

〔 図 ・ 本 館 〕

非比例繰返し負荷に対する塑性構成式の 定式化に関する研究



昭和61年1月

大 岡 昌 博

目 次

第1章 緒 論	1
第2章 実験方法と材料の基本的性質	10
2. 1 偏差応力テンソルと塑性ひずみテンソルの5次元ベクトル表示	10
2. 2 試験片と実験装置	12
2. 3 塑性ひずみ制御の実験システム	13
2. 4 実験条件と実験精度	15
2. 5 材料の基本的な変形特性、塑性ひずみ空間の等方性並びに繰返し硬化の測度	19
第3章 繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴に対する繰返し硬化の依存性	23
3. 1 実験手順	23
3. 2 繰返し塑性ひずみ経路の形状に対する繰返し硬化の依存性	25
3. 3 繰返し塑性ひずみ経路の形状履歴に対する繰返し硬化の依存性	30
3. 3. 1 繰返し塑性ひずみ経路形状の変更の影響	30
3. 3. 2 後続サイクルでの繰返し硬化の飽和値に対する先行サイクルの影響	32
第4章 繰返し塑性ひずみ経路の振幅及び振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性	35
4. 1 実験手順	36
4. 2 繰返し塑性ひずみ経路の振幅に対する繰返し硬化の依存性	37
4. 3 繰返し塑性ひずみ経路の振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性	39
4. 3. 1 繰返し塑性ひずみ経路の振幅が階段状に増減する場合の繰返し硬化／軟化挙動	39
4. 3. 2 小さな振幅の先行塑性ひずみサイクルが後続の大きな振幅の 塑性ひずみサイクルに及ぼす影響	42
4. 3. 3 大きな振幅の先行塑性ひずみサイクルが後続の小さな振幅の	

塑性ひずみサイクルに及ぼす影響	4 4
第 5 章 異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性	4 8
5. 1 実験手順	4 8
5. 2 合同な形状の繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性	5 0
5. 3 異なる形状の繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性	5 2
5. 4 異なる形状の塑性ひずみサイクルが、後続の繰返し硬化の回復過程に及ぼす影響	5 4
第 6 章 繰返し塑性構成式に対する基礎概念の定式化と基礎式の展開	5 6
6. 1 比例及び非比例繰返し負荷の下での硬化の特徴と構成式の概要	5 6
6. 2 非硬化領域に対する発展式の定式化	5 8
6. 3 応力速度と塑性ひずみ速度の関係式	6 3
第 7 章 繰返し塑性構成式に対する材料定数と材料関数の決定方法、並びに構成式の実験的検討	6 8
7. 1 構成式の 5 次元ベクトル表示	6 8
7. 2 材料定数と材料関数を決定するための基礎式	7 1
7. 2. 1 単調単純負荷の場合の限界応力と塑性ひずみの関係	7 1
7. 2. 2 単調単純負荷の場合の応力と塑性ひずみの関係	7 2
7. 2. 3 一定塑性ひずみ振幅単純完全両振りサイクルの下での飽和段階における 限界応力振幅と塑性ひずみ振幅の関係	7 3
7. 2. 4 一定塑性ひずみ振幅単純完全両振りサイクルの下での飽和段階における 応力-塑性ひずみ曲線	7 4
7. 2. 5 円形塑性ひずみサイクルの下での飽和段階での応力振幅	7 5
7. 2. 6 材料関数 $\bar{\rho}(\rho)$ を決定するための基礎式	7 6
7. 3 材料定数と材料関数の決定方法	7 7
7. 4 計算結果と実験結果の比較	8 0

第8章 結 論	87
謝 辭	92
参考文献	93

第 1 章 緒 論

現在の非弾性構造解析は、大型計算機の発達に伴い、有限要素法等の数値解析によって行われるのが一般的である。しかし、その解析精度は、有限要素の選択の適否、数値処理の精度等の計算技術のほか、変形、損傷等の力学現象とその境界条件のモデル化の精度に強く依存する。特に、現象のモデル化の精度については、構造材料の力学的特性を記述する構成式の適否が支配的である。このため、数値計算技術の最近の目覚ましい進歩と相まって、非弾性構造解析用プログラムに組込むのに最適な非弾性構成式の開発に対する要請が高まり、その研究も、組織的に行われるようになってきている〔1〕。

このような非弾性解析の最も大きな対象の一つに、各種の使用条件下での構造要素の塑性変形が挙げられる。例えば、室温において、構造用金属材料に応力あるいはひずみの各成分が位相差を伴って繰返し作用すると（以下、非比例繰返し負荷と呼ぶ）、材料は単軸繰返し負荷を受ける場合に比べて著しく硬化し〔2-15〕、このため、材料内部には同一振幅の単純負荷サイクルの場合の2倍近くも大きな応力が発生することがある。このような現象は、これまでに提案された繰返し構成式によっては、定性的にさえも表現することはできない〔6, 8〕。この事実、繰返し塑性変形を受ける構造要素を、従来の非弾性構成式を用いて解析すると、その結果に極めて大きな誤差が含まれることを意味する。応力の予測値のこのように大きな誤差は、低サイクル疲労に関する寿命予測、破壊の開始条件の算定などに直接に関連し、対象とする機器・構造物の信頼性に重大な影響を及ぼす。

またこのような状況は、構造要素に非比例的な外力が作用する場合だけではなく、比例的な外力が作用する場合にも生ずる可能性がある。すなわち、要素内での応力場あるいはひずみ場は一般には不均一であり、また塑性変形は複雑な履歴依存性を示すから、外力が比例的に作用する場合でも、材料内部の各点での応力あるいはひずみの変化は必ずしも比例的ではない。この事情から、非比例繰返し負荷に対する塑性構成式の定式化は、今日の最先端構造物の設計精度を高める上で、最も緊急な課題の一つに挙げられている。

本研究は、このような非比例繰返し負荷の下での塑性変形挙動を精度よく記述できる構成式の定式化を目的とする。すでに述べたように、従来の非弾性構造解析用繰返し塑性構成式は、このような負荷履歴に対する変形挙動を十分な精度で記述することはできない。しかし、新しい構成式を定式化するには、これら従来の構成式を展望し、定式化のための最も有力な方法論を検討するとともに、定式化に役立つ重要な概念を抽出する必要がある。以下ではこの目的のため、これまでに報告されてきた繰返し塑性構成式の主なものを概観する。

まず従来の繰返し塑性構成式は、巨視力学的理論と微視力学的理論とに大別できる。後者に属する構成式としては、例えば、実際の多結晶金属を構成する各単結晶粒の力学的特性をいくつかの変数で記述し、それらの統計

的平均を計算することによって多結晶体の力学的挙動を記述するものがある〔16, 17〕。しかし、このような構成式では、含まれる変数の数は膨大となり、スーパー・コンピュータが使用できる今日においても、有限要素法等による実際の非弾性構造解析に組込むのは容易でない。しかも現在のところ、このような構成式は、巨視力学的構成式に比べて限られた範囲の現象を記述しうるにすぎない。この方法を発展させるためには、単結晶の力学的特性そのものをより精度よく記述することが重要であるが、これには巨視力学的理論を定式化するのと同程度の困難を伴うものと考えられる。

これに対して、巨視力学的構成式は、次の二つのうち、いずれかの立場から研究されてきた。すなわち

- (1) 物質の現在の力学的状態は、全ひずみ、応力、温度などの観察できる変数（以下、外部変数と呼ぶ）とそれらから容易に導かれる塑性ひずみのような変数を考えたとき、それらの変数の現在の値とそれらの履歴に依存すると仮定する。
- (2) 物質の現在の状態は、外部変数と、物質内部の微視的内部構造を反映する巨視的な潜在変数（以下、内部状態変数と呼ぶ）の、現在の値だけに依存すると仮定する。

第1の立場の理論は、一般に、関数形かその近似としての積分形で表現される。このような理論として最も有名なものはValanisの固有時間理論〔18, 19〕であり、それを繰返し塑性に適用した多くの研究が報告されている〔20-23〕。しかし、この形の構成式を非弾性構造解析に用いるのは、計算手法の上から著しく不便であり、したがって最近では、これらの理論を速度形式の構成式、すなわち上述の(2)の立場の構成式に変換する試みも行われている〔22, 23〕。しかし、このようにして得られた結果は、結局のところ、(2)の立場の構成式と等価であることが示されている〔23〕。この事実は、一般的な非比例繰返し負荷に対する非弾性構造解析用構成式を定式化するには、上述の(2)の立場で議論を進めるのが最も合理的であることを意味する。したがって以下では、この立場に基づく従来の構成式を詳しく検討する。

さて、金属材料を対象とし、この立場で定式化された主要な繰返し構成式は、通常、古典塑性流れ理論を基礎としている。このような古典塑性流れ理論は、負荷面の等方的な拡大を仮定する等方便化理論〔24〕と、負荷面の剛体的な移動を仮定するPrager〔25〕あるいはZiegler〔26〕の移動硬化理論である。これらの構成式は数学的表示が簡単であり、かつ材料定数と材料関数の決定方法も容易であって、有限要素法に簡単に組込めることから、過去の繰返し塑性解析においてしばしば用いられてきた〔27-29〕。しかし、これらの理論は、比較的単調な組合せ負荷に対する変形挙動、あるいは逆負荷を加えた場合に生ずるバウシング効果を記述することを主な目的として定式化されたため、複雑な繰返し塑性変形挙動、すなわち、(1)焼鈍材料の繰返し硬化、(2)冷間加工材料の繰返し軟化、(3)非対称ひずみサイクルの下での繰返し応力緩和、(4)非対称応力サイクルの下でのサイクリック

・クリープ、(5)一定応力とそれとは異なる方向のひずみサイクルの重畳によるメカニカル・ラチェット、などの現象に適用するのは困難である。例えば、一定塑性ひずみ振幅の完全両振りサイクルに対する前述の(1)の現象を等方便化理論で予測した場合、応力振幅は繰返し数とともに単調に増加し、繰返し硬化の飽和を表現することはできない。一方、移動硬化理論による計算では、繰返し硬化そのものが表現できない。

これに対し、その後の繰返し塑性構成式は、このような古典塑性流れ理論を、前述の(1)–(5)の現象を記述できるように改良する過程を通じて発展してきた。このような改良の主な方向としては、次の二つを挙げることができる。その第1は、応力空間においてただ一つの負荷面を考えるかわりに複数の硬化面あるいは補助面を導入する方法であり、第2は、負荷面の中心、すなわち背応力に対する発展式に非線形移動硬化則を採用する方法である。第1の方向の研究としては、相当応力–相当ひずみ線図を折れ線で近似し、各境界点毎に硬化面を対応させたMrózの加工硬化係数の場の理論〔30, 31〕、Mrózの理論のように多数の面を導入するかわりに、負荷面と限界面の二つの面だけを導入し、加工硬化係数の場が連続的に変化するように改良したKrieg〔32〕及びDafalias-Popov〔33, 34〕の2曲面塑性理論、負荷、除荷、再負荷時に生ずる過渡的な非線形硬化挙動を2曲面塑性理論よりも精密に表現するため、副降伏面を追加したHashiguchiの理論〔35〕、並びにDafalias-Popovの理論での等方便化に対する発展式を具体化したBruhns-Müllerの理論〔36〕などを挙げることができる。一方、第2の方法に基づく研究としては、線形硬化材料に限られていた古典的な移動硬化理論を、負荷面の中心に対する発展式を工夫することによって、非線形硬化材料に適用できるようにしたEisenberg-Phillipsの理論〔37〕、彼らの理論をさらに一般化したMrózの理論〔38〕、また背応力に対する発展式に背応力による回復の項を加えて改良したChaboche-Roussetier の理論〔39〕を挙げることができる。しかし、これまでのいくつかの論文で指摘されているように〔39〕、多曲面理論と非線形移動硬化則を用いる理論は概念的には等価であり、そのいずれを採用するかは、多分に定式化の際の便宜上の問題であって、本質的な問題ではないと考えられる。

このほか、以上の理論とは別に、古典理論の簡単な修正法がいくつか提案されている。すなわち、降伏面の大きさを、初期降伏後10サイクル目の応力–ひずみ曲線に基づいて定めるORNL (Oak Ridge国立研究所) の移動硬化理論〔40〕、応力–ひずみ曲線をRamberg-Osgoodの表示によって記述し、サイクル毎にこれらの材料定数を変化させるEisenbergの理論〔41〕、繰返し硬化あるいは軟化を修正塑性仕事によって記述するDrucker-Palgenの理論〔42〕、並びに降伏面の移動を考慮してEisenbergの理論を修正した石川の理論〔43〕が挙げられる。

以上の構成式は、ほとんどすべて、一定振幅のひずみあるいは応力サイクルの下での繰返し変形挙動を対象としており、振幅の変動を伴う一般的な繰返し負荷の場合に適用することは著しく困難である。例えば、ある一定ひずみ振幅の下で繰返し硬化が安定した後、それよりも大きな振幅のひずみサイクルを与えた場合に生ずる繰返

し硬化の再安定化過程を表現することはできない〔44-48〕。これは負荷面の大きさを規定する等方硬化変数が、累積塑性ひずみあるいはそれと類似の量だけによって直接規定されることに起因する。すなわち、等方硬化変数は、繰返し硬化が飽和段階に近づくに従って、振幅に依存するある一定値に漸近する必要がある。このとき、上述の理論では、飽和段階での等方硬化変数の値が無限大の累積塑性ひずみと関連するため、ある振幅でいったん繰返し硬化の飽和が生じたのちには、もはや等方硬化変数の値は変化せず、したがって振幅変更後の再硬化過程が記述できない。

このような欠陥を除くため、最近、等方硬化変数をより合理的に規定する方法が提案された。例えばChabocheら〔44〕は、過去に受けた最大の塑性ひずみ範囲を記憶する記憶面の概念を塑性ひずみ空間に導入し、その大きさと等方硬化変数の値を関連づけることによって、上述の欠点を克服した。一方、大野〔45-48〕は、任意の負荷によって等方硬化変数が発達しない繰返し非硬化領域の概念を塑性ひずみ空間に導入し、その大きさと等方硬化変数の値とを結びつけることによって、Chabocheらの式〔44〕よりもさらに適用範囲の広い構成式を提案している。このほか、Dafalias〔49〕も記憶面の概念を採り入れた新しい構成式を提案している。

以上のように、繰返し塑性構成式に関する最近の発展は顕著であり、例えば大野の式〔48〕を用いれば、単軸繰返し負荷に関する限り、そのほとんどの挙動を比較的良好な精度で記述することができる。したがって非比例繰返し負荷に対しても適応できる新しい非弾性構造解析用構成式は、このような内部状態変数を用いる最新の塑性流れ理論に基づいて定式化するのが最も合理的であると考えられる。

さて、以上で述べた構成式が非比例繰返し負荷の下での硬化挙動を表現できなかったのは、これらの構成式が単軸繰返し試験の結果だけに基いて定式化されてきたためと考えられる。すなわち、後述のように、非比例繰返し負荷の下での硬化は、単軸繰返し負荷の場合とは異なる微視的内部構造変化によって支配される〔4, 5, 10〕。このとき、単軸繰返し試験結果から非比例繰返し硬化挙動に関する知見を得ることは必然的に不可能であり、このため、このような効果が上述の繰返し塑性構成式に反映される余地はなかった。したがって、非比例繰返し負荷に対する構成式を定式化するには、まず、このような負荷様式の下での硬化挙動に関する系統的な知見を得るとともに、それを適当な内部状態変数と発展式で表現し、それによって上述の最新の塑性流れ理論を修正する必要がある。

そこで、非比例繰返し負荷の下での硬化挙動がどの程度明らかにされているかを調べるため、次に、これまでに行われたこの分野の研究を概観する。まず、この分野の研究は浅く、例えばMarjanović-Szczepiński〔50, 51〕は、負荷面の形状及び大きさの変化を観察する研究に関連して、応力制御での非比例繰返し負荷実験を行った。つづいてŚliwowski〔52〕は、Marjanovićらと類似の実験を行って、応力-ひずみ曲線の形状が、与えた応力経

路の形状に依存することを報告している。

非比例繰返し負荷に関する研究の重要性を最初に認識させたのはLambaとSidebottomによる実験的研究〔2〕である。彼らは、OFHC銅（Oxygen Free High Conductivity Copper）の薄肉円管試験片に軸力とトルクの組合せ負荷を与えることによって、Mises形相当ひずみ一定の非比例繰返し負荷試験を行い、それと同じ相当ひずみ振幅の単軸繰返し負荷を与えた場合よりも40%も大きい繰返し硬化を生ずることを明らかにした。それと同時に、彼らは、このような相当ひずみ一定のサイクルは、そのひずみの変動範囲内の過去の負荷履歴を消去する働きがあることを明らかにし、その性質を負荷面の形状及び大きさを定める研究に役立てる方法について述べている。またLambaら〔3〕は、従来の代表的な構成式を用いてこのような実験結果に対する計算機シミュレーションを行い、Tresca形の負荷面を用いるMrózの硬化法則〔30〕がよい予測値を与えることを報告した。

つづいてKanazawaら〔4〕は、非比例繰返し負荷の下での硬化変数を見出す目的から、1%Cr-Mo-V鋼の薄肉円管に正弦波状に変化する軸方向ひずみとねじりひずみの組合せサイクルを与え、振幅比と位相差の種々の組合せに対して一連の位相差繰返し試験を行った。その結果彼らは、ひずみテンソルの主軸の回転を表すパラメータによってこれらの実験結果を整理できることを示すとともに、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化は、非比例負荷によって活動すべり系が順次変化し、より多くの活動すべり系上での複雑な転位運動の結果、単軸繰返し負荷の下での安定な転位構造に比べて著しく不動化した転位構造が形成されることに起因することを指摘した。

Kanazawaらの研究は繰返し硬化が安定化した状態を対象としたが、これに対しMcDowell〔5〕は、Kanazawaらの研究結果に基づいて、安定化に至るまでの繰返し硬化の過渡的状态を記述する硬化則を定式化した。しかし、この硬化則は著しく複雑であって実際に用いるのが困難であるばかりでなく、或る種の非比例繰返し負荷、例えば塑性ひずみ空間の原点にて折れ曲がる2分枝直線ひずみ経路に沿う繰返し負荷の挙動を予測できないなどの欠陥も持っている。一方、Nouailhasら〔6〕は、Chabocheらの構成式〔44〕によっては非比例繰返し負荷の下での硬化挙動を表現できないことを指摘しており、またOhashiら〔8〕も、DRNL〔40〕及びOhno〔46〕の構成式によって、この挙動を表現できないことを明らかにした。このほか、Ohashiら〔7〕は、このような著しい硬化は、高温における316ステンレス鋼でも観察されることを報告している。

以上の研究のほか、Krempf-Lu〔9〕は、引張り－圧縮、ねじり、引張り－圧縮とねじりの組合せ比例及び非比例経路からなる全ひずみ制御の繰返し負荷試験を304ステンレス鋼を用いて行い、経路の非比例性が硬化の大きさに及ぼす影響は、硬化の変形速度依存性に比べてはるかに顕著であることを示すとともに、引張り－圧縮サイクル後ねじりサイクルあるいはその逆の順序で繰返し負荷を与えた場合に、交差効果、すなわち後続サイクルでの急激な硬化が認められることを明らかにした。

さらにMcDowellは、前述の硬化則〔5〕とDafalias-Popovの2曲面塑性理論〔34〕並びにChabocheらの記憶面の概念〔44〕を組合せて、繰返し塑性構成式を定式化している〔53, 54〕。しかし、この構成式には前述の欠陥があるだけでなく、その構造、材料定数と材料関数の決定方法も極めて複雑であって、実際の非弾性構造解析に適用するのには著しい困難を伴う。

最後に、Nishinoら〔10〕は、比例及び非比例繰返し負荷の実験終了後、電子顕微鏡によってそれらの転位構造を観察した。その結果、比例及び非比例繰返し負荷の下で形成される転位構造は互いに異なること、また先行サイクルによる履歴が繰返し硬化のより大きな後続サイクルによって消失する現象は、先行サイクルによって形成された転位構造が後続サイクルに固有の構造に造り変えられることによって生ずることを明らかにしている。

以上のように、非比例繰返し負荷に対してこれまでに提案された構成式は、McDowellによるものただ一つであり、しかもこれは決して満足すべきものではない。また、非比例繰返し負荷に対する実験的研究は、繰返し硬化の大きさが各サイクルのひずみあるいは応力経路の形状によって著しく異なること、このような現象は従来の構成式では表現できないこと、相当ひずみ一定の繰返し負荷によって先行履歴が消去されること、非比例繰返し負荷の下での硬化はすべり系の回転あるいは交差効果によって生ずること等、定性的な指摘にとどまっており、前述の実用的繰返し塑性構成式の定式化に役立つような定量的かつ系統的な知見を与えるまでには至っていない。

本研究は、非比例繰返し負荷に対しても適用できる新しい非弾性構造解析用構成式の定式化を目的とする。このため、まず、注意深く計画された系統的な実験を行い、次の三つの課題、すなわち、

- (Ⅰ) 繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴に対する繰返し硬化の依存性
- (Ⅱ) 繰返し塑性ひずみ経路の振幅及び振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性
- (Ⅲ) 異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性

について検討する。このとき、課題（Ⅰ）の研究は、非比例繰返し負荷の下での硬化の機構を明らかにし、かつその発展式を定式化する上で不可欠であり、また課題（Ⅱ）の研究は、課題（Ⅰ）の研究とともにChabocheら〔44〕の記憶面あるいはOhno〔46〕の繰返し非硬化領域と類似の概念を導入するのに本質的役割を果たす。さらに課題（Ⅲ）の研究は、比例及び非比例繰返し負荷の下での等方硬化を統一的に表現する新しい等方硬化変数を導入するために必要なものである。つづいて本研究では、これらの実験結果に基づいて、非比例繰返し負荷の下での硬化挙動を表現する新しい内部状態変数とその発展式を定式化し、それをKriegの2曲面塑性理論〔32〕に組込んで、前述の繰返し塑性構成式を定式化する。

以下の第2章では、本研究で行った実験に共通する事柄、すなわち、実験方法と材料の基本的性質などについて述べ、つづく第3章、第4章、第5章では、前述の課題（Ⅰ）、（Ⅱ）、（Ⅲ）に対する実験的検討を行う。

第6章では、第2章から第5章までの実験的研究を基礎にして、新しい内部状態変数とその発展式を定式化し、それと内部状態変数を用いる最新の塑性流れ理論を組合せて、本研究の主題である繰返し塑性構成式を定式化する。第7章では、第6章で定式化した構成式に対する材料定数と材料関数の決定方法を明らかにし、また計算機シミュレーションを行って、提案した構成式の精度と妥当性を検討する。最後に第8章では、本研究で明らかにされた事柄を要約する。

本論文で使用する主な記号

記 号	説 明	定義される箇所
A	材料関数	式 (6.2 8), (7.7)
B	材料定数	式 (7.2 9), (7.3 0)
E	縦弾性係数	式 (2.8)
E^p	塑性ひずみテンソルと対応する5次元ベクトル	式 (6.1), 7. 1節
\bar{E}^p	E^p に対応する面 $\bar{g}=0$ 上の点	式 (6.4), (7.1 6)
\dot{E}_{eq}^p	相当塑性ひずみ速度	式 (6.7), (7.1 0)
G	横弾性係数	式 (2.8)
M_l	負荷面に対する外向き法線	式 (6.2 7), (7.3)
M_m	$\bar{S}-S$ に対する正規化テンソルと対応する5次元ベクトル	式 (6.2 9), (7.6)
N_m	\bar{E}^p-E^p に対する正規化テンソルと対応する5次元ベクトル	式 (6.5), (7.1 7)
N_n	面 $g=0$ に対する外向き法線	式 (6.3), (7.1 4)
R	負荷面の中心を表すテンソルと対応する5次元ベクトル	式 (6.2 2), (7.1)
\bar{R}	限界面の中心を表すテンソルと対応する5次元ベクトル	式 (6.2 3), (7.5)
S	偏差応力テンソルと対応する5次元ベクトル	式 (6.2 2), (7.1)
\bar{S}	S に対応する限界面上の点	式 (6.2 4), (7.5)
α_0	材料定数	式 (6.2 8)
c_n	材料定数	式 (6.1 2)

記 号	説 明	定義される箇所
c_p	材料定数	式 (6.14)
e^p	単純負荷の場合の塑性ひずみ成分	7. 2 節
f	負荷面を規定する関数	式 (6.22), (7.1)
\bar{f}	限界面を規定する関数	式 (6.23)
g	完全非硬化領域を規定する関数	式 (6.1), (7.12)
\bar{g}	比例非硬化領域を規定する関数	式 (6.2), (7.20)
k	材料定数	式 (6.36)
k_r	材料定数	式 (6.36)
m	材料定数	式 (7.29), (7.30)
q	等方硬化変数	式 (6.22)
q_s	繰返し硬化の飽和段階での q の値	7. 2 節
s^p	累積塑性ひずみ	式 (2.3)
\hat{s}^p	繰返し塑性ひずみ経路変更後の累積塑性ひずみ	3. 3. 2 節
$\Delta e^p / 2$	塑性ひずみ振幅	2. 4 節
$\Delta \sigma / 2$	応力振幅	2. 5 節
$\Delta \sigma_s / 2$	繰返し硬化の飽和段階での応力振幅	4. 2 節
Γ_n	面 $g = 0$ に対する外向き法線と塑性ひずみ速度との方向余弦	式 (6.8), (7.15)
Γ_p	面 $\bar{g} = 0$ に対する外向き法線と塑性ひずみ速度との方向余弦	式 (6.15), (7.21)
Γ_t	面 $g = 0$ に対する接平面と塑性ひずみ速度との方向余弦	式 (6.10), (7.18)
Λ	完全非硬化領域の発達の変化率を表す変数	式 (6.13), (7.19)
α	完全非硬化領域の中心を表すテンソルと対応する 5 次元ベクトル	式 (6.1), (7.12)
$\bar{\alpha}$	比例非硬化領域の中心を表すテンソルと対応する 5 次元ベクトル	式 (6.2), (7.20)
ε^p	薄肉円管に生ずる軸方向塑性ひずみ成分	2. 1 節
γ^p	薄肉円管に生ずるせん断塑性ひずみ成分の 2 倍	2. 1 節

記 号	説 明	定義される箇所
κ	負荷面の大きさを規定する変数あるいは対応する関数形	式 (6.2 2), (7.1), (7.2 9)
$\bar{\kappa}$	限界面の大きさを規定する変数あるいは対応する関数形	式 (6.2 3), (7.3 0)
κ_0	κ の初期値	式 (7.2 9)
$\bar{\kappa}_0$	$\bar{\kappa}$ の初期値	式 (7.3 0)
ρ	完全非硬化領域の大きさを規定する変数	式 (6.1), (7.1 2)
$\bar{\rho}$	比例非硬化領域の大きさを規定する変数あるいは対応する関数形	式 (6.2), (6.1 6), (7.2 0)
ρ_0	ρ の初期値	7. 2 節
$\bar{\rho}_0$	$\bar{\rho}$ の初期値	7. 2 節
σ	薄肉円管に生ずる軸方向応力成分あるいは単純負荷の場合の 応力成分	2. 1 節, 7. 2 節
$\bar{\sigma}$	単純負荷の場合の限界応力成分	7. 2 節
τ	薄肉円管に生ずるねじりのせん断応力成分	2. 1 節
(tr)	テンソルの跡を表す記号	6. 2 節
(T)	転置テンソルを示す上指標	6. 2 節
(\cdot)	累積塑性ひずみ s^p に関する微分	6. 2 節
$\langle \rangle$	Macauley括弧	6. 2 節
$U(x)$	ステップ関数	6. 2 節

第2章 実験方法と材料の基本的性質

前章で述べたように、非比例繰返し負荷の下での硬化挙動を記述できる塑性構成式を定式化するには、まず周到に計画された塑性ひずみ制御繰返し負荷試験を行い、比例及び非比例繰返し負荷の下での繰返し硬化の特徴を明らかにする必要がある。本章では、このような実験を行うために必要な、偏差応力と塑性ひずみの便利な表示法、試験片と実験装置について最初に述べ、つづいて以下の各章の実験に共通する実験条件、実験精度、材料の基本的性質などについて検討する。

2. 1 偏差応力テンソルと塑性ひずみテンソルの5次元ベクトル表示 [55]

塑性変形は通常、等積変形と考えることができ、また静水圧にもほとんど依存しない。したがって、塑性ひずみテンソルは偏差テンソルとみなすことができ、その応力依存性は偏差応力テンソルによって記述できる [24, 27, 56, 57]。さらに、塑性変形挙動はこれら両テンソルの二つの独立な不変量のうち、主に第2不変量によって支配されるから、これに基づいて導入されたIlyushinの5次元ベクトル空間を用いれば、塑性ひずみ及び偏差応力の各状態を、幾何学的に便利に表示しうる [55]。したがって、この論文においても実験計画の策定並びに構成式の最終的な表示にこの空間の概念を用いる。以下では本論文で必要な範囲において、その概要を述べる。なお、以下の各式において、ギリシャ文字の指標は1から5まで、またローマ字の指標は1から3までの値をとるものとし、総和規約を採用する。

5次元塑性ひずみベクトル空間 E_5^p は、塑性ひずみテンソル $E^p = E_{ij}^p d_i \otimes d_j$ (\otimes : テンソル積, d_i : テンソル空間を生成する三次元ベクトル空間の正規直交基底) の5個の独立な成分に対応して定義された空間である。その元、すなわち塑性ひずみベクトル $e^p = e_\alpha^p n_\alpha$ (n_α : 空間を規定する正規直交基底) の成分 e_α^p とテンソル成分 E_{ij}^p は、それぞれの大きさ $|e^p| = (e_\alpha^p e_\alpha^p)^{1/2}$ 及び $I_2^p = (1/2) E_{ij}^p E_{ij}^p$ (I_2^p : 塑性ひずみテンソルの第2不変量) が

$$|e^p|^2 = (4/3) I_2^p \quad (2.1)$$

の関係で対応するように、次式で定義される [55]。

$$\begin{cases} e_1^p = E_{11}^p, & e_2^p = (2/\sqrt{3})(E_{11}^p/2 + E_{22}^p), \\ e_3^p = 2E_{12}^p/\sqrt{3}, & e_4^p = 2E_{23}^p/\sqrt{3}, & e_5^p = 2E_{31}^p/\sqrt{3} \end{cases} \quad (2.2)$$

したがって塑性ひずみベクトルの大きさ $|e^p|$ は、Mises形の相当塑性ひずみに等しくなる。

時間 t の経過に伴って塑性ひずみベクトル e^p の先端が描く軌跡は塑性ひずみ経路と呼ばれ、塑性変形を考察する際に重要な塑性ひずみテンソルの履歴を一義的に表す。その弧長（塑性ひずみ弧長） s^p は累積塑性ひずみとも呼ばれ、塑性ひずみ速度ベクトル de^p/dt によって

$$s^p = \int_{t_0}^t |de^p/dt| dt \quad (2.3)$$

のように計算される。ここで t は積分変数であり、 t_0 は t の初期値を表す。累積塑性ひずみは単調増加の変数であり、時間非依存の塑性変形過程を表すために、従来からしばしば用いられている。本論文でも、繰返し塑性変形の進行過程を記述するために、この変数を一貫して用いることにする。

偏差応力状態は、塑性ひずみ経路の各点に設けた5次元局所偏差応力ベクトル空間 S_5 での応力ベクトル $\sigma = \sigma_\alpha n_\alpha$ によって表される。その成分 σ_α と偏差応力テンソル $\mathbf{S} = S_{ij} \mathbf{d}_i \otimes \mathbf{d}_j$ の成分 S_{ij} とは、それぞれの大きさ $|\sigma| = (\sigma_\alpha \sigma_\alpha)^{1/2}$ 及び $J_2 = (1/2) S_{ij} S_{ij}$ (J_2 : 偏差応力テンソルの第2不変量) とが

$$|\sigma|^2 = 3J_2 \quad (2.4)$$

で対応するように定められ、次式で関連づけられる〔55〕。

$$\begin{cases} \sigma_1 = (3/2)S_{11}, & \sigma_2 = \sqrt{3}(S_{11}/2 + S_{22}), \\ \sigma_3 = \sqrt{3}S_{12}, & \sigma_4 = \sqrt{3}S_{23}, & \sigma_5 = \sqrt{3}S_{31} \end{cases} \quad (2.5)$$

このとき、応力ベクトルの大きさ $|\sigma|$ は、Mises形の相当応力に等しくなる。

次節で述べるように、薄肉円管試験片に軸力、トルクの組合せ負荷を与える場合、円管の軸方向、円周方向、

半径方向にテンソル成分の添字 1, 2, 3 を対応させれば, E_{11}^p , E_{22}^p , E_{33}^p は軸方向, 円周方向塑性ひずみ成分, ねじりのせん断塑性ひずみ成分を表し, また S_{11} , S_{22} , S_{33} は軸方向, 円周方向応力の偏差成分とねじり応力を表す. このとき, $E_{22}^p = -(1/2)E_{11}^p$, $E_{33}^p = E_{31}^p = 0$ 並びに $S_{22} = -(1/2)S_{11}$, $S_{33} = S_{31} = 0$ と近似できるから, 塑性変形と偏差応力の状態は, E_5^p と S_5 の 2 次元部分空間で表すことができる. すなわち, ϵ^p , γ^p , σ , τ によって軸方向塑性ひずみ成分, ねじりのせん断塑性ひずみ成分の 2 倍, 軸方向応力成分, ねじりのせん断応力成分を示すことにすれば, これらの状態は, 次の塑性ひずみベクトルと応力ベクトルによって表現しうる.

$$\mathbf{e}^p = \epsilon^p \mathbf{n}_1 + (\gamma^p / \sqrt{3}) \mathbf{n}_3 \quad (2.6)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma \mathbf{n}_1 + \sqrt{3} \tau \mathbf{n}_3 \quad (2.7)$$

2. 2 試験片と実験装置

本研究で定式化する塑性構成式は, 原子力機器等に関する非弾性構造解析において使用することを想定している. したがって試験片材料には, このような構造物に対する代表的材料であるオーステナイト系ステンレス鋼 SU S316 を選んだ. 供試材は 1100℃ で溶体化処理された直径 36mm の丸棒の形で供給され, その化学成分と機械的性質は表 2. 1 と 2. 2 (ともに大同特殊鋼株式会社検査証明書による) に示すようであった. この供試材には, 試験片に加工する前に, 初期異方性を除くための焼鈍 (1000℃ 2 時間保持後炉冷) が施された. このとき, 焼鈍後の供試材の軸方向と半径方向から切り出した円柱試験片 (直径 15mm, 高さ 30mm) を用いて圧縮試験を行ったところ, 両

表 2. 1 試験片供試材の化学成分 (重量%)

C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Mo	Fe
0.05	0.27	1.65	0.034	0.028	10.12	16.24	2.04	Balance

表 2. 2 試験片供試材の機械的性質

Proof Stress	Tensile Strength	Elongation	Reduction of Area	Hardness (Brinell)
245 MPa	588 MPa	63%	75%	146

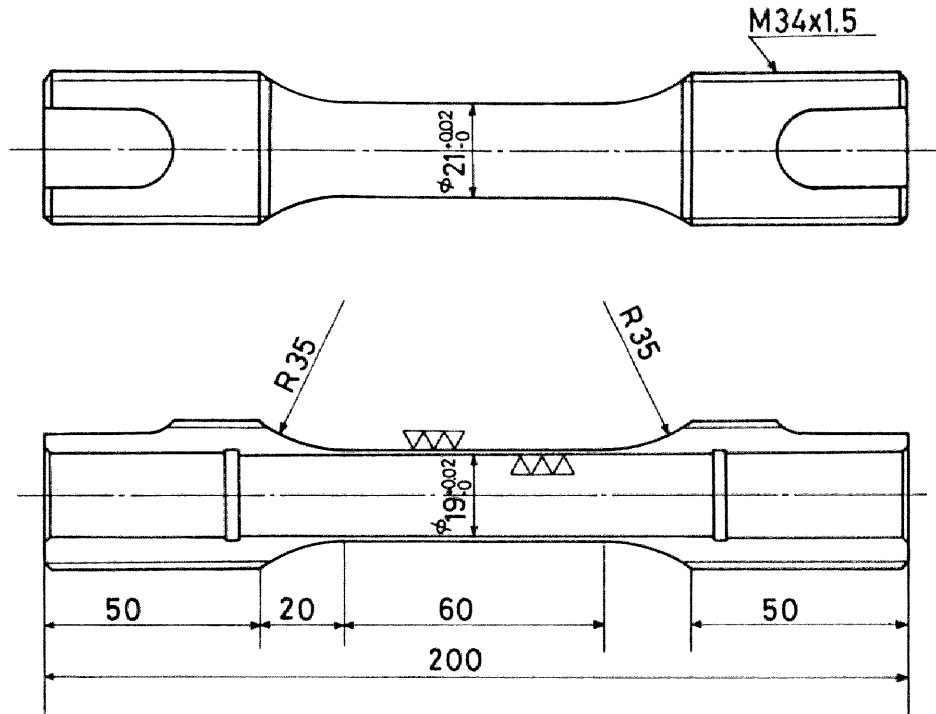


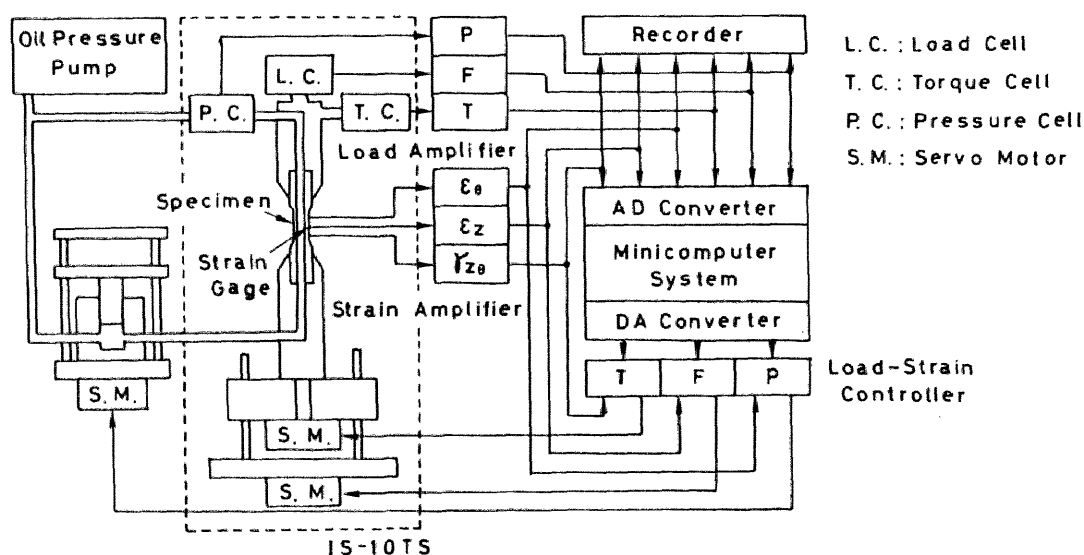
図2. 1 薄肉円管試験片

者に対する応力-ひずみ曲線はほぼ一致した。したがって、強い履歴効果を持つ繰返し塑性変形挙動を対象とする本研究では、十分な等方性が得られたものとみなしうる。上述の熱処理ののち、供試材を、ひずみ分布の同一性と座屈に対する抵抗力を考慮して定めた図2.1に示す形状の薄肉円管試験片（平行部の外径 $21^{+0.002}_{-0}$ mm，内径 $19^{+0.002}_{-0}$ mm，平行部の長さ60mm）に旋削加工した。特に、ひずみを測定する平行部については、さらにホーニング加工を施して仕上げた。

上述の試験片への負荷には、軸力、トルク、内圧の任意の組合せ荷重を自動的に与えることのできる複合負荷試験機（島津製作所製島津オートグラフIS-10TS，仕様：軸力10ton，トルク40kg-m，内圧600kg/cm²）〔55, 58〕とミニコンピュータ（日本データゼネラル製micro NOVA MP/100）を組合せたシステムを用いた。このとき、試験片に作用する軸力、トルク、内圧の各荷重F，T，Pは、試験機に組込んだそれぞれのロードセルによって検出し、また試験片外表面に生ずる軸方向ひずみ、円周方向ひずみ、ねじりのせん断ひずみの各成分 ϵ_z ， ϵ_θ ， $\gamma_{z\theta}$ は、試験片外表面に貼付けたゲージ長5mmの4枚の3軸ロゼット型金属はくひずみゲージ（共和電業製KFC-5-D17-16）によって、4ヶ所の平均値として検出した。

2. 3 塑性ひずみ制御の実験システム〔12, 13〕

緒論においてすでに述べたように、金属材料の繰返し塑性変形の下での硬化は、一般に転位の微視的挙動によって支配され、それは応力あるいは全ひずみよりも塑性ひずみとより直接的に関連する。したがって、繰返し硬化の特徴を明らかにする本実験は、塑性ひずみ履歴を規定して行うのが一層合理的である。そのため本研究では、最初に、上述の試験機とミニ・コンピュータを用いて塑性ひずみ制御試験を行うためのシステムを構築した〔12, 13〕。このシステムのブロック線図を図2.2に示す。



し、両者の差が許容範囲外であれば、現段階での塑性ひずみ経路上の値と試験片に現在生じている平均応力値に基づいて、ひずみゲージに実現されるべき値が再び計算しなおされる。このようにして計算されたひずみゲージへの信号値は、12ビットのDAコンバータを介して試験機付属の3台のロード・ストレインコントローラ（軸力、トルク、内圧に対して各1台）に送られる。ロード・ストレインコントローラは、この信号値を実現するように、フィードバック制御によって軸力、トルク、内圧用の各サーボモータを作動させ、試験片に荷重を与える。

なお、弾性ひずみを計算する際に必要となる縦弾性係数Eと横弾性係数Gの値は、各繰返し試験開始前に次のような試験を行って求めた。すなわち、引張り及びねじりの階段状荷重（基本応力 $\sigma = \sqrt{3} \tau = 15 \text{ MPa}$ と、65 MPaの間の荷重変化）を試験片に静的に3回負荷・除荷し、その際の除荷時の応力増分とひずみ増分求めた。このようにして得られた両弾性係数の値の平均値は、

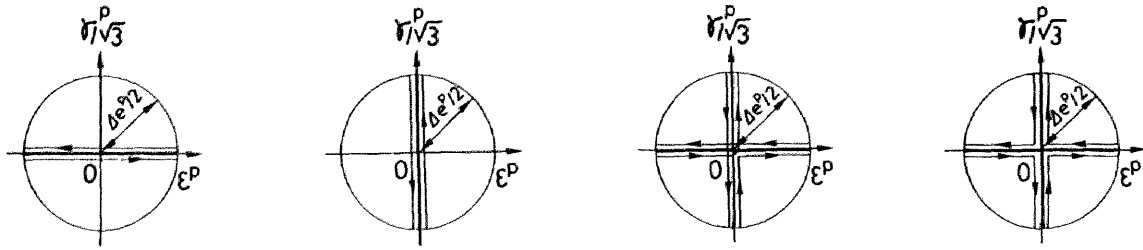
$$E = 200 \text{ GPa}, G = 78 \text{ GPa} \quad (2.8)$$

であり、またこれらの値のバラツキは、これらのE及びGの値の2.5%であった。このほか、本研究で用いたひずみゲージの信頼性を確認するため、繰返し試験終了時のE及びGを測定し、開始前の値と比較したが、その誤差は2%以内であった。このことから、使用したひずみゲージの耐久性は十分であると考えられる。

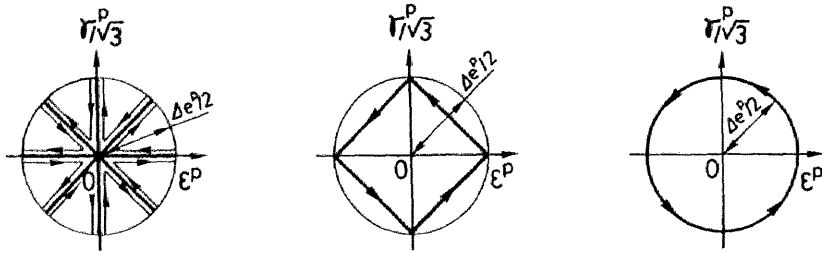
2. 4 実験条件と実験精度 [11-15]

この節では、本論文での共通な実験条件と実験精度について説明する。なお、緒論で述べた繰返し硬化の特徴を明らかにするための三つの課題の実験計画は、以下の各章において、対応する実験結果とともに述べる。

まず、本研究での繰返し負荷実験は、すべて、図2.1の薄肉円管試験片に軸力とトルクの組合せ荷重を室温で作用させ、前節で述べた方法で塑性ひずみを規定して行った。この時、塑性ひずみ状態は式(2.6)の塑性ひずみベクトルによって表されるから、この実験の条件は、2次元塑性ひずみ平面上でのこのベクトルの軌跡、すなわち塑性ひずみ経路を時間の関数として与えれば完全に規定される。時間非依存の繰返し塑性変形挙動を扱う本実験の場合、このためには繰返し負荷の一周期に対応する経路の形状、すなわち繰返し塑性ひずみ経路を規定すれば十分である（この場合、繰返し負荷の導入部は無視されるが、この影響はそれほど大きくない）。本実験では、この繰返し塑性ひずみ経路として、図2.3に示す7種類の経路、すなわち引張り－圧縮サイクル、単純ねじりサイクル、負荷順序の異なる2種類の十字サイクル（A）と（B）、八方向放射状サイクル、正方形サイクル及び円形サイクルを選び、それらの種々の組合せを一本の試験片に順次与える実験を行った。このとき、繰返し塑性



(a) 引張り-圧縮サイクル (b) 単純ねじりサイクル (c) 十字サイクル (A) (d) 十字サイクル (B)



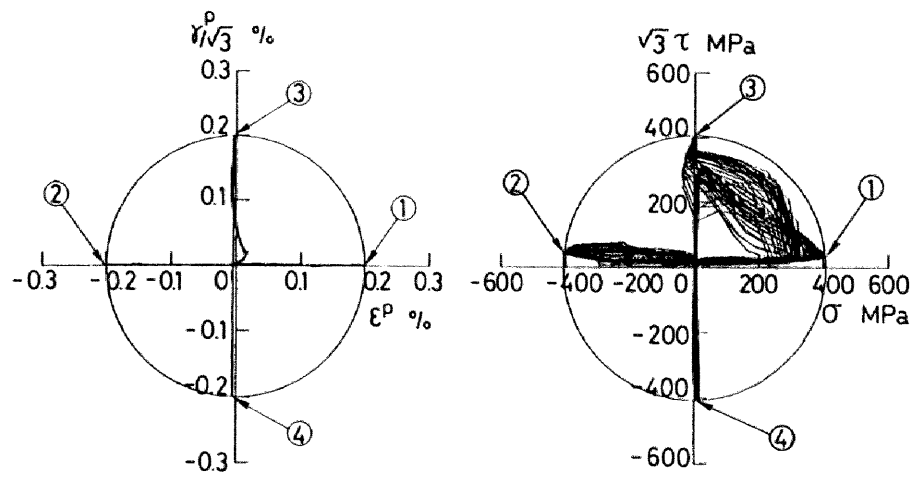
(e) 八方向放射状サイクル (f) 正方形サイクル (g) 円形サイクル

図2. 3 繰返し塑性ひずみ経路

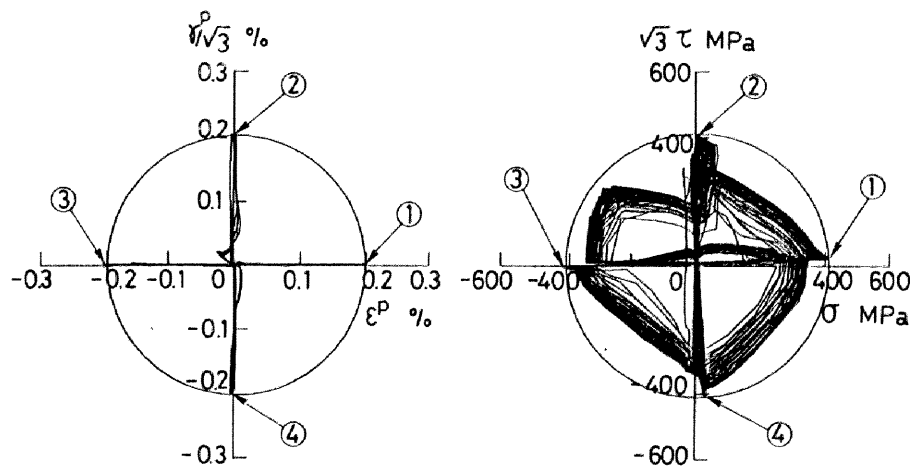
ひずみ経路の振幅 $\Delta e^p/2$ の値には、0.1、0.2及び0.4%を主に選び、場合によって0.05%から0.6%の間のそのほかの値も採用した。また、繰返し経路の形状及び振幅の変化は、各段階での繰返し硬化あるいは軟化がほぼ飽和状態に達した後に行ったが、このときの累積塑性ひずみ s^p の値は、繰返し硬化が生ずる場合、引張り-圧縮サイクルなどの比例サイクルで30%以上、十字、円形サイクル等の非比例サイクルで60%以上であり、また軟化が生ずる場合、比例サイクルで200%以上、非比例サイクルで400%以上であった。

このほか試験片への負荷速度は、累積塑性ひずみの変化率 \dot{s}^p が一定値 $3 \times 10^{-5}/s$ となるように定めた。このとき、弾性変形状態ではこの速度を維持することは困難であるが、この場合には、試験機及び制御装置の能力の許す範囲でできるだけ速やかに負荷した。

さて、前述の図2.3で示した繰返し塑性ひずみ経路の実現精度をみるため、一例として、処女材に振幅 $\Delta e^p/2 = 0.2\%$ の十字サイクル(A)、(B)、八方向放射状サイクル、正方形サイクル及び円形サイクルを与えた。この場合の実験から得られた塑性ひずみ経路を図2.4(a)~(e)に示す。同図には、後述する繰返し硬化の測度を議論するための対応する応力経路も合わせて示してある。各図中の番号①、②…等は、各塑性ひずみ経路での相当塑性ひずみのピーク値と対応する応力経路上の点を、また細い実線で示すひずみ経路上の円は、相当塑性ひずみが0.2%の点を表す。これらの図からわかるように、正方形サイクルと円形サイクルの場合はほぼ所定の塑性

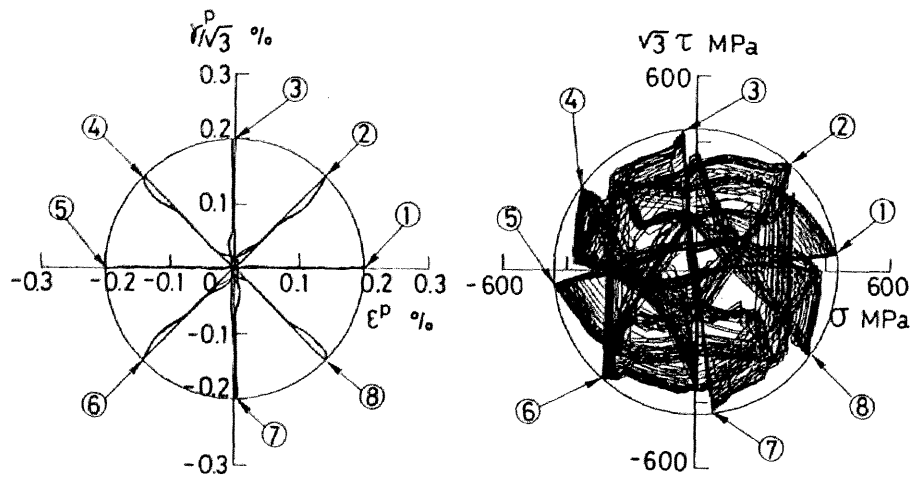


(a) 十字サイクル (A)

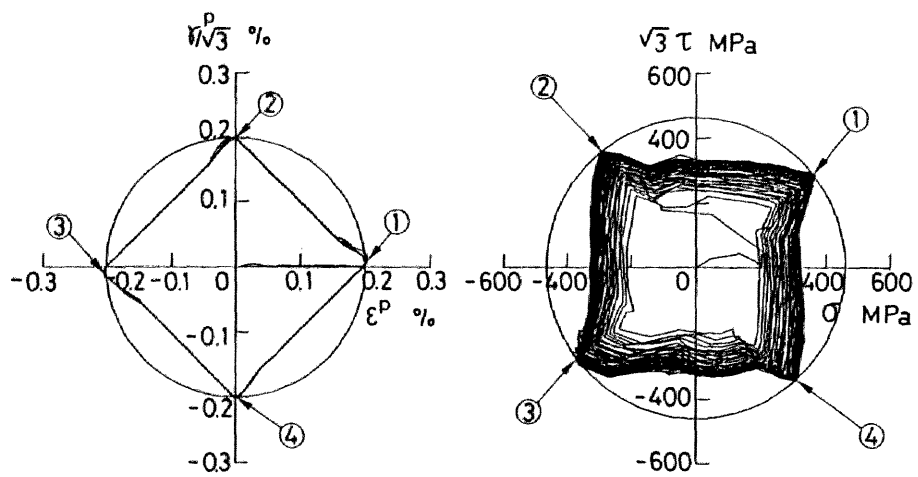


(b) 十字サイクル (B)

図2. 4 塑性ひずみ経路と応力経路

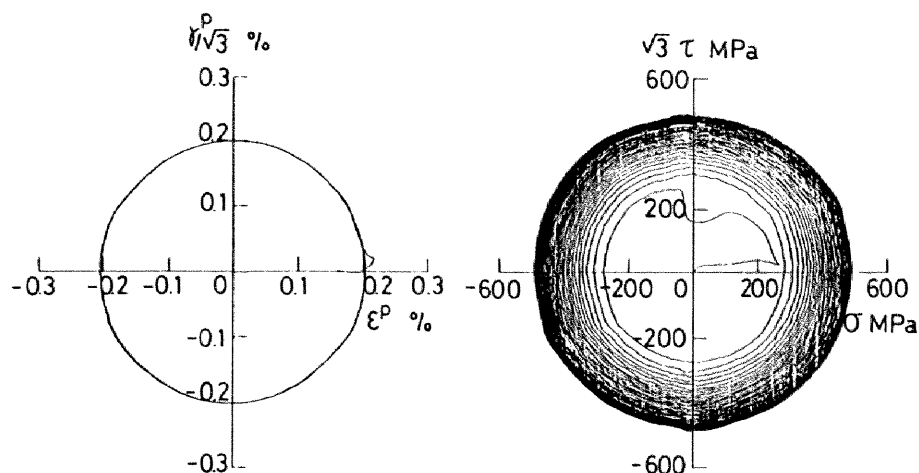


(c) 八方向放射状サイクル



(d) 正方形サイクル

図2. 4 塑性ひずみ経路と応力経路



(c) 円形サイクル

図2. 4 塑性ひずみ経路と応力経路

ひずみ経路が実現されており、またサイクルごとの塑性ひずみ経路の再現性も十分である。これに対して、十字サイクル (A), (B) と八方向放射状サイクルに対する塑性ひずみ経路は若干乱れている。しかしそれらの塑性ひずみのピーク値はいずれも所定の振幅0.2%の円上にあり、しかもひずみ経路のピーク値と応力経路のピーク値は対応しているから、後述のように応力経路のピーク値に着目する本研究での繰返し硬化の議論には、これらの乱れの影響は大きくないものと考えられる。

2. 5 材料の基本的な変形特性、塑性ひずみ空間の等方性並びに繰返し硬化の測度

比例及び非比例繰返し負荷の下での塑性変形挙動を議論するためには、まず、材料の基本的な変形特性を明らかにする必要がある。そのため、最初に、単調単純負荷の場合の変形特性の例として、処女材に単軸引張り荷重、単純ねじり荷重を与えた場合の応力-塑性ひずみ曲線を図2.5に示す。図からわかるように、この材料は明確な降伏点を示さず、また引張りとねじりの曲線との差もそれほど顕著でない。したがって、この材料は、単調負荷に関してはほぼMises形 material として扱いうる。

次に、単純負荷サイクルの下での処女材の変形特性の例として、塑性ひずみ振幅 $\Delta \epsilon^p / 2 = 0.1, 0.2, 0.4$ %の単純ねじりサイクル〔図2.3(b)参照〕に対する応力-塑性ひずみ曲線を図2.6に示す。図にみられるように、この材料は塑性ひずみサイクルを受けるに従って徐々に硬化し飽和状態に至る。このとき、振幅が大きいほど繰返し硬化量も大きくなる傾向が認められるが、いずれの場合もその量はそれほど顕著ではない。以下の本論文で

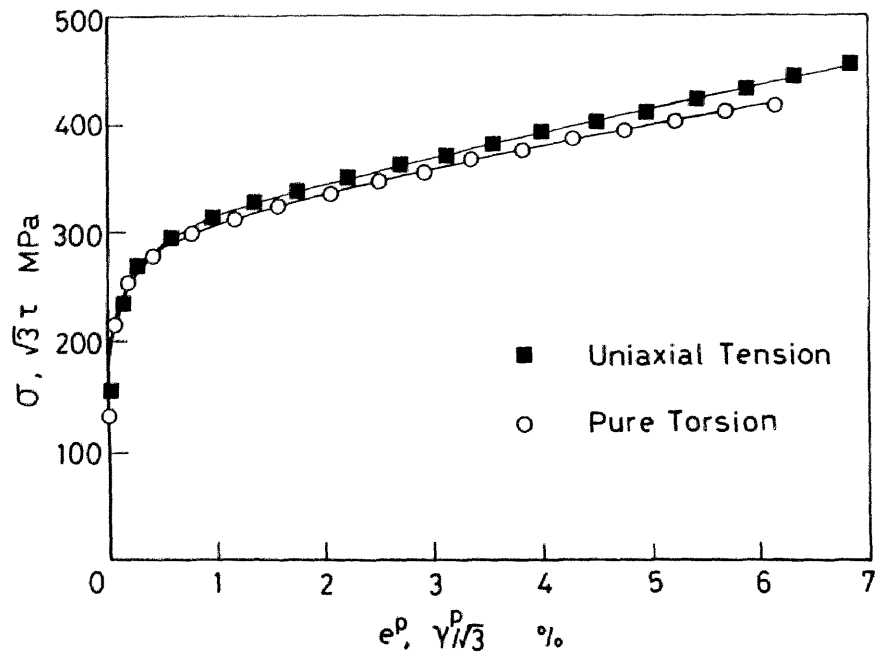


図2. 5 単調単純負荷に対する応力－塑性ひずみ曲線

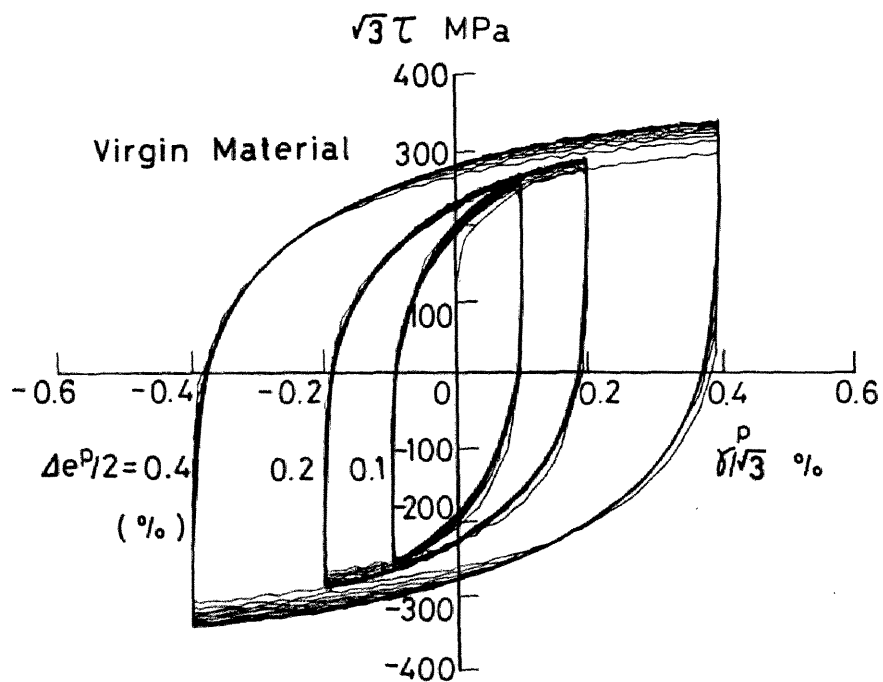


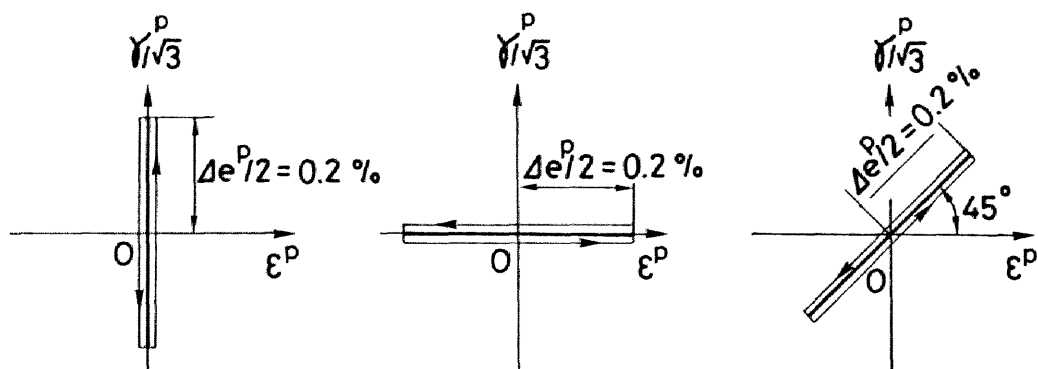
図2. 6 単純ねじりサイクルに対する応力－塑性ひずみ曲線 ($\Delta e^p/2 = 0.1, 0.2$ 及び 0.4%)

の議論では、単純負荷サイクル（後述する比例負荷サイクルの場合も含む）に対する繰返し硬化の測度として、塑性ひずみの変動範囲の両端における除荷直前の相当応力（応力ベクトル σ の大きさ $|\sigma|$ に対応する）の平均値（以下、応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と呼ぶ）を用いることにする。

さて、多軸状態での繰返し塑性変形挙動を検討するには、まず材料応答の負荷方向依存性、すなわち前述の塑性ひずみ空間における硬化挙動の方位依存性を調べなければならない。そのため、図2.7に示すような3種類の一定塑性ひずみ振幅 $\Delta e^p/2 = 0.2\%$ の完全両振り比例塑性ひずみサイクル試験を行った。図2.8はこのような試験に対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と累積塑性ひずみ s^p の関係を示す。図からわかるように、繰返しねじり試験に対する曲線が他に比べて4.5%程度低くなっている。これは偏差応力テンソルの第3不変量の影響〔55〕、すなわちテンソル空間をMises形の5次元ベクトル空間で近似する誤差と考えられるが、この論文の研究対象である非比例負荷の下での著しい硬化に比べれば、この差は二次的な効果として無視できる。このことは、比例塑性ひずみサイクルの下での硬化挙動が、塑性ひずみ平面における負荷経路の方位には依存しないこと、すなわちこの平面の等方性を示している。

他方、図2.4に示した応力経路を観察すれば、この等方性が非比例塑性ひずみサイクルの下でも成立することがわかる。すなわち各応力経路における飽和段階での相当応力のピーク値は、いずれも原点を中心とする円上にほぼ位置している。この性質に基づき、本論文では、非比例塑性ひずみサイクルの下での繰返し硬化の測度として、相当応力のピーク値の一サイクルごとの平均値を採用し、単純負荷サイクルの場合と同様、応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と呼ぶことにする。

なお、図2.6に示した単純負荷サイクルに対する応力-塑性ひずみ曲線と、図2.4の円形サイクルに対する応力経路を比較してみると、同一の塑性ひずみ振幅であっても後者の応力振幅が前者のそれに比べて大きいことが一見してわかる。この現象は、これまでに度々述べてきた非比例繰返し負荷の下での著しい硬化の代表的な事例であり、このような現象を実験によって系統的に明らかにし、かつ数学的モデルの形に定式化するのが、本研究の目的かつ以下の各章で詳しく述べる内容である。



(a) 単純ねじりサイクル

(b) 引張り-圧縮サイクル

(c) 多軸比例サイクル

図2. 7 比例塑性ひずみサイクル試験

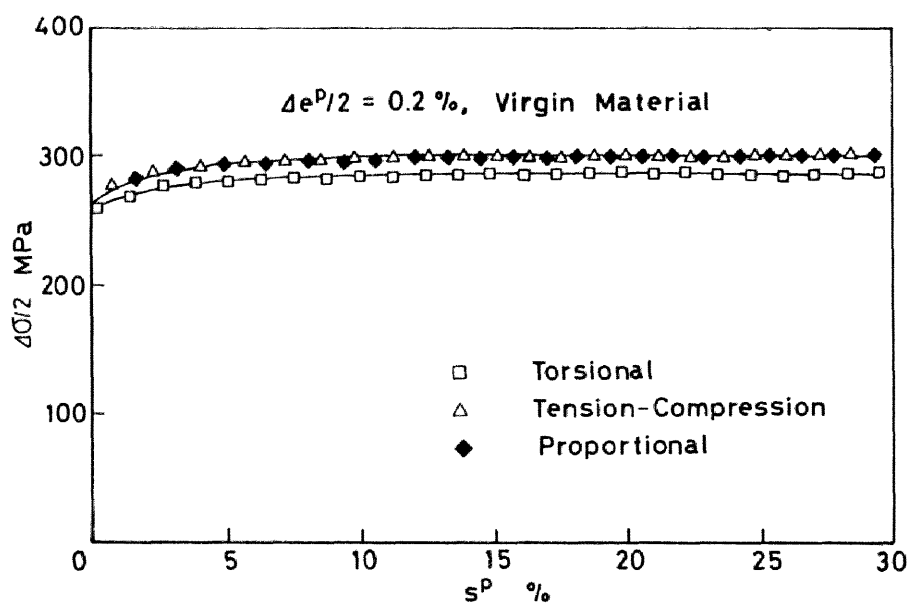


図2. 8 比例塑性ひずみサイクル試験に対する繰返し硬化特性

第3章 繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴に対する 繰返し硬化の依存性〔11, 14〕

第1章では、非比例繰返し負荷に対する新しい構成式を定式化するには、まず多軸繰返し負荷のもとでの硬化特性に関する三つの課題（Ⅰ）、（Ⅱ）、（Ⅲ）を明らかにする必要があることを指摘した。本章では、このうち（Ⅰ）の課題、すなわち、繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴に対する繰返し硬化の依存性について検討する。この問題は、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化の機構を明らかにする上で本質的であるばかりでなく、このような機構を適当な内部状態変数と発展式を用いて表現し、これによって一般的な繰返し塑性構成式を定式化する上で不可欠のものである。事実、第6章での構成式の定式化に重要な役割を果たす完全非硬化領域の概念は、主に本章で得られた結論に基づいて導入されており、またその発展式も、この章での非比例繰返し負荷の下での硬化に関する知見を用いて定式化される。

なお、ここで扱うような問題に関しては、すでにいくつかの先駆的な実験的研究が報告されている〔2-9〕。しかし、これらの研究は、非比例繰返し負荷の下での硬化が繰返しひずみ経路あるいは繰返し応力経路の形状に強く依存し〔2-9〕、また相当ひずみ一定の円形サイクルによって繰返し硬化のより小さい先行負荷履歴が消去されること〔2〕など定性的な指摘にとどまっており、一般的な繰返し塑性構成式の定式化に役立つような系統的な知見を与えるには至っていない。

以下では、最初に課題（Ⅰ）を検討するための実験計画について説明し、つづいて繰返し塑性ひずみ経路の形状に対する繰返し硬化の依存性を明らかにすることによって、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化の機構を考察する。最後に、繰返し塑性ひずみ経路の形状履歴に対する繰返し硬化の依存性を明らかにして、新しい内部状態変数を導入できる可能性について議論する。

3. 1 実験手順

繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴依存性を明らかにするため、本研究では、図2.3に示した7種類の繰返し塑性ひずみ経路を選び、それらを組合せる表3.1、A-Gのような実験を行った〔11, 14〕。このとき、これらの基本的な経路は、塑性ひずみ振幅 $\Delta e^p/2$ を一定にする目的と、繰返し緩和現象を生ずるのを避ける目的から、いずれも相当塑性ひずみのピーク値が塑性ひずみ平面の原点を中心とする半径0.2%の円上にあるように定めた。

前章ですでにふれたように、単純塑性ひずみサイクルと円形塑性ひずみサイクルとでは繰返し硬化に著しい相

違がみられるが、これらの二つの経路の特徴の主な違いとして、

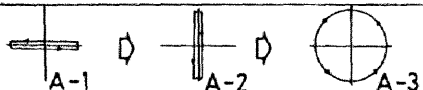

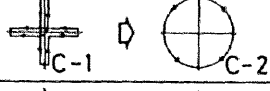

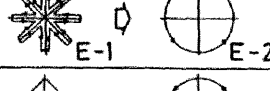
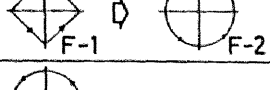

- (1) 両者の繰返し塑性ひずみ経路において、相当塑性ひずみのピーク値がとる方位の数の違い、
- (2) 各経路中での塑性ひずみ及び塑性ひずみ速度両ベクトルの方向の間の関係の違い、

が考えられる。このためまず、図2.3(a), (b)の単純負荷サイクル、(c), (d)の十字サイクル、(e)の八方向放射状サイクルの実験は、非比例塑性ひずみサイクルでの繰返し硬化に及ぼす上述の(1)の効果を検討する目的で行う。一方、図2.3(f)の正方形サイクルと(g)の円形サイクルは、これらの結果と実験(a)–(e)の結果を比較することによって、繰返し硬化に及ぼす(2)の効果を検討しようとするものである。

なお、図2.3(a), (b)の二種類の単純負荷サイクルを採用したのは、表3.1の実験A, Bのように同程度の繰返し硬化を生ずる繰返し塑性ひずみ経路を組合せた場合の履歴効果を明らかにすることを目的としている。さらに同図(c), (d)の二種類の十字サイクルを用いたのは、繰返し塑性ひずみ経路中での方向変化の回数の相違が繰返し硬化に及ぼす影響を明らかにするためである。

次に、表3.1の実験A–Gは、処女材に図2.3の各種経路形状の塑性ひずみサイクルを与えた場合の繰返し硬化

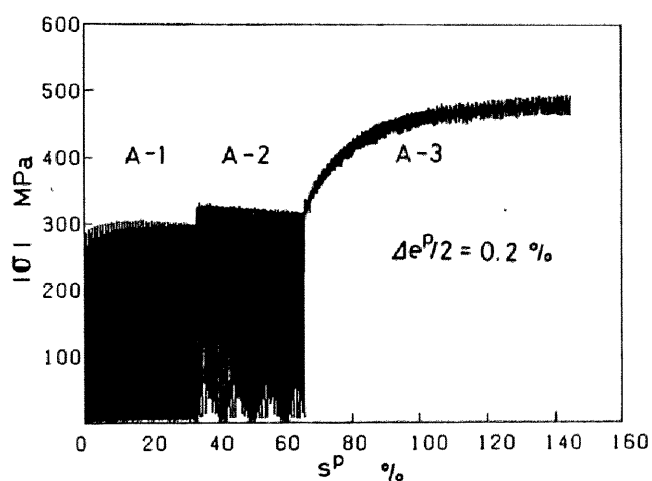
表3. 1 繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴に対する繰返し硬化の依存性の実験

Experiment	Loading History	$\Delta e_p/2 = 0.2\%$
A		
B		
C		
D		
E		
F		
G		

挙動を比較することによって、硬化の経路形状依存性を明らかにするとともに、これらの経路を異なった順序で組合せることによって硬化に対する経路形状履歴依存性を検討する目的で計画した。このとき、実験A-Gにおける経路形状の変化は、すでに前章で述べたように、各段階での繰返し硬化がほぼ飽和状態に達することを目安にして、単純負荷サイクルで $s^p = 30\%$ 、非比例サイクルで $s^p = 60\%$ の累積塑性ひずみを超えた段階で行った。なお後述の実験結果からわかるように、 s^p が 100% 以上でも完全には飽和しない場合も見られたが、このことは本章でののちの議論に本質的影響を与えるものではない。以後の説明では、実験A-Gの各段階を、表3.1の記号、たとえば記号A-1のように表示することにする。

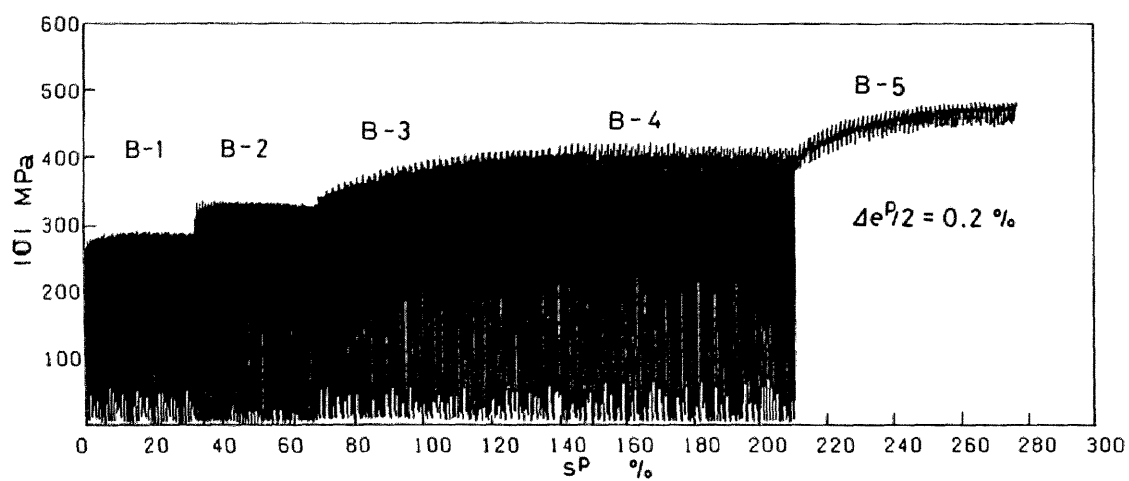
3.2 繰返し塑性ひずみ経路の形状に対する繰返し硬化の依存性

図3.1(a)-(g)は、表3.1の各実験における相当応力の変化を示す。このとき、繰返し塑性ひずみ経路の形状に対する繰返し硬化の依存性は、図3.1の結果から、実験A-1、B-1、C-1、D-1、E-1、F-1、Gに対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と累積塑性ひずみ s^p の関係を求めることによって議論できる。この結果を図3.2に示す。図からわかるように、各経路に対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ は、サイクルの最初の段階では一致しているにもかかわらず、繰返し硬化がほぼ飽和した段階では $\Delta\sigma/2$ は経路の形状によって著しく異なる。すなわち、繰返し硬化

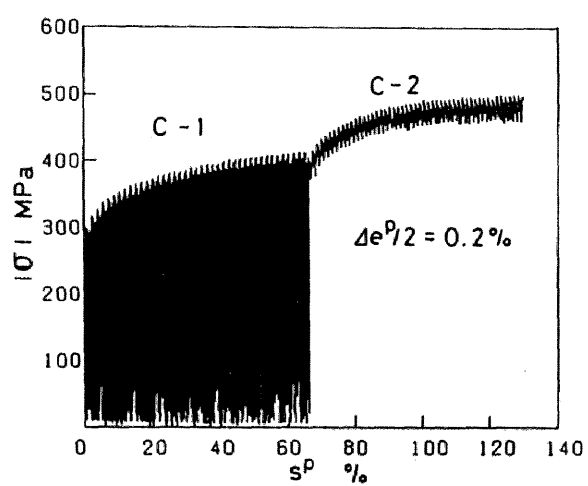


(a) 実験A

図3.1 実験A-Gに対する相当応力 $|\sigma|$ の変化

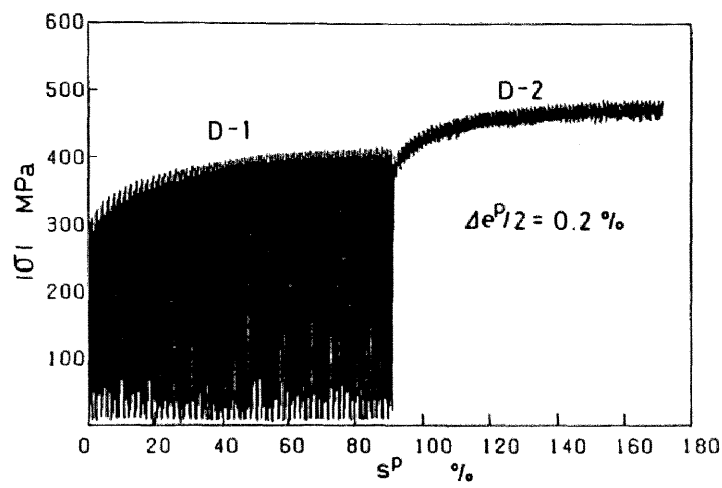


(b) 実験B

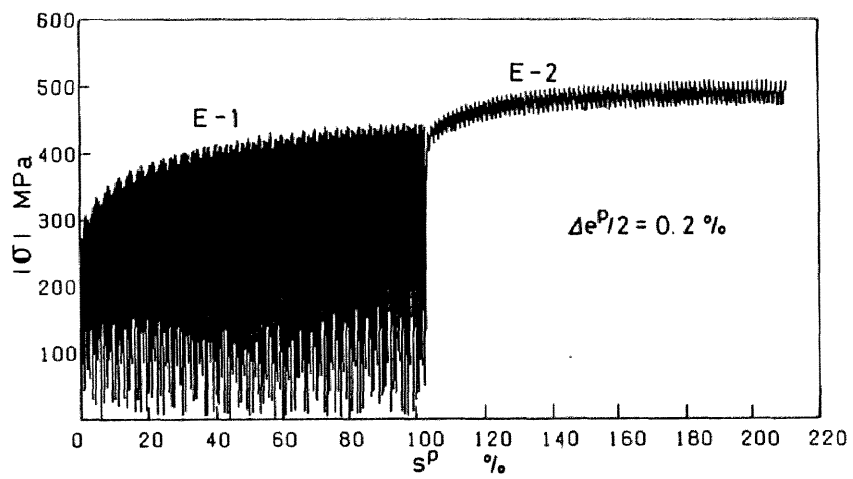


(c) 実験C

図3. 1 実験A-Gに対する相当応力 $|\sigma|$ の変化

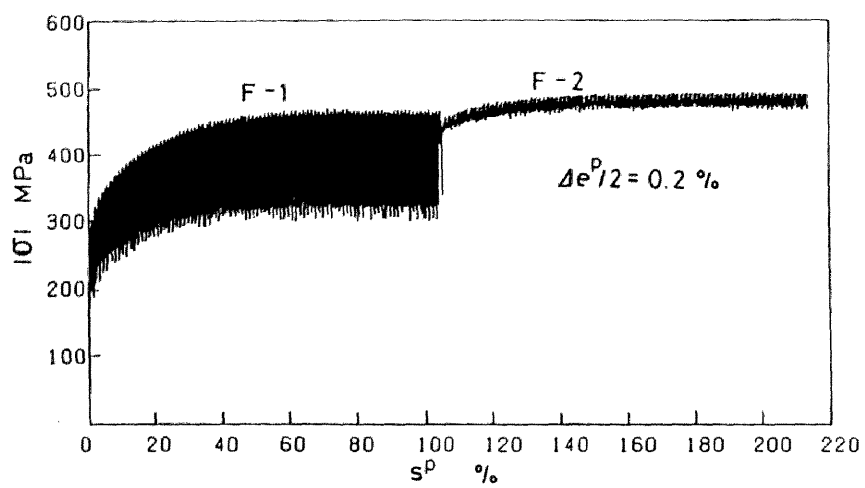


(d) 実験D

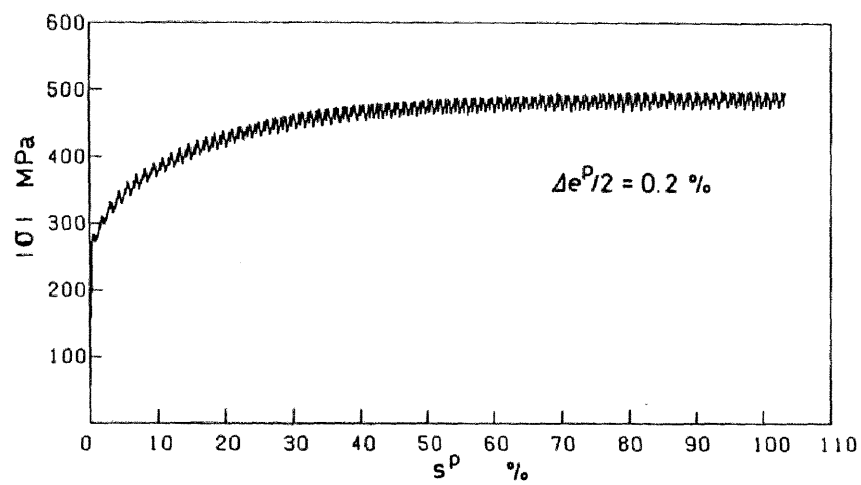


(e) 実験E

図3. 1 実験A-Gに対する相当応力 $|\sigma|$ の変化



(f) 実験F



(g) 実験G

図3. 1 実験A-Gに対する相当応力 $|\sigma|$ の変化

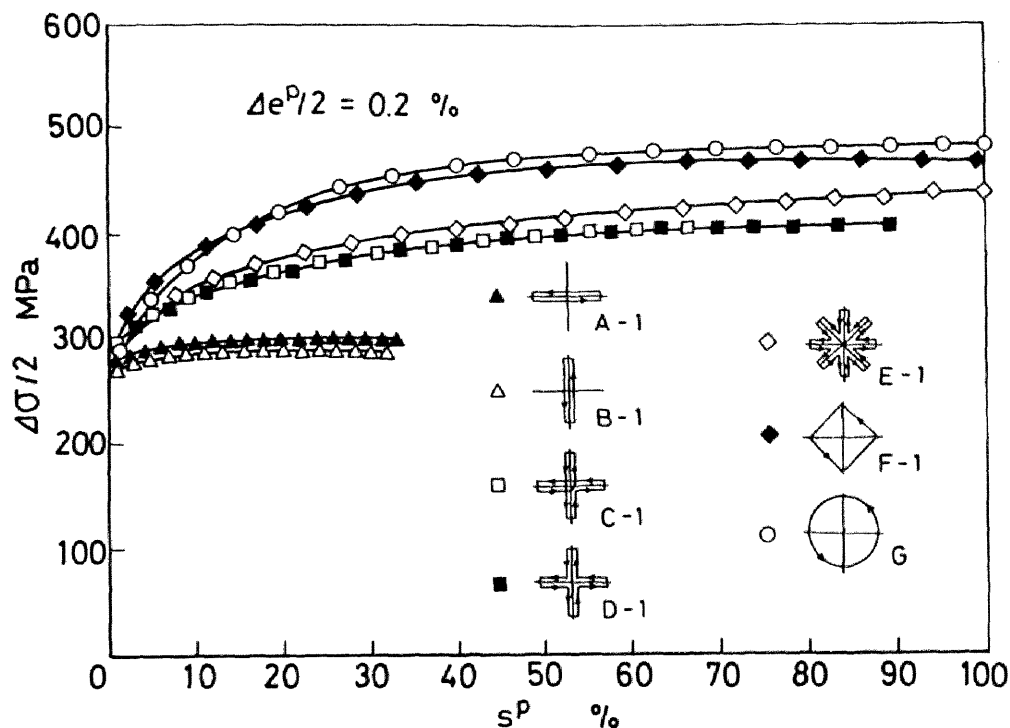


図3. 2 繰返し塑性ひずみ経路の形状に対する繰返し硬化の依存性

は単純ねじりサイクルの下で最も小さく、以下引張り－圧縮サイクル、十字サイクル（A）あるいは（B）、八方向放射状サイクル、正方形サイクルの順で大きくなり、最も大きな硬化は円形サイクルの下で起こされる。このとき、前章の図2.8に関連して述べたように、引張り－圧縮、ねじりの単純負荷サイクル、並びに軸方向塑性ひずみとねじりのせん断塑性ひずみの組合せ比例サイクルの硬化挙動は一致するとみなすことができ、また図3.2から、2種類の十字サイクルと八方向放射状サイクル、並びに正方形サイクルと円形サイクルの硬化は、ほぼ同程度であることがわかる。したがって以下では、上述の繰返し硬化挙動を次の三つの場合、すなわち(1)比例サイクル、(2)十字サイクルと八方向放射状サイクル、(3)正方形サイクルと円形サイクル、に分けて考えることにする。

まず2番めのグループの結果は、繰返し塑性ひずみ経路がいくつかの交差する半径方向分枝からなり、したがって一サイクルあたり2よりも大きな数の相当塑性ひずみのピーク値をもつ場合には、比例経路に比べてはるかに大きな硬化（約1.5倍）をもたらすことを示している。しかし、十字サイクルの結果と八方向放射状サイクルの結果を比べてみると、繰返し硬化の大きさは、単に一サイクルあたりの相当塑性ひずみのピーク値の数だけでは定まらないことがわかる。すなわち、ピーク値の数は両経路で著しく異なるにもかかわらず、両者に対する繰

返し硬化の大きさの差はそれほど大きくない。さらに、2種類の十字サイクルに対する結果が一致している事実は、経路形状が同一であれば、一サイクルあたりの塑性ひずみ速度ベクトルの方向変化の回数は、繰返し硬化挙動に影響を与えないことを示している。

このような結果は、八方向放射状サイクルと正方形サイクルの結果を比較することによって、一層明瞭に確かめることができる。すなわち、両者でのピーク値の数並びに方向変化の回数は、後者よりも明らかに多いにもかかわらず、後者の繰返し硬化の方が一層顕著である。これらの結果は、上述の一サイクルにおける相当塑性ひずみのピーク値の数並びに塑性ひずみ速度ベクトルの方向変化の回数のほか、塑性ひずみベクトルと塑性ひずみ速度ベクトルとの間の局所的な非共線性の継続も繰返し硬化に大きな寄与をすることを示している。この立場から正方形経路と円形経路をみると、両者は比較的近い関係にあるとみなすことができ、したがって両者に対する繰返し硬化挙動がほぼ同等である理由を理解することができる。特に、上述の第2のグループも、塑性ひずみの原点でこのような変化を含むと考えることができるから、これらのサイクルに対する硬化も両ベクトルの局所的な非共線性に帰着できる可能性がある。

繰返し硬化に関するこのような傾向は、繰返し硬化を繰返し塑性ひずみ経路形状のパラメータだけによって整理する可能性に大きな制限を与える。Kanazawaら〔4〕、McDowell〔5〕が述べているように、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化は、微視的には、このような負荷によって活動すべり系が順次変化し、より多くの活動すべり系上での複雑な転位運動の結果、比例繰返し負荷の下での安定な構造に比べて著しく不動化した転位構造が形成されるためと考えられる。事実、Nishinoら〔10〕は、最近、引張り-圧縮サイクル並びに非比例サイクルの下では、それぞれ転位のはしご状構造とセル状構造が形成されることを観察し、しかも後者の方がより強固な構造であることを示唆している。したがって、任意の繰返し負荷に対する新しい非弾性構造解析用構成式を定式化するには、このような微視的機構を反映し、かつ上述の実験結果の傾向と矛盾しないモデルを確立しなければならない。

3. 3 繰返し塑性ひずみ経路の形状履歴に対する繰返し硬化の依存性

3. 3. 1 繰返し塑性ひずみ経路形状の変更の影響

非比例塑性ひずみサイクルにおける繰返し硬化挙動が、先行するサイクルの繰返し塑性ひずみ経路によってどのような影響を受けるかを明らかにするため、まず表3.1の一連の経路に対し、各経路での繰返し硬化がほぼ飽和するごとに順次塑性ひずみサイクルを与えた場合の繰返し硬化挙動を検討する。このような実験結果の一例として、図3.1(b)から求めた実験Bに対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と累積塑性ひずみ s^p の関係を、図3.3に示す。

図からわかるように、単純ねじり塑性ひずみサイクルB-1から、それと負荷方向が直交する引張り-圧縮サイクルB-2に変更した直後に、かなり大きな $\Delta\sigma/2$ の階段状の増加が認められる。これと同様の現象は、図3.1(a)からわかるように、引張り-圧縮から単純ねじりサイクルに変更する実験A-1、A-2でも認められる。このように、先行サイクルと直交する負荷方向のサイクルを与えることによってさらに硬化を生ずる現象は、交差効果と呼ばれ、316ステンレス鋼に対するKrempf-Lu [9]、Ohashiら [7]、並びに304ステンレス鋼に対するNishinoら [10]の実験においても観察されている。この原因としては、先行サイクルによって形成された強い方向性を持つ安定な転位構造が、それとは異なる方向のサイクルによる転位の運動に対して強く抵抗し、それと同時に、より複雑な構造に移行するためと考えられる。この現象は、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化が急速に現れた一つの特別な例と考えることができる。事実、経路変更後のB-2の段階は再び比例サイクルとなり、したがってこの段階では繰返し硬化が生じないだけでなく、むしろ軟化する傾向が認められる。なお、この結果は、繰返し塑性ひずみ経路が合同であり、しかも処女材に対する硬化特性がほぼ同じであっても、それらを組合せることによってさらに硬化することを示している。これに関しては第5章においてさらに詳しく検討する。

次に、引張り-圧縮サイクルB-2から、十字サイクル(A) B-3に変更する場合に着目すると、経路変更直後の $\Delta\sigma/2$ の増加量は、前述のB-1からB-2に変更する場合に比べて小さいことがわかる。この原因は、

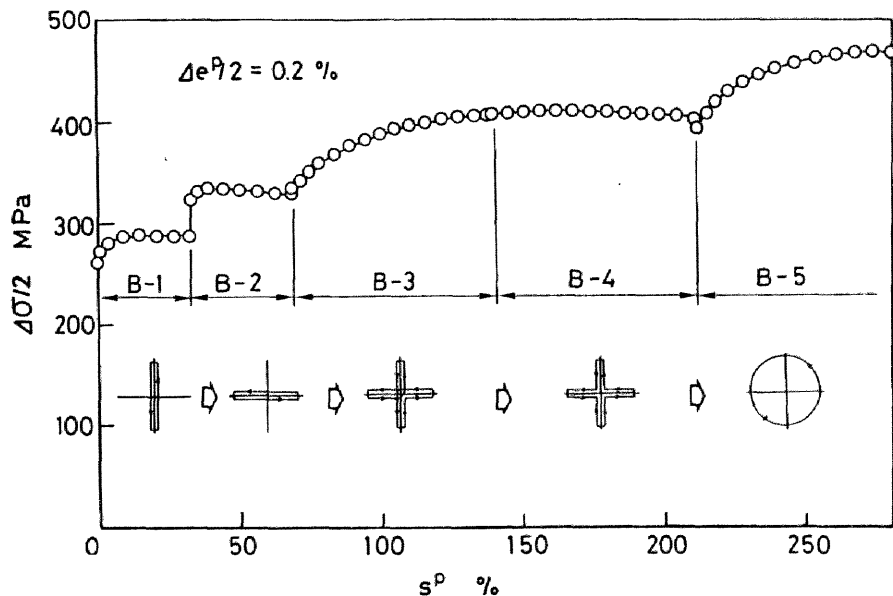


図3. 3 繰返し塑性ひずみ経路形状の変更の影響

直交する2種類の比例サイクルを組合せた際に形成された転位構造が等方的な性質を持ち、したがって前述の交差効果が現れなかったためと考えられる。しかし、その後のB-3の段階では、B-2の段階とは異なって徐々に繰返し硬化が進行するのがわかる。この現象は、十字サイクルでの非比例負荷によって、B-2段階で形成された転位構造とは別の、より複雑な構造が形成される過程として理解できる。このほか、B-1、B-2の繰返し塑性ひずみ経路を重合せるとB-3と同じ形になることに着目すると、この結果は、繰返し硬化に重要な影響を与えるのは各塑性ひずみサイクルにおける繰返し塑性ひずみ経路そのものであって、先行サイクルに対する経路を合成したものではないことを意味する。

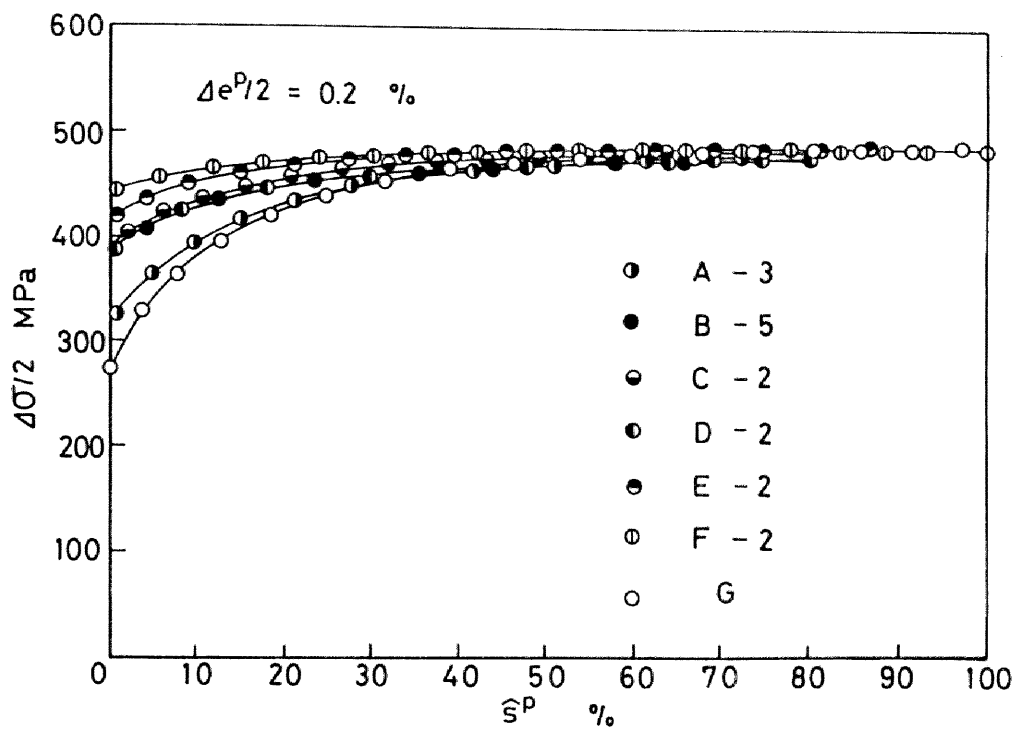
さらに十字サイクル(A)から十字サイクル(B)、すなわちB-3からB-4へ移行する場合には、経路の変更の影響は全く認められない。この結果と、処女材に対する2種類の十字サイクルの繰返し硬化挙動が同じであったことを考慮すれば、一サイクル中の方向変化の回数の相違にもかかわらず、両サイクルで形成される内部構造はほとんど同じであることが予想される。すなわち、少なくとも単純な繰返し塑性ひずみ経路の場合には、一サイクルでの経路の形状が同一であれば、それらの負荷順序は繰返し硬化に大きな影響は持たないということができる。

最後に、十字サイクルB-4から円形サイクルB-5に移行した段階で、さらに繰返し硬化が進行するが、これも転位がより動きにくい別の内部構造を作られる過程として理解できる。

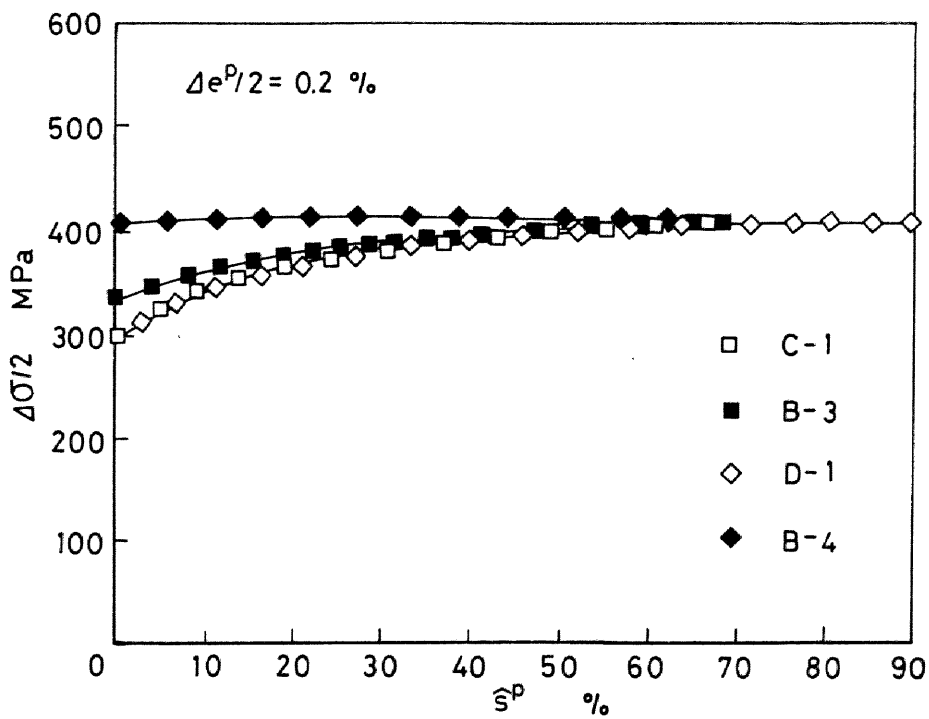
なお、表3.1にみられるいくつかの経路変更、すなわち十字サイクル、八方向放射状サイクルあるいは正方形サイクルから円形サイクルに移行する場合を調べてみると、図3.3のB-4からB-5の場合のように、いずれも一時的な軟化を生じている。このことは、先行サイクルによる繰返し硬化が大きくなると、経路変更の際の塑性ひずみ速度ベクトルの不連続な方向変化によって、一時的な軟化現象が顕著になることを示している。

3. 3. 2 後続サイクルでの繰返し硬化の飽和値に対する先行サイクルの影響

ここでは、後続サイクルでの繰返し硬化の飽和値が、繰返し硬化のより小さな先行サイクルによってどのような影響を受けるかについて検討する。このため、種々の先行履歴をもつ円形サイクル、すなわち実験A-3、B-5、C-2、D-2、E-2、F-2、Gに対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と円形サイクル開始後の累積塑性ひずみ $\hat{\epsilon}^p$ の関係を示すと図3.4(a)のようになる。この図から、先行サイクルでの繰返し硬化の程度によって最初の段階の $\Delta\sigma/2$ の値は異なるが、繰返し硬化がほぼ飽和した段階ではいずれの実験の結果も処女材に対する結果Gに一致していることがわかる。この事実、種々の先行履歴を持つ円形サイクルで形成される最終的な転位構造がほとんど同一となる傾向、いいかえれば先行履歴の影響はそれよりも硬化の大きな後続サイクルによって消去



(a) 円形サイクル



(b) 十字サイクル

図3. 4 後続サイクルでの繰返し硬化の飽和値に対する先行サイクルの影響

される傾向にあることを示している。これと同様な傾向は、図3. 4(b)に示す2種類の十字サイクルに対する結果にもみることができる。すなわち、先行履歴を持たない十字サイクル(A) C-1と、単純負荷サイクルの履歴を持つB-3の飽和値は一致しており、また十字サイクル(B)に対するD-1とB-4のそれも一致している。

以上の結果は、種々の比例及び非比例塑性ひずみサイクルの下で形成される転位構造が、それよりも大きな繰返し硬化を示す非比例サイクルによって破壊され、後続サイクルに固有な新しい構造に作りかえられる傾向にあることを示している。このことは、金属物理学的な観点から興味深いだけでなく、一般的な繰返し塑性構成式の定式化にとっても極めて重要な知見である。事実、この性質は第6章で導入される完全非硬化領域の概念の、一つの有力な論拠となっている。

第4章 繰返し塑性ひずみ経路の振幅及び振幅履歴に対する

繰返し硬化の依存性〔12, 13, 15〕

前章では、比例及び非比例繰返し負荷の下での硬化特性を明らかにするための三つの課題（Ⅰ）、（Ⅱ）、（Ⅲ）のうち最初の課題、すなわち繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴に対する繰返し硬化の依存性について検討した。その結果、(1)非比例繰返し負荷の下での著しい硬化の主要な機構の一つは、塑性ひずみベクトルと塑性ひずみ速度ベクトルとの間の局所的な非共線性の継続にあること、(2)繰返し硬化のより小さな形状の先行サイクルによる履歴は、繰返し硬化がより著しい経路形状の後続サイクルによってほぼ消失すること、がわかった。本章では次の課題（Ⅱ）、すなわち繰返し塑性ひずみ経路の振幅及び振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性について検討する。

このとき、第1の問題、すなわち経路の振幅に対する繰返し硬化の依存性の問題は、それが構成式を定式化の際の最も基本的な資料となる点で重要であるばかりでなく、前章で得た繰返し硬化の飽和段階での応力振幅の経路形状依存性が、振幅によってどのように変化するかを明らかにする上で重要である。またその資料は、次章で述べる異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性の実験計画を立案する上でも不可欠のものである。

一方、第2の問題、すなわち振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性の問題は、構成式の定式化に際しより本質的な意義を有する。このとき、この問題は、先行履歴がより小さな振幅の塑性ひずみサイクルからなる場合と、より大きな振幅の塑性ひずみサイクルからなる場合に分けて考えることができる。前者の問題は上で述べた前章での知見(2)を補強する意義を持ち、第6章で議論する構成式の定式化に際し新しい内部状態変数を導入するための知見を与えるものである。これに対し後者の問題は、繰返し硬化の回復挙動の履歴依存性に関し系統的な知見を与えるものであり、第6章で定式化する構成式を、回復挙動を記述するように拡張する際に重要となる。

さて、この問題に対する従来の実験的研究は極めて少なく、しかも単純負荷サイクルの場合に限られている。例えばChabocheら〔44〕は、室温で316ステンレス鋼の繰返し負荷試験を行い、その繰返し硬化あるいは軟化挙動の履歴依存性に関して次のような報告をしている。すなわち、ある一定ひずみ振幅 $\Delta\epsilon_1/2$ の下で応力-ひずみ曲線が飽和したのちにひずみ振幅を $\Delta\epsilon_2/2$ に増加させると、応力-ひずみ曲線は再び繰返し硬化した後に飽和し、しかも再飽和した段階での応力-ひずみ曲線のループの半幅すなわち応力振幅は、最初からひずみ振幅 $\Delta\epsilon_2/2$ を与えたときのそれに等しくなる。これに対し、ひずみ振幅 $\Delta\epsilon_2/2$ の下で応力-ひずみ曲線が飽和したのちに振幅を $\Delta\epsilon_1/2$ に減少させると、やや軟化した後に応力-ひずみ曲線は再び飽和するが、その応力振幅

から振幅 $\Delta\epsilon_1/2$ を与えたときの水準までは回復しない。これは極めて重要な知見であり、事実、この結果に基づいて、大野〔45〕は、任意の負荷によって等方硬化を生じない塑性ひずみ空間における領域、すなわち繰返し非硬化領域の概念を導入し、振幅変動を伴う任意の比例繰返し負荷の塑性挙動を記述しうる構成式を定式化している。しかし、このような変形特性は一般にひずみ振幅値に依存し、また繰返し硬化の回復を伴う場合には与えられた累積塑性ひずみ量にも関係する。さらに、非比例繰返し負荷の下での硬化の機構は、すでに前章で述べたように、単純負荷サイクルの場合のそれと全く異なるから、上述の知見が非比例負荷の場合にどの程度成立するかは必ずしも明らかではない。

本章では、最初に、上述の課題（Ⅱ）を検討するための実験計画について説明し、つづいて繰返し塑性ひずみ経路の振幅に対する繰返し硬化の依存性、そして最後に経路の振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性について実験的に検討する。なお、実験は、前章と同様、すでに第2章で述べた方法で行った。

4. 1 実験手順

前章での議論から、本研究での繰返し塑性ひずみ経路は3種類に分類することができた。そこでここでの課題（Ⅱ）を検討するための基本的な繰返し塑性ひずみ経路として、この三つの場合を代表する単純ねじり経路〔図2.3(b)〕、十字経路（B）〔図2.3(d)〕、円形経路〔図2.3(g)〕を採用し、これらの振幅を表4.1に示すように順次変動させる実験H-Sを行った。

この表の実験と前章で述べた振幅 $\Delta\epsilon^P/2 = 0.2\%$ の実験結果B-1, D-1, Gをあわせて考えれば、各繰返し塑性ひずみ経路に対して、まず第一に、振幅 $\Delta\epsilon^P/2 = 0.1, 0.2, 0.4\%$ に対する処女材の繰返し硬化挙動を明らかにすることができ、第2に小さな振幅の先行サイクルの存在が後続のより大きな振幅のサイクルの繰返し硬化挙動に及ぼす影響を明らかにすることができる。また第3に先行サイクルがより大きな振幅のサイクルからなる場合に後続サイクルにおいて生ずる繰返し硬化の回復挙動と、その先行履歴依存性も検討することができる。

なお、表4.1の各実験における振幅変化は、第2章で述べたように、各段階での繰返し硬化あるいは軟化がほぼ飽和状態に達することを目安に行ったが、回復が生ずる段階では、十分大きな累積ひずみ量を与えるように特に注意を払った。

このほか、実験H-Sの各段階を示すのに、前章と同様、H-1, H-2等の記号を用いることにする。

表 4. 1 繰返し塑性ひずみ経路の振幅及び振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性の実験

Type of Tests	Test	History of Plastic Strain Amplitude $\Delta e^P/2$ (%)		
		1	2	3
Torsional [Fig. 2.3(b)]	H	0.1	0.4	0.1
	I	0.1	0.2	0.4
	J	0.4	0.2	0.1
	K	0.4	0.1	
Cruciform(B) [Fig. 2.3(d)]	L	0.1	0.4	0.1
	M	0.1	0.2	0.4
	N	0.4	0.2	0.1
	O	0.4	0.1	
Circular [Fig. 2.3(g)]	P	0.1	0.4	0.1
	Q	0.1	0.2	0.4
	R	0.4	0.2	0.1
	S	0.4	0.1	

4. 2 繰返し塑性ひずみ経路の振幅に対する繰返し硬化の依存性

単純ねじり，十字（B）及び円形サイクルの下での処女材の繰返し硬化挙動の振幅依存性を示すため，各経路に対する塑性ひずみ振幅 $\Delta e^P/2 = 0.1, 0.2, 0.4\%$ の実験結果，すなわち J-1, B-1, I-1, N-1, D-1, M-1, R-1, G, Q-1 に対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と累積塑性ひずみ s^P の関係を図 4.1 に示す。すでに前章で述べたことから予想できるように，いずれの振幅 $\Delta e^P/2$ に対しても，サイクルの最初の段階では，単純ねじり，十字（B），円形サイクルに対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ は一致しているが，繰返し硬化が飽和した段階での応力振幅 $\Delta\sigma_s/2$ は著しく異なる。このとき，同一振幅の各経路に対する応力振幅 $\Delta\sigma_s/2$ の大きさの順序は，前章で述べた $\Delta e^P/2 = 0.2\%$ の場合と定性的に全く変わらないが，それらの間の差は，振幅 $\Delta e^P/2$ が大きくなるに従ってより拡大される傾向にある。このほか， $\Delta\sigma_s/2$ が大きい場合ほど，飽和に至るまでに必要とされる累積塑性ひずみ量も大きくなる傾向も認められる。

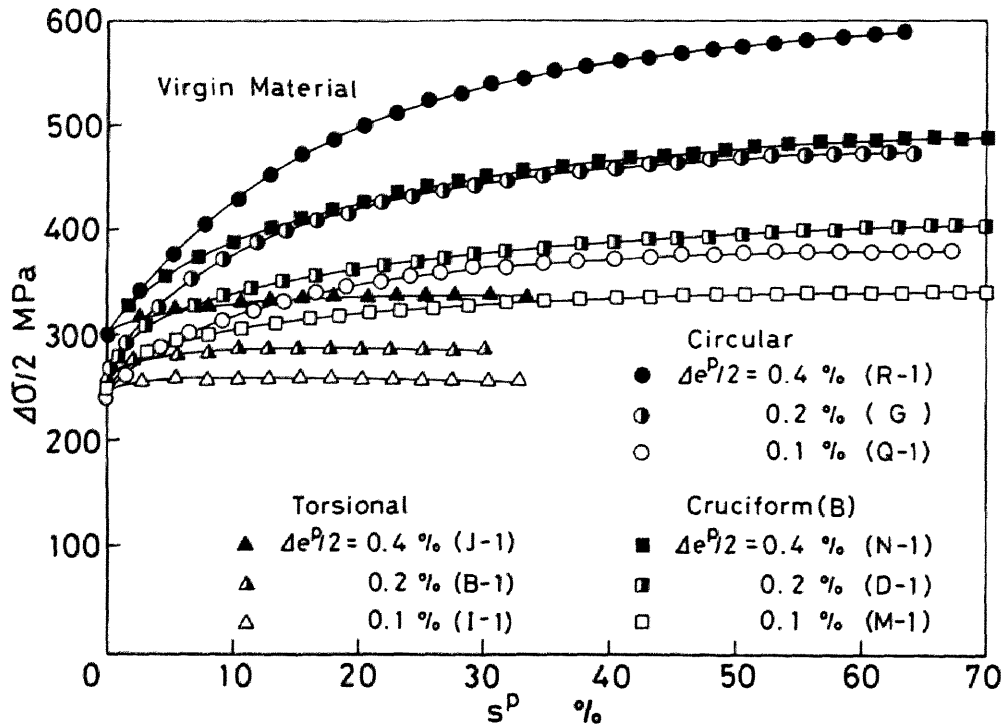


図4. 1 ねじり，十字（B）及び円形サイクルの下での繰返し硬化挙動の振幅依存性

次に，図4.1における最も重要な特徴，すなわち繰返し硬化の飽和段階での応力振幅 $\Delta\sigma_s/2$ の振幅依存性を定量的に評価するため，各繰返し塑性ひずみ経路に対する $\Delta\sigma_s/2$ と $\Delta e^p/2$ の関係を図4.2に示す。同図には，この関係をさらに明確にするための追加実験，すなわち $\Delta e^p/2 = 0.6\%$ の単純ねじりサイクル， $\Delta e^p/2 = 0.3\%$ の十字サイクル（B）， $\Delta e^p/2 = 0.05\%$ の円形サイクルの結果も示してある。また図中の太い実線は，単調単純ねじり負荷試験に対する相当応力 $|\sigma|$ と累積塑性ひずみ s^p の関係を示している。この図から，例えば同一振幅の円形サイクルと単純ねじりサイクルの $\Delta\sigma_s/2$ の比を計算してみると， $\Delta e^p/2 = 0.1, 0.2, 0.4\%$ に対して，それぞれ，1.48，1.64，1.75となる。したがって， $\Delta e^p/2$ が増大するとともに，両者の硬化量の違いは一層拡大される傾向にある。一方，十字サイクル（B）と単純ねじりサイクルの $\Delta\sigma_s/2$ の比は， $\Delta e^p/2 = 0.1, 0.2, 0.4\%$ に対してそれぞれ1.36，1.42，1.46であって，ほぼ一定値となっている。これに対し，円形サイクルと十字サイクルの $\Delta\sigma_s/2$ の比は， $\Delta e^p/2 = 0.1, 0.2, 0.4\%$ に対して1.09，1.19，1.24あって， $\Delta e^p/2$ が小さくなるにしたがって急速に1に近づく傾向をもつ。このとき，外挿によって，比が1になる $\Delta e^p/2$ を見積ると，ほぼ $\Delta e^p/2 = 0.05\%$ となることがわかる。すなわち， $\Delta e^p/2 = 0.05\%$ にて円形サイクルと十字サイクルに対する $\Delta\sigma_s/2$ はほぼ一致する。このほか， $\Delta e^p/2 = 0.6\%$ の単

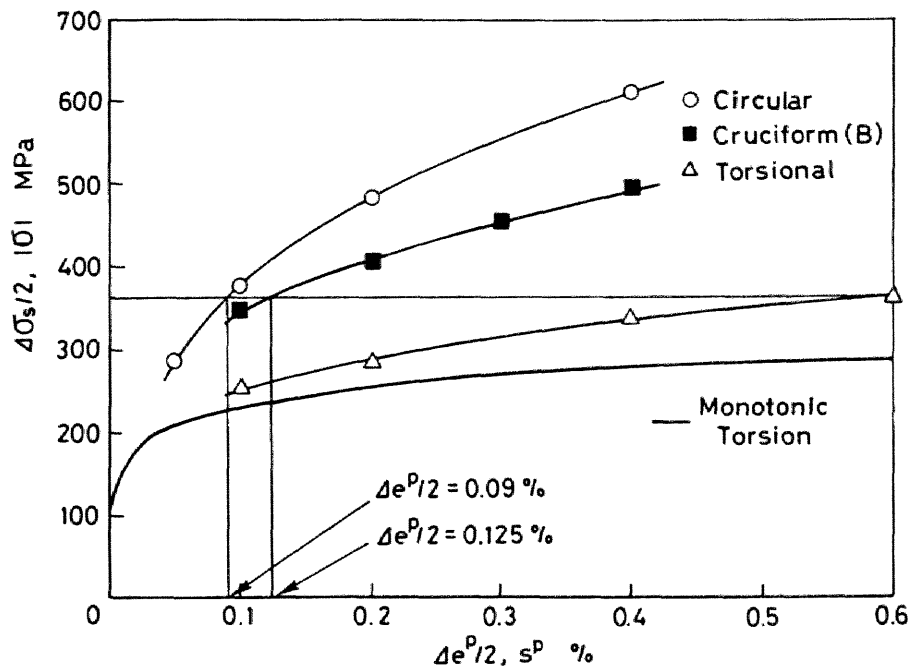


図4. 2 繰返し硬化の飽和段階での応力振幅と繰返し塑性ひずみ経路の振幅の関係

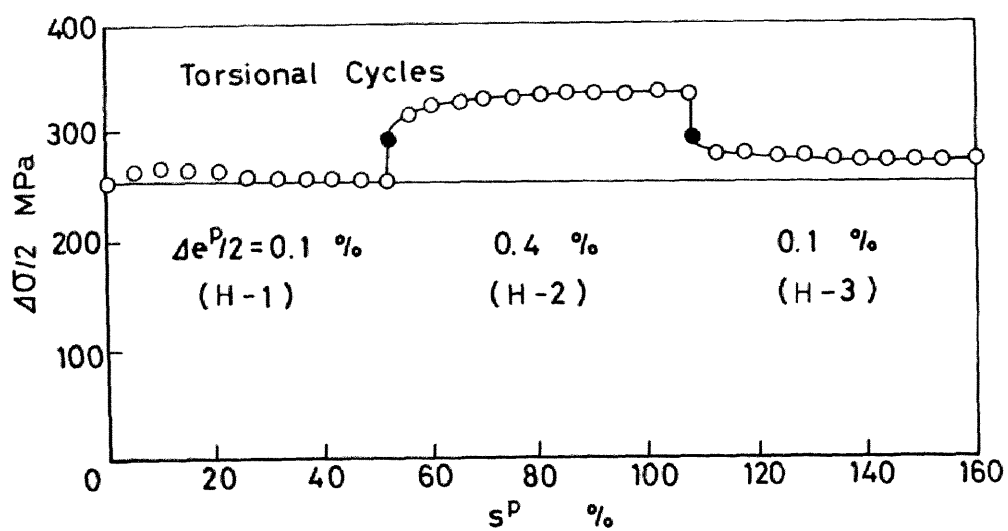
純ねじりサイクルに対する $\Delta\sigma_s/2$ は、 $\Delta e^P/2 = 0.125\%$ の十字サイクル (B) 及び $\Delta e^P/2 = 0.09\%$ の円形サイクルに対する $\Delta\sigma_s/2$ に等しいこともわかる。この結果は、次章で述べる異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性を検討する実験を計画する際に用いられる。

図4.2の結果は、前章で検討した繰返し硬化の形状依存性が繰返し塑性ひずみ経路の振幅によってどのように変化するかを示すものであって、本研究によって初めて明らかにされた。またこの結果は、第6章で定式化する繰返し塑性構成式のマテリアル定数とマテリアル関数を決定する際の最も基本的な情報を与える。

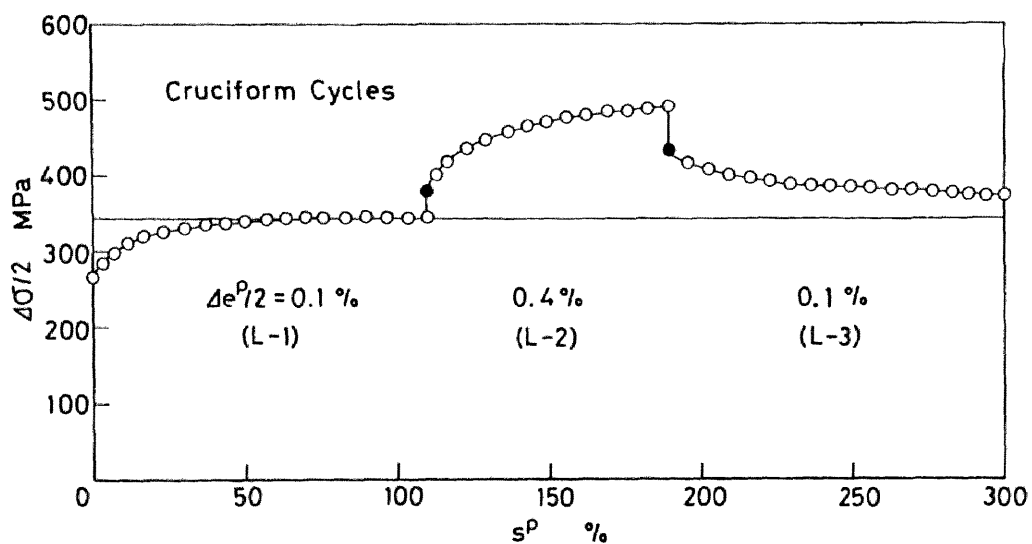
4. 3 繰返し塑性ひずみ経路の振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性

4. 3. 1 繰返し塑性ひずみ経路の振幅が階段状に増減する場合の繰返し硬化／軟化挙動

繰返し塑性ひずみ経路の振幅履歴に対する繰返し硬化挙動の依存性を定量的に検討するのに先立ち、ここでは単純ねじり、十字 (B)、円形塑性ひずみサイクルの下で振幅 $\Delta e^P/2$ が変動する場合の繰返し硬化／軟化挙動を検討する。一例として、振幅 $\Delta e^P/2$ がいったん階段状に増加し、再び階段状に減少する実験H、L、Pに対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ の挙動を示すと図4.3(a), (b), (c)となる。各図中の●は、振幅を変化させた直後の $\Delta\sigma/2$

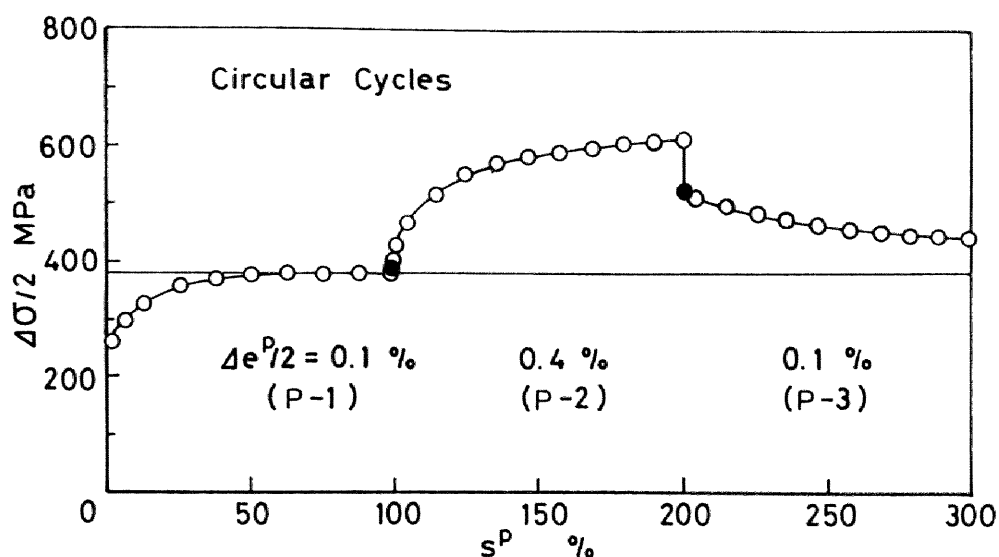


(a) 単純ねじりサイクル (実験H)



(b) 十字サイクル (B) (実験L)

図4. 3 塑性ひずみ振幅が階段状に増減する場合の繰返し硬化／軟化挙動



(c) 円形サイクル (実験P)

図4. 3 塑性ひずみ振幅が階段状に増減する場合の繰返し硬化／軟化挙動

(円形塑性ひずみサイクルの場合、 ϵ^P 軸に沿って塑性ひずみを与え、振幅を変化させた直後の $\Delta\sigma/2$) を表す。これらの図からわかるように、いずれの繰返し塑性ひずみ経路に対しても、 $\Delta\epsilon^P/2$ を階段状に増加あるいは減少させると、応力振幅 $\Delta\sigma/2$ は、それに伴って増加あるいは減少し、そのうち対応する応力振幅の飽和値 $\Delta\sigma_s/2$ に漸近する共通の傾向を持つ。表4.1のこのほかの実験からも、 $\Delta\epsilon^P/2$ を増加あるいは減少させる際には、図4.3での $\Delta\epsilon^P/2$ を増加あるいは減少させる部分と定性的に同様な結果を得ることができる。この節以下の部分では、このような実験結果から同一の $\Delta\epsilon^P/2$ をもつ部分を抽出し、それらを比較することによって繰返し硬化の振幅履歴依存性を定量的に検討する。

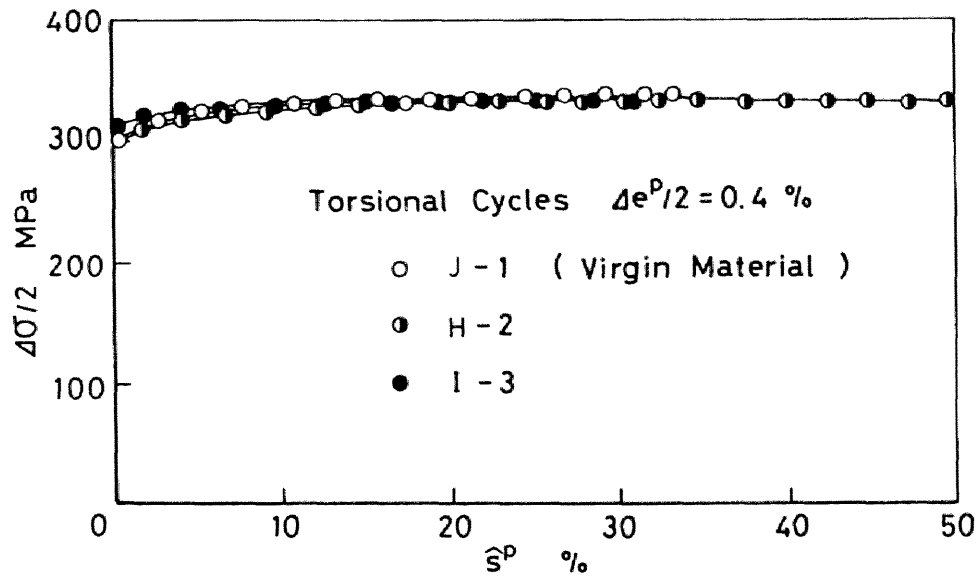
なお、図4.3(a), (b), (c)のいずれの場合にも、いったん増加した振幅を再び減少させたH-3, L-3, P-3の段階での $\Delta\sigma_s/2$ は、同じ振幅のH-1, L-1, P-1での $\Delta\sigma_s/2$ の値までは回復していないようにみえるが、この傾向についてはこの節の最後でより詳細に検討する。

このほか、 $\Delta\epsilon^P/2$ を階段状に増加させる際に単純ねじりサイクルと十字サイクル(B)において観察される $\Delta\sigma/2$ の階段状の増加は、図4.3(c)に示す円形サイクルの場合には全くみられないが、これは円形サイクルの振幅増加に伴って生ずる塑性ひずみ経路の直角折れ曲がりによって、相当応力が一時的に減少する現象が生じているためと考えられる〔58〕。

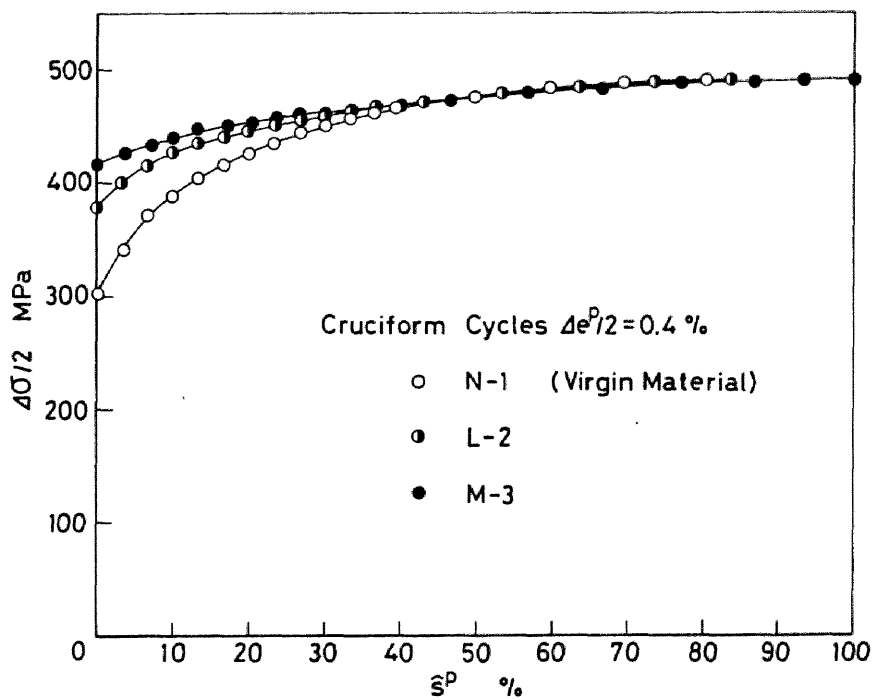
4. 3. 2 小さな振幅の先行塑性ひずみサイクルが後続の大きな振幅の塑性ひずみサイクルに及ぼす影響

図4. 4(a)は、単純ねじり塑性ひずみサイクルH, I, J (表4. 1参照)のうち、振幅 $\Delta e^P / 2$ が0. 4 %の部分、すなわちH-2, I-3, J-1における応力振幅 $\Delta \sigma / 2$ と振幅変更後の累積塑性ひずみ \hat{S}^P の関係を示す。図からわかるように、これらの曲線はいずれもほぼ一致している。このことは、H-1とH-2の関係あるいはI-1, I-2とI-3の関係のように、先行サイクル(H-1, あるいはI-1とI-2)の振幅が後続サイクル(H-2あるいはI-3)の振幅より小さい場合、後続サイクルでの繰返し硬化の最終的な飽和値 $\Delta \sigma_s / 2$ は処女材(J-1)に対する $\Delta \sigma_s / 2$ と変わらないこと、すなわち小さな振幅の先行サイクルの履歴効果は後続の大きな振幅のサイクルの繰返し硬化の飽和値に影響を及ぼさないことを意味する。この知見は、全ひずみ制御の実験によって得られたChabocheらの結果と一致している〔44〕。大野〔45〕は、この知見に基づいて、任意の負荷によって等方硬化が生じない塑性ひずみ空間における超球領域、すなわち繰返し非硬化領域（このとき、その半径は塑性ひずみ振幅 $\Delta e^P / 2$ に一致する）の概念を導入し、振幅変動をも含む任意の比例繰返し負荷に対する塑性変形挙動を記述しうる構成式を定式化した。しかしこの概念は、非比例負荷を含むより一般的な場合には成立しないことに注意する必要がある。このことは、前章での実験結果A及びBをみれば明らかである。すなわち、比例サイクルののちの同一の $\Delta e^P / 2$ の十字サイクルあるいは円形サイクル（明らかに、これらのサイクルは大野によって導入された繰返し非硬化領域内のサイクルである）によって、より大きな繰返し硬化が生じている。本研究では上述の知見を、任意の比例繰返し負荷によって等方硬化が生じない塑性ひずみ空間における超球領域、すなわち後述の比例非硬化領域として一般化するが、その詳細については構成式の定式化に関する第6章で述べる。

次に、図4. 4(b), (c)は、十字サイクル(B)と円形サイクルに対する同様な関係を表す。これらの図は、単純ねじりサイクルについて得られた上述の知見が、十字サイクル(B)と円形サイクルに対してもそのまま成立することを示す。すなわち、小さな振幅の先行サイクルの履歴効果は後続の大きな振幅のサイクルの繰返し硬化の飽和値に影響を及ぼさない。この知見、特に円形サイクルに関する知見は、構成式の定式化にとって極めて重要な意義をもつ。すなわち、前章の結果によれば、同一振幅の種々の繰返し塑性ひずみ経路のうちで、円形経路による硬化が最も大きく、またこの飽和値 $\Delta \sigma_s / 2$ は同一振幅のその他の形状の先行塑性ひずみサイクル履歴によって影響されない。この知見と上述の知見を組合せて考えれば、円形経路の内部は、繰返し硬化が飽和した段階においては、あらゆる比例及び非比例負荷によって等方硬化を生じない領域と考えることができる。本研究では、この領域を塑性ひずみ空間における超球領域で近似し、完全非硬化領域と呼ぶが、その詳細については第6章で述べる。なお、このような知見は従来全く報告されておらず、本研究によって初めて明らかにされたものである。

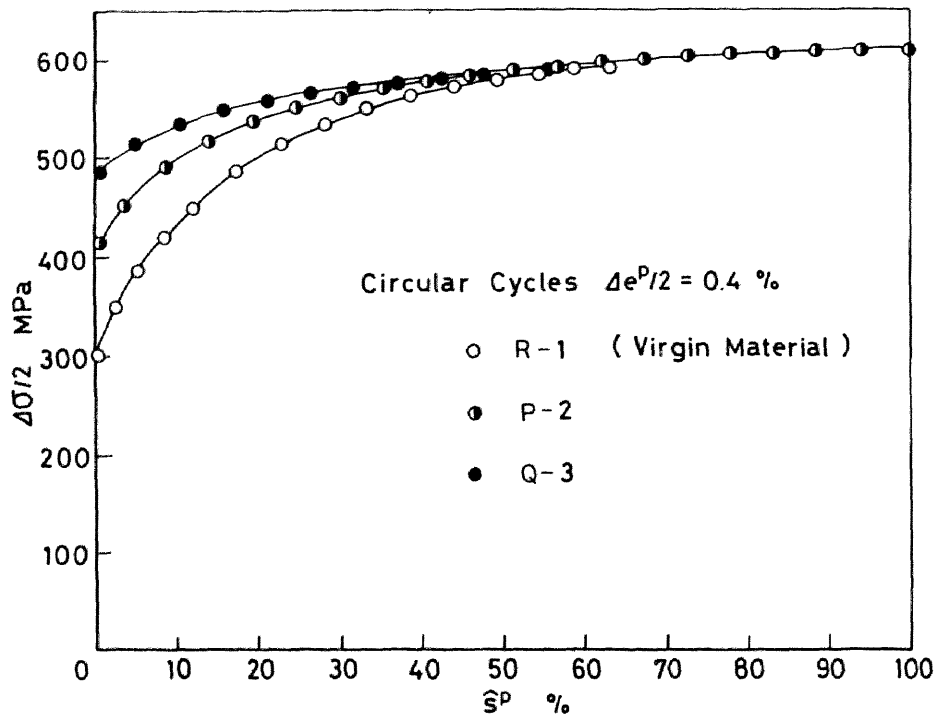


(a) 単純ねじりサイクル



(b) 十字サイクル (B)

図4. 4 小さな振幅の先行塑性ひずみサイクルが後続の大きな振幅の塑性ひずみサイクルに及ぼす影響



(c) 円形サイクル

図4. 4 小さな振幅の先行塑性ひずみサイクルが後続の大きな振幅の塑性ひずみサイクルに及ぼす影響

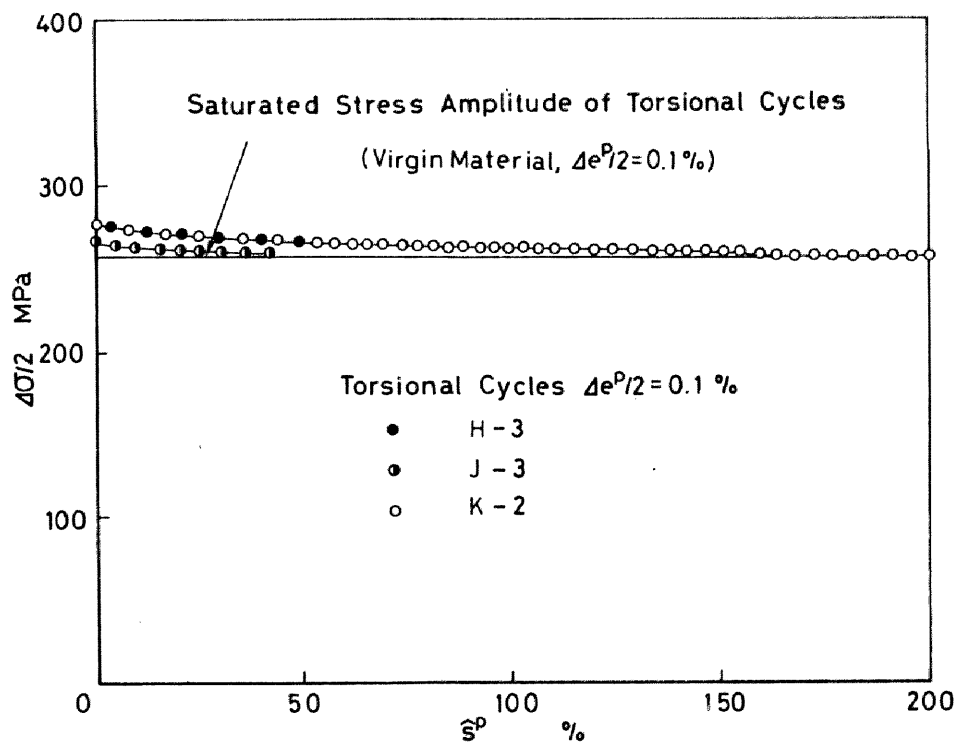
4. 3. 3 大きな振幅の先行塑性ひずみサイクルが後続の小さな振幅の塑性ひずみサイクルに及ぼす影響

図4. 5(a)は、振幅変動を伴う単純ねじり塑性ひずみサイクル実験H, J, Kのうち、振幅 $\Delta e^p/2$ が0.1%であって繰返し硬化の回復を伴う部分、すなわちH-3, J-3, K-2における応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と振幅変更後の累積塑性ひずみ \hat{S}^p の関係を示す。図中の横軸に平行な細線は、処女材に対して $\Delta e^p/2 = 0.1\%$ の単純ねじり塑性ひずみサイクルを与えた場合、すなわちI-1の応力振幅の飽和値 $\Delta\sigma_s/2$ に対応する。図から、まず、実験H-3とK-2の結果は完全に一致し、H-1の段階の履歴効果は全く現れていないことがわかる。すなわち、先行塑性ひずみサイクル履歴のうち、最大振幅以前の履歴は後続サイクルの繰返し硬化の回復挙動に影響を与えない。一方、応力振幅の飽和値 $\Delta\sigma_s/2$ に着目すると、いずれの場合も処女材に対する $\Delta\sigma_s/2$ まで完全に回復する傾向にある。この事実、先行する大きな振幅のサイクルによる履歴がほとんど残留しないことを意味する。この結果は、前述したChabocheら〔44〕の指摘と著しく異なっている。この原因としては、材料並びにひ

ずみ振幅値の違いのほか、繰返し硬化の回復段階で与えられた累積塑性ひずみ量の違いが考えられる。

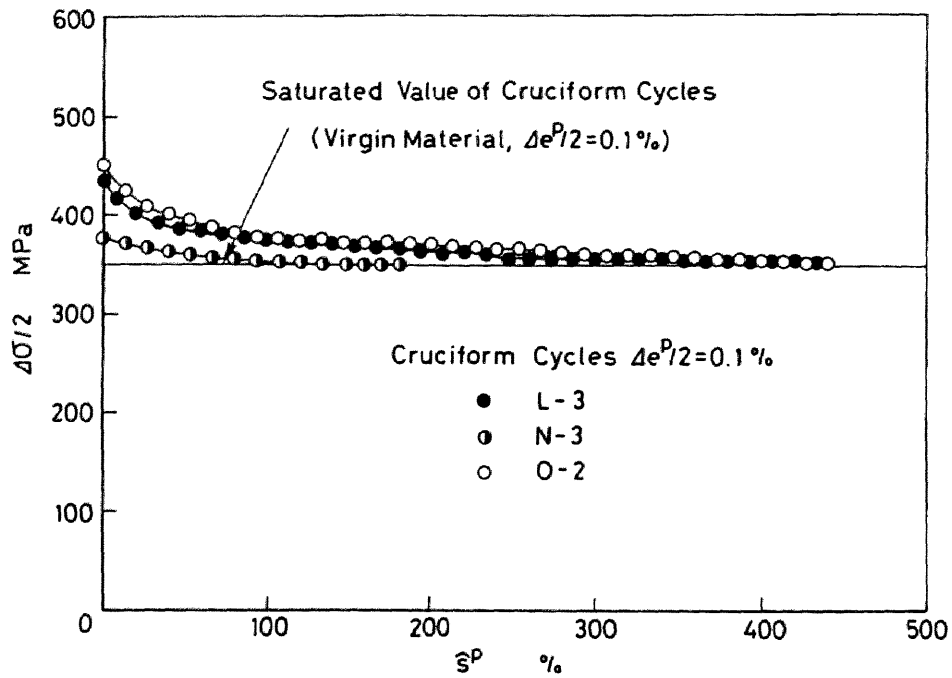
次に、十字サイクル（B）に対する同様の結果、すなわち実験 L-3、N-3、O-2 に対する $\Delta\sigma/2$ と \hat{s}^p の関係を図 4.5(b) に示す。この図からも、前図とほぼ同様な結論が得られることがわかる。すなわち、十字サイクル（B）に対しても、先行する大きな振幅による履歴はほとんど残留しない。

これに対し、図 4.5(c) に示す円形サイクルの場合、いずれの条件下でも $\Delta\sigma/2$ は処女材に対する応力振幅の飽和値まで完全には回復していない。この事実は、円形サイクルの下で形成される転位構造が前述の単純ねじりサイクル及び十字サイクル（B）に比べて著しく不動化しており、後続する小さな振幅のサイクルによってはこのような不動化した転位構造が再可動化しにくいことを示唆している。しかし、後続するサイクルでの繰返し硬化の回復量、例えば S-2 の $s^p = 400\%$ での値に着目すれば、この値は処女材に対する振幅 $\Delta\sigma^p/2 = 0.1\%$ と 0.4% の円形サイクルに対する $\Delta\sigma_s/2$ の差の約 86% にも達し、また累積塑性ひずみ量の増加とともにさら

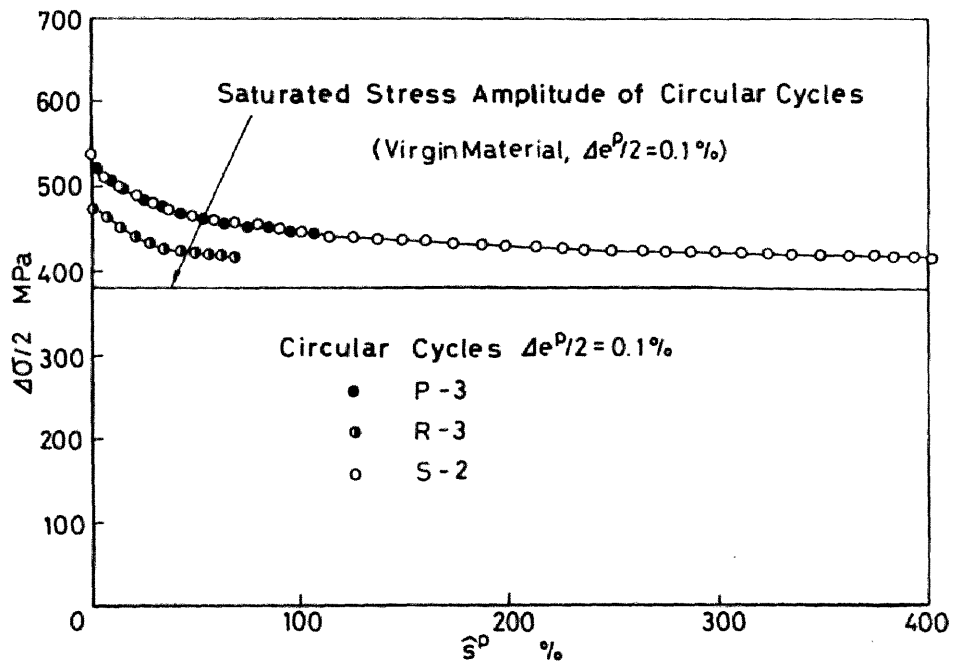


(a) 単純ねじりサイクル

図 4. 5 大きな振幅の先行塑性ひずみサイクルが後続の小さな振幅の塑性ひずみサイクルに及ぼす影響



(b) 十字サイクル (B)



(c) 円形サイクル

図4. 5 大きな振幅の先行塑性ひずみサイクルが後続の小さな振幅の塑性ひずみサイクルに及ぼす影響

に回復が進行する傾向にある。したがって、さらに十分大きな累積塑性ひずみを与えれば、円形サイクルの下でも、先行サイクルによる履歴が残留しない可能性がある。

以上のように、円形サイクルの下でも、先行サイクルによる履歴は消去される傾向にあり、またたとえ完全には消去されないとしても、その効果はそれほど顕著なものではないことがわかった。しかし、ここでの資料だけでは、この問題に対する明確な結論を出すことはできないから、以下では実験結果の範囲内で、すなわち履歴が残留する前提条件の下で、先行サイクルによる履歴依存性をさらに詳しく検討する。

まず、円形サイクルの下での繰返し硬化の回復過程は、過去の最大塑性ひずみ振幅（この場合はいずれも $\Delta e^P / 2 = 0.4\%$ ）の繰返し履歴に強く依存することが考えられる。そこで、その履歴以前の繰返し負荷が後続サイクルでの回復過程にいかなる影響を与えるかを検討するため、実験 P-3 と S-2 を比較する。図 4.5(c) から明らかなように、両者は完全に一致しており、したがって最大塑性ひずみ振幅に先行する小さな振幅の履歴（この場合は P-1）は、後続サイクルでの回復挙動に全く影響を及ぼさないことがわかる。

次に、円形サイクルの下での最大塑性ひずみ振幅以後の履歴が後続サイクルでの $\Delta \sigma_s / 2$ に及ぼす影響を調べるため、実験 R-3 と S-2 とを比較する。このとき、図 4.5(c) におけるこれら両場合に対する最終的な実験点（それぞれの $\Delta \sigma_s / 2$ からそれほど異なっていないものと仮定すれば、これらの値は R-3、S-2 に対してそれぞれ 418 MPa と 415 MPa であって、その差はわずかである。このことは、応力振幅の飽和値に関するかぎり、最大塑性ひずみ振幅以後の履歴は、繰返し硬化の回復挙動に影響を与えないことを意味する。

以上の検討から、いずれの繰返し塑性ひずみ経路に対しても、大きな振幅の先行サイクルをもつ場合には、その履歴の影響は、たとえ最終的には消滅するとしても、長期間に及ぶことがわかった。この事実、従来の全ひずみ制御の実験結果からは、本実験で得たような繰返し硬化の履歴依存性に関する系統的な知見、例えば図 4.4 の結果が得られない可能性があることを意味する。この可能性は、ここで検討しているように弾性ひずみと塑性ひずみが同程度であり、しかも繰返し硬化が極めて顕著な場合には、全ひずみ制御の実験では繰返し数とともに塑性ひずみ振幅が大幅に減少することから理解できる。すなわち、一定全ひずみ振幅 $\Delta e_1 / 2$ にて繰返し硬化を飽和させたのち、これよりも大きな振幅 $\Delta e_2 / 2$ に変化させる実験と、直接処女材に振幅 $\Delta e_2 / 2$ のサイクルを与える実験を比較した場合、明らかに前者の実験の第 2 段階開始時での塑性ひずみ振幅値の方が、後者の実験開始時における塑性ひずみ振幅値よりも小さくなる。したがって、前述の知見によれば、十分に大きな累積塑性ひずみを与えない場合には、両者に対する $\Delta \sigma / 2$ の最終値が一致しない可能性がある。

第5章 異なる繰返し塑性ひずみ経路間での 繰返し硬化の等価性〔15〕

これまでの二つの章では、繰返し硬化の特徴を明らかにするための課題（Ⅰ）及び（Ⅱ）を実験的に検討し、次のような結論を得た。すなわち、(1)繰返し硬化の大きさは、繰返し塑性ひずみ経路の形状及び振幅によって著しく異なること、特に非比例繰返し負荷の下での著しい繰返し硬化の主要な機構の一つは、塑性ひずみベクトルと塑性ひずみ速度ベクトルとの間の非共線性の継続にあること、(2)繰返し硬化の小さな先行塑性ひずみサイクルによる塑性変形履歴は、繰返し硬化がより著しい後続の塑性ひずみサイクルによってほぼ消失すること、(3)先行履歴がより大きな振幅の塑性ひずみサイクルからなる場合にも、後続サイクルによって繰返し硬化のかなり大きな部分が回復し、場合によっては完全に回復すること、が明らかとなった。

しかし、繰返し塑性構成式を定式化するには、上述の知見だけでは十分ではなく、繰返し塑性ひずみ経路の形状及び振幅並びにそれらの履歴によって様々に異なる繰返し硬化の大きさを、統一的に記述しうる硬化変数を導入しなければならない。上述の知見(2)及び(3)から容易に予想できるように、繰返し硬化の飽和段階での応力振幅 $\Delta\sigma_s/2$ は、このような硬化変数の有力な候補と考えることができる。この妥当性は、 $\Delta\sigma_s/2$ が等しい種々の繰返し塑性ひずみ経路のサイクルを順次与える実験を行い、後続サイクルでの $\Delta\sigma_s/2$ が先行サイクルでの $\Delta\sigma_s/2$ に等しいか否かを調べることによって確かめることができる。以下では、この課題（Ⅲ）、すなわち異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性を検討する。

なお、このような研究は従来全く行われておらず、本研究によって初めて明らかにされるものである。実験は、これまでの章と同様、第2章で述べた装置並びに方法にしたがって行った。

5. 1 実験手順















この課題を明らかにするための実験手順を表5.1に示す。まず実験Tは、十字サイクル（B）と 45° の傾きをなす先行塑性ひずみサイクルによって繰返し硬化を飽和させたのち、同一の $\Delta e^p/2$ （したがって、処女材に対して同一の $\Delta\sigma_s/2$ ）をもつ十字サイクル（B）を与える実験であり、方位は異なるが合同な形状を持つ繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性を検討することを目的としている。このとき、第3章での実験のうち、A-1とA-2あるいはB-1とB-2の段階は、方位の異なる合同な比例経路間での繰返し硬化の等価性を検討する実験と考えることができるから、実験Tとともにこの章で再び考察する。

次に、実験U-Xは、形状が全く異なる繰返し塑性ひずみ経路間での等価性を検討することを目的とする。す

なわち、前章の図4.2に関連して述べたように、塑性ひずみ振幅 $\Delta e^p/2 = 0.6\%$ の単純ねじりサイクル、 $\Delta e^p/2 = 0.125\%$ の十字サイクル（B）、 $\Delta e^p/2 = 0.09\%$ の円形サイクルは、処女材に対して等しい繰返し硬化の飽和値 $\Delta\sigma_s/2$ を示す。したがって、これら3種類の繰返し塑性ひずみ経路のうちの二つを選び、第1の経路での繰返し硬化を飽和させたのち、ひきつづき第2の経路を与える繰返し負荷実験U-Xを行えば、このような場合の繰返し硬化の等価性を検討することができる。

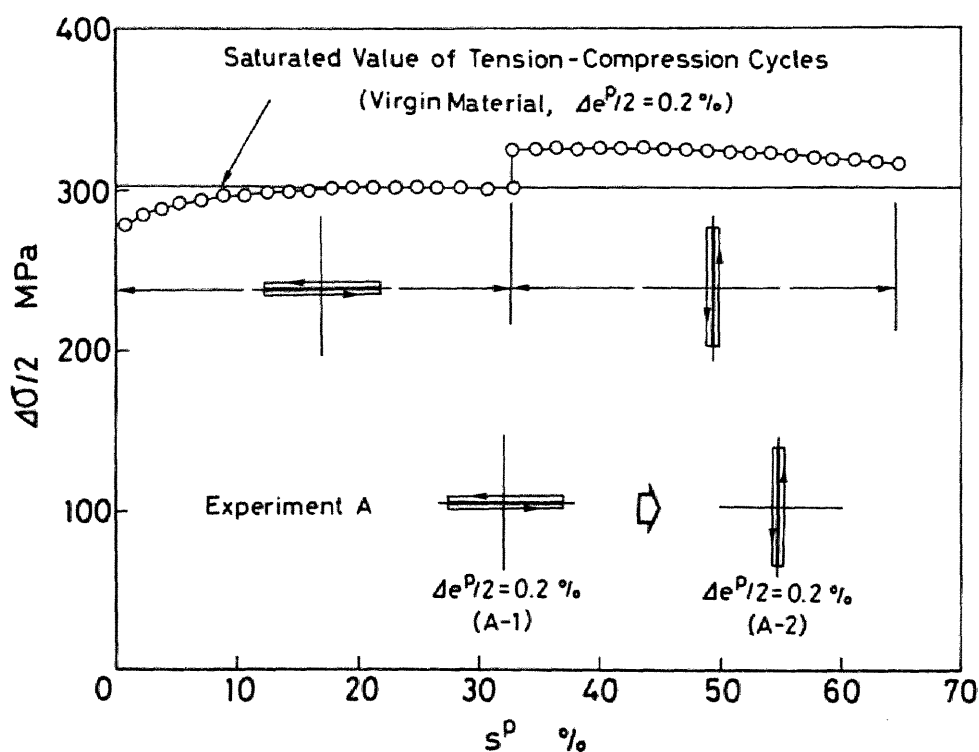
最後に、実験Y及びZは、等しい $\Delta\sigma_s/2$ を示す異なる形状のサイクルを与えたのち、より小さな $\Delta\sigma_s/2$ の同一形状のサイクルを与えた場合に生ずる繰返し硬化の回復過程を比較することによって、先行サイクルが後続サイクルに等価な影響を及ぼすか否かを検討することを目的としている。

表5. 1 異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性に関する実験

Experiment	Loading History	
T	 $\Delta e^p/2 = 0.2\%$	 $\Delta e^p/2 = 0.2\%$
U	 0.125%	 0.09%
V	 0.09%	 0.125%
W	 0.6%	 0.09%
X	 0.09%	 0.6%
Y	 0.6%	 0.1%
Z	 0.09%	 0.1%

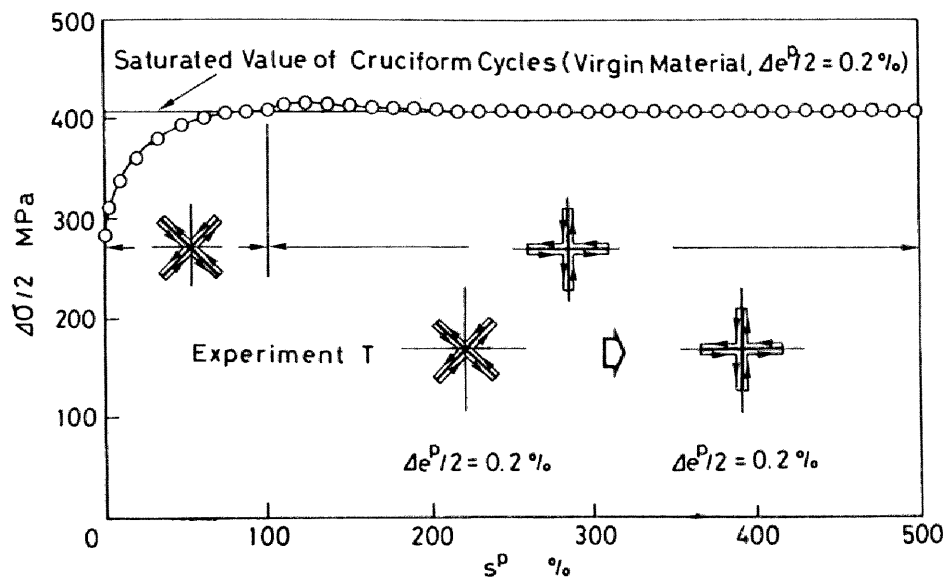
5. 2 合同な形状の繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性

繰返し硬化の等価性を議論する最初の段階として、形状は合同であるが方位は異なる2種類の繰返し経路を順に与えた場合の繰返し硬化あるいは軟化挙動を検討する。このため、まず $\Delta e^P/2 = 0.2\%$ の引張り-圧縮サイクルを与えたのち、ひきつづき同じ振幅の単純ねじりサイクルを与える実験A-1、A-2に対する応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と累積塑性ひずみ s^P の関係を図5.1(a)に示す。横軸に平行な細線は、処女材に対して $\Delta e^P/2 = 0.2\%$ の引張り-圧縮サイクルを与えた場合の応力振幅の飽和値を示している。図からわかるように、引張り-圧縮から単純ねじりサイクルへ経路を変更した直後に、第2章で述べた交差効果による約23 MPaの瞬間的な硬化が認められるが、その後のサイクルの進行に伴って処女材に引張り-圧縮サイクルを与えた場合の応力振幅の飽和値に漸近している。



(a) 比例経路 (実験A)

図5. 1 合同な形状の繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性



(b) 十字経路 (B) (実験T)

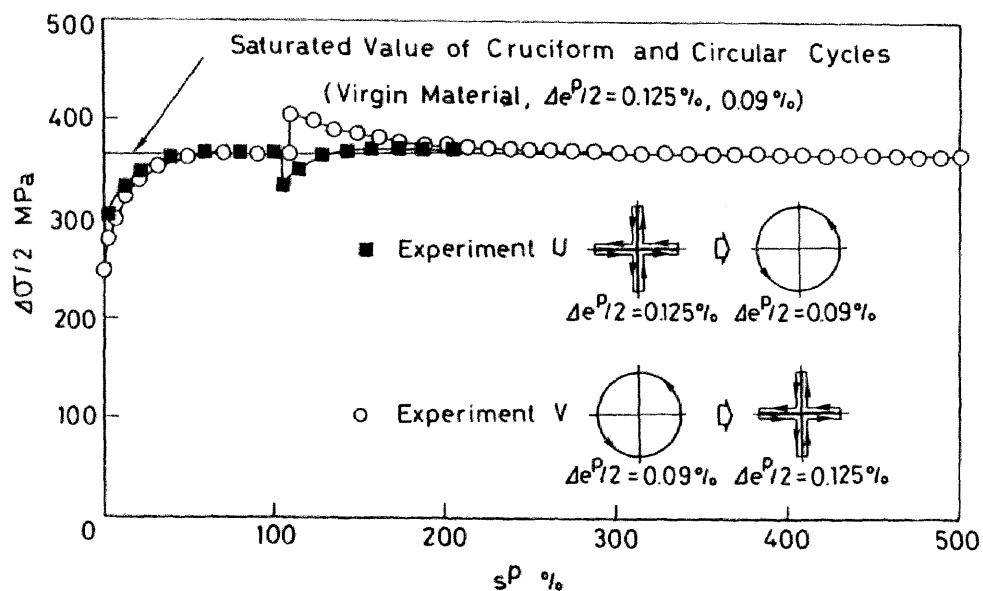
図5. 1 合同な形状の繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性

次に、図5.1(b)は、 $\Delta \epsilon^p / 2 = 0.2\%$ の十字サイクルを与えたのち、ひきつづいて同じ振幅で異なった方位をもつ十字サイクルを与えた実験Tの結果を示している。図中の横軸に平行な細線は、前図と同様、先行サイクルに対する応力振幅の飽和値を示している。図からわかるように、交差効果による硬化はほとんど認められず、経路変更後の応力振幅は処女材に対する値に等しい一定値をとっている。

上述の二つの実験結果は、このような交差効果が、先行サイクルによって形成された転位の内部構造の異方性に本質的に支配されることを暗示している。したがってこの効果は、最も明確な異方的構造を形成すると考えられる比例サイクルを、互いに直交するように組合せる図5.1(a)の場合に最も顕著に現われることが推測される。しかし、この場合の硬化量23MPaは、処女材の飽和値286MPaに対して8%程度であり、しかも後続の塑性変形量が増加するとともに減少する傾向にあるから、比例及び非比例繰返し負荷のもとでの繰返し硬化挙動の違いに比べれば二次的效果とみなしうる。

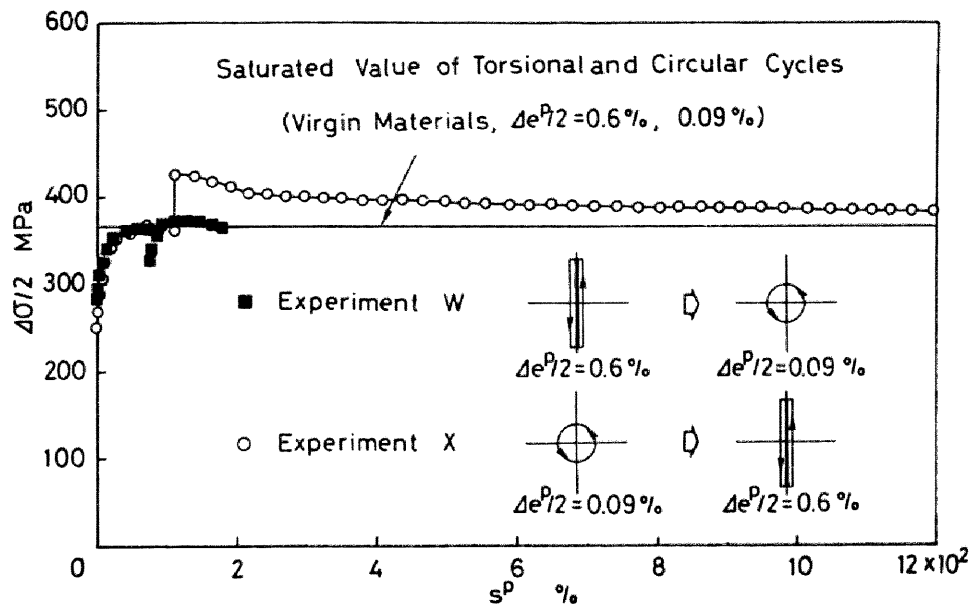
5. 3 異なる形状の繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性

次に、形状が異なる繰返し塑性ひずみ経路を組合せた場合の繰返し硬化の等価性について検討する。そのため、最初に十字サイクル（B）と円形サイクルを組合せた場合の実験UとVに対する結果を図5. 2(a)に示す。まず十字サイクル（B）から円形サイクルに経路を変更する実験Uに着目すると、経路変更直後に応力振幅の減少が認められるが、その後の応力振幅は急速に処女材に対する応力振幅の飽和値に漸近している。一方、これとは逆の順序で繰返し履歴を与えた実験Vにおいては、前述の交差効果と類似の現象が観察されるが、応力振幅は比較的早い段階で処女材に対する飽和値に一致している。したがって、経路変更直後の一時的な段階を除けば、 $\Delta e^P / 2 = 0.125\%$ の十字サイクル（B）と $\Delta e^P / 2 = 0.09\%$ の円形サイクルは、繰返し硬化に関して等価なものとして扱うことができる。



(a) 十字経路（B）と円形経路

図5. 2 異なる形状の繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性



(b) 比例経路と円形経路

図5. 2 異なる形状の繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性

次に、図5. 2(b)は、円形サイクルと単純ねじりサイクルとの間の繰返し硬化の等価性を調べるための実験W及びXに対する結果を示している。図からわかるように、実験Wについては、前述の実験Uと同様な傾向が認められるが、それとは逆の順序で履歴を与える実験Xの傾向は、十分大きな累積塑性ひずみ $s^p \approx 1200\%$ においても、処女材に対する値よりも約5.5%だけ大きな $\Delta\sigma/2$ の値を示している点で実験Vの傾向とは若干異なっている。したがって、この場合には、繰返し硬化の等価性は厳密には成立しないことになる。しかし、この差5.5%の値は、比例及び非比例サイクルの下での繰返し硬化量の違いに比べればはるかに小さく、しかも後続の単純ねじりサイクルの進行とともに、処女材に対する繰返し硬化の飽和値にさらに漸近する傾向にあるから、繰返し塑性構成式を定式化するにはこのような効果は実際上無視してもさしつかえないと考えられる。

5. 4 異なる形状の塑性ひずみサイクルが、後続の繰返し硬化の回復過程に及ぼす影響

最後に、繰返し硬化の等価性を回復挙動の観点から検討するため、 $\Delta e^P/2 = 0.6\%$ の単純ねじりサイクルあるいは $\Delta e^P/2 = 0.09\%$ の円形サイクルを与えたのち、処女材に対する繰返し硬化がより小さい $\Delta e^P/2 = 0.1\%$ の単純ねじりサイクルを与えた場合の回復挙動を検討する。このため、実験YとZに対する結果を図5.3に示す。図からわかるように、実験YとZでは、まず経路変更直後に $\Delta\sigma/2$ の階段状減少を生ずるか否かで挙動が著しく異なっている。しかし、このような階段状減少の有無は、経路変更に伴って塑性ひずみの変動範囲が減少するか否かによって定まり、したがって経路変更直後のこのような挙動の違いは本質的意味を持たないと考えられる。

そこで、回復がほぼ飽和した段階での $\Delta\sigma/2$ の挙動の違いに着目すると、実験Yでは $\Delta\sigma/2$ は処女材に対する飽和値まで完全に回復しているのに対し、実験Zでは先行サイクルの履歴が残留していることがわかる。この傾向は、前章で述べた単純ねじりサイクルと円形サイクルに対する回復の実験結果の傾向と類似しており、円形

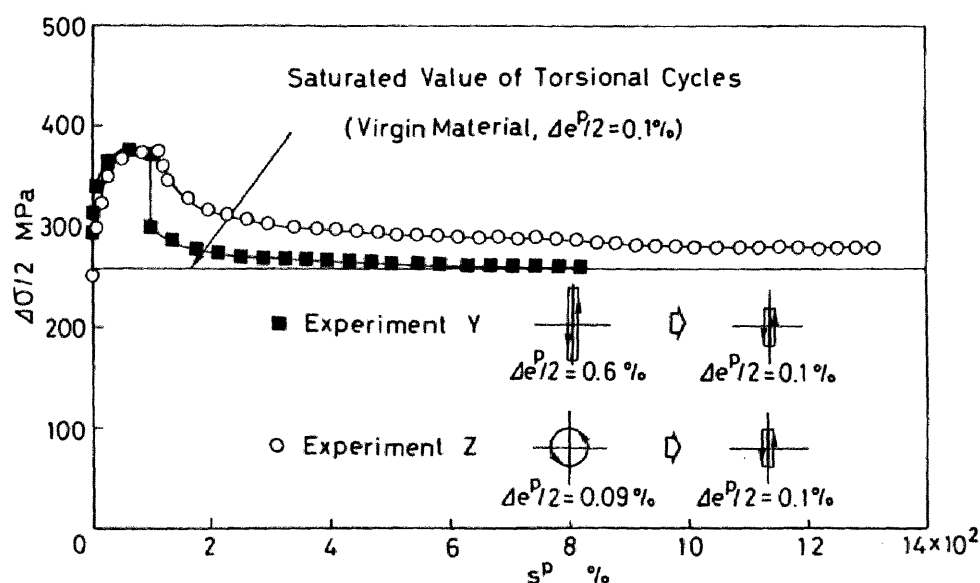


図5. 3 異なる形状の塑性ひずみサイクルが後続の繰返し硬化の回復過程に及ぼす影響

サイクルによって形成される微視的な転位構造が単純ねじりサイクルによるそれに比べて著しく不動化していることを示している。しかし、この場合の繰返し硬化の残留量も17%程度であり、比例サイクルと非比例サイクルとの間の硬化量の著しい差に比べればそれほど顕著なものではない。

これまでの5.2節から5.4節の結果を総合すれば、異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性は、厳密にいえば成立しないことが明らかとなった。しかし、それを仮定する誤差は、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化を対象とするかぎり、二次的なものとみなしうる。

第6章 繰返し塑性構成式に対する基礎概念の 定式化と基礎式の展開〔59, 60〕

前章までの実験的検討により、比例及び非比例繰返し負荷の下での繰返し硬化に関するいくつかの特徴が明らかとなった。すなわち、(1)非比例繰返し負荷の下での著しい硬化をもたらす最も有力な機構の一つは、塑性ひずみベクトルと塑性ひずみ速度ベクトルとの間の非共線性の継続にあること、(2)種々の形状及び振幅の繰返し塑性ひずみ経路のサイクルが順次与えられる場合、先行履歴の影響はそれよりも繰返し硬化の大きな後続サイクルによって消去される傾向にあること、(3)種々の異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性が近似的に成立すること、などが明らかとなった。

このような知見を用いれば、新しい内部状態変数の導入とそれらに対する発展式の定式化が可能となる。このとき、それを組合せ等方一移動硬化則に基づく最新の塑性流れ理論に組込めば、任意の単調負荷、比例及び非比例繰返し負荷の下での塑性変形挙動を記述しうる構成式を定式化することができる。本章ではこのような構成式に対する基礎概念の定式化と基礎式の展開を行う。すなわち、まず前章までの実験結果を整理して、塑性ひずみ空間における二つの非硬化領域の概念、すなわち任意の比例あるいは非比例負荷によって等方硬化を生じない完全非硬化領域と、非比例負荷によっては硬化を生ずるが比例負荷では硬化を生じない比例非硬化領域を導入する。それと同時に比例及び非比例繰返し負荷の下での繰返し硬化の大きさが、繰返し塑性ひずみ経路の形状及び振幅にかかわらず、一つのスカラー等方硬化変数で表現できることを示す。つづいてこれらの概念をKriegの2曲面塑性理論〔32〕に組込み、さらに実験結果に基づくいくつかの理論的仮定を設けることによって、塑性構成式を定式化する。

なお、つづく第7章では、この構成式に含まれる材料定数と材料関数の決定方法を述べるとともに、種々の繰返し負荷条件に対して計算機シミュレーションを行い、ここで提案する構成式が実際に実験結果を十分な精度で記述しうることを示す。

6. 1 比例及び非比例繰返し負荷の下での硬化の特徴と構成式の概要

すでに述べたように、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化を記述できる構成式を定式化するには、比例及び非比例繰返し負荷の下での硬化の特徴を整理し、それから新しい内部状態変数を導入する必要がある。このため、これまでの各章の実験結果から得られた重要な結論を以下に示し、それと同時に構成式の定式化に役立つ本質的知見を誘導する。またこの節の最後では、得られた知見に基づいて、提案する構成式の概要を説明する。

まず、これまでの各章で得られた結論とそれから導かれる知見は、次のようにまとめられる。

- (1) 処女材に同一振幅 $\Delta e^P/2$ の種々の形状の繰返し塑性ひずみ経路を与えた実験から、繰返し硬化の飽和値 $\Delta\sigma_s/2$ は、比例経路の場合が最も小さく、以下十字、八方向放射状、正方形、円形経路の順で大きくなる。このとき、円形経路に対する $\Delta\sigma_s/2$ は比例経路のそれの約1.5倍から1.8倍にも達する。この結果は、非比例負荷によって極めて大きな硬化がもたらされること、さらにその主要な機構の一つは、塑性ひずみベクトルと塑性ひずみ速度ベクトルとの間の非共線性の継続にあることを示す。
- (2) 種々の振幅変動様式の比例サイクルを与える実験H-Kにおいて、最大振幅($\Delta e^P/2 = 0.4\%$)の段階での $\Delta\sigma_s/2$ はすべて同じである。すなわち、小さな振幅の先行サイクルは、後続サイクルの繰返し硬化の飽和値に影響を与えない。また最大振幅以後の小さな振幅のサイクルにおいて繰返し硬化の回復が生ずる。これから、任意の比例繰返し負荷が等方便化を引起こさないような領域が塑性ひずみ空間内に存在することが予想できる。本研究では、これを比例非硬化領域と呼び、超球領域で近似することにする。
- (3) 振幅が同一で形状が異なる種々の繰返し塑性ひずみ経路のサイクルを順次与える実験(A-G)において、最終段階の円形サイクルでの $\Delta\sigma_s/2$ はすべて等しい。すなわち、この円形領域内のその他の形状の先行サイクルによる履歴はすべて消去され、円形サイクルに対する $\Delta\sigma_s/2$ に影響を及ぼさない。また、円形サイクル後にその領域内のその他の形状のサイクルを与えた場合、繰返し硬化の回復に伴い軟化が生ずると考えられる。これから、円形経路の内部は任意の比例及び非比例繰返し負荷によって等方便化が生じない領域であると結論しうる。以下では、この領域を完全非硬化領域と呼び、塑性ひずみ空間における超球領域で近似する。
- (4) 実験A-Sの各段階のうち、同一形状でより小さな振幅の先行サイクル、あるいは同一振幅で処女材に対する $\Delta\sigma_s/2$ がより小さな形状の先行サイクルを持つ場合、各段階での $\Delta\sigma_s/2$ は先行履歴によって影響されない。また、処女材に対して同じ $\Delta\sigma_s/2$ を持つ経路を組合せた実験A, B, T-Xでは、後続サイクルにおいて付加的な硬化は生じないと仮定しても大きな誤差を与えない。すなわち、種々の形状及び振幅の繰返し塑性ひずみ経路は、処女材に対する $\Delta\sigma_s/2$ によって順序づけが可能と仮定しうる。これから、飽和段階での繰返し硬化の大きさは、経路の形状及び振幅にかかわらず、一つのスカラー等方便化変数によって記述しうる。
- (5) 処女材に対してより大きな $\Delta\sigma_s/2$ を与える先行サイクルを持つ場合でも、後続サイクルにおいて十分大きな累積塑性ひずみを与えれば、処女材に直接後続サイクルを与えたときの $\Delta\sigma_s/2$ の水準に回復する傾向にある。これから、知見(4)で述べた等方便化変数は、飽和段階において、繰返し経路に固有の値まで回

復すると仮定しうる。

以上の検討で導入された比例及び完全非硬化領域、並びに等方硬化変数の概念を用いれば、構成式の概略を定めることができる。まず、完全非硬化領域は明らかに比例非硬化領域の内部に位置する。このとき、塑性ひずみ点は完全非硬化領域の内部かあるいはその境界上のいずれかにあり、またそれが境界上にありかつ外向きに変化する場合に限って膨張（このとき、等方硬化変数も大きくなる）かつ／あるいは移動する。円形サイクルの下での繰返し硬化の飽和過程は、完全非硬化領域が塑性ひずみ点とともに円形経路に沿って移動し、かつ知見(1)で述べた非比例負荷の硬化の機構に従って膨張しつつけることによって実現される。繰返し硬化の飽和段階は、円形経路の内部が完全非硬化領域によって満たされた段階と解釈しうる。一方、比例繰返し負荷の下での硬化は、塑性ひずみ点が比例非硬化領域の境界上（したがって完全非硬化領域の境界上でもある）にあり、かつ外向きに変化するときに限って生ずる。このとき、比例非硬化領域は、塑性ひずみ点とともに移動し、かつ膨張する。一定塑性ひずみ振幅の比例繰返し負荷の下での硬化の飽和過程は、このような負荷によって比例非硬化領域が膨張し、塑性ひずみの変動範囲がこの領域におおわれるまでの過程と解釈できる。

以上の議論からわかるように、比例及び円形サイクルの飽和段階において、それらの振幅は、それぞれ、比例及び完全非硬化領域の半径に一致する。他方、二つのサイクルは、知見(4)で述べた等方硬化変数によって一対一に対応づけることができるから、二つの非硬化領域の半径は、一義的な関係を持つことがわかる。

6. 2 非硬化領域に対する発展式の定式化

まず、前節で導入された完全非硬化領域及び比例非硬化領域は、次のように表示できる（図6.1）。

$$g = (2/3)tr \{ (E^p - \alpha)(E^p - \alpha)^T \} - \rho^2 < 0 \quad (6.1)$$

$$\bar{g} = (2/3)tr \{ (E^p - \bar{\alpha})(E^p - \bar{\alpha})^T \} - \bar{\rho}^2 < 0 \quad (6.2)$$

ここで E^p は塑性ひずみテンソル、 α 及び $\bar{\alpha}$ は完全及び比例非硬化領域の中心、 ρ 及び $\bar{\rho}$ はそれらの大きさを表す。また記号 (tr) はテンソルの跡を、上指標 (T) は転置テンソルを示す。

最初に、完全非硬化領域の中心 α に対する発展式を定める。まず α は、 E^p が $g = 0$ 上にあり、かつ外向きに変化するときに限って動くものと仮定する。このとき、すでに述べたように、面 $g = 0$ は $\bar{g} = 0$ の内部に位置し、しかも決して交差することはないから、 α の変化はMróz則〔30〕に従うものと仮定する。面 $g = 0$ の E^p における外向き法線を N_n で、またそれと同じ方向の法線をもつ $\bar{g} = 0$ 上の点を \bar{E}^p で表し、 $\bar{E}^p - E^p$

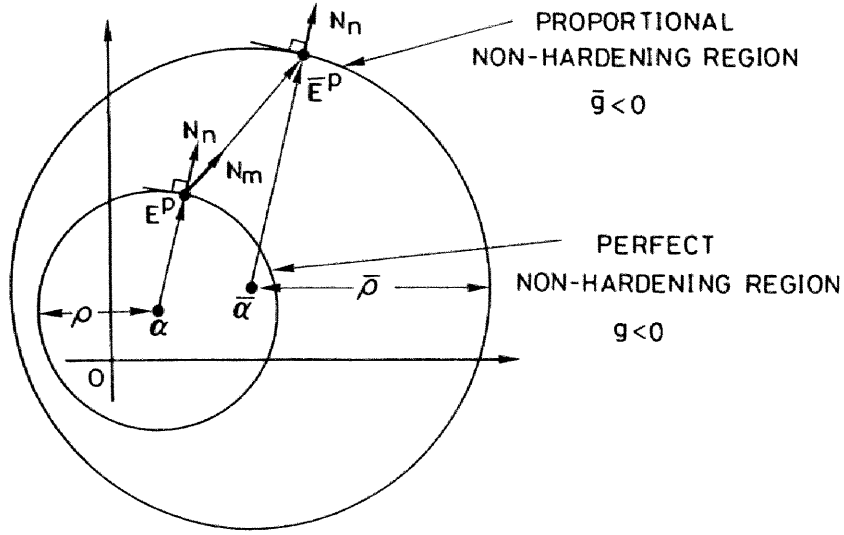


図6. 1 完全非硬化領域と比例非硬化領域

に対する正規化テンソルを N_m とすれば

$$N_n = (E^p - \alpha)/\rho \quad (6.3)$$

$$\bar{E}^p = \bar{\alpha} + \bar{\rho}N_n \quad (6.4)$$

$$N_m = (\bar{E}^p - E^p)/\left[(2/3)tr\{(\bar{E}^p - E^p)(\bar{E}^p - E^p)^T\} \right]^{1/2} \quad (6.5)$$

このとき、 α の変化率 $\dot{\alpha}$ は N_m の方向をもつ。ただし記号 $(\dot{})$ は累積塑性ひずみ s^p に関する微分を表す。したがって、この関係と、 $g = 0$ に対する適応条件 $\dot{g} = 0$ を用いれば、 $\dot{\alpha}$ は次のように書ける。

$$\dot{\alpha} = (\Gamma_n \dot{E}_{eq}^p - \dot{\rho})/\left[(2/3)tr(N_n N_m^T) \right] N_m \quad (6.6)$$

ここで \dot{E}_{eq}^p と Γ_n ($0 \leq \Gamma_n \leq 1$) は、相当塑性ひずみ速度と、塑性ひずみ速度 \dot{E}^p の N_n 方向への方向余弦を表し、次のように定義される。

$$\dot{E}_{eq}^p = \left[(2/3) \text{tr} \{ \dot{E}^p (\dot{E}^p)^T \} \right]^{1/2} \quad (6.7)$$

$$\Gamma_n = \begin{cases} \langle \text{tr} [(2/3) \dot{E}^p N_n^T / \dot{E}_{eq}^p] \rangle & , g = 0 \\ 0 & , g < 0 \end{cases} \quad (6.8)$$

上式において、記号 $\langle \rangle$ はMacauley括弧であり、ステップ関数 $U[x]$ (ただし $U[0] = 0$) を用いて $\langle x \rangle = x U[x]$ と定義される。なお、 $g < 0$ のとき、あるいは $g = 0$ かつ \dot{E}^p が内側に変化するとき $\Gamma_n = 0$ であり、また後述するように $\dot{\rho}$ も 0 であるから、式 (6.6) はそれらの場合に対する関係 $\dot{\alpha} = 0$ も表していることに注意する。このほか、 $E^p = \bar{E}^p$ の場合には、不定性をさけるため、 N_m を N_n と等しくおいて計算するものとする。

さて、二つの非硬化領域の大きさ ρ 及び $\bar{\rho}$ に対する発展式を定式化するため、まず非比例負荷による硬化の機構だけが作用する場合、すなわち \dot{E}^p が $\bar{g} = 0$ の内部にあり、かつ $g = 0$ 上にあつて、外向きに変化する場合を考える。このとき、 ρ の変化率 $\dot{\rho}$ は、前節の結果によれば、塑性ひずみ速度 \dot{E}^p と塑性ひずみ E^p との間の局所的な非比例性に依存する。負荷過程の局所的な比例性を $g = 0$ に対する法線 N_n と \dot{E}^p が同方向を向くことと解釈すれば、 $\dot{\rho}$ は \dot{E}^p が N_n とある角度 θ ($0 < \theta < \pi/2$) をなすときに最も大きいと仮定できる。この角 θ は、厳密には、硬化の微視的機構に基づいて定めるべきであるが、このような機構はまだ十分に明らかにされていない。したがってここでは、 $\dot{\rho}$ の発展式として、 $\theta = 0$ にて $\dot{\rho} = 0$ 、 $\theta = \pi/2$ にて $\theta > \pi/2$ の場合 ($\dot{\rho} = 0$) と連続になる次式 ($\theta = \pi/4$ の方向が $\dot{\rho}$ が最大) を仮定する。

$$\dot{\rho} \propto (2\Gamma_n\Gamma_t)^{1/2} \quad (6.9)$$

ここで Γ_t ($0 \leq \Gamma_t \leq 1$) は、 \dot{E}^p の $g = 0$ に対する接平面への方向余弦を表し、次式で定義される。

$$\Gamma_t = \begin{cases} [1 - \Gamma_n^2]^{1/2} U[\Gamma_n] & , g = 0 \\ 0 & , g < 0 \end{cases} \quad (6.10)$$

他方、前述の実験結果によれば、円形サイクルの下でも繰返し硬化の変化率は徐々に減少し、やがて飽和状態に至る。このとき、 E^p は常に $g = 0$ 上にあり、かつ外向きに变化することが予想されるから、飽和状態に近づくに従って式 (6.9) の $\dot{\rho}$ を減少させる何らかの機構が必要であることを示している。そのような機構を考えるため、式 (6.6) の $\dot{\alpha}$ の大きさの変化に着目すれば、それは繰返し硬化が飽和状態に近づくに従って徐々に小さくなる性質を持つ。しかし、 $\dot{\alpha}$ を式 (6.9) にそのまま組入れると、構成式に含まれる変数を評価するために繰返し計算が必要になる。そこで、式 (6.6) に含まれる $\dot{\rho}$ を無視しても $\dot{\alpha}$ の定性的な性質は変化しないと仮定し、繰返し硬化の減少はその大きさと \dot{E}_{eq}^p との比、すなわち

$$\Gamma_n / \left[(2/3) \text{tr}(N_n N_m^T) \right] \quad (6.11)$$

の関数として記述できると仮定する。このような関数形を種々検討した結果、本研究では、 $\dot{\rho}$ に対する次の表示を得た。

$$\dot{\rho} = c_n \Lambda \dot{E}_{eq}^p \quad (6.12)$$

$$\Lambda = \left\{ \cosh \left[\Gamma_n / \left\{ (2/3) \text{tr}(N_n N_m^T) \right\} \right] - 1 \right\} (2\Gamma_n \Gamma_t)^{1/2} \quad (6.13)$$

ここで c_n は材料定数である。

さて、非比例負荷ばかりでなく、比例負荷による硬化の機構も作用する場合、すなわち $\bar{g} = 0$ かつ $g = 0$ (このとき面 $g = 0$ は E^p において $\bar{g} = 0$ に内接する) であって E^p が外向きに变化する場合を考え、後者による硬化に対する発展式を定式化する。簡単のため、単軸繰返し負荷を考えれば、非比例負荷による硬化の機構は作用せず、主として比例非硬化領域の大きさ $\bar{\rho}$ が発達する。このとき、大野によって提案された発展式〔45〕によってこの場合の硬化挙動を十分な精度で記述できるから、本研究ではそれと同じ形の発展式を $\dot{\rho}$ に対して採用する。すなわち、

$$\dot{\rho} = c_p \Gamma_p \dot{E}_{eq}^p \quad (6.14)$$

ここで c_p は材料定数であり、 Γ_p は次式で定義される。

$$\Gamma_p = \begin{cases} \langle (2/3) \text{tr}(\dot{E}^p N_n^T / \dot{E}_{eq}^p) \rangle, & \bar{g} = 0 \\ 0, & \bar{g} < 0 \end{cases} \quad (6.15)$$

以上の検討に基づき、 ρ 及び $\bar{\rho}$ に対する最終的な発展式を導く。前節の知見(4)によれば、二つの非硬化領域の大きさの間には一義的な関係

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}(\rho) \text{ あるいは } \dot{\bar{\rho}} = (d\bar{\rho}/d\rho)\dot{\rho} \quad (6.16)$$

が存在する。このことは、二つの硬化の機構の間に連成があることを示している。式(6.12)、(6.14)、(6.16)を用いれば、 $\dot{\rho}$ 及び $\dot{\bar{\rho}}$ は最終的に次のように表示することができる。

$$\dot{\rho} = [c_n \Lambda + \{1/(d\bar{\rho}/d\rho)\} c_p \Gamma_p] \dot{E}_{eq}^p \quad (6.17)$$

$$\dot{\bar{\rho}} = [(d\bar{\rho}/d\rho) c_n \Lambda + c_p \Gamma_p] \dot{E}_{eq}^p = (d\bar{\rho}/d\rho) \dot{\rho} \quad (6.18)$$

なお、 $g < 0$ の場合には $\Gamma_p = 0$ であるから式(6.17)は式(6.12)に一致し、また比例繰返し負荷の場合には $\Lambda = 0$ であるから式(6.18)は式(6.14)に一致する。

非硬化領域に対する最後の発展式として、 $\bar{\alpha}$ に対する発展式を定める。まず $\bar{\alpha}$ が変化しうるのは、 $g = 0$ かつ $\bar{g} < 0$ 、あるいは $g = 0$ かつ $\bar{g} = 0$ であって、 E^p が $g = 0$ あるいは $g = \bar{g} = 0$ に対して外向きに変化する場合であると仮定する。前者の場合は、比例非硬化領域が完全非硬化領域とともに連成して動くことを意味する。この場合の発展式を定めるため、円形サイクルによって繰返し硬化が飽和した段階を考えると、すでに述べたように、完全非硬化領域はほぼこの円形経路の内部に対応する。このとき、転位の内部構造はこの領域の中心に関してほぼ等方的に形成されていると考えられ、したがって比例非硬化領域の中心 $\bar{\alpha}$ も、この中心 α と一致していると考えるのが自然である。このような状態は、例えば、非比例的な硬化が生ずるとき、 $\bar{\alpha}$ が α に近づくと仮定することによって実現できる。そこで本研究では、この場合に対する $\bar{\alpha}$ の発展式を、次のように仮定する。

$$\dot{\bar{\alpha}} = -r_b \Lambda \dot{E}_{eq}^p (\bar{\alpha} - \alpha) \quad (6.19)$$

ここで r_b は材料定数である。なお、本論文で提案した構成式を用いて種々の繰返し経路について計算を行ったところ、 r_b の値は計算結果にあまり大きな影響を与えないことがわかった。そこで本研究では、材料定数をなるべく少なくする見地から、以下では $r_b = 1$ と仮定する。

$g = \bar{g} = 0$ の場合に対する $\dot{\bar{\alpha}}$ を定めるため、単軸繰返し負荷の下での硬化過程に注目すると、 E^p は $\bar{g} = 0$ に対する適応条件を満足しなければならない。このとき、 $\bar{\alpha}$ は面 $\bar{g} = 0$ に対する外向き法線方向（この場合には N_n の方向になる）に変化すると仮定すれば、次式が導ける。

$$\dot{\bar{\alpha}} = (1 - c_p)\Gamma_p \dot{E}_{eq}^p N_n \quad (6.20)$$

$\bar{\alpha}$ の変化が式(6.19)と(6.20)の組合せによって生ずると仮定すれば、 $\dot{\bar{\alpha}}$ は最終的に次のようにかける。

$$\dot{\bar{\alpha}} = -\Lambda \dot{E}_{eq}^p (\bar{\alpha} - \alpha) + (1 - c_p)\Gamma_p \dot{E}_{eq}^p N_n \quad (6.21)$$

なお、 $\bar{g} < 0$ の場合には Γ_p は0であるから式(6.21)は式(6.19)に一致し、また $g = \bar{g} = 0$ で比例負荷を生ずる場合には Λ が0であるから、式(6.20)が成立し適応条件が満足される。

6. 3 応力速度と塑性ひずみ速度の関係式

以上で完全及び比例非硬化領域に対する発展式を定式化した。以下ではこれを、大野〔48〕と同様な方法によって、Kriegによる2曲面塑性理論〔32〕に組み込み、一般的な繰返し塑性構成式を定式化する。

まず応力空間において弾性範囲を規定する負荷面 $f = 0$ と、その外側に存在し、非線形移動硬化を記述するための限界面 $\bar{f} = 0$ を次のように表す(図6.2)。

$$f = (3/2)tr[(S - R)(S - R)^T] - [\kappa(q)]^2 \quad (6.22)$$

$$\bar{f} = (3/2)tr[(\bar{S} - \bar{R})(\bar{S} - \bar{R})^T] - [\bar{\kappa}(q)]^2 \quad (6.23)$$

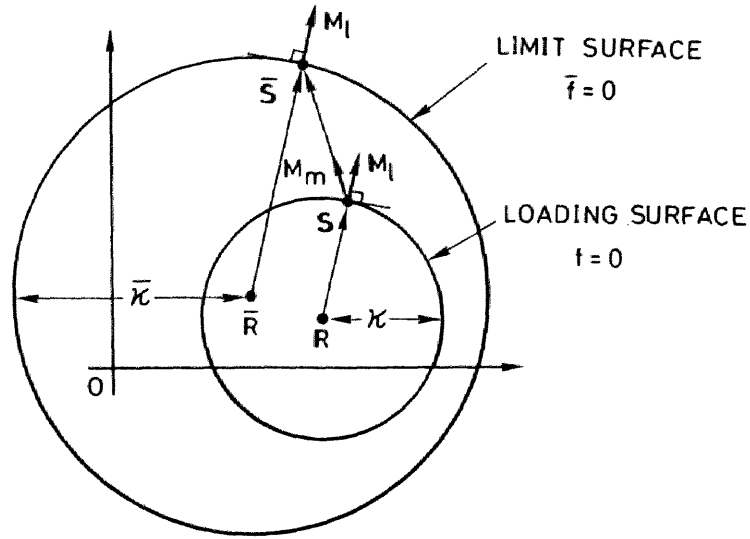


図6. 2 負荷面と限界面

ここで、 S, R 及び κ は偏差応力テンソル，負荷面の中心及びその大きさを，また， \bar{S}, \bar{R} 及び $\bar{\kappa}$ は限界面上の偏差応力，限界面の中心及び大きさを表し， q は等方硬化変数を示す．このとき， \bar{S} は $f = 0$ のとき定義でき， $f = 0$ に対する外向き法線方向と同じ法線をもつ限界面上の点に対応する．すなわち，

$$\bar{S} = \bar{R} + (S - R)(\bar{\kappa}/\kappa) \quad (6.24)$$

さて，限界面の大きさ $\bar{\kappa}$ と非硬化領域の大きさ ρ 及び $\bar{\rho}$ とは一義的に関連するから， q は ρ と $\bar{\rho}$ によって表現できる．このとき， q と ρ あるいは $\bar{\rho}$ との関係を任意に選んでも，関数 $\bar{\kappa}(q)$ によってその影響を吸収することができるから，本論文では次のように仮定する．

$$\dot{q} = \dot{\bar{\rho}}/c_p = (\dot{d}\bar{\rho}/\bar{\rho})\dot{\rho}/c_p \quad (6.25)$$

塑性ひずみ速度と応力速度の関係の規定するため，つづいて負荷面の中心 R の発展式を定式化する．塑性変形が生ずるとき，応力点 S は負荷面上にあり，かつ外向きに変化する．このとき負荷面は限界面の内部を移動し，

二つの面は決して交差してはならない、このような条件は例えば次式

$$\dot{R} = A(\bar{S} - S)\dot{E}_{eq}^p - (d\kappa/dq)\dot{q}M_l \quad (6.26)$$

を仮定することによって満足させうる。ここで M_l は負荷面に対する外向き法線

$$M_l = (S - R)/\kappa \quad (6.27)$$

であり、また A は材料関数であって、本研究では単軸及び円形サイクルの下での繰返し塑性変形挙動を詳細に検討して、次のような関数形を仮定した。

$$A = a_0 + \left[\left\{ (3/2)tr(M_l M_m^T) \right\}^{-2} - 1 \right]^{(1/2)} / \rho \quad (6.28)$$

ただし、 a_0 は材料定数であり、また M_m は $\bar{S} - S$ の方向の正規化テンソルであって次式で定義される。

$$M_m = (\bar{S} - S) / \left[(3/2)tr\{ (\bar{S} - S)(\bar{S} - S)^T \} \right]^{1/2} \quad (6.29)$$

塑性ひずみ速度 \dot{E}^p が関連流れ則によって定められると仮定し、負荷面に対する適応条件と式 (6.26)、(6.24) を用いれば、 \dot{E}^p 及び \dot{R} の最終的な形は次のように書ける。

$$\dot{E}^p = (3/2)[L/(AH)]M_l \quad (6.30)$$

$$\dot{R} = A\dot{E}_{eq}^p[(\bar{R} - R) + (\bar{\kappa} - \kappa)M_l] - (d\kappa/dq)\dot{q}M_l \quad (6.31)$$

ここで L 及び H は次のように定義される。

$$L = \begin{cases} \langle (3/2)tr(\dot{S} M_l^T) \rangle, & f = 0 \\ 0, & f < 0 \end{cases} \quad (6.32)$$

$$H = (3/2)tr[M_l (\bar{R} - R)^T] + (\bar{\kappa} - \kappa) \quad (6.33)$$

最後に、限界面の中心 \bar{R} に対する発展式を定めなければならない。このため、大野〔48〕と同様、 $\dot{\bar{R}}$ は次の形を持つと仮定する。

$$\dot{\bar{R}} = (2/3)K\dot{E}^p - k_r \bar{R} \dot{E}_{eq}^p \quad (6.34)$$

ここで右辺第2項は、非対称振幅サイクルの下での繰返し応力緩和現象を記述するための項であり、 k_r は材料定数である。このとき、材料関数 K は、一定部分 k と変動する部分 \bar{K} の和からなるものと仮定し、限界応力速度と塑性ひずみ速度の関係（この関係は、構成式の定式化のために必要ではないので特に示さないが、式（6.30）を導く考え方と同様の方法を用いて容易に導くことができる）が非硬化領域の内部と外部で連続になるように、 \bar{K} を規定する関係として次式を仮定する。

$$(2/3)\bar{K}tr[(\partial f/\partial \bar{R})^T \dot{E}^p] = (\partial f/\partial q)(\dot{E}_{eq}^p - \dot{q}) \quad (6.35)$$

これらの関係を用いれば、 $\dot{\bar{R}}$ は次のように書くことができる。

$$\dot{\bar{R}} = (2/3)[k + (d\bar{K}/dq) \{ 1 - (\dot{q}/\dot{E}_{eq}^p) \}] \dot{E}^p - k_r \bar{R} \dot{E}_{eq}^p \quad (6.36)$$

上述の発展式と構成式は次の手順で計算することができる。まずある瞬間において、塑性ひずみ、応力、並びに完全非硬化領域、比例非硬化領域、負荷面、限界面の位置及び大きさ等の値が既知であると仮定する。このとき、例えば偏差応力速度 \dot{S} が与えられれば、式（6.30）とそれに関連する式（6.22）、（6.24）、（6.27）、（6.28）、（6.29）、（6.32）、（6.33）から塑性ひずみ速度 \dot{E}^p を計算することができ、つづいて式（6.17）、（6.18）とそれに関連する式（6.1）－（6.5）、（6.7）、（6.8）、（6.10）、（6.13）、（6.15）（6.16）₁ から、 $\dot{\rho}$ と $\dot{\bar{\rho}}$ が決定できる。そのほかの量の変化率 $\dot{\alpha}$ 、 $\dot{\bar{\alpha}}$ 、 \dot{q} 、 \dot{R} 、 $\dot{\bar{R}}$ は式（6.6）、（6.21）、（6.25）₁、（6.31）、（6.36）から求められる。

なお、 \dot{S} が直接与えられない場合、例えば全ひずみ速度が与えられた場合にも、古典塑性流れ理論と同様な手順〔27〕によって \dot{S} を容易に求めることができる。

第7章 繰返し塑性構成式に対する材料定数と材料関数の決定方法、 並びに構成式の実験的検討〔61〕

前章では、任意の単調並びに繰返し負荷の下での塑性変形挙動を記述できる構成式を定式化した。このとき、第2章から第5章で述べた実験結果を詳細に検討し、まず最初に、塑性ひずみ空間における2種類の非硬化領域の概念を導入した。第1の領域は、その内部では、任意の比例及び非比例負荷によって等方硬化が生じない完全非硬化領域であり、第2の領域は完全非硬化領域の外側に位置し、任意の比例負荷によって等方硬化を生じない比例非硬化領域である。つづいて、飽和段階での繰返し硬化の大きさは、繰返し塑性ひずみ経路の形状及び振幅にかかわらず、一つのスカラ等方硬化変数によって記述できることを導き、またこの変数の値と、二つの非硬化領域の大きさが一義的に関連することを明らかにした。最後に、このような概念を、Kriegの2曲面塑性理論に組み込み、前述の塑性構成式を定式化した。

本章では、提案された構成式に含まれる材料定数と材料関数を決定するために必要な基礎式を導き、それによってこれらの定数と関数が実際に極めて容易に求められることを示す。つづいて、いくつかの典型的な荷重条件の場合について計算を行い、対応する実験結果と比較することによって、この構成式の精度と妥当性を検討する。

7. 1 構成式の5次元ベクトル表示

前章で提案した構成式は、スカラと2階の偏差対称テンソルだけを変数として含み、またテンソル量の不変量も第2不変量だけに限られている。したがってこの構成式は、第2章で導入したIlyushinのMises形5次元偏差ベクトル空間での表示式に容易に変換できる。このような表示は、大型計算機による計算の際に、計算速度の向上並びに記憶領域の節約をはかることができる点で有利であり、また計算結果を幾何学的に表示しうる点でも都合がよい。したがって以下では、構成式を5次元ベクトル表示に書き換えることにする。

構成式の完全な形を提示するため、はじめに、前章では陽に述べなかった構成式的前提条件について説明する。まず、体積変化は弾性的であり、等方弾性体に対するHookeの法則〔56, 57〕に従うと仮定する。したがって以下では、全ひずみテンソルのうちの偏差部分だけを考える。次に偏差ひずみ速度テンソル \dot{E} は弾性部分 \dot{E}^e と塑性部分 \dot{E}^p の和の形に分解できると仮定し、前者は等方弾性体に対するHookeの法則によって応力速度 \dot{S} と関連すると考える。このとき、以下において考慮すべき基本的物理量は、 S , E , E^p , ρ , $\bar{\rho}$, α , $\bar{\alpha}$, q , R , \bar{R} の10個である。

さて、上述の物理量のうち、ひずみ空間に関連するテンソル量は式(2.2)によって、一方応力空間に関連す

るテンソル量は式(2.5)によって対応するベクトル量に変換される。このとき実際の計算手順に従って構成式を配列しなおせば、提案した構成式の5次元ベクトル表示は次のように書ける。ただし、応力速度 \dot{S} が規定される場合を考え、また簡単のため、テンソル空間での量と、対応するベクトル空間での量を、同じ記号で表示してある。

【負荷面を規定する関数】

$$f = (S - R) \cdot (S - R) - [\kappa(q)]^2 \quad (7.1)$$

このとき、 $f < 0$ であれば、

$$\begin{cases} \dot{E} = \dot{S}/(3G) \\ \{S, E \text{ 以外の基本的物理量に対する変化率} \} = 0 \end{cases} \quad (7.2)$$

の関係が成立する。ただし、 G は横弾性係数である。以下では $f = 0$ の場合を考える。

$$M_l = (S - R)/\kappa \quad (7.3)$$

【負荷関数】

$$L = \dot{S} \cdot M_l \quad (7.4)$$

$L \leq 0$ のとき、式(7.2)が成立する。以下では $L > 0$ とする。

$$\bar{S} = \bar{R} + \bar{\kappa} M_l \quad (7.5)$$

$$M_m = (\bar{S} - S)/[(\bar{S} - S) \cdot (\bar{S} - S)]^{1/2} \quad (7.6)$$

$$A = \alpha_0 + [(M_l \cdot M_m)^{-2} - 1]^{1/2}/\rho \quad (7.7)$$

$$H = (\bar{R} - R) \cdot M_l + (\bar{\kappa} - \kappa) \quad (7.8)$$

$$\dot{E}^p = [L/(AH)] M_l \quad (7.9)$$

$$\dot{E}_{eq}^p = (\dot{E}^p \cdot \dot{E}^p)^{1/2} \quad (7.10)$$

$$\dot{E} = \dot{E}^p + \dot{S}/(3G) \quad (7.11)$$

【完全非硬化領域を規定する関数】

$$g = (E^p - \alpha) \cdot (E^p - \alpha) - \rho^2 \quad (7.12)$$

$g < 0$ の場合、

$$\{S, E, E^p \text{ 以外の基本的物理量に対する変化率} \} = 0 \quad (7.13)$$

の関係が成立する。以下では $g = 0$ の場合を考える。

$$N_n = (E^p - \alpha)/\rho \quad (7.14)$$

【完全非硬化領域に対する判定関数】

$$\Gamma_n = (N_n \cdot \dot{E}^p)/\dot{E}_{eq}^p \quad (7.15)$$

$\Gamma_n \leq 0$ の場合、式 (7.13) が再び成立する。以下では $\Gamma_n > 0$ とする。

$$\bar{E}^p = \bar{\alpha} + \bar{\rho}N_n \quad (7.16)$$

$$N_m = (\bar{E}^p - E^p)/[(\bar{E}^p - E^p) \cdot (\bar{E}^p - E^p)]^{1/2} \quad (7.17)$$

$$\Gamma_t = (1 - \Gamma_n^2)^{1/2} \quad (7.18)$$

$$\Lambda = \{ \cosh[\Gamma_n/(N_n \cdot N_m)] - 1 \} (2\Gamma_n\Gamma_t)^{1/2} \quad (7.19)$$

【比例非硬化領域を規定する関数】

$$\bar{g} = (E^p - \bar{\alpha}) \cdot (E^p - \bar{\alpha}) - [\bar{\rho}(\rho)]^2 \quad (7.20)$$

$$\Gamma_p = \begin{cases} (N_n \cdot \dot{E}^p)/\dot{E}_{eq}^p & , \quad \bar{g} = 0 \text{ and } N_n \cdot \dot{E}^p > 0 \\ 0 & , \quad \bar{g} < 0 \text{ or } N_n \cdot \dot{E}^p \leq 0 \end{cases} \quad (7.21)$$

$$\dot{\rho} = [c_n\Lambda + \{1/(\bar{d}\rho/d\rho)\}c_p\Gamma_p]\dot{E}_{eq}^p \quad (7.22)$$

$$\dot{\bar{\rho}} = (d\bar{\rho}/d\rho)\dot{\rho} \quad (7.23)$$

$$\dot{\alpha} = (\Gamma_n\dot{E}_{eq}^p - \dot{\rho})/[N_n \cdot N_m]N_m \quad (7.24)$$

$$\dot{\bar{\alpha}} = -\Lambda\dot{E}_{eq}^p(\bar{\alpha} - \alpha) + (1 - c_p)\Gamma_p\dot{E}_{eq}^pN_n \quad (7.25)$$

$$\dot{q} = \dot{\bar{\rho}}/c_p \quad (7.26)$$

$$\dot{R} = \Lambda\dot{E}_{eq}^p[(\bar{R} - R) + (\bar{\kappa} - \kappa)M_l] - (d\kappa/dq)\dot{q}M_l \quad (7.27)$$

$$\dot{\bar{R}} = [k + (d\bar{\kappa}/dq)\{1 - (\dot{q}/\dot{E}_{eq}^p)\}]\dot{E}^p - k_r\bar{R}\dot{E}_{eq}^p \quad (7.28)$$

以上の構成式に含まれる材料定数は、 α_0 , c_n , c_p , k , k_r の5個であり、また材料関数は、

$\kappa(q)$, $\bar{\kappa}(q)$, $\bar{\rho}(\rho)$ の3個である。本研究では、材料関数 $\kappa(q)$ 及び $\bar{\kappa}(q)$ として、次の関数形を選んだ。

$$\kappa(q) = \kappa_0 \left[Bq / (m\kappa_0) + 1 \right]^m \quad (7.29)$$

$$\bar{\kappa}(q) = \bar{\kappa}_0 \left[Bq / (m\bar{\kappa}_0) + 1 \right]^m \quad (7.30)$$

ここで、 κ_0 、 $\bar{\kappa}_0$ 、 B 、 m は材料定数である。なお、大野〔48〕は、 $\bar{\kappa}$ を式(7.30)のように選べば負荷面の大きさ κ を一定値に選んでも、十分な精度で単調単純負荷並びに単純繰返し負荷の下での変形挙動を予測することができるとしている。しかし、著者らの検討によれば、円形サイクルの下で振幅を減少させる場合にはこの結論は成立せず、負荷面の拡大を考える必要があることがわかった。式(7.29)は、このような検討の結果選んだ。〔後述の式(7.56)以下を参照〕。

以下では、これらの材料定数と材料関数を定めるための基礎式を最初に誘導し、つづいてそれらを定める方法について述べる。

7. 2 材料定数と材料関数を決定するための基礎式

以下では、単純負荷の場合の応力、限界応力、塑性ひずみ、負荷面の中心、限界面の中心をそれぞれ、 σ 、 $\bar{\sigma}$ 、 e^p 、 R 、 \bar{R} で表す。また $\Delta\sigma/2$ あるいは $\Delta e^p/2$ 等の記号は、応力振幅あるいは塑性ひずみ振幅等を表し、単純負荷サイクルの場合は一サイクルにおける変動範囲の $1/2$ 、円形サイクルの場合は一サイクルにおける平均半径を意味する。下添字 s がついた変数は、繰返し硬化の飽和段階における値であることを示す。

7. 2. 1 単調単純負荷の場合の限界応力と塑性ひずみの関係

比例非硬化領域の大きさ $\bar{\rho}$ の初期値を $\bar{\rho}_0$ で表せば、標記の関係は $e^p < \bar{\rho}_0$ と $e^p \geq \bar{\rho}_0$ の二つの場合に分けて考えることができる。このとき、 $e^p < \bar{\rho}_0$ にて $\dot{q} = 0$ 、 $\dot{q} = 0$ 、また $e^p \geq \bar{\rho}_0$ にて $\dot{e}^p = \dot{q}$ であることに注意すれば、初期条件 $e^p = 0$ にて $\bar{R} = 0$ と、 $e^p = \bar{\rho}_0$ における \bar{R} の連続条件の下で、式(7.28)は次のように積分できる。

$$\bar{R} = \begin{cases} (k + B)e^p & , e^p < \bar{\rho}_0 \\ ke^p + B\bar{\rho}_0 & , e^p \geq \bar{\rho}_0 \end{cases} \quad (7.31)$$

ただし、繰返し緩和に関する定数 k_r のその他の定数に与える影響は比較的小さいから、ここでは0と仮定し

である。

このとき、限界応力 $\bar{\sigma}$ は $\bar{R} + \bar{\kappa}$ に等しいから、 $e^p \geq \bar{\rho}_0$ にて $q = e^p - \bar{\rho}_0$ の関係があることに注意すれば、 $\bar{\sigma}$ は次のように書ける。

$$\bar{\sigma} = \begin{cases} (k + B)e^p + \bar{\kappa}_0 & , e^p < \bar{\rho}_0 \\ ke^p + B\bar{\rho}_0 + \bar{\kappa}_0 \left[B(e^p - \bar{\rho}_0)/(\bar{m}\bar{\kappa}_0) + 1 \right]^m & , e^p \geq \bar{\rho}_0 \end{cases} \quad (7.32)$$

7. 2. 2 単調単純負荷の場合の応力と塑性ひずみの関係

式 (7.3 1) を式 (7.2 7) に代入し、単純負荷の場合には $A = a_0$ であることに注意すれば、 R に関する次の微分方程式を得る。

$$\left\{ \begin{aligned} dR/de^p + a_0 R &= a_0 (k + B)e^p + a_0 (\bar{\kappa}_0 - \kappa_0) , & e^p < \bar{\rho}_0 \\ dR/de^p + a_0 R &= a_0 (ke^p + B\bar{\rho}_0) + a_0 \bar{\kappa}_0 \left[B(e^p - \bar{\rho}_0)/(\bar{m}\bar{\kappa}_0) + 1 \right]^m \\ &\quad - a_0 \kappa_0 \left[B(e^p - \bar{\rho}_0)/(\bar{m}\bar{\kappa}_0) + 1 \right]^m \\ &\quad - B \left[B(e^p - \bar{\rho}_0)/(\bar{m}\bar{\kappa}_0) + 1 \right]^{m-1} & , e^p \geq \bar{\rho}_0 \end{aligned} \right. \quad (7.33)$$

式 (7.3 3)₁ の解は容易に得ることができ、次のようになる。

$$R(e^p) = (k + B)e^p + \left[\bar{\kappa}_0 - \kappa_0 - (k + B)/a_0 \right] \left[1 - \exp(-a_0 e^p) \right] \quad (7.34)$$

しかし、式 (7.3 3)₂ の解析解を得ることは、特別の場合を除いては困難であり、一般には数値解析によって解く必要がある。しかし、のちに仮定するように $m=1$ の場合には、次のような解析的表示を得ることができる。

$$R(e^p) = ke^p + B\bar{\rho}_0 + [\bar{\kappa}_0 - \kappa_0 - (k + B)/a_0] [1 - \exp(-a_0 e^p)] \quad (7.35)$$

このようにして R が求められれば、 $\sigma = \kappa + R$ の関係によって、応力と塑性ひずみの関係を定めることができる。 $m = 1$ の場合に対する具体的な表現は、のちに述べる。

7. 2. 3 一定塑性ひずみ振幅単純完全両振りサイクルの下での飽和段階における限界応力振幅と

塑性ひずみ振幅の関係

この関係式は大野〔48〕と同様の方法によって導くことができる。まず、限界面に対する関係式(6.2.3)から、単純サイクルの飽和段階において次の関係が成立する。

$$(\bar{\sigma}_s - \bar{R}_s)^2 - \bar{\kappa}(q_s)^2 = 0 \quad (7.36)$$

この式から、限界応力振幅 $\Delta\bar{\sigma}_s/2$ は次のように表現できる。

$$\Delta\bar{\sigma}_s/2 = \bar{\kappa}(q_s) + \Delta\bar{R}_s/2 \quad (7.37)$$

このとき、繰返し硬化の飽和段階においては、 $\bar{\rho}$ は塑性ひずみ振幅 $\Delta e^p/2$ に等しいことに注意すれば、式(7.2.6)を積分することによって、 q_s に対する次の表示を得る。

$$q_s = \begin{cases} 0 & , \Delta e^p/2 < \bar{\rho}_0 \\ (\Delta e^p/2 - \bar{\rho}_0)/c_p & , \Delta e^p/2 \geq \bar{\rho}_0 \end{cases} \quad (7.38)$$

さて、前と同様 $k_r = 0$ とおけば、飽和段階での \bar{R} は、式(7.2.8)を積分することによって、

$$\bar{R}_s = \left[k + (d\bar{\kappa}/dq) \Big|_{q=q_s} \right] e^p \equiv Ke^p \quad (7.39)$$

と表現できる。これから、 $\Delta\bar{R}_s/2$ に対する関係を求めることができ、さらに式(7.3.7)を用いれば、

$\Delta\sigma_s/2$ は次のようになる.

$$\Delta\sigma_s/2 = \bar{\kappa}(q_s) + \left[k + (d\bar{\kappa}/dq)|_{q=q_s} \right] \Delta e^p/2 \quad (7.40)$$

7. 2. 4 一定塑性ひずみ振幅単純完全両振りサイクルの下での飽和段階における応力-塑性ひずみ曲線式 (7.39) を式 (7.27) に代入すれば, 飽和段階の R に対する次の微分方程式を得る.

$$\begin{cases} dR_+/de^p + a_0 R_+ = a_0 K e^p + a_0 (\bar{\kappa} - \kappa) \\ dR_-/de^p - a_0 R_- = -a_0 K e^p + a_0 (\bar{\kappa} - \kappa) \end{cases} \quad (7.41)$$

ただし, $\dot{e}^p > 0$ 並びに $\dot{e}^p < 0$ のときの R を, それぞれ R_+ 及び R_- とおいた, また応力-塑性ひずみ曲線の原点に関する対称性から, $e^p = 0$ にて $R_+ = -R_-$ であり, また塑性ひずみの変動範囲の両端 $e^p =$

$\pm \Delta e^p/2$ にて, $R_+ = R_-$ の条件を満足しなければならない. 式 (7.41) の解を求め, かつ

$|\sigma - R| = \kappa$ の関係に注意すれば, σ は次のように表現できる.

$$\sigma = \begin{cases} \kappa + (\bar{\kappa} - \kappa - K/a_0) + K e^p \\ \quad - \left[(\bar{\kappa} - \kappa - K/a_0)/\cosh(a_0 \Delta e^p/2) \right] \exp(-a_0 e^p) \quad , \quad \dot{e}^p > 0 \\ -\kappa - (\bar{\kappa} - \kappa - K/a_0) + K e^p \\ \quad + \left[(\bar{\kappa} - \kappa - K/a_0)/\cosh(a_0 \Delta e^p/2) \right] \exp(a_0 e^p) \quad , \quad \dot{e}^p < 0 \end{cases} \quad (7.42)$$

これから, $e^p = 0$ におけるヒステリシス・ループの半幅 $\Delta\sigma_0/2$ 及び応力振幅 $\Delta\sigma_s/2$ は次のように求められる.

$$\Delta\sigma_0/2 = \kappa + (\bar{\kappa} - \kappa - K/a_0) \left[1 - \left\{ 1/\cosh(a_0 \Delta e^p/2) \right\} \right] \quad (7.43)$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_s/2 &= \Delta\sigma_0/2 - (K/a_0) \\ &\quad - 2 \left[(\bar{\kappa} - \kappa - K/a_0)/\left\{ 1 + \exp(a_0 \Delta e^p) \right\} \right] \end{aligned} \quad (7.44)$$

ここで、式 (7.4 2) , (7.4 3) , (7.4 4) 中の $\bar{\kappa}, \kappa$, K は式 (7.3 8) で与えられる q_s に対して評価される。

7. 2. 5 円形塑性ひずみサイクルの下での飽和段階での応力振幅

塑性ひずみ空間の原点を中心とする円形サイクルの下で、繰返し硬化が飽和した段階を考える。このとき、塑性ひずみ E^p と負荷面の中心 R 並びにそれらの変化率は次のように表現することができる。

$$E^p = (\Delta e^p/2)(\cos\theta n_1 + \sin\theta n_2) \quad (7.45)$$

$$R = (\Delta R_s/2)[\cos(\theta+\alpha)n_1 + \sin(\theta+\alpha)n_2] \quad (7.46)$$

$$\dot{E}^p = (\Delta e^p/2)\dot{\theta}(-\sin\theta n_1 + \cos\theta n_2) \equiv \dot{E}_{eq}^p M_l \quad (7.47)$$

$$\dot{R} = (\Delta R_s/2)\dot{E}_{eq}^p/(\Delta e^p/2)[-\sin(\theta+\alpha)n_1 + \cos(\theta+\alpha)n_2] \quad (7.48)$$

ここで n_1 と n_2 は正規直交基底であり、 θ は変数、 α は定数である。

このとき、限界面の中心 \bar{R} の大きさは小さいから $\bar{R} = 0$ と仮定すれば、 $\bar{S} = \bar{\kappa} M_l$ となり、これと、式 (6. 2 6) を用いて

$$S = \bar{\kappa} M_l - \dot{R}/(A\dot{E}_{eq}^p) \quad (7.49)$$

の表現を得ることができる。他方 S は、式 (7.3) から、

$$S = \kappa M_l + R \quad (7.50)$$

のようにも表現できる。式 (7.4 7) , (7.4 8) , (7.4 6) を用いて式 (7.4 9) , (7.5 0) の基底 n_1 , n_2 に関する成分表示を求め比較すれば、次の関係を得る。

$$(\Delta R_s/2)^2 = (A\Delta e^p/2)^2(\bar{\kappa} - \kappa)^2/[1 + (A\Delta e^p/2)^2] \quad (7.51)$$

$$\alpha = \arctan(A\Delta e^p/2) \quad (7.52)$$

さて、式 (7.5 0) を用いて応力振幅 $\Delta\sigma_s/2 = |S|$ を計算し、式 (7.5 1) , (7.5 2) を考慮すれば、次の関係が得られる。

$$(\Delta\sigma_s/2)^2 = \left[(A\Delta e^p/2)^2 / \{ 1 + (A\Delta e^p/2)^2 \} \right] (\bar{\kappa}^2 - \kappa^2) + \kappa^2 \quad (7.53)$$

他方、式 (7.7) からわかるように、本研究では A を、 α_0 , α_1 を定数として

$$A = \alpha_0 + \left[1/(M_l \cdot M_m)^2 - 1 \right]^{1/2} \alpha_1 / \rho \quad (7.54)$$

の形に仮定している。このとき、 $M_l \cdot M_m = \cos\alpha$ であり、これから式 (7.5 4) の角括弧の中は $(A\Delta e^p/2)^2$ に等しいことに注意すれば、式 (7.5 4) は次のように書き換えられる。

$$A = \alpha_0 \rho / (\rho - \alpha_1 \Delta e^p/2) \quad (7.55)$$

この関係を式 (7.5 3) に代入すれば、 $\Delta\sigma_s/2$ は次のように表現できる。

$$\Delta\sigma_s/2 = \sqrt{\bar{\kappa}^2 - \frac{\bar{\kappa}^2 - \kappa^2}{1 + \left[\frac{\alpha_0 \rho}{\left\{ \rho / (\Delta e^p/2) \right\} - \alpha_1} \right]^2}} \quad (7.56)$$

この式からわかるように、 $\alpha_1 = 1$ の場合 [このとき式 (7.7) になる] , 完全非硬化領域の大きさ ρ は、飽和段階において塑性ひずみ振幅 $\Delta e^p/2$ に等しいことに注意すれば、 $\Delta\sigma_s/2 = \bar{\kappa}$ となる。他方、これまでの構成式 [32, 48] のように $\alpha_1 = 0$ の場合には、 $\Delta\sigma_s/2$ は常に $\bar{\kappa}$ よりも小さくなり、特に $\Delta e^p/2$ (したがって ρ) が小さくなるにしたがってその差は顕著になることがわかる。

なお、式 (7.5 6) によれば、繰返し硬化が飽和したのち $\Delta e^p/2$ が階段状に減少したときの $\Delta\sigma_s/2$ も見積もることができる。すでに述べた κ の関数形、式 (7.2 9) は、このような検討の結果選ばれた。

7. 2. 6 材料関数 $\bar{\rho}(\rho)$ を決定するための基礎式

7. 2. 5 項の場合と同様、円形サイクルの下で繰返し硬化が飽和した段階を考える。

まず ρ の初期値を ρ_0 で表し、初期条件 $q|_{\rho=\rho_0} = 0$ と関係 $\bar{\rho}_0 = \bar{\rho}(\rho_0)$ を考慮して式(7.26)を積分すれば、等方硬化変数の値 q_s は次式で与えられる。

$$q_s = [\bar{\rho}(\rho) - \bar{\rho}_0] / c_p \quad (7.57)$$

他方、前述の7.2.5項の結果から、応力振幅 $\Delta\sigma_s/2$ は $\bar{\kappa}(q_s)$ に等しく、したがって

$$\Delta\sigma_s/2 = \bar{\kappa}_0 [B/(m\bar{\kappa}_0 c_p) \{ \bar{\rho}(\rho) - \bar{\rho}_0 \} + 1]^m \quad (7.58)$$

と書ける。塑性ひずみ振幅 $\Delta e^p/2$ が ρ_0 より大きいとき、飽和段階では $\Delta e^p/2$ は ρ に等しいから、応力振幅 $\Delta\sigma_s/2$ が円形サイクルの $\Delta e^p/2$ の関数として与えられれば、式(7.58)を逆に解くことによって、直ちに関数 $\bar{\rho}(\rho)$ が得られる。すなわち、

$$\bar{\rho}(\rho) = \bar{\rho}_0 + (m\bar{\kappa}_0 c_p/B) [\{ \Delta\sigma_s/2(\rho)/\bar{\kappa}_0 \}^{1/m} - 1] \quad (7.59)$$

7.3 材料定数と材料関数の決定方法

前節では材料定数及び材料関数を決定するための基礎式を導いたが、以下では式(7.29)、(7.30)で $m=1$ とおいた場合について具体的な決定方法を述べる。このとき決定すべき定数は κ_0 、 $\bar{\kappa}_0$ 、 k 、 B 、 a_0 、 c_p 、 c_n 、 k_r の8個であり、材料関数は $\bar{\rho}(\rho)$ の1個である。

まず、単調単純負荷に対する応力-塑性ひずみ曲線は、前節の結果を用いれば、式(7.35)から

$$\sigma = \kappa_0 + (k + B)e^p + [\bar{\kappa}_0 - \kappa_0 - (k + B)/a_0] [1 - \exp(-a_0 e^p)] \quad (7.60)$$

と書ける。 $e^p = 0$ のとき、 $\sigma = \kappa_0$ であるから、実験から得られる応力-塑性ひずみ関係において、曲線が σ 軸から離れ始めるときの σ の値として κ_0 は定められる(図7.1参照)。

他方、限界応力と塑性ひずみの関係(7.32)は、この場合

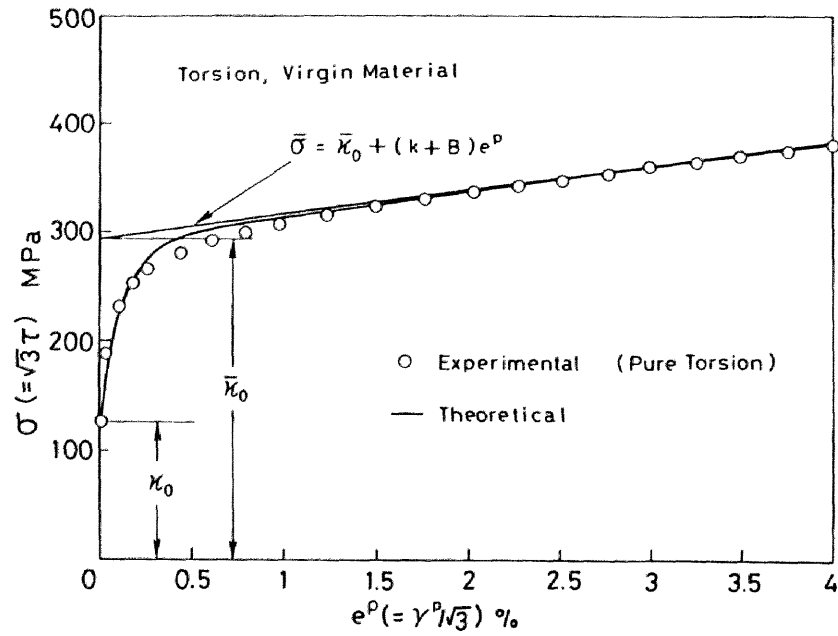


図7. 1 単調単純負荷に対する応力-塑性ひずみ曲線

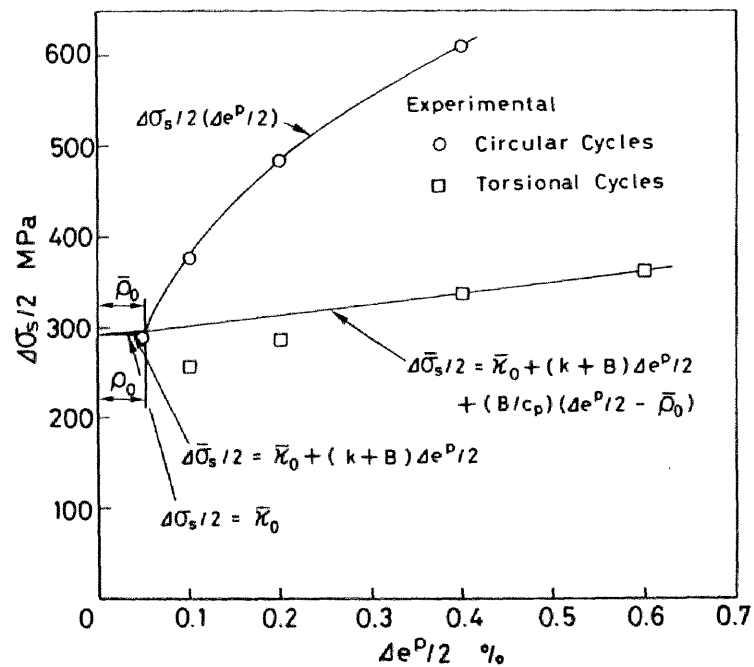


図7. 2 飽和段階での応力振幅 $\Delta\sigma_s/2$ と塑性ひずみ振幅 $\Delta e^p/2$ の関係

$$\bar{\sigma} = \bar{\kappa}_0 + (k + B)e^p \quad (7.61)$$

のように簡単化される。式 (7.60) と (7.61) を比較すればわかるように、 e^p が大きくなるに従って $\bar{\sigma}$ と σ の差は急速に小さくなるから、 $\bar{\kappa}_0$ と $k + B$ の値は、 $\sigma - e^p$ 関係 (実験値) を図7.1に示すように線形近似した場合の、 σ 軸との交点と直線の傾きから求められる。このようにして κ_0 、 $\bar{\kappa}_0$ 、 $k + B$ の値が定まれば、式 (7.60) が実験値を記述するように α_0 を調整することによって、 α_0 が定められる。

次に、単純負荷サイクルの場合の限界応力振幅と塑性ひずみ振幅の関係 (7.40) は、 $m=1$ の場合、 $\Delta e^p / 2 = \bar{\rho}_0$ で折れ曲がる。次の2分枝直線によって与えられる。

$$\Delta \bar{\sigma}_s / 2 = \begin{cases} \bar{\kappa}_0 + (k + B) \Delta e^p / 2 & , \Delta e^p / 2 < \bar{\rho}_0 \\ \bar{\kappa}_0 + (k + B) \Delta e^p / 2 + (B/c_p)(\Delta e^p / 2 - \bar{\rho}_0), & \Delta e^p / 2 \geq \bar{\rho}_0 \end{cases} \quad (7.62)$$

他方、応力振幅と塑性ひずみ振幅の関係 (7.44) と後述する材料定数の値 (7.63) から、 $\Delta e^p / 2$ が大きくなるにしたがって、 $\Delta \bar{\sigma}_s / 2$ と $\Delta \sigma_s / 2$ の差は急速に小さくなるのがわかる。この傾向に留意して、実験から得られる $\Delta \sigma_s / 2 - \Delta e^p / 2$ 関係を図7.2に示すように直線近似すれば、2本の直線、すなわち式 (7.62)₁ [式 (7.61) と同一の切片と傾きをもつ直線] と式 (7.62)₂ (近似直線) の交点の $\Delta e^p / 2$ 軸の座標値として $\bar{\rho}_0$ が、また近似直線の傾きから $k + B + B/c_p$ の値が定められる。これから、もし c_p の値が与えられれば、順に B 、 k の値も定められる。

さて、パラメータ c_p は、単純負荷サイクルの下での繰返し硬化が、飽和段階に至るまでの繰返し数に關係する定数である。このとき、材料定数の決定に際し影響の小さい k_r を0とおき、 c_p の値を仮定すれば、これまでに定めた定数と構成式を用いて、単純負荷サイクルに対する具体的な計算を行うことができる。これから種々の c_p の値に対して応力振幅 $\Delta \sigma / 2$ と累積塑性ひずみ s^p の関係を求め、対応する実験結果と比較すれば c_p の値が定められる。 k_r の値は、非対称振幅の単純負荷サイクルに対する計算結果が対応する実験結果を記述するように k_r の値を調整することによって決定できる。

以上で求めた定数を用いて単純負荷サイクルの場合の計算を行い、対応する実験結果と比較して総合的に調整を行えば、非比例負荷に関する材料定数 c_n 以外の定数は、すべて最終的に決定できる。なお、定数 α_0 の調整に際し、単純負荷サイクルの場合の $e^p = 0$ におけるヒステリシスループの半幅に対する解析解 (7.43) を

用いることができることを付記する。

さて、材料関数 $\bar{\rho}(\rho)$ は、すでに述べたように、円形サイクルの下での飽和段階における応力振幅と塑性ひずみ振幅の関係を、図7.2に示すように関数近似すれば、式(7.59)によってただちに決定できる。このとき、 ρ の初期値 ρ_0 は、 $\Delta\sigma_s/2 (\Delta e^p/2) = \bar{\kappa}_0$ となる $\Delta e^p/2$ の値として求められる。

最後に、非比例負荷の下での繰返し硬化の進行速度を規定するパラメータ c_n は、円形サイクルに対する計算から得られる応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と累積塑性ひずみ s^p の関係が、対応する実験結果を十分な精度で記述するように c_n を選択することによって定められる。

7. 4 計算結果と実験結果の比較

この節ではいくつかの代表的な負荷条件に対して計算機シミュレーションを行い、第3章と第4章で述べた実験結果と比較して、定式化した構成式の精度と妥当性を検討する。このとき、316ステンレス鋼供試材に対する材料定数と材料関数は、前節の手順に従って次のように定めた。

$$\begin{cases} \kappa_0 = 120 \text{ MPa}, \bar{\kappa}_0 = 293 \text{ MPa}, k = 1329 \text{ MPa}, B = 946 \text{ MPa}, \\ a_0 = 800, c_p = 0.09, c_n = 0.015, \bar{\rho}_0 = 0.000531, \rho_0 = 0.000531 \end{cases} \quad (7.63)$$

$$\bar{\rho}(\rho) = 0.000531 + 0.0279 [12.19(\rho - 0.00015)^{0.31764} - 1] \quad (7.64)$$

ただし本研究では扱わなかった非対称振幅の繰返し負荷に関する定数 k_r は10MPaと仮定した。

このほか、実験が塑性ひずみ制御で行われたことを考慮して、7.1節で述べた手順とは若干異なる方法で計算を行った。すなわち、この場合、塑性ひずみ速度 \dot{E}^p が常に規定されているから、負荷除荷の判定を省略することができ、また応力 S は、考える瞬間の負荷面の中心 R 、その大きさ κ 及び塑性ひずみ速度の方向 $M_l = \dot{E}^p/\dot{E}_{eq}^p$ を用いて次式で計算できる。

$$S = \kappa M_l + R \quad (7.65)$$

このとき、 \dot{E}^p の方向が不連続的に変化する経路では S の跳躍を生じ、しかもこの間の応力状態を一義的に定めることはできない(任意の弾性変形によって不連続後の応力状態に移行しうる)。したがってこの場合の応力状

態は、不連続の前後を結ぶ直線応力経路に沿って推移するものと仮定した。

このほかの変数値は、通常の方法で計算した。すなわち、7.1節で述べた手順に従って \dot{E}^P からそれらの変化率を計算し、その結果を変形過程の進行を表すパラメータ（本論文では累積塑性ひずみ s^P を選んだ）に関して積分して、任意の瞬間における変数値を定めた。

以下ではいくつかの負荷条件に対する計算例と対応する実験結果を示す。まず単調な比例負荷に対する計算例として、単純ねじり負荷に対する応力-塑性ひずみ曲線を図7.1に示す。図中の記号は実験点を、また太い実線は計算結果を示す。図から、負荷の最初の段階での小さな差を除けば、両者はよく一致していることがわかる。

次に、一定塑性ひずみ振幅 $\Delta e^P/2$ の単純負荷サイクルの計算例として、 $\Delta e^P/2 = 0.2\%$ の完全両振りねじりサイクル（図2.3(b)参照）に対する応力-塑性ひずみ曲線を図7.3に示す。計算結果は、先に述べた負荷過程の最初の段階を除いて、実験結果をよく記述していることがわかる。

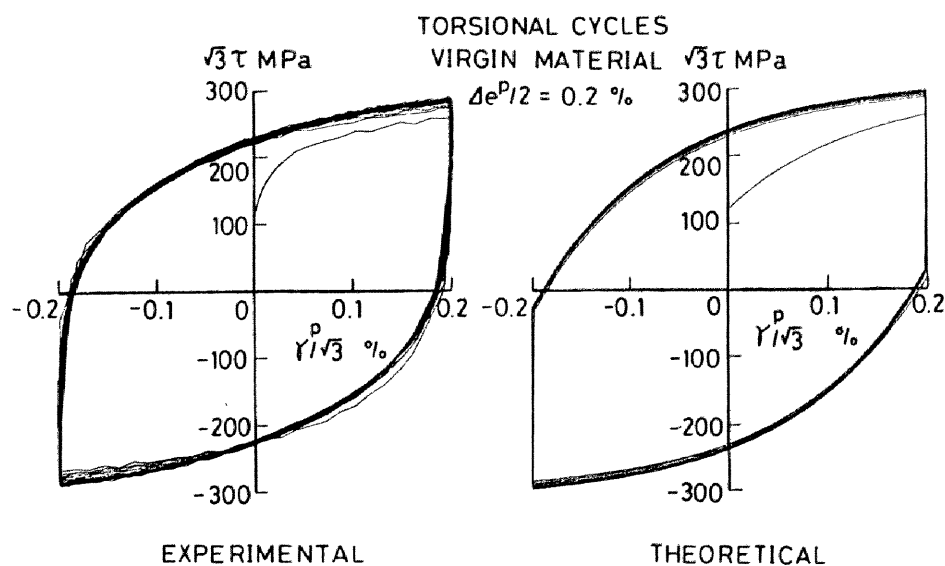
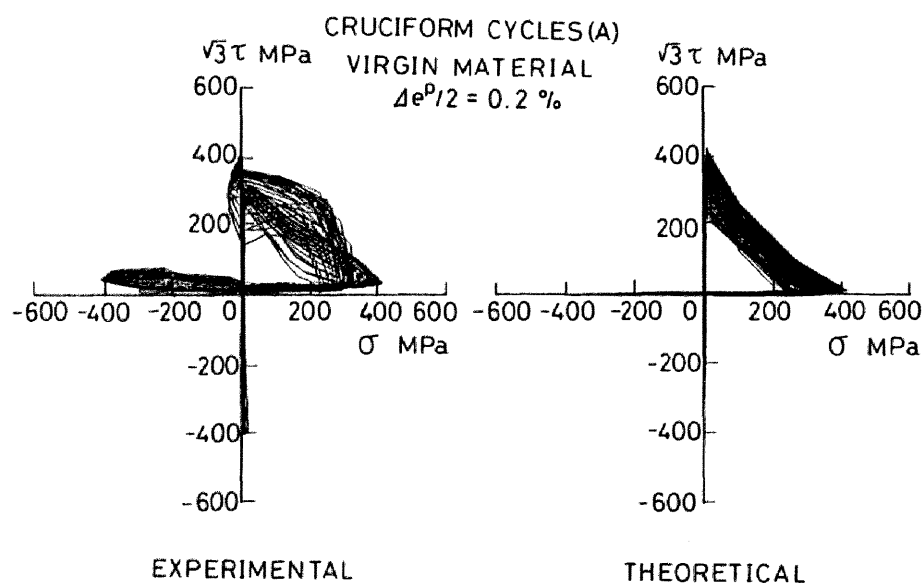


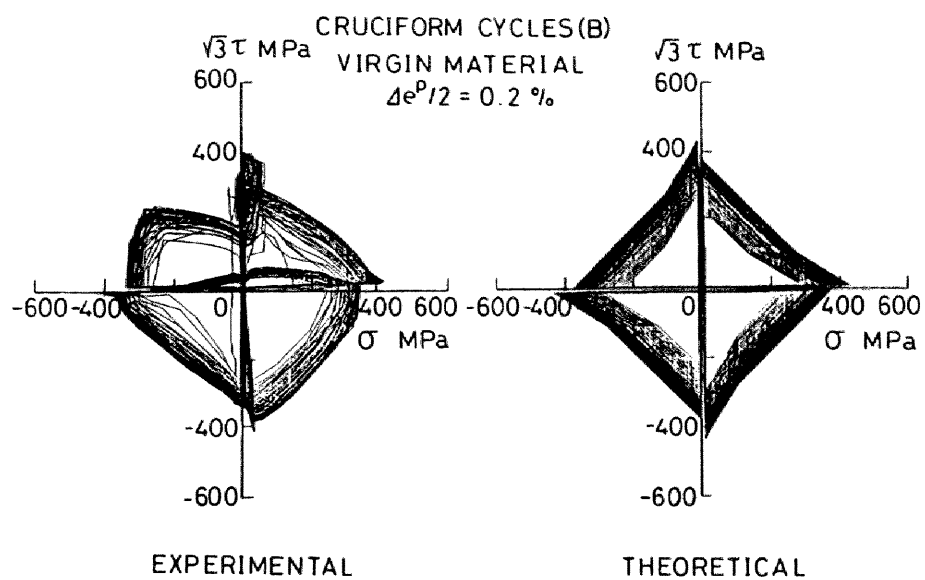
図7.3 塑性ひずみ振幅 $\Delta e^P/2 = 0.2\%$ の完全両振り
ねじりサイクルに対する応力-塑性ひずみ曲線

さて、非比例負荷に対する結果の最初の例として、塑性ひずみ振幅 $\Delta e^p/2 = 0.2\%$ の十字サイクル（A）、十字サイクル（B）、正方形サイクル及び円形サイクル〔図2.3(c), (d), (f), (g)参照〕に対する応力経路を図7.4(a)–(d)に示す。各塑性ひずみ経路に対する計算値は、対応する実験値のおおよその傾向を、比較的良好に表していることがわかる。なお、各図にみられるように両者の若干の差は、理論による予測値の誤差のほか、実験結果の乱れにも原因があると考えられる。すなわち、図7.4の各塑性ひずみ経路は、各サイクル毎にあるいは最初の導入部において直角折れ曲がりを含むが、この場合、式（7.65）に関連して述べたように、理論的には応力状態の不連続を生ずる。このとき、試験機の軸力とトルク能力には差があるから、このような不連続性を伴う経路を、理想的に実現することは著しく困難であると予測でき、そのため実験結果には乱れが含まれると考えられる。

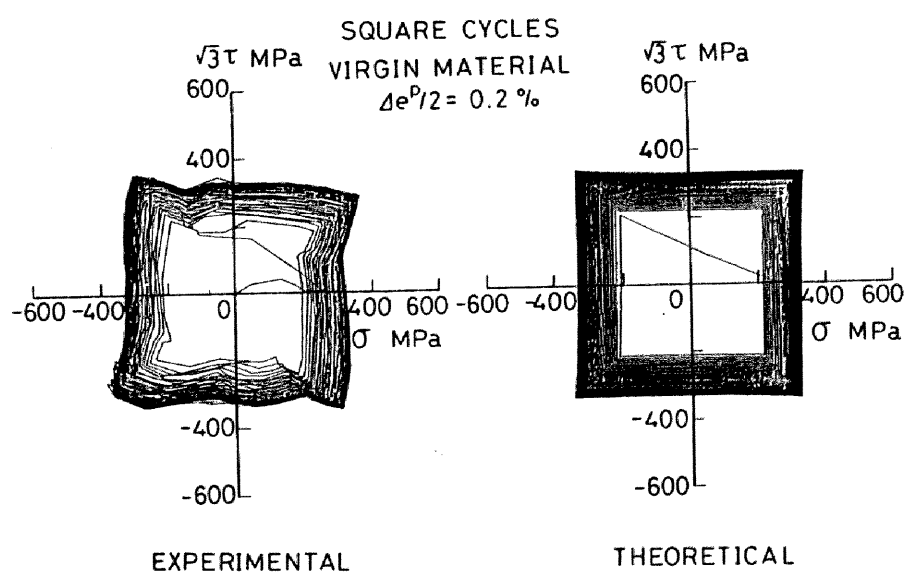


（a）十字サイクル（A）

図7.4 種々の非比例サイクルに対する応力経路

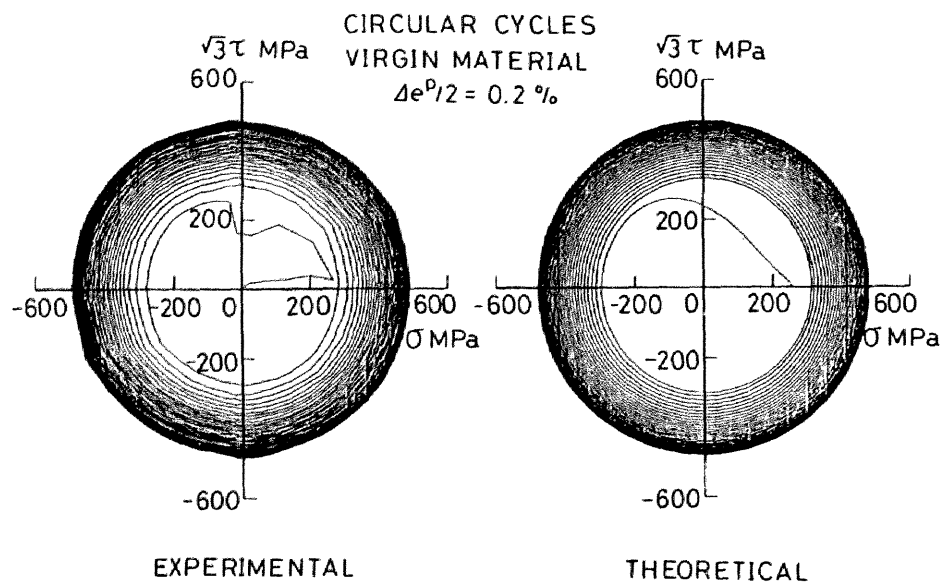


(b) 十字サイクル (B)



(c) 正方形サイクル

図7. 4 種々の非比例サイクルに対する応力経路



(d) 円形サイクル

図7. 4 種々の非比例サイクルに対する応力経路

次に、各種の繰返し経路形状に対する繰返し硬化の飽和過程を、どの程度定量的に表現できるかを見るため、図7.4と同じ条件に対して、応力振幅 $\Delta\sigma/2$ と累積塑性ひずみ s^p の関係を図7.5に示す。図にみられるように、単純ねじり、正方形、円形サイクルに関しては、理論は実験結果を定量的によく表している。他方、十字サイクルに関しては、理論は実験結果の重要な特徴、すなわち、2種類の十字経路に対する $\Delta\sigma/2$ が一致する現象を記述しているが、 s^p が大きくなるほど実験結果よりも大きな $\Delta\sigma/2$ を見積もる傾向にある。このような傾向は、繰返し硬化の回復を考慮することによって改善できるが、これについては今後の課題と考えられる。

図7.6は、繰返し硬化の振幅依存性を調べた実験、すなわち処女材に $\Delta e^p/2 = 0.1, 0.2, 0.4\%$ のねじり及び円形サイクルを与えた実験に対する計算結果を示している。図からわかるように、 $\Delta e^p/2 = 0.1\%$ のねじりサイクルと円形サイクルで理論と実験の差が若干目立つが、そのほかの場合には、理論は、実験結果をおおむねよく記述している。なお、 $\Delta e^p/2 = 0.1\%$ のねじりサイクルにおける差は、式(7.44)からわかるように、 $\Delta\sigma_s/2$ と $\overline{\Delta\sigma_s}/2$ との差に起因するものであり、定数 α_0 を $\Delta e^p/2$ が小さいときより大きな値を持つような関数でおきかえることによって解決できると考えられる。

最後に、振幅変動を伴う繰返し負荷に対する計算例として、 $\Delta e^p/2$ を $0.1\% \rightarrow 0.4\% \rightarrow 0.1\%$ のよ

うに変動させた場合の、単純ねじりサイクル、十字サイクル（B）、円形サイクルに対する計算結果を図7.7に示す。図からわかるように、円形サイクルと十字サイクルの第3段階（ $\Delta e^p/2 = 0.1\%$ ）において理論と実験の差が著しいが、これは理論において繰返し硬化の回復の影響を考慮しなかったためである。他方、十字サイクルの第1段階（ $\Delta e^p/2 = 0.1\%$ ）における両者の差は、すでに図7.6に関連して述べた $\Delta\sigma_s/2$ と $\bar{\Delta\sigma}_s/2$ の差に起因している。このほか、十字サイクルの第2段階において、理論と実験の曲線の傾向が若干異なるが、これは非比例負荷による硬化の機構に関連した発展式を、さらに修正する必要があることを示している。この問題も今後の課題と考えられる。

以上で、式（7.29）、（7.30）において $m=1$ とおいた場合に対する材料定数と材料関数の決定方法を述べ、それを用いた計算例を示した。実験結果をよりよく近似するためには、 $m \neq 1$ とすればよいが、その場合、材料定数と材料関数を決定するための手順が若干複雑となり、部分的に試行錯誤を必要とすることを付記する。

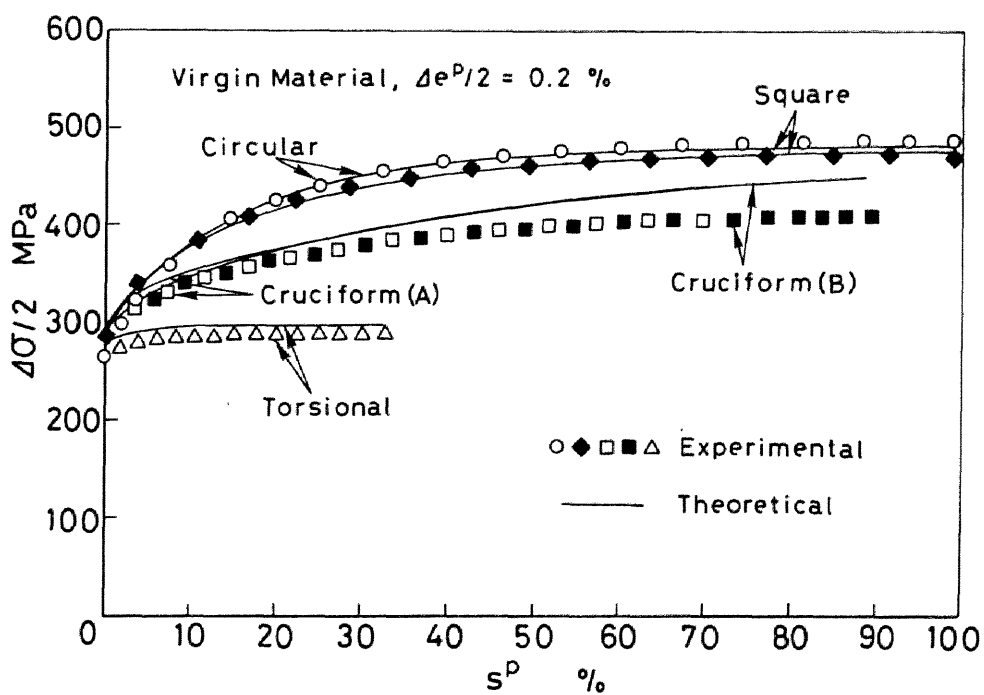


図7.5 繰返し硬化の塑性ひずみ経路形状依存性

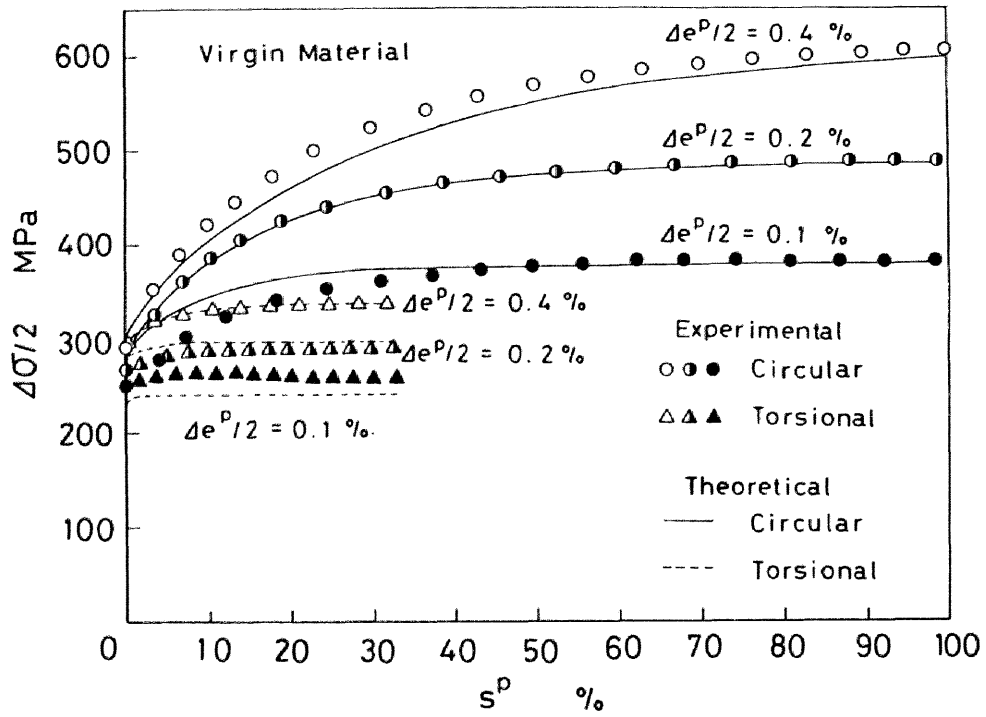


図7. 6 繰返し硬化の塑性ひずみ振幅依存性

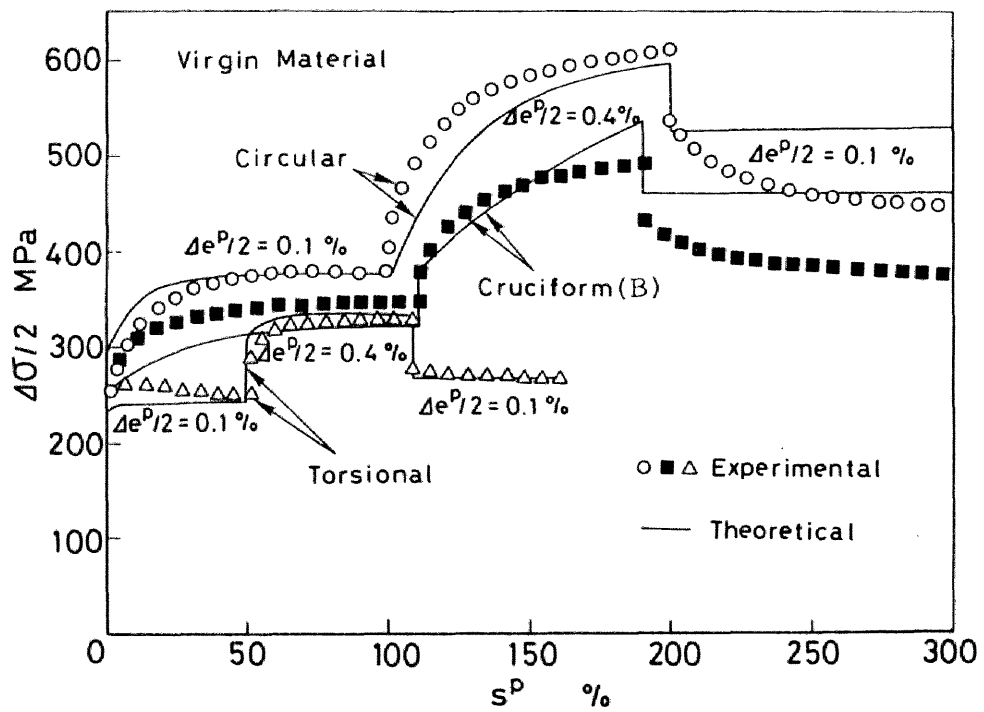


図7. 7 繰返し硬化の塑性ひずみ振幅履歴依存性

第 8 章 結 論

非比例繰返し負荷の下で金属材料内部に形成される転位構造は、単軸繰返し負荷の下で形成される構造とは本質的に異なる。そのため、単軸繰返し負荷の実験結果だけに基づいて定式化された従来の繰返し塑性構成式は、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化挙動を定性的にさえも表現することはできなかった。

本研究では、このような負荷様式の下での変形挙動を記述しうる新しい繰返し塑性構成式を定式化する目的から、まず、室温での 316 ステンレス鋼に対して塑性ひずみ制御による比例及び非比例繰返し負荷実験を行い、次の三つの課題、すなわち、(Ⅰ) 繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴に対する繰返し硬化の依存性、(Ⅱ) 繰返し塑性ひずみ経路の振幅及び振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性、(Ⅲ) 異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性、を検討した。つづいて、これらの実験的検討に基づいて、完全非硬化領域、比例非硬化領域等の新しい概念を導入するとともに、これらに対する内部状態変数の発展式を定式化し、それを Krieg の 2 曲面塑性理論[32]に紐込むことによって非比例繰返し負荷に対する非弾性構造解析用構成式を定式化した。最後に、提案した構成式に含まれる材料定数と材料関数の決定方法を述べるとともに、前述の実験結果に対する計算機シミュレーションを行って、構成式の精度と妥当性を検討した。本研究の内容、並びに本研究で得られた主な結果を要約すると次のようになる。

まず第 2 章では、本研究で一貫して使用した偏差応力と塑性ひずみの表示法、実験に用いた試験片と実験装置、合理的な繰返し負荷実験を行う目的で開発した塑性ひずみ制御の実験システム、本研究に共通する実験条件について述べたのち、実験精度と材料の基本的性質について検討した。その結果、

- (1) この実験の精度は、繰返し硬化の特徴を明らかにする本実験の目的に対して十分であり、
- (2) またこの材料の単調負荷及び繰返し負荷の下での挙動は、Mises 形の相当応力と相当ひずみによって記述でき、したがって Mises 形の偏差応力と塑性ひずみベクトル空間によって合理的に記述しうることを明らかにした。このほか、繰返し硬化の測度についても議論した。

第 3 章では、前述の課題 (Ⅰ)、すなわち繰返し塑性ひずみ経路の形状及び形状履歴に対する繰返し硬化の依存性を明らかにする目的から、塑性ひずみ振幅が同一の 7 種類の基本的経路を順次与える繰返し負荷実験を行った。得られた結論を要約すると次のようになる。

- (3) 処女材に、同一振幅の種々の経路形状の繰返し負荷を与えた場合、繰返し硬化の飽和値は比例経路の場合が最も小さく、以下十字、八方向放射状、正方形の順で大きくなり、円形経路の場合に最大となる。このことは、非比例繰返し負荷の下では、比例繰返し負荷の下での転位構造に比べて著しく不動化した転位構造が形成される

ことを意味する。

(4) 上述の非比例繰返し負荷の下での硬化の機構としては、塑性ひずみベクトルと塑性ひずみ速度ベクトルとの間の非共線性の継続が最も重要なものとして挙げられる。

(5) 1サイクルの間で塑性ひずみ速度ベクトルの方向が2回変化する場合〔十字サイクル(A)〕と4回変化する場合〔十字サイクル(B)〕の繰返し硬化挙動は完全に一致し、またこれら2種類の十字サイクルを順次負荷した場合にも経路変更に伴う影響は認められなかった。したがって、繰返し塑性ひずみ経路の形状が単純な場合には、その形状が同一であれば、1サイクルあたりの塑性ひずみ速度ベクトルの方向変化の回数は、形成される転位構造に大きな影響を与えないといえる。

(6) 単純ねじり塑性ひずみサイクルによって繰返し硬化が飽和したのち、引張り－圧縮サイクルを与えた実験（あるいはその逆の負荷履歴を与えた実験）では、負荷方向変更直後に、応力振幅の大きな階段状の増加が認められた。このような交差効果は、先行比例サイクルによって形成された転位構造が、経路変更直後の新しい方向のサイクルによって、いっそう複雑な転位構造に移行したためと考えられ、非比例繰返し負荷が著しい硬化を引き起こす理由の一つとなる。

(7) 結論(6)の実験ののち、十字サイクル、円形サイクルをこの順で与えたところ、経路変更後の各段階でさらに漸進的な繰返し硬化が生じた。この硬化過程の微視的機構についても、結論(6)と同様な解釈を行うことができる。

(8) 種々の先行履歴ののちに円形サイクル試験を行ったところ、繰返し硬化が十分飽和した段階での応力振幅値はすべての試験で一致した。これと同様な現象は、十字サイクルについても認められた。このことは、種々の比例及び非比例繰返し負荷の下で形成される転位構造は、それよりも大きな繰返し硬化を示す後続サイクルによって破壊され、後続サイクルに固有の新しい構造に作りかえられる傾向にあることを示す。

つづいて第4章では、前述の課題(Ⅱ)、すなわち繰返し塑性ひずみ経路の振幅及び振幅履歴に対する繰返し硬化の依存性を検討した。このため、前章で検討した7種類の繰返し塑性ひずみ経路のうち、代表的な単純ねじり、十字(B)及び円形経路を選び、これらの振幅を順次変動させる実験を行った。その結果、次のような知見が得られた。

(9) 振幅を変動させる実験の最初の段階、すなわち処女材に繰返し負荷を与える段階での応力振幅の飽和値 $\Delta\sigma_s/2$ の大きさを比較したところ、円形サイクルに対する $\Delta\sigma_s/2$ は、同一塑性ひずみ振幅 $\Delta\epsilon^p/2$ （この場合、 $\Delta\epsilon^p/2 = 0.1 - 0.4\%$ ）の単純ねじりサイクルに対する $\Delta\sigma_s/2$ の1.5－1.8倍にも達し、しかも振幅 $\Delta\epsilon^p/2$ が大きくなるにしたがって、その差はさらに拡大される傾向にあった。これに対し、十字サイクル(B)

と単純ねじりサイクルの $\Delta\sigma_s/2$ の比は、1.4–1.5であってそれほど変化しなかった。また、振幅 $\Delta e^p/2$ が小さくなるにしたがって、円形サイクルと十字サイクルの $\Delta\sigma_s/2$ は一致する傾向が認められた。

(10) 単純ねじりサイクルの実験において、小さな振幅の先行サイクルは、後続の大きな振幅のサイクルに対する繰返し硬化の飽和値に影響を及ぼさない。このことは、小さな振幅の先行サイクルによる履歴効果が後続のサイクルによって消去されることを意味する。また大きな振幅のサイクルののちに、小さな振幅のサイクルを与えた場合には、繰返し硬化の回復を生ずる。これから、任意の比例負荷によって等方硬化を生じない領域が塑性ひずみ空間に存在すると考えることができる。

(11) 結論(10)で述べたのと同じ現象が、十字サイクル(B)及び円形サイクルにおいても観察された。特に、前述の結論(8)とここで述べた結論を総合して考えれば、繰返し硬化の飽和段階において、円形経路の内部は、任意の比例及び非比例負荷によって等方硬化を生じない領域と考えることができる。

(12) 単純ねじり及び十字サイクル(B)の場合には、先行サイクルによる繰返し硬化は、後続の小さな振幅のサイクルによって、処女材に後続サイクルを直接与えた場合の水準にまで完全に回復した。これに対し円形サイクルの場合には、後続サイクルによる繰返し硬化の飽和値は処女材に対する値までは回復せず、先行繰返し履歴の若干の残留が認められた。このことは、円形サイクルの下で形成された転位構造が、単純ねじり及び十字サイクル(B)に比べて著しく不動化しており、後続する小さな振幅のサイクルによっては、このような不動化した転位構造が再可動化しにくいことを意味する。また上述の残留履歴は、過去の最大の塑性ひずみ振幅によって支配されることもわかった。

つづく第5章では、最後の課題(Ⅲ)、すなわち異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性を検討した。この章で得られた結果を要約すると次のとおりである。

(13) 経路形状が合同であって、方位だけが異なる繰返し塑性ひずみ経路を順に与える2種類の実験、すなわち引き張り–圧縮サイクルののちねじりサイクルを与える実験及び一つの十字サイクルののち異なった方位を持つ他の十字サイクルを与える実験において、後者では、経路変更直後にほとんど硬化が認められなかったのに対し、前者では、不連続的な応力振幅の増加、すなわち交差効果が認められた。この増加量は次第に減衰し、十分に大きな累積塑性ひずみ量を与えた段階では、ほぼ0に近づく傾向が認められた。

(14) 等しい繰返し硬化を示す $\Delta e^p/2 = 0.6, 0.125, 0.09\%$ の単純ねじり、十字及び円形サイクルの3種類の繰返し経路のうちの二つを組合せる実験を行ったところ、十字サイクルと円形サイクルに関しては、両者はほぼ等価に扱えることがわかった。これに対し、円形サイクルからねじりサイクルへ経路を変更する実験では、後続サイクルにおける繰返し硬化は処女材に対する繰返し硬化の飽和値まで回復しなかった。しかし、この

残留値はそれほど顕著なものではなかった。

(15) 処女材に対する繰返し硬化の飽和値が等しい $\Delta e^P / 2 = 0.6\%$ の単純ねじりサイクルあるいは $\Delta e^P / 2 = 0.09\%$ の円形サイクルののち、それよりも繰返し硬化の小さい $\Delta e^P / 2 = 0.1\%$ の単純ねじりサイクルを与える実験によってその回復挙動を比較したところ、前者では先行サイクルの履歴効果がほとんど認められなかったのに対し、後者では若干存在した。

(16) 以上(13)–(15)の結論を総合すると、異なる繰返し塑性ひずみ経路間での繰返し硬化の等価性は厳密には成立しないが、しかしそれを仮定することによる誤差は、非比例繰返し負荷の下での著しい硬化を対象とするかぎり、二次的なものとみなしうる。

これまでの実験的検討から得られた知見に基づき、第6章では本研究の主題である繰返し塑性構成式を定式化した。その内容は次のようにまとめられる。

(17) 結論(10)と(11)に基づき、まず塑性ひずみ空間に2種類の非硬化領域を導入した。第1の領域は、任意の比例負荷によって等方硬化を生じない領域と定義し、比例非硬化領域と呼ぶ。一方第2の領域は、あらゆる比例及び非比例負荷によって等方硬化を生じない領域と定義し、完全非硬化領域と呼ぶ。このとき完全非硬化領域は、明らかに比例非硬化領域の内部に位置する。本研究ではこれらの領域を、いずれも塑性ひずみ空間における超球領域で近似した。

(18) 次に結論(16)に従い、種々の形状及び振幅の繰返し経路は、処女材に対する応力振幅の飽和値によって順序づけが可能であることを示した。これから、飽和段階での繰返し硬化の大きさは、経路の形状及び振幅にかかわらず、一つのスカラ等方硬化変数 q によって記述できると仮定した。

(19) また、上述の完全及び比例非硬化領域の大きさ ρ 及び $\bar{\rho}$ と、等方硬化変数 q の値とが、一義的に関連することを示した。

(20) 完全非硬化領域の大きさ ρ の発展式は、結論(4)で述べた非比例負荷に対する硬化の機構に基づいて定式化した。すなわち ρ は、塑性ひずみ点がこの領域の境界上にあり、かつ外向きに変化するときに限って発達し、またこの領域の外向き法線方向に対して 45° をなす方向に塑性ひずみが増加するとき、 ρ の変化率が最大となると仮定した。これに対し、比例非硬化領域の大きさ $\bar{\rho}$ に対する発展式は、比例負荷による硬化の機構、すなわち Ohno [45–48] によって提案された機構を用いて定式化した。

(21) 一方、完全非硬化領域の中心 α に対する発展式は、二つの非硬化領域が決して交差しない条件と、完全非硬化領域に対する適応条件を用いて定めた。さらに比例非硬化領域の中心 $\bar{\alpha}$ の発展式は、この面に対する適応条件のほか、二、三の物理的な仮定を用いて導いた。

(22) 塑性ひずみ空間での以上の二つの領域のほか、Kriegの2曲面塑性理論〔32〕に従って、偏差応力空間における二つの曲面、すなわち負荷面と限界面を導入した。前者は弾性範囲を規定する面であり、後者は負荷面の中心の非線形移動硬化を記述するための補助面である。このとき、これらの面を偏差応力空間での超球で近似し、またその大きさ K 及び \bar{K} を、前述の知見(18)に従って等方硬化変数 q だけの関数として表現した。

(23) 負荷面と限界面の中心 R 及び \bar{R} 、並びに等方硬化変数 q に対する発展式を、大野〔48〕と同様の方法で定式化した。

(24) 塑性ひずみ速度が関連流れ則によって定められると仮定し、負荷面に対する適応条件を用いることによって、塑性ひずみ速度と応力速度の関係を定式化した。

(25) 本研究で提案する非弾性構造解析用繰返し塑性構成式は、結論(24)で述べた塑性ひずみ速度と応力速度の関係式と、結論(20)、(21)、(23)で述べた各内部状態変数に対する発展式によって与えられる。

最後の第7章では、第6章で提案した構成式に含まれる材料定数と材料関数の決定方法を明らかにし、またこの構成式による予測値と、第3章及び第4章で述べた実験結果を比較することによって、その精度と妥当性を検討した。その結果得られた知見は次のようにまとめられる。

(26) 第6章で定式化した構成式は、5次元ベクトル表示を用いると都合よく表示することができる。

(27) 典型的な荷重条件、すなわち単調単純負荷、一定塑性ひずみ振幅単純完全面振りサイクル、円形塑性ひずみサイクルの下での応力－塑性ひずみ関係、限界応力－塑性ひずみ関係、限界応力振幅－塑性ひずみ振幅関係に対する予測値の解析的表示を求め、この構成式に含まれる8個の材料定数と1個の材料関数を、上述の荷重条件に対する実験結果から系統的かつ容易に定めうることを示した。

(28) この研究の実験で使用した316ステンレス鋼に対して材料定数と材料関数を決定し、種々の経路形状の非比例繰返し負荷、振幅変動を伴う非比例繰返し負荷などの荷重条件の下で計算を行った。これによりこの構成式が対応する実験結果をほぼ妥当な精度で予測することを確認した。

(29) 本研究で提案した構成式は、内部状態変数を用いる塑性流れ理論の範ちゅうに属し、しかもその構造は従来のこの種の構成式に比べてそれほど複雑ではない。したがってそれらの構成式と同様、容易に非弾性構造解析用プログラムに組込むことができる。特に、最近提案されたMcDowellの構成式〔53, 54〕に比べれば、本構成式ははるかに単純であり、しかも材料定数と材料関数の決定方法も容易である。

(30) また、提案した構成式をさらに発展させるためには、第7章での精度と妥当性を検討する際に指摘した二、三の問題点、例えば繰返し硬化の回復等の効果を考慮する必要がある。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり終始懇切な御指導と御鞭撻を賜った名古屋大学工学部村上澄男教授並びに田中英一助教授に厚く御礼申し上げます。

また本論文の内容に関し、有益な御教示と御批判を賜った名古屋大学工学部清家政一郎教授並びに河合望教授に深く感謝します。

さらに博士課程前期課程においてゆき届いた御指導を賜った愛知工業大学大橋義夫教授（名古屋大学名誉教授）並びに本研究の実施にあたり種々の御援助を頂いた名古屋大学工学部機械学科材料力学講座の各位に感謝の意を表します。

最後に、本研究の実験結果の数値処理、図形処理並びに構成式の計算機シミュレーションに際して名古屋大学大型計算機センターを利用したことを付記し、謝意を表します。

参 考 文 献

- [1] 非弾性構造解析法実用化研究分科会 (主査 山田嘉昭), 非弾性解析の設計への適用方法に関する研究 (II), (昭和56), 日本機械学会.
- [2] Lamba, H. S., and Sidebottom, O. M., "Cyclic Plasticity for Nonproportional Paths: Part 1 - Cyclic Hardening, Erasure of Memory, and Subsequent Strain Hardening Experiments," ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol.100, 1978, pp.96-103.
- [3] Lamba, H. S., and Sidebottom, O. M., "Cyclic Plasticity for Nonproportional Paths: Part 2 - Comparison with Predictions of Three Incremental Plasticity Models," ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol.100, 1978, pp.104-111.
- [4] Kanazawa, K., Miller, K. J., and Brown, M. W., "Cyclic Deformation of 1% Cr-Mo-V Steel Under Out-of-Phase Loads," Fatigue of Engineering Materials and Structures, Vol.2, 1979, pp.217-228.
- [5] McDowell, D. L., "On the Path Dependence of Transient Hardening and Softening to Stable States Under Complex Biaxial Cyclic Loading," Constitutive Laws for Engineering Materials/Theory and Application/, Proceedings of the International Conference (ed. by Desai, C. S., and Gaillagher, R. H.), 1983, pp.125-132.
- [6] Nouailhas, D., Policella, H., and Kaczmarek, H., "On the Description of Cyclic Hardening Under Complex Loading Histories," Constitutive Laws for Engineering Materials/Theory and Application/, Proceedings of the International Conference (ed. by Desai, C. S., and Gaillagher, R. H.), 1983, pp.45-49.
- [7] Ohashi, Y., Kawai, M., and Kaito, T., "Inelastic Behaviour of Type 316 Stainless Steel Under Multiaxial Nonproportional Cyclic Stressings at Elevated Temperature," ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol.107, 1985, pp.101-109.
- [8] Ohashi, Y., Tanaka, E., and Ōoka, M., "Plastic Deformation Behavior of Type 316 Stainless Steel Subject to Out-of-Phase Strain Cycles," ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol.107, 1985, pp.286-292.
- [9] Krempl, E., and Lu, H., "The Hardening and Rate-Dependent Behavior of Fully Annealed AISI Type 304 Stainless Steel Under Biaxial In-Phase and Out-of-Phase Strain Cycling at Room Tempera-

- ture," ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol.107, 1984, pp.376-382.
- [10] Nishino, S., Hamada, N., Sakane, M., Ohnami, M., Matsumura, N., and Tokizane, M., "Micro-structural Study of Cyclic Strain Hardening Behaviour in Biaxial Stress State at Elevated Temperature," Fatigue of Engineering Materials and Structures, (submitted).
- [11] 田中英一・村上澄男・大岡昌博, "多軸非比例塑性ひずみサイクルにおける繰返し硬化のひずみ経路形状履歴依存性," 日本機械学会論文集 (A編), 51巻468号 (昭60-8), pp.1941-1950.
- [12] 田中英一・村上澄男・大岡昌博, "多軸非比例塑性ひずみサイクルにおける繰返し硬化の振幅履歴依存性," 日本機械学会論文集 (A編), 51巻469号 (昭60-9), pp.2162-2171.
- [13] Tanaka, E., Murakami, S., and Ōoka, M., "Effects of Plastic Strain Amplitudes on Non-Proportional Cyclic Plasticity," Acta Mechanica, (in press) .
- [14] Tanaka, E., Murakami, S., and Ōoka, M., "Effects of Strain Path Shapes on Non-Proportional Cyclic Plasticity," Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol.33, 1985, pp.559-575.
- [15] 田中英一・村上澄男・大岡昌博・永井孝幸, "多軸非比例塑性ひずみサイクルにおける経路形状の等価性と繰返し硬化の回復," 日本機械学会論文集 (A編), (印刷中) .
- [16] Weng, G. J., "Constitutive Equations of Single Crystals and Polycrystalline Aggregates Under Cyclic Loading," International Journal of Engineering Science, Vol.18, 1980, pp.1385-1397.
- [17] 徳田正孝・加藤秀幸, "多結晶金属の塑性挙動における多重すべりの役割," 日本機械学会論文集 (A編), 51巻467号 (昭60-7), pp.1741-1749.
- [18] Valanis, K. C., "A Theory of Viscoplasticity Without a Yield Surface - Part I. General Theory," Archiwum Mechaniki Stosowanej, Vol.23, 1971, pp.517-533.
- [19] Valanis, K. C., "A Theory of Viscoplasticity Without a Yield Surface - Part II. Application to Mechanical Behavior of Metals," Archiwum Mechaniki Stosowanej, Vol.23, 1971, pp.535-551.
- [20] Wu, H. C., and Yip, M. C., "Endochronic Description of Cyclic Hardening Behavior for Metallic Materials," ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol.103, 1981, pp.212-217.
- [21] Valanis, K. C., and Lee, C. F., "Some Recent Developments of the Endochronic Theory with Applications," Nuclear Engineering and Design, Vol.69, 1982, pp.327-344.
- [22] Valanis, K. C., and Fan, J., "Endochronic Analysis of Cyclic Elastoplastic Strain Fields in a Notched Plate," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.50, 1983, pp.789-794.

- [23] Watanabe, O., and Atluri, S. N., "A New Endochronic Approach to Computational Elastoplasticity: Example of a Cyclically Loaded Cracked Plate," ASME Journal of Applied Mechanics, (in press).
- [24] Hill, R., The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford, 1950; 鷲津久一郎・山田嘉昭・工藤英明 共訳, 塑性学, (昭29), 培風館.
- [25] Prager, W., "Recent Developments in the Mathematical Theory of Plasticity," Journal of Applied Physics, Vol.20, 1949, pp.235-241.
- [26] Ziegler, H., "A Modification of Prager's Hardening Rule," Quarterly of Applied Mathematics, Vol.7, 1959, pp.55-65.
- [27] 山田嘉昭, 塑性・粘弾性, (昭55), 培風館.
- [28] 山田嘉昭・横内康人, 有限要素法による弾塑性解析プログラミングーEPICIV解説ー, (昭56), 培風館.
- [29] Kalnins, A., and Updike, D. P., "Cyclic Elastic-Plastic Analysis of Pressure Vessel Components," Transactions of 8th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Vol.1, Noth-Holland, 1985, Paper No. L7/1, pp.329-335.
- [30] Mróz, Z., "On the Description of Anisotropic Workhardening," Acta Mechanica, Vol.1, 1967, pp.163-175.
- [31] Mróz, Z., "An Attempt to Describe the Behavior of Metals Under Cyclic Loads Using a More General Workhardening Model," Acta Mechanica, Vol.7, 1969, pp.199-212.
- [32] Krieg, R. D., "A Practical Two Surface Plasticity Theory," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.42, 1975, pp.641-646.
- [33] Dafalias, Y. F., and Popov, E. P., "A Model of Nonlinearly Hardening Materials for Complex Loading," Acta Mechanica, Vol.21, 1975, pp.173-192.
- [34] Dafalias, Y. F., and Popov, E. P., "Plastic Internal Variables Formulation of Cyclic Plasticity," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.43, 1976, pp.645-651.
- [35] Hasiguchi, K., "Constitutive Equations of Elastoplastic Materials with Anisotropic Hardening and Elastic-Plastic Transition," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.48, 1981, pp.297-301.
- [36] Bruhns, O. T., and Müller, R., "Some Remarks on the Application of a Two-Surface Model in

- Plasticity," *Acta Mechanica*, Vol. 53, 1984, pp. 81-100.
- [37] Eisenberg, M. A., and Phillips, A., "On Non-linear Kinematic Hardening," *Acta Mechanica*, Vol. 5, 1968, pp. 1-13.
- [38] Mróz, Z., Shrivastava, H. P., and Dubey, R. N., "A Non-Linear Hardening Model and Its Application to Cyclic Loading," *Acta Mechanica*, Vol. 25, 1976, pp. 51-61.
- [39] Chaboche, J. L., and Rousselier, G., "On the Plastic and Viscoplastic Constitutive Equations - Part 1: Rules Developed with Internal Variable Concept," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 105, 1983, pp. 153-158.
- [40] Corum, J. M., Greenstreet, W. L., Liu, K. C., Pugh, C. E., and Swideman, R. W., "Interim Guidelines for Detailed Inelastic Analysis of High-Temperature Reactor System Components," Oak Ridge National Laboratory Report ORNL-5014, 1974, pp. 69-87.
- [41] Eisenberg, M. A., "A Generalization of Plastic Flow Theory with Application to Cyclic Hardening and Softening Phenomena," *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 98, 1976, pp. 221-228.
- [42] Drucker, D. C., and Palgen, L., "On Stress-Strain Relations Suitable for Cyclic and Other Loading," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 48, 1981, pp. 479-485.
- [43] 石川博将, "繰返し負荷を受ける材料の塑性流れ (第1報, 理論の提案)," *日本機械学会論文集 (A編)*, 50巻452号 (昭59-4), pp. 729-736.
- [44] Chaboche, J. L., Dang Van, K., and Cordier, G., "Modelization of the Strain Memory Effect on the Cyclic Hardening of 316 Stainless Steel," *Transactions of 5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Vol. L, North-Holland, 1979, Paper No. L11/3.
- [45] 大野信忠, "非硬化ひずみ領域を考慮した繰返し塑性構成式," *日本機械学会論文集 (A編)*, 48巻434号 (昭57-10), pp. 1342-1350.
- [46] Ohno, N., "A Constitutive Model of Cyclic Plasticity with a Nonhardening Strain Region," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 49, 1982, pp. 721-727.
- [47] Ohno, N., and Kachi, Y., "Description of Stress-Controlled Cyclic Plasticity Using the Cyclic Nonhardening Region Model," *Transaction of 8th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Vol. L, North-Holland, 1985, Paper No. L2/2, pp. 57-64.

- [48] 大野信忠・加智義文・村上澄男, "非線形硬化材料の繰返し塑性構成式," 日本機械学会論文集 (A編), 51巻470号 (昭60-10), pp.2349-2358.
- [49] Dafalias, Y. F., "A Novel Bounding Surface Constitutive Law for the Monotonic and Cyclic Hardening Response of Metals," Transaction of 6th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Vol.L, North-Holland, 1981, Paper No.L3/4.
- [50] Marjanović, R., and Szczepiński, W., "Yield Surfaces of the M-63 Brass Prestrained by Cyclic Biaxial Loading," *Archiwum Mechaniki Stosowanej*, Vol.26, 1974, pp.311-320.
- [51] Marjanović, R., and Szczepiński, W., "On the Effect of Biaxial Cyclic Loading on the Yield Surface of M-63 Brass," *Acta Mechanica*, Vol.23, 1975, pp.65-74.
- [52] Śliwowski, M., "Behaviour of Stress-Strain Diagrams for Complex Cyclic Loading," *Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences*, Vol.27, 1979, pp.115-124.
- [53] McDowell, D. L., "A Two Surface Model for Transient Nonproportional Cyclic Plasticity: Part 1 Development of Appropriate Equations," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.52, 1985, pp.298-302.
- [54] McDowell, D. L., "A Two Surface Model for Transient Nonproportional Cyclic Plasticity: Part 2 Comparison of Theory with Experiments," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.52, 1985, pp.303-308.
- [55] Ohashi, Y., Tokuda, M., and Yamashita, H., "Effect of Third Invariant of Stress Deviator on Plastic Deformation of Mild Steel," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol.23, 1975, pp.295-325.
- [56] Fung, Y. C., *Foundations of Solid Mechanics*, 1965, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey ; 大橋義夫・村上澄男・神谷紀生共訳, 固体の力学/理論, (昭45), 培風館.
- [57] 北川浩, 塑性力学の基礎, (昭54), 日刊工業新聞社.
- [58] Ohashi, Y., and Tokuda, M., "Precise Measurement of Plastic Behaviour of Mild Steel Tubular Specimens Subjected to Combined Torsion and Axial Force," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol.21, 1973, pp.241-261.
- [59] Tanaka, E., Murakami, S., and Ōoka, M., "A Constitutive Model of Cyclic Plasticity in Multi-axial Non-Proportional Loading," *Transactions of the 8th International Conference on Structur-*

al Mechanics in Reactor Technology, Vol. L, North-Holland, 1985, Paper No. L2/4, pp. 71-77.

- 〔60〕 田中英一・村上澄男・大岡昌博, "非比例負荷に対する繰返し塑性構成式の定式化(第1報: 基礎概念の定式化と基礎式の展開)", "日本機械学会論文集(A編)", (掲載決定).
- 〔61〕 田中英一・村上澄男・大岡昌博, "非比例負荷に対する繰返し塑性構成式の定式化(第2報: 材料定数と材料関数の決定方法, ならびに構成式の実験的検討)", "日本機械学会論文集(A編)", (掲載決定).

発表論文並びに業績リスト

I 学位論文に関係のある論文

論 文 題 目	発 表 雑 誌	共同研究者
多軸非比例塑性ひずみサイクルにおける繰返し硬化のひずみ経路形状履歴依存性	日本機械学会論文集, 51-468, A (昭60-8), 1941.	田 中 英 一 村 上 澄 男
多軸非比例塑性ひずみサイクルにおける繰返し硬化の振幅履歴依存性	日本機械学会論文集, 51-469, A (昭60-9), 2162.	田 中 英 一 村 上 澄 男
A Constitutive Model of Cyclic Plasticity in Multiaxial Non-Proportional Loading	Transactions of the 8th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Vol.L, North-Holland, 1985, Paper No.L2/4, 71.	E. Tanaka S. Murakami
Effects of Strain Path Shape on Non-Proportional Cyclic Plasticity	J. Mech. Phys. Solids, Vol.33, 1985, 559.	E. Tanaka S. Murakami
Effects of Plastic Strain Amplitude on Non-Proportional Cyclic Plasticity	Acta Mechanica, (in press).	E. Tanaka S. Murakami
多軸非比例塑性ひずみサイクルにおけるひずみ経路形状の等価性と繰返し硬化の回復	日本機械学会論文集 (A編), (掲載決定).	田 中 英 一 村 上 澄 男 永 井 孝 幸
非比例負荷に対する繰返し塑性構成式の定式化 (第1報: 基礎概念の定式化と基礎式の展開)	日本機械学会論文集 (A編), (掲載決定).	田 中 英 一 村 上 澄 男
非比例負荷に対する繰返し塑性構成式の定式化 (第2報: 材料定数と材料関数の決定法ならびに構成式の実験的検討)	日本機械学会論文集 (A編), (掲載決定).	田 中 英 一 村 上 澄 男

Ⅱ その他の論文

論文題目	発表雑誌	共同研究者
位相差ひずみサイクルを受ける316ステンレス鋼の塑性変形挙動	日本機械学会論文集, 51-461, A (昭60-1), 38.	大橋 義夫 田中 英一
Plastic Deformation Behavior of Type 316 Stainless Steel Subject to Out-of-Phase Strain Cycles	Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol., vol.107, (1985), 286.	Y. Ohashi E. Tanaka