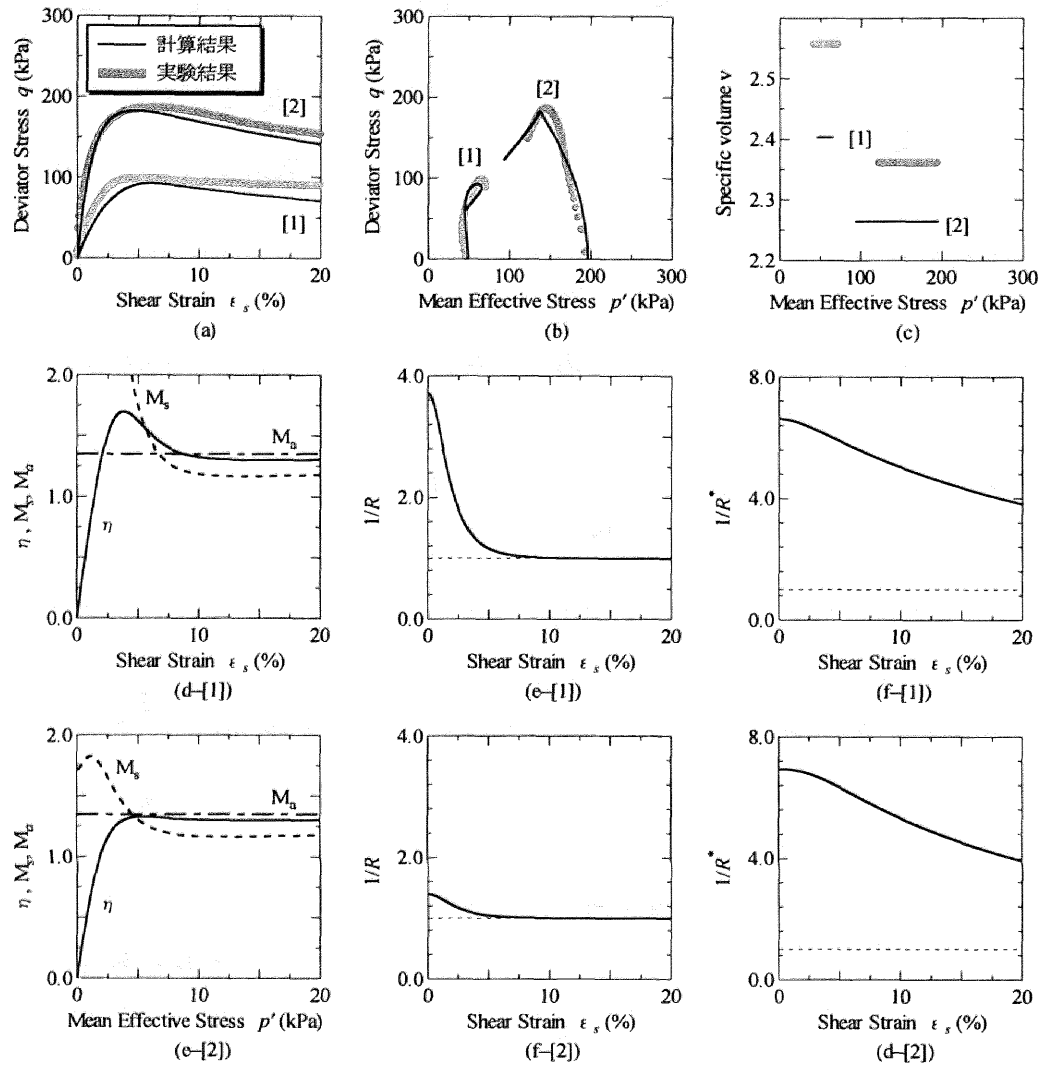


図 3.19 上越粘土不攪乱試料の非排水せん断計算結果

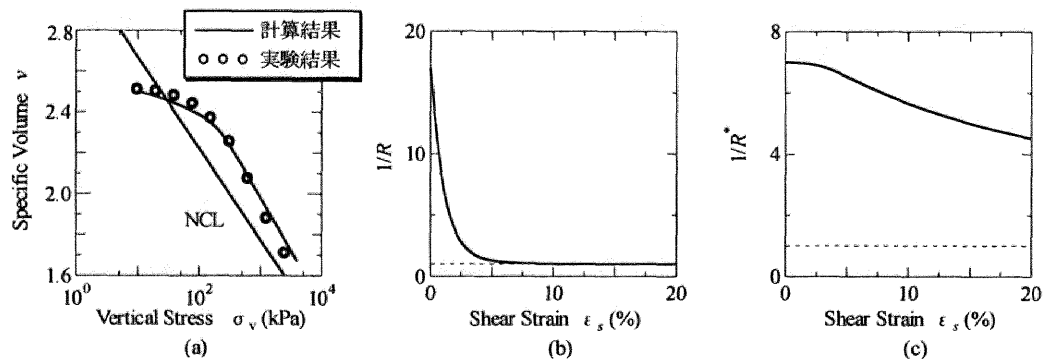


図 3.20 上越粘土不攪乱試料の一次元圧縮計算結果

ここで、大阪粘土、上越粘土の計算に用いた発展則パラメータを合わせて表 3.13 に示す。発展則パラメータの数値だけからでは直接両粘土を比較することができないので、ダイレタンスー係数  $D = (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) / Mv_0$  で除算した値も同時に示している。表から構造喪失の速さに大きな違いは見られないが、構造と過圧密が同程度の状態にある場合を想定する時、洪積粘土である大阪粘土の方が、沖積粘土である上越粘土よりも過圧密解消の速さが大きい。SYS カムクレイモデルは、洪積粘土や沖積粘土のように、異なる種類の粘土の力学挙動を、 $\tilde{\lambda}$ 、 $\tilde{\kappa}$  の弾塑性パラメータに加えて、異なる発展則パラメータを用いることによって記述することができる。

表 3.13 計算に用いた発展則パラメータ

	大阪粘土	上越粘土
構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )	0.20	0.16
( $a/D$ )	(3.79)	(3.86)
正規圧密土化指数 $m$	18.0	2.0
( $m/D$ )	(340.9)	(48.2)
回転硬化指数 $br$	0.001	0.001
回転硬化限界定数 $m_b$	1.0	1.0

### 3.5 塑性指数の違いと粘土の異方性・構造発展の関係

3.2 で、再構成試料であっても構造を有することを示した。再構成試料は、液性限界の 2 倍程度の高含水比でスラリー状態（液体状）の試料を予備圧密層内で沈殿・堆積させて供試体を作製するのではなく、一次元圧密することによって強制的に排水を促進して供試体を作製している。液体状の土は密度が小さく、高位な構造を有していると定義できる。液体状から固体状へと高密度化するにしたがって構造は喪失していくと考えられるが、再構成試料のように短時間で堆積させると、構造は完全に喪失せず、構造を有する供試体となってしまう。しかし、同じ再構成試料であっても粘土によってその程度は異なる。

土の力学的性質を判断する上で、最も重要な情報の 1 つは、その土の粒度特性である。しかし、粒度が工学的に意味を持つのは砂や礫などの粗粒土に限られ、粘性土やシルトなどの細粒土では、その意義は薄い。そこで、細粒度に対して、粒度に変わるパラメータとして登場するのが、コンシステンシーである。コンシステンシーとは、含水比の変化に伴う流動特性のことであり、液体・塑性・半固体・固体の境界として、液性限界  $w_L$ ・塑性限界  $w_p$ ・収縮限界  $w_s$  の 3 つのアッターベルグ限界とそれらから求められる塑性指数  $I_p$  などのパラメータが存在する。粘性土では、液性限界が大きくなるほど圧縮性が増加し、塑性指数が大きくなるほど粘性が増加すると言われていたり、塑性指数や液性限界から圧縮指数や圧密係数などの土質定数を推定する関係式が多く提案されていたりすることからもわかるように、塑性指数や液性限界は粘土の性質・材質を規定する指標となる。

本節では、再構成試料が有する構造の程度および異方性の程度について、2 種類の異なる粘土試料を用いて調べ、コンシステンシーとの関係を調べる。実験に用いた試料は、常磐粘土と川崎粘土の 2 種類である。2 つの試料の物理的性質を表 3.14 に示す。塑性限界に大きな違いは見られないが、常磐粘土は川崎粘土に比べて液性限界、塑性指数が大きいことがわかる。図 3.21 に統一分類法の塑性図を示すが、常磐粘土は高塑性な粘土（CH）に分類され、川崎粘土は低塑性な粘土（CL）に分類される。

表 3.14 常磐粘土と川崎粘土の物性比較

	常磐粘土	川崎粘土
土粒子の密度 $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2.58	2.74
液性限界 $w_L$ (%)	114.3	48.5
塑性限界 $w_p$ (%)	35.6	28.7
塑性指数 $I_p$	78.7	19.8

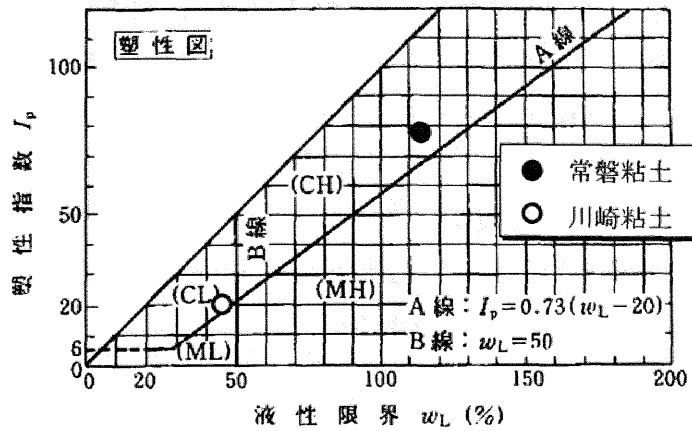
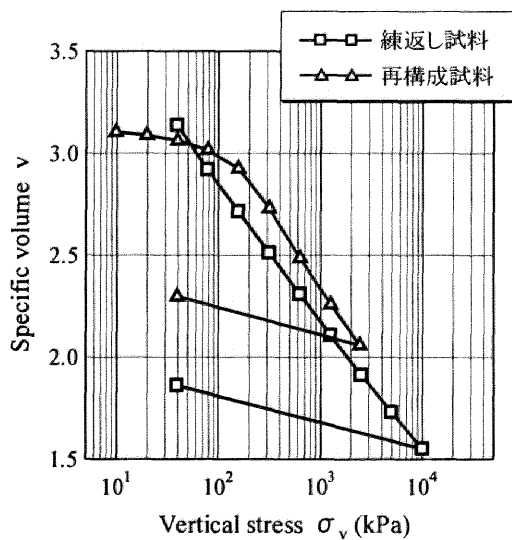


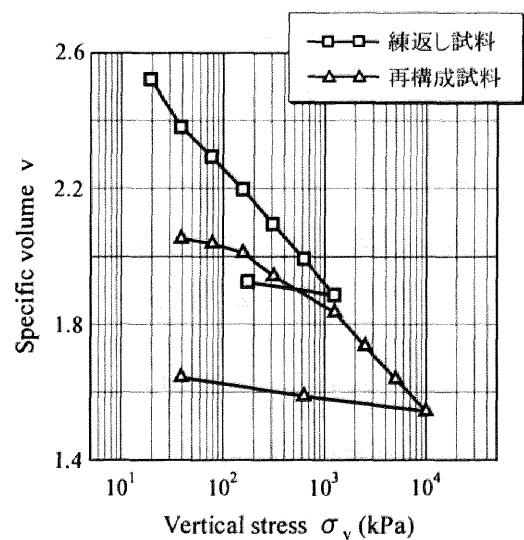
図 3.21 塑性図

### 3.5.1 再構成試料の有する構造の程度

図 3.22 に常磐粘土と川崎粘土の標準圧密試験結果 ( $v \sim \log \sigma_v$  関係) を示す。3.2 でも述べたが、常磐粘土再構成試料は練返し試料の圧縮線に対して「嵩張った」挙動を示し、再構成試料であっても若干の構造を有していることがわかる。一方、川崎粘土再構成試料は常磐粘土とは異なり、練返しの圧縮線に対して嵩張った挙動を示しておらず、再構成試料が構造を有していないことがわかる。



(a) 常磐粘土



(b) 川崎粘土

図 3.22  $v \sim \log \sigma_v$  関係における常磐粘土と川崎粘土の比較

続いて図 3.23 には  $C\alpha \sim \sigma_v$  関係を示す。常磐粘土再構成試料の  $C\alpha$  は、圧密降伏応力 196kPa 以下の過圧密状態では小さな値を示すが、圧密降伏応力を超えると  $C\alpha$  の値が増加し、構造喪失に伴って残留沈下が生じていることを示している。一方の川崎粘土再構成試料の  $C\alpha$  も、圧密降伏応力を境に増加するが、その程度は常磐粘土と比べると遥かに小さい。つまりは残留沈下を生じていないことを指しており、このことから川崎粘土再構成試料は構造を有していないことがわかる。また練返し試料の  $C\alpha$  を比べてみると、常磐粘土が 0.02 程度に対して川崎粘土は 0.008 程度と小さい。

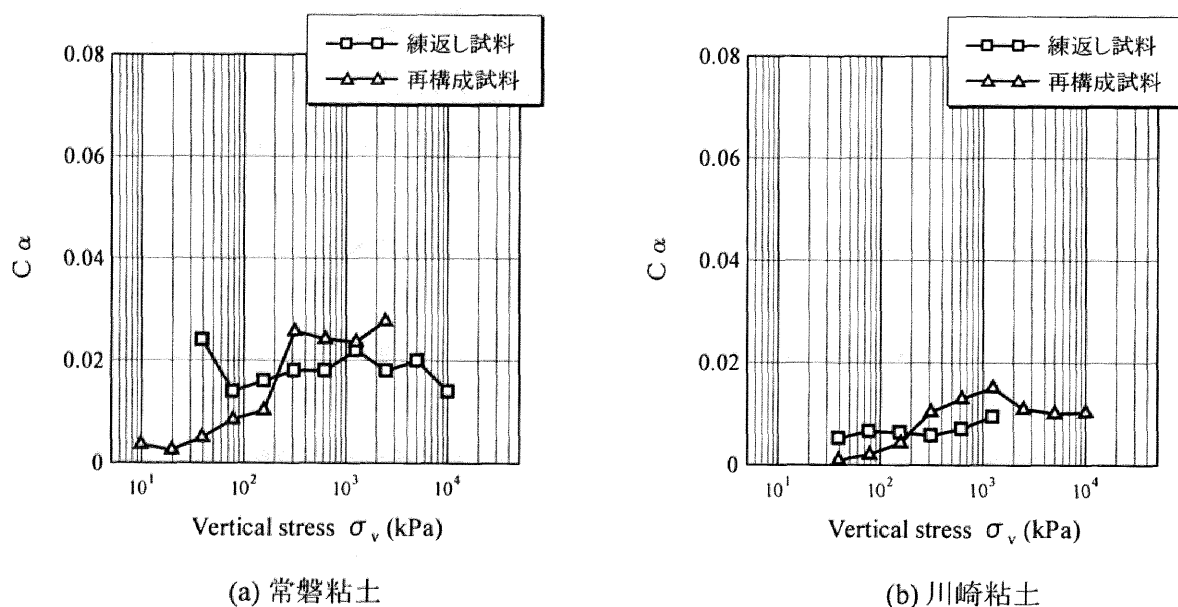


図 3.23  $C\alpha \sim \sigma_v$  関係における常磐粘土と川崎粘土の比較

$v \sim \log \sigma_v$  関係と  $C\alpha \sim \sigma_v$  関係における 2 種の粘土の比較から、高塑性な常磐粘土は再構成試料作製時の予備圧密段階において構造の喪失が小さくて再構成試料であっても構造を有している、低塑性な川崎粘土は予備圧密段階において構造をほとんど喪失していることがわかった。また、練返し試料の  $C\alpha$  を比較してみると、常磐粘土の方が大きいことから、常磐粘土の有する構造は川崎粘土に比べて喪失しにくく、練返し試料を作製する際には十分に捏ねくりかえす必要があると考えられる。3.5.1 において塑性指数が大きいほど粘性が増加すると述べたが、これは塑性指数が大きいほど攪乱しても構造が喪失しにくいことと同義である。

### 3.5.2 予備圧密過程に発達する異方性の程度

再構成試料は堆積過程において構造だけでなく異方性も発達している<sup>10),11)</sup>。ここでは塑性指数の違いに着目して、予備圧密段階に発達する異方性の程度について考察する。試験に用いた試料は 3.5.2 と同じく高塑性な粘土に分類される常磐粘土と低塑性な粘土に分類される

川崎粘土である。

表 3.15 と図 3.24 は川崎粘土再構成試料を鉛直方向と水平方向に切り出し、294kPa で等方圧密した後の側圧一定非排水三軸圧縮試験結果 ( $q \sim \varepsilon_a$  関係と有効応力パス  $q \sim p'$  関係) である。川崎再構成[v][h]ともに、典型的な練返し正規圧密粘土の非排水せん断挙動を示しているが、鉛直供試体は水平供試体に比べて有効応力パスの「立ち上がり」が急で、非排水せん断強度も大きい。この違いは予備圧密段階において発達した異方性の影響であると考えられる。予備圧密段階における一次元圧縮と同じ方向に載荷した鉛直供試体は、予備圧密段階に発達した異方性の影響で強度が増加し、載荷方向を  $90^\circ$  回転させた伸張供試体は強度が低下したのである。表 3.16 と図 3.25 は等方圧密圧力を 1470kPa にした時の試験結果である。高压で等方圧密することによって予備圧密段階に発達した異方性は喪失し、鉛直供試体と水平供試体の非排水せん断挙動に違いがなくなっている。また、等方圧 294kPa に比べて限界状態に達する応力比が小さく、せん断中に発達する異方性は圧密圧力が大きくて密度の大きい供試体の方が発達しにくい。

表 3.15 川崎粘土の鉛直水平比較初期条件 (圧密圧力 294kPa)

試験名	切り出し角度	比体積 $v$
[v]	鉛直	1.95
[h]	水平	1.92

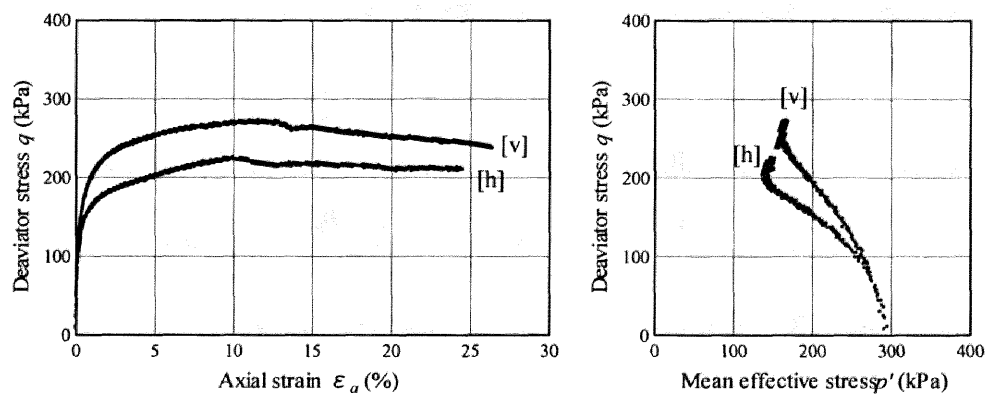


図 3.24 川崎粘土再構成試料の鉛直・水平供試体比較 (圧密圧力 294kPa)

表 3.16 川崎粘土の鉛直水平比較初期条件（圧密圧力 1470kPa）

試験名	切り出し角度	比体積 $v$
[v]	鉛直	1.74
[h]	水平	1.74

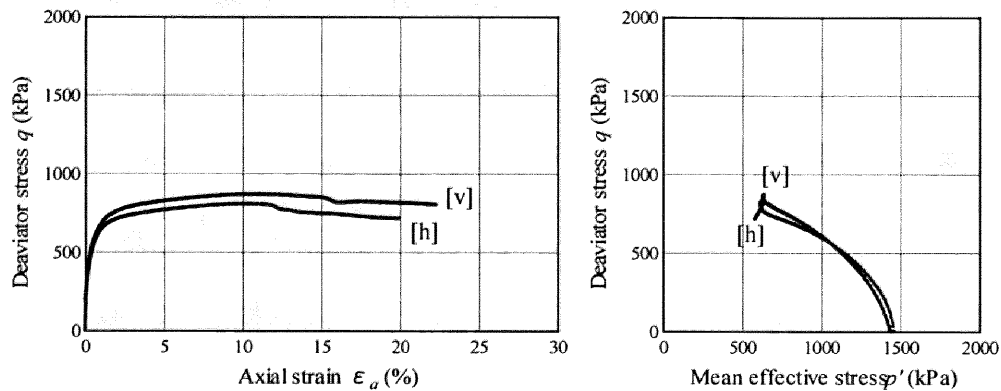


図 3.25 川崎粘土再構成試料の鉛直・水平供試体比較（圧密圧力 1470kPa）

表 3.17 と図 3.26 は常磐粘土再構成試料を用いて行った鉛直、水平供試体の非排水三軸圧縮試験結果である。圧密圧力は 294kPa である。図 3.24 の川崎粘土と比べると、常磐粘土は鉛直・水平供試体の非排水せん断挙動の違いが小さい。高塑性な常磐粘土に比べて低塑性な川崎粘土は、予備圧密段階における異方性の発達程度が小さいか、あるいは異方性の発達/消散が速いので低圧であっても等方圧密によって異方性が消散してしまっている。

再構成試料は予備圧密段階において異方性が発達するが、高压で等方圧密することによって異方性は消散する。低塑性な川崎粘土は予備圧密段階に発達する異方性の程度が大きい。逆に高塑性な常磐粘土は予備圧密段階に発達する異方性の程度が小さい、あるいは、異方性の発達/消散が速く 294kPa の等方圧密によって異方性はすでに消滅し等方状態になっていると考えられる。本論文での考察は、2 つの粘土の比較から得ている。今後、数多くの粘土を用いてデータの蓄積を行ってゆく。



表 3.17 常磐粘土の鉛直水平比較初期条件 (圧密圧力 294kPa)

試験名	切り出し角度	比体積 $v$
[v]	鉛直	2.36
[h]	水平	2.37

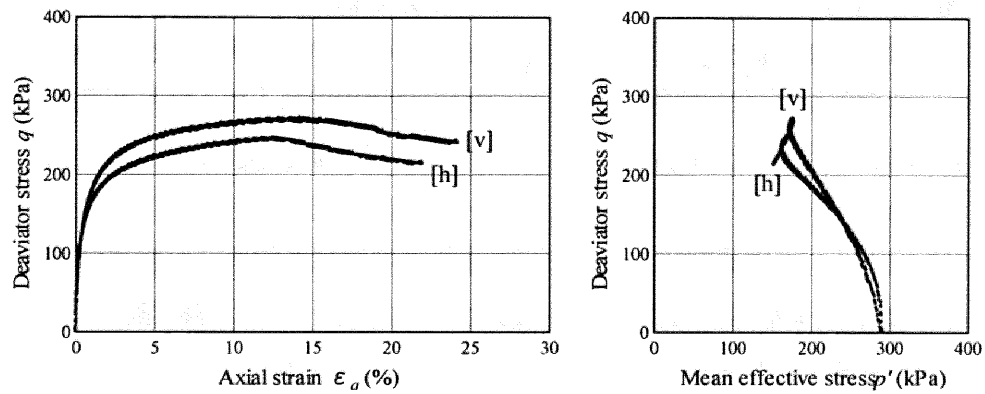


図 3.26 常磐粘土再構成試料の鉛直・水平供試体比較 (圧密圧力 294kPa)

### 3.6 結論

本章では、初期に有する骨格構造の程度の異なる粘土を取り上げ、その力学挙動把握とともに、SYS カムクレイモデルによる構成式の応答結果と比較して、SYS カムクレイモデルの適用性および特徴について考察した。以下に得られた結論を示す。

#### (1) 初期構造の程度の異なる不攪乱、再構成、練返し試料の一次元圧縮特性

- ・不攪乱試料は自然堆積時に構造が発達しており、その影響で一次元圧縮線は  $v \sim \log p'$  図上で、練返しの圧縮線の上側に応力状態を取ることができる。また、室内で作製された再構成試料は不攪乱試料ほどではないものの、練返し試料の圧縮線より上側に応力状態を取り、構造を有している。(3.2.2)
- ・不攪乱試料も再構成試料も鉛直応力の増加とともに次第に構造は喪失し、圧縮線は次第に練返しの圧縮線に上側から近づいていく。(3.2.2)
- ・一次元圧密の残留沈下の程度を評価する  $C\alpha$  は、過圧密状態では非常に小さいが、構造の喪失時に非常に大きな値を示す。高応力下では不攪乱試料であっても再構成試料であっても、載荷に伴う塑性変形の進展によって構造はほとんど喪失し、 $C\alpha$  の値は全ての試料でほぼ等しくなる。(3.2.2)
- ・自然堆積時に構造が発達しなかったり、試料採取時や採取以前の何らかの応力履歴によって、不攪乱試料であっても構造の程度が低位な粘土もある。このような粘土では「嵩張った」一次元圧縮挙動を示さず、 $C\alpha$  の値も小さい。(3.3.1)

#### (2) 不攪乱試料および再構成試料の非排水せん断特性

- ・等方圧密圧力の小さい不攪乱試料の非排水せん断試験の有効応力パスは、初期に  $q$  の増加と  $p'$  の減少、そして  $q$  と  $p'$  の増加を示し、 $q$  がピークを示した後  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少が見られる。これはいわゆる「巻き返し」挙動と呼ばれる構造を有する過圧密粘土によく見られる非排水せん断挙動である。(3.2.3)
- ・一方、等方圧密圧力が大きいと、初期に  $p'$  の減少を伴う  $q$  の増加を示し、 $q$  がピークを示した後  $p'$  の減少を伴いながら  $q$  も減少するといった軟化挙動を示す。(3.2.3)
- ・構造の程度の低位な不攪乱試料は、練返し正規圧密粘土と似た非排水せん断挙動を示す。(3.3.2)

#### (3) SYS カムクレイモデルによる構成式応答と初期状態の異なる不攪乱試料の統一的記述

- ・SYS カムクレイモデルは、不攪乱粘土試料の有効拘束圧の異なる非排水せん断挙動から一次元圧縮挙動までを、一組の材料定数群と一組の初期値を用いて統一的に再現することができた。なお、この時用いた弾塑性パラメータは練返し試料の標準圧密試験結果および再構成試料の非排水三軸圧縮試験結果から求めている。

(3.4.2),(3.4.3)

- ・構造を有する過圧密粘土は、まず過圧密解消が主な原因となって塑性膨張を伴う硬化挙動を示し、過圧密解消後は構造喪失が原因となって塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。これが実験で得られた「巻き返し」挙動のメカニズムである。 (3.4.3)
- ・構造を有する正規圧密粘土は、過圧密を有していないので、構造喪失が原因となって塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。 (3.4.3)
- ・洪積粘土である大阪粘土と沖積粘土である上越粘土に対するこのモデルの応答から、構造喪失速度を表わす発展則パラメータ  $a$  には大きな違いが見られなかったが、過圧密解消速度を表わす発展則パラメータ  $m$  は大阪粘土の方が大きかった。このように、発展則パラメータの違いで洪積粘土、沖積粘土等、各種粘土の違いを 1 つのモデルを用いて統一的に表現できる。 (3.4.4)

#### (4) 塑性指数の違いと再構成試料の有する構造、異方性の関係

- ・高塑性な常磐粘土は、実験室内で作製された再構成試料であっても不攪乱試料ほどではないが若干の構造を有するため、一次元圧縮線は練返し試料の圧縮線の外側に応力状態を取る。低塑性な川崎粘土の再構成試料はほとんど構造を有していないので、圧密降伏応力より大きな応力レベルでは練返し試料の圧縮線に一致する。 (3.5.1)
- ・低塑性な川崎粘土の再構成試料を鉛直・水平に切り出して、側圧一定非排水三軸圧縮試験を行うと、等方圧密圧力が小さい時は顕著な強度異方性が観測された。これは再構成試料作製段階における一次元圧密過程において発達した異方性の影響だと考えられる。等方圧密圧力を大きくすると、鉛直・水平供試体に強度差はみられなくなり、高圧で等方圧密することによって再構成試料が初期に有する異方性は消滅することがわかった。 (3.5.2)
- ・高塑性な常磐粘土再構成試料を用いた鉛直・水平供試体の非排水せん断挙動は、低塑性な川崎粘土のような強度異方性が観測されなかったので、再構成試料の有する異方性の程度は小さいと考えられる。あるいは異方性の発達/消滅が非常に速く、小さな等方圧密圧力であっても異方性は消滅し、等方状態になっていると考えられる。 (3.5.2)

## 参考文献

---

- 1) Asaoka, A., Nakano, M., Noda, T. and Kaneda, K. (2000) : Delayed compression/consolidation of natural clay due to degradation of soil structure, *Soils & Foundations*, Vol.40, No.3, pp.75-83.
- 2) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000) : Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, 40(2), pp.99-110.
- 3) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M. (2002) : An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanics of soils, *Soils and Foundations*, 42(5), pp.47-57.
- 4) 三笠正人 (1964) : 土の工学的性質の分類表とその意義, *土と基礎*, Vol.12, No.4, pp.17-24.
- 5) Mesri, G. and Godlewski, P.M. (1977) : Time- and stress-compressibility interrelationship, *J. Geotech. Eng. Div., ASCE*, (103) GT5, pp.470-430.
- 6) Tatsuoka, F. and Kohata, Y. (1995) : Stiffness of hard soils and soft rocks in engineering applications, *Proc. of 1<sup>st</sup> int. conf. on Pre-failure deformation characteristics of geomaterials*, Sapporo, Japan, Vol.2, pp.947-1063.
- 7) Yano, K., Suzuki, M. and Nakai, T. (1997) : Undrained shear and creep behavior of staff natural clay, *Proc. of Int. Symp. on Deformation and progressive Failure in Geomechanics*, IS-Nagoya '97, A. Asaoka, T. Adachi and F. Oka (eds.), pp.205-210.
- 8) Masaki, Nakano., Kentaro, Nakai., Toshihiro, Noda. and Akira, Asaoka. (2004) : Simulation of shear and one-dimensional compression behavior of naturally deposited clays by Super/subloading Yield Surface Cam-clay model, Vol.45, No.1, pp.141-151.
- 9) 田代むつみ (2005) : 土骨格構造の進行性破壊を伴う自然堆積粘土地盤の長期圧密変形挙動の解析, 名古屋大学学位請求論文
- 10) 三笠正人, 高田直俊, 大島昭彦 (1984) : 一次元圧密粘土と自然堆積粘土の非排水強度の異方性, *土と基礎*, November, pp.25-32.
- 11) 半沢秀郎, 金谷泰邦, 岸田隆夫, 尾内俊之 (1984) : 沖積海成粘土の強度の異方性, *土と基礎*, November, pp.13-16.
- 12) 金泰峰, 浅岡顕, 中野正樹, 山田英司, 金田一広, 中井健太郎 (2003) : 再構成粘土の異方性の発展特性に関する実験的研究, 第 38 回地盤工学研究発表会, pp.181-182.
- 13) 中野正樹, 浅岡顕, 野田利弘, 中井健太郎 (2003) : 自然堆積・再構成・練返し粘土の「構造」の程度に関する弾塑性力学に基づく考察, 第 38 回地盤工学研究発表会, pp.281-282.

## 第4章 骨格構造の働きに着目した砂の力学挙動

### 4.1 概説

砂は容易に緩い状態を作製でき、振動などの微小なせん断力の繰返しによって、瞬時に緩から密へと状態を移す。本論文では、砂の締固め現象と呼んでおり、したがって砂は一定拘束圧条件下で様々な密度の状態を容易にとることができる。もちろん砂の力学特性は密度によって大きく異なる。砂のもう1つの特徴的な現象である液状化は、緩い砂質地盤でよく生じる。これまでの砂の研究では非排水条件下での不安定現象、つまり液状化解析に重点が置かれていたために、ほとんどのモデルで「パラメータは密度依存」の制約がつくことになり、緩い砂と密な砂の力学挙動はパラメータを変えて、あたかも別の材料として取り扱われてきた。そのため当然、せん断中に密度の変化する締固め現象についての解析は行われてこなかった。実際、境界非排水で液状化を起こす地盤は水の供給により液状化しているところもあれば、逆に排水により圧縮しているところ、すなわち締め固まっているところもある。本章では、SYS カムクレイモデル<sup>1),2),3)</sup>を用いて、砂の締固め挙動、締固め後の密度の異なる砂の非排水せん断挙動そして液状化挙動を、一組の材料定数群で再現し力学的な解釈を与える。本モデルでは、過圧密・構造・異方性が密度と同じ土の力学状態を示す。つまり、緩い砂が載荷・除荷に応じて、これら過圧密・構造・異方性が変化しながら密な砂に移行する。したがって、過圧密・構造・異方性の値とその変化の仕方、すなわち発展則に注目して解釈を与えることになる。

本章の構成を述べる。4.2 ではまず SYS カムクレイモデルを用いて砂の締固め現象の数値計算を行う。そして締固めの発生メカニズムを解明するとともに、緩詰めから密詰めまでを材料定数の変更なしで、骨格構造の程度の違いで説明する。4.3 では密度の異なる砂の力学特性を非排水三軸圧縮試験から確認し、さらに SYS カムクレイモデルを用いて数値的再現を試みる。その際に密度の異なる状態を締固めの繰返し回数の違いによって再現し、材料定数群だけでなく、初期値も共通として行う。また砂の力学挙動は密度だけでなく、「有効拘束圧依存性」もあるといわれている。4.4 では比体積一定条件のもとで有効拘束圧の異なる砂の非排水三軸圧縮試験および SYS カムクレイモデルによる数値計算から、このいわゆる「有効拘束圧依存性」について考察する。4.5 では緩詰め砂の特徴的な現象である締固めと液状化に着目し、まったく別の現象のように見える両現象が、実は表裏一体の現象であることを示す。ここまでは1つの典型的な砂を用いているが、砂の力学挙動に大きな影響を与える要因として粒径分布や粒子形状が良く知られている。4.6 では粒径分布の異なる砂の非排水三軸圧縮試験および SYS カムクレイモデルを用いた数値計算を行い、粒径分布の違いが SYS カムクレイモデルにおいてどのように表現されるのか調べる。そして粒径分布の違いが締固め挙動、液状化挙動に及ぼす影響について調べる。4.7 で本章の結論を示す。

## 4.2 構造喪失によって生じ過圧密の蓄積を伴う排水繰返しせん断時の砂の締固め挙動と密度変化

本節では、締固めを排水繰返しせん断挙動と見なして、SYS カムクレイモデルを用いた砂の締固め挙動の計算を行う。緩詰め砂は初期に高位な構造を有する正規圧密土と仮定し、繰返し载荷によって密度ともに、過圧密・構造・異方性が変化してゆく様子が計算される。

### 4.2.1 SYS カムクレイモデルを用いた締固めの数値計算

計算は緩詰め砂を用いて、締固めを模擬した微小な応力振幅での側圧一定排水繰返し圧縮/伸張せん断を行う<sup>4),5),6)</sup>。表 4.1 に計算に用いた材料定数を示す。緩詰め砂は比体積が非常に大きい(密度が小さいため)、初期構造の程度が高位で過圧密比が小さいとして定義する。そこで初期値は表 4.2 に示すように、構造の程度が高位な正規圧密状態を想定した。初期等方状態を仮定し、拘束圧 294kPa のもと振幅 70kPa で圧縮・伸張両振り繰返し排水せん断した。

表 4.1 計算に用いた材料定数 (弾塑性パラメータと発展則パラメータ)

弾塑性パラメータ	
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.05
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.012
限界状態定数 $M$	1.00
NCL の切片 $N$ ( $q=0, p'=98.1\text{kPa}$ の時の比体積)	1.98
ポアソン比 $\nu$	0.3
発展則パラメータ	
構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )	2.2
正規圧密土化指数 $m$	0.06
回転硬化指数 $b_r$	3.5
回転硬化限界定数 $m_b$	0.7

表 4.2 計算に用いた初期値

初期比体積 $v_0$	2.12
初期平均有効応力 $p'_0$	294.3
初期構造の程度 $1/R_0^*$	150.0
初期過圧密比 $1/R_0$	1.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0

図 4.1 に SYS カムクレイモデルを用いた計算結果を示す。図中(a)は有効応力経路を、(c)は繰返し载荷による比体積変化の様子を示している。(b)と(d)には繰返し载荷に伴う構造の程度と過圧密比の推移を示す。(c)から、繰返し载荷によって砂が著しい体積圧縮を、特に最初の数回の繰返し時に起こしており、締固め現象を再現している。図中の線は、計算に用いた弾塑性パラメータから求めた正規圧密線と限界状態線であるが、締固めによって負のダイレタンシー ( $N-\Gamma$ ) では表現できないほどの大圧縮を起こしていることがわかる。構造の程度および過圧密比の推移を見てみると、初期に有していた高位な構造は、最初の数回の繰返しによって大きく喪失し（上負荷面の効果）、最終的にはほとんど残っていない。過圧密比は、繰返すにつれて次第に蓄積していく（下負荷面の効果）<sup>7)</sup>。また、「微小な応力振幅」のもとでの繰返しによって過圧密比が増大していることから、過圧密比の定義に「過去に負荷された最大荷重」の概念が必ずしも必要でないという興味深い結果を示している。図 4.2 に繰返しせん断 3 サイクル目の拡大図を示す。構造の程度は、負荷過程である(A)～(B)と(C)～(D)において激減している。負荷過程において大圧縮を示しているのは、この構造の喪失が主な原因である。一方で過圧密比は、除荷過程である(B)～(C)と(D)～(E)において当然増大するものの、過圧密の解消速度が遅いために負荷を受けても ((A)～(B)、(C)～(D)、(E)～(F)) ほとんど解消せず、繰返すにつれて蓄積していく。ここで式(2.50)を塑性体積ひずみで整理すると次のようになる。

$$\varepsilon_v^p \left( = - \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau \right) = MD \ln \frac{p'}{\tilde{p}_0'} + MD \ln \frac{M^2 + \eta^{*2}}{M^2} + MD (\ln R^* - \ln R) \quad (4.1)$$

構造の喪失 ( $R^*$  の増加 (ただし  $R^* < 1.0$ )) は塑性体積圧縮を生み、過圧密の解消 ( $R$  の増加 (ただし  $R < 1.0$ )) は塑性体積膨張を生む。締固め挙動、つまり砂の大圧縮挙動は、構造の急速な喪失と過圧密の蓄積によって説明することができる。なお、計算は異方性の発達を考慮して行っているが、応力振幅が小さいため、繰返しせん断中にほとんど発達しなかった。

先にも述べたように、緩詰め砂は構造の程度が高位な正規圧密土として定義される。排水繰返しせん断によって砂は大圧縮を生じるが、その過程において構造は喪失し、過圧密は蓄積する。つまり、砂は密な状態になるほど構造の程度が低位で、過圧密比が大きいとして説明できる。締固めを模擬した排水繰返しせん断によって、緩から密までの砂の初期状態を統一的に再現することができ、さらに密度に応じた構造の程度および過圧密比は、繰返し回数を任意に変えることによって、期せずして得られる。

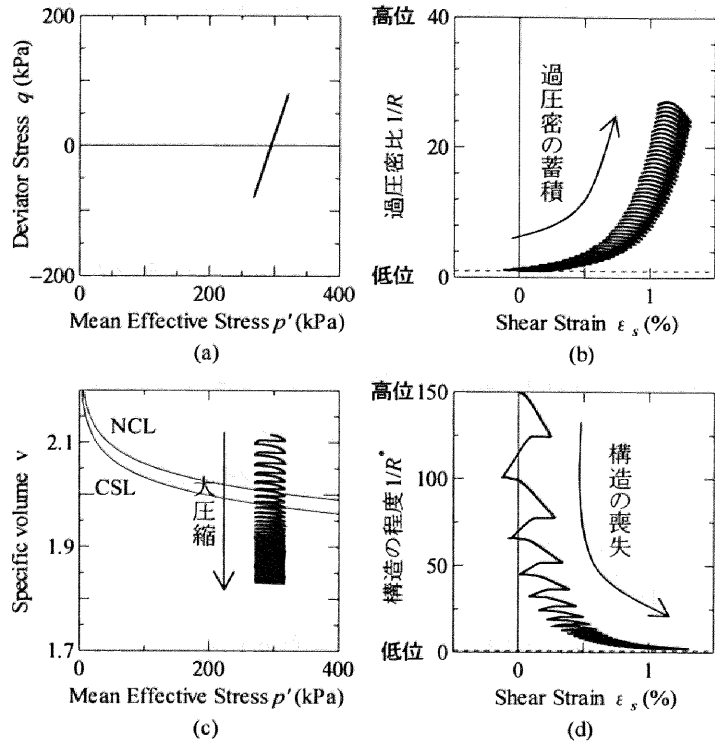


図 4.1 排水繰返しせん断（締固め）計算結果

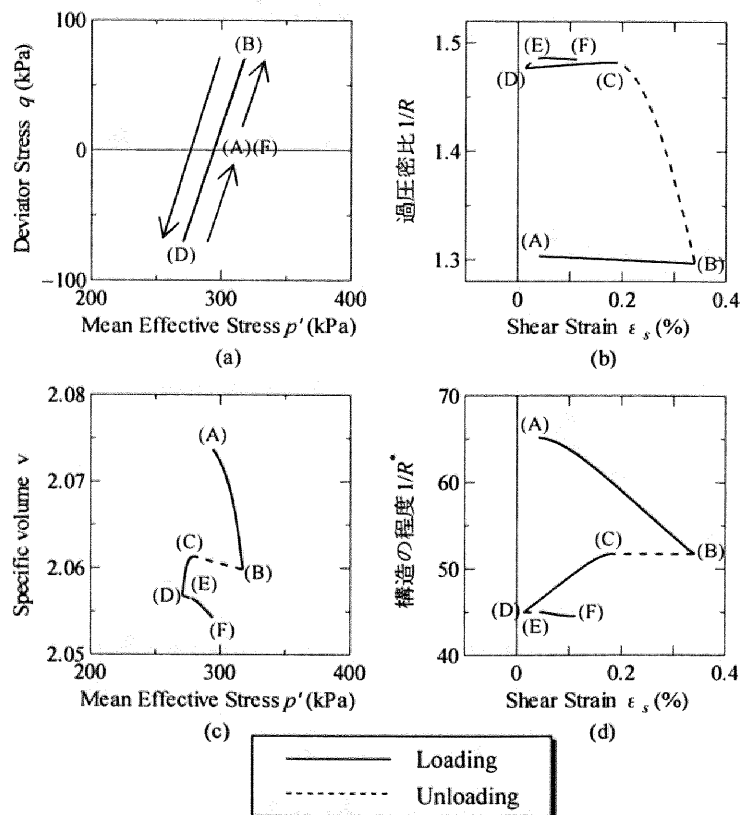


図 4.2 排水繰返しせん断 3 サイクル目の拡大図



### 4.3 締固めによって得られた様々な密度の砂のせん断挙動

砂の力学挙動は密度に応じて異なることは良く知られており、これまでにたくさんの構成式が提案されている。ところが、4.1 でも述べたようにほとんどの構成式は非排水条件にしか適用することができない。

図 4.3 は Zienkiewicz による密度の異なる Bending sand の非排水三軸圧縮試験とそのフィッティング結果<sup>8)</sup>である。プロットが実験結果、実線が計算結果であり、計算結果は実験結果を完璧なまでによく再現できているように見える。しかしこの計算は、すべて同じ砂の実験結果であるにも関わらず、密度に応じて材料定数を変えて計算しており、密度の異なる砂をあたかも別の材料のように扱っている。密度に応じて材料定数が異なるのだから、この構成式では当然、せん断中密度の変化する排水せん断を計算することはできない。本節では、SYS カムクレイモデルを用いて密度の異なる砂のせん断挙動を、一組の材料定数群で統一的に表現できることを示す<sup>9)</sup>。

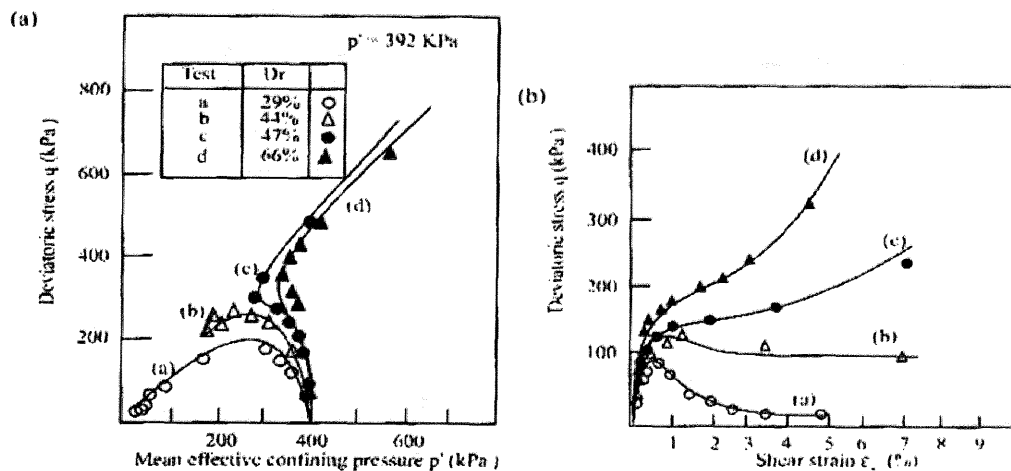


図 4.3 密度の異なる砂のフィッティング結果(after Zienkiewicz<sup>8)</sup> et al. 1999)

#### 4.3.1 有効拘束圧一定条件下での密度の異なる非排水三軸圧縮試験

まず密度の異なる砂の力学挙動を把握するために、同じ有効拘束圧のもとで比体積を変えた砂の側圧一定非排水三軸圧縮試験を実施した。試験に用いた試料は三河珪砂 6 号と呼ばれる人工珪砂である。粒径加積曲線を図 4.4 に示す。粒径加積曲線から求めた均等係数  $U_c$  は 1.79、曲率係数  $U_c'$  は 0.92 であり、粒径の比較的そろっている砂である。以後、この試料を珪砂 1 と呼ぶ。緩詰め供試体は乾燥砂を 5% 程度に湿らせてモールドに敷き詰めて作製し (Moist Placement 法<sup>10)</sup>)、中・密詰め供試体は乾燥砂をモールド内に堆積させ、必要に応じてパイプレータをモールド側面に当て、振動によって締め固めた (Dry Deposition 法)。どの供試体も三軸試験機にセットした後、通水を十分な時間行って飽和度を高めた (B 値 95% 以上)。294kPa

で約 20 分間等方圧密した後、軸ひずみ速度 0.5%/min で非排水せん断した。表 4.3 にせん断試験前の各供試体の初期比体積と相対密度  $D_r$  を示す。相対密度とは、その砂が取り得る範囲内（最大間隙比と最小間隙比）での密度の状態を表わす指標で、基本的には  $0 \leq D_r \leq 1$  である。珪砂 1-[1]において  $D_r$  が負となっているが、これは最大間隙比試験が乾燥砂を用いて行われるためであり、珪砂 1-[1]のように湿らせた試料を用いて供試体を作製すると、最大間隙比より緩い供試体を作製することができる。同じ有効拘束圧下で、緩詰めから密詰めまで様々な初期状態の供試体を作製することができた。

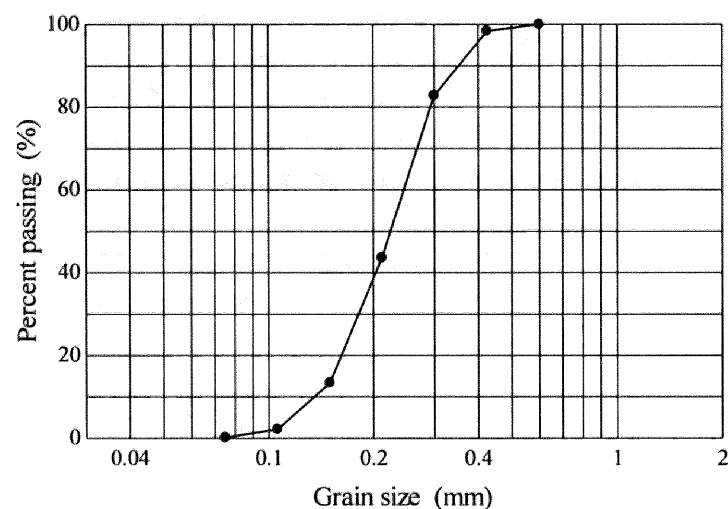


図 4.4 珪砂 1 の粒径加積曲線

表 4.3 珪砂 1 の非排水せん断前初期値

	初期比体積 $v_0$	相対密度 $D_r$
珪砂 1-[1]	2.07	-0.03
珪砂 1-[2]	1.97	0.23
珪砂 1-[3]	1.92	0.33
珪砂 1-[4]	1.87	0.45
珪砂 1-[5]	1.77	0.69

図 4.5 に試験結果 ( $q \sim \varepsilon_a$  関係と有効応力パス  $q \sim p'$  関係) を示す。比体積に応じて異なる非排水せん断挙動を示している。緩詰め砂[1]の有効応力パスを見てみると、 $p'$  の減少を伴いながら  $q$  が増加してピークを示し、その後  $q = p' = 0$  付近まで減少し続ける。中詰め砂[2]と[3]は緩詰め砂とは異なり、 $q$  が減少した後、 $p'$  の増加を伴いながら再び  $q$  が増加していく。このとき比体積が小さいほど、 $q$  の減少の度合いは小さく、逆にその後の  $q$  の増加の度合いは

大きくなっている。密詰め砂[4]と[5]では、せん断中に  $q$  の減少は見られず、 $p'$  の増加を伴いながら  $q$  は増加し続ける。またその度合いは、比体積が小さいほど大きい。 $q \sim \varepsilon_a$  関係から、緩い供試体ほど  $q$  のピークが明確に現れ、密になるにしたがってピークが現れなくなっている。すなわち、比体積の大きな緩い供試体ほど  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少の度合いが大きく、逆に比体積の小さい密な供試体ほど  $p'$  の増加を伴う  $q$  の増加の度合いが大きくなる。有効応力パスにおいて  $p'$  が減少から増加に転じる点を変相角と言うが、変相角に到達する応力比は密なほど小さくなっている。 $q \sim \varepsilon_a$  関係を見てみると、比体積の大きい緩い供試体ほど  $q$  のピークが明確に現れ、比体積が小さく密になるにしたがってピークが現れなくなっている。

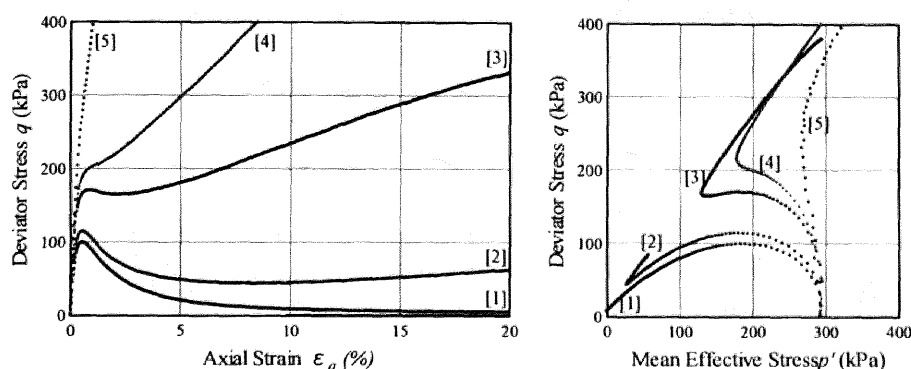


図 4.5 有効拘束圧一定条件下での比体積の異なる砂の非排水三軸圧縮試験

#### 4.3.2 密度の異なる砂が示すせん断挙動の SYS カムクレイモデルによる数値的再現

##### (1) 計算に用いた一組の材料定数群と初期値

計算に用いた材料定数（弾塑性パラメータと発展則パラメータ）を表 4.4 に示す。弾塑性パラメータの圧縮指数  $\tilde{\lambda}$  と膨潤指数  $\tilde{\kappa}$  は、等方圧密試験では構造が破壊しにくいことを利用して（第 2 章参照）、図 4.6 に示した緩詰め供試体の等方圧密/除荷試験の圧縮線と膨潤線の傾きを参考に求めた。また、図 4.5(b)の有効応力パスにおいて試験終了時の応力比は約 1.3 であるが、砂の異方性の発達速度は非常に速いので試験終了時において異方性は発達限界に達していると仮定し、限界状態定数  $M$  と異方性の発達限界  $m_b$  は式(2.75)に注意して、 $M^2 + 3/2m_b^2 = 1.3^2$  を満たすように決定した。練返し正規圧密状態を作製することのできない砂では  $N$  を直接実験から求めることはできないので、 $N$  はフィッティングパラメータの 1 つとして扱った。

表 4.5 に計算に用いた初期値を示す。実験では供試体作製は拘束圧のない状態で行うので、非常に小さい初期有効拘束圧として 10kPa とし、構造の程度が非常に高位で正規圧密状態（過圧密なし）の非常に緩い状態を想定した。また供試体を作製する際には、その方法が Moist Placement 法であれ Dry Deposition 法であれ、試料をモールドに詰めた後に所定の密度になる

ように、タンピングや振動によって締固めを行う。そこで締固め過程を模擬して微小な応力振幅 ( $q = 2.3\text{kPa}$ ) での圧縮・伸張両振り側圧一定排水繰返しせん断を与え、繰返し回数を変えることによって異なる初期比体積を作製した。その後、実験と同様に  $p' = 294\text{kPa}$  まで等方圧密し非排水せん断した (図 4.7 参照)。

表 4.4 計算に用いた材料定数

弾塑性パラメータ	
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.05
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.012
限界状態定数 $M$	1.00
NCL の切片 $N$ ( $q = 0, p' = 98.1\text{kPa}$ の時の比体積)	1.98
ポアソン比 $\nu$	0.3
発展則パラメータ	
構造劣化指数 $a$ ( $b = c = 1.0$ )	2.2
正規圧密土化指数 $m$	0.06
回転硬化指数 $b_r$	3.5
回転硬化限界定数 $m_b$	0.7

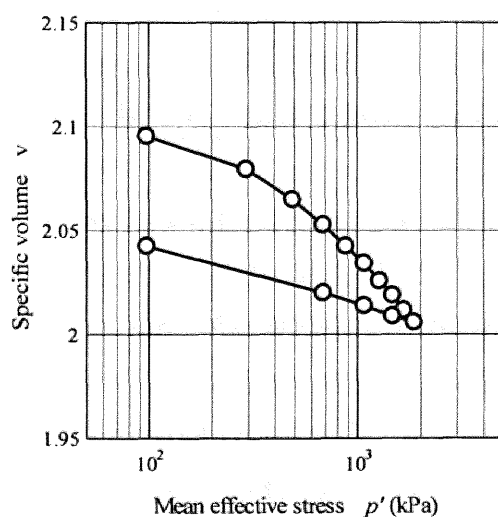


図 4.6 珪砂 1 緩詰め供試体の等方圧密/除荷試験

表 4.5 計算に用いた初期値

初期比体積 $v_0$	2.28
初期平均有効応力 $p'_0$	10.0
初期構造の程度 $1/R_0^*$	150.0
初期過圧密比 $1/R_0$	1.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0

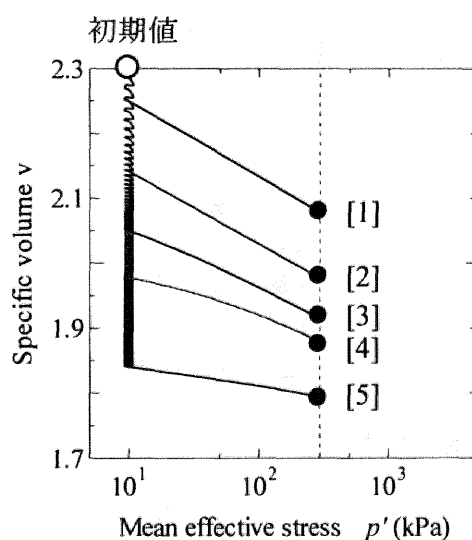


図 4.7 非排水せん断前の初期値の決定方法（締固めと等方圧密）

## （２）計算結果

表 4.6 に珪砂 1 の非排水せん断前の初期値を示す。締固めの繰返し回数の少ない緩詰め砂は、構造の程度が高位で過圧密比が小さい。密詰め砂は締固めによって構造喪失しているの  
で、構造の程度が低位で過圧密比が大きくなっている。

表 4.6 珪砂 1 の非排水せん断前初期値

	繰返し回数	初期比体積	初期構造の程度	初期過圧密比	初期異方性
	$n$	$v_0$	$1/R_0^*$	$1/R_0$	$\zeta_0$
珪砂 1-[1]	2	2.08	69.89	1.25	0.010
珪砂 1-[2]	11	1.97	9.79	2.50	0.011
珪砂 1-[3]	31	1.91	3.25	4.23	0.023
珪砂 1-[4]	90	1.88	2.04	6.58	0.030
珪砂 1-[5]	2000	1.79	1.26	39.65	0.045

図 4.8 に図 4.7 に示した[1]～[5]から行った非排水せん断の計算結果を示す。図中(a)に応力ひずみ関係、(b)に有効応力パス、(c)(d)にせん断中の過圧密および構造の推移を示している。 $R$  ( $0 \leq R \leq 1$ ) は正規降伏面と下負荷面の相似比、 $R^*$  ( $0 \leq R^* \leq 1$ ) は上負荷面と下負荷面の相似比を表し、ともに小さいほどその状態が高位であり、1 に近づくほど低位となる。2 つを比較してみると、過圧密解消 ( $R \rightarrow 1.0$ ) より構造喪失 ( $R^* \rightarrow 1.0$ ) が卓越しており、典型的な砂を再現していることがわかる。計算結果を見てみると、せん断挙動から比体積に至るまで実験結果 (図 4.5、表 4.3) と非常に良い対応を示している。変相角に到達する応力比は比体積が小さくなるほど減少しており、実験結果で得られた傾向に一致する。

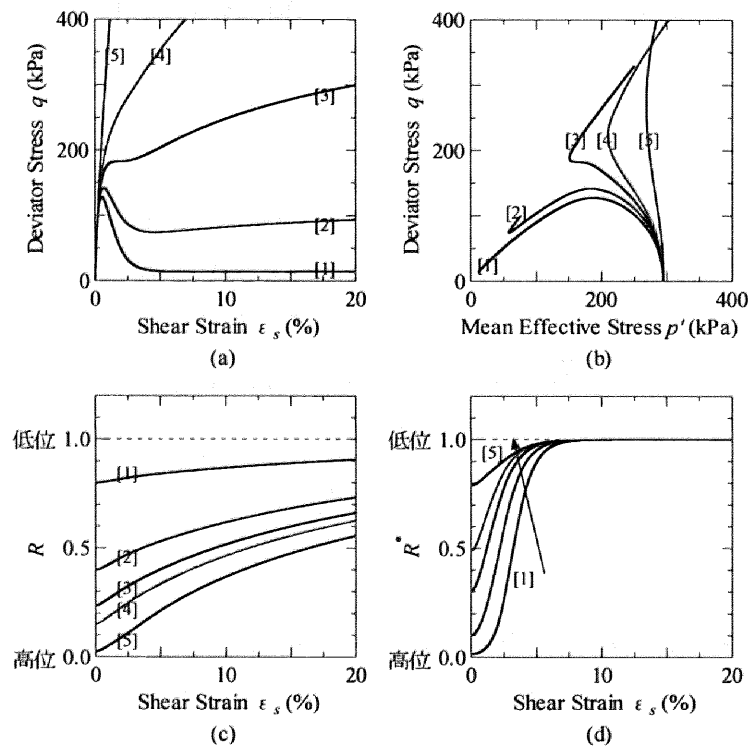


図 4.8 比体積の異なる珪砂 1 の非排水せん断計算結果

図 4.8 は緩詰め砂[1]の計算結果を抜き出したものである。図中(c)には、現応力比  $\eta$ 、 $M_s$  および  $M_d$  のせん断に伴う推移を、(e)には 3 種の線の位置関係がよくわかるように、その拡大図を示している。硬化と軟化の境界線である  $M_s$  は、構造の程度、過圧密比、異方性の発達度合いおよび現応力比によって複雑に変化する (式(2.69))。具体的には、 $M_s$  は構造喪失時に増加し、過圧密解消時には逆に減少する。 $M_d$  は塑性圧縮と塑性膨張の境界線であり、異方性の発達/消滅によって増加/減少する (式(2.70))。単調載荷せん断時は、異方性は発達する一方なので、 $M_d$  は異方性が発達限界に達するまで増加し続け、その後は一定値を取る。緩詰め砂は、表 4.6 あるいは図 4.8 (d)からもわかるように、初期構造の程度が高位で過圧密比が小さい。

そのため、せん断ひずみが小さい間  $M_s$  は非常に小さい値 ( $M_s < 0$ ) をとる。なお初期状態の  $M_s$  が大きいのは、式(2.69)を参照するとわかるように、初期等方状態（現応力比  $\eta (=q/p')=0$ ）を仮定しているため  $M_s$  に構造  $R^*$  の影響が考慮されないからである。せん断開始後  $\eta$  が値を持つと同時に、 $M_s$  は急激に減少して  $\eta < M_s < M_a$  となって塑性圧縮を伴う硬化挙動を示す。その後せん断が進むと、応力比  $\eta$  の増加によって  $M_s < \eta < M_a$  に応力状態を移し、塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。このとき  $M_s$  は構造の喪失が原因となって次第に増加していくが、 $\eta$  より大きくなることはない。せん断がさらに進み塑性変形が十分に進展すると、最終的には  $M_s = M_a$  となる。

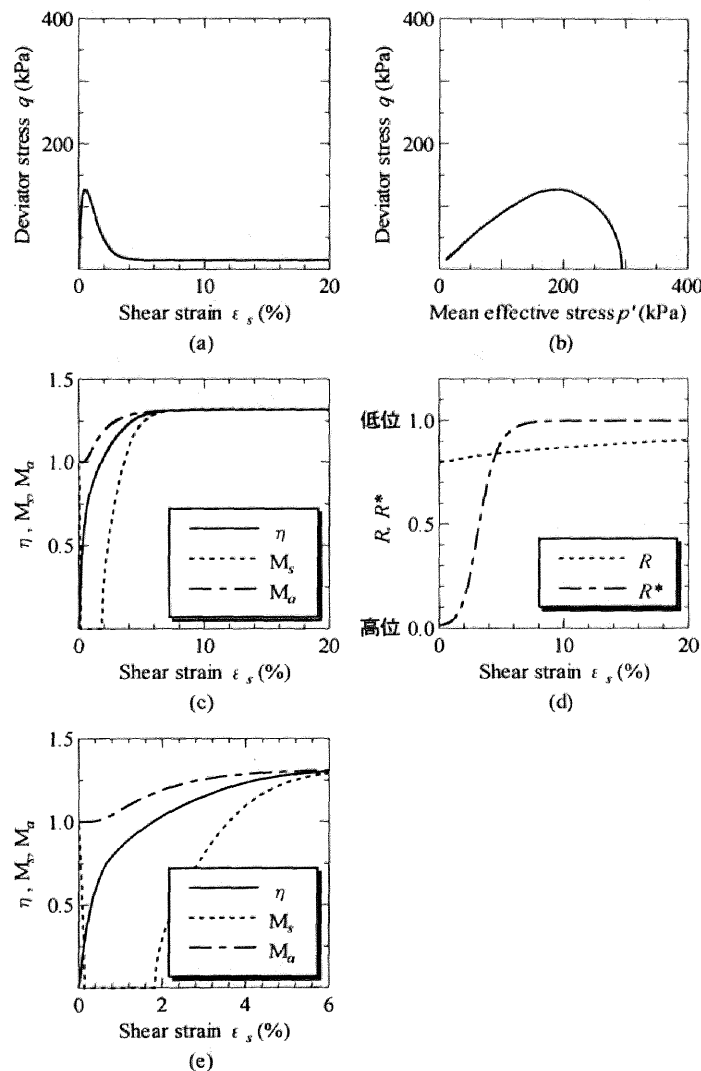


図 4.9 緩詰め（珪砂 1-[1]）の計算結果

図 4.10 は緩詰め砂と同様に、密詰め砂[5]の計算結果を抜き出したものである。密詰め砂は、表 4.6 あるいは図 4.10(d)にもあるように、初期構造の程度が低位で過圧密比が大きいため、

$M_s$ は最初 $M_o$ よりも大きい。 $\eta < M_o < M_s$ において塑性圧縮を伴う硬化挙動を示した後、 $\eta$ の増加によって $M_o < \eta < M_s$ に応力状態を移し、塑性膨張を伴う硬化挙動を示す。 $M_s$ は構造の喪失が原因となって最初増加するがすぐに構造は喪失してしまい、その後は過圧密の解消が原因となって次第に減少し、 $M_s = M_o$ となる。

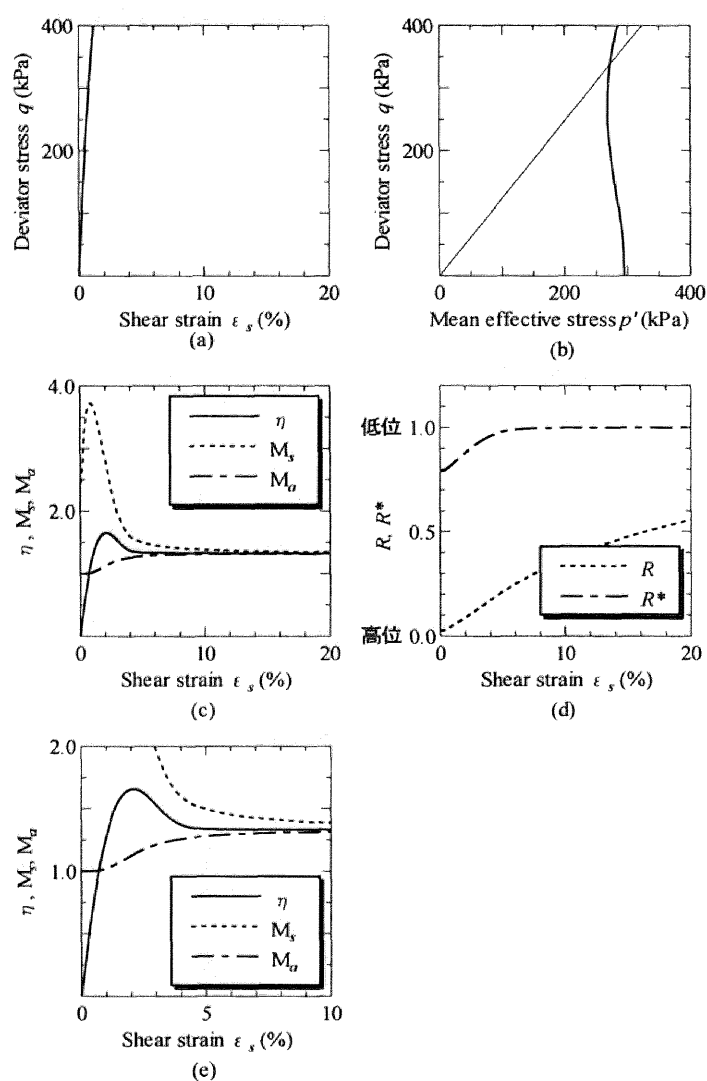


図 4.10 密詰め（珪砂 I-[5]）の計算結果

中詰め砂の非排水せん断挙動についても同様に考察するのだが、図 4.11 にはわかり易さのため[2]と[3]の間の挙動を示す。中詰め砂は初期に構造も過圧密も両方有しているが、砂は構造喪失が過圧密解消より卓越しているため、最初は過圧密解消よりも構造喪失の影響を強く受ける。せん断ひずみが小さい間は、 $\eta$ の増加によって $\eta < M_s < M_o$ から $M_s < \eta < M_o$ に応力状態を移し、塑性圧縮を伴う硬化挙動の後、塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す（図 4.11(e)）。せん断が進むと構造喪失が原因となって次第に $M_s$ が増加するので、再び $\eta < M_s < M_o$ に応力



状態を移した後、 $M_a < \eta < M_s$  となって塑性膨張を伴う硬化挙動を示す（図 4.11(f)）。構造が完全に喪失した後は、過圧密解消の影響を受けて  $M_s$  は次第に減少し  $M_s = M_a$  となる。

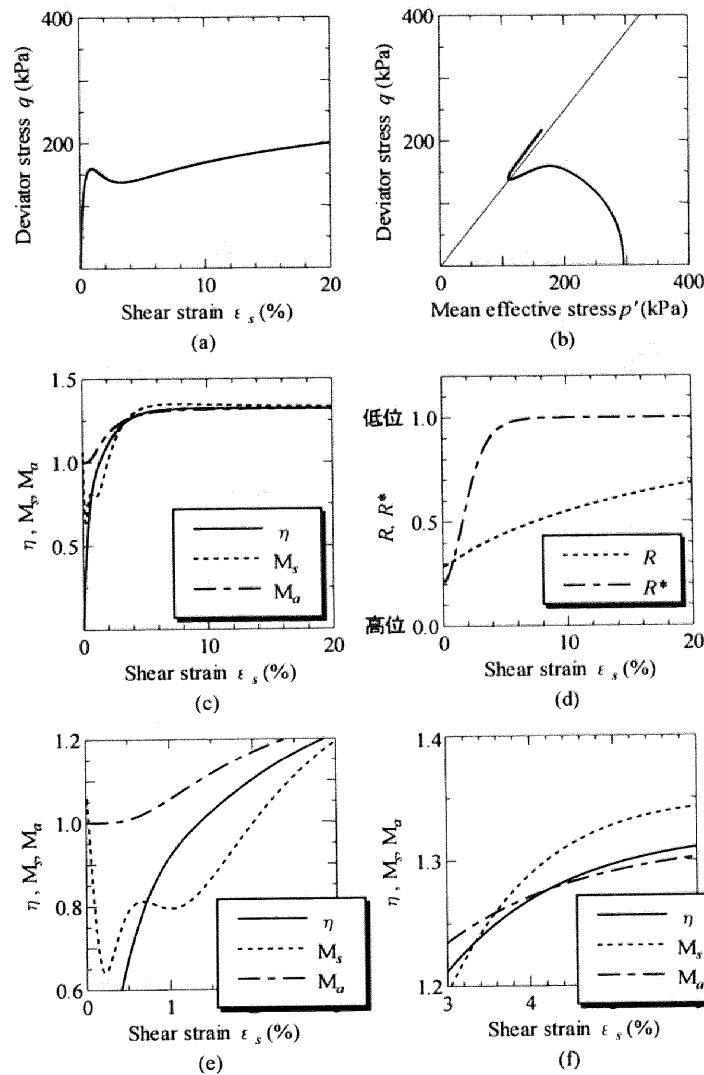


図 4.11 中詰めの計算結果

図 4.12 は図 4.7 に示した[1]～[5]から行った排水せん断の計算結果である。SYS カムクレイモデルではせん断に伴う密度の変化を記述することができるので、排水せん断挙動も表現可能である。また、図 4.12 で示される定性的傾向は Bishop and Henkel (1962)<sup>11)</sup>の実験結果をはじめとして、砂の排水せん断挙動として古くから知られている。

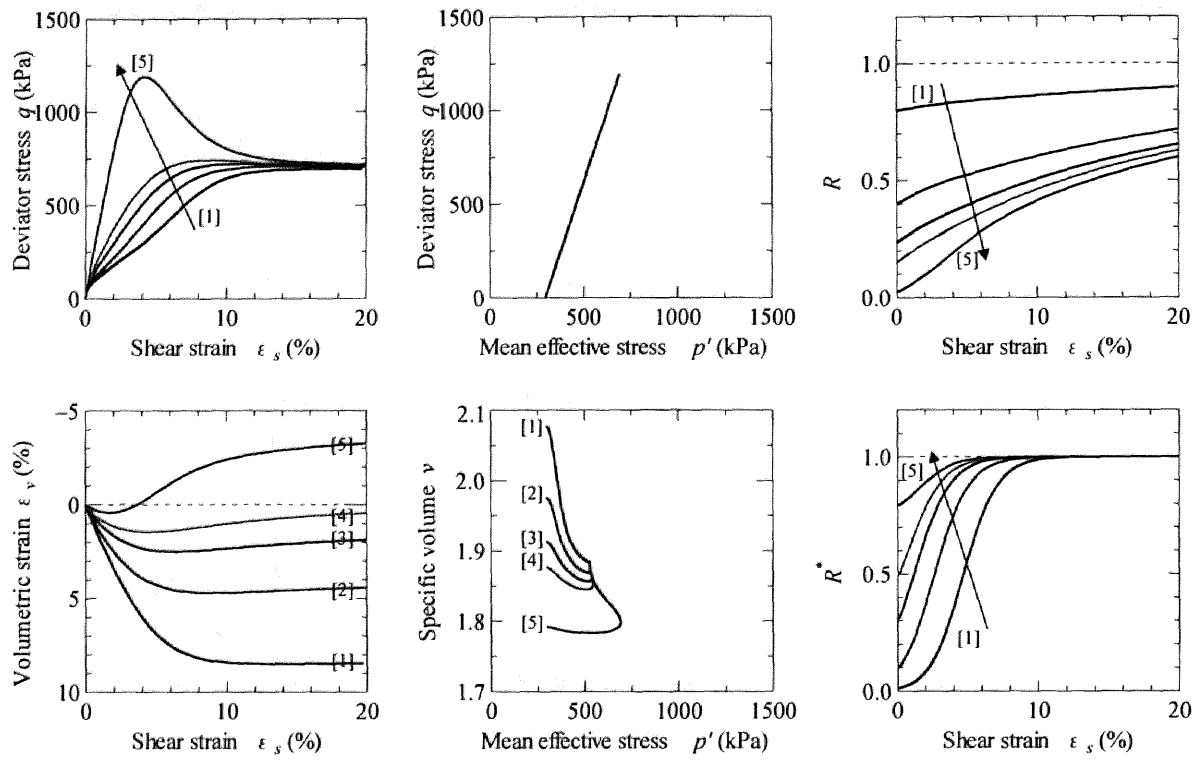


図 4.12 比体積の異なる珪砂 1 の排水せん断計算結果

#### 4.4 砂のいわゆる「有効拘束圧依存性」の実態

4.3 では、砂の非排水せん断挙動に与える密度（比体積）の影響について調べた。その結果、比体積が大きく緩い砂ほど有効応力パスにおける  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少の程度が大きく、 $p'$  の増加を伴う  $q$  の増加の程度が小さくなる。逆に、比体積が小さく密な砂ほど  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少の程度は小さく、 $p'$  の増加を伴う  $q$  の増加の程度が大きくなる。また SYS カムクレイモデルによる数値計算結果から、緩い砂は高位構造を有していて過圧密比が小さい、そして密になるほど構造の程度が低位になり過圧密比が大きくなることがわかった。

砂のせん断挙動は緩・密といった密度の違いだけでは記述できず、「有効拘束圧依存性」<sup>10)</sup> があると言われている。図 4.13 には、相対密度をそろえた豊浦砂の有効拘束圧依存性挙動を示している。砂は簡単に密度の異なる供試体を作製することができるので、等方圧密圧力を変えることによって比体積を揃えた有効拘束圧の異なる試験を行うことができる。ここでは比体積一定条件下で有効拘束圧の異なる非排水三軸圧縮試験を行う。さらに SYS カムクレイモデルの応答を示しながら、「有効拘束圧依存性」がどのように表現できるか示す。

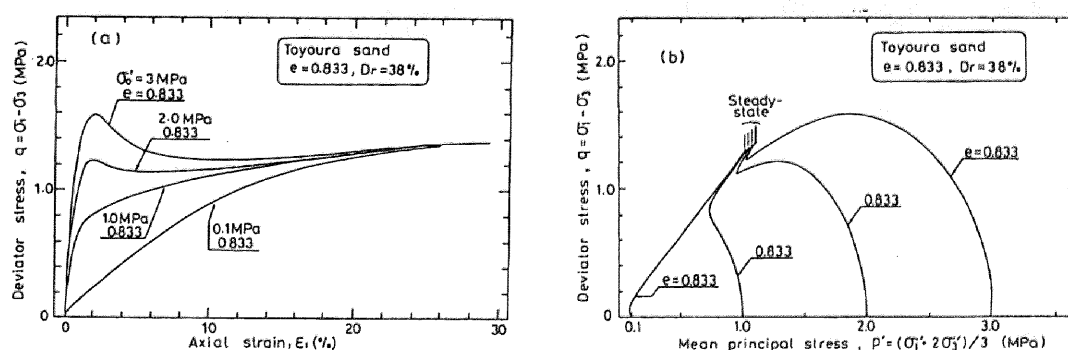


図 4.13 間隙比一定条件下での砂の非排水せん断挙動(after Ishihara<sup>10)</sup>, 1993)

##### 4.4.1 比体積一定条件下での有効拘束圧の異なる非排水三軸圧縮試験

試験に用いた試料、試験方法は 4.3.2 と同じである。図 4.14 と表 4.7 は比体積を揃えて行った有効拘束圧の異なる非排水三軸圧縮試験結果 ( $q \sim \epsilon_a$  関係と有効応力パス  $q \sim p'$  関係) である。比体積が同じであっても、有効拘束圧に応じて異なる非排水せん断挙動を示している。有効応力パスを見ると、比体積が同じならば有効拘束圧が大きいほど 4.3 で示した「緩詰め砂」の挙動に、そして有効拘束圧が小さいほど「密詰め砂」の挙動となっている。 $q \sim \epsilon_a$  関係から有効拘束圧が大きいほど  $q$  のピークが大きく、また試験終了時の  $q$  も大きい傾向にあると推測できる。[B]と[C]で試験終了時の  $q$  が逆転しているのは、[B]の比体積が他 2 つに比べて若干ではあるが小さくなったからである。

表 4.7 珪砂 1 の非排水せん断前初期値

	有効拘束圧 $p'_c$ (kPa)	初期比体積 $v_0$
珪砂 1-[A]	24.5	1.96
珪砂 1-[B]	294	1.95
珪砂 1-[C]	490	1.96

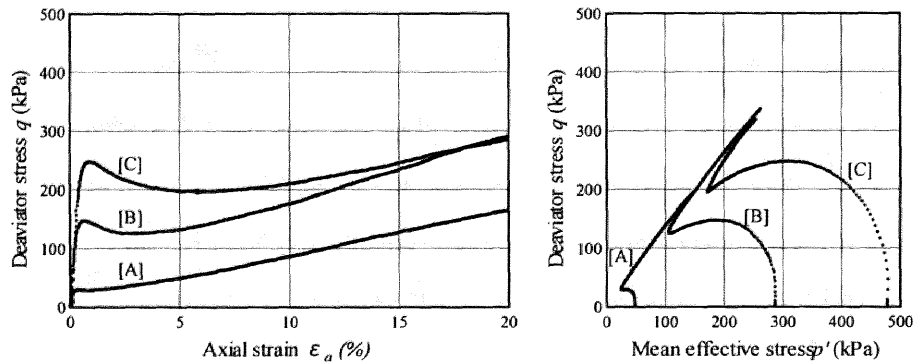


図 4.14 比体積一定条件下での有効拘束圧の異なる砂の非排水三軸圧縮試験

#### 4.4.2 有効拘束圧の異なる砂が示すせん断挙動の SYS カムクレイモデルによる数値的再現

計算方法および計算に用いた材料定数は 4.3.2 (表 4.4、表 4.5) と同じである。比体積一定条件下で有効拘束圧を変えるために、図 4.15 のように締固めの繰返し回数と等方圧密圧力を調整した。表 4.8 に[A]～[C]で示した非排水せん断前の初期値を示す。図 4.15 から明らかなように、同比体積にするためには有効拘束圧が小さいほど締固め回数を多くしなくてはならない。そのため有効拘束圧が小さいほど、構造の程度が低位で過圧密比が大きくなる。

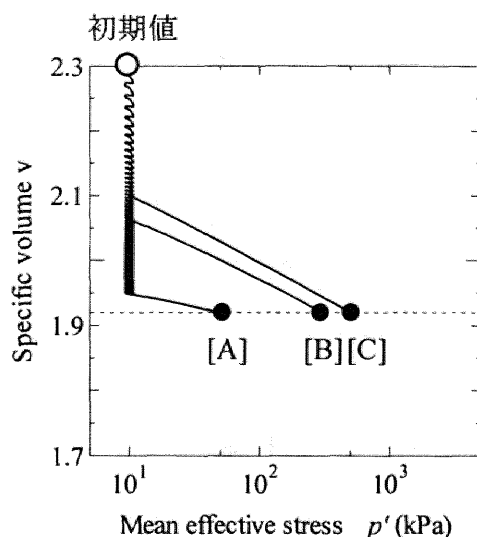


図 4.15 非排水せん断前の初期値の決定方法（締固めと等方圧密）

表 4.8 珪砂 1 の非排水せん断前初期値

	繰返し回数	初期比体積	初期構造の程度	初期過圧密比	初期異方性
	$n$	$v_0$	$1/R_0^*$	$1/R_0$	$\zeta_0$
珪砂 1-[A]	150	1.92	1.90	21.90	0.041
珪砂 1-[B]	26	1.92	3.66	3.91	0.021
珪砂 1-[C]	17	1.92	5.35	2.99	0.016

図 4.16 に図 4.15 に示した[A]～[C]から行った非排水せん断の計算結果を示す。図中(a)に応力ひずみ関係、(b)に有効応力パス、(c)(d)にせん断中の過圧密および構造の推移を示す。過圧密解消（ $R \rightarrow 1.0$ ）より構造喪失（ $R^* \rightarrow 1.0$ ）が遥かに卓越しており、構造は完全に喪失している。 $q \sim \varepsilon_a$  関係を見てみると、実験結果の傾向と同じく有効拘束圧が大きいほど試験終了時の  $q$  が大きくなっている。これは試験終了時にも過圧密が残っているからである。図中(c)を見ても明らかなように、有効拘束圧が小さいほど締固め回数が多いので初期に有する過圧密比が大きく、試験終了時にもまだ残っている。さらにせん断を行い、過圧密も構造も有さない繰返し正規状態にまで達すると、全ての試験結果は一致すると考えられる。砂の有効拘束圧依存性についても、拘束圧に応じて材料定数を変えるのではなく、土の力学状態としての過圧密・構造・異方性が、拘束圧に応じて変化することで、一組の材料定数で再現できる<sup>12)</sup>。

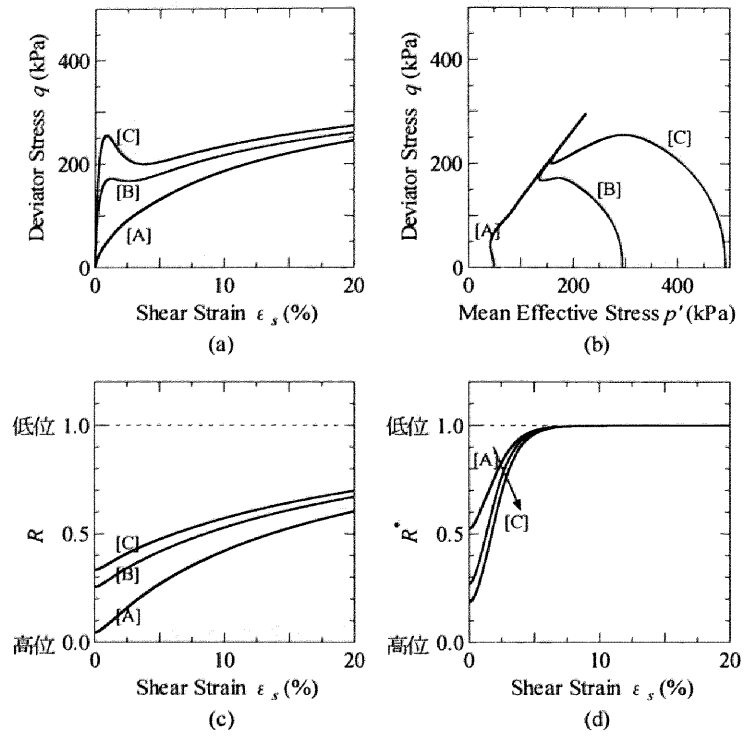


図 4.16 有効拘束圧の異なる珪砂 1 の非排水せん断計算結果

#### 4.5 緩い砂の締固め現象と液状化現象

緩い砂の特徴として締固めと液状化を挙げることができる。締固めは前でも述べているように砂の大圧縮挙動のことであり、排水条件で起こる。液状化とは地震時などの繰返し载荷時に地盤が支持力を失って液体のようになってしまう現象のことであるが、地震波のように繰返し周期が速い時、これまで地盤は非排水条件として扱われてきた。つまり締固めと液状化は緩詰め砂が繰返し载荷を受けた時の、境界条件の違い（排水または非排水）のみによる表裏一体の現象として捉えることができる。図 4.17 と図 4.18 は珪砂 1 を用いて相対密度約 0.1 の非常に緩い供試体を作製し、境界条件を変えて（排水および非排水）行った繰返し三軸圧縮/伸張試験の結果である。図 4.17 は排水条件のもと振幅 147kPa で行った圧縮・伸張両振り繰返し三軸試験結果である。 $v \sim p'$  関係において比体積の減少（大圧縮）が特に最初の数回の繰返しで生じており、締固め現象が生じている。図 4.18 は非排水条件のもと振幅±68.7kPa で行った試験結果であるが、繰り返すにつれて過剰間隙水圧の上昇とともに平均有効応力が減少している。繰返し回数が増えると、最終的には $q = p' = 0$  となって支持力を失い、つまりは液状化を起こす。振幅こそ違うものの、緩詰め砂は排水条件での繰返しせん断によって締固めを、非排水条件では液状化を起こすことがわかる。

4.5.1 では供試体をマスとして捉え、等体積制約の有無における構成式の応答を調べ、締固めと液状化の発生メカニズムを解明する。また実際の供試体では、例えば境界非排水条件で繰返し载荷を与えたとしても供試体全域が液状化するわけではない。供試体内部では水の受け渡しが行われているはずであり、吸水して膨張し液状化している部分もあれば、逆に排水して締固まっている部分もあるはずである。4.5.2 では、三軸試験を境界条件が整備された初期値境界値問題として捉えて、境界非排水条件のもとで水～土連成有限要素計算を行い、締固めと液状化は水の吸排水によって同時に生じる表裏一体の現象であることを示す。

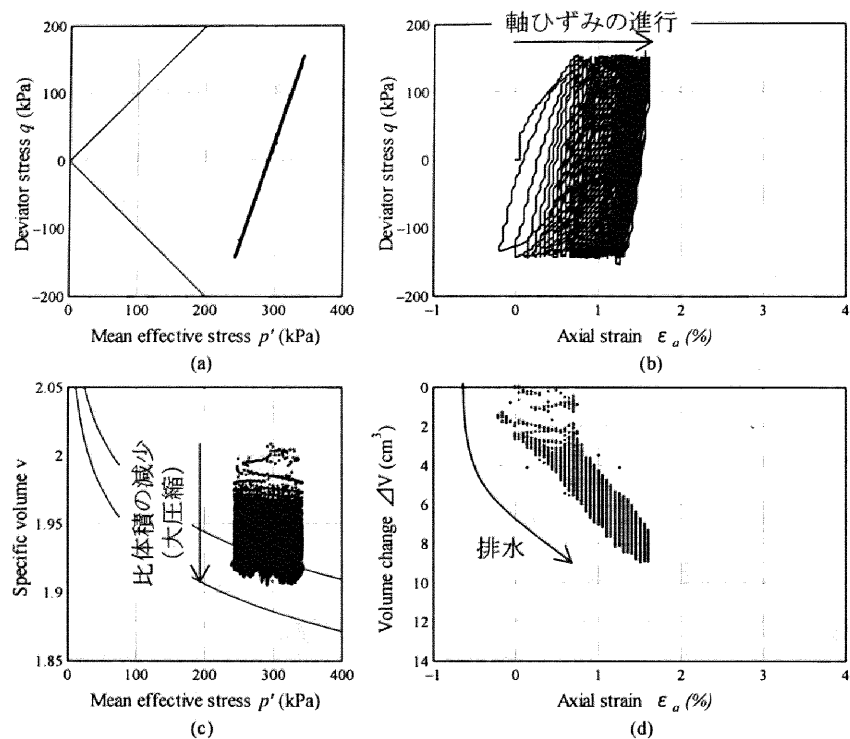


図 4.17 緩詰め砂の排水繰返しせん断試験

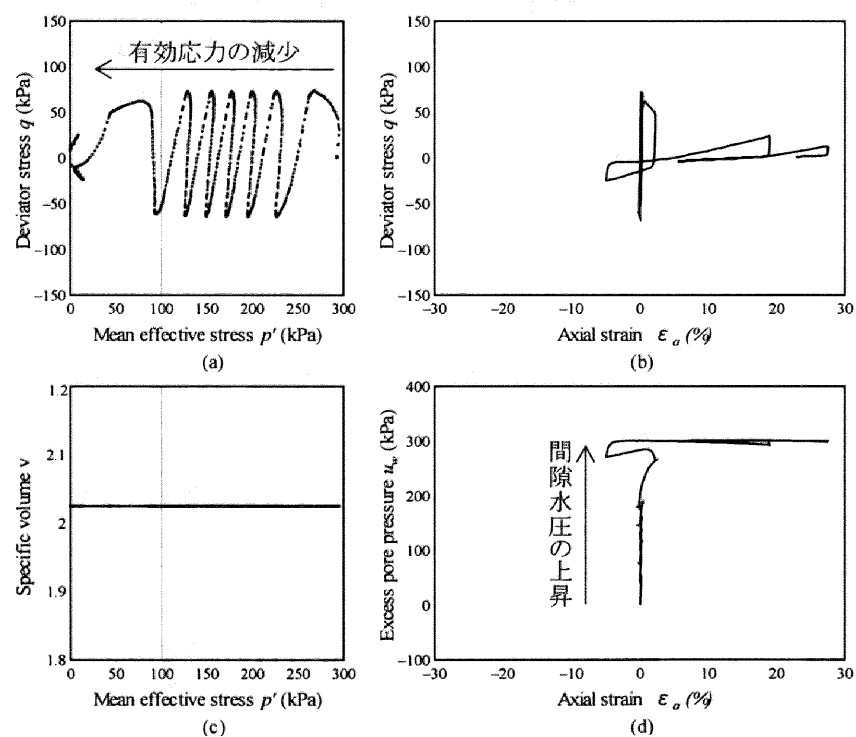


図 4.18 緩詰め砂の非排水繰返しせん断試験



#### 4.5.1 一様変形場における等体積制約の有無と液状化/締固め現象

計算に用いた材料定数および初期値を表 4.9 と表 4.10 に示す。これは 4.2 で用いたものと同じである。振幅 70kPa のもと、境界条件のみ変えて両振り繰返しせん断した。図 4.19 に排水条件での計算結果を再掲する。繰返し载荷によって砂が著しい体積圧縮を、特に最初の数回の繰返し時に起こしており（図 4.19(c)）、締固め現象を再現できている。この時の構造の程度（図 4.19(d)）および過圧密比（図 4.19(b)）の推移を見てみると、構造の程度は繰返し初期に急速に喪失し最終的にはほとんど残っていないこと、そして過圧密比は除荷時に次第に蓄積していることがわかる。一方、図 4.20 は非排水条件での計算結果である。 $q \sim p'$  関係から、繰り返すにつれて平均有効応力が次第に減少し、最終的には応力状態が  $q = p' = 0$  付近まで到達して、液状化現象を再現している。締固め同様、構造の程度（図 4.20(d)）および過圧密比（図 4.20(b)）の推移を見てみると、繰返し初期は構造の喪失量は小さく、過圧密が除荷時に次第に蓄積していく。繰り返すにつれて構造の喪失量は増加し、有効応力が大きく減少して液状化に至る際に構造は急激に喪失する。

表 4.9 計算に用いた材料定数（弾塑性パラメータと発展則パラメータ）

弾塑性パラメータ	
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.05
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.012
限界状態定数 $M$	1.00
NCL の切片 $N$ ( $q = 0, p' = 98.1 \text{ kPa}$ の時の比体積)	1.98
ポアソン比 $\nu$	0.3
発展則パラメータ	
構造劣化指数 $a$ ( $b = c = 1.0$ )	2.2
正規圧密土化指数 $m$	0.06
回転硬化指数 $b_r$	3.5
回転硬化限界定数 $m_b$	0.7

表 4.10 計算に用いた初期値

初期比体積 $v_0$	2.12
初期平均有効応力 $p'_0$	294.3
初期構造の程度 $1/R_0^*$	150.0
初期過圧密比 $1/R_0$	1.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0

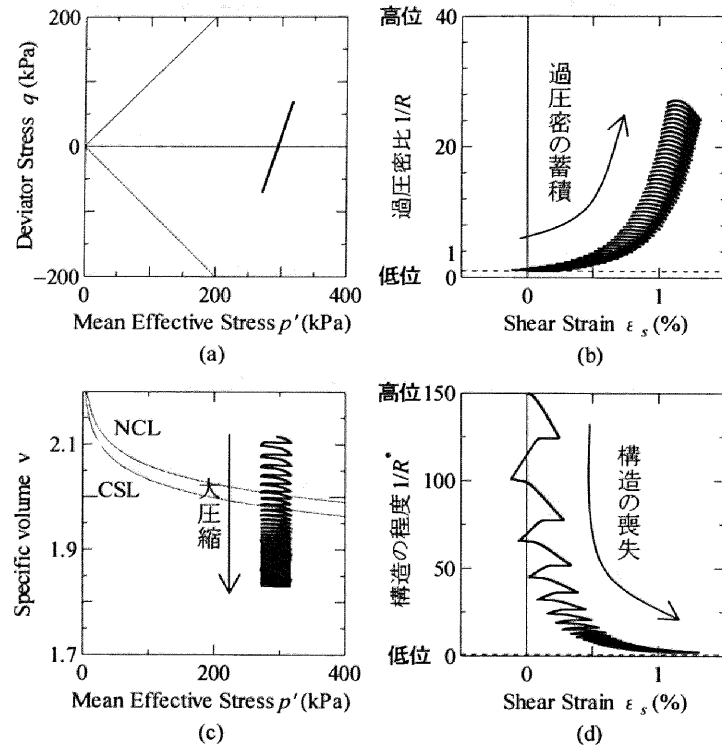


図 4.19 SYS カムクレイモデルによる排水繰返しせん断応答

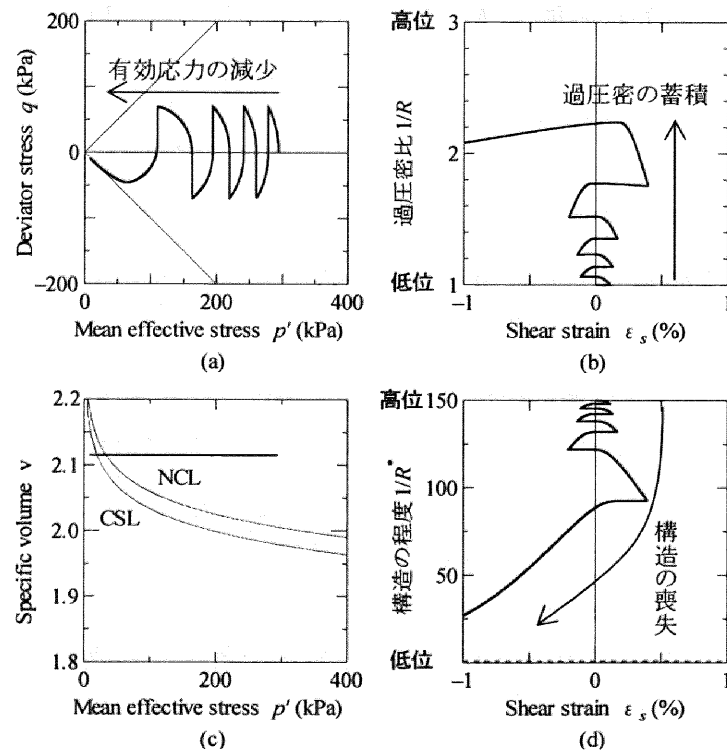


図 4.20 SYS カムクレイモデルによる非排水繰返しせん断応答

構造の喪失に着目すると、排水条件では繰返し初期に著しい構造の喪失を示したのに対し、非排水条件では繰返し初期は喪失量が小さい。非排水条件において初期の構造の喪失量が小さいのは、非排水条件ゆえに塑性体積変化が抑止されているうえに有効応力が大きいので、せん断時の応力比が小さいからである。繰返し回数の増加とともに過圧密が蓄積されて有効応力が減少して応力比は増加するので、構造喪失量は次第に大きくなる。締固めと液状化はその条件ゆえに構造の喪失の仕方は異なるものの、両現象とも「構造の喪失と過圧密の蓄積」が原因となって生じる、排水条件の差異のみによる表裏一体の現象と捉えることができる<sup>13)</sup>。

#### 4.5.2 境界非排水条件での間隙水のマイグレーションに伴う液状化/締固め現象

図 4.21 に示す軸対称性と上下対称性を仮定した 1/4 円柱供試体を用いて水～土連成有限要素計算を行った。有限要素メッシュは応力集中を避けるために上端隅角部に特異点処理を施した 451 メッシュで、サイズは縦 5.0cm、横 2.5cm である。特異点部分の切り欠きの大きさは縦横ともに 0.005cm とした。供試体は境界非排水条件とし、上端部には摩擦のある剛なペデスタルを仮定するために水平方向への変位制約を設けた。鉛直荷重は振幅 80kPa、周期 10s の正弦波で与えた。計算に用いた材料定数は表 4.9 と同じで、初期値は中程度に緩い砂を想定して表 4.11 のようにした。初期状態は等方状態とし、供試体内部は全域均質分布とした。

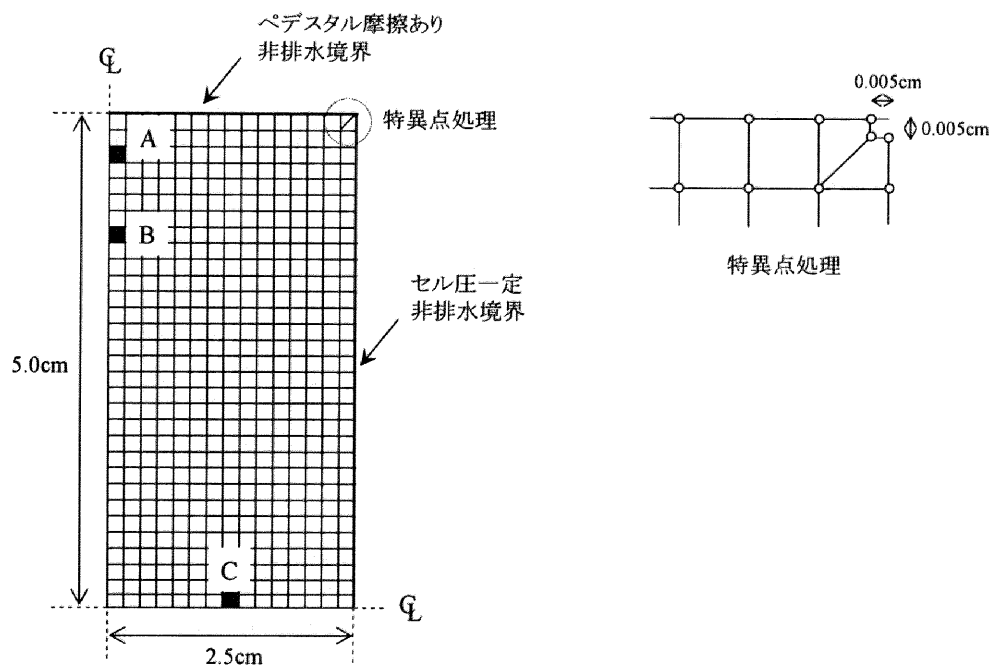


図 4.21 有限要素メッシュ（供試体 1/4 断面）

表 4.11 計算に用いた初期値

初期比体積 $v_0$	2.12
初期平均有効応力 $p'_0$	294.3
初期構造の程度 $1/R_0^*$	4.7
初期過圧密比 $1/R_0$	1.1
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0

(1) マスとしての挙動（供試体の平均的な挙動）

図 4.22 に「要素試験」として整理した結果を示す。繰返し回数の増加とともに有効応力が減少し、サイクリックモビリティを示す。サイクリックモビリティを示す直線までは軸変位はほとんど生じていない。ここでサイクリックモビリティとは、 $p'$  の増加を伴う  $\|q\|$  の増加と  $p'$  の減少を伴う  $\|q\|$  の減少の繰返し挙動のことであり、SYS カムクレイモデルでは塑性膨張と塑性圧縮の繰返し挙動と捉えることができる。

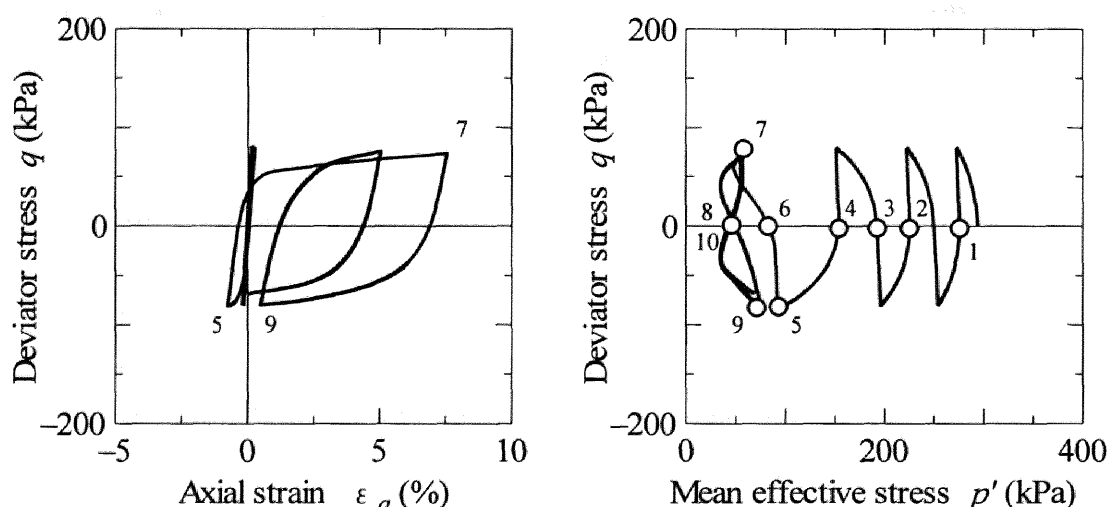


図 4.22 要素試験として整理した結果

この時の供試体内部の過圧密比、構造の程度、異方性の発達度合いおよび比体積変化の分布図を図 4.26～図 4.25 に示す。図中下に振ってある番号は図 4.22 中の点と対応している。分布図から供試体の変形は一様ではなく、供試体内部が繰返しとともに不均質になっている様子がわかる。過圧密比は 4.5.1 で示した結果と同じように、繰り返すにつれて蓄積していき  $p'$  が減少していく (1→6)。サイクリックモビリティ中は負荷と除荷の繰返しに伴って、増減する。分布図から図右上部から斜め左下に向けて過圧密比が大きく変動している様子が伺える。構造は、繰返し初期はほとんど喪失しないのだが (1→4)、サイクリックモビリティに

至る直前から急激に喪失する（5→7）。一度喪失した構造は除荷を受けても増加しないので、サイクリックモビリティ中は供試体全域にわたってほとんど構造を有していない。異方性は構造と同じく、サイクリックモビリティに至るときに急激に増加する。供試体の変形の様子と合わせてみると良くわかるが、軸変位の発生とともに異方性は発達する。また図左上部は異方性があまり発達していない。構造の程度の分布図を見ても同様の傾向にあり、図左上部における塑性変形の程度は小さいと考えられる。続いて比体積変化の分布図を見てみると、境界非排水条件とは言え、供試体内部での間隙水のマイグレーションによって吸水して膨潤している要素もあれば、逆に排水して圧縮している要素もあることがわかる。特に図上部で大きく膨潤しており、図中央部左側において大きく圧縮している。図中央部左側とは実際の供試体では中央部に相当する。また図下部では、上部ほど大きな比体積変化は起きていないが、繰返しによって圧縮と膨潤を繰り返している部分が見られる。

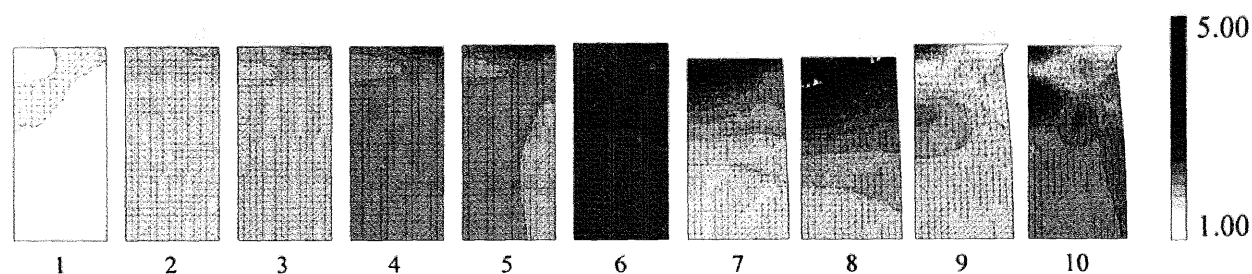


図 4.23 供試体内部の過圧密比 $1/R$  分布図

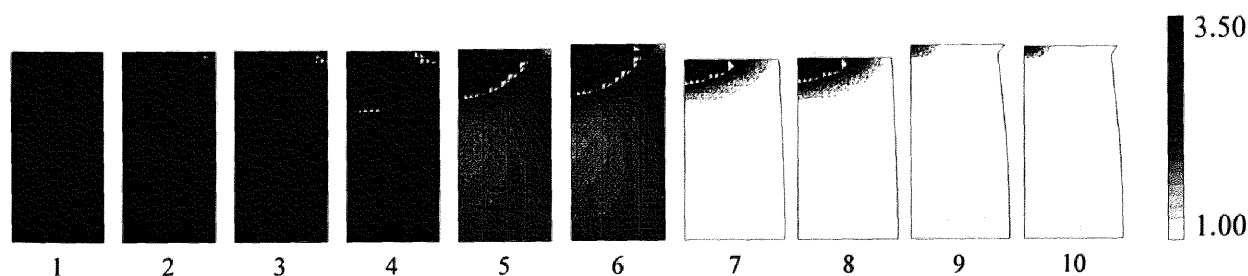


図 4.24 供試体内部の構造の程度 $1/R^*$  分布図

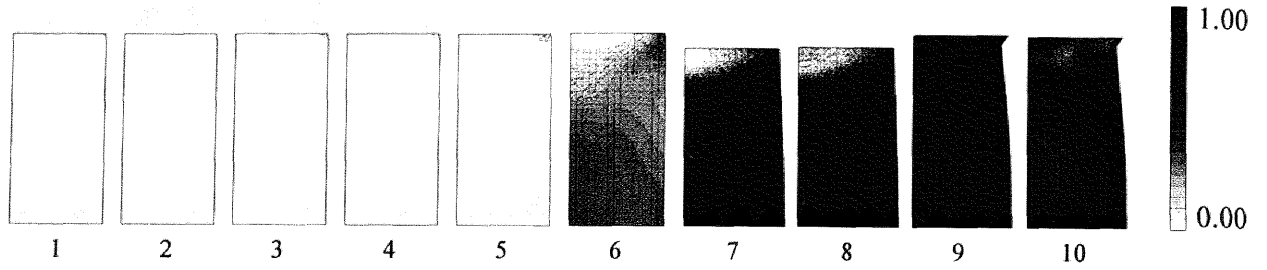


図 4.25 供試体内部の異方性の程度  $\|\beta\|/m_b$  分布図

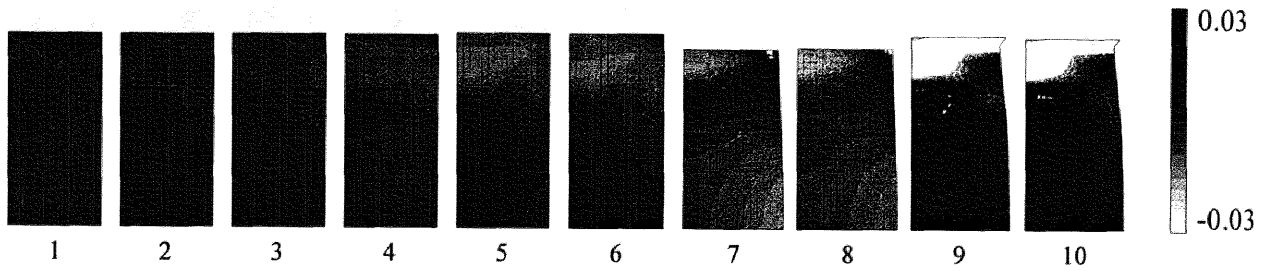


図 4.26 供試体内部の比体積変化  $\Delta v$  分布図

ここで供試体内部の要素を抜き出し、その挙動を見てみる。抜き出した要素は図 4.21 で示した ABC の部分である。それぞれの要素の挙動を図 4.27～図 4.29 に示す。せん断ひずみ  $\varepsilon_s$  と軸差応力  $q$  は次式のように計算しているため、全て正值で整理してある。

$$\begin{aligned}\varepsilon_s &= \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}} \quad , \quad \mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3}(\text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I} \\ q &= \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}\end{aligned}\tag{4.2}$$

要素 A は  $p'$  がゼロまで減少しており、比体積の急激な増加とともに液状化している。これは周りの要素からの水の供給により塑性膨張をしているためだと考えられる。要素 B では逆にサイクリックモビリティ中に比体積が減少しており締固まっている。また要素 C では変化量は小さいものの圧縮と膨張を繰り返している。このとき砂は構造喪失が非常に卓越しているので、いずれの要素もサイクリックモビリティ中急激に喪失している。過圧密比について見ると、要素 A では繰返し初期に蓄積した過圧密比がサイクリックモビリティ中に急激に喪失して繰返し正規圧密状態となり、せん断ひずみが大きく生じている。要素 B ではサイクリックモビリティ中も過圧密比が増加して比体積が減少して締固まり、せん断ひずみはあまり生じない。要素 C ではサイクリックモビリティ中に過圧密比の増加と減少が繰り返されており、それによって比体積も増減を繰り返している。

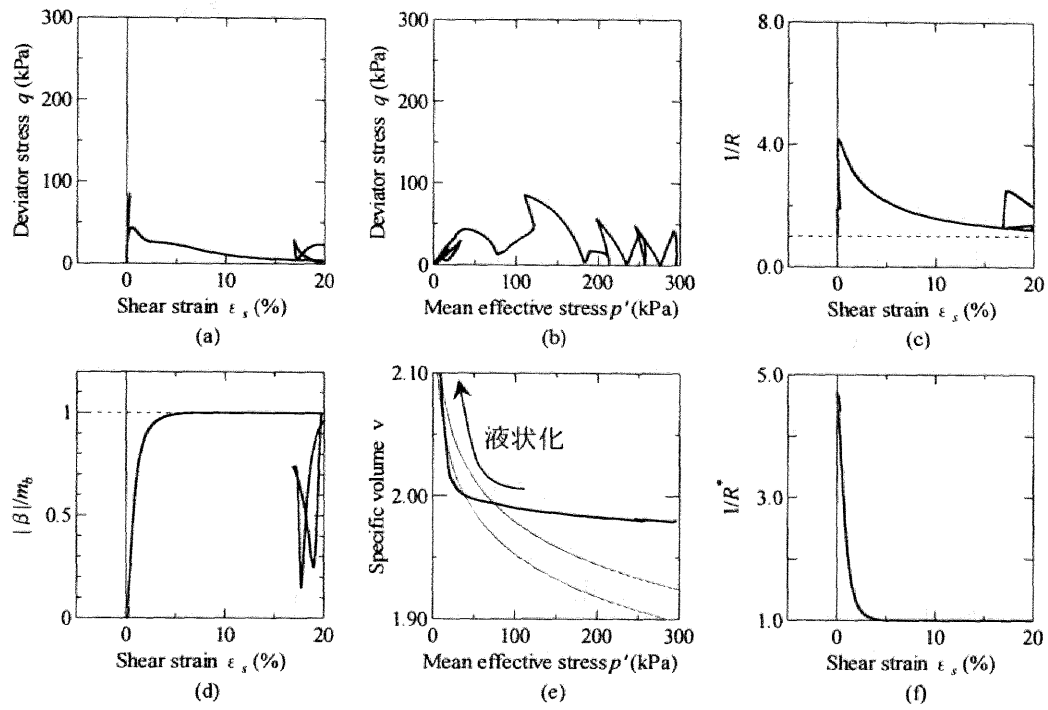


図 4.27 要素 A の挙動 (液化化)

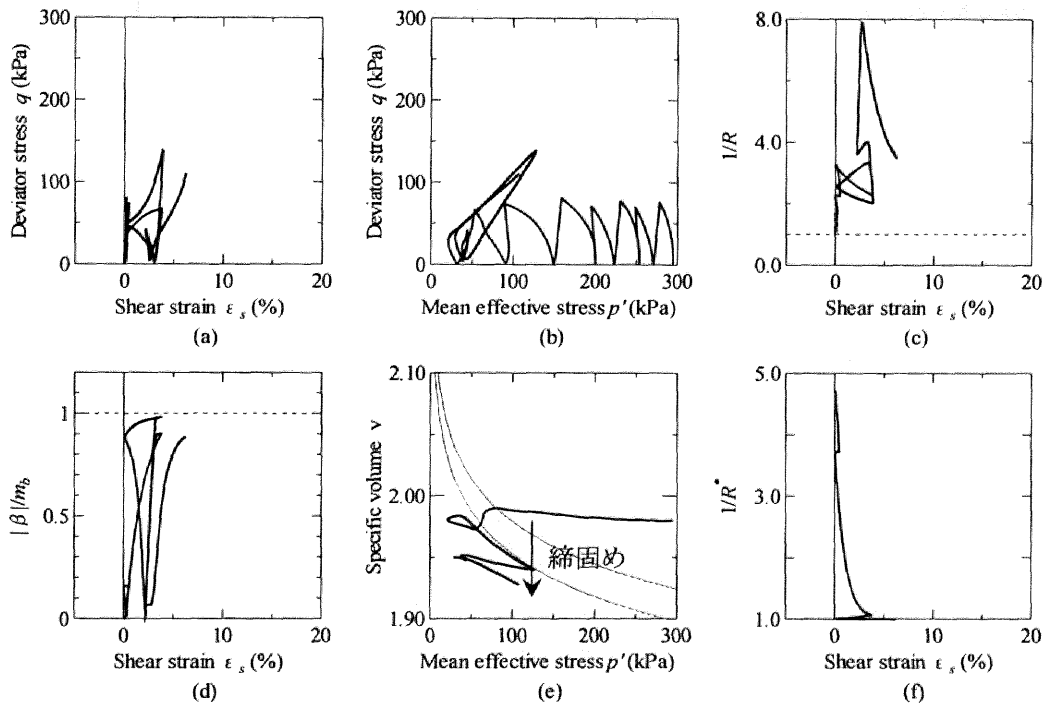


図 4.28 要素 B の挙動 (締固め)

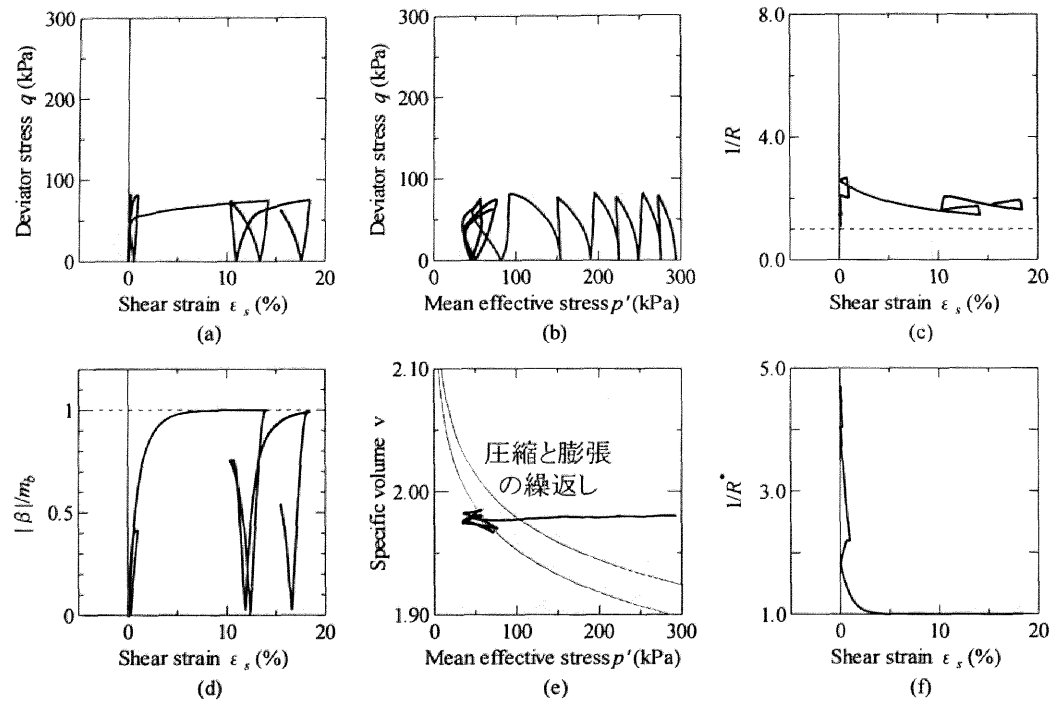


図 4.29 要素 C の挙動（微小な圧縮と膨張の繰返し）

非排水繰返しせん断試験では、境界非排水条件でも供試体内の要素間では間隙水のマイグレーションに伴い、吸水して液状化を起こしている部分もあれば、逆に排水して締固まっている部分もあることがわかり、液状化と締固めは表裏一体の現象として現れている<sup>14)</sup>。



## 4.6 粒径分布の異なる砂の力学挙動

砂の力学特性に大きな影響を与える要因として、粒径分布や粒子形状が良く知られている。本節ではこの粒径分布に着目して、粒径分布の違いが砂の非排水せん断挙動および締固め、液状化挙動に与える影響について調べる。また SYS カムクレイモデルを用いた構成式の応答結果も同時に示し、粒径分布の違いをモデルでどのように表現できるのか考察する。

### 4.6.1 試験に用いた試料の物性

試験に用いた試料はすべて三河珪砂であり、同じ岩石を粉砕して作製された人工珪砂である。珪砂 1 は試験に用いた試料の中で粒径分布がもっとも揃っており、珪砂 2 は珪砂 1 に比べて粒径幅が広い。珪砂 3、4、5 は珪砂 2 に同じ原料からなら細粒分（非塑性）をそれぞれ 5%、25%、50%配合して供試体を作製した。試験に用いた 5 種類の砂の粒径加積曲線を図 4.30 に、均等係数と曲率係数を表 4.11 に示す。細粒分が少量のときは粒径加積曲線および均等係数、局率係数から明らかなように、珪砂 1、2、3 の順に粒径分布がなだらかになっている。しかし、細粒分を過剰に配合した珪砂 4、5 ではもはや砂（粗粒土）とは呼べない粒径分布になっており、均等係数、局率係数を求めることはできなかった。以降では、珪砂 1、2、3 の細粒分が少量のときと、珪砂 4、5 の細粒分を過剰配合したときの 2 つにわけて考察する。

図 4.31 に最大・最小間隙比試験の結果を示す。試験は JIS A 1224 に基づいて行った。規格によると、用いる試料の適用範囲は細粒分 5%未満、最大粒径 2mm 未満とあるが、適用範囲外の試料（珪砂 4、5）についても同様の方法で試験を行った。細粒分が少量のとき（珪砂 1、2、3）は、粒径分布がなだらかになるほど、最大間隙比、最小間隙比ともに小さくなる。また、その両者の差はすこしずつ大きくはなるもののほとんど変わらない。一方、細粒分を過剰に配合してゆくと（珪砂 4、5）、最大間隙比、最小間隙比ともに次第に大きくなり、またその両者の差は急激に大きくなる。試験結果を見てみると、珪砂 3 と珪砂 4 の間の配合で、最も密に詰まる配合が存在すると推測される。

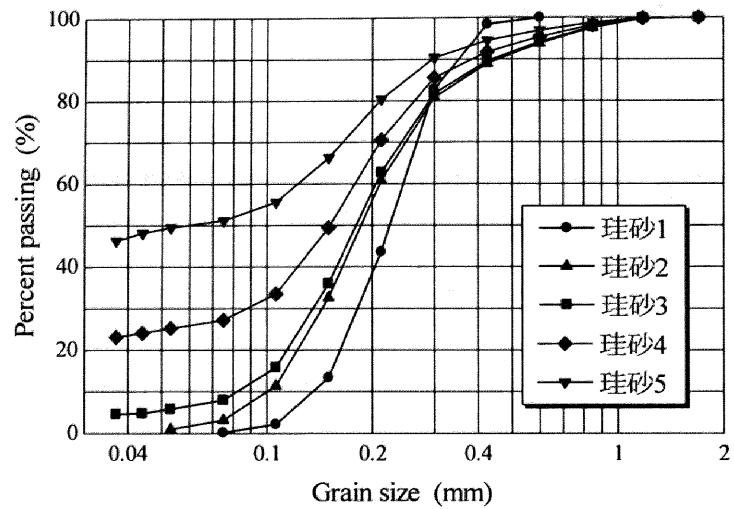


図 4.30 試験に用いた試料の粒径加積曲線

表 4.11 試料の均等係数および曲率係数

	均等係数 $U_c$	曲率係数 $U_c'$
珪砂 1	1.79	0.92
珪砂 2	2.10	0.93
珪砂 3	2.56	1.14
珪砂 4	×	×
珪砂 5	×	×

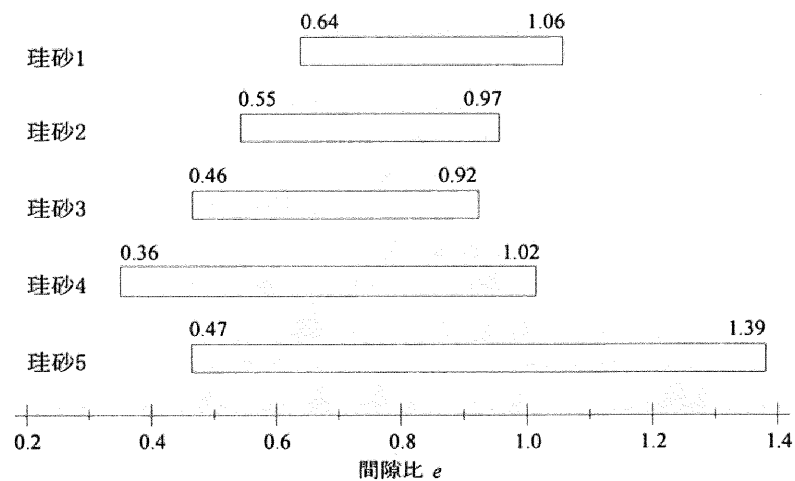


図 4.31 最大・最小間隙比試験

#### 4.6.2 粒径分布の異なる砂の様々な相対密度における非排水せん断挙動

上記 5 種類の試料を用いて、緩から密まで様々な相対密度（比体積）の供試体を作製し、非排水三軸圧縮試験を実施した。緩詰め供試体は Moist Placement 法で、中・密詰め供試体は Dry Deposition 法を用いて必要に応じてバイブレータで締め固めて作製した。三軸試験機にセットした後、通水を十分な時間継続させて飽和度を高め、せん断前に計測した  $B$  値はすべて 95%以上だった。294kPa で等方圧密したあと、軸ひずみ速度 0.5%/min で非排水せん断した。

##### （１）細粒分が少量のとき（珪砂 1、2、3）

図 4.32～図 4.34 に珪砂 1～3 の非排水三軸圧縮試験 (a)応力ひずみ関係、(b)有効応力パスの結果を示す。一定の有効拘束圧下で、様々な相対密度を有している（表 4.12～表 4.14）。有効応力パス  $q \sim p'$  関係を見てみると、3 種類の試料はすべて初期相対密度に応じて、大きく 3 つに分類される応力パスタイプを示している。すなわち、応力パスタイプ A は、 $p'$  の減少を伴いながら  $q$  が増加してピークを示し、その後  $q = p' = 0$  付近まで減少し続けるタイプで、緩詰め砂に観察される。非常に緩い供試体では、残留軸差応力  $q$  がほとんどゼロになり、同時に平均有効応力  $p'$  もゼロになって、いわゆる単調載荷での液状化挙動も観察される。応力パスタイプ B は、応力パスタイプ A とは異なり、 $q$  が減少した後  $p'$  の増加を伴いながら再び  $q$  が増加していく。このタイプは中緩、中密砂に観察される。分類の 3 つ目は、せん断中  $q$  の減少は見られず、 $p'$  の増加を伴いながら  $q$  は増加し続けるタイプであり、密詰め砂に観察される。応力パスタイプ A、B、C の概略図を図 4.35 にまとめて示す。

表 4.12 珪砂 1 の非排水せん断前初期値

	初期比体積 $v_0$	相対密度 $D_r$
珪砂 1-[1]	2.07	-0.03
珪砂 1-[2]	1.97	0.23
珪砂 1-[3]	1.92	0.33
珪砂 1-[4]	1.87	0.45
珪砂 1-[5]	1.77	0.69

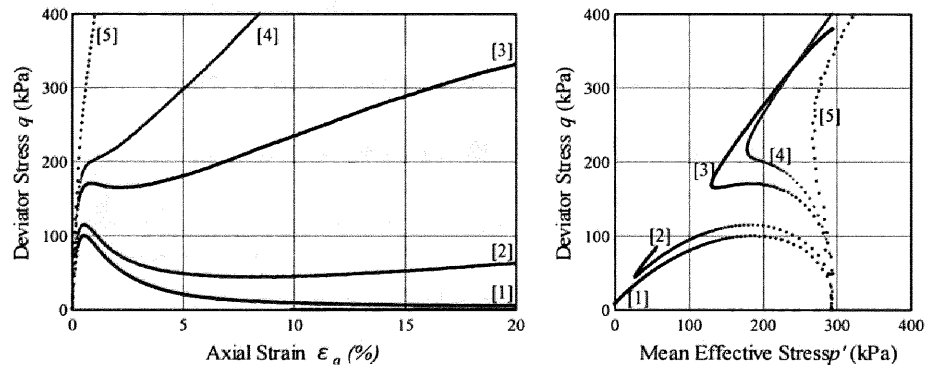


図 4.32 珪砂 1 の非排水三軸圧縮試験

表 4.13 珪砂 2 の非排水せん断前初期値

	初期比体積 $v_0$	相対密度 $D_r$
珪砂 2-[1]	1.96	0.02
珪砂 2-[2]	1.86	0.27
珪砂 2-[3]	1.79	0.42
珪砂 2-[4]	1.70	0.65
珪砂 2-[5]	1.61	0.87

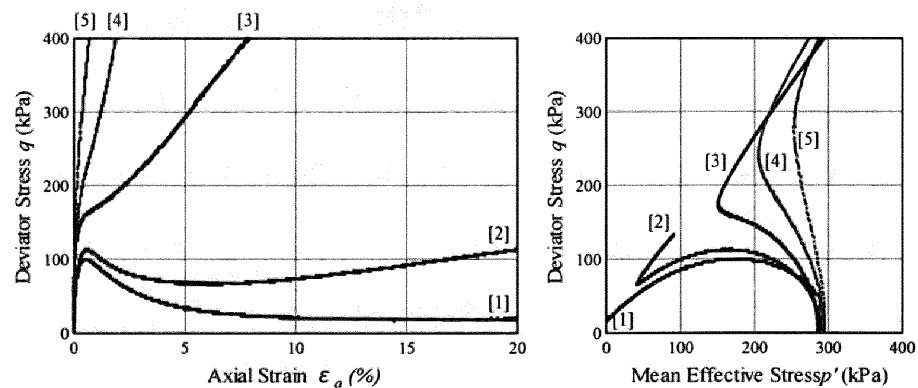


図 4.33 珪砂 2 の非排水三軸圧縮試験

表 4.14 珪砂 3 の非排水せん断前初期値

	初期比体積 $v_0$	相対密度 $D_r$
珪砂 3-[1]	1.87	0.12
珪砂 3-[2]	1.78	0.31
珪砂 3-[3]	1.72	0.45
珪砂 3-[4]	1.66	0.57
珪砂 3-[5]	1.59	0.73

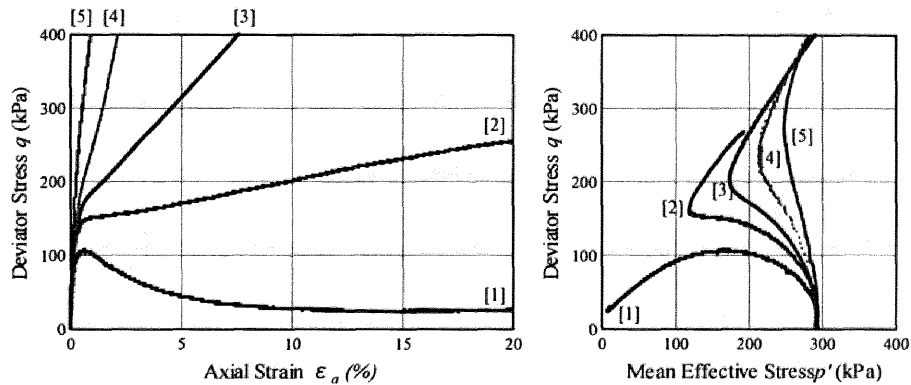


図 4.34 珪砂 3 の非排水三軸圧縮試験

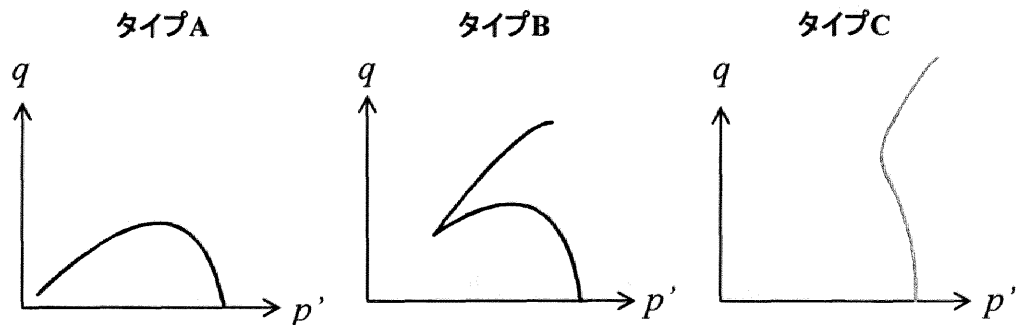


図 4.35 せん断応力パスタイプ分け

図 4.36 には応力パスタイプ A、B、C の現れる間隙比の範囲を、各試料の最大・最小間隙比試験結果に重ねて示している。この応力パスのタイプに注目しつつ、緩から密までの典型的な砂の非排水せん断挙動を考察すると、以下の 3 つの特徴を得ることができる。1 つは応力パスタイプ B の現れる間隙比の範囲である。細粒分が多くなり、粒径分布がなだらかなるほど、タイプ B の現れる範囲が狭くなる。2 つめはタイプ A についてである。細粒分が多くなり、粒径分布がなだらかなるほど、294kPa の等方応力状態では、できるだけ緩く供試体を作製しているにもかかわらず最大間隙比より小さくなってしまふ。特徴の 3 つめは、タ

イプ B とタイプ C の境の挙動である。珪砂 1 (図 4.32 中[3]) に比べて、粒径分布のなだらかな珪砂 3 (図 4.34 中[2]) は  $q \sim \varepsilon_a$  関係において、初期の立ち上がりからその勾配が緩やかになるまでの軸差応力  $q$  が小さく、その後の  $q$  の増加の程度も小さい。珪砂 2 (図 4.33) は比較できる実験データを得ることができなかったが、図中の[2]と[3]の間に対象データが存在することから、その傾向は肯定される。

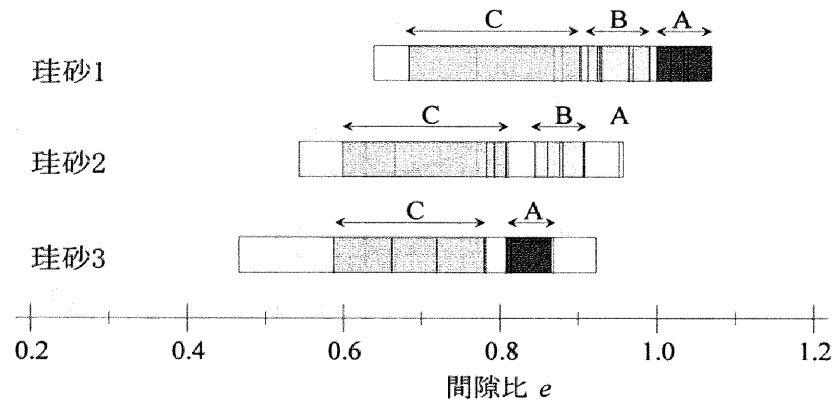


図 4.36 せん断パスタイプ分類図 (粒径分布がなだらかな)

## (2) 細粒分を過剰配合したとき (珪砂 4、5)

図 4.37 と図 4.38 に珪砂 4、5 の非排水三軸圧縮試験の結果を示し、図 4.39 には (1) と同様の応力パスタイプ別分類図を示す。細粒分を過剰に配合すると、様々な方法で供試体を作製しているにも関わらず、有効拘束圧 294kPa における供試体の初期相対密度は狭い範囲に限定され (表 4.15、表 4.16)、また応力パスタイプも狭く限定されてくる。特に珪砂 5 では、等方圧密を行う前までは広い範囲の相対密度を持つ供試体を作製できていたが、等方圧密することによって、すべての供試体がほぼ等しい相対密度になる。それにしただがって、供試体作製方法に依らず全ての非排水せん断挙動もほぼ等しくなる。有効応力パスに着目すると、(1) と比べて初期の立ち上がりが立ち、 $q$  のピークが大きくなって、練返し正規圧密粘土の非排水せん断挙動に類似した挙動となる。

表 4.15 珪砂 4 の非排水せん断前初期値

	初期比体積 $v_0$	相対密度 $D_r$
珪砂 4-[1]	1.66	0.54
珪砂 4-[2]	1.60	0.63
珪砂 4-[3]	1.56	0.69
珪砂 4-[4]	1.55	0.72
珪砂 4-[5]	1.48	0.81

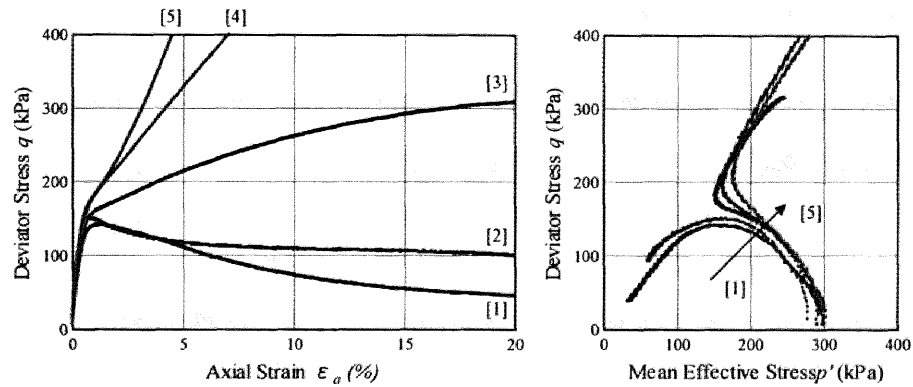


図 4.37 珪砂 4 の非排水三軸圧縮試験

表 4.16 珪砂 5 の非排水せん断前初期値

	初期比体積 $v_0$	相対密度 $D_r$
珪砂 5-[1]	1.70	0.75
珪砂 5-[2]	1.69	0.76
珪砂 5-[3]	1.67	0.79
珪砂 5-[4]	1.63	0.83

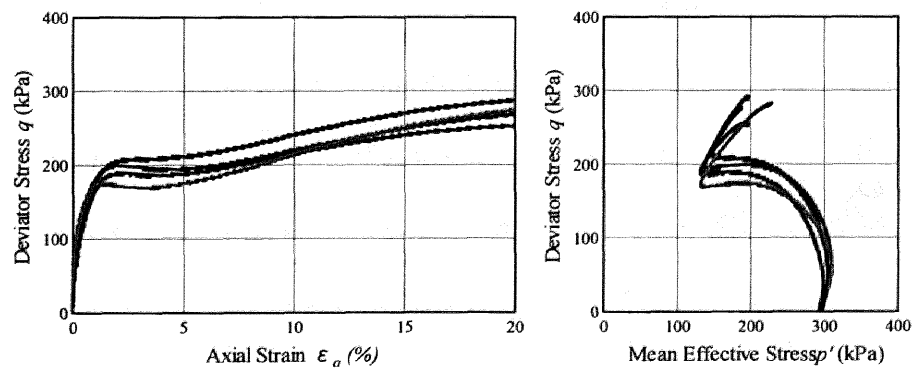


図 4.38 珪砂 5 の非排水三軸圧縮試験

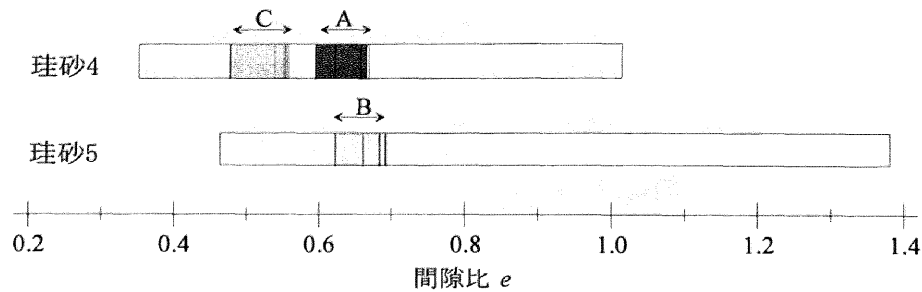


図 4.39 せん断応力パス分類図（細粒分過剰配合のとき）

#### 4.6.3 発展則パラメータ（構造劣化指数 $a$ と正規圧密土化指数 $m$ ）に着目した粒径分布の異なる砂の SYS カムクレイモデルによる記述

先に示した粒径分布の異なる砂の非排水三軸圧縮試験を、SYS カムクレイモデルを用いて数値シミュレーションする。計算の手順は 4.3.3 と同じであり、非常に緩い初期状態から供試体作製を模擬した締固めと等方圧密過程の後、非排水せん断を計算する。せん断前初期値は、締固め回数と等方圧密圧力を与えることによって自動的に算出される。表 4.17 に計算に用いた弾塑性パラメータを示す。試験に用いた試料はすべて同じ原料からできているので、材料定数  $\tilde{\lambda}$ 、 $\tilde{\kappa}$ 、 $M$ 、 $\nu$  はすべての試料で共通とした。なお粒径分布に応じて  $N$  のみ変更しているが、材料定数間には  $N - \Gamma = (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln 2$ （式(2.36)）のような関係が成り立っている。 $\Gamma$  はこの関係式から逆算されるので、 $\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa} = \text{const}$  ならば  $N$  の値を変えても土の降伏関数（式(2.35)）には影響を与えない。なお粒径分布の違いに伴う  $N$  の値は、最小間隙比試験の結果と同様の傾向にあることがわかる。

表 4.17 計算に用いた弾塑性パラメータ

	珪砂 1	珪砂 2	珪砂 3	珪砂 4	珪砂 5
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
限界状態定数 $M$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
NCL の切片 $N$ ( $p' = 98.1 \text{ kPa}$ の時の比体積)	1.98	1.88	1.84	1.67	1.76
ポアソン比 $\nu$	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3

##### （１）細粒分が少量のとき（珪砂 1、2、3）

図 4.40～図 4.42 と表 4.18～表 4.20 にそれぞれ珪砂 1～3 の計算結果を示す。図中(a)に応力ひずみ関係、(b)に有効応力パス、(c)(d)にせん断中の過圧密および構造の推移を示している。 $R$  ( $0 < R < 1$ ) は正規降伏面と下負荷面の相似比、 $R^*$  ( $0 < R^* < 1$ ) は上負荷面と下負荷面の相似



比を表し、ともに小さいほどその状態が高位であり、1 に近づくほど低位となる。全ての計算結果において過圧密解消 ( $R \rightarrow 1.0$ ) より構造喪失 ( $R^* \rightarrow 1.0$ ) が卓越している。計算結果を見てみると、せん断挙動から比体積に至るまで実験結果と非常に良い対応を示している。図 4.43 は実験結果を模擬して、応力パスタイプ A～C の現れる範囲を示したものである。ここで、実験の最大間隙比に相当するのは繰返し回数 0 回の最も緩い状態、最小間隙比に相当するのは繰返し回数 5000 回の十分に密な状態とした。すると実験結果で得られた粒径分布の違いが計算結果でも表現できていることがわかる。応力パスタイプ B の現れる範囲は実験結果と同じく、粒径分布がなだらかになるほど狭くなっている。また図中の▼は珪砂 1～3 の繰返し回数 2 回、つまり緩詰め[1]を想定した間隙比を示している。粒径分布がなだらかになるほど、緩詰め供試体の間隙比は最大間隙比よりも小さくなってしまいうという実験結果の傾向を捉えている。続いて再び、応力ひずみ関係に着目してみると、応力パスタイプ B と応力パスタイプ C の境の挙動において、珪砂 1 (図 4.40 中[3]) に比べて粒径分布のなだらかな珪砂 3 (図 4.42 中[2]) の方が、初期の立ち上がりからその勾配が緩やかになるまでの  $q$  が小さく、その後の  $q$  の増加の程度も大きいといった実験結果の傾向を捉えている。以上から計算結果は粒径分布の違いを良く再現していると考えられる。

表 4.18 珪砂 1 の非排水せん断前初期値

	繰返し回数	初期比体積	初期構造の程度	初期過圧密比	初期異方性
	$n$	$v_0$	$1/R_0^*$	$1/R_0$	$\zeta_0$
珪砂 1-[1]	2	2.08	69.89	1.25	0.010
珪砂 1-[2]	11	1.97	9.79	2.50	0.011
珪砂 1-[3]	31	1.91	3.25	4.23	0.023
珪砂 1-[4]	90	1.88	2.04	6.58	0.030
珪砂 1-[5]	2000	1.79	1.26	39.65	0.045

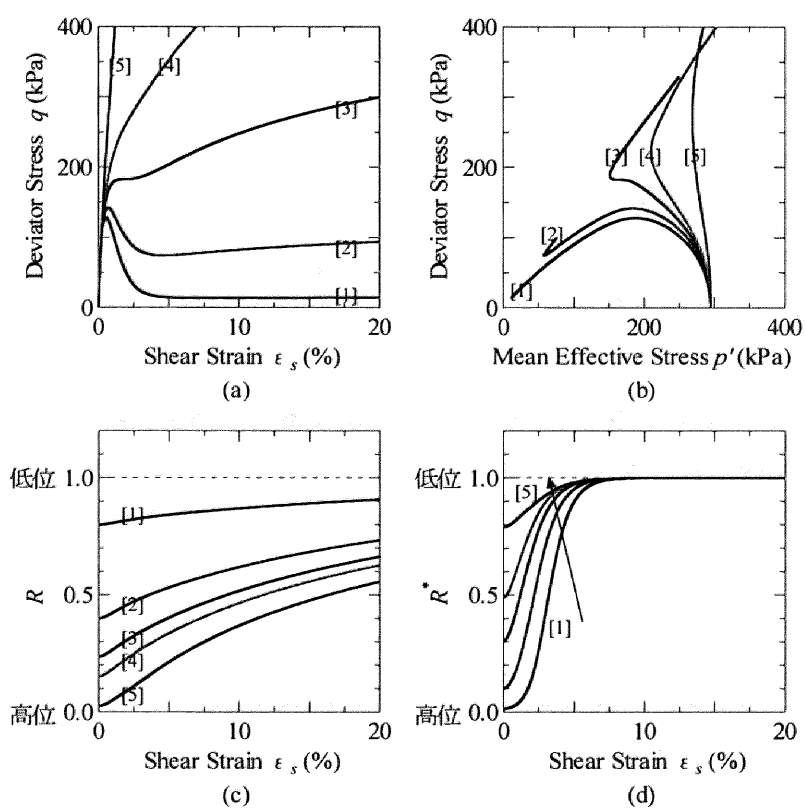


図 4.40 珪砂 1 の非排水せん断計算結果

表 4.19 珪砂 2 の非排水せん断前初期値

	繰返し回数	初期比体積	初期構造の程度	初期過圧密比	初期異方性
	$n$	$v_0$	$1/R_0^*$	$1/R_0$	$\zeta_0$
珪砂 2-[1]	2	1.94	20.54	1.23	0.026
珪砂 2-[2]	6	1.87	5.61	1.82	0.005
珪砂 2-[3]	15	1.80	1.99	3.23	0.017
珪砂 2-[4]	500	1.72	1.10	19.15	0.041
珪砂 2-[5]	5000	1.65	1.04	106.97	0.046

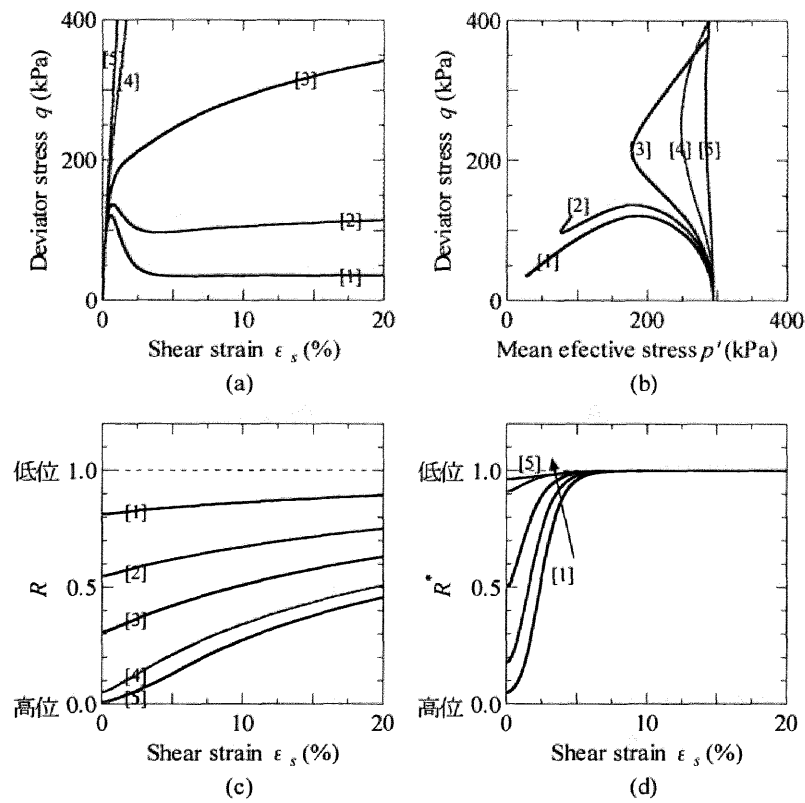


図 4.41 珪砂 2 の非排水せん断計算結果

表 4.19 珪砂 3 の非排水せん断前初期値

	繰返し回数	初期比体積	初期構造の程度	初期過圧密比	初期異方性
	$n$	$v_0$	$1/R_0^*$	$1/R_0$	$\zeta_0$
珪砂 3-[1]	2	1.88	13.33	1.23	0.028
珪砂 3-[2]	8	1.79	2.67	2.24	0.000
珪砂 3-[3]	20	1.74	1.44	4.38	0.020
珪砂 3-[4]	240	1.68	1.08	15.47	0.038
珪砂 3-[5]	4000	1.61	1.02	107.93	0.046

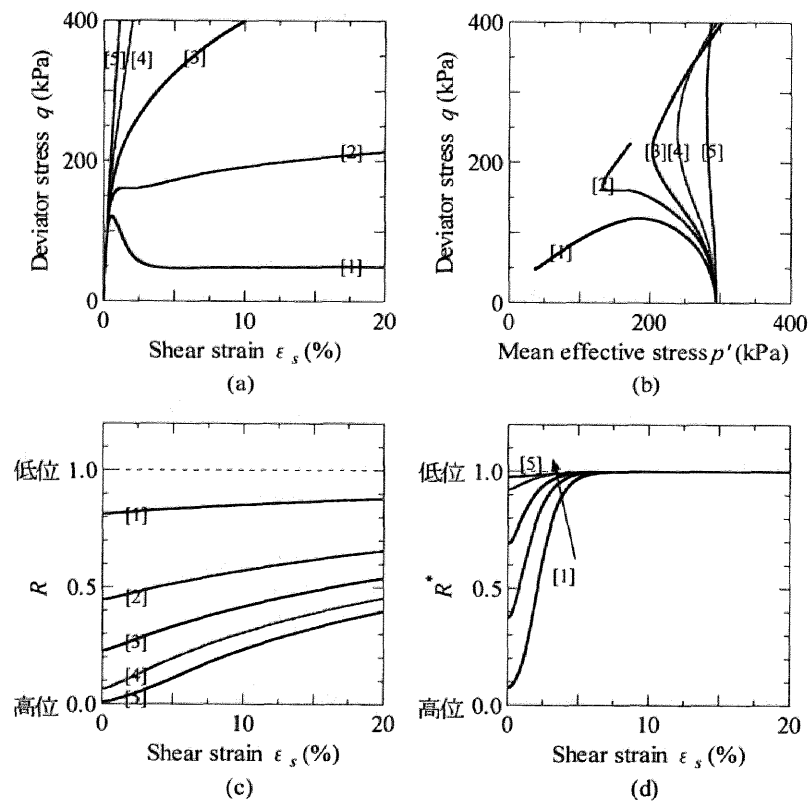


図 4.42 珪砂 3 の非排水せん断計算結果

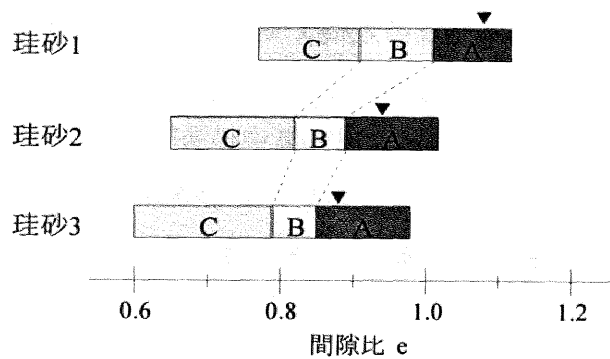


図 4.43 セン断応力パス分類図計算計算結果

計算に用いた初期値を表 4.20 に、発展則パラメータを表 4.21 に示す。表 4.20 から明らかのように、珪砂 1～3 で初期値は共通であり、非常に高位な構造を有して正規圧密状態である。初期比体積が異なるのは  $N$  の値が粒径分布に応じて違っているからである (表 4.17)。発展則パラメータを見ると、粒径分布がなだらかなほど、構造劣化指数  $a$  が大きくて正規圧密土化指数  $m$  が小さいことがわかる。回転硬化指数  $b_r$  および回転硬化限界定数  $m_b$  は同じであった。以上から発展則パラメータによって粒径分布の影響が表現でき、その傾向は粒径分布がなだらかなほど、構造の喪失が速く、過圧密の解消が遅くなることがわかった。

表 4.20 計算に用いた初期値

	珪砂 1	珪砂 2	珪砂 3
初期比体積 $v_0$	2.28	2.18	2.14
初期平均有効応力 $p'_0$	10.0	10.0	10.0
初期構造の程度 $1/R_0^*$	150.0	150.0	150.0
初期過圧密比 $1/R_0$	1.0	1.0	1.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0	0.0	0.0

表 4.21 計算に用いた発展則パラメータ

	珪砂 1	珪砂 2	珪砂 3
構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )	2.2	2.5	2.6
正規圧密土化指数 $m$	0.06	0.05	0.04
回転硬化指数 $b_r$	3.5	3.5	3.5
回転硬化限界定数 $m_b$	0.7	0.7	0.7

## (2) 細粒分を過剰配合したとき (珪砂 4、5)

図 4.44 と表 4.22 に珪砂 4 の、図 4.45 と表 4.23 に珪砂 5 の計算結果を示す。図中(a)に応力ひずみ関係、(b)に有効応力パス、(c)(d)にせん断中の過圧密および構造の推移を示している。構造と過圧密の推移を見てみると、(1)とは逆で過圧密解消 ( $R \rightarrow 1.0$ ) が構造喪失 ( $R^* \rightarrow 1.0$ ) より卓越しており、またその程度は珪砂 5 の方が大きいことがわかる。第 2 章でも示したが、典型的な粘土は構造喪失よりも過圧密解消の方が卓越しているとして記述可能である。珪砂 4 と珪砂 5 はそれぞれ細粒分を 25% と 50% 配合しているため、もはや砂とは呼べず、むしろ粘土に近いと考えられる。計算結果と実験結果の比較から、若干の違いはあるものの、大まかな傾向はつかめている。細粒分を過剰配合したときは、(1) と比べると明確なように、繰返し回数に応じた比体積の取り得る幅が非常に狭くなっている。特に珪砂 5 の場合は、繰返し回数を変えても比体積はほとんど変化しない。これは実験結果をよく再現している。

表 4.22 珪砂 4 の非排水せん断前初期値

	繰返し回数	初期比体積	初期構造の程度	初期過圧密比	初期異方性
	$n$	$v_0$	$1/R_0^*$	$1/R_0$	$\zeta_0$
珪砂 4-[1]	2	1.66	3.61	1.14	0.0000
珪砂 4-[2]	50	1.64	2.60	1.36	0.0005
珪砂 4-[3]	500	1.59	1.61	2.75	0.0011
珪砂 4-[4]	1200	1.57	1.38	4.71	0.0013
珪砂 4-[5]	4000	1.52	1.12	13.00	0.0014

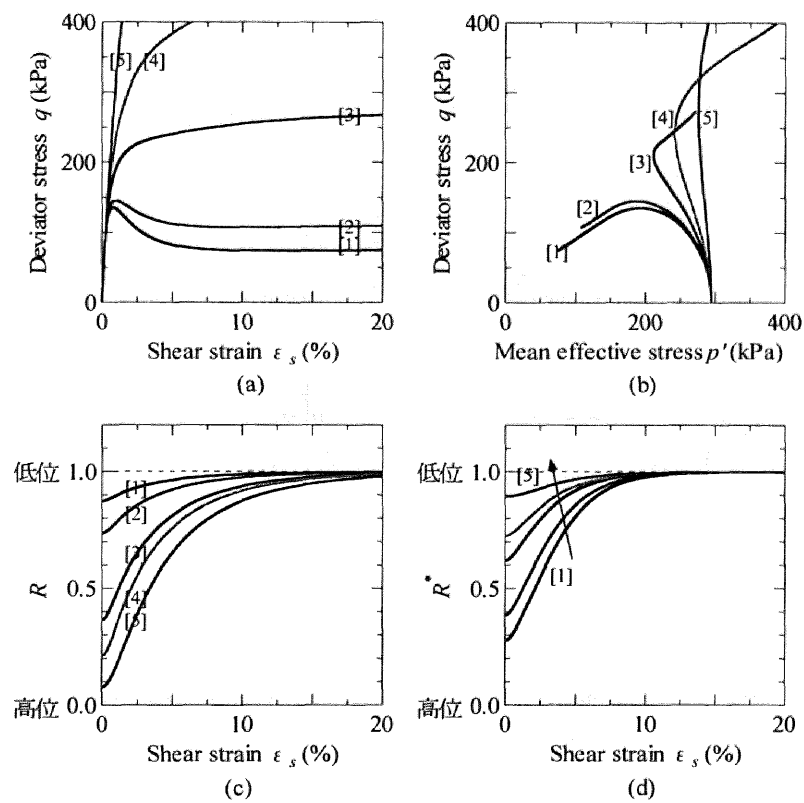


図 4.44 珪砂 4 の非排水せん断計算結果

表 4.23 珪砂 5 の非排水せん断前初期値

	繰返し回数	初期比体積	初期構造の程度	初期過圧密比	初期異方性
	$n$	$v_0$	$1/R_0^*$	$1/R_0$	$\zeta_0$
珪砂 5-[1]	2	1.71	1.10	1.16	0.0000
珪砂 5-[2]	50	1.70	1.09	1.21	0.0001
珪砂 5-[3]	300	1.69	1.08	1.46	0.0003
珪砂 5-[4]	500	1.68	1.08	1.66	0.0004

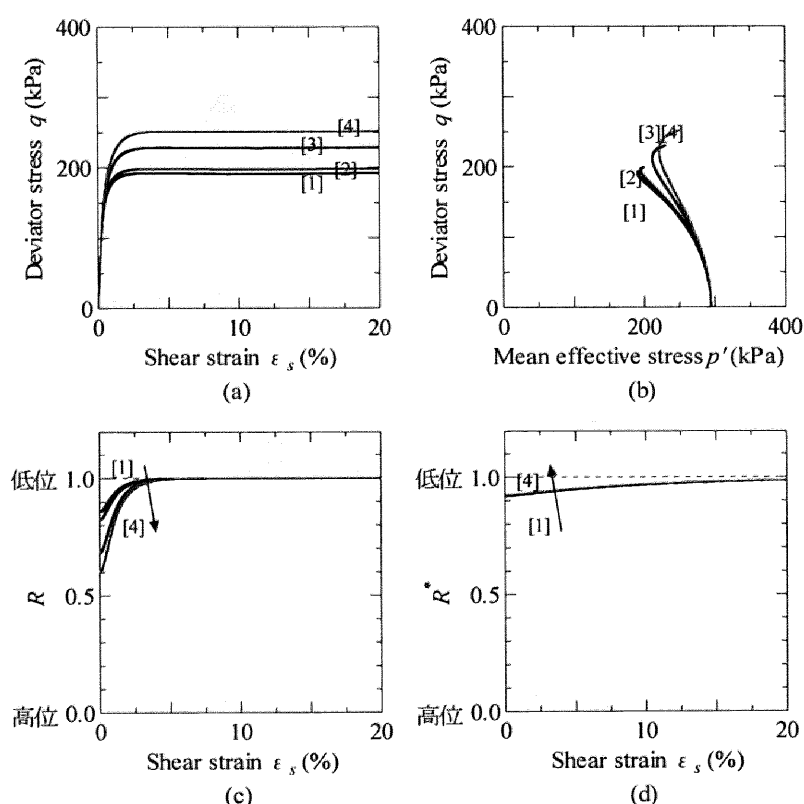


図 4.45 珪砂 5 の非排水せん断計算結果

計算に用いた初期値を表 4.24 に、発展則パラメータを表 4.25 に示す。(1) で示した細粒分が少量のときは、高位構造を有する正規圧密状態といった非常に緩い（嵩張った）初期状態を仮定した。ところが表 4.24 から明らかなように、細粒分を過剰配合すると構造の程度が低位で過圧密比が大きくなる。粘土のような細粒土は砂のようにフワッとした嵩張った状態を人工的に作製することはできないからである。図 4.31 で示した最大間隙比では珪砂 4、珪砂 5 は非常に大きな値を示しているが、これは最大間隙比試験が拘束圧のない状態で行われるためだと考えられる。発展則パラメータを見てみると、細粒分を過剰配合するほど構造劣



化指数  $a$  は小さくて正規圧密土化指数  $m$  は大きくなっており、異方性の発達速度を決める回転硬化指数  $b_r$  は小さくなる。2 章で述べたが、典型的な粘土は過圧密解消が構造喪失より卓越していて、異方性の発達が遅いとして記述可能であった。発展則パラメータからも、細粒分を過剰配合すると粘土に近づいていることがわかる。なお珪砂 4 と珪砂 5 は粘土に近いということで、構造の発展則ではその測度に  $\|D_s^p\|$  ではなく、 $\|D^p\|$  を用いている（第 2 章参照）。

表 4.24 計算に用いた初期値

	珪砂 4	珪砂 5
初期比体積 $v_0$	1.89	1.79
初期平均有効応力 $p'_0$	10.0	10.0
初期構造の程度 $1/R_0^*$	50.0	1.1
初期過圧密比 $1/R_0$	3.0	10.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0	0.0

表 4.25 計算に用いた発展則パラメータ

	珪砂 4	珪砂 5
構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )	1.0	0.2
正規圧密土化指数 $m$	0.5	2.0
回転硬化指数 $b_r$	0.01	0.01
回転硬化限界定数 $m_b$	0.7	0.7

#### 4.6.4 粒径分布の異なる砂の締固め挙動と液状化挙動

4.5.2 で粒径分布が砂の非排水せん断挙動に与える影響について調べた。その結果、粒径分布の影響を発展則パラメータで表現できることがわかった。本節では、粒径分布の違いが砂の締固め挙動と液状化挙動に与える影響を調べる。

計算に用いた材料定数、初期値はすべて 4.6.3 と同じである。図 4.46 は珪砂 1～3 の圧縮・伸張側圧一定両振り繰返し排水せん断の計算結果（ $v \sim p'$  関係）である。応力振幅は 2.3kPa で、繰返し回数は 50 回とした。粒径分布がなだらかなほど、構造の喪失速度が速いために繰返し初期の圧縮量が顕著に表われる。また同時に過圧密の解消速度が遅いために同じ繰返し回数での過圧密の蓄積量が大きくなり、全体として比体積変化量が大きくなる。図 4.47 には珪砂 1 と珪砂 2 の排水繰返し三軸圧縮/伸張試験結果を示す。初期状態は相対密度 0.1 の非常に緩い状態でそろえ、有効拘束圧 294kPa のもと、応力振幅 147kPa で 1000 回繰り返した。粒径分布の違いに着目してみると、珪砂 1 の比体積変化量が 0.08 に対して粒径分布のなだらかな珪砂 2 は 0.12 と大きくなっている。計算は実験を正確にシミュレートできてはいないが、

粒径分布の違いによって生じる締固め挙動の傾向は捉えている。なお実験結果と計算結果の相違であるが、計算結果には慣性項の影響が考慮されていないこと、そして境界値問題として解いていないことが考えられる。

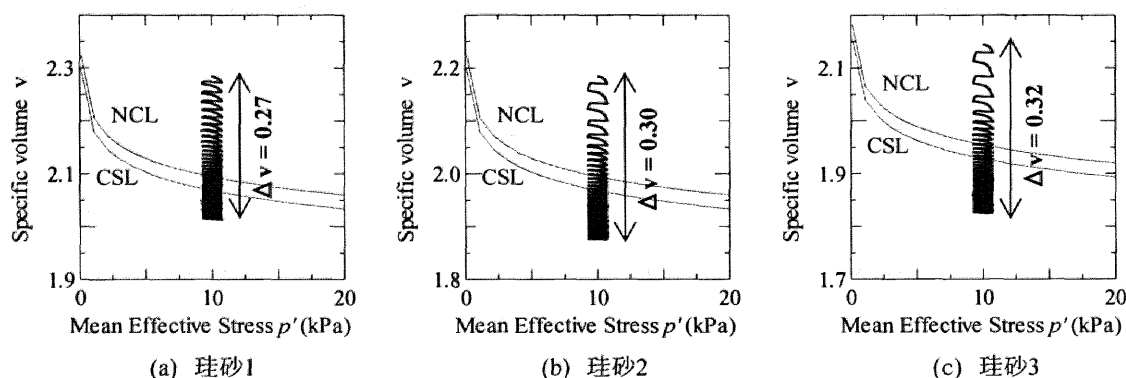


図 4.46 締固め挙動比較（計算結果）

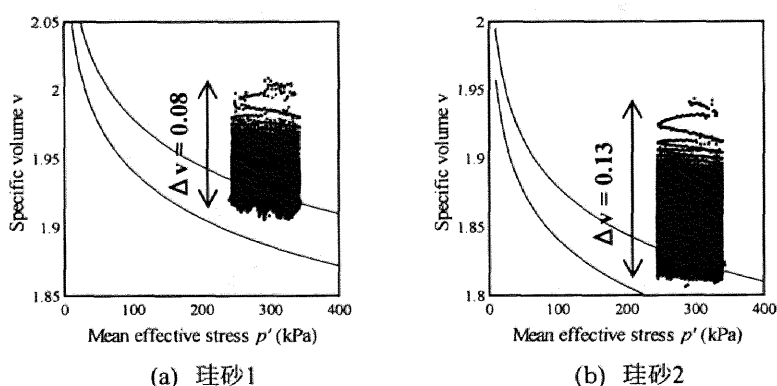


図 4.47 締固め挙動比較（実験結果）

図 4.48 は非排水繰返しせん断の計算結果である。初期値や弾塑性パラメータ等の計算条件は図 4.46 と同じで、境界条件のみ非排水とした。明確な違いは現れなかったものの、粒径分布がなだらかなるほど液状化 ( $q = p' = 0$ ) に至るまでの繰返し回数が少なくなり液状化しやすくなっている。4.5.1 で述べたが、非排水条件で繰返すと繰返し初期は応力比が小さいために、例え喪失速度が速くても構造の喪失は非常に小さい。繰返し回数の増加に伴う過圧密の蓄積によって有効応力は次第に減少する。繰返し応力振幅は一定なので、有効応力が減少すると次第に応力比が大きくなり、構造の喪失量が増加していく。つまり液状化のしやすさにもっとも重要なのは、過圧密の蓄積（平均有効応力の減少）が進んで同じ  $q$  の振幅でも応力比が大きくなることである。表 4.21 を見てみると、粒径分布がなだらかなるほど、

過圧密の解消速度は小さくなり次第に蓄積しやすくなっているが、いずれの値も非常に小さいため計算結果に明確な違いが生じなかったと考えられる。しかし同じ繰返し回数で液状化に至っている珪砂 1 と珪砂 2 を比べてみると、珪砂 2 の方が過圧密の蓄積の程度、つまり有効応力の減少の程度が顕著である様子がわかる。図 4.49 は珪砂 1 と珪砂 2 の側圧一定非排水繰返し三軸圧縮/伸張試験の結果である。図 4.47 と同様、初期状態は相対密度 0.1 の非常に緩い状態で、有効拘束圧 294kPa のもと応力振幅 78.5kPa で試験した。両試験結果ともに繰り返すにつれて次第に有効応力が減少し、最終的には  $p' = q = 0$  となって液状化を起こしている。粒径分布の違いに着目してみると、珪砂 1 が 26/4 周期で液状化に至っているのに対し、粒径分布のなだらかな珪砂 2 は 14/4 周期と繰返し回数が小さくなっている。このことから初期に緩い状態にある砂は、粒径分布のなだらかな砂ほど液状化しやすいことがわかる。

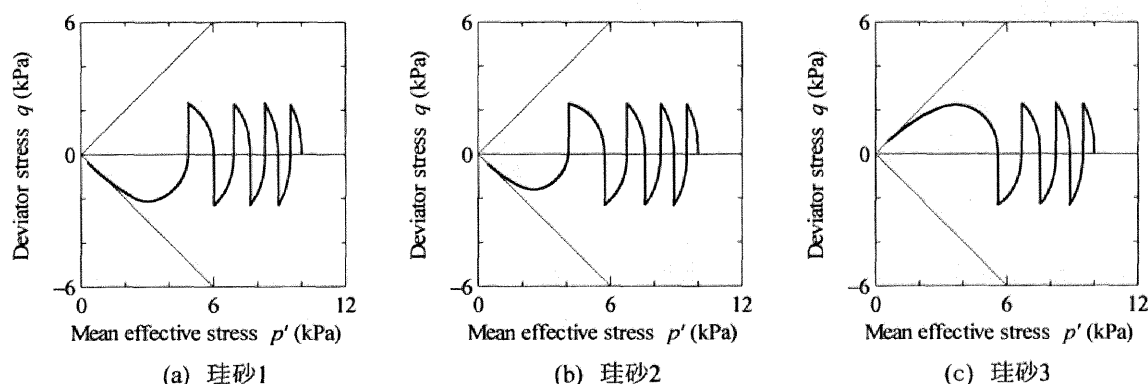


図 4.48 液状化挙動比較（計算結果）

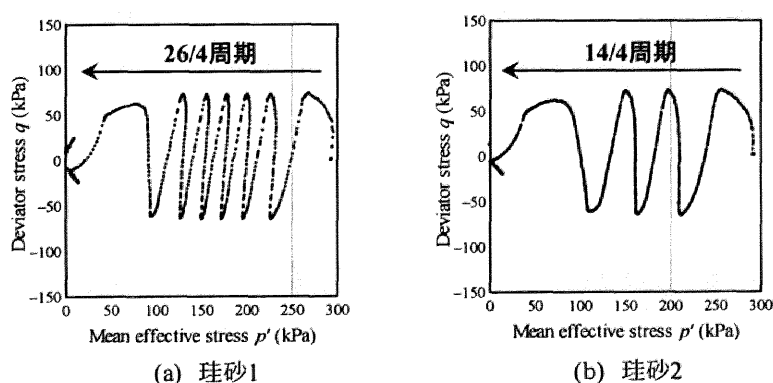


図 4.49 液状化挙動比較（実験結果）

以上から、同程度に緩い砂供試体を用いると（計算なら初期値  $1/R^*$  と  $1/R$  が同じ、実験なら相対密度が同じ）、粒径分布のなだらかな砂の方が排水条件では同じ繰返し回数での圧縮量

が大きく締固めやすいこと、そして非排水条件では少ない繰返し回数で液状化に至ることがわかった。しかし、自然堆積している砂地盤ではこのような超緩詰め状態で堆積していることはほとんどなく、様々な応力履歴を経て締め固まっている。粒径分布のなだらかな砂は液状化しやすいと同時に締固めやすいので、自然堆積時にはすでに締固めによって容易に密な地盤となっている。逆に粒径分布の揃っている砂は締固めにくいので、緩い状態で堆積していることがある。このため一般的には、粒径分布のなだらかな砂地盤の方が液状化しにくいと言われていると考えられる。

## 4.7 結論

本章では、砂を取り上げ、初期比体積や有効拘束圧など初期状態の異なる非排水せん断挙動、締固め挙動そして液状化挙動について、その力学挙動把握を行うとともに、SYS カムクレイモデルによる癖意識の応答結果と比較して、SYS カムクレイモデルの適用性および特徴について考察・検討した。さらに砂の力学挙動に大きな影響を与える粒径分布に着目し、粒径分布の異なる砂の力学特性把握を SYS カムクレイモデルに基づいて行った。以下に得られた結論を示す。

### (1) SYS カムクレイモデルによる締固め挙動の数値的再現

- ・締固めを模擬した微小な応力振幅での繰返し排水せん断によって、砂の締固め挙動（大圧縮挙動）を再現した。締固めは、緩い砂が初期に有する構造の急速な喪失が主な原因である。(4.2.1)
- ・締固めによって構造は急速に喪失し、それに伴って過圧密比は増加する。つまり緩詰め砂は高位構造を有していて過圧密比が小さい。逆に密詰め砂は構造の程度が低位で過圧密比が大きいとして再現できる。SYS カムクレイモデルを用いると、緩詰めから密詰めまでの砂を、1 組の材料定数群を用いて骨格構造の程度の差で表わすことができる。(4.2.1)

### (2) 有効拘束圧一定条件下での比体積の異なる砂の非排水せん断特性

- ・緩詰め砂の有効応力パスは、 $p'$  の減少を伴いながら  $q$  が増加してピークを示し、その後  $q = p' = 0$  付近まで減少し続ける。SYS カムクレイモデルによるとこの挙動は、初期に有する高位構造の喪失が主な原因となって生じる塑性圧縮を伴う軟化挙動として記述できる。(4.3.1),(4.3.2)
- ・密詰め砂の有効応力パスは、 $q$  はせん断中減少せずに  $p'$  の増加を伴いながら増加し続ける。SYS カムクレイモデルでは、塑性膨張を伴う硬化挙動として記述できる。(4.3.1),(4.3.2)
- ・中詰め砂の有効応力パスは、 $q$  が減少した後、 $p'$  の増加を伴いながら再び  $q$  が増加していく。SYS カムクレイモデルでは、構造喪失に伴う塑性圧縮を伴う軟化を示し、構造が完全に喪失した後は過圧密解消の影響で塑性膨張を伴う硬化挙動を示している。(4.3.1),(4.3.2)
- ・緩から密までの砂の非排水せん断挙動を、締固め過程と等方圧密過程をシミュレートすることによって一組の材料定数群と一組の初期値から統一的に再現できた。(4.3.2)

### (3) 比体積一定条件下での有効拘束圧の異なる砂の非排水せん断挙動

- ・同比体積で比較した場合、有効拘束圧が小さいほど緩詰め挙動と等しくなり、有効拘束圧が大きいほど密詰め挙動となる。(4.4.1),(4.4.2)

- ・SYS カムクレイモデルを用いると、締固めの繰返し回数と等方圧密圧力を変えることによって、任意の初期状態の砂の挙動を再現できる。 (4.4.2)

#### (4) 緩詰め砂の締固め挙動と液状化挙動

- ・締固めと液状化はともに構造の喪失と過圧密の蓄積が原因となる、境界条件の差異のみによる表裏一体の現象であることを示した。 (4.5.1)
- ・緩詰め砂の非排水繰返しせん断を水～土連成有限要素計算で行った。その結果、たとえ境界非排水条件にしたとしても供試体内部では過剰間隙水のマイグレーションに伴って、排水して締固まっている部分もあれば、逆に吸水して膨張し液状化している部分もあることを示した。締固めと液状化は過剰間隙水の吸排水の違いによる表裏一体の現象であり、締固まるか液状化するかは計算してみないとわからないことがわかった。 (4.5.2)

#### (5) 粒径分布の異なる砂の力学挙動

- ・粒径分布の異なる砂のせん断挙動を非排水三軸圧縮試験から確認した。細粒分を過剰配合してしまうと、もはや砂とは呼べず粘土のせん断挙動に近づく。 (4.6.2)
- ・SYS カムクレイモデルを用いると粒径分布の影響は、弾塑性パラメータは変えないで発展則パラメータの違いで表現できる。その時、粒径分布がなだらかなほど構造喪失が速く、過圧密解消が遅い。 (4.6.3)
- ・SYS カムクレイモデルによる初期に同程度に緩い粒径分布の異なる砂の排水繰返しせん断応答と非排水繰返しせん断応答から、粒径分布がなだらかなほど締固めやすく、同時に液状化しやすい。この傾向は三軸試験機を用いた実験結果からも得られた。 (4.6.3)

## 参考文献

---

- 1) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1998) : Super loading yield surface concept for the saturated structured soils, *Proc. of the fourth European conference on numerical methods in geotechnical engineering NUMGE98*, pp.232-242.
- 2) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000) : Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils & Foundations*, No.40, Vol.2, pp.99-110.
- 3) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M. (2002) : An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, Vol.42, No.5, pp.47-57.
- 4) Nakano, M., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K., Nakai, K. and Asaoka, A. (2002) : Elasto-Plastic Description of Shear Behavior after Compaction of Loose Sand, *Proc. 1st International Workshop on New Frontiers in Computational Geomechanics*, Calgary, Canada.
- 5) Nakano, M., Asaoka, A., Kaneda, K. and Nakai, K. (2003) : Compaction Behavior of Loose Sand due to the Decay of Soil Structure, *12th ASIAN Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Singapore.
- 6) Nakano, M., Noda, T., Asaoka, A. and Nakai, K. (2003) : Simulation of Compaction Behavior of Sand, *The China-Japan Geotechnical Symposium*, Beijing, China.
- 7) Hashiguchi, K. (1989) : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol.25, pp.917-945.
- 8) Zienkiewicz, O. C. et al. (1999) : *Computational Geomechanics*, JOHN WILEY & SONS, pp.144-155.
- 9) 中井健太郎, 中野正樹, 野田利弘, 浅岡顕 (2004) : 間隙比・有効拘束圧依存の砂の非排水せん断挙動に関する初期構造と過圧密の違いによる記述, 第16回地盤工学シンポジウム論文集, pp.81-90.
- 10) Ishihara, K. (1993) : Liquefaction and Flow Failure during Earthquakes, *The 33rd Rankine Lecture, Geotechnique*.
- 11) Bishop, A. W. and Henkel, D. J. (1962) : "The measurement of soil properties in the triaxial test", Edward Arnold, London.
- 12) Nakano, M., Noda, T., Nakai, K. and Asaoka, A. (2005) : Elasto-plastic description of undrained shear behavior of sand depending on confining stress, *International Symposium on Plasticity*, Kauai, Hawaii.
- 13) Nakai, K., Nakano, M., Noda, T. and Asaoka, A. (2004) : Description of "Compaciton" and "Liquefaction" behavior of sand based on evolution of soil skeleton structure, *Proc. 2nd International Workshop on New Frontiers in Computational Geotechnics*, Fortaleza, Brazil.

- 
- 14) 野田利弘, 中野正樹, 山田英司, 金田一広, 中井健太郎, 浅岡顕 (2002): 構造・過圧密・異方性概念に基づく砂の密度非依存型弾塑性構成式とその応答, 第 51 期学術講演会講演論文集, pp.207-210.
  - 15) 八木則男 (1972): 砂の相対密度に関する一考察, 土木学会第 27 回年次学術講演会概要集, pp.111-112
  - 16) Vaid, Y. P., Chung, E. K. F. and Kuerbis, R. H. (1989) : Reshearing and undrained response of sand, *Soils and Foundations*, No.29, Vol. 4, pp. 49-61.
  - 17) Nakano, M., Nakai, K. and Asaoka, A. (2004) : A description of mechanical behavior of clay and sand based on evolutions of soil structure and overconsolidation, Workshop on Testing Modeling and Simulation in Geomechanics, ASCE.
  - 18) Yoshimine M. and Ishihara K. (1998): "Flow potential of sand during liquefaction", *Soils and Foundations*, Vol.38, No.3, pp.189-198.
  - 19) Vaid, Y. P., Chung, E. K. F. and Kuerbis, R. H. (1989). "Reshearing and undrained response of sand." *Soils and Foundations*, 29(4), 49-61.



## 5 章 SYS カムクレイモデルに基づいた特殊土の記述

### 5.1 概説

第2章でSYSカムクレイモデル<sup>1),2),3)</sup>を定式化し、粘土と砂の区別を骨格構造（過圧密・構造・異方性）の発達速度の違いによって、1つのモデルを用いて表現した。さらに第3章では粘土、第4章では砂を取り上げ、同じ土であれば異なる初期状態の土を骨格構造の程度を変えるのみで一組の材料定数群で統一的に表現できることを示した。

地盤材料は地盤工学会基準「地盤材料の工学的分類」に基づく観察、粒度試験および液性限界・塑性限界試験などによって様々に分類される。しかしこの地盤材料の中には、砂質土や粘性土などの普通土のようにJISやJGSの定める試験方法を適用して地盤工学的性質を評価することのできない土や、地盤工学的性質において特異な挙動を示す土が存在する。このような土を特殊土（Problematic soil）と呼び、在来の土質工学の手法だけでは、設計施工ができない普通でない土、あるいは問題のある土として、さらには構成モデルに適用できない、あるいは適用が困難な土材料として取り扱われてきた。本章では特殊土として、膨潤性材料・スレーキング材料に分類される「泥岩」と火山灰質粘性土に分類される「ローム」を取り上げてその力学特性を把握するとともに、SYSカムクレイモデルを用いて弾塑性力学に基づく解釈を試みる。

5.2では、粘土化のしやすさの異なる2種類の泥岩の固結試料と粉碎粒集合体を取り上げ、その一次元圧縮挙動をSYSカムクレイモデルに基づいて解釈すると同時に、SYSカムクレイモデルを用いた数値シミュレーションを実施し、モデルの適用性を調べた。5.3では愛鷹ロームを用いて、不攪乱試料の一次元圧縮試験と非排水せん断試験を実施し、それら力学挙動をSYSカムクレイモデルに基づいて骨格構造の程度とその発展則で説明する。5.4で本章の結論を示す。

## 5.2 粉碎泥岩集合体の有する骨格構造とその喪失の仕方

近年の土木プロジェクトは、第2 東名名神高速道路、東海北陸中部縦断自動車道に代表されるように、沿岸部から山岳地帯へ広がりを見せている。山岳地帯でのトンネル掘削や切土等によって第三紀泥岩が大量に発生しており、地盤材料としての有効利用が望まれている。泥岩とは堆積岩の一種で、粘土や泥が圧縮・固結してできた岩石（軟岩）のうち変成作用をほとんど受けていないものである。掘削当初、塊状の泥岩はその名の通り岩のように挙動し十分な強度を発揮するが、降雨などの乾湿繰返しによって破碎・細粒化が進み、さらにせん断力が作用すると吸水して泥濘化が進み、著しい強度低下を引き起こす。このような泥岩の特異挙動をスレーキングというが（図 5.1）、スレーキングの中でも特に、せん断に伴う周りからの吸水によって泥濘状の粘土になることを粘土化と呼ぶ。もっとも、泥岩の中でもその堆積環境や鉱物組成に応じてスレーキングのしやすさは大きく異なるので、泥岩を地盤材料として扱うには、スレーキングのしやすさを把握することが施工能率上非常に重要である。スレーキングしやすい泥岩は容易に泥濘化してしまうので締固めることが困難であるが、スレーキングしにくい泥岩の場合は粗粒材のように締固めやすく施工しやすい材料として取り扱える。また例えスレーキングを起こす泥岩であっても、施工中にさえ泥濘化せず十分に締固めることができているならば、施工後に泥濘化したとしてもそれに伴う大圧縮は回避することができる。本節では粘土化のしやすさの異なる泥岩を用いて一次元圧縮試験およびSYS カムクレイモデルを用いた数値シミュレーションを行い、泥岩の粘土化について弾塑性力学に基づいて解釈・考察する。5.2.1 では粉碎泥岩集合体の有する複雑な「二重構造」の説明と、泥岩の特徴であるスレーキング・粘土化の土質力学に基づく解釈、そして用いた泥岩の特徴について述べる。5.2.2 では固結状態の泥岩を用いた標準圧密試験を行い、粘土化のしやすさの違いについてSYS カムクレイモデルに基づき、特に初期に有する過圧密比と構造の程度に着目して説明する。5.2.3 では粒径を調整した粉碎泥岩集合体の標準圧密試験を行い、二重構造の喪失に伴う複雑な挙動をSYS カムクレイモデルに基づく解釈を加え、SYS カムクレイモデルの適用性について調べる。

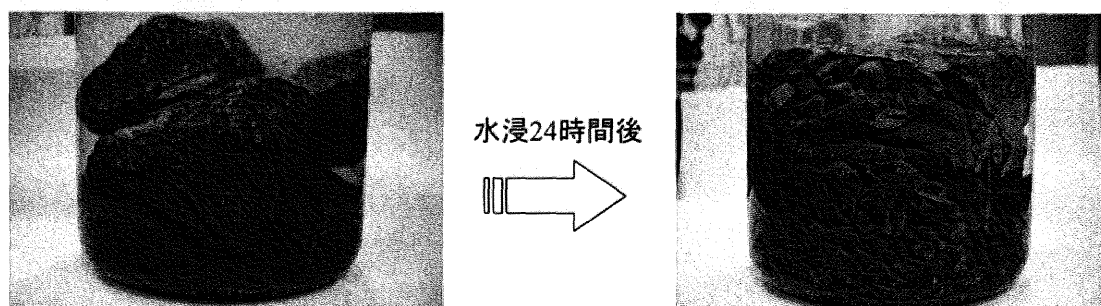


図 5.1 泥岩のスレーキング

### 5.2.1 泥岩の4態と粘土化の弾塑性力学に基づく解釈

#### (1) 泥岩の二重構造

泥岩は堆積から掘削、そして粘土化の進行に応じて大きく4つの状態を有する。泥岩の4態の概念図を図5.2に示す。

泥岩は掘削される前の地中に長い間堆積した状態では図中①のような固結状態にある。この状態はいわゆる「岩」であり、この母岩自身が構造・過圧密・異方性の骨格構造を有している。状態①にあった堆積泥岩が掘削により大量排出され、地盤材料として利用されるときは状態②である。状態②を泥岩粒集合体と呼ぶ。したがって地盤材料としての力学特性を把握するためには、特に状態②の力学挙動を調べるのが重要である。しかしこの状態②は複雑な構造を形成している。すなわち、集合体全体は砂集合体と同じで、粒とその間隙からなるが、集合体を構成する粒が状態①の母岩であり、この粒自身も土粒子と間隙が存在して骨格構造を有しているため、全体として複雑な構造を形成する。このような複雑な構造を「二重構造」と呼び、砂粒の集合体と区別する。状態②において集合体全体が外力を受けると、泥岩粒同士は接触点で著しいせん断力を受ける。泥岩粒は状態①から応力開放により得られるため超過圧密状態にあり、せん断力を受けると吸水膨張を伴う軟化を起こして泥岩粒が粘土化してゆき、状態③のように粒と粒の間隙が粘土化した練返し状態の泥岩で埋まる状態になる。泥岩粒すべてが練返し状態になると、究極的には状態④のようになる。

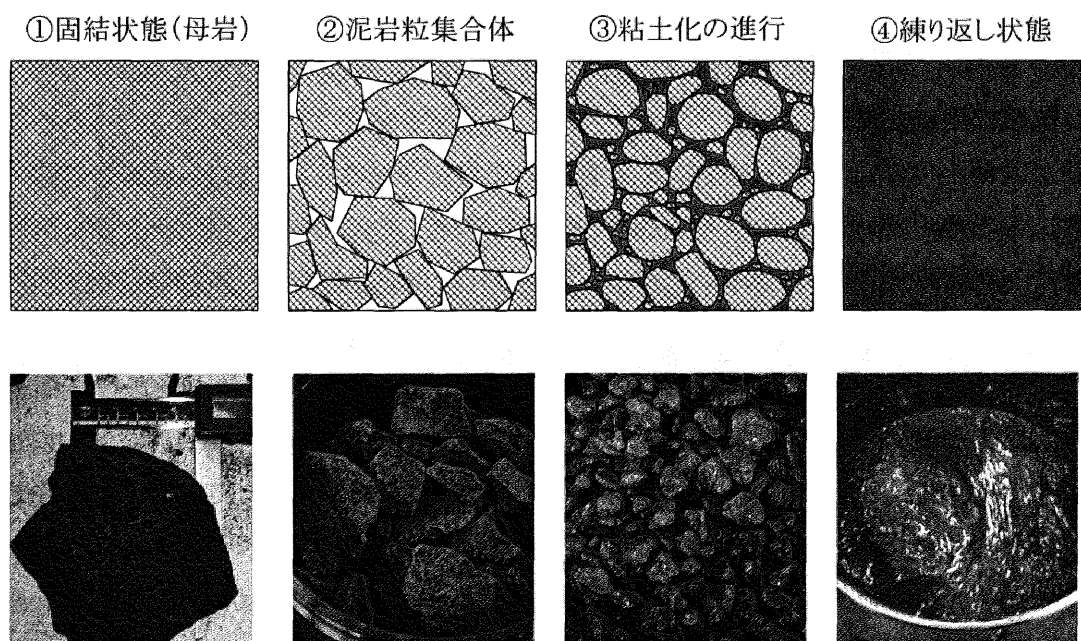


図 5.2 泥岩の4態

## （２）泥岩の粘土化の弾塑性力学に基づく解釈

（１）でも述べたが、状態①の泥岩固結試料自身は骨格構造を有する。過圧密や構造はせん断を受け、塑性変形が進展すると喪失し、最終的には過圧密も構造もない練返し正規圧密土になる。ここで過圧密や構造を有する土を練返し正規圧密土に戻すには大別して２つの方法がある。１つは等方圧密や一次元圧縮によって排水させ、図 5.3A のように強固な正規圧密岩にする方法である。もうひとつは図 5.3B で示すように、せん断力を与え限界状態線の上側で吸水させることによってトロトロの正規圧密土に戻す方法である。本研究では、このうち前者を粘土化と呼ぶこととする。

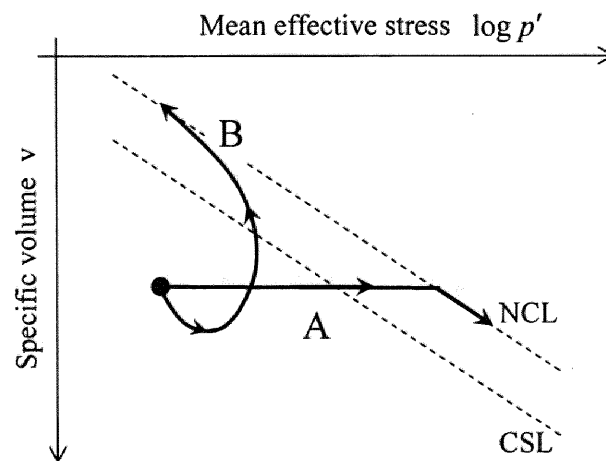
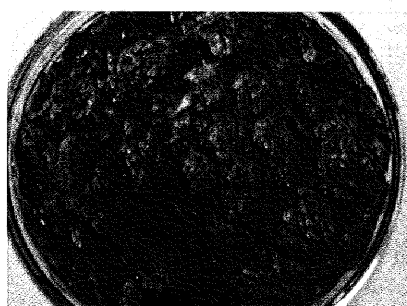


図 5.3 練返し正規圧密粘土化の概念図

## （３）試験に用いた泥岩の特徴

試験には粘土化のしやすさの異なる２種類の泥岩を用いた。１つは亀山泥岩と呼ばれ、三重県亀山市の亀山インターチェンジ付近で露頭していたものである。もう１つは有間川泥岩と呼ばれ、新潟県上越市付近に広く分布している有間川泥岩層の地下約 50m から掘削によって採取したものである。両泥岩の粘土化のしやすさを調べるために、粒径を 30mm 程度に調整した泥岩をシャーレに入れて水に浸しておいた。しばらくした後の両泥岩の写真を図 5.4 に示す。亀山泥岩は粘土化が進み泥濁状になっている。またシャーレ内の水は吸水されてほとんど残っていない。有間川泥岩は粘土化が進んでおらず、水も濁っていない。表 5.1 には、道路公団による乾湿繰返し試験から求めたスレーキング率および破碎率を示す。ともに粒径を 37.5～19.0mm に調整した試料を用いるが、スレーキング率は 110±5℃での乾燥過程、室温で冷ました後の常温水での水浸過程をそれぞれ 24 時間・5 サイクル行ったときの 9.5mm ふるい通過率のことで、破碎率とは自然含水比のもと、定ひずみ速度 2mm/min で全断面圧縮（一次元圧縮）を鉛直荷重 2MN/m<sup>2</sup> まで行った後の 9.5mm ふるい通過率のことである。スレーキング率が高いほど乾湿繰返しによって細粒分が多く発生し、粘土化しやすいことがわかる。

破碎率は自然含水比での破碎のしやすさを表す。表 5.1 を見てみると、破碎率はほとんど変わらないものの、亀山泥岩のスレーキング率はほぼ 100%に対して、有間川泥岩は非常に小さい。以上から亀山泥岩は粘土化しやすく、有間川泥岩は粘土化しにくいと考えられる。



(a) 亀山泥岩



(b) 有間川泥岩

図 5.4 泥岩の粘土化のしやすさ（水浸 24 時間後の様子）

表 5.1 破碎率およびスレーキング率

	亀山泥岩	有間川泥岩
破碎率 (%)	51.1	50.0
スレーキング率 (%)	99.3	40.0

## 5.2.2 粘土化のしやすさの違いと初期に有する過圧密・構造の程度

### （１）固結試料の一次元圧縮試験

図 5.5 は亀山泥岩と有間川泥岩母岩を、刺身包丁等で削って作製した固結試料（状態①）の一次元圧縮試験結果（ $v \sim \log \sigma_v$  関係）である。図中に示す直線は、同じ土を十分に練り返して求めた練返し試料の圧縮線である。亀山泥岩の初期状態は鉛直応力  $\sigma_v$  が 39.2kPa のとき比体積  $v$  は 1.36 と非常に小さな値を示し、練返し試料の圧縮線の下側に応力状態をとる。一方、有間川泥岩の初期状態は鉛直応力  $\sigma_v$  が 196.2kPa のとき比体積  $v$  は 2.13 を示し、練返し試料の圧縮線上にその応力状態をとっている。有間川泥岩は鉛直応力の増加とともに、練返し試料の圧縮線の上側に状態を移し、圧密降伏応力を超えると圧縮量が増加して次第に練返し試料の圧縮線に漸近していく。試験結果から粘土化しやすい泥岩（亀山泥岩）は初期比体積が非常に小さくて練返し試料の圧縮線の下側に応力状態をとり、逆に粘土化しにくい泥岩（有間川泥岩）は初期比体積が大きくて練返し試料の圧縮線の上側に応力状態をとることがわかる<sup>4)</sup>。

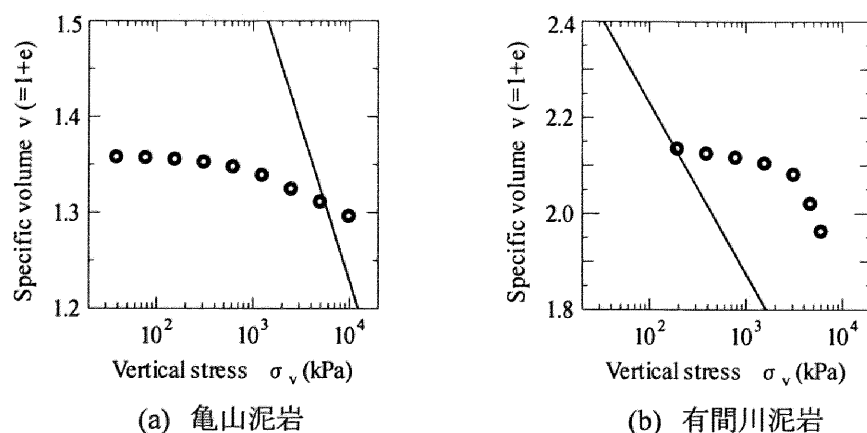


図 5.5 泥岩固結試料の一次元圧縮試験

## (2) 泥岩鉱物の有する間隙と膨潤性鉱物の含有量がスレーキングに与える影響

泥岩は乾湿繰返しを受けることによってスレーキング（破碎・細粒化・粘土化）を生じるが、泥岩の膨潤性が高い、つまりモンモリロナイトに代表されるような膨潤性鉱物の含有率が大きいほどスレーキングしやすいと報告されている。しかし、いくら膨潤性鉱物を含んでも泥岩鉱物の間隙が大きいと、その膨潤が間隙に打ち消されてしまって高い膨張圧が生じずスレーキングが起こりにくくなる。つまりスレーキングのしやすさは泥岩鉱物の間隙と膨潤性鉱物の含有率両方の影響を受ける<sup>5)</sup>。図 5.6 は様々な間隙におけるスレーキングサイクルとモンモリロナイト含有量の関係である。スレーキングサイクルとはスレーキングのしやすさの指標で、小さいほどスレーキングしやすい。また、ここでいう間隙とは隣接する 2 つの泥岩鉱物の距離である。間隙の幅が  $50\text{Å}$  より小さいとモンモリロナイト含有率が増加するにつれてスレーキングサイクルが減少するが、 $50\text{Å}$  より大きくなるとこの傾向はまったくなくなる。また  $500\text{Å}$  より大きくなるとスレーキングサイクルが極端に多くなり、スレーキングしにくいことがわかる。モンモリロナイトを含む岩の間隙が小さいと、モンモリロナイトの膨潤によって直接岩に力が働き、破碎・細粒化が生じると考えられる。以上から膨潤性鉱物の含有率が大きいほど、また泥岩鉱物の間隙が小さいほどスレーキングしやすい。

以上の知見を踏まえて (1) の結果を見てみると、粘土化しやすい亀山泥岩は初期比体積が非常に小さいので泥岩鉱物の間隙が小さいと思われる。逆に粘土化しにくい有間川泥岩は初期比体積が大きいので泥岩鉱物の間隙は大きいと考えられ、先に示した傾向と一致する。なお残念ながら詳細なモンモリロナイト含有率を調べることはできなかったが、粘土化しやすい亀山泥岩はモンモリロナイトを含んでいることは確認した。

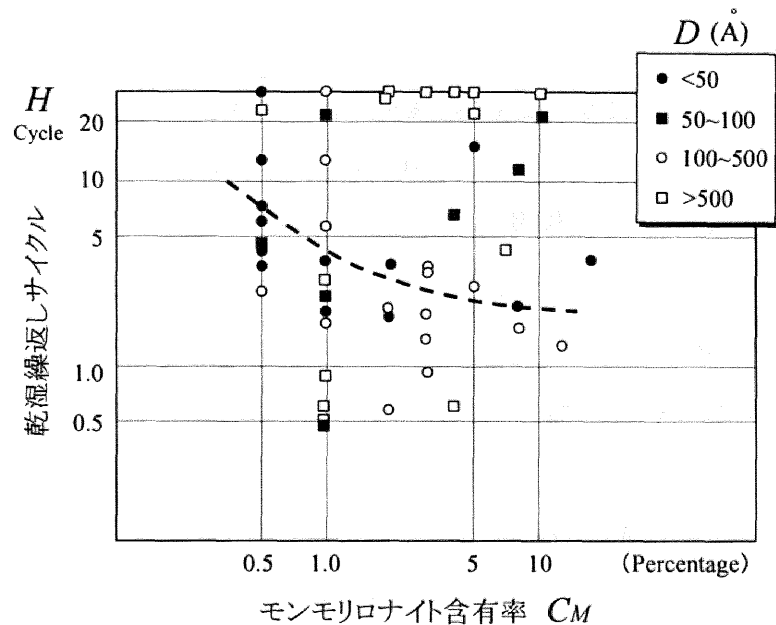


図 5.6 スレーキングサイクルとモンモリロナイト含有率の関係

### (3) 固結試料の一次元圧縮試験の SYS カムクレイモデルによる数値計算

固結試料の一次元圧縮試験の数値シミュレーションを、SYS カムクレイモデルによる構成式の応答として行った。図 5.7 は亀山泥岩の、図 5.8 は有間川泥岩の計算結果である。図(a)に  $v \sim \log \sigma_v$  関係を、(b)(c)には構造と過圧密の推移を示している。なお、図(a)内における実線は計算値、●は実験値である。計算に用いた材料定数（弾塑性パラメータを表 5.2、発展則パラメータを表 5.3）および初期値を表 5.4 に示す。弾塑性パラメータは十分に練り返した試料を用いて別途実施した一次元圧縮試験および三軸圧縮試験から求め、発展則パラメータおよび初期値は実験結果と構成式の応答結果を試行錯誤的にフィッティングすることによって求めた。本計算では異方性の発展則を考慮した SYS カムクレイモデルを用いているが、初期等方状態を仮定し、異方性の発達速度は非常に遅い ( $b_r \cong 0$ ) としているので、異方性の影響はほとんど考慮していない。

亀山泥岩、有間川泥岩ともに計算値と実験値は非常に良い対応を示している。各図の(b)と(c)を比較すると明らかなように、亀山泥岩、有間川泥岩ともに構造の喪失 ( $1/R^*$  の減少) よりも過圧密の解消 ( $1/R$  の減少) の方が卓越しており粘土的な発展則を有することがわかる (第 2 章参照)。続いて初期値を見てみると、両泥岩ともに初期に構造を有していて過圧密状態にあるのだが、粘土化しやすい亀山泥岩は構造の程度が低位で過圧密比が大きいのに対し、粘土化しにくい有間川泥岩は構造の程度が高位で過圧密比が小さいことがわかる。泥岩を、構造を有する過圧密「粘土」と捉えたと、せん断によって始め過圧密の解消が起こり、その後構造が喪失していく。粘土化しやすい泥岩（亀山泥岩）は初期に構造をほとんど有してい

ないので、せん断に伴う吸水軟化によって簡単に練返し正規圧密状態に戻るが、粘土化しにくい泥岩（有間川泥岩）はせん断に伴う吸水軟化によって正規圧密状態には戻るものの、構造をまだ有している。このように高位構造を有する有間川泥岩は、構造が残っているために粘土化が起こりにくくなっていると考えられる。

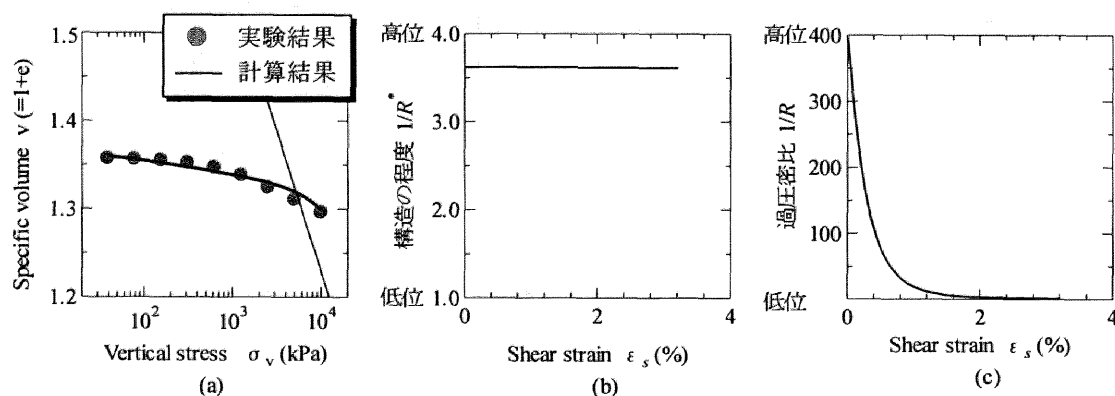


図 5.7 亀山泥岩固結試料の一次元圧縮計算結果

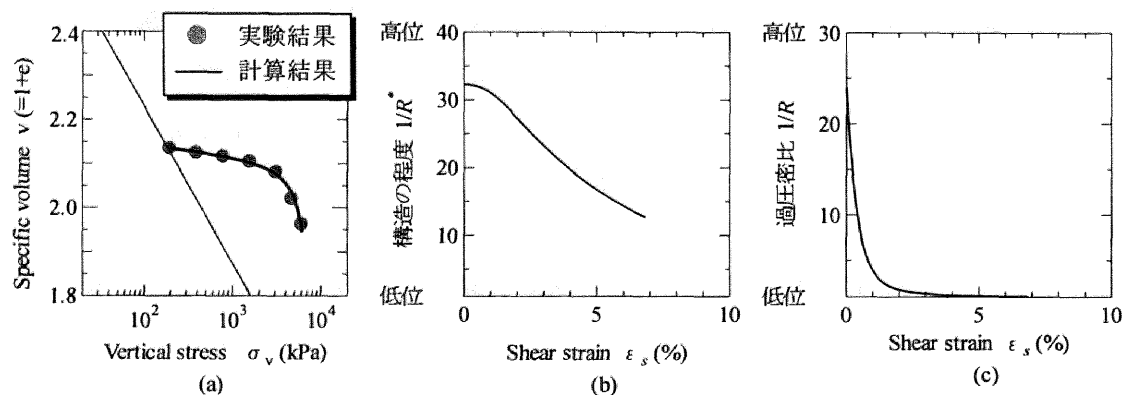


図 5.8 有間川泥岩固結試料の一次元圧縮計算結果

表 5.2 計算に用いた弾塑性パラメータ

	亀山泥岩	有間川泥岩
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.139	0.155
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.007	0.015
限界状態定数 $M$	1.20	1.56
NCL の切片 $N$ ( $q=0, p'=98.1\text{kPa}$ の時の比体積)	1.85	2.20
ポアソン比 $\nu$	0.3	0.3



表 5.3 計算に用いた発展則パラメータ

	亀山泥岩	有間川泥岩
構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )	0.01	0.6
正規圧密土化指数 $m$	1.2	1.6
回転硬化指数 $b_r$	0.001	0.001
回転硬化限界定数 $m_b$	1.0	1.0

表 5.4 計算に用いた初期値

	亀山泥岩	有間川泥岩
初期比体積 $v_0$	1.36	2.13
初期鉛直有効応力 $\sigma'_{v0}$ (kPa)	39.2	196
初期構造の程度 $1/R_0^*$	3.62	32.3
初期過圧密比 $1/R_0$	400.0	24.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0	0.0

### 5.2.3 二重構造の喪失に着目した粉碎泥岩集合体の一次元圧縮挙動

#### (1) 粉碎泥岩集合体の一次元圧縮試験

図 5.9 は固結状態にあった亀山泥岩と有間川泥岩を粉碎して粒径を 1.7mm~2.0mm に調整した泥岩粒集合体（状態②~③）を圧密リング内に緩く堆積させて行った一次元圧縮試験結果（ $v \sim \log \sigma_v$  関係）である。比体積は集合体全体の比体積として計算してある。図中に示す直線は、練返し試料から求めた圧縮線である。両試験とも泥岩粒を緩く詰めて供試体を作製しているため試験開始時の比体積は非常に大きく、練返し試料の圧縮線の上側に大きく嵩張っている。亀山泥岩は供試体作製時の初期比体積は 2.43 であったが、小さな鉛直応力 39.2kPa であっても容易に大圧縮を起こして比体積は 2.12 となり、下に凸の圧縮線を描く。また载荷途中で練返し試料の圧縮線の下側に一度応力状態をとり、その後再び上側に移る。有間川泥岩は亀山泥岩とは異なる圧縮線を描く。鉛直応力が小さい間は圧縮量が小さいが、 $\sigma_v = 200\text{kPa}$  付近から圧縮量が大きくなって次第に練返し試料の圧縮線に漸近していき、全体として上に凸の圧縮線となる。

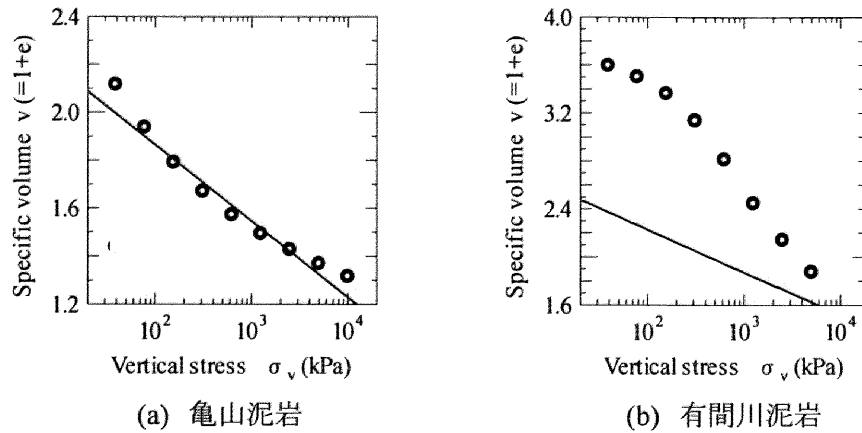


図 5.9 泥岩粉碎集合体の一次元圧縮試験

有間川泥岩粒集合体の圧縮線は 3 章で示した自然堆積粘土の圧縮線によく似ている。しかし亀山泥岩の圧縮線は、載荷途中で練返し試料の圧縮線の下側に応力状態を移すという点で非常に特異である。両泥岩の圧縮の様子を泥岩に特有の二重構造に着目して説明する。図 5.10 は亀山泥岩、図 5.11 は有間川泥岩である。まず亀山泥岩について見る。

- ① 試験開始時は比体積が大きく、間隙は水で飽和されている。この状態において泥岩は、泥岩粒自身の有する構造と粒と粒で構成する構造といった二重構造を形成している。
- ② 亀山泥岩は小さな鉛直応力であっても、容易に泥岩粒が間隙に落ち込み大圧縮を起こす。これはつまり、粒と粒で構成する構造の喪失である。また、亀山泥岩は粘土化しやすいので接触点で粘土化が進み、間隙に（練返し）粘土分が増加する。粘土化とは泥岩粒自身の有する構造の喪失である。
- ③ 鉛直応力が増加すると粘土化が進み、間隙が粘土分で埋まっていく。図を見てもわかるように固結試料、つまり泥岩粒自身の比体積は練返し試料の比体積より小さいので、間隙内の粘土分が増加すると全体としての比体積は、練返し試料と固結試料の中間に位置する。
- ④ 鉛直応力が十分大きくなると固結試料の比体積は練返し試料より大きくなるので、泥岩粒集合体の比体積は再び練返し試料の圧縮線の上側に移る。間隙内の粘土分も圧密が進行するので、全体として固結試料と同じような挙動を示すようになる。

固結試料の圧縮線が練返し試料の圧縮線よりも下側に位置しているため、亀山泥岩粒集合体の圧縮線は練返し試料の圧縮線の下側に状態を取ることがわかった。

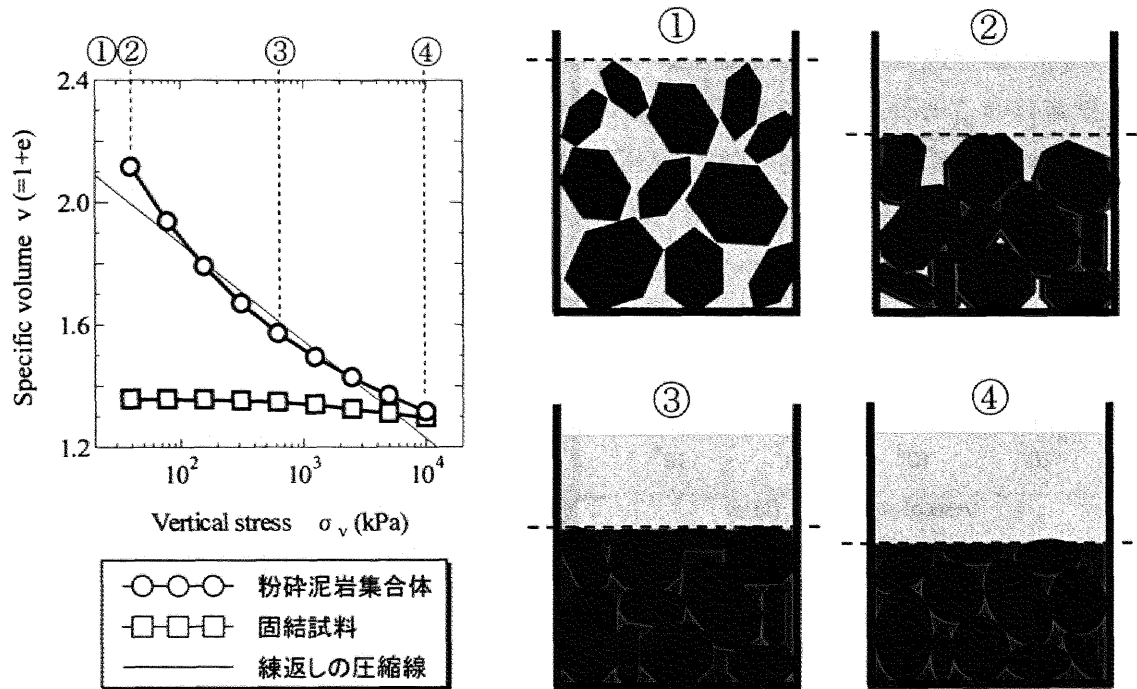


図 5.10 亀山泥岩粒集合体の圧縮の様子

次に有間川泥岩の圧縮の様子も見る。

- ① 亀山泥岩と同じく、試験開始時は比体積が大きくて間隙は水で飽和されている。この状態において泥岩は、泥岩粒自身の有する構造と粒と粒で構成する構造といった二重構造を形成している。
- ② 鉛直応力が増加しても有間川泥岩は亀山泥岩のように簡単には圧縮しない。また有間川泥岩は粘土化しにくいので、間隙はほとんど水である。つまり有間川泥岩は鉛直応力が小さいと、粒自身の有する構造、粒と粒で構成する構造の両方とも喪失しにくい。
- ③ 鉛直応力がさらに増加すると、泥岩粒の落ち込みと接触点での粘土化が徐々に、また同時に進行する。しかしまだ間隙内に水が残っているので全体としての比体積は大きく、練返し試料と固結試料の圧縮線よりも上側に位置する。
- ④ 鉛直応力が十分に大きくなると粘土化が進行し、間隙内の粘土分が増加する。例えば間隙内がすべて粘土分になったとしても、固結試料の比体積は練返し試料の比体積より大きいので、全体としての比体積は2つの間に位置する。

固結試料の圧縮線が練返し試料の圧縮線よりも上側に位置しているため、有間川泥岩粒集合体の圧縮線は、亀山泥岩のように練返し試料の圧縮線の下側に状態をとることはない。

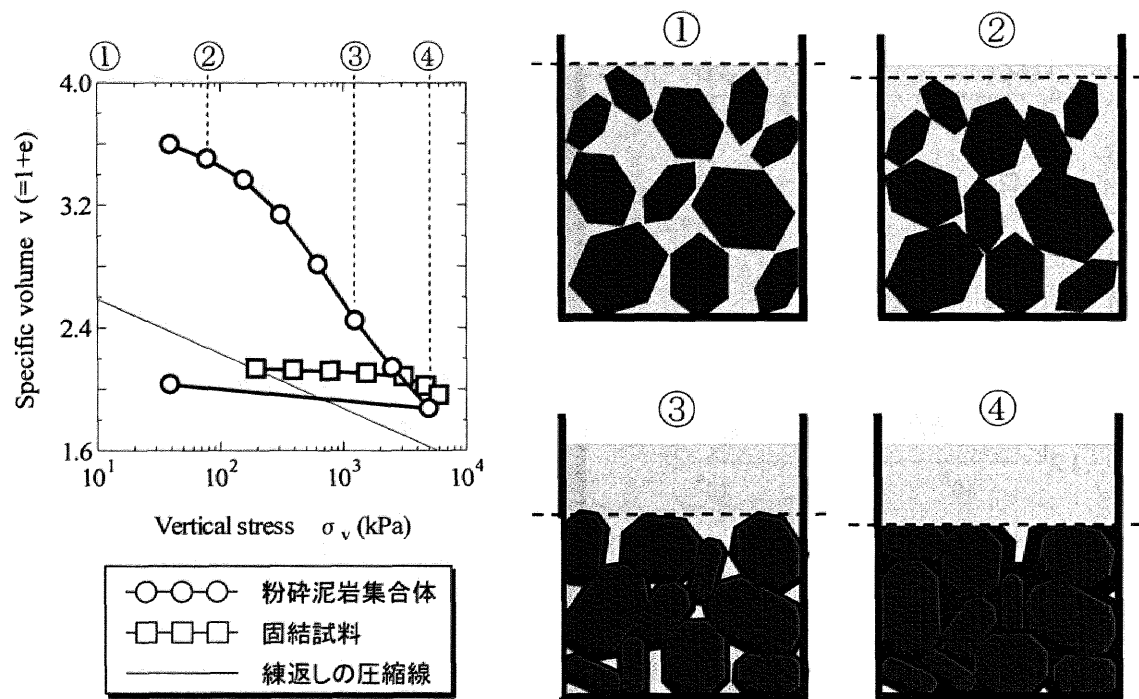


図 5.11 有間川泥岩粒集合体の圧縮の様子

以上から、泥岩粒集合体は2種類の構造を有しており（二重構造）、その喪失の仕方は異なることがわかった。両泥岩を比較してみると、亀山泥岩は粒と粒で構成する構造の喪失が非常に速く、泥岩粒自身の有する構造の喪失が遅いのに対し、有間川泥岩は2種類の構造ともにその喪失が遅いことがわかった。

## （2）泥岩粒集合体の SYS カムクレイモデルによる数値計算

固結試料の一次元圧縮試験の数値シミュレーションを、SYS カムクレイモデルによる構成式の応答として行った。図 5.12 は亀山泥岩の、図 5.13 は有間川泥岩の計算結果である。図(a)に  $v \sim \log \sigma_v$  関係を、(b)(c)には構造と過圧密の推移を示している。なお、図(a)内における実線は計算値、●は実験値である。表 5.4 と表 5.5 に計算に用いた初期値と発展則パラメータを示す。なお、弾塑性パラメータは固結試料のものと同一である（表 5.2）。

過圧密と構造の推移（図中(b)(c)）を固結試料（図 5.7 と図 5.8）と比較してみると、過圧密の解消速度に大きな違いは見られないものの、構造の喪失は泥岩粒集合体の方が速いことがわかる。亀山泥岩と有間川泥岩で比較すると、スケールが大きく異なるのでわかりにくいですが、亀山泥岩の方が構造の喪失が速い。亀山泥岩は小さな塑性変形で容易に構造を喪失して大圧縮を起こし、下に凸の圧縮線を示す。一方で有間川泥岩は亀山泥岩に比べて構造の喪失が遅いので鉛直応力の増加とともに徐々に圧縮し、上に凸の圧縮線となる。

さて、両計算結果を見てみると、有間川泥岩は実験結果を全体にわたってよく再現できて

いるのに対し、亀山泥岩の計算結果は繰返し試料の圧縮線の下側に応力状態をとらず再現しているとは言いがたい。泥岩粒集合体は泥岩粒自身の有する構造と集合体の有する構造、つまり二重構造を有し、またその2つの構造の喪失の仕方は異なる。ところがこの計算では2つの構造の喪失をまとめて考慮に入れて1つとして計算している。5.3.2(3)で述べたように有間川泥岩は2種類の構造の喪失がともに遅いため、構造の喪失速度をまとめて1つとしても挙動を再現できたが、亀山泥岩は2種類の構造の喪失の仕方が大きく異なるので1つの喪失速度では表現できなかったと考えられる。泥岩粒集合体の力学挙動を連続体として記述するためには、別々に喪失する二重構造の影響を考慮に入れる必要がある。

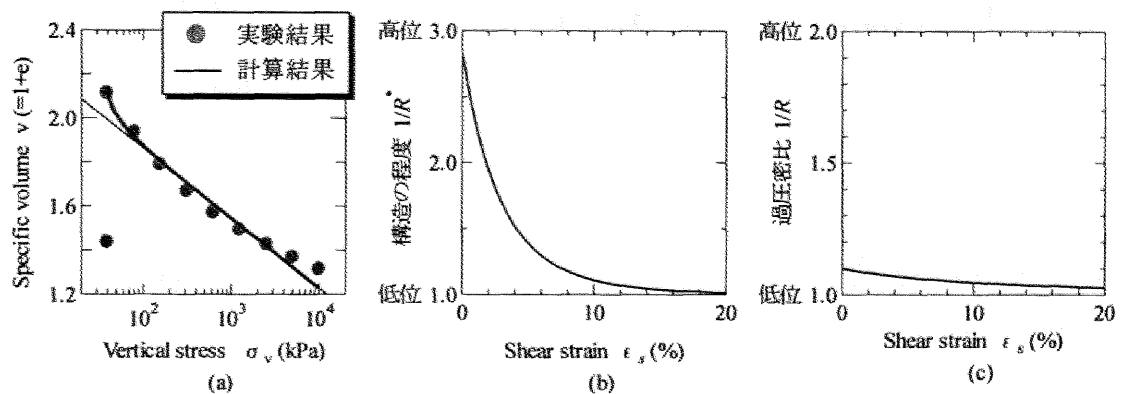


図 5.12 亀山泥岩粒集合体の一次元圧縮計算結果

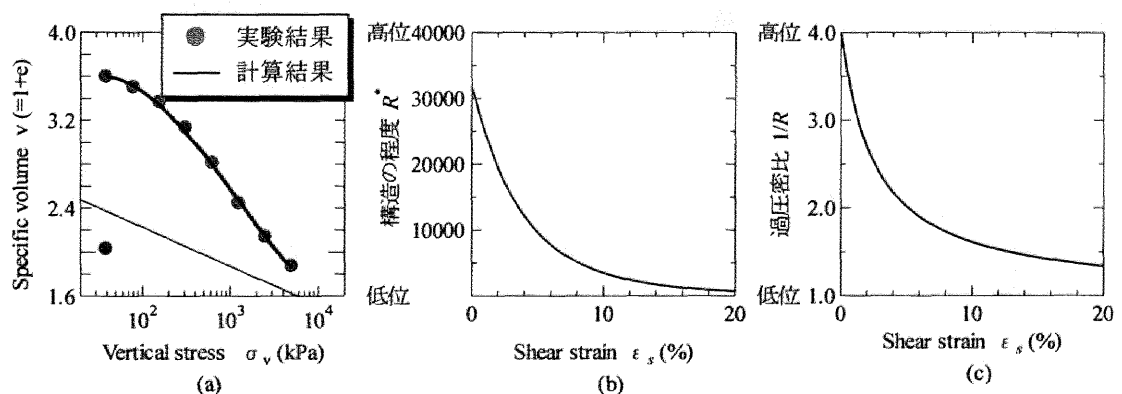


図 5.13 有間川泥岩集合体の一次元圧縮計算結果

表 5.4 計算に用いた発展則パラメータ

	亀山泥岩	有間川泥岩
構造劣化指数 $a$ ( $b=c=1.0$ )	1.2	0.47
正規圧密土化指数 $m$	0.3	0.1
回転硬化指数 $br$	0.001	0.001
回転硬化限界定数 $m_b$	1.0	1.0

表 5.5 計算に用いた初期値

	亀山泥岩	有間川泥岩
初期比体積 $v_0$	2.12	3.60
初期鉛直有効応力 $\sigma'_{v0}$ (kPa)	39.2	196
初期構造の程度 $1/R_0^*$	2.80	31650
初期過圧密比 $1/R_0$	1.1	4.0
初期異方性 $\zeta_0 = \sqrt{2/3\beta_0 \cdot \beta_0}$	0.0	0.0

## 5.2.5 結論

本節では粘土化のしやすさの異なる泥岩の固結試料および粉碎粒集合体を用いて、標準圧密試験を行い、泥岩の一次元圧縮挙動と粘土化のしやすさの違いについて調べた。また SYS カムクレイモデルを用いた数値シミュレーションを行い、SYS カムクレイモデルの適用性について考察した。以下に本節で得られた結論を示す。

### (1) 固結試料の一次元圧縮挙動

- ・粘土化しやすい泥岩の初期状態は比体積が小さく、練返し試料の圧縮線の下側に応力状態を取る。超過圧密状態にあるため鉛直応力が増加しても圧縮量は小さい。
- ・粘土化しにくい泥岩は初期比体積が大きく、練返し試料の圧縮線の上側に応力状態を取り、嵩張った挙動を示す。圧密降伏応力付近までは圧縮量は小さいが、その後鉛直応力の増加とともに圧縮量は増加し、練返し試料の圧縮線に漸近していく。
- ・SYS カムクレイモデルを用いると、粘土化しやすい泥岩は構造の程度が低位で過圧密比が大きいとして、粘土化しにくい泥岩は構造の程度が高位で過圧密比が小さいとして記述可能である。泥岩固結試料はその一次元圧縮挙動から、「構造を有する過圧密粘土」と捉えることができる。粘土化しやすい泥岩は構造の程度が低位なので、塑性変形の進展に伴う過圧密解消によって容易に練返し正規圧密状態に戻るが、粘土化しにくい泥岩は高位構造を有しているので、過圧密はすぐに解消するものの練

返し状態にまでは至らない。

## (2) 緩詰め粉碎泥岩集合体の一次元圧縮挙動

- ・粘土化しやすい泥岩は低鉛直応力でも圧縮量が大きく、下に凸の砂的な圧縮線を描く。鉛直応力の増加とともに一度練返し試料の圧縮線の下側に応力状態を取った後、再び上側に移るといった複雑な挙動を示す。
- ・粘土化しにくい泥岩は練返し試料の圧縮線の上側への嵩張った挙動を示し、上に凸の粘土的な圧縮線を描く。載荷途中で練返し試料の圧縮線の下側に応力状態を移すことはない。
- ・粘土化しやすい泥岩は下に凸の圧縮線を描くので、構造の喪失速度が大きいと考えられる。粘土化しにくい泥岩は上に凸の圧縮線を描くので、粘土化しやすい泥岩に比べて構造の喪失速度は遅い。

## (3) SYS カムクレイモデルへの適用性について

- ・固結試料の一次元圧縮挙動は SYS カムクレイモデルによってよく再現できる。その結果、泥岩の粘土化は「構造を有する過圧密土の練返し正規圧密土化」と捉えることができた。
- ・粉碎泥岩集合体は粒自身の有する構造と粒と粒で構成する構造の 2 つを有している（二重構造）。この二重構造は塑性変形の進展に伴って別々に喪失する。（1）で述べたように粒自身（固結試料）の有する構造の喪失は、粘土化のしやすさに関わらず遅く粘土的である。ところが、粘土化しやすい粉碎泥岩集合体が粒と粒で構成する構造は喪失が速く砂的である。大きく異なる 2 つの構造喪失速度をまとめて 1 つとして計算したため、その挙動を再現することができなかった。一方、粘土化しにくい泥岩は 2 種類の構造の喪失がともに遅い（粘土的）ので、まとめて 1 つとしてもよく再現することができた。
- ・粉碎泥岩集合体の挙動を SYS カムクレイモデルによって再現するためには、2 種類の構造の喪失を別々に考慮する必要がある。

### 5.3 骨格構造の程度とその喪失の仕方に着目したロームの力学挙動

愛鷹ロームは愛鷹山の山麓斜面上に、富士山や箱根火山から噴出した火山灰などのテフラ（火山砕屑物）が堆積してできた風化土である。試験で使用した試料は、静岡県沼津市第2東名高速道路建設現場の切土斜面から採取した。愛鷹ロームの地盤工学的特異挙動は、①自然状態で液性限界と同等あるいはそれ以上の高含水比を保持する、②乱したときの強度低下、③乾燥の影響や練返しの程度による締固め曲線の変化<sup>6,7)</sup>などが知られている。このような特異性によって、急速施工におけるトラフィカビリティの保持や盛土の締固め管理の困難性などが東名高速道路の築造時等に観測されている。

愛鷹ロームの物性を調べるために、密度試験および液性限界・塑性限界試験を行った。愛鷹ロームはペッド構造を保持しやすく非自由水を多く含むといわれている。物理試験を行う際には十分に捏ねくり返してペッド構造をほぐし、非自由水の自由水化に努めた。物理的指標を表5.6に示す。塑性図による分類によると、液性限界が非常に大きいので圧縮性が高く、また塑性指数が大きいことから塑性が大きく粘性に富んでいることがわかる。

表 5.6 愛鷹ロームの物理的性質

	愛鷹ローム
土粒子の密度 $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2.64
液性限界 $w_L$ (%)	221.6
塑性限界 $w_p$ (%)	125.7
塑性指数 $I_p$	95.9

本節では、練返し・再構成・不攪乱試料を用いた標準圧密試験および非排水三軸圧縮試験を行って愛鷹ロームの力学特性を把握するとともに、粘土と比較することによってSYSカムクレイモデルの適用性について考察する。

#### 5.3.1 愛鷹ロームの一次元圧縮特性

愛鷹ロームの不攪乱試料、再構成試料および練返し試料を用いて標準圧密試験を行った。図5.14は圧縮特性を把握するために、比体積 $v$ ～鉛直応力 $\sigma_v$ 関係で整理したものである。練返し試料の圧縮線は载荷中ほぼ1つの直線上にのっており、試料作製段階において十分に捏ねくり返したことから、サンプリング時に有していた構造がほとんどなくなっていると考えられる。再構成試料、不攪乱試料は練返し試料に比べて嵩張った挙動を示しており、構造を有していることが確認できる。またその程度は不攪乱試料の方が大きい。不攪乱試料は载荷とともに圧縮量が増加して次第に練返し試料の圧縮線に漸近していくものの、試験終了時



でもまだ若干嵩張ったままであり、 $\sigma_v = 10045 \text{ kPa}$  でも構造が完全には喪失していない。再構成試料も不攪乱試料と同じように、載荷とともに練返し試料の圧縮線に近づいていくものの、その漸近の仕方は緩やかである。愛鷹ロームが有する構造は手で長時間捏ね繰り返し、大きなせん断力を与えることによって喪失し練返し状態になるが、一次元圧縮試験では完全には喪失しないことがわかる。3章で示した全ての粘土の試験結果では高応力下 ( $\sigma_v = 10045 \text{ kPa}$ ) では不攪乱試料であっても初期に有していた構造を喪失し、練返し試料の圧縮線に重なっていた。愛鷹ローム不攪乱試料は高位な構造を有しているが、粘土に比べてその喪失が遅いと考えられる。また、図から愛鷹ロームの比体積が状態に依らず 5~7 と非常に大きいことがわかる。練返し試料の圧縮線の傾きから求めた  $\tilde{\lambda} = 0.75$  であり、愛鷹ロームの圧縮性が非常に高いことがわかる。

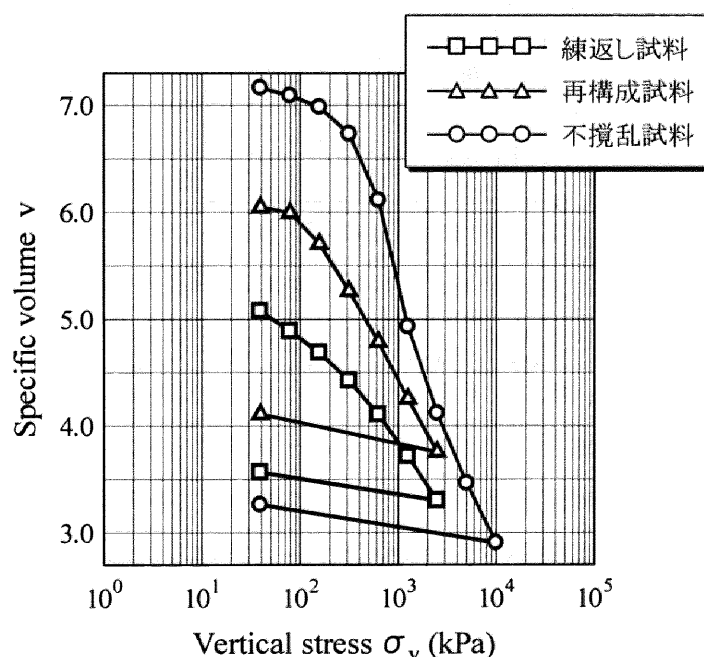


図 5.14 愛鷹ロームの圧縮特性 ( $v \sim \log \sigma_v$  関係)

図 5.15 は圧密特性について把握するために、2 次圧密係数  $C_\alpha$  ~ 鉛直応力  $\sigma_v$  関係で整理した図である。練返し試料の  $C_\alpha$  はすべての載荷段階において 0.02 程度と非常に小さい値を示している。不攪乱試料の  $C_\alpha$  は鉛直応力が小さく過圧密状態にあるうちは非常に小さい値を示す。ところが見かけの先行圧密応力付近から  $C_\alpha$  は大きくなり、 $\sigma_v = 1256 \text{ kPa}$  以降は約 0.08 となる。構造の喪失時に土は残留沈下を生じ、 $C_\alpha$  の値は大きくなる。 $v \sim \log \sigma_v$  関係図からもわかるように、愛鷹ロームは構造の喪失が粘土に比べて遅く、ゆっくりと練返し試料の圧縮線に漸近していく。 $C_\alpha$  の値がずっと大きいことから、その過程において残留沈下を生じていることがわかる。再構成試料は不攪乱試料ほどではないものの練返し試料よりも大きな

値を示している。 $v \sim \log \sigma_v$  関係から明らかなように不攪乱試料よりは構造の程度が小さいため、また練返し試料の圧縮線への近づき方も急勾配でないため、 $C\alpha$  の値も不攪乱試料よりは小さくなっていると考えられる。

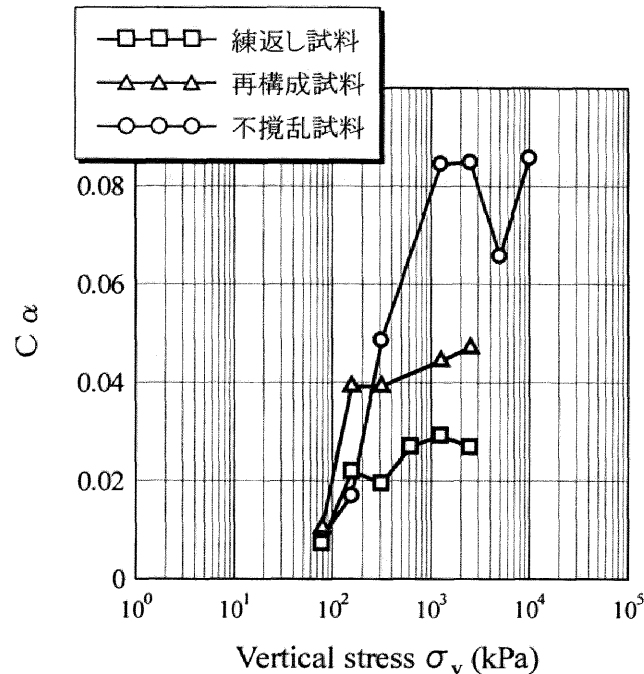
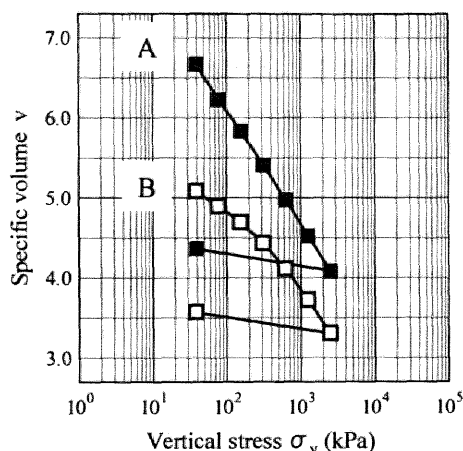
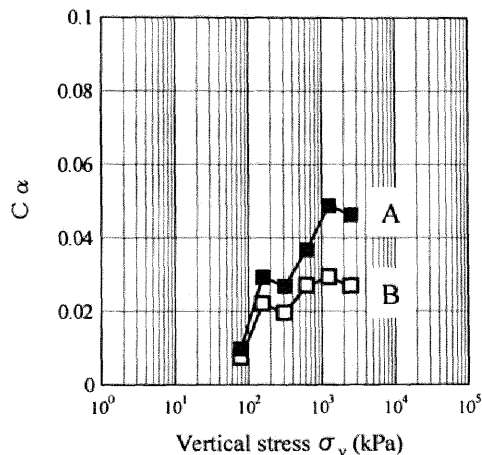


図 5.15 愛鷹ロームの圧密特性 ( $C\alpha \sim \log \sigma_v$  関係)

標準圧密試験を行う際は試験結果の再現性確保のため、同一試料を用いて同時に 2 つの試験を実施している。図 5.16 は同時に行った愛鷹ローム練返し試料の標準圧密試験結果である。不攪乱試料、再構成試料では同時に行った 2 つの試験結果で大きな違いは生じなかったが、愛鷹ローム練返し試料では図を見ると明らかなように大きな違いが生じている。 $v \sim \log \sigma_v$  関係を見てみると、A の挙動 (■) は B の挙動 (□) に対して同鉛直応力のときに比体積が大きく、また鉛直応力の増加とともに 2 つの直線が近づいている。 $C\alpha \sim \log \sigma_v$  関係を見てみると、B が 0.02 でほぼ一定値であるのに対し、A の  $C\alpha$  は大きい。A の挙動は正に、構造を有する「嵩張った」土の挙動と同じである。そして、これは練返し試料作製時の捏ねくり返しの程度の差だと考えられる。ロームはベッド構造を形成しやすいため、練返し試料作製時には十分に捏ねくり返してベッド構造をほぐす必要がある。A は試料作製時に十分に捏ねくり返されず、ベッド構造が残っていたために「嵩張った」挙動を示したと考えられる。ロームの有するベッド構造は、SYS カムクレイモデルでは構造概念を用いることによって表現可能である。また、最初に愛鷹ローム不攪乱試料は高位構造を有しているがその喪失は遅く、高鉛直応力下でもまだ構造を有していると考えた。愛鷹ロームは構造が喪失しにくいので練返し試料作製時においても十分に捏ねくり返さないといけなかったことが試験からわかった。



(a) 圧縮特性  $v \sim \log \sigma_v$  関係



(b) 圧密特性  $C_\alpha \sim \log \sigma_v$  関係

図 5.16 捏ね繰返しの程度の異なる愛鷹ロームの一次元圧縮挙動

### 5.3.2 愛鷹ロームの非排水せん断特性

愛鷹ローム不攪乱試料を用いて異なる有効拘束圧で等方圧密した後で、側圧一定非排水三軸圧縮試験を行った。試験結果を表 5.7、図 5.17 に示す。粘土との比較のため 3 章で示した常磐粘土不攪乱試料の試験結果を図 5.18 に再掲する。有効応力パスにおいて、拘束圧の小さい愛鷹ローム不攪乱[1]は  $p'$  の増加を伴う  $q$  の増加を示した後  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少を示している点、また拘束圧の大きい愛鷹ローム不攪乱[3]は  $p'$  が減少し続けながら  $q$  がピークを示している点から、愛鷹ロームは常磐粘土と良く似た、構造を有する粘土の非排水せん断挙動を示しているように見える。しかし  $q \sim \varepsilon_a$  関係を見てみると、常磐粘土は  $q$  がピークを示した後、緩やかに減少しているのに対し、愛鷹ロームは  $q$  の減少が急である。実は愛鷹ロームは、 $\varepsilon_a = 2 \sim 4\%$  ですでにせん断面に沿ってが生じ脆性破壊していた。 $q$  が減少しているように見えるのは脆性破壊の影響であり、もはや要素試験として捉えることのできない部分である。(1) の標準圧密試験から、愛鷹ロームは高位構造を有しているがその喪失が遅いことがわかっている。愛鷹ロームの有する構造はせん断時になかなか喪失せずに変形に対して耐えてしまい、応力が大きくなりすぎると突然いわゆる座屈が生じて破壊してしまったと考えられる。愛鷹ローム不攪乱[1][2]に対して、[3]はまだ  $q$  の減少が緩やかなのは、等方圧密によって構造が喪失し、その程度が低位になっているからだと考えられる。

以上から、愛鷹ロームは SYS カムクレイモデルに基づく「高位構造を有しているがその喪失は遅い粘土」として捉えることができる。

表 5.7 愛鷹ローム不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験初期値

試験名	拘束圧 $p'$ (kPa)	比体積 $v$
愛鷹ローム不攪乱[1]	49	7.73
愛鷹ローム不攪乱[2]	98	7.08
愛鷹ローム不攪乱[3]	294	6.24

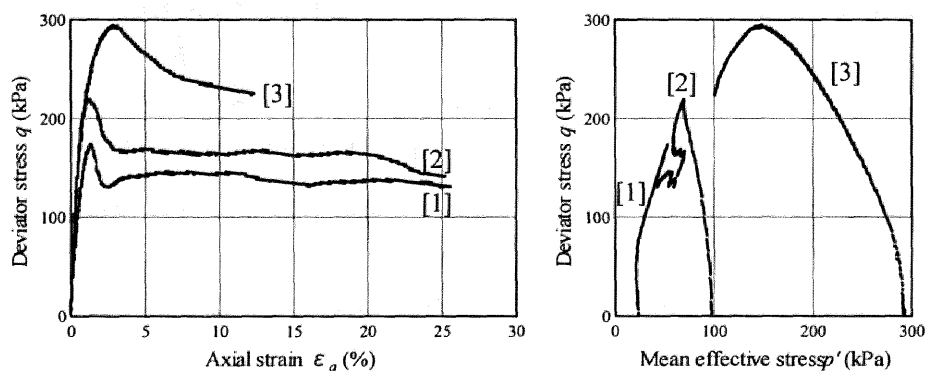


図 5.17 愛鷹ローム不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験

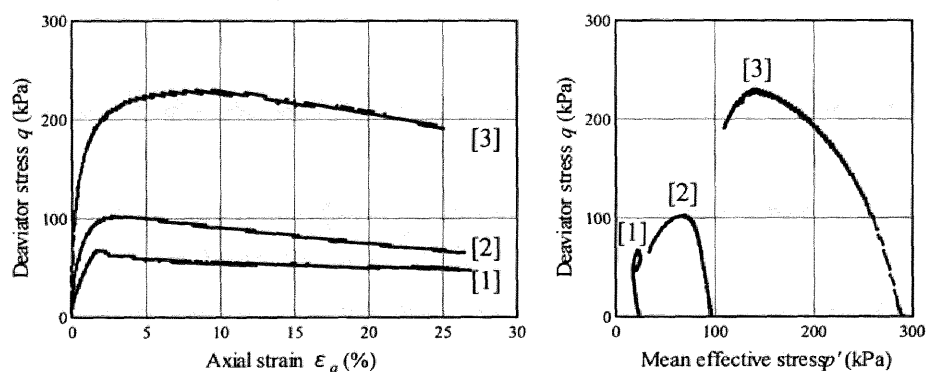


図 5.18 常磐粘土不攪乱試料の非排水三軸圧縮試験

### 5.3.3 結論

本節では特殊土に分類される愛鷹ロームの練返し・再構成・不攪乱試料を用いて、標準圧密試験および非排水三軸圧縮試験を実施した。そして愛鷹ロームの力学挙動把握を行うとともに、SYS カムクレイモデルに基づいて解釈し、SYS カムクレイモデルの適用可能性を調べた。その結果、ロームの特徴でもあり、ロームを地盤材料として取り扱う際の問題となるベッド構造は、SYS カムクレイモデルに基づく「喪失の遅い高位構造」として捉えることが

できる。以下に本節で得られた結論を示す。

#### (1) 一次元圧縮挙動について

- ・愛鷹ロームの比体積は練返し試料であっても 5.0 程度あって大きい。構造を有する不攪乱試料では比体積は 7.0 を超える。愛鷹ロームは、圧縮指数  $\tilde{\lambda} = 0.75$  と非常に大きく、圧縮性が高いことがわかる。
- ・再構成試料、不攪乱試料は練返し試料の圧縮線に対して嵩張った挙動を示し構造を有していることがわかる。しかしその喪失は遅く、 $\sigma_v = 10045\text{kPa}$  の高鉛直応力下でもまだ構造が残っている。
- ・愛鷹ローム不攪乱試料の有する構造の喪失は遅いので、高鉛直応力下においても  $C\alpha$  の値は大きく、残留沈下を生じる。
- ・愛鷹ロームはペッド構造を有するので、練返し試料を作製する際には十分に捏ねくり返す必要がある。捏ねくりかえしの程度が小さいと「嵩張った」土の挙動を示す。

#### (2) 非排水せん断挙動について

- ・構造を有する粘土では、構造喪失しながら供試体の変形が進展するので、軸差応力  $q$  は緩やかに減少する。しかし愛鷹ロームは、高位構造を有しながらもその喪失が非常に遅いので、構造喪失よりも供試体の変形が卓越して座屈を生じてしまい、脆性破壊を起こす。

#### (3) SYS カムクレイモデルへの適用性について

- ・愛鷹ローム不攪乱試料は、「高位構造を有するがその喪失は非常に遅い粘土」として、SYS カムクレイモデルでは捉えることができる。

## 5.4 結論

本章では特殊土に分類される泥岩とロームを取り上げ、その力学挙動把握を行うと同時に、SYS カムクレイモデルの適用性について調べた。SYS カムクレイモデルは、骨格構造（過圧密・構造・異方性）の程度によって練返し試料から不攪乱試料までの異なる初期状態を一組の材料定数群で表現でき、さらに典型的粘土と典型的砂を骨格構造の発展則の違いによって区別する。本章で用いた泥岩固結試料の一次元圧縮挙動や愛鷹ロームの一次元圧縮挙動および非排水せん断挙動は、骨格構造の程度および発展則を選ぶことによって、SYS カムクレイモデルで表現可能である。しかし、SYS カムクレイモデルでは構造の発展則は1つしか用意していないので、粉碎泥岩集合体のように別々に喪失する2種類の構造（二重構造）を有する土の挙動を計算で再現することは難しい。ところが、現在のモデルでは計算で完全に再現することはできないが、その挙動を骨格構造の発展に着目して説明することはできる。

特殊土はこの他にも、高有機質土、しらす、まさ土などがあり、それぞれが特殊な力学挙動を示すことから基準外の試験方法を適用するなど、その地盤工学的性質の評価は困難である。また、粗粒土と細粒土の混合した中間土も特殊土と同様の扱いである。実際の現場で用いる埋立て土のほとんどは、粘土と砂の区別など意識せずに様々な種類の土が適当に混ざった中間土を用いている。そのため中間土の力学挙動の把握は非常に重要である。今後、様々な特殊土・中間土を用いてその力学挙動を把握に努め、必要に応じてモデルの拡張を行いながら、SYS カムクレイモデルを用いて表現していく。

## 参考文献

---

- 1) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1998) : Super loading yield surface concept for the saturated structured soils, *Proc. of the fourth European conference on numerical methods in geotechnical engineering NUMGE98*, pp.232-242.
- 2) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000) : Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils & Foundations*, No.40, Vol.2, pp.99-110.
- 3) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M. (2002) : An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, Vol.42, No.5, pp.47-57.
- 4) 中野正樹, 中井健太郎 (2003) : 初期構造が第三紀泥岩の粘土化におよぼす影響, 応用力学論文集, Vol.6, pp.419-426.
- 5) Matsukura, Y. and Yatsu, E. (1982) : Wet-dry Slaking of Tertiary Shale and Tuff, *Trans., Japanese Geomorphological Union*, 3-1, pp.25-39.
- 6) 高速道路調査会 (1973) : 関東ローマの土工—その土質と設計施工, 共立出版, pp.293.
- 7) 地盤工学会 (2000) : 土質試験の方法と解説, pp.213-246, 727-761.
- 8) 土質工学会 (1982) : 土質工学ハンドブック, pp.21-22.
- 9) 三木幸蔵 (1978) : わかりやすい岩石と岩盤の知識, 鹿島出版会, pp.21-29.
- 10) 土質工学会 (1987) : 土質工学ライブラリー30 堆積軟岩の工学的性質とその応用
- 11) Nakano, M., Asaoka, A. and Dan Constantinescu, T. (1998) : Delayed compression and progressive failure of the assembly of crushed mudstone due to slaking, *Soils & Foundations*, No.38, Vol.4, pp.183-194.
- 12) 中野正樹, 中井健太郎 (2003) : 初期構造が第三紀泥岩の粘土化におよぼす影響, 応用力学論文集, Vol.6, pp.419-426.
- 13) Matsukura, Y. and Yatsu, E. (1980) : The influence of slaking susceptibility of rocks on the formation of Hoodoos in Drum Heller badlands Alberta Canada, *Transactions of Japanese Geomorphological Union*, Vol.17, pp.107-121.
- 14) 西大介 (2001) : 泥岩母岩のスレーキングのしやすさの違いが泥岩碎石集合体の力学挙動に与える影響に関する研究, 名古屋大学修士論文.





## 第 6 章 結論

本論文の目的は、骨格構造の発達した自然堆積土の挙動を表現しうる弾塑性構成式 SYS カムクレイモデルの構築と、SYS カムクレイモデルに基づいて粘土と砂の違いを弾塑性力学の言葉で説明することである。さらに各種土材料の実験からその力学挙動を把握し、SYS カムクレイモデルの適用性について調べた。以下に得られた結論を章ごとに追って説明する。

第 2 章では SYS カムクレイモデルの定式化を行った。今から約 45 年前に打ち立てられたカムクレイモデルは土の圧密とせん断を統合して考えることのできる世界で最初の弾塑性構成式として有名である。しかしカムクレイモデルでは、①降伏面内部では必ず弾性応答を示す、②硬化/軟化の境界線と塑性圧縮と塑性膨張の境界線はともに共通  $q = Mp'$  で変化することはない、③硬化は必ず塑性圧縮を伴い軟化は必ず塑性膨張を伴うため、骨格構造（過圧密・構造・異方性）の発達した自然堆積土の挙動を再現することはできなかった。そこで自然堆積土の挙動を表現するために、カムクレイモデルを基礎として過圧密を表現するために下負荷面、構造を表現するために上負荷面、異方性を表現するために回転硬化概念を導入して Super/subloading Yield Surface Modified Cam-clay model（略して SYS カムクレイモデル）の定式化を行った。骨格構造概念の導入によって、①降伏面内部での弾塑性応答を許す、②硬化/軟化の境界線  $q = M_s p'$  と塑性圧縮/塑性膨張の境界線  $q = M_a p'$  が別々に存在し、 $q = M_s p'$  は過圧密比  $R$ 、構造の程度  $R^*$ 、異方性の発達度合い  $\beta$  および現応力  $\eta$  によって複雑に変化し、 $q = M_a p'$  は異方性の発達/消滅によって増減する、そのため③カムクレイモデルでは表現することのできなかった塑性圧縮を伴う軟化挙動や塑性膨張を伴う硬化挙動を表現することができるようになった。また SYS カムクレイモデルの最大の特徴でもあるが、骨格構造の発展の速さは発展則によって制御され、発展則を任意に選ぶことによって各種土材料を 1 つのモデルを用いて統一的に表現することができる。具体的には、典型的粘土は過圧密解消が構造喪失より卓越して異方性の発達が非常に遅い、典型的砂は構造喪失が過圧密解消より卓越して異方性の発達が速いとして記述可能である。続いて、各種土材料の詳しい力学特性の把握および SYS カムクレイモデルの適用性について調べた。

第 3 章では粘土の力学挙動について詳しく調べた。粘土試料は構造の程度の違う 3 種類の試料を用いた。不攪乱試料とは現地盤からできるだけ乱さないように採取した試料、練返し試料とは不攪乱試料の含水比を保ったまま十分に捏ねくり返して作製した試料、再構成試料とは練り返した試料に水を加えてドロドロにし、予備圧密槽内で再圧密して作製した試料である。標準圧密試験結果から、練返しの圧縮線は載荷初期から直線であり試料作製段階において構造は喪失していたと考えられる。再構成試料、不攪乱試料は練返しの圧縮線に対して嵩張った挙動を示し構造を有していることがわかった。またその程度は不攪乱試料の方が大きい。一度練り返した試料であっても再圧密する過程において構造が発達することがわかった。再構成試料であっても不攪乱試料であっても、鉛直応力が増加して塑性変形が進むと構

造は次第に喪失して繰返しの圧縮線に近づき、高鉛直応力では全ての試験結果が一致していた。さらに、各載荷段階終了時の沈下曲線の傾き  $C\alpha$  を調べた。過圧密状態ではどの試料も  $C\alpha$  の値は小さいが、構造が高位な試料はその喪失時に  $C\alpha$  が大きくなり残留沈下の恐れが大きいことがわかった。続いて不攪乱試料を用いて行った圧密圧力の異なる非排水三軸圧縮試験では、過圧密試料は  $p'$  の増加を伴う  $q$  の増加を示した後の  $p'$  の減少を伴う  $q$  の減少、正規圧密試料は  $p'$  が減少し続ける中で  $q$  が減少を示すといった繰返し正規圧密土では見られない挙動を示した。さて、以上の不攪乱試料の実験結果（標準圧密試験と拘束圧の異なる非排水三軸圧縮試験）の SYS カムクレイモデルを用いた数値的表現を試みた。弾塑性パラメータは繰返し試料の標準圧密試験と再構成試料の非排水三軸圧縮試験から求め、初期値は低拘束圧状態（10kPa）として等方圧密圧力を変えることによって異なる初期状態を計算機の中で作製した。その結果、SYS カムクレイモデルは一組の材料定数群と一組の初期値を用いて、一次元圧縮挙動から拘束圧の異なる非排水せん断挙動までを統一的に表現することができることがわかった。また発展則パラメータを変えることによって、洪積粘土や沖積粘土といった種類の異なる粘土の挙動も表現可能であることを示した。続いて塑性指数の異なる粘土を用いて再構成試料を作製し、塑性指数の違いが粘土の力学挙動に与える影響について調べた。その結果再構成試料作製時に、高塑性な粘土は構造が発達しやすいが、異方性は発達しにくい、低塑性な粘土は逆に構造は発達しにくい、異方性は発達しやすいことがわかった。

第 4 章では砂の力学挙動について詳しく調べた。これまで砂の研究では非排水条件下での不安定現象、つまり液状化に重点が置かれていたため、「パラメータは密度依存」の制約がついてしまい、砂の典型的挙動である締固め（繰返し載荷に伴う緩詰め砂の大圧縮挙動）の計算は行われてこなかった。しかし SYS カムクレイモデルでは、微小な応力振幅での繰返し排水せん断を行うことによって締固めを模擬することができた。そして締固めは緩詰め砂が初期に有している高位構造の喪失が原因であり、繰返しによって過圧密が次第に蓄積していくことがわかった。またこのことから、緩詰め砂は高位構造で過圧密比が小さい、密詰め砂は低位構造で過圧密比が大きいとして記述できることがわかった。続いて砂の密度の違いによる力学挙動の把握を行うために、初期比体積の異なる砂の非排水三軸圧縮試験を行った。緩詰め砂の有効応力パスは  $p'$  の減少を伴いながら  $q$  が増加してピークを示し、その後  $q = p' = 0$  付近まで減少し続け、密詰め砂の有効応力パスは  $q$  はせん断中減少せずに  $p'$  の増加を伴いながら増加し続ける。そして中詰め砂の有効応力パスは  $q$  が減少した後、 $p'$  の増加を伴いながら再び  $q$  が増加していくことがわかった。この初期比体積の異なる砂の非排水三軸圧縮試験の SYS カムクレイモデルを用いた数値的表現を試みた。初期値は低拘束圧で超緩詰りを想定し、締固め回数と等方圧密圧力を変えることによって異なる初期状態を計算機の中で作製した。その結果、緩詰め砂は塑性圧縮を伴う軟化を、そして密になるほど塑性膨張を伴う硬化を示すことがわかった。SYS カムクレイモデルは、一組の材料定数群と一組の初期値を用いて比体積の異なる砂の挙動を表現できる。砂は、この密度依存と並んで有効拘束圧依存性も

あると言われている。そこで同一比体積下で有効拘束圧の異なる砂の非排水三軸圧縮試験およびSYSカムクレイモデルを用いたその計算を行った。その結果、有効拘束圧が大きいと緩詰め砂に相当し、逆に有効拘束圧が小さいと密詰めに相当することがわかった。ここまで述べた締固め挙動とならんで砂の特徴的挙動として有名なのは液状化挙動である。まったく別の現象に見える両現象が実は構造喪失と過圧密蓄積が原因となる、境界条件の差異のみによる表裏一体の現象であることを示した。また境界非排水条件のもと有限要素計算を行い、たとえ境界非排水とは言え、境界内部で排水して締固まっている部分があれば、逆に周りから吸水して膨潤し液状化している部分もあることを示した。締固めと液状化は水のやり取りの違いによる表裏一体の現象であり、締固まるか液状化するかは計算してみないとわからない。最後に砂の力学挙動に大きな影響を与える粒径分布に着目し、粒径分布の異なる砂の力学挙動把握およびSYSカムクレイモデルを用いた数値的表現を行った。そして、粒径分布と発展則パラメータには関連があり、粒径分布がなだらかなほど構造喪失が速くて過圧密解消が遅いこと、逆に粒径分布が揃っているほど構造喪失が遅くて過圧密解消が速いことがわかった。その結果同程度に緩い砂ならば、粒径分布がなだらかなほど締固まり易く、液状化しにくいことがわかった。

第5章ではこれまで構成式研究ではあまり扱われてこなかった特殊土として泥岩とロームを取り上げ、その力学挙動を把握するとともにSYSカムクレイモデルの適用性について調べる。泥岩は膨潤性鉱物を含んでおり、せん断とともに周りから吸水すると練返し正規圧密土化（粘土化）する。しかし粘土化のしやすさは泥岩によって異なる。固結状態だと粘土化しやすい泥岩は初期構造の程度が低位で過圧密比が大きいとして、粘土化しにくい泥岩は初期構造の程度が高位で過圧密比が小さいとしてSYSカムクレイモデルを用いて記述できる。固結試料の一次元圧縮挙動はSYSカムクレイモデルを用いて再現することができたが、粉碎泥岩集合体の一次元圧縮挙動を完璧に再現することはできなかった。粉碎泥岩集合体は、粒自身の有する構造と粒と粒で構成する構造の2種類を有している（二重構造）といった特徴を持ち、2種類の構造が塑性変形の進展とともに別々に喪失していく。SYSカムクレイモデルでは、別々に喪失する二重構造の影響を考慮することができないのが理由である。続いて愛鷹ロームを用いて標準圧密試験および非排水三軸圧縮試験を行い、粘土の実験結果と比較することによってSYSカムクレイモデルへの適用可能性について調べた。その結果、愛鷹ロームは「高位構造を有しているがその喪失が遅い粘土」として記述できると考えられる。愛鷹ロームは高位構造を有しているが喪失が遅いので、標準圧密試験においては高鉛直応力下でも嵩張った挙動をなお示しており $C\alpha$ の値も大きい。また非排水三軸圧縮試験では、構造喪失よりも供試体の変形が卓越してしまい、小さな軸ひずみ（塑性変形）で座屈して脆性破壊を生じてしまう。

以上からSYSカムクレイモデルは、粉碎泥岩集合体に見られる二重構造の影響は表現できないものの、粘土から砂まで、そして固結状態にある泥岩やロームの力学挙動を1つのモデ

ルを用いて記述できることがわかった。またその際の計算には、一組の材料定数群と一組の初期値を用いることによって、状態の異なる様々な挙動を統一的に表現できることがわかった。しかしまだモデルは完全とは言えず、さらなる工夫・改良が必要である。最後に現在改良中の2点を示す。

#### (1) 負荷中に増加する構造の程度

構造はその堆積過程において発達すると考えられる。現在のモデルでは、負荷によって構造は喪失する一方で、除荷しても蘇ることはないとしている。単調載荷時はこれでも良いのだが、繰返し載荷時を考えてみる。図 6.1 は中詰め砂の非排水繰返し三軸圧縮/伸張試験結果である。緩詰め砂では繰返し回数の増加とともに有効応力は原点  $q = p' = 0$  まで減少し、その後は繰り返しても応力の応答が得られなかったが、中詰め砂では一度原点に到達した後も  $p'$  の増加を伴う  $\|q\|$  の増加と  $p'$  の減少を伴う  $\|q\|$  の減少を繰り返す。この挙動をサイクリックモビリティと呼ぶ。 $q \sim \varepsilon_a$  関係を見てみると、サイクリックモビリティ中は繰り返すにつれて軸ひずみが少しずつ大きくなっている様子が伺える。

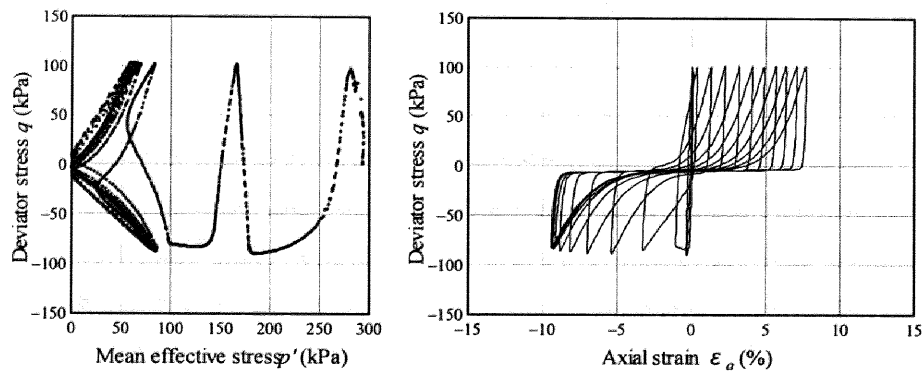


図 6.1 中詰め砂の非排水繰返しせん断時に見られるサイクリックモビリティ

ここでサイクリックモビリティ中の供試体の様子を考えてみる。原点に応力状態がある時は拘束力がないので供試体内の砂は液体状だと考えられる。その状態から再び  $\|q\|$  が増加する際に、砂は供試体内で再堆積して構造が高位化しているとも考えられる。そこで構造の発展則  $\dot{R}^*$  として次式を考える。

$$\dot{R}^* = JU^* \left( A \|D_s^p\| - B D_v^p \right) \quad (A, B \text{ は正の定数}) \quad (6.1)$$

この式の意味するところは、塑性体積膨張が生じたときに構造が高位化する可能性があるということである。

## (2) 繰返し応力履歴を受けた砂の非排水せん断挙動

せん断挙動はその前に受けた応力履歴の影響を受けるとよく言われている。図 6.2 は排水繰返しせん断履歴を受けた後の砂の非排水せん断試験結果である。繰返し回数が多くなるにつれて有効応力パスの初期立ち上がりが右へ傾いていくことがわかる。これまでのモデルでは、せん断初期は必ず塑性圧縮を示すので非排水条件（体積変化なし）では、必ず弾性膨張を示さなくてはならなかった。つまり  $p'$  は最初必ず減少しなくてはならなかった。そのため図 6.2 のように初期に  $p'$  が増加するような非排水せん断パスを表現するために、次の 2 点の方法を考えている。1 つ目は、相似中心面の移動を考慮した移動硬化則を橋口に倣って導入することである。下負荷面の相似中心の移動によって、せん断開始とともに塑性膨張を示すことができ、図 6.2 のような挙動も再現できると考えている。2 つ目は、異方弾性体の概念の導入である。弾性挙動時に異方性の進展があるとするすることで、これまでできなかった挙動も表現できると考えている。しかし、これらはあくまで構想中であり、今後更なる検討を行ってから、構成式に導入していく予定である。

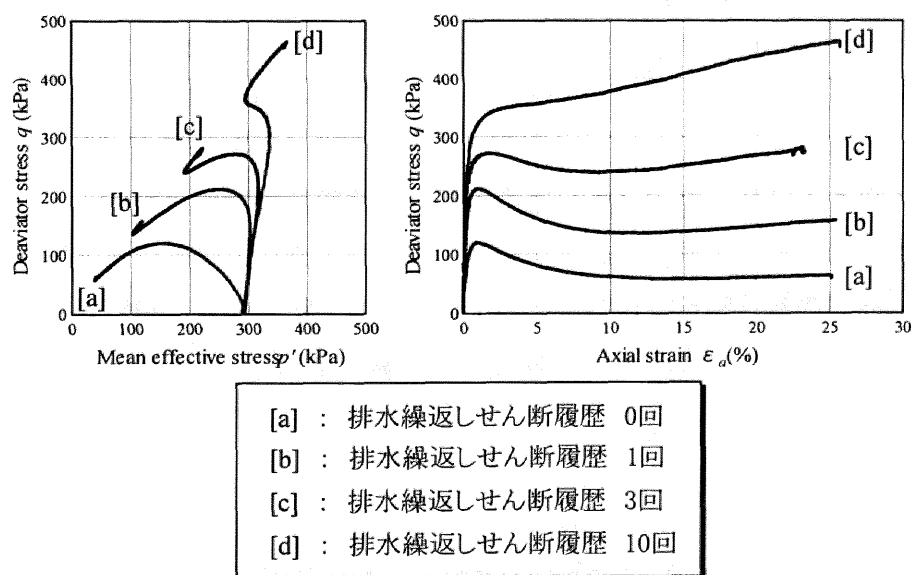


図 6.2 応力履歴を受けた砂の非排水三軸圧縮試験



## 謝辞

本論文は筆者が名古屋大学大学院博士前期課程 2 年間および後期課程 3 年間において行った研究成果をまとめたものです。本論文を作成するにあたって、多大なる御指導・御鞭撻を賜りました名古屋大学 浅岡顕教授、中野正樹助教授、野田利弘助教授に深く感謝いたします。

浅岡先生は筆者に本研究のテーマをお与えくださり、本研究全般にわたり暖かく、丁寧な御指導を賜りました。筆者が研究室に配属して間もない頃、浅岡先生に「粘土と砂は何が違うのか」と問われ、答えに窮したのを覚えています。当時の筆者は土の区別を感覚的にしか行っておらず、先生から御教示頂いた「粘土と砂の弾塑性力学に基づく区別」に深く感銘を受けました。本論文の出発点はここにあったと筆者は常に思っています。また、先生からはゼミや研究室での講話を通して、土質力学はもちろんのこと、研究・学問、人生観、そして倫理観にいたるまで様々なことを御指導・御教授頂きました。ここに深く感謝します。今後、先生から御教示頂いたことをしっかりと胸に刻み頑張っていきたいと思います。

中野先生には、筆者が研究室に配属してからずっと直接御指導頂きました。先生からは実験などを通じて真理を探究することの重要さと難しさ、そして真理を突詰めるためには努力を惜しんではならないことを学びました。論文を作成するにあたっては、常に筆者のことを気にとめて頂き、忙しい中、夜遅くまで丁寧に御指導頂きました。また、研究を進めている過程で、思わしい結果を得た時に先生とともに味わった喜びは、何事にも変え難い素晴らしい思い出です。ここに厚く感謝いたします。

野田先生には、連続体力学の基礎から有限要素法、そしてカムクレイモデルなど、研究を進めていく上で必要な基礎学力を丁寧に教えて頂きました。先生の研究に対する粘り強さや妥協を許さない姿勢は筆者の目指すところです。研究に対する厳しさの反面、計算で困った時やプログラムを作るときには、いつも快く相談にのって頂き、解決を与えてくださいました。また、本論文をまとまるにあたって細かいところまで御指導頂きました。ここに深く感謝いたします。

名古屋大学 澤田義博教授、京都大学 田村武教授には、筆者の副査を引き受けていただき、本論文をまとめるにあたって、大変有意義な御指導・御助言を頂きました。ここに深く感謝します。

名古屋大学 山田英司助手には、計算方法やコンピュータの整備など教えていただきました。先生の細かな所まで手を抜かない緻密さや集中力など、多くのことを学ばせて頂きました。ここに深く感謝します。

名古屋大学 金田一広助手は年齢が最も近いこともあって、筆者にとってもっとも近い先生でした。忙しいときにも、筆者の質問や相談に快くのっていただき、いつも有益なご助言を頂きました。ここに深く感謝します。

浅沼組技術研究所 高稲敏浩氏、不動建設 野津光夫氏には、授業やゼミを通して筆者が普

段触れることのできない現場での貴重な話などをして頂きました。研究機関で行われている理論と現場での実務、両側面を大事にしないといけないことを教えていただきました。深く感謝します。

日本道路公団試験研究所 稲垣太浩氏には、現場から採取された試料や貴重なデータを快く使わせて頂きました。また現場見学会にも呼んでいただき、知識の拙い筆者に丁寧に説明してくださいました。ここに厚く御礼申し上げます。

岐阜工業高等専門学校 水野和憲講師、福岡大学 山田正太郎助手は、筆者が在学中の博士後期課程の先輩として、大変お世話になりました。両先生は常に筆者の目標でした。論文作成においても、筆者に暖かい声をかけていただきました。ここに深く感謝します。

名古屋大学 田代むつみ氏は、同じ博士後期課程に進学した仲間として、またある時は研究の好敵手として、研究に関するディスカッションなどを通じて多くの刺激を受けました。筆者が挫けそうな時に、頼りになる同級生がいたのは本当に心強かったです。深く感謝します。

筆者がここ、浅岡研究室に配属された6年間、たくさんの素晴らしい後輩、同級生、そして先輩に恵まれ、皆様にはたくさんの御指摘・御協力を頂きました。筆者がここまで頑張ってきたのも、先生方を始めとする浅岡研究室の諸方々のおかげです。これからも浅岡研究室での経験を活かし精進していきたいと思います。

最後に、長い学生生活において筆者を支え、いつも暖かく励ましてくれた家族に深く感謝いたします。



## A1 連続体力学の基礎

### (1) はじめに

材料ならびに幾何学的な非線形性を取り込んだ有限要素解析を行っていく場合、道具として連続体力学が必要となる。ここでは簡単に、本論文に示す有限変形水～土骨格連成解析を行うための必要最小限な事項について説明する<sup>1), 2), 3)</sup>。

### (2) 諸量の定義

#### (a) 配置と運動

物体の内部の理想化した点を物質点  $X$  と呼び、この物質点の集まりが物体  $B$  を構成するとする。この物体  $B$  が空間で占める領域のことを配置 (configuration) と呼ぶ。力が物体  $B$  に作用すると、この配置が変化する。この時間的な変化を運動と呼ぶが、運動を記述するためにある特定の時刻 (通常、初期時刻  $t=0$  とする) の物体  $B$  における配置を基準配置 (reference configuration) とし、この時の物質点  $X$  の位置ベクトルを大文字で  $\mathbf{X}=(X_1, X_2, X_3)$  と表す。同様に変形中の現時刻  $t=t$  におけるこの物質点  $X$  の位置ベクトルを小文字  $\mathbf{x}=(x_1, x_2, x_3)$  で表す。物質点  $X$  の位置ベクトル  $\mathbf{X}$  の成分のことを物質座標、 $\mathbf{x}$  の成分のことを空間座標と呼ぶ。物体の運動は  $\mathbf{x}$  と  $\mathbf{X}$  を結びつける関数関係によって

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t), \quad x_i = x_i(X_J, t) \quad (i, J = 1, 2, 3) \quad (\text{A1.1})$$

と一意に表現できる。

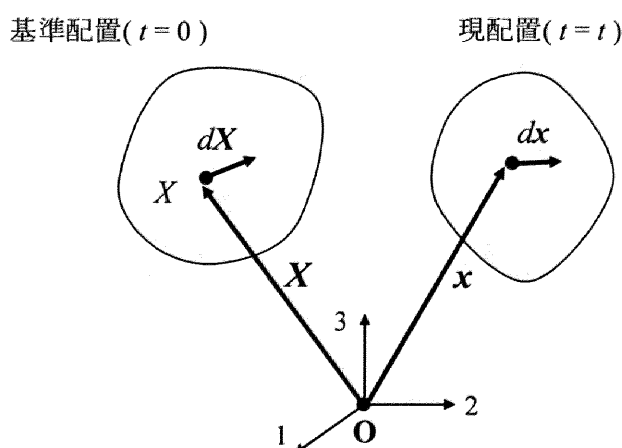


図 A1.1 物体  $B$  の基準配置と現配置

この  $t=t$  の物体の配置を現配置 (current configuration) と呼ぶ (図 A1.1)。この関数  $\mathbf{x}$  は、各時刻で 1 対 1 かつ連続微分可能な関数とする。連続体の諸量あるいは、基本法則を記述する際、2 つの方法がある。ひとつは、物質点  $X$  の時間によって変わることはない基準配置に

おける、位置ベクトル  $\mathbf{X}$  と時刻  $t$  を独立変数として用いる Lagrange 表示法（物質表示法）である。他のひとつは、時刻とともに変化する現配置における位置ベクトル  $\mathbf{x}$  と時刻  $t$  を独立変数にとる Euler 法（空間表示法）である。前者は基準配置において位置ベクトル  $\mathbf{X}$  にあった物質点  $X$  の諸量が時刻  $t$  とともにどう変化していくかを表現する方法であり、後者は位置ベクトル  $\mathbf{x}$  で与える位置に着目して、その点において諸量がどう変化していくかを表現する方法である。

## (b) 変形勾配テンソルと物体の幾何学的な諸量

基準配置において  $\mathbf{X}$  と  $\mathbf{X} + d\mathbf{X}$  にあるごく近傍の 2 つの物質点が時刻  $t = t$  にそれぞれ、 $\mathbf{x}$  と  $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$  に移動したものとする。式(A1.1)を用いると、両者の関係から次式が導かれる。

$$d\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X} \equiv \mathbf{F} d\mathbf{X} \quad (\text{A1.2})$$

ここに、

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (\text{A1.3})$$

で、変形勾配テンソルと呼ばれる。ある座標系を設定して成分表示をすれば、

$$F_{IJ} = \frac{\partial x_I}{\partial X_J}, \quad (i, J = 1, 2, 3) \quad (\text{A1.4})$$

となる。 $\mathbf{F}$  は基準状態の任意の物質点  $X$  の位置  $\mathbf{X}$  からごく僅かに離れた物質点までのベクトル  $d\mathbf{X}$  が、物体の運動中どのように変化しているかを表すテンソルである。以下に示すように、この  $\mathbf{F}$  によって変形前後の幾何学的な情報が分かるので、有限変形解析を行う上で非常に重要な量である。

今、物質点  $X$  とそのごく近傍にあるいくつかの別の物質点の運動を考える。図 A1.2 のように基準配置における物質点  $X$  から微小ベクトル  $d\mathbf{X}^{(1)}$ ,  $d\mathbf{X}^{(2)}$ ,  $d\mathbf{X}^{(3)}$  だけ離れた位置にある物質点が、それぞれ、現配置で物質点  $X$  の位置ベクトル  $\mathbf{x}$  に  $d\mathbf{x}^{(1)}$ ,  $d\mathbf{x}^{(2)}$ ,  $d\mathbf{x}^{(3)}$  だけ離れた位置に移動したものとする。基準配置ならびに現配置で、3 つの微小ベクトルが作る微小体積をそれぞれ  $dV$ ,  $dv$  とするとそれぞれ次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} dV &= (d\mathbf{X}^{(1)} \times d\mathbf{X}^{(2)}) \cdot d\mathbf{X}^{(3)} \\ dv &= (d\mathbf{x}^{(1)} \times d\mathbf{x}^{(2)}) \cdot d\mathbf{x}^{(3)} \end{aligned} \quad (\text{A1.5})$$

ここに、記号 “ $\times$ ” はベクトルの外積を、記号 “ $\cdot$ ” はベクトルの内積を表す。

ここで、式(A1.2)を式(A1.5)に代入し、多少の演算をすれば、 $dv$  は  $dV$  を用いて次式で表すことができる。

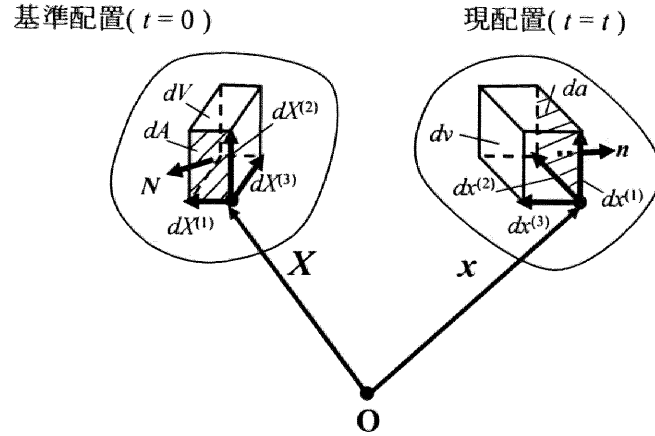


図 A1.2 微小面積と微小体積の変化の様子

$$dv = (\det \mathbf{F}) dV = J dV \quad (\text{A1.6})$$

すなわち、 $J = \det \mathbf{F}$  で、この  $J$  が基準配置に対する現配置の微小体積比を示している。このことから体積が消滅しない限り  $J > 0$  で、 $\mathbf{F}$  は正則であることもわかる。

さらに、 $d\mathbf{X}^{(1)}$  と  $d\mathbf{X}^{(2)}$  が作る微小面積ならびにその面に立つ外向き法線ベクトルをそれぞれ  $dA, \mathbf{N}$  で表し、同様に  $d\mathbf{x}^{(1)}, d\mathbf{x}^{(2)}$  が作る微小面積ならびに外向き法線ベクトルをそれぞれ  $da, \mathbf{n}$  とする。すると式(A1.5)は再び次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} dV &= (\mathbf{N} dA) \cdot d\mathbf{X}^{(3)} \\ dv &= (\mathbf{n} da) \cdot d\mathbf{x}^{(3)} \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

ここで、式(A1.2)と式(A1.6)を用い、 $d\mathbf{X}^{(3)}$  が  $d\mathbf{X}^{(1)}, d\mathbf{X}^{(2)}$  と独立でかつ任意にとれることから、次式が導かれる。

$$\mathbf{n} da = J \mathbf{F}^{-T} \mathbf{N} dA \quad (\text{A1.8})$$

この式からわかるように、 $\mathbf{F}$  を介して基準配置と現配置との幾何学的な量が対応付けられており、有限変形解析を行っていく上で重要な式である。また、この式(A1.8)は Nanson の式とも呼ばれる。

また、この正則な  $\mathbf{F}$  は極分解定理<sup>4)</sup>から、次のように表すことができる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{R} \quad (\text{A1.9})$$

ここに、 $\mathbf{R}$  は直交テンソル ( $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$ )、 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$  は正定値対称テンソルである。 $\mathbf{u}_\alpha$  および  $\mathbf{v}_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) をそれぞれ  $\mathbf{U}, \mathbf{V}$  の主軸ベクトルとすると、スペクトル表現定理より、次式で表現できる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{F} &= \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} \otimes \mathbf{u}_{\alpha} \quad , \quad \mathbf{R} = \sum_{\alpha=1}^3 \mathbf{v}_{\alpha} \otimes \mathbf{u}_{\alpha} \\
\mathbf{U} &= \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha} \otimes \mathbf{u}_{\alpha} \quad , \quad \mathbf{V} = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} \otimes \mathbf{v}_{\alpha}
\end{aligned}
\tag{A1.10}$$

ここに記号“ $\otimes$ ”はテンソル積を表す。 $\mathbf{R}$ は $\mathbf{u}_{\alpha}$ から $\mathbf{v}_{\alpha}$ への剛体回転、 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ は主値 $\lambda_{\alpha}$ に相当する単位長さ辺りの伸びを表し、 $\lambda_{\alpha} > 0$ である。 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ はそれぞれ右ひずみテンソル、左ひずみテンソルと呼ばれる。ここでもし $\mathbf{F}$ が決まれば、

$$\begin{aligned}
\mathbf{C} &= \mathbf{U}^2 = \mathbf{F}^{\top} \mathbf{F} = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha}^2 \mathbf{u}_{\alpha} \otimes \mathbf{u}_{\alpha} \\
\mathbf{B} &= \mathbf{V}^2 = \mathbf{F} \mathbf{F}^{\top} = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha}^2 \mathbf{v}_{\alpha} \otimes \mathbf{v}_{\alpha}
\end{aligned}
\tag{A1.11}$$

が計算できて、 $\lambda_{\alpha}^2$ と $\mathbf{u}_{\alpha}$ あるいは $\mathbf{v}_{\alpha}$ を求めることができる。したがって、 $\lambda_{\alpha}$ は正なので式(A1.10)第1式～第4式を用いて、 $\mathbf{U}$ または $\mathbf{V}$ ならびに $\mathbf{R}$ を決めることができる。

実際、本論文で示す計算ではこの方法により、 $\mathbf{R}$ を求めている。ここに $\mathbf{B}, \mathbf{C}$ はそれぞれ左または右 Cauchy Green テンソルと呼ばれる。

また、Euler ひずみテンソル $\mathbf{e}$ や Lagrange ひずみテンソル $\mathbf{E}$ も式(A1.2)の関係から、 $\mathbf{F}$ を用いて次のように定義される。

$$\begin{aligned}
d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} - d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} &= \left( \mathbf{I} - (\mathbf{F} \mathbf{F}^{\top})^{-1} \right) d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} \\
&= (\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}) d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} \\
&= 2\mathbf{e} d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} \\
&= (\mathbf{F}^{\top} \mathbf{F} - \mathbf{I}) d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} \\
&= (\mathbf{C} - \mathbf{I}) d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} \\
&= 2\mathbf{E} d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}
\end{aligned}
\tag{A1.12}$$

ここに $\mathbf{I}$ は等方テンソルを、記号“ $\top$ ”は転置作用素を表す。なお、本論文では刻々の変形に対して、座標更新していく有限変形計算を行うため、Euler ひずみ $\mathbf{e}$ を用いてせん断ひずみ $\varepsilon_s$ を次式で定義し、本論文で用いている。

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{e}' \cdot \mathbf{e}'}, \quad \mathbf{e}' = \mathbf{e} - \frac{1}{3} (\text{tr} \mathbf{e}) \mathbf{I}
\tag{A1.13}$$

### (c) 物質時間微分

物質表現されている関数の例として、温度 $P(\mathbf{X}, t)$ を考える。この時間に関する偏微分

$$\frac{\partial P(X,t)}{\partial t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(X,t+\Delta t) - P(X,t)}{\Delta t} \quad (\text{A1.14})$$

は、時刻  $t=0$  において  $X$  にあった物質点  $X$  のもつ温度の時間的変化率を表す。なぜなら、右辺からわかるように、変形前の特定の物質点  $X$  を固定した上で時間微分をとっているからである。本論文では、物質表現された関数の時間微分は、関数の上部に “ $\cdot$ ” をつけて表す。つまり

$$\dot{P} = \frac{\partial P(X,t)}{\partial t} \quad (\text{A1.15})$$

である。これを特に、物質時間微分という。また、これによって得られた関数を物質導関数という<sup>5)</sup>。

#### (d) 速度勾配テンソル

物質点  $X$  の速度  $\mathbf{v}$  は、物質点  $X$  の現時刻における位置ベクトル  $\mathbf{x}$  の物質時間微分  $\dot{\mathbf{x}}(X,t)$  であるので、現時刻  $t=t$  において物質点  $X$  と微小ベクトル  $d\mathbf{x}$  だけ離れた位置にある物質点との速度差  $d\mathbf{v}$  は、 $\mathbf{F}$  が正則なので式(A1.2)とその式の逆を用いて、次式で与えられる。

$$d\mathbf{v} = d\dot{\mathbf{x}} = (d\mathbf{x}) \overset{\text{def}}{=} \dot{\mathbf{F}} d\mathbf{X} = \mathbf{L} d\mathbf{x} \quad (\text{A1.16})$$

ここに

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \quad (\text{A1.17})$$

で、速度勾配テンソルと呼ばれる。速度勾配テンソル  $\mathbf{L}$  は次のようにストレッチングテンソルと呼ばれる対称部分  $\mathbf{D}$  と、スピントテンソルと呼ばれる反対称部分  $\mathbf{W}$  に一意に分解される。

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \mathbf{D} + \mathbf{W} \\ \mathbf{D} &= \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T), \quad \mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \end{aligned} \quad (\text{A1.18})$$

$\mathbf{D}$  はその主軸方向の主値に相当する単位長さあたりの伸び速度を与える。 $\mathbf{W}$  は  $\mathbf{D}$  の主軸の1つを  $\mathbf{d}$  とすると、 $\dot{\mathbf{d}} = \mathbf{W}\mathbf{d}$  であることから、 $\mathbf{D}$  の主軸の回転速度を表す。これらの  $\mathbf{L}, \mathbf{D}$  および  $\mathbf{W}$  は、変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  と同様、有限変形計算を行う上で頻繁に用いられる量である。

次に、式(A1.17)を用いて、式(A1.6)の  $J$  の物質時間微分である  $\dot{J}$  を、次のように誘導しておく<sup>6)</sup>。別の証明法<sup>3)</sup>もあるが、より理解しやすい。

$$\begin{aligned}
j &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\det(\mathbf{F} + \dot{\mathbf{F}}\Delta t) - (\det \mathbf{F})}{\Delta t} \\
&= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\det(\mathbf{I} + \mathbf{L}\Delta t) - 1}{\Delta t} (\det \mathbf{F}) \\
&= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \begin{vmatrix} 1 + L_{11}\Delta t & L_{12}\Delta t & L_{13}\Delta t \\ L_{21}\Delta t & 1 + L_{22}\Delta t & L_{23}\Delta t \\ L_{31}\Delta t & L_{32}\Delta t & 1 + L_{33}\Delta t \end{vmatrix} - 1 \right\} (\det \mathbf{F}) / \Delta t \\
&= (L_{11} + L_{22} + L_{33})J = (\text{tr } \mathbf{L})J = (\text{tr } \mathbf{D})J
\end{aligned} \tag{A1.19}$$

ここに  $\Delta t$  は時間間隔を示す。すると、 $dV$  が時間に依らないことから、現配置における微小体積  $dv$  の物質時間微分は次式で表現できる。

$$(dv)^* = JdV = J \text{tr} \mathbf{D} dV = \text{tr} \mathbf{D} dv \tag{A1.20}$$

また、式(A1.8)を  $N da$  が時間に依らないことを利用して物質時間微分をすると、式(A1.17)と式(A1.19)から

$$(nda)^* = \{(\text{tr } \mathbf{D})\mathbf{I} - \mathbf{L}^T\} \mathbf{n} da \tag{A1.21}$$

が導かれる。

さらに、式(A1.8)と  $\mathbf{n}$  との内積をとった後に、その式を  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1$  に着目しつつ、物質時間微分を施すと式(A1.17)、式(A1.19)から

$$(da)^* = \{(\text{tr } \mathbf{D}) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{L}^T \mathbf{n}\} da \tag{A1.22}$$

または、 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{W} \mathbf{n} = 0$  を考慮して、

$$(da)^* = \{(\text{tr } \mathbf{D}) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}\} da \tag{A1.23}$$

が得られる。

#### (e) 客観性と客観性のある物理量

物体上の 2 点間の距離や 2 直線のなす角度は、物体にどんな剛体回転  $\mathbf{Q}(t)$  ( $\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}^T$ ) を与えても、変化することはない。また、物体上の 2 点の相対的な位置ベクトルを考え、物体に任意の剛体回転  $\mathbf{Q}(t)$  を与えても、回転速度  $\dot{\mathbf{Q}}(t)$  などの影響を受けず、剛体回転  $\mathbf{Q}(t)$  のみを考慮すれば両者は一致する。このような物体の剛体回転  $\mathbf{Q}(t)$  を除いて、本質的に一致するような観測量のことを、客観性のある物理量と呼ぶ。一方、物体上の物質点  $X$  の速度ベクトルの場合は、回転速度の影響を受け、したがって、物体の運動エネルギーも剛体回転速度等の影響を受けることになる。このような物体の剛体回転そのものの以外にも、影響を受けるような観測量のことは、客観性のない物理量と呼ぶ。数学的な記述を以下に示す。

運動  $x = x(X, t)$  とそれに剛体回転を付加した運動を  $x^*(X, t)$  とすると、両者は次式で表現できる。

$$x^*(X, t) = Q(t)x(X, t) + c(t) \quad (\text{A1.24})$$

ここに、 $Q(t)$  は剛体回転を表す直行テンソル、 $c(t)$  はベクトルである。ここで、剛体回転を付加した物体から得られる観測量を、そうでないものと区別するために、記号 “\*” を付けて表すと、スカラー量  $\phi, \phi^*$ 、ベクトル量  $v, v^*$  および 2 階のテンソル量  $T, T^*$  について、次式が成立する時、これらの量を客観性のある物理量と呼ぶ。

$$\begin{aligned} \phi^*(\cdot, t) &= \phi(\cdot, t) \\ v^*(\cdot, t) &= Q(t)v(\cdot, t) \\ T^*(\cdot, t) &= Q(t)T(\cdot, t)Q^T(t) \end{aligned} \quad (\text{A1.24})$$

このように、客観性のある物理量とは、剛体回転を除いて元の運動に一致する量である。以下では、例として、いくつかの諸量の客観性を調べる。

はじめに、Cauchy 応力の客観性について考える。Cauchy の公式により、物体のある面に立てた外向き単位法線ベクトルと、その面に作用する表面力ベクトルをそれぞれ  $n$  と  $t$  とすると、次式の関係がある。

$$t = Tn \quad (\text{A1.26})$$

ここに、 $T$  は Cauchy 応力テンソルである。この物体に対して、ある任意の剛体回転  $Q(t)$  を与えた時の、同じ面に作用する表面力ベクトルと外向き法線ベクトルをそれぞれ  $t^*$  と  $n^*$  とすると、式(A1.26)と同様に次式の関係がある。

$$t^* = T^* n^* \quad (\text{A1.27})$$

ここに  $T^*$  は  $t^*$  と  $n^*$  を関係づける剛体運動をする物体の Cauchy 応力テンソルである。

このとき、表面力ベクトルおよび外向き単位法線ベクトルにはそれぞれ

$$t^* = Qt \quad (\text{A1.28})$$

$$n^* = Qn \quad (\text{A1.29})$$

なる関係があるので、式(A1.26)～式(A1.29)から、 $t, t^*, n, n^*$  を消去すると、任意の剛体回転  $Q(t)$  に関して、

$$T^* = QTQ^T \quad (\text{A1.30})$$

が成り立つことになる。このことから、Cauchy 応力テンソルは客観性のある量ということが

できる。

次に、本論文の内容とは関係ないが客観性のないスカラー量の例として、質点系の運動エネルギーを考えてみる。ある質量  $m$  の運動を考えると、運動エネルギー  $E$  は、質点の速度  $\mathbf{v}$  を用いて次式で表現できる。

$$E = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 \quad (\text{A1.31})$$

この質点に任意の剛体運動  $\mathbf{Q}(t)$  を付加させると、この質点の速度  $\mathbf{v}^*$  は、式(A1.24)を参考にして次式を得る。

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{Q}\mathbf{v} + \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{x} + \dot{\mathbf{c}} \quad (\text{A1.32})$$

ここに、 $\mathbf{x}$  は質点の位置ベクトル、 $\dot{\mathbf{c}}$  はベクトルである。したがって、この剛体運動を付加された質点の運動エネルギー  $E^*$  は次式で表現できる。

$$E^* = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^{*2} = \frac{1}{2} m (\mathbf{Q}\mathbf{v} + \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{x} + \dot{\mathbf{c}})^2 \quad (\text{A1.33})$$

したがって、 $E^*$  が  $\dot{\mathbf{Q}}(t)$  および  $\dot{\mathbf{c}}(t)$  と関係する量になるので、運動エネルギー  $E$  は客観性のない量といえる。この例が示すように、スカラー量であるからといって客観性がある量とは限らない。

次に、速度勾配テンソル  $\mathbf{L}$  とストレッチングテンソル  $\mathbf{D}$  およびスピントテンソル  $\mathbf{W}$  (式(A1.18)) について、客観性のある量かどうかを調べる。物体に任意の剛体回転  $\mathbf{Q}(t)$  (ただし  $\mathbf{Q}(0) = \mathbf{I}$  : 等方テンソル) を与えた場合、変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  の定義 (式(A1.2)) と運動  $\mathbf{x}^*$  の定義 (式(A1.24)) から、剛体回転をともなった物体の変形勾配テンソル  $\mathbf{F}^*$  は、次式で表すことができる。

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{Q}(t)\mathbf{F} \quad (\text{A1.34})$$

これを、変形勾配  $\mathbf{F}$  と速度勾配  $\mathbf{L}$  の関係 (式(A1.17)) に代入すると、次式を得る。

$$\dot{\mathbf{L}}^* = \mathbf{Q}\mathbf{L}\mathbf{Q}^T + \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.35})$$

$$\mathbf{D}^* = \mathbf{Q}\mathbf{D}\mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.36})$$

$$\mathbf{W}^* = \mathbf{Q}\mathbf{W}\mathbf{Q}^T + \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.37})$$

これらのことから、 $\mathbf{D}$  は客観性のある量であり、 $\mathbf{L}$  と  $\mathbf{W}$  は客観性のない量であることがわかる。

次に、Cauchy 応力速度の客観性と客観性のある応力速度について考える。構成式を作る場合、客観性の要請から、任意の剛体回転の付加された運動をする物体からの観測量を用いて



作られる構成式は、剛体回転の付加のない物体の物理量からなる構成式と同形的に対応していなければならない（例えば、剛体回転の付加の無いときに2つの観測量  $x, y$  を用いた構成式が  $y = ax$  で表されたとすると、この構成式に対応して、回転のある場合も  $x, y$  に対応する観測量  $x^*, y^*$  を用いて  $y^* = ax^*$  で表されなければならないことを意味する。ここに  $a$  は材料定数に相当する。）。また、両者は剛体回転を除いて一致しなければならない。

このとき、有限変形理論の速度型（増分型）の構成式として、微小変形理論で体系づけられた応力速度～ひずみ速度の構成式を形式的に拡張利用する場合、その構成式は自ずと同形対応している。しかし、ひずみ速度を客観性のあるストレッチング  $\mathbf{D}$  で置換えたとなると、対応する Cauchy 応力速度  $\dot{\mathbf{T}}$  が、式(A1.30)の物質時間微分

$$\dot{\mathbf{T}}^* = \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{T}\mathbf{Q}^T + \mathbf{Q}\dot{\mathbf{T}}\mathbf{Q}^T + \mathbf{Q}\mathbf{T}\dot{\mathbf{Q}}^T \quad (\text{A1.38})$$

からわかるように、客観性のない量なので、そのまま用いることはできない。このため  $\dot{\mathbf{T}}$  を何らかの形で客観性のある量で置き換えなければならないことになる。そこで、客観性のある応力速度が登場することになるが、本論文では詳細には立ち入らない。一般に有限変形計算では、客観性のある応力速度として、(1) Cauchy 応力の Jaumann rate<sup>7)</sup>, (2) Cauchy 応力の Green-Naghdi rate<sup>3)</sup>（または Dienes rate<sup>8)</sup>とも呼ばれる）の2つがよく用いられる。

(1) Jaumann rate は、式(A1.37)から得られる  $\dot{\mathbf{Q}}$  を式(A1.38)に代入することにより導かれる。すなわち

$$\dot{\mathbf{T}}^* + \mathbf{T}^*\mathbf{W}^* - \mathbf{W}^*\mathbf{T}^* = \mathbf{Q}(\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T}\mathbf{W} - \mathbf{W}\mathbf{T})\mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.39})$$

になるので、改めて

$$\overset{\Delta}{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T}\mathbf{W} - \mathbf{W}\mathbf{T} \quad (\text{A1.40})$$

を客観性のある応力速度と定義したものである。これはまた共回転速度と呼ばれる。

一方、(2) Cauchy 応力の Green-Naghdi rate は、変形勾配  $\mathbf{F}$  を極分解した時に得られる回転  $\mathbf{R}$ （式(A1.9)）を用いて次式で定義される。

$$\overset{\circ}{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T}\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}\mathbf{T}, \quad \mathbf{\Omega} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T \quad (\text{A1.41})$$

ここに、 $\mathbf{\Omega}$  は物質スピンと呼ばれる（橋口, 1990<sup>9)</sup>など）。この応力速度について、以下に考察する（図 A1.3）。

現時刻  $t=t$  における、ある物体の外向き単位法線ベクトル  $\mathbf{n}$  をもつある面に作用する表面ベクトル  $\mathbf{t}$  を、初期時刻  $t=0$  からの物質点の回転  $\mathbf{R}$  の分だけ剛体的に元に戻し、この表面力を  $\mathbf{t}_0 = \mathbf{R}^T\mathbf{t}$  とおく。同様に、この外向き単位法線ベクトル  $\mathbf{n}$  に対しても、 $\mathbf{t}_0$  と同様、基準状態まで戻し、その外向き単位法線ベクトルを  $\mathbf{n}_0 = \mathbf{R}^T\mathbf{n}$  とおく。この時  $\mathbf{t}_0$  も  $\mathbf{n}_0$  も時刻  $t$  に依存し

ない。ここで、 $\dot{\mathbf{R}}$  が物質点の回転速度を与えることを考慮して、この  $t_0$  の回転による見かけの表面力速度（増分）が  $\dot{\mathbf{R}} t_0$  で与えられると仮定すれば、「実質的な表面力速度（増分）」は  $t_0$  を用いて、次式で表すことができる。

$$\dot{\mathbf{i}} - \dot{\mathbf{R}} t_0 = \dot{\mathbf{i}} - \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T \mathbf{t} \quad (\text{A1.42})$$

また、 $\mathbf{n}$  についても速度  $\dot{\mathbf{n}}$  を  $\dot{\mathbf{n}} = \dot{\mathbf{R}} \mathbf{n}_0 (= \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T \mathbf{n})$  と仮定すれば、上式(A1.42)は式(A1.26)を用いて次式になる。

$$\dot{\mathbf{i}} - \dot{\mathbf{R}} t_0 = (\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T} \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}) \mathbf{n} \quad (\text{A1.43})$$

この式の右辺において、 $\mathbf{n}$  が作用するテンソル  $(\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T} \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T})$  を  $\dot{\mathbf{T}}$  で表せば、それがちょうど、Green-Naghdi rate になっている。このような考察から次式のように、現時刻  $t=t$  における応力テンソル  $\mathbf{T}$  を物質点の回転  $\mathbf{R}$  だけ基準配置に戻してきた後に物質時間微分を施し、再び  $\mathbf{R}$  の分だけ剛体的に戻した量になっていることがわかる。

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{R} (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{T}} \mathbf{R}) \mathbf{R}^T \quad (\text{A1.44})$$

これが客観性のある量であることを確かめるためには、式(A1.34)において、変形勾配  $\mathbf{F}$  と  $\mathbf{F}^*$  について極分解定理 (式(A1.9)) の表現の一意性から得られる関係式  $\mathbf{R}^* = \mathbf{Q} \mathbf{R}$  を用いればよい。ここに  $\mathbf{R}^*$  は  $\mathbf{F}^*$  (式(A1.34)) を極分解したときの回転テンソルである。

なお、上記2つの応力速度を含め、客観性のある応力速度は無数個作ることができるので、構成式作成時には構成式全体を眺めて、応力速度を適切に選択する必要があるとされる。本論文では、計算しやすいという面から、(2) Cauchy 応力の Green-Naghdi rate を用いている。

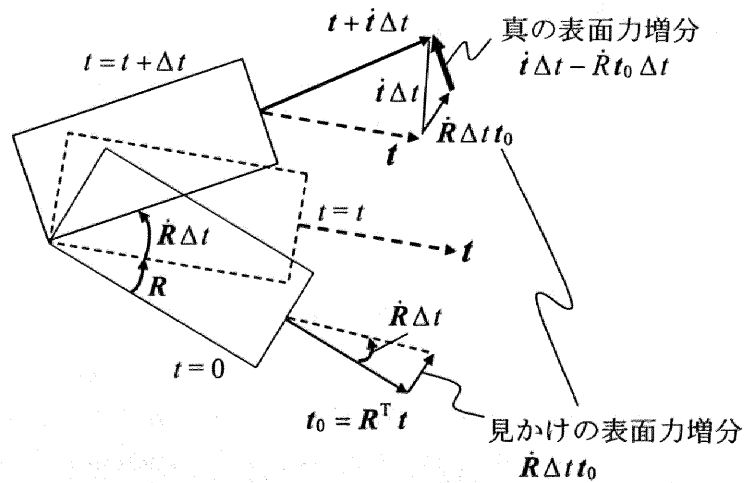


図 A1.3 Green-Naghdi rate の考察

## 参考文献

- 1) Chadwick, P. : Continuum Mechanics, George Allen & Unwin Ltd., 1976. (後藤学訳, 連続体力学, ブレイン図書, 1979.)
- 2) 土木工学ハンドブック, 土木学会, 第6編 固体力学, pp.215-254, 技術堂出版, 1989.
- 3) Green, A. E. and Naghdi, P. M. : A General Theory of Elasto-Plastic continuum, Arch. Ratil. Mech. Anal. Vol.18, pp.251-281, 1965.
- 4) Gurtin, M. E. : An Introduction to Continuum Mechanics Academic Bress, pp.1-265, 1981.
- 5) 田村武 : 連続体力学入門, 朝倉出版, pp.92-99, 2000.
- 6) 野田利弘 : 限界状態近傍における粘土の弾塑性挙動と水～土骨格連成有限変形解析に関する研究, 名古屋大学学位申請論文, 1994.
- 7) Jaumann, G. : Geschlossenes System Physidischer undchemischer Differentialgesetze, Sitzber. Akad. Wiss. Wien (IIa)120, pp.385-530, 1911.
- 8) Dienes, J. K : On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deforming Bodies, Acta. Mech, Vol.32, pp.217-232, 1979.
- 9) 橋口公一 : 最新弾塑性力学, 朝倉出版, pp.1-205, 1990.

## A2 水～土連成境界値問題の支配方程式

### A2.1 各種支配方程式

#### (1) 力のつりあい式

構成式を増分型で与えるため、力のつり合い式も速度型で書く必要が生じる。すなわち、現時刻  $t=t$  における飽和土の任意の領域  $v$  に対して、準静的な問題でしかも、自重（物体力）を考慮した速度型の力のつり合い式を次式で表す。

$$\left( \int_v \operatorname{div} \mathbf{T} dv \right) + \left( \int_v \rho \mathbf{b} dv \right) = 0 \quad (\text{A2.1})$$

ここに、

$\mathbf{T}$	: Cauchy (全) 応力 (引張を正)
$\rho = n\rho_w + (1-n)\rho_s$	: 土の密度
$n = e/(1+e)$	: 間隙率
$e$	: 間隙比
$\rho_w$	: 水の密度 (均質で時間に対して一定)
$\rho_s = G_s\rho_w$	: 土骨格の密度 (均質で時間に対して一定)
$G_s$	: 土骨格の比重
$\mathbf{b}$	: 重力作用方向に重力加速度の大きさを $g$ を持つベクトル

である。ここで、 $\rho_w$  と  $\rho_s$  は均質でまた時間的に一定であるとする、Yatomi et al<sup>1), 2)</sup>に従い、式(A2.1)は次式の形で与えられる。

$$\int_v \operatorname{div} \dot{\mathbf{S}}_t dv + \rho_w \left( \int_v \operatorname{tr} \mathbf{D} dv \right) \mathbf{b} = 0 \quad (\text{A2.2})$$

式(A2.2)の第1項において、 $\dot{\mathbf{S}}_t$  は公称応力速度テンソルであり、次式で定義される。

$$\dot{\mathbf{S}}_t = \dot{\mathbf{T}} + (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \quad (\text{A2.3})$$

ここに、

$\mathbf{L}$	: 土骨格の速度勾配テンソル
$\mathbf{D}$	: 土骨格のストレッチングテンソル ( $\mathbf{L}$ の対称成分)

である。これは、式(A2.1)の第1項に対し、物質時間微分を施す前に Gauss の発散定理及び Nanson の式 (式(A1.8)) を用いることで求めることができる。すなわち、

$$\begin{aligned}
\left( \int_V \operatorname{div} \mathbf{T} dv \right) \cdot &= \left( \int_A \mathbf{T} \mathbf{n} da \right) \cdot = \left( \int_A J \mathbf{T} \mathbf{F}^{-T} \mathbf{N} dA \right) \cdot = \int_A \left( J \mathbf{T} \mathbf{F}^{-T} \right) \cdot \mathbf{N} dA \\
&= \int_A J \left( \dot{\mathbf{T}} + (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \right) \mathbf{F}^{-T} \mathbf{N} dA = \int_A J \dot{\mathbf{S}}_t \mathbf{F}^{-T} \mathbf{N} dA
\end{aligned} \tag{A2.4}$$

となる。式中の上付き記号“ $\cdot$ ”は物質時間微分を、記号“ $T$ ”は転置作用素を表す。また、式(A2.2)の第2項は、土要素に単位時間当たりに入出入りする水の移動量に等しく、 $n = e/(1+e) = e/J(1+e_0)$ を用いて、以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
\left( \int_V \rho \mathbf{b} dv \right) \cdot &= \left( \int_V J \{ \rho_s (1-n) + \rho_w n \} \mathbf{b} dV \right) \cdot = \int_V J \left\{ \rho_s \frac{1}{J(1+e_0)} + \rho_w \frac{e}{J(1+e_0)} \right\} \cdot \mathbf{b} dV \\
&= \rho_w \left( \int_V \frac{\dot{e}}{(1+e_0)} dV \right) \mathbf{b} = \rho_w \left( \int_V \dot{J} dV \right) \mathbf{b} = \rho_w \left( \int_V (\operatorname{tr} \mathbf{D}) dv \right) \mathbf{b}
\end{aligned} \tag{A2.5}$$

## (2) 有効応力と間隙水圧

$\mathbf{I}$ を等方テンソルとして、全応力(テンソル)  $\mathbf{T}$ を次式のように、2項に分ける。

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}' - u \mathbf{I} \tag{A2.6}$$

ここに、 $\mathbf{T}'$ は有効応力テンソルで、 $u$ は間隙水圧を表し、全応力 $\mathbf{T}$ と有効応力 $\mathbf{T}'$ は引張側を正に、間隙水圧 $u$ は圧縮側を正にとる。

## (3) 土骨格の構成式

土骨格の構成式は客観性のある有効応力速度 $\dot{\mathbf{T}}'$ と土骨格のストレッチング $\mathbf{D}$ を用いて速度型の $\mathbf{D}$ に関する線形則で与える。

$$\dot{\mathbf{T}}' = L[\mathbf{D}] \tag{A2.7}$$

ここで、 $\dot{\mathbf{T}}'$ は次式に示す Green-Naghdi の有効応力速度<sup>3)</sup>である。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \dot{\mathbf{T}}' + \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}', \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T \tag{A2.8}$$

なお、 $\boldsymbol{\Omega}$ は土骨格の変形勾配を極分解して得られる回転テンソル $\mathbf{R}$ を用いて表される量である。

## (4) 適合条件式

ここでは、ストレッチングテンソル $\mathbf{D}$ に課せられる制約条件のかわりに、速度勾配テンソル $\mathbf{L}$ の定義を再掲しておく。

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{A2.9})$$

ここに、 $x$  および  $v$  はそれぞれ、土骨格の物質点  $X$  の現配置での位置ベクトルと変位速度ベクトルである。

#### (5) 水～土連成式

式(A2.3)により場の未知数が1つ増えるが、次の2式を連立させてこれを補う。

##### a) 水～土骨格2相系の連続条件式

間隙水の非圧縮性を仮定し、「毎時の土骨格の圧縮・膨張量」は「毎時の土骨格に出入りする水の量」に等しいとして次式を得る。

$$\left( \int_v dv \right)' = \int_v \text{tr } \mathbf{D} dv = - \int_a v' \cdot \mathbf{n} da \quad (\text{A2.10})$$

ここに、 $v'$  は次式に示すダルシー則に従う平均的な水の流速ベクトルで、 $\mathbf{n}$  は土骨格の体積  $v$  の表面境界  $da$  ( $a = \partial v$ ) に立てた外向き単位法線ベクトルである。

##### b) ダルシー則

間隙水の平均的な水の流速ベクトル  $v'$  は次式に示すダルシー則により決まる。

$$v' = -k \frac{\partial h}{\partial x} = -k \frac{\partial}{\partial x} \left( z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \quad (\text{A2.11})$$

ここに、 $k$  は透水係数、 $h$  は全水頭、 $z$  は位置水頭、 $u/\gamma_w$  は圧力水頭、 $\gamma_w (= \rho_w g)$  は水の単位体積重量である。また、 $v'$  は間隙水の土骨格に対する相対速度であるので、スカラー値の透水係数  $k$  で与えられる式(A2.11)の場合は客観性を満足している。

#### (6) 境界条件

水～土骨格連成系では対象とする物体（土塊）の境界（ $\Gamma = \partial v$ ）に対して、次式に示すように2種類の境界条件が与えられる。

$$\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_t = \Gamma_{q'} + \Gamma_h (= \partial v) \quad (\text{A2.12})$$

ひとつは、土骨格に関する境界で、境界（ $\Gamma = \partial v$ ）を土骨格の変位速度境界  $\Gamma_v$  と表面力境界  $\Gamma_t$  に分けて与えるものと、もうひとつは、水に関する境界で、境界（ $\Gamma = \partial v$ ）を間隙水の流量境界  $\Gamma_{q'}$  と水圧（あるいは水頭）境界  $\Gamma_h$  に分けてあたえるものである。以下に、表面力境界  $\Gamma_t$  と間隙水の流量境界  $\Gamma_{q'}$  での境界条件について説明する。

a) 表面力境界  $\Gamma_t$

一般に、表面力ベクトル  $\mathbf{t}$  が与えられる時、表面力境界  $\Gamma_t$  での境界条件として、

$$\dot{\mathbf{s}}_t da = (\mathbf{t} da)' = \dot{\mathbf{t}} da + \{(\text{tr} \mathbf{D}) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}\} \mathbf{t} da = \dot{\mathbf{S}}_t \mathbf{n} da \quad \text{on } \Gamma_t \quad (\text{A2.13})$$

が成り立ち、 $\dot{\mathbf{s}}_t$  は公称応力速度ベクトル<sup>2)</sup>と呼ばれる。今、この表面力境界  $\Gamma_t$  で表面力  $\mathbf{t}$  を、 $\mathbf{t} = c \mathbf{n}$  で与え、地表面上を時間とともに変動する（ある基準面からの）水面高さ  $H = H(t)$  と地表面までの高さ  $z_s$  を用いて、スカラー  $c$  を静水圧  $-\gamma_w(H - z_s)$  で（時間の関数として）与える時は、 $\dot{\mathbf{s}}_t$  は次式に書き換えることができる。

$$\dot{\mathbf{s}}_t da = (\mathbf{t} da)' = (c \mathbf{n} da)' = c \dot{\mathbf{n}} da + c \{(\text{tr} \mathbf{D}) - \mathbf{L}^T\} \mathbf{n} da = \dot{\mathbf{S}}_t \mathbf{n} da \quad \text{on } \Gamma_t \quad (\text{A2.14})$$

なお、3 軸試験機のようなセル圧が供試体に一定に作用する場合、つまり  $\mathbf{t} = c \mathbf{n}$  において  $c$  が一定 ( $\dot{c} = 0$ ) で与えられる場合は、公称表面力速度  $\dot{\mathbf{s}}_t$  はもっぱら供試体の形状変化のみによって生じる量として境界に与えられる。

載荷速度  $\dot{q}$  で荷重が作用する部分の境界条件は次のように処理した。現配置での表面力ベクトルを  $\mathbf{t}$ 、微小面積を  $da$  とすると、Nanson の公式より次式を得る。

$$\mathbf{t} da = \mathbf{T} \mathbf{n} da = \mathbf{J} \mathbf{T} \mathbf{F}^{-T} \mathbf{n} da = \Pi \mathbf{N} da \quad (\text{A2.15})$$

ここに、

$\mathbf{F}$	: 変形勾配テンソル ( $J = \det \mathbf{F}$ )
$\mathbf{N}, \mathbf{n}$	: 基準配置、現配置での単位外向き法線ベクトル
$dA, da$	: 基準配置、現配置での微小面積
$\Pi$	: 第 1 Piola-Kirchhoff 応力テンソル

である。表面力境界  $\Gamma_t$  での公称応力速度  $\dot{\mathbf{s}}_t$  は次式で与えられる。

$$\dot{\mathbf{s}}_t da = (\mathbf{t} da)' = (\Pi \mathbf{N} da)' = \dot{\Pi} \mathbf{N} da = (\dot{q} \mathbf{I}) \mathbf{N} da \quad \text{on } \Gamma_t \quad (\text{A2.16})$$

ここで、 $\dot{\Pi} = \dot{q} \mathbf{I}$  として与えた。

b) 間隙水の流量境界  $\Gamma_{q'}$

間隙水の流量境界  $\Gamma_{q'}$  での間隙水の流量  $q'$  は次式で表される。

$$q' = \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} = -k \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \mathbf{n} \quad \text{on } \Gamma_{q'} \quad (\text{A2.17})$$

例えば、非排水境界であれば、上式において流量  $q' = \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} = 0$  として境界条件  $\Gamma_{q'}$  を与える。また、境界を水圧  $u$  で与えるならば、 $u = \bar{u}$  on  $\Gamma_u$  となり、水位が変化するような浸透問題を考

える場合には、 $\bar{u}$  が  $\gamma_w(H-z_s)$  になる。

## A2.2 有限変形理論に基づく一次元弾性圧密方程式<sup>4)</sup>

ここでは、水～土連成境界値問題の例として、一次元弾性圧密理論を考える。

図 A2.1 に示すように、重力方向（鉛直下向き）に  $z$  軸（ $Z$  軸）を取る時、各種支配方程式は以下の通りである。ただし、一次元状態における Cauchy 応力、土骨格のストレッチングおよび速度を、それぞれ  $T, D, v$  と表記する。また簡単のため、地表面における荷重  $q = \text{一定}$  ( $\dot{q} = 0$ ) とする。

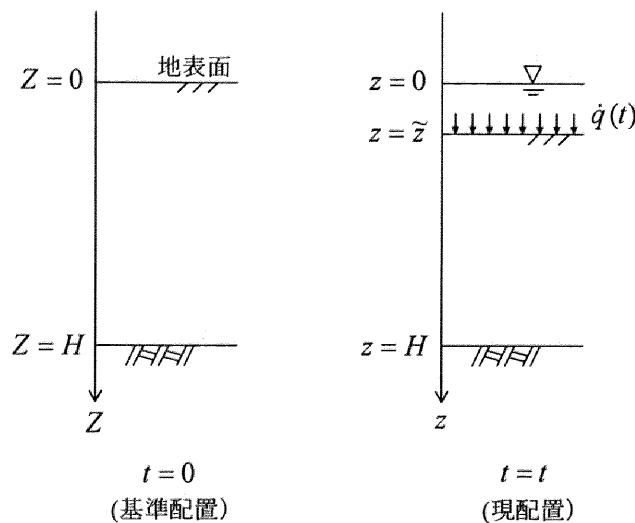


図 A2.1 境界条件

・力のつりあい式

$$\frac{\partial \dot{T}(z,t)}{\partial z} - \gamma_w \frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = 0 \quad (\text{A2.18})$$

・有効応力式

$$\dot{T}(z,t) = \dot{T}'(z,t) + \dot{u}_w(z,t) \quad (\text{A2.19})$$

・構成式と適合条件式

$$\dot{T}(z,t) = m_v D(z,t) = -m_v \frac{\partial v(z,t)}{\partial z} \quad (\text{圧縮：正}) \quad (\text{A2.20})$$



・水～土骨格 2 相系の連続式

$$-\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = \frac{\partial v'(z,t)}{\partial z} \quad (\text{A2.21})$$

・ダルシー則

$$v'(z,t) = -k \left( \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u_w(z,t)}{\partial z} - 1 \right) \quad (\text{A2.22})$$

ただし  $m_v$  は体積圧縮係数である。

力のつりあい式 (式(A2.18)) を積分すると、以下の式が得られる。

$$\dot{T}(z,t) = \gamma_w v(z,t) \quad (\text{A2.23})$$

また、式(A2.19)および式(A2.22)において、 $u_w(z,t) = \gamma_w z + u_e(z,t)$  より過剰間隙水圧  $u_e$  を定義すると、以下の式が得られる。

$$\dot{T} = \dot{T}' + \frac{\partial u_e}{\partial t} + \gamma_w v + \frac{\partial u_e}{\partial z} v \quad (\text{A2.24})$$

$$v' = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u_e}{\partial z} \quad (\text{A2.25})$$

さらに、 $z = H$  において土骨格は不動であり水の出入りもない（非排水境界）とすると、式(A2.21)は次式となる。

$$-v = v' \quad (\text{A2.26})$$

式(A2.20)および、式(A2.23)～式(A2.26)の 5 式をまとめると、 $k, m_v$  が一定の時以下の式が導かれる。

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{k m_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} - \frac{k}{\gamma_w} \left( \frac{\partial u_e}{\partial z} \right)^2 \quad (\text{A2.27})$$

微小変形場を仮定すれば、式(A2.28)は

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{k m_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} \quad (\text{A2.28})$$

となり、Terzaghi の一次元圧密方程式と一致する。

ここで、式(A2.25)と式(A2.26)より、過剰間隙水圧  $u_e$  と土骨格の（間隙水との相対）速度の

間には

$$v = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u_e}{\partial z} \quad (\text{A2.29})$$

なる関係があり、さらに土骨格に関する物質時間微分の表記

$$\dot{u}_e = \frac{\partial u_e}{\partial t} + \frac{\partial u_e}{\partial z} v \quad (\text{A2.30})$$

を用いれば、式(A2.27)は次式のように書き換えられる。

$$\dot{u}_e = \frac{k m_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} \quad (\text{A2.31})$$

これが、過剰間隙水圧  $u_e$  で記述された、有限変形場における一次元弾性圧密方程式である。土骨格に関して物質時間微分をしている点より、圧密理論では過剰間隙水圧が間隙水ではなく土骨格の属性として扱われていることを、Terzaghi 式よりもさらに陽な形で示している。

## 参考文献

- 1) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I. : General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 2) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I. : Shear Bands Formation Numerically Simulated by a Non-coaxial Cam-clay Model, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No.4, pp. 1-13, 1989.
- 3) Green, A. E. and Naghdi, P. M. : A General Theory of Elasto-Plastic continuum, *Arch. Ratil. Mech. Anal.* Vol.18, pp.251-281, 1965.
- 4) 浅岡顕：土質力学講義ノート，第4章 圧密沈下。

### A3 有限要素法の適用（力のつり合い式の弱形式）

力のつり合い式の弱形式は式(A2.2)に境界条件を満足するような仮想的な変位速度  $\delta \mathbf{v}$  をかけて体積領域  $v$  で積分することにより次式で表される。

$$\begin{aligned} 0 &= \int_v \left\{ \operatorname{div} \dot{\mathbf{S}}_l + \rho_w (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \right\} \cdot \delta \mathbf{v} dv \\ &= \int_a \dot{\mathbf{S}}_l \mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{v} da - \int_v \dot{\mathbf{S}}_l \cdot \delta \mathbf{L} dv + \int_v \rho_w (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v} dv \end{aligned} \quad (\text{A3.1})$$

ここで、Gauss の発散定理を用い、 $\delta \mathbf{L}$  は  $\delta \mathbf{v}$  から得られる仮想的な速度勾配テンソルである。 $\dot{\mathbf{s}}_l = \dot{\mathbf{S}}_l \mathbf{n}$ （式(A2.13)）に着目すると次式を得る。

$$\int_v \dot{\mathbf{S}}_l \cdot \delta \mathbf{L} dv - \int_v \rho_w (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v} dv = \int_a \dot{\mathbf{s}}_l \cdot \delta \mathbf{v} da \quad (\text{A3.2})$$

$$\int_a \dot{\mathbf{s}}_l \cdot \delta \mathbf{v} da = \int_a \delta \mathbf{v} \cdot \left[ \dot{\mathbf{c}} \mathbf{n} da + c \left\{ (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{I} - \mathbf{L}^T \right\} \mathbf{n} \right] da \quad (\text{A3.3})$$

これが力のつり合い式の弱形式である。ここに再掲して

$$\dot{\mathbf{S}}_l = \dot{\mathbf{T}} + (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \quad (\text{A3.4})$$

$$\dot{\mathbf{s}}_l = \dot{\mathbf{S}}_l \mathbf{n} = \dot{\mathbf{t}} + (\operatorname{tr} \mathbf{D} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}) \mathbf{t} \quad (\text{A3.5})$$

である。式(A3.2)に有効応力原理（式(A2.6)）ならびに有効応力の Green-Naghdi rate  $\dot{\mathbf{T}}'$  を考慮すると、全応力  $\mathbf{T}$ 、有効応力  $\mathbf{T}'$  および間隙水圧  $u$  で表現した、速度型力のつりあい式の弱形式を次式で得る。

$$\begin{aligned} &\int_v \left\{ \dot{\mathbf{T}}' \cdot \delta \mathbf{D} + \underline{(\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} \cdot \delta \mathbf{D} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \cdot \delta \mathbf{L}} - \rho_w (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v} \right\} dv - \int_v \dot{u} (\operatorname{tr} \delta \mathbf{D}) dv \\ &= \int_a \dot{\mathbf{s}}_l \cdot \delta \mathbf{v} da - \int_v \underline{(\underline{\underline{\boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}' - \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega}}}) \cdot \delta \mathbf{D} dv} \end{aligned} \quad (\text{A3.6})$$

ここに  $\delta \mathbf{D}$  は  $\delta \mathbf{L}$  の対称部分である。左辺第 1 項が土骨格の接線剛性マトリクスが得られ、第 2 項が接線剛性マトリクスに形状変化が影響を及ぼす項、第 3 項が重力による影響を示す。具体的には、付録 A4 に示すが、有効応力の Green-Naghdi rate  $\dot{\mathbf{T}}'$  を用いて有限要素に離散化すると、物質スピン  $\boldsymbol{\Omega}$  を含む項（右辺の積分第 2 項）が各要素の節点変位増分（あるいは速度）に対して非線形になるので、計算ではこの項を等価な節点力増分として処理する。また、下線部および二重下線部が有限変形解析により増えた項である。

#### A4 有限要素離散化

Yatomi et al.<sup>1),2)</sup>を参照しつつ、式(A3.6)を有限要素に離散化する。領域  $v$  をいくつかの要素に分割した各領域  $v_e^i$  について、力のつり合い式の弱形式離散化を行い、これをふたたび重ね合わせて全体の剛性方程式を作成する。ここでは、この処理については述べず、要素分割した各領域  $v_e^i$  を単に  $v$  と書いて、要素剛性方程式の作成のみを述べる。

平面ひずみ条件、軸対称条件、および 3 次元条件を仮定して、はじめに要素内部の任意の点の変位速度  $\mathbf{v}$  (またはその成分  $v_i$  ( $i=1,2,3$ )) を形状関数  $N^k$  と要素の各節点の変位速度  $\mathbf{v}^k$  (またはその成分  $v_i^k$  ( $k=1,2,\dots,p$ ;  $p$  は関数近似に必要なとする節点で、8 節点アイソパラメトリック要素を用いる時は  $p=8$ )) を用いて、次式で近似する。

$$\mathbf{v} = N^k \mathbf{v}^k \quad \text{または、} \quad v_i = N^k v_i^k \quad (\text{A4.1})$$

以下、ベクトル表現ならびにマトリクス表現に対して、それぞれ記号  $\{ \}$  ならびに  $[ \ ]$  を用いるものとする。式(A4.1)を式(A1.18)に適用して、幾何学的諸量を次式で表す。

$$\{ \mathbf{v} \} = [N] \{ \mathbf{v}^N \} \quad (\text{A4.2})$$

$$\{ \mathbf{D} \} = [B] \{ \mathbf{v}^N \} \quad (\text{A4.3})$$

$$\{ \mathbf{L} \} = [M] \{ \mathbf{v}^N \} \quad (\text{A4.4})$$

$$\text{tr } \mathbf{D} = [B_v] \{ \mathbf{v}^N \} \quad (\text{A4.5})$$

ここに、 $\{ \mathbf{v}^N \}$  は各要素の  $p$  個の速度ベクトルの列ベクトル表現である。また、 $\{ \mathbf{v} \}$ ,  $\{ \mathbf{D} \}$ ,  $\{ \mathbf{L} \}$ ,  $[N]$ ,  $[B]$ ,  $[M]$ ,  $[B_v]$  および  $\{ \mathbf{v}^N \}$  について、平面ひずみ条件、軸対称条件、および 3 次元条件について具体的表現を以下に示す。なお、2 次元計算では 4 節点アイソパラメトリック要素を、3 次元計算では 8 節点アイソパラメトリック要素を用いた。

##### (1) 平面ひずみ条件の場合 ( $p=4$ )

$$\{ \mathbf{v}^N \} = \begin{Bmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \\ \vdots \\ v_1^p \\ v_2^p \end{Bmatrix}, \quad \{ \mathbf{v} \} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix}, \quad \{ \mathbf{D} \} = \begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ 2D_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.6})$$

$$\{\mathbf{L}\} = \begin{Bmatrix} L_{11} \\ L_{22} \\ L_{12} \\ L_{21} \end{Bmatrix}, \quad [\mathbf{N}] = \begin{bmatrix} N^1 & 0 & \cdots & N^p & 0 \\ 0 & N^1 & \cdots & 0 & N^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.7})$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ N_{,2}^1 & N_{,1}^1 & \cdots & N_{,2}^p & N_{,1}^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.8})$$

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ N_{,2}^1 & 0 & \cdots & N_{,2}^p & 0 \\ 0 & N_{,1}^1 & \cdots & 0 & N_{,1}^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.9})$$

$$[\mathbf{B}_v] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & N_{,2}^1 & \cdots & N_{,1}^p & N_{,2}^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.10})$$

で与える。

構成式を Cauchy 応力の Green-Naghdi rate<sup>3)</sup>を用いて

$$\left\{ \dot{\mathbf{T}}' \right\} = [\mathbf{D}^{ep}] \{\mathbf{D}\} \quad (\text{A4.11})$$

とする。なお、 $[\mathbf{D}^{ep}]$ は弾塑性マトリクスであり、具体的な成分等は付録 A7 に示す。ここに、

$$\left\{ \dot{\mathbf{T}}' \right\} = \begin{Bmatrix} \dot{T}'_{11} \\ \dot{T}'_{22} \\ \dot{T}'_{12} \\ \dot{T}'_{33} \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.12})$$

である。これらを用いて力のつり合い式の弱形式 (式(A3.6)) の各被積分項を、順を追ってベクトルとマトリクス表現で示す。

①

$$\dot{\mathbf{T}}' \cdot \delta \mathbf{D} = \{\delta \mathbf{D}\}^T [\mathbf{D}^{ep}] \{\mathbf{D}\} = \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}^{ep}] [\mathbf{B}] \{\mathbf{v}^N\} \quad (\text{A4.13})$$

②

$$(\text{tr } \mathbf{D}) \mathbf{T} \cdot \delta \mathbf{D} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \cdot \delta \mathbf{L} = (L_{11} + L_{22}) \begin{bmatrix} T_{11} & T_{21} \\ T_{12} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \delta \mathbf{D} - \begin{bmatrix} T_{11} & T_{21} \\ T_{12} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{21} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \delta \mathbf{L}$$

$$\begin{aligned}
&= \{\delta \mathbf{L}\}^T \begin{bmatrix} T_{11} & T_{11} & 0 & 0 \\ T_{22} & T_{22} & 0 & 0 \\ T_{12} & T_{12} & 0 & 0 \\ T_{22} & T_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{L}\} - \{\delta \mathbf{L}\}^T \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & T_{12} & 0 \\ 0 & T_{22} & 0 & T_{12} \\ 0 & T_{12} & 0 & T_{11} \\ T_{12} & 0 & T_{22} & 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{L}\} \\
&= \{\delta \mathbf{L}\}^T \begin{bmatrix} 0 & T_{11} & -T_{12} & 0 \\ T_{22} & 0 & 0 & -T_{12} \\ T_{12} & 0 & 0 & -T_{11} \\ 0 & -T_{12} & -T_{22} & 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{L}\} \\
&= \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [\mathbf{M}]^T [\mathbf{T}_1] [\mathbf{M}] \{\mathbf{v}^N\}
\end{aligned} \tag{A4.14}$$

③

$$\begin{aligned}
\rho_w(\text{tr } \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v} &= \{\delta \mathbf{v}\}^T \rho_w \{\mathbf{b}\} (\text{tr } \mathbf{D}) \\
&= \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [\mathbf{N}]^T \rho_w \{\mathbf{b}\} [\mathbf{B}_v] \{\mathbf{v}^N\}
\end{aligned} \tag{A4.15}$$

④

$$\dot{u}(\text{tr } \mathbf{D}) = \{\mathbf{v}^N\}^T [\mathbf{B}_v]^T \dot{u} \tag{A4.16}$$

⑤

$$\dot{s}_i \cdot \delta \mathbf{v} = \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [\mathbf{N}]^T \{\dot{s}_i\} \tag{A4.17}$$

⑥  $\boldsymbol{\Omega}(=\dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T)$ は反対称テンソルなので、たとえば

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_3 \\ -\Omega_3 & 0 \end{bmatrix} \tag{A4.18}$$

と書くと、次式を得る。

$$\begin{aligned}
(\boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}' - \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega}) \cdot \delta \mathbf{D} &= \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \Omega_3 \\ -\Omega_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{12} & T'_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{12} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Omega_3 \\ -\Omega_3 & 0 \end{bmatrix} \right\} \cdot \delta \mathbf{D} \\
&= \{\delta \mathbf{v}\}^T [\mathbf{B}]^T \{\mathbf{T}'_{\boldsymbol{\Omega}}\}
\end{aligned} \tag{A4.19}$$

(2) 軸対称条件の場合 ( $p=4$ )

$$\{\mathbf{D}\} = \begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ 2D_{12} \\ D_{33} \end{Bmatrix}, \quad \{\mathbf{L}\} = \begin{Bmatrix} L_{11} \\ L_{22} \\ L_{12} \\ L_{21} \\ L_{33} \end{Bmatrix} \tag{A4.20}$$

で定義し、

$$[N] = \begin{bmatrix} N^1 & 0 & \cdots & N^p & 0 \\ 0 & N^1 & \cdots & 0 & N^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.21})$$

$$[B] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ N_{,2}^1 & N_{,1}^1 & \cdots & N_{,2}^p & N_{,1}^p \\ \frac{N^1}{x_1} & 0 & \cdots & \frac{N^p}{x_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A4.22})$$

$$[M] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ N_{,2}^1 & 0 & \cdots & N_{,2}^p & 0 \\ 0 & N_{,1}^1 & \cdots & 0 & N_{,1}^p \\ \frac{N^1}{x_1} & 0 & \cdots & \frac{N^p}{x_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A4.23})$$

$$[B_v] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 + \frac{N^1}{x_1} & N_{,2}^1 & \cdots & N_{,1}^p + \frac{N^p}{x_1} & N_{,2}^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.24})$$

で与えると、(1)平面ひずみ問題の場合と同様、以下のように表現される。

①

$$\dot{\boldsymbol{T}}' \cdot \delta \boldsymbol{D} = \{\delta \boldsymbol{D}\}^T [D^{ep}] \{\boldsymbol{D}\} = \{\delta \boldsymbol{v}^N\}^T [B]^T [D^{ep}] [B] \{\boldsymbol{v}^N\} \quad (\text{A4.25})$$

②

$$\begin{aligned} (\text{tr } \boldsymbol{D}) \boldsymbol{T} \cdot \delta \boldsymbol{D} - \boldsymbol{T} \boldsymbol{L}^T \cdot \delta \boldsymbol{L} &= (L_{11} + L_{22} + L_{33}) \begin{bmatrix} T_{11} & T_{21} & 0 \\ T_{12} & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} \end{bmatrix} \cdot \delta \boldsymbol{D} - \begin{bmatrix} T_{11} & T_{21} & 0 \\ T_{12} & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{21} & 0 \\ L_{12} & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \delta \boldsymbol{L} \\ &= \{\delta \boldsymbol{L}\}^T \begin{bmatrix} 0 & T_{11} & -T_{12} & 0 & T_{11} \\ T_{22} & 0 & 0 & -T_{12} & T_{22} \\ T_{12} & 0 & 0 & -T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{12} & -T_{22} & 0 & T_{12} \\ T_{33} & T_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\boldsymbol{L}\} \\ &= \{\delta \boldsymbol{v}^N\}^T [M]^T [T_1] [M] \{\boldsymbol{v}^N\} \end{aligned} \quad (\text{A4.26})$$

③

$$\begin{aligned} \rho_w (\text{tr } \boldsymbol{D}) \boldsymbol{b} \cdot \delta \boldsymbol{v} &= \{\delta \boldsymbol{v}^N\}^T \rho_w \{\boldsymbol{b}\} (\text{tr } \boldsymbol{D}) \\ &= \{\delta \boldsymbol{v}^N\}^T [N]^T \rho_w \{\boldsymbol{b}\} [B_v] \{\boldsymbol{v}^N\} \end{aligned} \quad (\text{A4.27})$$

④

$$\dot{u}(\text{tr } \boldsymbol{D}) = \{\boldsymbol{v}^N\}^T [B_v]^T \dot{u} \quad (\text{A4.28})$$

⑤

$$\dot{\boldsymbol{s}}_t \cdot \delta \boldsymbol{v} = \{\delta \boldsymbol{v}^N\}^T [N]^T \{\dot{\boldsymbol{s}}_t\} \quad (\text{A4.29})$$

⑥  $\boldsymbol{\Omega} (= \dot{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{R}^T)$  は反対称テンソルなので、たとえば

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_3 & \Omega_2 \\ -\Omega_3 & 0 & \Omega_1 \\ -\Omega_2 & -\Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A4.30})$$

と書くと、平面ひずみの場合と同様次式を得る。

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{T}' - \boldsymbol{T}' \boldsymbol{\Omega}) \cdot \delta \boldsymbol{D} &= \{\delta \boldsymbol{D}\}^T \begin{Bmatrix} 2T'_{12} \\ -2T'_{12} \\ T'_{22} - T'_{11} \end{Bmatrix} \Omega_3 \\ &= \{\delta \boldsymbol{v}^N\}^T [B]^T \{T'_\Omega\} \end{aligned} \quad (\text{A4.31})$$

(3) 3次元条件の場合 ( $p=8$ )

$$\{\boldsymbol{v}^N\} = \begin{Bmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \\ v_3^1 \\ \vdots \\ v_1^p \\ v_2^p \\ v_3^p \end{Bmatrix}, \quad \{\boldsymbol{v}\} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix}, \quad \{\boldsymbol{D}\} = \begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ D_{33} \\ 2D_{12} \\ 2D_{23} \\ 2D_{13} \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.32})$$

$$\{\boldsymbol{L}\} = \begin{Bmatrix} L_{11} \\ L_{22} \\ L_{33} \\ L_{12} \\ L_{21} \\ L_{23} \\ L_{32} \\ L_{31} \\ L_{13} \end{Bmatrix}, \quad [N] = \begin{bmatrix} N^1 & 0 & 0 & \cdots & N^p & 0 & 0 \\ 0 & N^1 & 0 & \cdots & 0 & N^p & 0 \\ 0 & 0 & N^1 & \cdots & 0 & 0 & N^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.33})$$



$$[B] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & 0 & \cdots & 0 & N_{,2}^p & 0 \\ 0 & 0 & N_{,3}^1 & \cdots & 0 & 0 & N_{,3}^p \\ N_{,2}^1 & N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,2}^p & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,3}^1 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,3}^p & N_{,2}^p \\ N_{,3}^1 & 0 & N_{,1}^1 & \cdots & N_{,3}^p & 0 & N_{,1}^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.34})$$

$$[M] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & 0 & \cdots & 0 & N_{,2}^p & 0 \\ 0 & 0 & N_{,3}^1 & \cdots & 0 & 0 & N_{,3}^p \\ N_{,2}^1 & 0 & 0 & \cdots & N_{,2}^p & 0 & 0 \\ 0 & N_{,1}^1 & 0 & \cdots & 0 & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,3}^1 & 0 & \cdots & 0 & N_{,3}^p & 0 \\ 0 & 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & 0 & N_{,2}^p \\ 0 & 0 & N_{,1}^1 & \cdots & 0 & 0 & N_{,1}^p \\ N_{,3}^1 & 0 & 0 & \cdots & N_{,3}^p & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A4.35})$$

$$[B_v] = [N_{,1}^1 \ N_{,2}^1 \ N_{,3}^1 \ \cdots \ N_{,1}^p \ N_{,2}^p \ N_{,3}^p] \quad (\text{A4.36})$$

で与えると、上記と同様、以下のように表現される。

①

$$\dot{T}^i \cdot \delta D = \{\delta D\}^T [D^{ep}] \{D\} = \{\delta v^N\}^T [B]^T [D^{ep}] [B] \{v^N\} \quad (\text{A4.37})$$

②

$$\begin{aligned} (\text{tr } D) T \cdot \delta D - T L^T \cdot \delta L &= \{\delta L\}^T \begin{bmatrix} 0 & T_{11} & T_{11} & -T_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{13} \\ T_{22} & 0 & T_{22} & 0 & -T_{12} & -T_{23} & 0 & 0 & 0 \\ T_{33} & T_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{23} & -T_{13} & 0 \\ T_{12} & 0 & T_{12} & 0 & -T_{11} & -T_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{12} & T_{12} & -T_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{23} \\ T_{23} & T_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{22} & -T_{12} & 0 \\ T_{23} & 0 & T_{23} & 0 & -T_{13} & -T_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{31} & T_{31} & -T_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{33} \\ T_{31} & T_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{12} & -T_{11} & 0 \end{bmatrix} \{L\} \\ &= \{\delta v^N\}^T [M]^T [T_1] [M] \{v^N\} \end{aligned} \quad (\text{A4.38})$$

③

$$\begin{aligned}\rho_w(\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v} &= \left\{ \delta \mathbf{v}^N \right\}^T \rho_w \{ \mathbf{b} \} (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \\ &= \left\{ \delta \mathbf{v}^N \right\}^T [N]^T \rho_w \{ \mathbf{b} \} [B_v] \{ \mathbf{v}^N \}\end{aligned}\quad (\text{A4.39})$$

④

$$\dot{u}(\operatorname{tr} \mathbf{D}) = \left\{ \mathbf{v}^N \right\}^T [B_v]^T \dot{u} \quad (\text{A4.40})$$

⑤

$$\dot{s}_i \cdot \delta \mathbf{v} = \left\{ \delta \mathbf{v}^N \right\}^T [N]^T \{ \dot{s}_i \} \quad (\text{A4.41})$$

⑥  $\boldsymbol{\Omega} (= \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T)$  は反対称テンソルなので、たとえば

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A4.42})$$

と書くと、次式を得る。

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}' - \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega}) \cdot \delta \mathbf{D} &= \left\{ \delta \mathbf{D} \right\}^T \left\{ \begin{array}{l} 2(\Omega_2 T'_{13} - \Omega_3 T'_{12}) \\ 2(\Omega_3 T'_{12} - \Omega_1 T'_{23}) \\ 2(\Omega_1 T'_{23} - \Omega_2 T'_{13}) \\ -\Omega_1 T'_{13} + \Omega_2 T'_{23} + \Omega_3 (T'_{11} - T'_{22}) \\ \Omega_1 (T'_{22} - T'_{33}) - \Omega_2 T'_{12} + \Omega_3 T'_{13} \\ \Omega_1 T'_{12} + \Omega_2 (T'_{33} - T'_{11}) - \Omega_3 T'_{23} \end{array} \right\} \\ &= \left\{ \delta \mathbf{v} \right\}^T [B]^T \{ T'_\Omega \}\end{aligned} \quad (\text{A4.43})$$

以上から、 $\left\{ \delta \mathbf{v}^N \right\}$  の任意性を考慮すると次式が得られる。

$$\begin{aligned}\left\{ \int_v [B]^T [D^{ep}] [B] dv + \int_v [M]^T [T_1] [M] dv - \rho_w \int_v [N]^T \{ \mathbf{b} \} [B_v] dv \right\} \{ \mathbf{v}^N \} - \int_v [B_v]^T dv \dot{u} \\ = \int_a [N]^T \{ \dot{s}_i \} da - \int_v [B]^T \{ T'_\Omega \} dv\end{aligned} \quad (\text{A4.44})$$

または、

$$\mathbf{K} \{ \mathbf{v}^N \} - \mathbf{L}^T \dot{u} = \{ \dot{\mathbf{f}} \} \quad (\text{A4.45})$$

$$\mathbf{K} = \int_v \left\{ [B]^T [D^{ep}] [B] + [M]^T [T_1] [M] - \rho_w [N]^T \{ \mathbf{b} \} [B_v] \right\} dv \quad (\text{A4.46})$$

$$\mathbf{L} = \int_v [B_v] dv \quad (\text{A4.47})$$

$$\{ \dot{\mathbf{f}} \} = \int_a [N]^T \{ \dot{s}_i \} da - \int_v [B_v]^T \{ T'_\Omega \} dv \quad (\text{A4.48})$$

ここに  $\mathbf{K}$  は非対称な土骨格接線剛性マトリクス、 $\mathbf{L}$  は節点の変位速度を体積に変換するマトリクス、 $\{\dot{\mathbf{f}}\}$  は要素の各点に作用する荷重速度ベクトルを表す。なお、 $\mathbf{K}$  ならびに  $\{\dot{\mathbf{f}}\}$  の表現は、有効応力速度として Green-Naghdi rate<sup>3)</sup>を用いた時のものである。

またこの時、外力速度項  $\int_a [\mathbf{N}]^T \{\dot{\mathbf{s}}_i\} da$  について、 $\dot{\mathbf{s}}_i$  は式(A2.13)により次式で表現されるが、

$$\dot{\mathbf{s}}_i = \dot{\mathbf{i}} + (\text{tr} \mathbf{D} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}) \mathbf{t} \quad (\text{A4.49})$$

この式の右辺第2項には境界の幾何学的な量  $\mathbf{D}$  および  $\mathbf{n}$  が含まれる。このため、 $\mathbf{D}$  については、各計算ステップの繰返し計算毎に決定される要素の各節点の変位速度  $\{\mathbf{v}^N\}$  と式(A4.3)を用いて決定する。また  $\mathbf{n}$  については、その計算ステップでの節点座標と繰返し計算毎に決まる次の節点座標との平均座標から計算する。

## 参考文献

- 1) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I. : General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 2) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I. : Shear Bands Formation Numerically Simulated by a Non-coaxial Cam-clay Model, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No.4, pp. 1-13, 1989.
- 3) Green, A. E. and Naghdi, P. M. : A General Theory of Elasto-Plastic continuum, *Arch. Ratil. Mech. Anal.* Vol.18, pp.251-281, 1965.
- 4) 野田利弘：限界状態近傍における粘土の弾塑性挙動と、水～土骨格連成有限変形解析に関する研究，名古屋大学学位申請論文，1994.
- 5) 高稲敏浩：水～土連成有限変形計算による過圧密地盤の進行性破壊の解析とその抑止工法に関する基礎的研究，名古屋大学学位申請論文，1999.
- 6) 金田一広：構造を有する土の弾塑性挙動の一モデル化と水～土連成計算による飽和土の時間依存的力学挙動の解析，名古屋大学学位申請論文，1999.

## A5 水～土骨格連成式の有限要素表現

### (1) 水～土骨格連成式の誘導

水～土骨格 2 相系の連続条件式とダルシー則を再掲する。

$$\left( \int_v dv \right)' = \int_v \text{tr } \mathbf{D} dv = - \int_a \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} da \quad (\text{A5.1})$$

$$\mathbf{v}' = -k \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = -k \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \quad (\text{A5.2})$$

この式(A5.1)に式(A5.2)を代入した式に基づき、各要素の中心に間隙水圧を代表させる田村流<sup>1)</sup>・Christian 流<sup>2)</sup>を拡張する。すなわち、刻々の要素の座標を用いて要素間の間隙水の流れを次式で計算する。

$$\int_v \text{tr } \mathbf{D} dv = \int_a [B_v] da \{ \mathbf{v}^N \} = \mathbf{L} \{ \mathbf{v}^N \} = \sum_{i=1}^m \alpha_i (h_i - h) \quad (\text{A5.3})$$

ただし、 $h$  は対象とする要素 (図 A5.1 の要素 A) の全水頭、 $m$  は隣接する要素の数で 3 次元の場合は  $m=6$ 、2 次元の場合は  $m=4$  である。 $\alpha_i$  は、図 A5.1 中の各記号を参照しながら次式で与える。

$$\alpha_i = \frac{\frac{k_A l_{Ai} \cdot \mathbf{n}^i}{l_{Ai} \cdot l_{Ai}} \cdot \frac{k_i l_{ii} \cdot \mathbf{n}^i}{l_{ii} \cdot l_{ii}}}{\frac{k_A l_{Ai} \cdot \mathbf{n}^i}{l_{Ai} \cdot l_{Ai}} + \frac{k_i l_{ii} \cdot \mathbf{n}^i}{l_{ii} \cdot l_{ii}}} S^i \quad (\text{総和はとらない}) \quad (\text{A5.4})$$

ただし、

- $h$  : 要素 A の中心における全水頭
- $h_i$  : 要素  $i$  の中心における全水頭
- $k_A$  : 要素 A の透水係数
- $k_i$  : 要素  $i$  の透水係数
- $\mathbf{v}_A^i$  : 要素 A を流れる流速ベクトル
- $\mathbf{v}_i^i$  : 要素  $i$  を流れる流速ベクトル
- $\mathbf{n}^i$  : 要素 A と要素  $i$  の境界面にある 2 組の互いに向き合う 2 節点をつなぐ 2 つのベクトルで作られる平面を考える時、この平面に直行する (要素 A から見た外向き単位法線ベクトル)
- $S^i$  : 要素 A と要素  $i$  の境界面の重心を通り、法線ベクトル  $\mathbf{n}^i$  を有する平面にこの境界面を投影した時の面積
- $l_{Ai}$  : 要素 A の重心から見た、要素 A と要素  $i$  の境界面の重心への相対位置ベクトル

$l_{ii}$  : 要素 A と要素  $i$  の境界面の重心から見た要素  $i$  の重心への相対位置ベクトルである。

図 A5.1 には 3 次元条件における間隙水の流れを示したが、2 次元条件でも同様に式(A5.4)を用いることができる。ただし、2 次元の場合は、 $\mathbf{n}'$  は要素 A と要素  $i$  が共有する辺に垂直な外向き単位法線ベクトルであり、 $S'$  は共有する辺の長さに相当する。

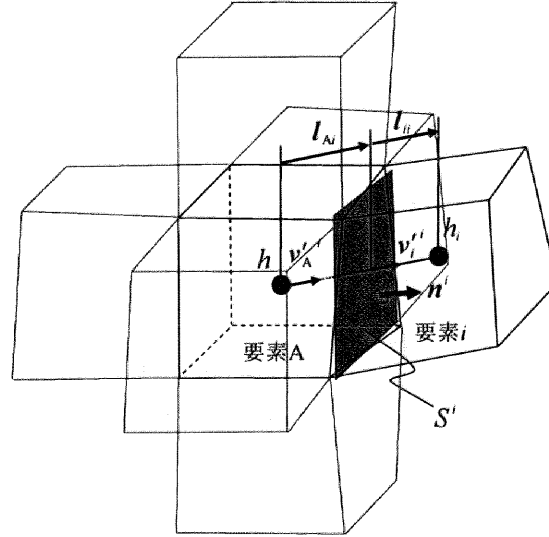


図 A5.1 間隙水の流れ (3 次元条件)

## (2) 境界条件の処理

### (a) 非排水境界の処理

ここでいう非排水境界とは、要素間の境界ではなく、解析対象領域の境界が非排水であることを示す。非排水境界では、当該要素の中心の水頭と境界の水頭とが等しいとすれば得られる。すなわち、その非排水境界について  $\alpha_i = 0$  とする。

### (b) 排水境界の処理

ここでいう排水境界もまた、解析対象領域の境界が排水であることを示す。簡単のため、2 次元で四角形要素の 4 番目の辺が排水境界で全水頭  $h_4$  が与えられ、他の辺は排水境界でも非排水境界でもないとする（要素間には間隙水の移動があるとする）。すると、式(A5.3)を次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \int_v \text{tr } \mathbf{D} dv &= \sum_{i=1}^4 \alpha_i (h_i - h) \\ &= \sum_{i=1}^3 \alpha_i h_i - \sum_{i=1}^4 \alpha_i h + \alpha_4 h_4 \end{aligned} \quad (\text{A5.5})$$

ここで、 $\alpha_4 h_4$ の項を、全体剛性方程式の荷重増分項の側に移項して処理する。以下に $\alpha_4 h_4$ の例を示す。基準面から辺4までの高さを $z_{m4}$ 、水位は基準面から $H$ の高さにあるとする。

①静水圧と水圧 $P_c$ を受けている場合 (図 A5. 2①)

$$\alpha_4 h_4 = \alpha_4 \left( z_{m4} + \frac{P_c + (H - z_{m4})\gamma_w}{\gamma_w} \right) = \alpha_4 \left( \frac{P_c}{\gamma_w} + H \right) \quad (\text{A5.6})$$

②大気圧の場合 (図 A5. 2②)

$$\alpha_4 h_4 = \alpha_4 \left( z_{m4} + \frac{0}{\gamma_w} \right) = \alpha_4 z_{m4} \quad (\text{A5.6})$$

③水位 $H = H(t)$ が変化する場合 (図 A5. 2③)

$$\alpha_4 h_4 = \alpha_4 \left( z_{m4} + \frac{(H(t) - z_{m4})\gamma_w}{\gamma_w} \right) = \alpha_4 H(t) \quad (\text{A5.7})$$

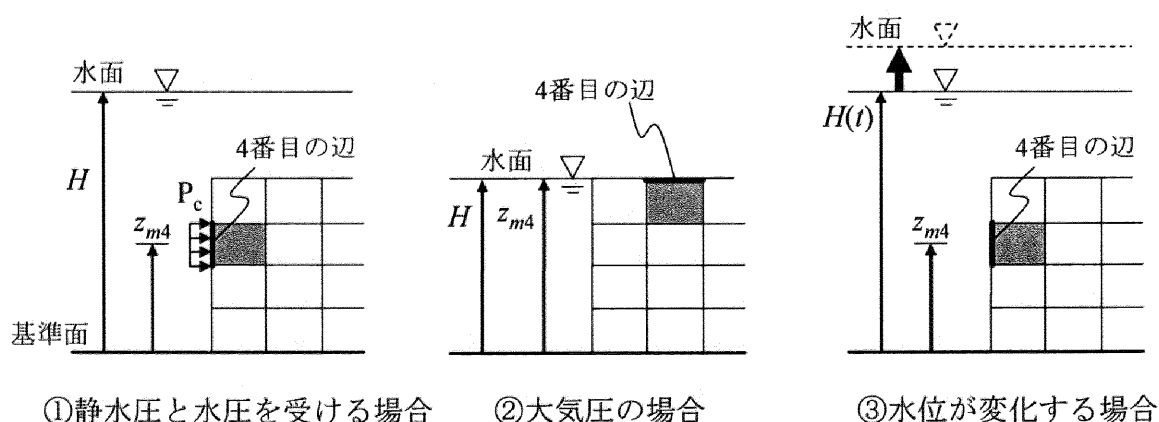


図 A5. 2 排水境界条件

## 参考文献

- 1) 赤井浩一，田村武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文集，第 269 号，pp.95-104, 1978.
- 2) Christian, J. T. : Undrained stress distribution by Numerical Method, Proceeding of ASCE, Vol.94, SM6, pp.217-232, 1990.

## A6 構成式のマトリクス表現

構成式を  $\{\dot{\mathbf{T}}'\} = [D^{ep}]\{\mathbf{D}\}$  で表現する時、 $[D^{ep}]$  はつぎの手順により求まる。はじめに再度、SYS カムクレイモデルの弾塑性構成式を示しておく。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \left( \tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) (\text{tr } \mathbf{D}) \mathbf{I} + 2 \tilde{G} \mathbf{D} - \frac{(6 \tilde{G} \hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K} \alpha \text{tr } \mathbf{D})(6 \tilde{G} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \tilde{K} \alpha \mathbf{I})}{12 \eta^{*2} \tilde{G} + \tilde{K} \alpha^2 + h} \quad (\text{A6.1})$$

ここに、

$$\tilde{K} = \frac{1+e}{\tilde{\kappa}} p' (= \frac{J(1+e_0)}{\tilde{\kappa}} p')$$

$$\tilde{G} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \tilde{K}$$

$$\alpha = M_a^2 - \eta^2$$

$$h = J p' \frac{M^2 + \eta^{*2}}{MD} (M_s^2 - \eta^2)$$

である。ここで、 $a = \tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G}$ 、 $b = 2 \tilde{G}$ 、 $c = 6 \tilde{G}$ 、 $d = \tilde{K} \alpha$ 、 $e = 12 \eta^{*2} \tilde{G} + \tilde{K} \alpha^2 + h$  とおけば、上式は次式になる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = a (\text{tr } \mathbf{D}) \mathbf{I} + b \mathbf{D} - \frac{(c \hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \mathbf{D} - d \text{tr } \mathbf{D})(c \hat{\boldsymbol{\eta}} - d \mathbf{I})}{e} \quad (\text{A6.2})$$

したがって、 $[D^{ep}]$  は次の形で表現される。

(1) 平面ひずみ問題の場合 ( $D_{i3} = 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ )

$$[D^{ep}] = [D_1^{ep}] - [D_2^{ep}] \quad (\text{A6.3})$$

とおくと、

$$[D_1^{ep}] = \begin{bmatrix} a+b & a & 0 \\ a & a+b & 0 \\ 0 & 0 & b/2 \end{bmatrix} \quad (\text{A6.4})$$

$$[D_2^{ep}] = \frac{1}{e} \begin{bmatrix} (c\hat{\eta}_{11}-d)^2 & (c\hat{\eta}_{11}-d)(c\hat{\eta}_{22}-d) & c\hat{\eta}_{12}(c\hat{\eta}_{11}-d) \\ & (c\hat{\eta}_{22}-d)^2 & c\hat{\eta}_{12}(c\hat{\eta}_{22}-d) \\ sym. & & (c\hat{\eta}_{12})^2 \end{bmatrix} \quad (A6.5)$$

(2) 軸対称問題の場合 ( $D_{13} = D_{23} = 0$ )

$$[D^{ep}] = [D_1^{ep}] - [D_2^{ep}] \quad (A6.6)$$

$$[D_1^{ep}] = \begin{bmatrix} a+b & a & 0 & a \\ a & a+b & 0 & a \\ 0 & 0 & b/2 & 0 \\ a & a & 0 & a+b \end{bmatrix} \quad (A6.7)$$

$$[D_2^{ep}] = \frac{1}{e} \begin{bmatrix} (c\hat{\eta}_{11}-d)^2 & (c\hat{\eta}_{11}-d)(c\hat{\eta}_{22}-d) & c\hat{\eta}_{12}(c\hat{\eta}_{11}-d) & (c\hat{\eta}_{11}-d)(c\hat{\eta}_{33}-d) \\ & (c\hat{\eta}_{22}-d)^2 & c\hat{\eta}_{12}(c\hat{\eta}_{22}-d) & (c\hat{\eta}_{22}-d)(c\hat{\eta}_{33}-d) \\ & & (c\hat{\eta}_{12})^2 & c\hat{\eta}_{12}(c\hat{\eta}_{33}-d) \\ sym. & & & (c\hat{\eta}_{33}-d)^2 \end{bmatrix} \quad (A6.8)$$

(3) 3次元問題の場合

$$[D^{ep}] = [D_1^{ep}] - [D_2^{ep}] \quad (A6.9)$$

$$[D_1^{ep}] = \begin{bmatrix} a+b & a & a & & \\ a & a+b & a & & 0 \\ a & a & a+b & & \\ & & & b/2 & \\ & 0 & & b/2 & b/2 \end{bmatrix} \quad (A6.10)$$

$$[D_2^{ep}] = \frac{1}{e} \begin{bmatrix} (c\hat{\eta}_{11}-d)^2 & (c\hat{\eta}_{11}-d)(c\hat{\eta}_{22}-d) & (c\hat{\eta}_{11}-d)(c\hat{\eta}_{33}-d) & c\hat{\eta}_{12}(c\hat{\eta}_{11}-d) & c\hat{\eta}_{23}(c\hat{\eta}_{11}-d) & c\hat{\eta}_{31}(c\hat{\eta}_{11}-d) \\ & (c\hat{\eta}_{22}-d)^2 & (c\hat{\eta}_{22}-d)(c\hat{\eta}_{33}-d) & c\hat{\eta}_{12}(c\hat{\eta}_{22}-d) & c\hat{\eta}_{23}(c\hat{\eta}_{22}-d) & c\hat{\eta}_{31}(c\hat{\eta}_{22}-d) \\ & & (c\hat{\eta}_{33}-d)^2 & c\hat{\eta}_{12}(c\hat{\eta}_{33}-d) & c\hat{\eta}_{23}(c\hat{\eta}_{33}-d) & c\hat{\eta}_{31}(c\hat{\eta}_{33}-d) \\ & & & (c\hat{\eta}_{12})^2 & (c\hat{\eta}_{12})(c\hat{\eta}_{23}) & (c\hat{\eta}_{12})(c\hat{\eta}_{31}) \\ & & & & (c\hat{\eta}_{23})^2 & (c\hat{\eta}_{23})(c\hat{\eta}_{31}) \\ sym. & & & & & (c\hat{\eta}_{31})^2 \end{bmatrix} \quad (A6.11)$$

ただし、弾性状態では $[D_2^{ep}] = 0$ である。



## A7 up-dated Lagrange 法を用いた計算方法と解析フロー

### (1) 解くべき連立常微分方程式

力の釣り合い式の離散化式 (式(A4.45)) と水～土骨格連成式の離散化式 (式(A5.3)) を再掲する。

$$\mathbf{K}\{\mathbf{v}^N\} - \mathbf{L}^T \dot{\mathbf{u}} = \{\dot{\mathbf{f}}\} \quad (\text{A7.1})$$

$$\mathbf{L}\{\mathbf{v}^N\} = \sum_{i=1}^m \alpha_i (h_i - h) = \sum_{i=1}^m \frac{\alpha_i}{\gamma_w} (u_i - u) + \sum_{i=1}^m \alpha_i (z_i - z) \quad (\text{A7.2})$$

$\{\mathbf{v}^N\} = \frac{d}{dt}\{\mathbf{u}^N\}$ 、 $\dot{\mathbf{u}} = \frac{d}{dt}\mathbf{u}$  と書くとともに、各要素に対して得られる両式を全体で重ね合わせる

ことにより、最終的に与えられた初期条件、境界条件のもとで解くべき連立常微分方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{L}^T \\ -\mathbf{L} & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}\} \\ \{u\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}\} \\ \{u\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{f}}\} \\ \{f_u\} \end{Bmatrix} \quad (\text{A7.3})$$

ここに、土骨格剛性マトリクス全要素を重ね合わせたものを改めて  $\mathbf{K}$  と書き、式(A7.2)の右辺の係数  $\alpha_i$  に対しても  $\gamma_w$  で割ったものを改めて  $\alpha$  と書いている。また、 $\{f_u\}$  は式(A7.1)で  $z$  を含む項である。

### (2) 解くべき連立一次方程式

上記の微分法的式を解くために、間隙水圧速度  $\dot{u}$  には次式に示す差分法を用いる。

$$\dot{u} = \frac{u|_{t+\Delta t} - u|_t}{\Delta t} \quad (\text{A7.4})$$

ここに、 $\Delta t$  は 1 計算ステップの時間間隔、 $u|_t$  および  $u|_{t+\Delta t}$  はそれぞれ時刻  $t=t$  および  $t=t+\Delta t$  における間隙水圧  $u$  を表わしている。また、全水頭  $h$  に対しては、 $\theta$ -法を用いて次式で表わす。

$$\begin{aligned} h &= \theta h|_{t+\Delta t} + (1-\theta)h|_t \\ &= \theta \left( z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \Big|_{t+\Delta t} + (1-\theta) \left( z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \Big|_t \quad (0 \leq \theta \leq 1) \end{aligned} \quad (\text{A7.5})$$

これらを式(A7.3)に代入し両辺に  $\Delta t$  を乗じることにより、水～土連成初期値境界値問題は

① 各節点での変位増分  $\{\Delta \mathbf{u}\}$

② 各要素の間隙水圧  $\{u\}|_{t+\Delta t}$

を同時に求める連立一次方程式になる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{L}^T \\ -\mathbf{L} & \theta \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta \mathbf{u}\} \\ \{\mathbf{u}\}_{l+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta \mathbf{f}\} \\ \{\Delta \mathbf{f}_u\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\mathbf{L}^T \{\mathbf{u}\}_l \\ -(1-\theta)\mathbf{H}\{\mathbf{u}\}_l \end{Bmatrix} \quad (\text{A7.6})$$

ここにこの式を「全体剛性方程式」と呼ぶ。なお、式(A7.3)の $\alpha$ 、 $\{\dot{\mathbf{u}}\}$ 、 $\{\mathbf{f}_u\}$ 、 $\{\dot{\mathbf{f}}\}$ に対して $\Delta t$ を乗じたものを改めて $\mathbf{H}$ 、 $\{\Delta \mathbf{u}\}$ 、 $\{\Delta \mathbf{f}_u\}$ 、 $\{\Delta \mathbf{f}\}$ と書いている。

## (2) 繰返し計算と up-dated Lagrange 法

計算フローを図 A7.1 に示す。

計算は次に示す(a)～(e)に挙げる理由のため繰返し計算を必要とする。

- (a) 土骨格接線剛性マトリクス  $\mathbf{K}$  の中に、使用する土骨格の構成式に関係なく、全応力（あるいは有効応力  $\mathbf{T}'$  と間隙水圧  $u$ ）が含まれる。
- (b) 土骨格材料として弾塑性構成式を用いるため、弾塑性マトリクスの中にその時点で求めたい有効応力  $\mathbf{T}'$  および  $J = \det \mathbf{F}$  が含まれる。
- (c)  $\{\Delta \mathbf{f}\}$  には境界の幾何形状変化に影響して値が変化する荷重増分も含まれる。
- (d) Green-Nagdhi の応力速度を用いるときは、物質スピン  $\boldsymbol{\Omega}$  に関する項を等価な節点力として処理する。
- (e) 構造、過圧密、異方性の発展則について、 $\dot{R}$ 、 $\dot{R}^*$  および  $\dot{\boldsymbol{\beta}}$  には塑性乗数  $\lambda$  が含まれる。  
つまり  $R$ 、 $R^*$  および  $\boldsymbol{\beta}$  が含まれ、また求めたい  $R$ 、 $R^*$  および  $\boldsymbol{\beta}$  自身が構成式に含まれる。

この連立方程式を繰返し計算で得られた変位増分  $\{\Delta \mathbf{u}\}$  を用いて、要素の各節点の座標を計算ステップ毎に更新していくことにより、あたかもその状態が基準配置であるかのように次々と変形を追跡していく（up-dated Lagrange 法）。

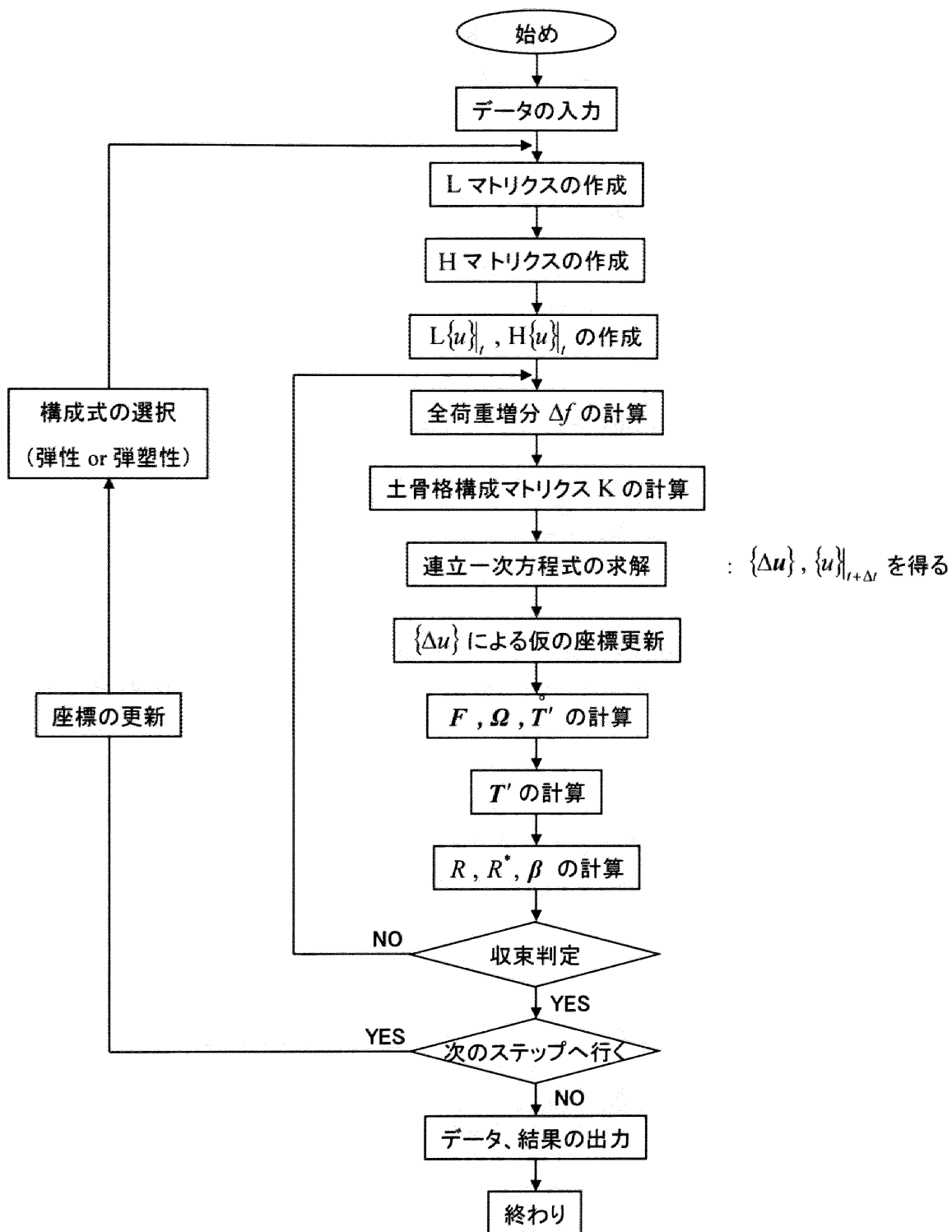


図 A7.1 有限要素計算のフロー

### (3) 諸量の計算と収束計算

変形勾配  $F$ 、物質スピン  $R$ 、有効応力  $T'$ 、骨格構造である構造  $R^*$ 、過圧密、 $R$  および異方性  $\beta$  の計算方法、ならびに採用した収束条件等について、以下(a)~(g)に示す。なお諸量の

1 つを  $A$  とするとき、 $i$  ステップ目で収束した値を  $A_i$ 、 $i$  ステップ目の  $k$  回目の iteration 中の値を  $A_i^{(k)}$  で表わす。このとき、 $A_{i+1}^{(0)} = A_i$  が成立する。

(a) 変形勾配  $F$  の計算

現配置における要素内の任意の物質点  $X$  の位置ベクトル  $\mathbf{x}$  は、要素の各節点の位置ベクトル  $\mathbf{x}^k$  (4 節点アイソパラメトリック要素の場合  $k=1\sim 4$ ) と、形状関数  $N^k$  (式(A4.1)参照) を用いて次式で表わせる。

$$\mathbf{x} = N^k \mathbf{x}^k \quad (\text{A7.7})$$

ここで物質点  $X$  の基準配置の位置ベクトル  $\mathbf{X}$  とすると、 $N^k = N^k(\mathbf{X})$  であるので変形勾配は次式で表現できる。

$$\mathbf{F} = \frac{\partial N^k}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{x}^k \quad (\text{A7.8})$$

したがって、基準状態 (初期状態) においてあらかじめ 1 回だけ、各要素の各ガウス点で  $\partial N^k / \partial \mathbf{X}$  を計算しておき、刻々の要素の節点座標  $\mathbf{x}^k$  を用いて変形勾配  $\mathbf{F}$  を計算すればよい。

(b) 物質スピンの  $\mathbf{\Omega} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T$  の計算

式(A7.5) を用いて求めた  $\mathbf{F}$  を極分解 (式(A1.9)) して得られる  $\mathbf{R}$  を考える。 $i+1$  ステップ目の  $k$  回目の iteration 中の  $\mathbf{R}$  を計算して次式で求める。

$$\dot{\mathbf{R}}_{i+1}^{(k)} = (\mathbf{R}_{i+1}^{(k-1)} - \mathbf{R}_i) / \Delta t \quad (\text{A7.9})$$

一方、 $\mathbf{R}_{i+1}^{(k)}$  は  $i$  ステップ目の節点座標と  $i+1$  ステップ目の  $k-1$  回目の節点座標の算術平均した座標から  $\mathbf{R}$  を計算する。これにより

$$\mathbf{\Omega}_{i+1}^{(k)} = \dot{\mathbf{R}}_{i+1}^{(k-1)} \mathbf{R}_{i+1}^{(k-1)T} \quad (\text{A7.10})$$

(c) 有効応力  $\mathbf{T}'$  の計算

今、 $i+1$  ステップ目を計算しているとする。連立一次方程式 (式(A7.6)) を解いて得られる  $\{\Delta \mathbf{u}\}$  を用いて式(A4.3)と式(A4.11)から  $\overset{\circ}{\mathbf{T}}_{i+1}^{(k)}$  を計算する。その後、式(A1.41)を用いて次式により  $\mathbf{T}_{i+1}'^{(k)}$  を計算する。

$$\mathbf{T}_{i+1}'^{(k)} = \mathbf{T}_i' + \left( \overset{\circ}{\mathbf{T}}_{i+1}^{(k)} - \mathbf{\Omega}_{i+1}^{(k)} \mathbf{T}_{i+1}'^{(k-1)} + \mathbf{T}_{i+1}'^{(k-1)} \mathbf{\Omega}_{i+1}^{(k)} \right) \Delta t \quad (\text{A7.11})$$

(d)  $R^*$ 、 $R$ 、 $\beta$  の計算

式(A6.56)、式(A6.60)、式(A6.61)、式(A6.66)より  $\dot{R}^*$ 、 $\dot{R}$ 、 $\dot{\beta}$  は以下の式になる。

<砂の場合>

$$\begin{aligned}\dot{R}^* &= JU^* \sqrt{\frac{2}{3}} \|D_s^p\| = JU^* \Lambda \frac{MD}{p'(M^2 + \eta^{*2})} 2\eta^{*2} \\ &= JU^* 2\eta^{*2} \frac{6\tilde{G}\hat{\eta} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K}\alpha(\text{tr}\mathbf{D})}{12\eta^{*2}\tilde{G} + \tilde{K}\alpha^2 + Jp' \frac{M^2 + \eta^{*2}}{MD} (M_s^2 - \eta^2)}\end{aligned}\quad (\text{A7.12})$$

<粘土の場合>

$$\begin{aligned}\dot{R}^* &= JU^* \|D^p\| = JU^* \Lambda \frac{MD}{p'(M^2 + \eta^{*2})} \sqrt{6\eta^* + \frac{1}{3}\alpha^2} \\ &= JU^* \sqrt{6\eta^* + \frac{1}{3}\alpha^2} \frac{6\tilde{G}\hat{\eta} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K}\alpha(\text{tr}\mathbf{D})}{12\eta^{*2}\tilde{G} + \tilde{K}\alpha^2 + Jp' \frac{M^2 + \eta^{*2}}{MD} (M_s^2 - \eta^2)}\end{aligned}\quad (\text{A7.13})$$

$$\begin{aligned}\dot{R} &= JU \|D^p\| = JU^* \Lambda \frac{MD}{p'(M^2 + \eta^{*2})} \sqrt{6\eta^* + \frac{1}{3}\alpha^2} \\ &= JU^* \sqrt{6\eta^* + \frac{1}{3}\alpha^2} \frac{6\tilde{G}\hat{\eta} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K}\alpha(\text{tr}\mathbf{D})}{12\eta^{*2}\tilde{G} + \tilde{K}\alpha^2 + Jp' \frac{M^2 + \eta^{*2}}{MD} (M_s^2 - \eta^2)}\end{aligned}\quad (\text{A7.14})$$

$$\begin{aligned}\dot{\beta} &= J \frac{b_r}{D} \sqrt{\frac{2}{3}} \|D_s^p\| \|\hat{\eta}\| \eta_b = J \frac{b_r}{D} \Lambda \frac{MD}{p'(M^2 + \eta^{*2})} 2\eta^* \|\hat{\eta}\| \eta_b \\ &= JU^* \frac{b_r}{D} 2\eta^* \frac{6\tilde{G}\hat{\eta} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K}\alpha(\text{tr}\mathbf{D})}{12\eta^{*2}\tilde{G} + \tilde{K}\alpha^2 + Jp' \frac{M^2 + \eta^{*2}}{MD} (M_s^2 - \eta^2)} \|\hat{\eta}\| \eta_b\end{aligned}\quad (\text{A7.15})$$

ただし、

$$U^* = \frac{a}{D} R^{*b} (1 - R^*)^c \quad (\text{A7.16})$$

$$U = -\frac{m}{D} \ln R \quad (\text{A7.17})$$

また、

$$M_s^2 = M_a^2 + b_r \frac{4M\eta^{*2}}{M^2 + \eta^{*2}} \left( m_b \eta^* - \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{\eta} \cdot \beta \right) - MD \left( \frac{U^*}{R^*} 2\eta^{*2} - \frac{U}{R} \sqrt{6\eta^* + \frac{1}{3}\alpha^2} \right) \quad (\text{砂}) \quad (\text{A7.18})$$

$$M_s^2 = M_a^2 + b_r \frac{4M\eta^{*2}}{M^2 + \eta^{*2}} \left( m_b \eta^* - \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{\eta} \cdot \beta \right) - MD \left( \frac{U^*}{R^*} - \frac{U}{R} \right) \sqrt{6\eta^* + \frac{1}{3}\alpha^2} \quad (\text{粘土}) \quad (\text{A7.19})$$

そこで、発展則に従うように  $i$  ステップ目の  $R$ 、 $R^*$ 、 $\beta$  の値を用いて、 $k$  回目の iteration の  $R_{i+1}^{(k)}$ 、 $R_{i+1}^{*(k)}$ 、 $\beta_{i+1}^{(k)}$  を以下の式で求める。

$$R_{i+1}^{(k)} = R_i + \dot{R}_i^{(k-1)} \Delta t \quad (\text{A7.20})$$

$$R_{i+1}^{*(k)} = R_i^* + \dot{R}_i^{*(k-1)} \Delta t \quad (\text{A7.21})$$

$$\beta_{i+1}^{(k)} = \beta_i + \left( \beta_{i+1}^{(k)} - \Omega_{i+1}^{(k)} \beta_{i+1}^{(k-1)} + \beta_{i+1}^{(k-1)} \Omega_{i+1}^{(k)} \right) \Delta t \quad (\text{A7.22})$$

また弾性除荷された場合は式(A6.50)より、

$$R = \exp \left\{ \left( f(p', q) + \int_0^{t'} J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau + \text{MD} \ln R^*(t') \right) \right\} / \text{MD} \quad (\text{A7.23})$$

で求める。ここで、 $t'$  は最後の負荷状態の時点をさす。

(e) 構成式の判定

式(A6.83)を用いて決める。具体的に式(A6.50)の  $f$  を用いて計算すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{ED} = \frac{D}{p'} \left\{ \frac{3\tilde{G}}{q} \mathbf{S} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K} \beta(\text{tr} \mathbf{D}) \right\} \quad (\text{A7.24})$$

ここに  $\beta = M - q/p'$  である。したがって、この式に収束した  $\mathbf{T}'$  と  $\mathbf{D}$  を代入して得られた値の符号の正負から、式(A6.83)を用いて負荷状態にあるか、非負荷状態にあるかを判定する。なお非負荷状態（弾性状態）であれば、式(A7.23)により  $R$  を計算し、その後は下負荷面に従う。また1つの計算ステップの iteration の間は構成式の種類を変えないことにする。

(f) 収束判定条件

各要素の各ガウス点の数値積分点において、収束判定を行う。相当応力を  $T_e = \sqrt{\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}}$  で定義するとき、 $i+1$  ステップ目で  $k-1$  回目の iteration で得られた値  $T_{e_{i+1}}^{(k-1)}$  と  $k$  回の iteration で得られる  $T_{e_{i+1}}^{(k)}$  値がすべてのガウス点において次式を満たすとき、その  $i+1$  ステップ目の計算を終了し、次のステップへと進むものとする。

$$\left| \frac{T_{e_{i+1}}^{(k)} - T_{e_{i+1}}^{(k-1)}}{T_{e_{i+1}}^{(k-1)}} \right| < \varepsilon \quad (\text{A7.25})$$

ここに記号  $| \cdot |$  は絶対値を表わし、 $\varepsilon$  は十分に小さい正の値である。

(g) その他

荷重増分  $\{\Delta \mathbf{f}\}$  には、式(A2.10)で示すように幾何形状の変化によって値が変化する項が含まれる（付録 A4 参照）。この式中  $\mathbf{n}$  は(b)の  $R_{i+1}^{(k)}$  同様、 $i$  ステップ目の値と  $i+1$  ステップの  $k-1$  回目の iteration 中の要素節点座標の平均座標から求める。土骨格接線剛性マトリクス  $\mathbf{K}$  の中にある  $\mathbf{T}'$  と  $u$ 、ならびに構成式中の  $\mathbf{T}'$  についても平均値をとって式(A4.14)中に代入している。

## A8 地盤の初期状態の計算方法

### (1) 深さ方向に均質な初期過圧密比・構造・異方性を有する地盤の間隙比と応力の決定方法

初期過圧密比  $1/R_0$ 、初期構造の程度  $1/R_0^*$  および初期異方性  $\zeta_0$  を有した地盤の地表面に等分布荷重  $\delta$  が作用し、一次元圧縮状態（初期側圧係数  $K_0 = (3 - \eta_0)/(3 + 2\eta_0) = \text{一定}$ 、 $\eta_0 (= q_0/p'_0)$ ：初期応力比）にある時、深さ  $h_i$  における比体積  $v(h_i) = 1 + e(h_i)$  は、次式(A8.1)で示される。

$$1 + e(h_i) = N_0 - \tilde{\lambda} \ln \frac{1 + 2K_0}{3} \times \left[ \delta + \int_0^{h_i} \left\{ \left( \gamma_s \frac{1}{1 + e(z)} + \gamma_w \frac{e(z)}{1 + e(z)} \right) - \gamma_w \right\} dz \right] \quad (\text{A8.1})$$

ここに、 $\gamma_s$ ：土粒子の単位体積重量、 $\gamma_w$ ：水の単位体積重量および  $e(z)$ ： $z = z$  での間隙比である。また、 $N_0$  は見かけの一次元圧縮曲線の切片であり、異方性の無い状態にある練返し正規圧密土の等方正規圧密線（NCL）の切片  $N$ 、傾き  $\tilde{\lambda}$  および膨潤線の傾き  $\tilde{\kappa}$  を用いて、以下の式で表される。

$$N_0 = N - (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln \left[ \frac{M^2 + (\eta_0 - \zeta_0)^2}{M^2} \frac{R_0^*}{R_0} \right] \quad (\text{A8.2})$$

(A8.1)式において  $e(z)$  を  $h_i$  について微分すると、

$$\frac{de}{dh_i} = -\tilde{\lambda} \frac{1 + 2K_0}{3} \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1 + e(h_i)} \exp \left( \frac{e(h_i) + 1 - N_0}{\tilde{\lambda}} \right) \quad (\text{A8.3})$$

が得られる。ここで  $h_i = 0$  とおくと

$$e(0) = N_0 - 1 - \tilde{\lambda} \ln \frac{1 + 2K_0}{3} \delta \quad (\text{A8.4})$$

となり、地表面における間隙比が求まる。これにより、Newton-Raphson 法を用いて  $e(0)$  より深さ方向に計算し、深さ  $h_i$  のガウス点の  $e(h_i)$  を決定する。

(2) 深さ方向に均質な初期構造・異方性・間隙比を有する地盤の過圧密比と応力の決定方法

水平方向に均質な地盤の間隙比  $e$  の分布  $e=e(z)$  とともに、初期構造と初期異方性の分布がそれぞれ  $R_0^* = R_0^*(z)$ ,  $\zeta_0^* = \zeta_0^*(z)$  で与えられているとする。また、この地表面に等分布な上載圧が作用しているとする。この時、深さ  $z = h_i$  (地表面が  $z=0$ ) において、次式が成立する。

$$N_0 - \tilde{\lambda} \ln \frac{1+2K_0}{3} \left[ \delta + \int_0^{h_i} \left\{ \gamma_s \frac{1}{1+e(z)} + \gamma_w \frac{e(z)}{1+e(z)} \right\} - \gamma_w \right] dz = 1 + e(h_i) \quad (A8.5)$$

ここに、 $\gamma_s$  と  $\gamma_w$  は、それぞれ単体で見た時の土粒子と水の単位体積重量で、(少なくとも有限要素内で)一定とすると、式(A8.5)は次式になる。

$$N_0 = 1 + e(h_i) + \tilde{\lambda} \ln \frac{1+2K_0}{3} \left\{ \delta + (\gamma_s - \gamma_w) \int_0^{h_i} \frac{dz}{1+e(z)} \right\} \quad (A8.6)$$

ここに、式(A8.5)と式(A8.6)において、見かけの一次元圧縮曲線の切片  $N_0$  は、初期側圧係数  $K_0 \left( = \frac{3-\eta_0}{3+2\eta_0}, \eta_0 = \frac{q_0}{p'_0} \right)$  : 初期応力比、異方性のない練り返し正規圧密土の等方圧密試験より得られる NCL の切片  $N$  とその傾き  $\tilde{\lambda}$ 、ならびに膨潤線の傾き  $\tilde{\kappa}$  を用いて、次式でも表すことができる。

$$N_0 = N - (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln \left\{ \frac{M^2 + (\eta_0 - \zeta_0)^2}{M^2} \frac{R_0^*}{R_0} \right\} \quad (A8.7)$$

したがって式(A8.6)に基づいて、地表面( $z=0$ )から、既知の  $e(z)$  の分布を積分して求めた  $N_0$  を式(A8.7)に代入し、これを  $R_0$  について解けばよい。すなわち、

$$R_0 = \frac{M^2 + (\eta_0 - \zeta_0)^2}{M^2} R_0^* \exp \left( \frac{N_0 - N}{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}} \right) \quad (A8.8)$$

を求めればよい。

なお、 $z = h_i$  での有効鉛直圧  $\sigma'_v$  は式(A8.5)または式(A8.6)で自明だが、次式で与えられる。

$$\sigma'_v = \delta + (\gamma_s - \gamma_w) \int_0^{h_i} \frac{dz}{1+e(z)} \quad (A8.9)$$



## A9 一様変形場における構成式の解析手法

ここでは図 A9.1 に示すような、一様変形場で 3 軸圧縮・伸張条件を考え、構成式 (SYS モデル) を差分的に数値積分する方法について説明する。

この一様変形場を式で示せば次のようになる。

$$x_1 = X_1 - g(t)X_1 \quad (\text{A9.1})$$

$$x_2 = X_2 + \delta t X_2 \quad (\text{A9.2})$$

$$x_3 = X_3 - g(t)X_3 \quad (\text{A9.3})$$

これは、変位速度  $\delta (>0$ 、負の時は圧縮) で  $x_2 (X_2)$  方向に変位させ、 $x_1 (X_1)$  方向と  $x_3 (X_3)$  方向には、 $g(t) (>0$ 、負の時は圧縮) の変位速度で変位させることを意味している。このとき、変形勾配  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(t)$  は、

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 1-g(t) & 0 & 0 \\ 0 & 1+\delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1-g(t) \end{bmatrix} \quad (\text{A9.4})$$

となる。

ここで、一次元圧縮および、非排水条件、応力増分比 ( $\dot{q}/\dot{p}'$ ) 一定条件を仮定する。

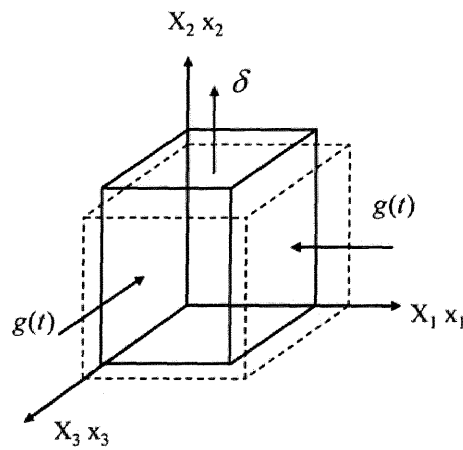


図 A9.1 一様変形場

(1) 一次元圧縮条件の時

一次元の変形を考え、 $x_1(X_1)$  方向と  $x_3(X_3)$  方向には変形を与えないものとする。つまり、式(A9.4)に  $g(t)=0$  を代入すると

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1+\delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A9.5})$$

となり、 $\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1}$  からストレッチングテンソル  $\mathbf{D} = 1/2(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)$  を計算すると、次式が得られる。

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+\delta t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A9.6})$$

(2) 非排水条件の時

体積変化はないので、 $\det \mathbf{F} = 0$  より

$$\det \mathbf{F} = (1 - g(t))^2 (1 + \delta t) = 1 \quad (\text{A9.7})$$

となる。この式から  $g(t)$  を  $\delta$  で表すと以下のようにになる。

$$g(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1+\delta t}} \quad (\text{A9.8})$$

この  $g(t)$  を用いて、式(A9.4)の変形勾配  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(t)$  を書き直すと

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+\delta t}} & 0 & 0 \\ 0 & 1+\delta t & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\delta t}} \end{bmatrix} \quad (\text{A9.9})$$

となり、一次元圧縮条件の時と同様に  $\mathbf{D}$  を計算すると次式が得られる。

$$\mathbf{D} = \frac{\delta}{2(1+\delta t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{A9.10})$$

### (3) 応力増分比一定の時

式(A9.4)から  $\mathbf{D}$  を計算すると次式が得られる。

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{g}(t)}{1+g(t)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{1+\delta t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\dot{g}(t)}{1+g(t)} \end{bmatrix} \quad (\text{A9.11})$$

軸対称条件下では、平均有効応力  $p'$ 、せん断応力  $q$  は次式で表される。

$$p' = -\frac{1}{3}(T'_{11} + T'_{22} + T'_{33}) = -\frac{1}{3}(2T'_{11} + T'_{22}) \quad (\text{A9.12})$$

$$q = -(T'_{22} - T'_{11}) \quad (\text{A9.13})$$

$\dot{q}/\dot{p}' = A$  (一定) とすると、 $\dot{T}'_{11}$  と  $\dot{T}'_{22}$  の関係は以下ようになる。

$$(3-A)\dot{T}'_{22} = (3+2A)\dot{T}'_{11} \quad (\text{A9.14})$$

この関係式を弾塑性構成式 (式(A6.80)) に代入し、ストレッチングテンソルの成分  $D_{11}, D_{22}$  について整理すると以下の関係式が得られる。

$$D_{11} = \frac{(3+2A)\left\{a - \frac{1}{e}(c\hat{\eta}_{11} - d)(c\hat{\eta}_{22} - d)\right\} - (3-A)\left\{a + b - \frac{1}{e}(c\hat{\eta}_{22} - d)^2\right\}}{2(3-A)\left\{a - \frac{1}{e}(c\hat{\eta}_{11} - d)(c\hat{\eta}_{22} - d)\right\} - (3+2A)\left\{2a + b - \frac{2}{e}(c\hat{\eta}_{11} - d)^2\right\}} D_{22} \quad (\text{A9.15})$$

ただし  $a = \tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G}$ ,  $b = 2\tilde{G}$ ,  $c = 6\tilde{G}$ ,  $d = \tilde{K}\alpha$ ,  $e = 12\eta^{*2}\tilde{G} + \tilde{K}\alpha^2 + h$  であり、 $\tilde{K} = \frac{1+e}{\tilde{K}} p'$ ,

$\tilde{G} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}\tilde{K}$ ,  $\alpha = M_s^2 - \eta^2$ ,  $h = Jp' \frac{M^2 + \eta^{*2}}{MD} (M_s^2 - \eta^2)$  である。

したがって式(A9.11)より

$$D_{22} = \frac{\delta}{1+\delta t} \quad (\text{A9.16})$$

で与え、 $D_{11}$  は  $D_{22}$  から計算する式(A9.14)で与えれば、所定の変形が得られる。

また、 $\text{tr}\mathbf{D} = 2D_{11} + D_{22}$  と  $\dot{J} = J(\text{tr}\mathbf{D})$  を用いると、初期に  $J=1$  として

$$J = \exp\left(\int_0^t \text{tr}\mathbf{D} d\tau\right) = \exp\left(\sum \text{tr}\mathbf{D} \Delta t\right) \quad (\text{A9.17})$$

より  $J$  を計算することができる。

以上で求めた  $\mathbf{D}$  をそれぞれ構成式（式(A6.80)）に代入し、

$$\mathbf{T}'_{i+1} = \mathbf{T}'_i + \dot{\mathbf{T}}'_i \Delta t \quad (\text{A9.18})$$

で差分的に数値（時間）積分していく。ここに  $\Delta t$  が 1 ステップ間隔、 $\mathbf{T}'_i$  が  $i$  ステップ目の土骨格の有効応力、 $\dot{\mathbf{T}}'_i$  が  $i$  ステップ目の土骨格の有効応力速度を表す。この式は、両辺に応力を含む非線形な式であるので収束計算が必要になるが、本論文では各計算ステップにおける相当応力  $T_e (= \sqrt{\mathbf{T}' \cdot \mathbf{T}'})$  の変化量の割合が、 $10^{-8}$  以下に収まることをその条件として課した。

また  $R$ （過圧密比の逆数）、及び  $R^*$ （構造の程度）、 $\beta$ （異方性の程度）も同様に、

$$R_{i+1} = R_i + \dot{R}_i \Delta t \quad (\text{A9.19})$$

$$R^*_{i+1} = R^*_i + \dot{R}^*_i \Delta t \quad (\text{A9.20})$$

$$\beta_{i+1} = \beta_i + \dot{\beta}_i \Delta t \quad (\text{A9.21})$$

により差分的に求めている。

構成式の数値積分のフローチャートを図 A9. 2 に示す。

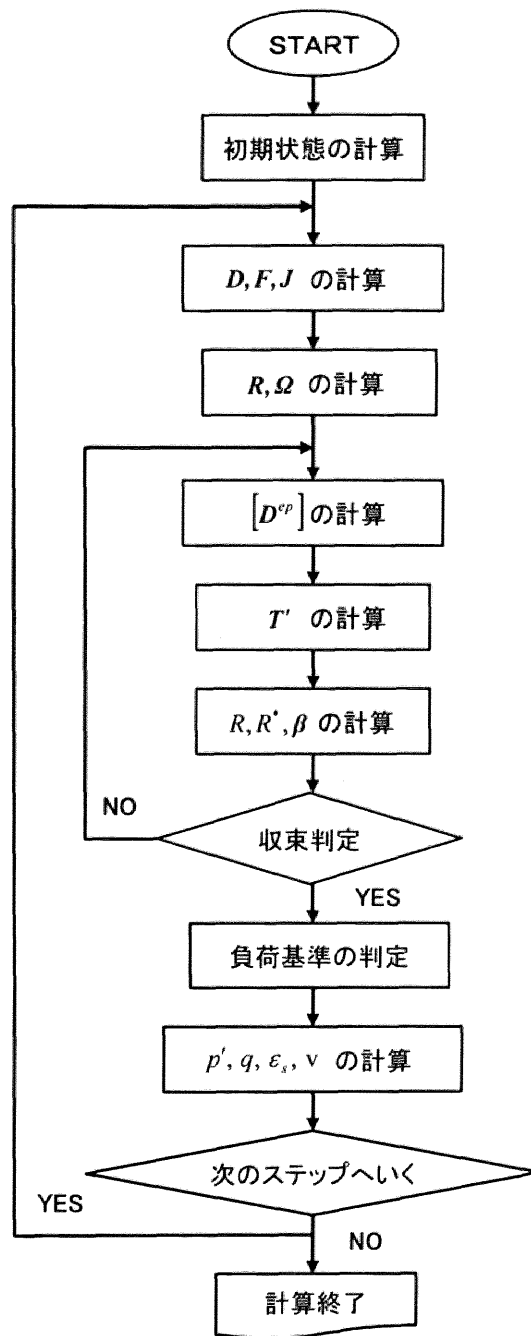


図 A9.2 構成式の数値積分のフローチャート

## A10 三軸試験

地盤のせん断特性の把握は非常に重要である。現位置で直接試験を行うことは困難なので、たいていは現位置でサンプリングされた試料を用いて室内せん断試験を行い、せん断特性の把握を行っている。現在利用されている室内せん断試験方法は大きく、せん断応力載荷型（直接せん断型）と主応力載荷型（間接せん断型）に分類される。せん断応力載荷型の代表的な試験は一面せん断試験、主応力載荷型の代表的な試験は一軸圧縮試験や三軸圧縮試験である。また土のせん断強さは排水条件や圧密応力履歴によって大きく異なる。そこで通常は表 A10.1 に示すような 3 種類の試験条件を設定し、現場などで必要とされている条件にあった試験が行われている。

ここでは本論文で行っている圧密後の非排水三軸圧縮試験の方法を説明する。せん断時に過剰間隙水圧の測定を行っているので、 $\overline{CU}$  試験に分類される。

表 A10.1 3 種類の試験条件と対応する現場条件

試験名称	圧密過程	せん断過程	現地の模式状況
非圧密非排水(UU)試験	非排水（なし）	非排水	粘土地盤の短期安定問題
圧密非排水(CU)試験 $\overline{CU}$ 圧密非排水(CU)試験	排水（あり）	非排水	現地盤を圧密させてから施工
圧密排水(CD)試験	排水（あり）	排水	透水性のよい砂地盤等の施工 地盤の長期安定問題

### A10.1 試験機の概要

三軸試験機の全容を図 A10.1 に、三軸圧縮室と三軸試験機の構成を図 A10.2 に示す。三軸試験機では図 A10.2 中に示した計測器を用いて、圧縮荷重、軸変位、側圧、過剰水圧、体積変化量の 5 つを計測し、計測した値はデータロガーまたはアンプを経由してパソコン内に取り込まれる。ロードセルをセル内に配置したことによってロッドの重さの影響も考慮され、より正確な鉛直荷重の測定ができるようになっている。名古屋大学には計 6 台の三軸試験機があるが、側圧 686.7kPa まで計測可能な低圧三軸試験機と側圧 1962kPa まで計測可能な高圧三軸試験機がある。軸圧はそれぞれの試験機に設置されているロードセルの耐荷重によって異なる。また試験機によっては電空変換機による側圧と軸圧の自動制御も可能である。これによって任意の全応力経路で載荷することができる。

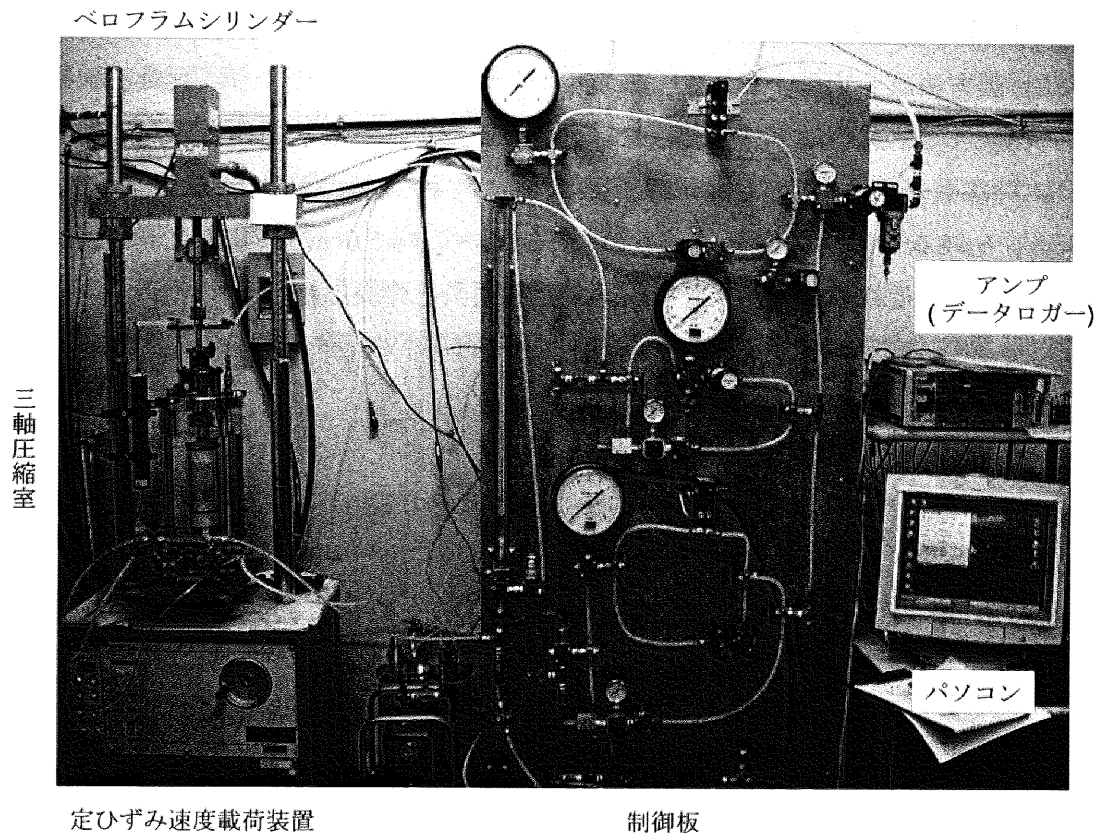
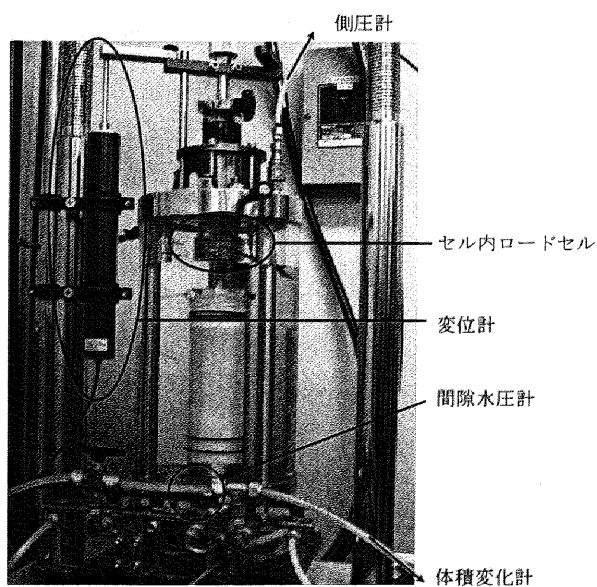
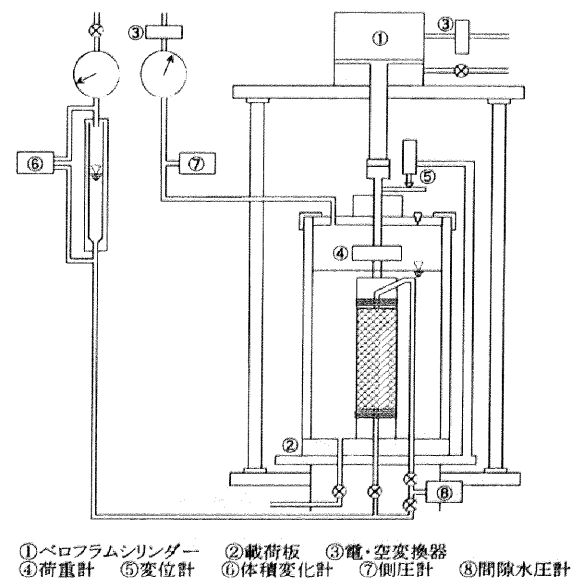


図 A10.1 三軸試験機の全容



(a) 三軸圧縮室



(b) 三軸試験機の構成

図 A10.2 三軸圧縮室と三軸試験機の構成

## A10.2 供試体作製方法

供試体作製方法はトリマー法と負圧法の2種類がある。粘土のように大気圧状態において安定した塊状をなす試料はトリマー法を、砂をはじめとする粒状体集合体のように自立のできない試料は負圧法を用いて供試体作製する。本論文では粘土はトリマー法を用いて $\phi=3.5\text{cm}$ 、 $h=8.0\text{cm}$ の供試体を、砂は負圧法を用いて $\phi=5.0\text{cm}$ 、 $h=10.0\text{cm}$ の供試体を作製した。以下にそれぞれの供試体作製に用いた試験用具と作製方法を示す。

### (1) トリマー法

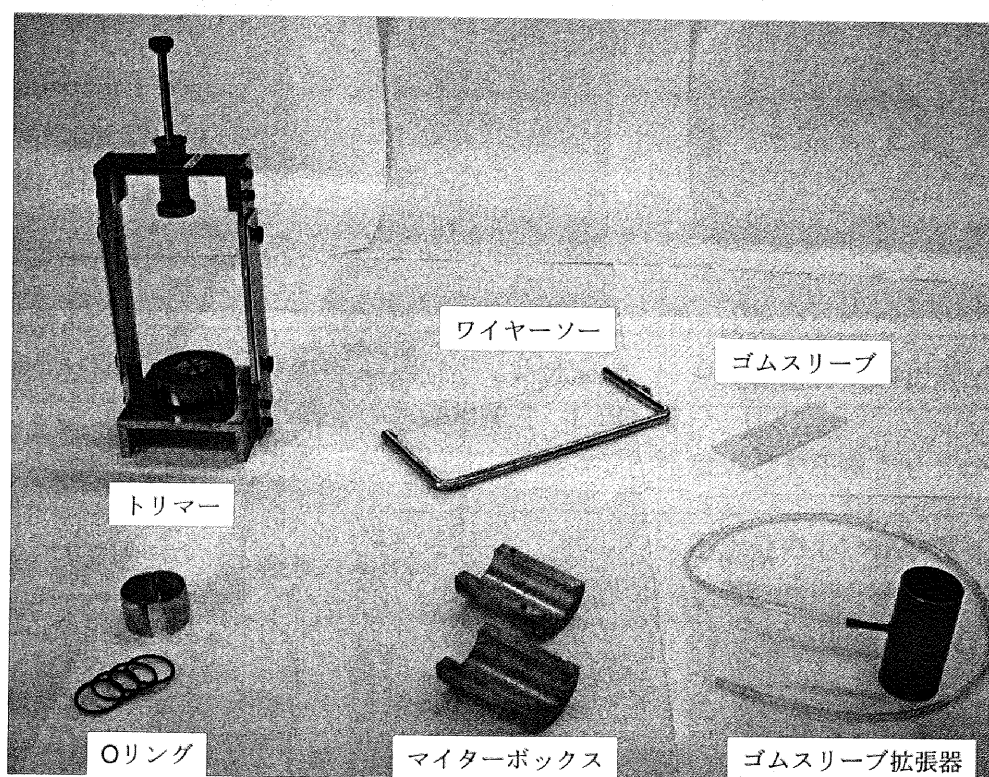


図 A10.3 トリマー法で供試体作製するときに用いる試験用具

- ①パラフィンコートされた供試体のパラフィンを、直ナイフを用いて丁寧に削り取る。
- ②試料をトリマーにセットし、ワイヤーソーを用いて所定の直径になるよう成形する。この時、試料を深くえぐってしまわないように、少しずつ削り取っていく。
- ③削りカスのうち供試体中心部に近いところで3点ほど、含水比を測定する。
- ④供試体をマイターボックスに入れ、はみ出した両端面をワイヤーソーできれいに平面に仕上げる。マイターボックスを使用しているので、供試体サイズは全て直径 3.5cm、高さ 8.0cm とする。
- ⑤ゴムスリーブ拡張器の内側にゴムスリーブを張り、上下を折り返した後、枝間を吸いゴ



ムスリーブを内壁に密着させる。ゴムスリーブ拡張器をそのまま供試体に被せた後、吸気を止めゴムスリーブを供試体に密着させる。

⑥両端面にろ紙を付けた供試体をペDESTALの上に置き、キャップを載せる。

⑦ペDESTALとキャップ側面にゴムスリーブで覆い、あらかじめ用意しておいたOリングで締め付ける。

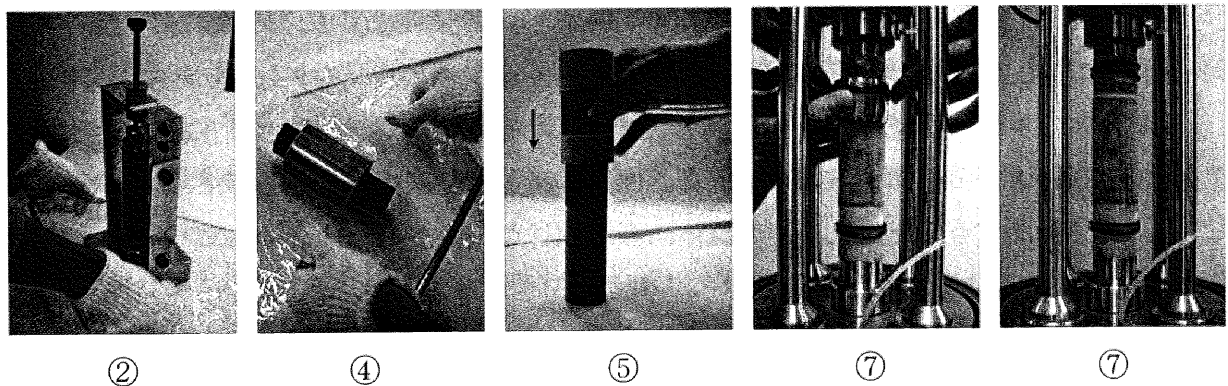


図 A10.4 トリマー法での供試体作製の様子

## (2) 負圧法

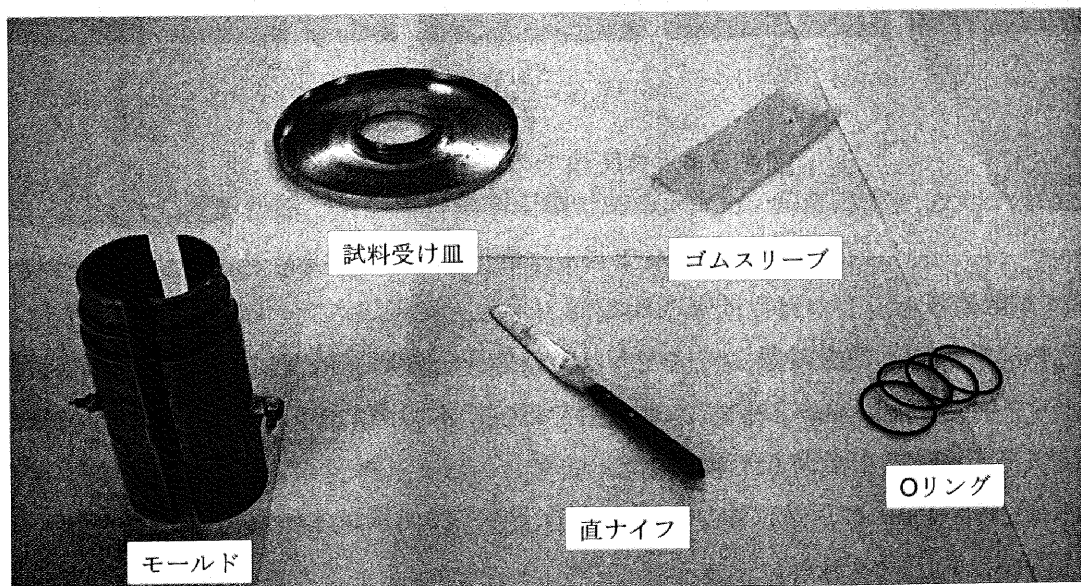


図 A10.5 負圧法で供試体作製するときに用いる試験用具

①ペDESTALにゴムスリーブを付けた後、モールドを組み立てる。

②ゴムスリーブをモールド側面に密着させるために、モールド外側から負圧で引く。

- ③ペDESTALにろ紙を付けた後、試料をモールド内に投入する。緩詰め供試体を作製する際には5%程度に湿らせた試料をそっとモールド内に堆積させ (Moist Placement 法)、中・密詰め供試体は乾燥砂をモールド内に入れ、必要に応じてバイブレータや木槌で叩き締め固める (Dry Deposition 法)。
- ④供試体下端からゆっくりと通水させる。モールド上側から水が出てきたら通水を止め、供試体上端を直ナイフできれいに平面に仕上げる。
- ⑤供試体上端にキャップを載せ、ゴムスリーブとキャップをOリングで密着させる。
- ⑥供試体内面に小さい負圧 (-9.8kPa) をかけて自立させ、モールドを取り外す。
- ⑦ノギスで供試体直径を6ヶ所計測し、その平均をとる。供試体高さは三軸試験機のロッド部の長さから計測する。ロッド長と供試体高さの関係はあらかじめ求めてある。ロッド部で計測することにより、供試体に直接触れないので傷つけない、より正確な高さ測定ができるといった利点がある。

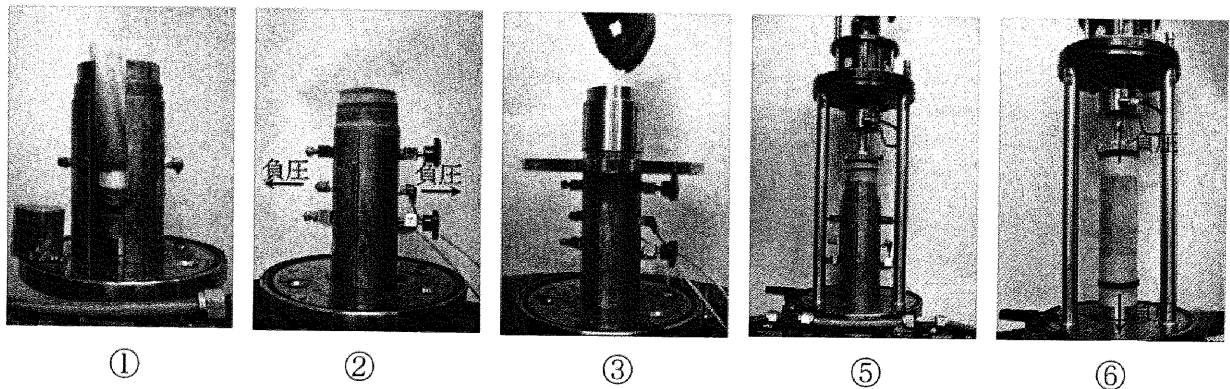


図 A10.6 負圧法での供試体作製の様子

### A10.3 試験方法

- ①三軸試験機に水槽を設置して水を入れる。低圧三軸試験機では供試体が完全に浸る程度水を入れ、高圧三軸試験機では水槽内を完全に水で満たす。これは高圧をかけたときに空気が圧縮すると危険なためである。
- ②側圧を9.8kPaかけ、供試体を自立させる。負圧法で供試体作製したときは側圧をかけると同時に負圧 (-9.8kPa) を抜く。
- ③供試体下端のペDESTALから脱気した蒸留水をゆっくり送り込んで通水を行い、供試体の飽和度を高める。このとき通水によって供試体内から追い出された空気が供試体上部から外部に放出されるように経路を確保しておく。通水は供試体2本分程度の体積の水を1時間以上かけてゆっくりと行う。粘土のように透水性が悪く通水の行えない試料ではこの過程は飛ばす。通水の行えない試料に対して飽和度を高めるには、背圧を大きく

する方法がある。

- ④側圧と背圧（供試体内部にかかる圧力）の差を 9.8kPa に保ったまま、背圧を 19.6kPa ま  
で段階的にゆっくりと上げていく。1 段階で上げる圧力は 24.5kPa とし、砂では各段階 5  
分、粘土では 10 分以上の間隔を空ける。最終段階（側圧 206kPa、背圧 196.2kPa）まで  
上げたら、この 3 倍以上の時間放置しておく。
- ⑤供試体上下端のコックを閉じた状態で側圧を所定の圧密圧力になるよう増加させる。こ  
の時必要に応じて B 値を測定する。
- ⑥試験開始して 0 プロットされてからコックを開け、等方圧密を開始する。等方圧密時間  
は砂では 20 分、粘土では 24 時間とした。
- ⑦排水/非排水条件に合わせて排水コックを開閉し、せん断を開始する。せん断速度は砂で  
は 0.5%~1.0mm/min で、粘土では 0.007mm/min で行った。
- ⑧試験終了後の試料をこぼさないように取り出し、炉乾燥に約 1 日入れて乾燥させ、供試  
体の乾燥質量  $m_s$  を求める。

#### A10.4 試験結果の整理（断面補正）

ロードセルでは側圧の値は読まない（等方状態ではロードセルの読み値は常にゼロ）、  
軸差応力  $q$  と平均有効応力  $p'$  は以下のようにして求めることができる。

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma'_1 - \sigma'_3 = \frac{F_a}{A_0}$$
$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 - 2\sigma'_3) = \frac{1}{3}q + \sigma'_3 = \frac{1}{3}q + (\sigma_3 - u_w)$$

ここで、 $A_0$  はせん断開始前の供試体初期断面積である。また、鉛直荷重  $F_a$  はロードセル、セ  
ル圧  $\sigma_3$  は側圧計、そして間隙水圧  $u_w$  は間隙水圧計で測定している。

せん断を開始すると軸ひずみの進行とともに供試体の断面形状は変化するので、刻々に断  
面積を補正する必要がある。供試体上下端部における端面摩擦の影響で供試体は均等に円筒  
形には変形せず、次第に樽型になってくるので（図 A10.7 参照）、試料内の応力とひずみの状  
態が均質であると仮定して断面補正を行う。初期供試体高さを  $h_0$ 、初期体積を  $V_0$ 、断面補正  
後の断面積を  $\tilde{A}$  として、せん断中の軸変位量  $\Delta h$  と体積変化量  $\Delta V$  を用いて変形前後の体積の  
釣り合い関係より、

$$A_0 h_0 = \tilde{A} \Delta h + \Delta V$$

が成り立つ。 $\Delta h$  は変位計、 $\Delta V$  は体積変化計で測定する。結局、補正後の断面積は

$$\tilde{A} = A_0 \left( \frac{1 + \Delta V / V_0}{1 + \Delta h / h_0} \right) = A_0 \left( \frac{1 + \varepsilon_v}{1 + \varepsilon_a} \right)$$

となる。ここで $\varepsilon_v$ は体積ひずみ、 $\varepsilon_a$ は軸ひずみであり、非排水条件なら $\Delta V = \varepsilon_v = 0$ 。断面積の補正によって、補正後の軸差応力 $\tilde{q}$ と平均有効応力 $\tilde{p}'$ は次のように求める。

$$\tilde{q} = \frac{F_a}{\tilde{A}} = q \left( \frac{1 + \varepsilon_v}{1 + \varepsilon_a} \right)$$

$$\tilde{p}' = \frac{1}{3} \tilde{q} + \sigma_3 - u_w$$

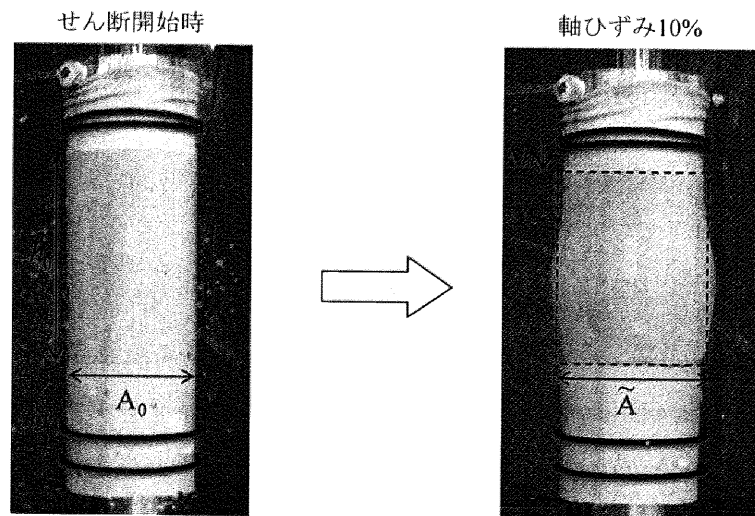


図 A10.7 三軸供試体の変形の様子と断面補正の方法

## A11 標準圧密試験（段階載荷による圧密試験）

段階載荷による圧密試験は、圧密理論の創始者 Terzaghi 自らが採用し、Casagrande が確立したと言われる方法に基づく試験である。世界中で最も広くかつ最も多く採用されているために、一般に“標準圧密試験”と呼ばれる。供試体に一定鉛直圧力 $\sigma_v$ を標準の 24 時間載荷した後、 $\sigma_v$ と同じ大きさの圧力増分 $\Delta\sigma_v$ を瞬間的に加え（荷重増分比 $\Delta\sigma_v/\sigma_v=1.0$ ）、前の段階と同じく 24 時間載荷する。各載荷段階における鉛直荷重とその沈下量（試験によっては供試体下端での過剰水圧）を測定する。標準圧密試験結果から、土の圧縮・圧密特性や透水性を求めることができ、地盤の沈下量と沈下時間の推定に用いられることが多い。

### A11.1 試験用具と圧密試験機

標準圧密試験に用いる試験用具を図 A11.1 に示す。トリマーは試料を圧密リング内径よりも少し大きい円盤状に成形でき、かつ、成形した試料に圧密リングと連結されたカッターリングを垂直に圧入するものである。圧密容器下端にはコックとともに水圧計が取り付けられている。コックを閉じることにより供試体下部での過剰間隙水圧を測定することができる。ただし、この時は下端非排水条件であることに注意する。

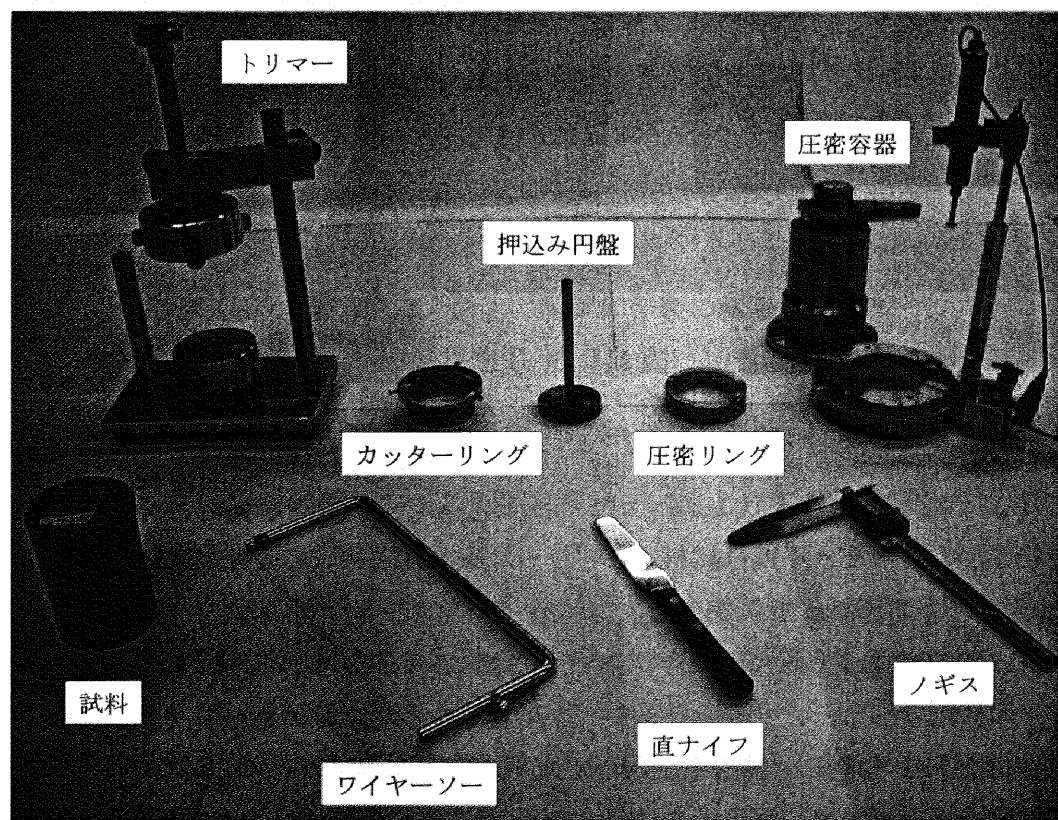


図 A11.1 試験用具

図 A11.2 は標準圧密試験機の全容である。変位計、水圧計で測定された値はデータロガーを経由してパソコン内に取り込まれる。名古屋大学には $\sigma_v = 10045\text{kPa}$  まで計測可能な 2 連装式高圧標準圧密試験機（図 A11.2）と $\sigma_v = 2492\text{kPa}$  まで計測可能な 6 連装式低圧標準圧密試験機の 2 機がある。基本的な試験方法はまったく同じである。

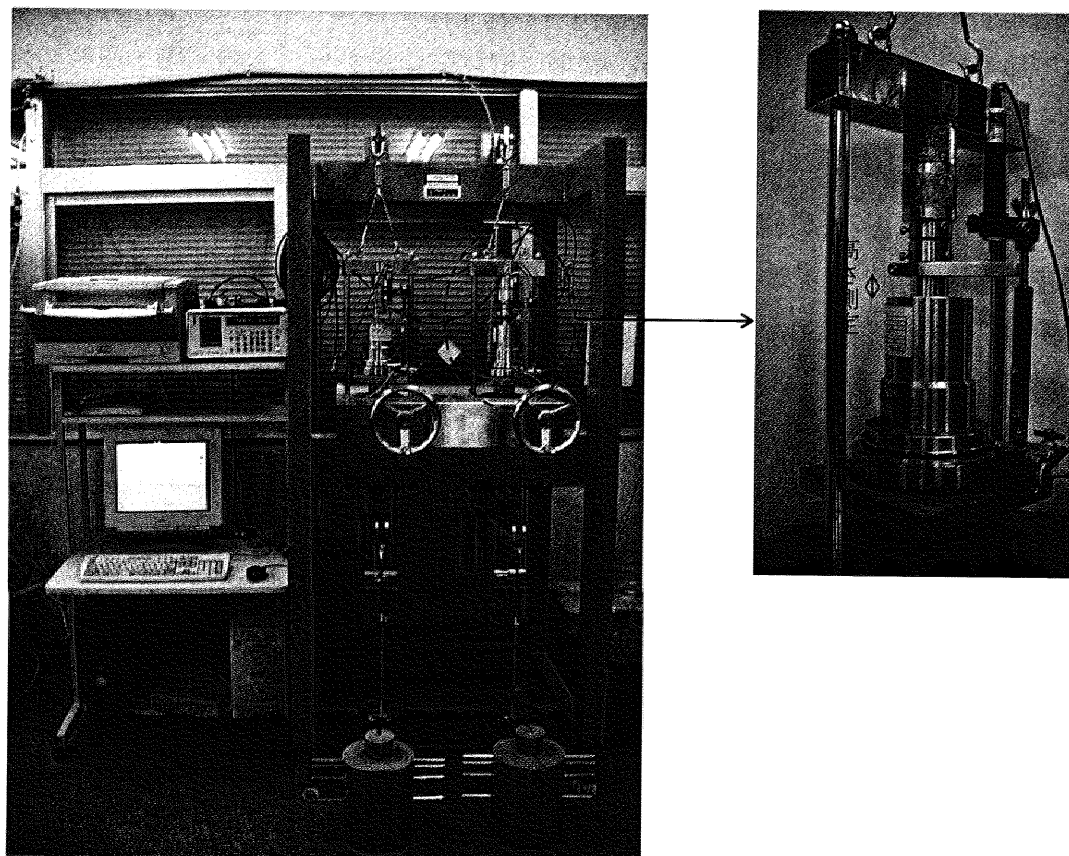


図 A11.2 圧密試験機

#### A11.2 供試体作製方法

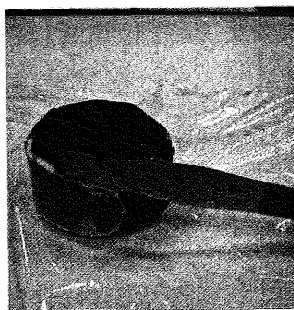
##### (1) 粘性土の再構成・不攪乱試料

- ①圧密リングの質量 $m_R$ を計測する。
- ②図 A11.1 に示すようなパラフィンコートされた供試体のパラフィンを、直ナイフを用いて丁寧に削り取る。
- ③試料を上下 2 分割し、試料上下端面が水平になるよう成形する。2 分割した試料は同時に試験を行い、試験の再現性を確保する。
- ④試料をトリマーにセットし、ワイヤーソーを用いて圧密リング内径より少し大きくなるよう成形する。トリマーのガイドに従って削ると試料の直径は約 6.2mm になる。あらか



じめ試料をできるだけ小さくしておかないと、カッターリング挿入時に生じる試料の乱れが大きくなってしまいます。削りカスのうち試料中心部に近いところで3点ほど、含水比を測定する。

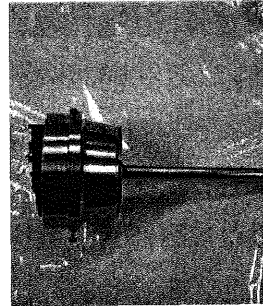
- ⑤圧密リングと連結されたカッターリングをトリマーに取り付け、試料をカッターリング内に隙間がないように押し込む。圧密リングの内側には試験時の摩擦軽減のため、あらかじめグリスを塗っておく。
- ⑥カッターリングをトリマーから取り外し、供試体押込み円盤を用いてカッターリング内の試料を圧密リング内に移す。カッターリングを外し、圧密リングからはみ出している試料をワイヤーソーや直ナイフを用いて切り落とし、両端面をきれいに平面に仕上げる。
- ⑦含水比が変化しないようにすばやくラップで包み質量を計測する。後で計測したラップ質量と最初に計測した圧密リング質量  $m_R$  を引くことによって、供試体初期質量  $m_0$  を求める。
- ⑧試料上下端にろ紙を付けた圧密リングを圧密容器にセットし、容器内を蒸留水で満たす。圧密リング内側にはグリスが塗ってあるので、試料が滑り出さないように注意する。



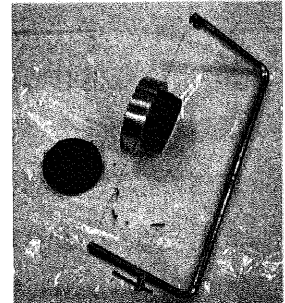
②



④



⑥



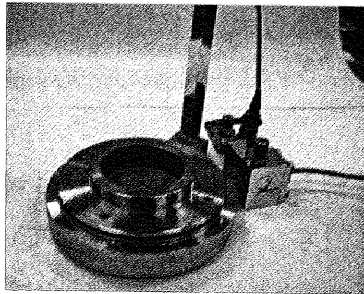
⑧

図 A11.3 粘土の供試体作製の様子

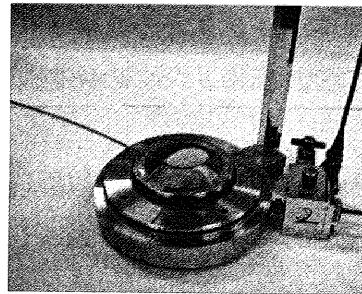
## (2) 砂など粒状体および粘性土の練返し試料

- ①圧密リングを圧密容器にセットする。圧密リング内および圧密容器の加圧板にろ紙を付け、圧密容器全体質量  $M_R$  を測定する。
- ②粒状体試料であれば直ナイフやスプーンを用いて、出来るだけ均質になるように試料を圧密リング内に投入する。あらかじめ圧密リング内に蒸留水を入れておき、水中落下法を用いることによって均質な試料作製が可能である。
- ③練返し試料はできるだけ空気が入らないように注意しながら、圧密リング内に試料を満たしていく。
- ④試料上端を直ナイフで仕上げる。圧密リングより試料が嵩張っていると試料と加圧板が咬んで引っ掛かってしまうことがあるので注意する。

- ⑤試料を入れた圧密容器の質量を計測する。 $M_R$ を引くことによって、供試体初期質量 $m_0$ を求める。その後、圧密容器内を蒸留水で満たす。



①



②



③

図 A11.4 粒状体と練返し試料の供試体作製の様子

### A11.3 試験方法

- ①供試体が入った圧密容器を圧密試験機にセットし、1 日放置する。これは供試体を飽和させるのと、加圧板重量による圧密を終了させるためである。なお、加圧板重量は試験時には無視している。
- ②試験開始時の供試体高さをロッド部の長さから計測する（図 A11.2 参照）。ロッド長と供試体高さの関係はあらかじめ求めてある。ロッド部で計測することにより、供試体を傷つけない、より正確な高さ測定ができるといった利点がある。
- ③調整用ハンドルを回し、载荷レバーを水平にする。
- ④圧密容器下端のコックを閉じ、変位および過剰間隙水压をインシャルインする。
- ⑤試験開始して 0 プロットされてから、所定の载荷荷重に相当する錘を、衝撃を与えないよう短時間に载荷レバーに載せ圧密開始する。载荷レバーが大きく下がっていたら、圧密中であってもレバーが水平になるよう調整用ハンドルを回す。各载荷段階における圧密時間は 24 時間とする。  
(注) 相対変位を取っていない一部圧密容器ではハンドルを回すと変位が出てしまうので、圧密中はハンドルを回してはいけない。
- ⑥24 時間経過し、圧密が終了したら载荷レバーを水平にし、変位計をインシャルインする。  
この時、過剰間隙水压はインシャルインしない。圧密容器内に蒸留水を充填した後に次段階の圧密を開始し、衝撃を与えないように錘を載せる。
- ⑦⑤と⑥の作業を繰り返す。試験終了後は圧密容器を解体し、試料を丁寧に取り出す。炉乾燥に約 1 日入れて乾燥させ、供試体の乾燥質量 $m_s$ を求める。



## A11.4 試験結果の整理

### A11.4.1 圧縮特性 ( $v \sim \log \sigma_v$ 関係)

供試体初期高さ  $h_0$  と累積沈下量  $\rho$  から各載荷段階における比体積  $v$  が以下のように求まる。

$$v = G_s \frac{A}{m_s} (h_0 - \rho) \quad (\text{A11.1})$$

ここに、 $G_s$  は土の比重、 $m_s$  は供試体乾燥重量(g)、 $A$  は供試体断面積( $\text{cm}^2$ )であるが、標準圧密試験では直径  $D = 6.0\text{cm}$  で常に一定なので、 $A = 6.0^2 \pi / 4$  である。

縦軸に比体積  $v$  を算術目盛に、横軸に載荷段階の鉛直圧密圧力  $\sigma_v$  ( $\text{kPa} = \text{kN/m}^2$ ) を対数目盛にとって整理すると、圧縮曲線を得ることができる。圧縮線の勾配の変化から圧密降伏応力を求めることができ、土が過圧密状態にあるのか正規圧密状態にあるのかの判断ができる。また圧縮線の傾きから、その土の圧縮性を知ることができる。

### A11.4.2 圧密特性 ( $Ca \sim \log \sigma_v$ 関係)

図 A11.5 は標準圧密試験における圧密沈下曲線例である。載荷後に増加した過剰間隙水圧の消散とともに沈下量が増加しており、最終的には過剰間隙水圧はゼロである。水圧測定は供試体下端で行っており、試料の透水性の影響で過剰間隙水圧は載荷後約 400 秒後にピーク値を示すが、Terzaghi の提案した「有効応力の原理」に従う圧密変形を示している。しかし沈下量を見てみると、過剰間隙水圧消散後も沈下が継続している様子がわかる。また長期継続大沈下などで良く問題となっている軟弱粘土地盤の不攪乱試料を用いて試験をすると、24 時間後の沈下速度はかなり大きく、また時には過剰間隙水圧の湧き出しとともに沈下速度が途中で増加するといった報告もある。

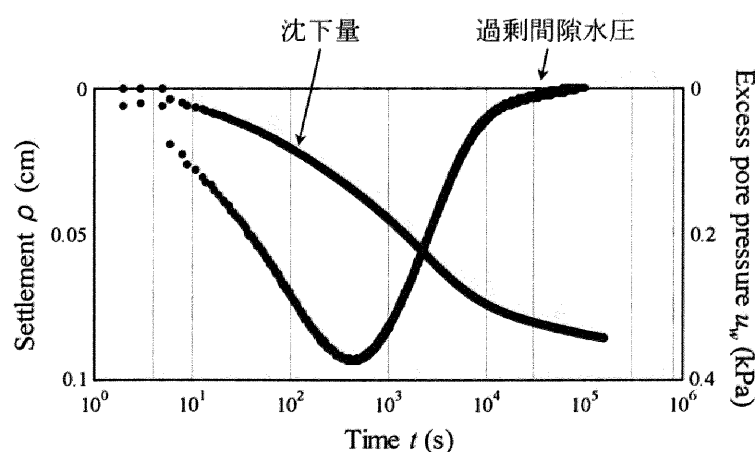


図 A11.5 圧密沈下曲線

そこで残留沈下の程度を調べるために二次圧密係数  $C\alpha$  を用いる。 $C\alpha$  は、

$$C\alpha = \frac{\Delta e}{\Delta \log t} = \frac{\Delta v}{\Delta \log t} \quad (\text{A11.2})$$

で定義され、各載荷段階における比体積変化（圧縮量）を  $\log t$  に対して整理した曲線の勾配となっている。当然  $C\alpha$  が大きいほど残留沈下が大きく生じていることとなる。本論文では、表 A11.1 に示す 3 つの時間間隔のもとでの平均値を  $C\alpha$  とした。

表 A11.1  $C\alpha$  測定に用いた時間間隔

	経過時間 $t_1$ (秒)	経過時間 $t_2$ (秒)
時間間隔 1	64800 (18.0hr)	77760 (21.6hr)
時間間隔 2	68400 (19.0hr)	82080 (22.8hr)
時間間隔 3	72000 (20.0hr)	86400 (24.0hr)

#### A11.4.3 透水係数

各載荷段階の圧密量～時間関係を整理し、圧密理論を適用して圧密係数  $C_v$  を求める方法として  $\sqrt{t}$  法や直線定規法が良く知られている。ここでは本論文で用いた差分図による求め方を記す。なお、いずれの方法を用いても 1 次のみの圧密が卓越しているとして、2 次以降の圧密項の効果を考慮に入れない近似解として求めている。

##### (1) 圧密方程式

圧密現象を 1 次元であるとみなし、圧密の進行を時間  $t$  と場所  $z$  の関数として表した Terzaghi の圧密方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (\text{A11.3})$$

と表され、その解は

$$u(z, t) = \{C_1 \cos Az + C_2 \sin Az\} \exp(-A^2 C_v t) \quad (\text{A11.4})$$

となる。ここで圧密試験を想定して、図 A11.6 のような境界条件を考えると、式(A11.3)は以下になる。

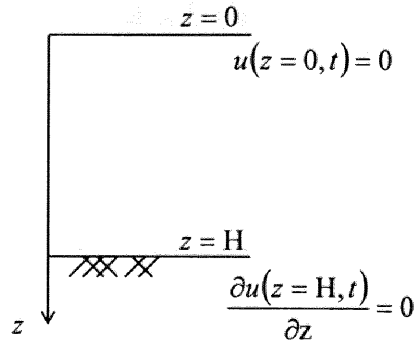


図 A11.6 境界条件

$$u(z, t) = \sum B_n \sin \frac{(2n-1)\pi}{2H} z \exp \left( - \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4H^2} C_v t \right) \quad (\text{A11.5})$$

初期条件として  $t=0$  の時、 $u(z, t=0) = u_i(z)$  とすると、 $B_n$  は

$$B_n = \frac{2}{H} \int_0^H u_i(z) \sin \frac{(2n-1)\pi}{2H} z dz \quad (\text{A11.6})$$

となる。具体的に、初期に荷重  $q$  がかった時、 $u_i(z) = u(t=0, z) = q$  とすると、

$$B_n = \frac{4q}{(2n-1)\pi} \quad (\text{A11.7})$$

と書くことができ、式(A11.5)は

$$u(z, t) = \sum \frac{2q}{M} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-M^2 T_v) \quad \begin{cases} M = \frac{2n-1}{2} \pi \\ T_v = \frac{C_v}{H^2} t : \text{時間係数} \end{cases} \quad (\text{A11.8})$$

となる。圧密沈下量  $\rho$  は、体積圧縮係数  $m_v$  を用いて、

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \int_0^H \varepsilon(t, z) dz = m_v \int_0^H \{q - u(t, z)\} dz \\ &= 2m_v H q - \sum \frac{4qH}{M^2} m_v \exp(-M^2 T_v) \end{aligned} \quad (\text{A11.9})$$

と表せる。しかしすぐに 2 次以降は消滅、1 次だけの消散が卓越すると仮定すると、圧密沈下量は下式のように表せる。

$$\rho(t) = 2m_v Hq - \frac{qH}{\pi^2} m_v \exp(-M^2 T_v) \quad (\text{A11.10})$$

## (2) 差分図

図 A11. 7(a)のように圧密曲線を等時間間隔  $\Delta t$  で分割し、以下のように近似する。

$$\rho(t) = \rho(\Delta t \times j) = \rho_j = \beta_0 + \beta_1 \rho_{j-1} + \beta_2 \rho_{j-2} + \dots \quad (\text{A11.11})$$

式(A11.11)と同じ理由で1次の項のみ卓越すると仮定すると

$$\rho_j = \beta_0 + \beta_1 \rho_{j-1} \quad (\text{A11.12})$$

となる。これを差分図で書いたのが、図 A11. 7(b)である。式(A11.12)は  $\rho_0 = 0$  として

$$\rho_j = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1} - \left( \frac{\beta_0}{1 - \beta_1} \right) (\beta_1)^j \quad (\text{A11.13})$$

と解くことができる。

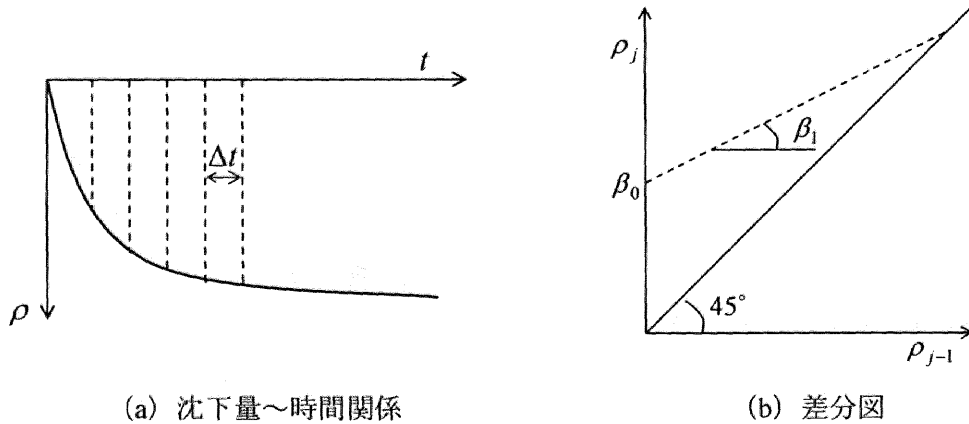


図 A11.7 圧密沈下曲線の概念図

## (3) 圧密方程式と差分図の比較

圧密方程式から得られた(式(A11.10))と差分図から求めた(式(A11.13))の比較を表 A11. 2に示す。

表 A11.2 圧密方程式と差分図の比較

	圧密方程式	差分図
沈下量 $\rho(t)$	$2m_v Hq - \frac{qH}{\pi^2} m_v \exp(-M^2 T_v)$	$\frac{\beta_0}{1-\beta_1} - \frac{\beta_0}{1-\beta_1} (\beta_1)^j$
最終沈下量 $\rho_f$	$2m_v Hq$	$\frac{\beta_0}{1-\beta_1}$
初期過剰間隙水圧 $u_0$	$\frac{qH}{\pi^2} m_v$	$\frac{\beta_0}{1-\beta_1}$
固有値	$\exp(-M^2 T_v) = \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \frac{C_v}{H^2} t\right)$	$(\beta_1)^j$

ここで両者の固有値を比較して、 $t = \Delta t \cdot j$  だから

$$-\frac{\pi^2}{4} \frac{C_v}{H^2} = \frac{\ln \beta_1}{\Delta t} \quad (\text{A11.14})$$

また、圧密係数  $C_v$  は土の透水性と圧縮性の比で決まり、本来の定義式は次式で表される。

$$C_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} \quad (\text{A11.15})$$

式(A11.14)と式(A11.15)から透水係数  $k$  が求まる。

$$k = -\frac{4H^2}{\pi^2} \frac{\ln \beta_1}{\Delta t} m_v \gamma_w \quad (\text{A11.16})$$