

報告番号 * 甲 第 1821 号

主論文の要旨

題名

Enriques surfaces with finite automorphism groups

(有限自己同型群をもつエンリケス曲面)

氏名 金銅誠之

主論文の要旨

報告番号

※甲第

号

氏名

金銅 誠之

2次元コンパクト連結複素多様体 Y は、2条件 (i) Y の不正則数は 0, (ii) Y の幾何種数は 0 且つ 2種数は 1 を満たすとき エンリクス曲面と呼ばれる。

本論文では、有限自己同型群をもつすべてのエンリクス曲面を分類し、これらの具体的構成を与える。

代数曲面の分類は、今世紀前半、イタリア学派により完成されたが、双有理自己同型群が有限群となる代数曲面の分類は、エンリクス曲面、K3曲面の場合のみが未解決であった。近年、エンリクス曲面、K3曲面に関する Torelli 型定理が証明された。本論文は、この定理を基礎にして、エンリクス曲面の場合に上述の双有理自己同型群の有限性の問題の解決を与える。

本論文の主結果は次のように述べることができる。

主定理 有限自己同型群をもつすべてのエンリクス曲面は 7つの型に分類でき、これらの自己同型群は以下の通りである：
(I) 位数 8 の正四面体群 D_4 , (II) 次数 4 の対称群 S_4 ,
(III) 半直積 $D_4 \times (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$, (IV) 半直積 $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$,
(V) $S_4 \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, (VI) 次数 5 の対称群 S_5 , (VII) S_5 。
ここで (I) 型, (II) 型のエンリクス曲面はそれぞれ 1次元の族をなし、(III) 型から (VII) 型は、それぞれ 唯一つのエンリクス曲面より

なる。更に、これらのエンリケス曲面 Y は次の方法で具体的に構成できる： Y の普遍被覆空間を X とすると、 X は $K3$ 曲面で、被覆次数は 2 である。この時、非特異有理曲面 R と X 上の被約因子 D が存在し、 X は D で分岐する R の次数 2 の被覆空間の極小非特異モデルとして得られる。

本論文以前の研究において知られていた有限自己同型群をもつエンリケス曲面の例は、Dolgachev, Fano に依る 2 つだけであった。主定理の (I) 型, (VII) 型が、それぞれこれらの例に対応している。しかし Fano の結果は、証明の不明な点、誤った結果を含んでいる。本論文でその訂正と完全な証明を与えた。

主定理で述べた (I) 型, (II) 型, (V) 型のエンリケス曲面は、これらの \mathbb{Q} -係数コホモロジー群に自明に作用する自己同型をもつ。(V) 型のエンリケス曲面は、そのようなエンリケス曲面の新しい例である。

主定理より Dolgachev 氏により予想されていた次の結果を得る。

系 Y をエンリケス曲面, X をその被覆 $K3$ 曲面とする。
このとき、 X の自己同型群は無有限群である。

主定理の証明で最も本質的な部分は、有限自己同型群をもつエンリケス曲面上の非特異有理曲線全体のなす双対図形を決定することである。まず、幾何学的考察から、このように

エンリクス曲面上の楕円曲面構造の特異ファイバーを分類する。
この結果を用いて、帰納的に、非特異有理曲線全体の任意の双対
図形は7つの型が起り得ることを証明する。これは、双対図形
に対応する鏡映群の基本領域を求めることと同値である。
これから7つの型の双対図形のいずれか一つをもつエンリクス曲面の
自己同型群が、実際に有限群になることは、Vinbergの鏡映群
に関する理論より従う。

以上が、本論文の要旨である。