

多相デトネーション伝播の速度と機構

名古屋大学図書
和 892654

長谷川 達也

目 次

| | | |
|---------|---------------------------|----|
| 第 I 章 | 序論 | 5 |
| | 参考文献 | 9 |
| 第 II 章 | 気泡を含む二相衝撃波流研究の周辺 | |
| II-1 | はじめに | 10 |
| II-2 | 気泡の上昇運動 | 11 |
| II-3 | 球形気泡の運動 | 16 |
| | (1) 非粘性非圧縮性液体中の運動 | |
| | (2) 粘性, 圧縮性液体中の運動 | |
| | (3) 熱輸送及び物質輸送の効果 | |
| II-4 | 非球形気泡の運動 | 31 |
| | 参考文献 | 35 |
| | 第 II 章の図表 | 38 |
| 第 III 章 | 気泡を含む液体中の衝撃波 | |
| III-1 | はじめに | 45 |
| III-2 | 気泡を含む液体中のステップ状微小 圧力波伝播 | 47 |

| | | |
|-----|-----------------------------|-----|
| | (1) 波動方程式 | |
| | (2) ステップ状微小圧力波の伝播 | |
| Ⅲ-3 | 気泡振動の解析 | 59 |
| Ⅲ-4 | 気泡を含む液体中の衝撃波伝播実験 | 63 |
| | (1) 実験装置 | |
| | (2) 液体中の衝撃波伝播 | |
| | (3) 水中気泡の挙動 | |
| | (4) グリセリン中気泡の挙動 | |
| Ⅲ-5 | まとめ | 74 |
| | 参考文献 | 75 |
| | 第Ⅲ章の図表 | 77 |
| 第Ⅳ章 | 変分法を用いた衝撃波による非球形 気泡の変形解析 | |
| Ⅳ-1 | はじめに | 107 |
| Ⅳ-2 | 理論解析 | 108 |
| | (1) 基礎方程式 | |
| | (2) 変分法による解析 | |
| | (3) 無次元化 | |
| | (4) 計算条件 | |

| | | |
|-----|------------------|-----|
| Ⅳ-3 | 計算結果と考察 | 118 |
| | (1) 水中気泡の変形 | |
| | (2) グリセリン中気泡の変形 | |
| Ⅳ-4 | まとめ | 126 |
| | Appendix | 128 |
| | 参考文献 | 131 |
| | 第Ⅳ章の図表 | 132 |
| 第Ⅴ章 | 気泡デトネーションの伝播 | |
| Ⅴ-1 | はじめに | 151 |
| Ⅴ-2 | 衝撃波による酸水素気泡の爆発 | 151 |
| | (1) 実験装置 | |
| | (2) 気泡爆発の起こる場合 | |
| | (3) 気泡爆発の起こらない場合 | |
| Ⅴ-3 | 爆発する気泡の一次元非定常解析 | 157 |
| | (1) 基礎方程式と問題の定式化 | |
| | (2) 計算結果と考察 | |
| Ⅴ-4 | 気泡デトネーションの伝播 | 168 |
| | (1) 実験装置 | |
| | (2) 気泡デトネーションの伝播 | |

| | | |
|-------|---------------------------|-----|
| | (3) 気泡デトネーションの伝播機構 | |
| V-5 | まとめ | 177 |
| | 参考文献 | 178 |
| | 第V章の図表 | 179 |
| 第VI章 | 酸水素デトネーションの伝播速度と 管壁の効果 | |
| VI-1 | はじめに | 212 |
| VI-2 | アルミナ管中のデトネーション伝播 | 214 |
| | (1) 実験 | |
| | (2) 速度減少の解析 | |
| | (3) 結果と考察 | |
| VI-3 | 管径，表面粗さの影響 | 225 |
| | 参考文献 | 229 |
| | 第VI章の図表 | 230 |
| 第VII章 | 結論 | 244 |
| | 謝辞 | 250 |
| | 発表論文 | 252 |

第I章 序論

デトネーション研究は単相デトネーションの機構が解明されるにつれ、災害においてしばしば現われる多相デトネーションの解明へ進んできている。多相デトネーションには様々な形態があり、炭鉱や製粉工場で起こる粉じんデトネーション¹⁾、燃料が空气中に飛散して起こる噴霧デトネーション^{2), 3)}、燃料で壁が濡れた管中で起こるフィルムデトネーション^{4), 5)}、気泡を含む液体、スラリー、固体等の爆薬や推進薬のデトネーション^{6), 7)}、相変化に伴う発熱によってデトネーション波として伝播する相変化デトネーション^{8), 9)}などが研究されてきている。

本研究で取り上げるのは、このように多様な多相デトネーションの中でも気泡を含む媒質中のデトネーション及び壁面の影響を受ける気相デトネーションについてである。気泡を含む媒質中のデトネーションには気泡を含む爆薬、推進薬のデトネーションや反応性気泡を含む液体中のデトネーション、即ち気泡が自らの爆

発によって次々に爆発していく気泡デトネーションの問題などが含まれている。

スラリー爆薬などの気泡を含む爆薬は直径 $100\ \mu\text{m}$ 程の気泡を体積の $30\sim40\%$ 含んでおり、その中を伝播するデトネーションは、衝撃波で圧縮された気泡が高温高圧のホットスポットを形成し^{(10), (11)} それを誘起して伝播していくと言われている。このホットスポットが形成される機構^{(12), (13)} として、断熱圧縮で生じる高温によるとする説^{(14), (15)}、いったん圧縮された気泡が再膨張する際に生じる衝撃波によるとする説^{(16), (17)}、そして気泡が非球形状に変形して生じるマイクロジェットの水撃作用によるとする説^{(18), (19)} が提案されているが、現在のところ明確にわからない状況である。

また気泡デトネーションは原子炉の沸騰により生じると言われている酸水素気泡や燃料中の気泡の爆発と関わっており、今までに取り上げられなかったデトネーション形態である。

本研究はこれらの多相媒質中のデトネーション伝播の速度と機構を解明することを目的として進められた。

第II章では本研究の基礎となっている気泡力学研究の発展についてまとめが行なわれた。

第III章では気泡を含む液体中の衝撃波伝播と気泡の挙動が調べられた。まず均一に気泡を含む液体中における微小圧力波伝播の様子が線形化された二相流方程式を用いて調べられ、次に気泡の圧縮による運動が解析された。そして水とグリセリン及び数種類の気泡を用いた縦型衝撃波管による実験で気泡の挙動が観察されるとともに、理論値との比較が行なわれた。

第IV章では第III章で観察された非球形気泡の変形を説明するためにルジャンドル多項式を用いた解析が行なわれ、液体の流れや初期形状などのパラメータの違いによる影響が調べられた。

第V章では70% A_r + 30% ($2H_2 + O_2$) 酸水素気泡を含むグリセリン中に気泡デトネーションを発生させ、その圧力波形、伝播速度、気泡の挙動が観察された。また酸水素反応を考慮した気泡運動が計算され、実験結果と比較された。最後に気泡デトネーションの伝播速度が現象論的モデルに基づいて定式化され、そ

の正当性が検討された。

第VI章では細いアルミナ管内における酸水素デトネーションの速度減少が測定され、触媒作用と水の吸着を考慮したデトネーション速度の理論計算値と比較された。また管径、触媒性、表面粗さ、熱拡散係数の異なる管を用いてデトネーション速度が測定され、速度減少の原因が調べられた。

参 考 文 献

- 1) Zalesiński, M. and Wójcicki, S., Progress in Astronautics and Aeronautics, 75 (1981), AIAA, 439.
- 2) Ragland, K.W., Dabora, E.K. and Nicholls, J.A., Phys. Fluids, 11 (1968), 2377.
- 3) Korobeinikov, V.P., Acta Astronautica, 6 (1979), 931.
- 4) Fujitsuna, Y., Acta Astronautica, 6 (1979), 785.
- 5) 長谷川 和俊, 安全工学, 18-4 (1979), 216.
- 6) Schilperoord, A.A., Proc. 6th Detonation Symposium, 1976, 354.
- 7) 服部 勝英, 深津 嘉章, 酒井 洋, 工業火薬, 43 (1982), 295.
- 8) Rabie, R.L., Fowles, G.R. and Fickett, W., Phys. Fluids, 22 (1979), 422.
- 9) Tsuge, S. and Kadowaki, S., 8th Colloq. on Gasdynamics of Explosion and Reactive Systems, 1981, to be published.
- 10) Campbell, A.W., Davis, W.C. and Travis, J.R., Phys. Fluids, 4 (1961), 498.
- 11) Coley, G.D. and Field, J.E., Proc. Roy. Soc. A, 335 (1973), 67.
- 12) Johansson, C.H. and Person, P.A., Detonics of High Explosives, 1970, Academic Press.
- 13) Chaudhri, M.M. and Field, J.E., Proc. Roy. Soc. A, 340 (1974), 113.
- 14) Johansson, C.H., Persson, P.A. and Selberg, H.L., Proc. 6th Sympo. Combustion, 1957, 606.
- 15) 花崎 紘一, 寺田 孚, 工業火薬, 42 (1981), 161.
- 16) Mader, C.L., Phys. Fluids, 6 (1963), 375.
- 17) Mader, C.L., Phys. Fluids, 8 (1965), 1811.
- 18) Bowden, F.P. and McOnie, M.P., Proc. Roy. Soc. A, 298 (1967), 38.
- 19) Bowden, F.P. and McOnie, M.P., Nature, 206 (1965), 380.

第II章 気泡を含む二相衝撃波流研究の周辺

II-1 はじめに

本論文は気泡を含む液体中の衝撃波や気泡デトネーションを研究対象としており、気泡力学と気液二相流についての知識の上に成り立っている。気泡を含む液体中の衝撃波伝播の研究に関してはIII章で多少触れるので、本章では個々の気泡の運動を取扱う気泡力学の発展を追ってみる。

気泡力学は古くはキャビテーションの研究^{1), 2), 3), 4), 5)}、近年では化学工学における気液接触装置内の現象解明⁶⁾、水中爆発で生じる気泡の運動^{7), 8), 9)}、最近では生物流体力学¹⁰⁾などに関わって発展を遂げてきた分野である。そしてその研究対象も解析の容易な球形気泡から非球形気泡、熱や物質輸送の効果、非線形振動などの複雑な問題へ進んできている。

キャビテーションによる損傷機構としては、気泡が圧縮されて再膨張する際に気泡内圧力が1000 atm以上になって発生する衝撃波によるとする説と、非球

形的に気泡が変形して生じるマイクロジェットによる
とする説があるが、気泡を含む爆薬のデトネーション
機構と同様に明確になっていない状況である。

本章では本研究と関連の深い気泡の上昇運動、単一
球形気泡の運動、非球形気泡の運動を取り上げ、まと
めを行なう。

II-2 気泡の上昇運動

ニュートン流体中を自由上昇する単一気泡の形は図
2-1に示されるチャートの様に分類される¹⁾。ここで
横軸にはエトバス数 $E \equiv g \rho d^2 / \sigma$ ，横軸にレイノル
ズ数 $Re \equiv d U \rho / \mu$ がとってあり，図中の斜線群は右
縦軸に示されるモルトン数 $M \equiv g \mu^4 / \rho \sigma^3$ が一定の線
である。 d ；球相当径（非球形気泡の体積から求めた
球直径）， U ；気泡の上昇速度， ρ ；液体の密度， μ
；液体の粘性， g ；重力加速度， σ ；表面張力である。

この図を用いると気泡径と液体の物性がわかれば気
泡形状と上昇速度が推定できる。図2-1の気泡形ス
ケッチはそれぞれ領域に対応している。例えば本論

文Ⅲ章，Ⅴ章では衝撃波管内を上昇する水中気泡は偏平楕円体で $d = 4 \text{ mm}$ ，グリセリン中気泡は偏平楕円体もしくは楕円笠状で $d = 10 \sim 15 \text{ mm}$ であった。この時のエトベス数 E とモルトン数 M を計算すると，水中気泡では $E = 12.5$ ， $M = 2.57 \times 10^{-11}$ となり，図 2-1 上の偏平楕円体気泡 (0e) の領域の ● 印に対応し実験事実と一致する。グリセリン中気泡では $E = 19.54 \sim 43.96$ ， $M = 1.52 \times 10^2$ であるから，図 2-1 上で $d = 10 \text{ mm}$ の時 ○ 印， $d = 15 \text{ mm}$ の時 △ 印に対応し， $d = 10 \text{ mm}$ では偏平楕円気泡 (0e)， $d = 15 \text{ mm}$ では楕円笠状気泡 (0ec) で実験と一致している。また各点のレイノルズ数を読み取って気泡の上昇速度を求めれば，水中気泡では $U = \text{約 } 25 \text{ cm/sec}$ ，グリセリン中気泡では $U = 4 \sim 6 \text{ cm/sec}$ となる。

気泡の上昇速度は球形の場合気泡径に比例して増加するが，楕円体になると上昇経路がらせん状またはジグザグ状となり，上昇速度は気泡径とともに減少するようになる。さらに気泡径が大きくなりキノコ笠状になると再びまっすぐ上昇するようになる。

球形気泡の上昇速度や抵抗係数については様々な理論解析が行なわれており、レイノルズ数 $Re < 1$ の場合には、Hadamard - Rybczynski の式¹²⁾

$$C_D = \frac{8}{Re} \left(\frac{2+3K}{1+K} \right), \quad U = \frac{(\rho - \rho') g d^2}{6\mu} \left(\frac{1+K}{2+3K} \right) \quad (2-1)$$

ρ', μ' ; 分散相の密度, 粘性
 $K \equiv \mu' / \mu$

より球形気泡に対しては $K \rightarrow 0$ として

$$C_D = \frac{16}{Re}, \quad U = \frac{\rho g d^2}{12\mu}, \quad (2-2)$$

固体球に対しては $K \rightarrow \infty$ として

$$C_D = \frac{24}{Re}, \quad U = \frac{(\rho - \rho') g d^2}{18\mu} \quad (\text{ストークスの式}) \quad (2-3)$$

を得る。また Taylor & Acrivos¹³⁾ は球形からの微小変形を考慮して摂動法により

$$C_D = \frac{16}{Re} + 2 + 0.4 \ln \left(\frac{Re}{2} \right) + 1.33 \frac{We}{Re} + \dots \quad (2-4)$$

$We \equiv \rho U^2 d / \sigma$ (ウェーバー数)

を得た。

次に $Re \gg 1$ の場合には、気泡周囲の流れをポテンシャル流とみなし、この速度分布を用いて運動エネルギー

一の散逸を計算した Levich の式¹⁴⁾

$$C_D = \frac{48}{Re} \quad , \quad U = \frac{\rho g d^2}{36 \mu} \quad (2-5)$$

や, 気泡周囲の境界層方程式を解析的に解き Levich の式を修正した Moore の式¹⁵⁾

$$C_D = \frac{48}{Re} \left\{ 1 - \frac{2.21}{\sqrt{Re}} + O\left(Re^{-\frac{5}{6}}\right) \right\} \quad , \quad (2-6)$$

球内部の循環を考慮した Chao の式¹⁶⁾

$$C_D = \frac{32}{Re} \left(1 - \frac{0.314}{\sqrt{Re}} \right) \quad (2-7)$$

がある.

楕円体気泡の場合には, 回転運動を行う気泡の上昇速度及び長短径比を求めた Saffman¹⁷⁾ の解, 球形の場合の解を楕円体に拡張した Moore¹⁸⁾ の解があるが, 実験値とは合わないようである.

キノコ笠状気泡では球面を仮定した Davis¹⁹⁾ の解

$$U = 0.667 \sqrt{gR} \quad , \quad R; \text{球半径} \quad (2-8)$$

や, 球形からずれた場合の Collins の解²⁰⁾

$$U = 0.652 \sqrt{g\bar{R}} \quad , \quad \bar{R}; \text{平均曲率半径} \quad (2-9)$$

がある.

これまでの議論は無限空間中での気泡上昇を考えていたが、管中での気泡上昇運動は実際には管壁の影響を受けている。これについては Harberman ⁵ が研究しており、

$$C_D = \frac{16}{f(\lambda) Re} \quad (2-10)$$

$$f(\lambda) = 1 - 1.4034\lambda + 0(\lambda^6) \quad (2-11)$$

$$\lambda = \frac{d}{D} \quad , \quad D ; \text{管径}$$

$$\frac{U}{U_\infty} = f(\lambda) \quad (2-12)$$

U_∞ ; 無限空間中での上昇速度

を得ている⁶⁾。例えば衝撃波管内の気泡(Ⅴ章)の場合 $D = 50 \text{ mm}$, $d = 10 \text{ mm}$ とし $U/U_\infty = 0.719$ であるから、上昇速度は無限空間中の上昇速度の7割近くになる。

また本論文の様に気泡が一列に並んでいる場合には単一気泡の場合と上昇運動は異なってくる。Sonshine ²⁾ は低レイノルズ数で壁効果を受けながら運動する連続固体球を理論解析し、固体球の受ける抵抗は壁の存在により増大するが他の固体球の存在により減少することを示した。

$$\frac{U}{U_0} = 1 - \left(\frac{d}{D}\right) \omega_5 \left(\frac{L}{D}\right) \quad (2-13)$$

$\omega_5 \left(\frac{L}{D}\right)$; 固体球の相互作用係数 (L/D の関数)
 L ; 固体球間距離

この現象は気泡や固体球の後流中に次の気泡や固体球が入ってくるため起こる干渉の結果である。

II-3 球形気泡の運動

(1) 非粘性非圧縮性液体中の運動

非粘性非圧縮性液体中の球形気泡の運動を支配する方程式は

$$\text{(連続の式)} \quad \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u) = 0 \quad (2-14)$$

$$\text{(運動方程式)} \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2-15)$$

である。ここで u ; r 方向の速度, r ; 気泡中心からの距離, ρ ; 液体の密度, p ; 圧力である。(2-14) 式より気泡半径を R とすると

$$r^2 u = \text{const.} = R^2 \dot{R} \quad (2-16)$$

となるから, (2-16) 式より u を (2-15) に代入して

$$\frac{R^2 \ddot{R}}{r^2} + \frac{2R\dot{R}^2}{r^2} - \frac{2\dot{R}^2 R^4}{r^5} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2-17)$$

を得る。(2-17)式を r から ∞ まで積分すると

$$\frac{R^2 \ddot{R}}{r} + \frac{2R\dot{R}^2}{r} - \frac{\dot{R}^2 R^4}{2r^4} = -\frac{1}{\rho} (p_\infty - p) \quad (2-18)$$

となり, 気泡表面での圧力を $p_{r=R}$, $r = R$ とおくと
気泡の運動を支配する Rayleigh の式を得る.

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} (p_{r=R} - p_\infty) \quad (2-19)$$

[気泡の成長]

$t = 0$ で $R = R_0$, $\dot{R} = \ddot{R} = 0$ であつた気泡が $p_{r=R} - p_\infty > 0$ のステップ状圧力を受けて膨張するときの気泡半径の変化は, $t \rightarrow \infty$ で $\ddot{R} = 0$ とおいて(2-19)式より

$$\dot{R}^2 = \frac{2}{3\rho} (p_{r=R} - p_\infty) = \frac{2}{3} \frac{\Delta p}{\rho}$$

従つて

$$R = \sqrt{\frac{2}{3}} t \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} + R_0 \quad (2-20)$$

を得る. これは $t \rightarrow \infty$ での漸近解である. $R \gg R_0$ とし,
係数を一般に K とおくと

$$R = K t \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \quad (2-21)$$

となるが、この式を Knapp の相似則と呼ぶ。

[キャビテーション]

もし気泡内が蒸気で満たされており、圧力 $p_{r=R}$ が一定とみなせる場合には、ステッブ状態に p_∞ が上昇すると (2-19) 式は

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho}(p_{r=R} - p_\infty) = -\frac{\Delta p}{\rho} \quad (2-22)$$

と書ける。(2-22) 式の両辺に $dR^3/dt = 3R^2\dot{R}$ をかけて整理すると

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \dot{R}^2 R^3 \right) = -\frac{\Delta p}{\rho} \frac{dR^3}{dt}, \quad (2-23)$$

時間積分して $R = R_0$ で $\dot{R} = 0$ を用いると

$$\frac{3}{2} \dot{R}^2 R^3 = \frac{\Delta p}{\rho} (R_0^3 - R^3) \quad (2-24)$$

を得る。(2-24) 式より

$$\dot{R} = \frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{3\rho}} \frac{(R_0^3 - R^3)^{\frac{1}{2}}}{R^{\frac{3}{2}}} \quad (2-25)$$

として積分すると、気泡が R_0 から R まで減少する時間

$$t = \sqrt{\frac{3\rho}{2\Delta p}} \int_R^{R_0} \frac{R^{\frac{3}{2}}}{(R_0^3 - R^3)^{\frac{1}{2}}} dR \quad (2-26)$$

である。完全に気泡が消滅するまでの時間は、積分の

下限を 0 とおいて積分を実行し¹⁾

$$\begin{aligned} \tau &= R_0 \sqrt{\frac{\rho}{6\Delta p}} \frac{\Gamma(\frac{3}{6}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{4}{3})} \\ &= 0.91468 R_0 \sqrt{\frac{\rho}{\Delta p}} \end{aligned} \quad (2-27)$$

となる。(2-27)式は気泡内の圧力を 0 と置いて $\Delta p = p_\infty$ とすると Rayleigh の解である。気泡運動に伴う液体中の圧力変化は(2-18)式より

$$p(r, t) = \rho \left\{ \frac{R}{r} (R\ddot{R} + 2\dot{R}^2) - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r}\right)^4 \dot{R}^2 \right\} + p_\infty \quad (2-28)$$

であるが、さらに(2-19)式より $R\ddot{R}$ を代入して

$$p(r, t) = p_\infty + \frac{R}{r} (p_{r=R} - p_\infty) + \frac{1}{2} \rho \frac{R}{r} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r}\right)^3 \right\} \dot{R}^2 \quad (2-29)$$

を得る。これは球座標系のベルヌーイの式である。特に $p_{r=R} = 0$ の場合には、Rayleigh の解に対応する液体中の圧力分布が図 2-2 の様に求められる。

また Rayleigh は等温変化をする気体を含む気泡についても解析を行なっている。この場合

$$p_{r=R} = \frac{p_0 V_0}{V} = \frac{p_0 R_0^3}{R^3} \quad (2-30)$$

なる関係が成立するから、(2-22)式は

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left(\frac{p_0 R_0^3}{R^3} - p_\infty \right) \quad (2-31)$$

となる。両辺に dR^3/dt をかけて整理すると

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \dot{R}^2 R^3 \right) = \frac{p_\infty}{\rho} \frac{dR^3}{dt} - \frac{3p_0 R_0^3}{\rho} \frac{d \ln R}{dt}, \quad (2-32)$$

さらに時間積分して初期条件 $R = R_0$ で $\dot{R} = 0$ より

$$\frac{3}{2} \dot{R}^2 R^3 = \frac{p_\infty}{\rho} (R_0^3 - R^3) - \frac{3p_0 R_0^3}{\rho} \ln \frac{R_0}{R} \quad (2-33)$$

を得る。そして (2-33) 式より \dot{R} を求めると

$$\dot{R} = \left(\frac{2p_\infty}{3\rho} \frac{R_0^3 - R^3}{R^{\frac{3}{2}}} - \frac{2p_0 R_0^3}{\rho R^3} \ln \frac{R_0}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-34)$$

となる。気泡は気体が入っているため $R = 0$ となるこ

とはなく、 $\dot{R} = 0$ の時に最小半径となる。従って (2-34)

式の右辺が 0 となるような R を求めればよい。

一方気泡が断熱変化をする場合には、圧力 $p_{r=R}$ は

$$p_{r=R} = p_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \quad \gamma: \text{比熱比} \quad (2-35)$$

と (2-22) 式に代入し、両辺に dR^3/dt をかければ

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \dot{R}^2 R^3 \right) = \frac{p_\infty}{\rho} \frac{dR^3}{dt} - \frac{3p_0 R_0^{3\gamma}}{\rho} R^{2-3\gamma} \frac{dR}{dt} \quad (2-36)$$

となる。 γ は気体によって異なるが $1 < \gamma < 2$ である

ので

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \dot{R}^2 R^3 \right) = \frac{p_{\infty}}{P} \frac{dR^3}{dt} + \frac{p_0 R_0^{3\gamma}}{P(\gamma-1)} \frac{dR^{3-3\gamma}}{dt} \quad (2-37)$$

と書け、積分して \dot{R} を求めれば

$$\dot{R} = \left\{ \frac{2 p_{\infty}}{3 P} \frac{R_0^3 - R^3}{R^3} - \frac{2 p_0 R_0^{3\gamma}}{3 P(\gamma-1)} \frac{R_0^{3-3\gamma} - R^{3-3\gamma}}{R^3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2-38)$$

となる。従って $\dot{R} = 0$ となる R が最小半径である。

[気泡の微小振動]

気泡が微小な自由振動をする場合には、(2-19)式で $R \rightarrow R_0 + R'$, $p_{r=R} = p_{\infty} + p'$ とおいて二次以上の微小量を省略すると

$$R_0 \frac{d^2 R'}{dt^2} = \frac{p'}{P} \quad (2-39)$$

となる。 p' は(2-30), (2-35)式より線形化して

$$\text{等温変化; } p' = - \frac{3 p_0}{R_0} R' \quad (2-40)$$

$$\text{断熱変化; } p' = - \frac{3\gamma p_0}{R_0} R' \quad (2-41)$$

とおけるから、(2-39)式は

$$\text{等温変化; } \frac{d^2 R'}{dt^2} + \frac{3 p_0}{P R_0^2} R' = 0 \quad (2-42)$$

$$\text{断熱変化; } \frac{d^2 R'}{dt^2} + \frac{3\gamma p_0}{P R_0^2} R' = 0 \quad (2-43)$$

となり，振動周波数はそれぞれ

$$\text{等温変化； } \omega_i = \frac{1}{R_0} \left(\frac{3\beta_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-44)$$

$$\text{断熱変化； } \omega_{ad} = \frac{1}{R_0} \left(\frac{3\gamma\beta_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-45)$$

である。

周囲の圧力場が周期的に変化する場合には

$$p_\infty = \bar{p}_0 (1 + \epsilon e^{i\omega t}) \quad (2-46)$$

において，気泡の調和振動が求められる。

気泡の調和振動が等温変化であるか断熱変化であるかの判断基準は，気泡壁での熱伝達を考慮した Plesset^{22), 23)} の解析により与えられている。また最近では気泡振動の振幅が大きい非線形振動も研究されており，Lauterborn²⁴⁾，Borotnikova & Soloukin⁵⁾，Prosperetti²⁵⁾ により粘性，熱伝達，拡散を含めた方程式が数値的に解かれている。

[表面張力の効果]

これまでの議論においては表面張力が無視されていたが，これを考慮するには気泡内の圧力を p_g ，表面張力係数を σ として

$$p_{r=R} = p_g - \frac{2\sigma}{R} \quad (2-47)$$

とおけばよい。水の場合 $\sigma = 72.75 \text{ dyne/cm}$ であるので、表面張力が圧力 p_g に対して効果をもつのは気泡半径 $R \sim 10 \mu\text{m}$ 以下の時、または安定性解析^{3), 26), 27), 28), 29)} においてである。

(2) 粘性，圧縮性液体中の運動

[粘性の効果]

図 2-3²⁾ に従って気泡表面での薄い操作面を考えると、操作面に働く応力は非圧縮流体では

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -p + 2\tau_{xy} \\ &= -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \end{aligned} \quad (2-48)$$

であり、操作面の両側の応力が釣り合うから

$$\sigma_{xg} = -\sigma_{xL} \quad (2-49)$$

より

$$p_g = p_{r=R} - 2(\mu_g + \mu_l) \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{r=R} \quad (2-50)$$

を得る。連続の式(2-14)より

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{2u}{r} \quad (2-51)$$

であるから, $\partial u / \partial x = \partial u / \partial r$ において (2-50) 式は

$$p_{r=R} = p_g - 4(\mu_g + \mu_l) \frac{\dot{R}}{R} \quad (2-52)$$

となる. ここで μ_g, μ_l は気体, 液体の粘性係数であり, $\mu_g \ll \mu_l$ であるから普通は

$$p_{r=R} = p_g - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu_l \frac{\dot{R}}{R} \quad (2-53)$$

である.

Ivany ³⁰⁾ は気泡の成長及び消滅に対して粘性の効果を検討したが, 油やグリセリンのように粘性が大きい場合や気泡径が小さい場合でないで粘性の影響は小さいことが示された.

[圧縮性の効果]

液体の圧縮性はキャビテーション気泡の崩壊時や本論文のように気泡内で急激な圧力上昇(爆発)が生じる場合には重要になる. 基礎式は

$$\text{(連続の式)} \quad \frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div} v = 0 \quad (2-55)$$

(運動方程式)

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \Delta v + \frac{1}{\rho} \left(g + \frac{1}{3} z \right) \operatorname{grad}(\operatorname{div} v) \quad (2-56)$$

である。ここで ν ; 液体の動粘性係数, η ; 体積粘性率である。非回転流を仮定すると

$$\text{rot } v = 0 \quad (2-57)$$

よりベクトルの公式

$$\nabla^2 v = \text{grad}(\text{div } v) - \text{rot}(\text{rot } v) \quad (2-58)$$

を利用して(2-56)式は

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{1}{\rho} \left(\eta + \frac{4}{3}\nu \right) \text{grad}(\text{div } v) \quad (2-59)$$

となる。(2-55)式より $\text{div } v$ を代入して結局

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{1}{\rho} \left(\eta + \frac{4}{3}\nu \right) \text{grad} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right) \quad (2-60)$$

を得る。(2-60)式右辺第二項は粘性の効果と圧縮性の効果をかけ合わせた項で、これらの効果が弱い場合には第一項に比べて無視することができ。しかし、たとえ第二項を省略したとしても境界条件(2-54)から粘性の効果、連続の式から圧縮性の効果が入ってくるので、これらの効果は考慮されていることになる。

次に液体の状態方程式は等エントロピー変化を仮定した Tait 式⁷⁾に従うとすると

$$\left(\frac{p + B}{p_0 + B} \right) = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n \quad (2-61)$$

で表現される。 p_0 , ρ_0 は基準となる圧力, 密度で, B , n は液体によって異なる定数である。例えば水の場合, $B = 3000 \text{ bar}$, $n = 7$ である。

さて液体の密度 ρ は圧力のみ関数として表現されるから, エンタルピーは p の関数として熱力学関係式より

$$h(p) \equiv \int_{p_\infty}^p \frac{dp}{\rho} \quad (2-62)$$

と定義される。ここで p_∞ は無限遠方における圧力で $h(p_\infty)$ がエンタルピーの基準にとられている。(2-62)式より

$$dh = \frac{1}{\rho} dp \quad (2-63)$$

であるから, $\text{grad } p$ を(2-60)式に代入して右辺第二項を無視すれば

$$\frac{Dv}{Dt} = -\text{grad } h, \quad (2-64)$$

連続の式(2-55)は

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_s \equiv c^2 \quad (2-65)$$

と(2-63)式を利用して

$$\frac{1}{c^2} \frac{Dh}{Dt} = - \operatorname{div} v \quad (2-66)$$

となる。音速 c は(2-61), (2-65)式より h のみの関数として表わされるから, 問題は h と v の方程式(2-64), (2-66)を解けばよい。球形気泡の場合には(2-64), (2-66)式は

$$\frac{Du}{Dt} = - \frac{\partial h}{\partial r} \quad (2-67)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{Dh}{Dt} = - \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right) \quad (2-68)$$

である。

[Kirkwood - Bethe の仮定]

球対称座標系における音波の伝播は速度ポテンシャル ϕ を用いて

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial r} \right) (r\phi) = 0 \quad (2-69)$$

と書ける。運動方程式(2-67)は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{\partial h}{\partial r} \quad (2-70)$$

であり, $u = -\partial\phi/\partial r$ とおいて r で積分すれば, 一般性を失うことなく

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + h = 0 \quad (2-71)$$

となる。(2-69)を t で微分し(2-71)より $\partial \phi / \partial t$ を代入する

と

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial r} \right) \left[r \left(h + \frac{u^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (2-72)$$

なる関係式が得られる。(2-72)式から類推して擾乱が特性曲線に沿って $c+u$ で伝播すると仮定すると, $c \rightarrow c+u$ とおきかえて

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (c+u) \frac{\partial}{\partial r} \right] \left[r \left(h + \frac{u^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (2-73)$$

を得る。これをKirkwood-Betheの仮定という。

(2-73)式を変形してオイラ-微分形を用いると

$$r \frac{Dh}{Dt} + ru \frac{Du}{Dt} + (c+u) \left(h + \frac{u^2}{2} \right) + rc \frac{\partial h}{\partial r} + rcu \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad (2-74)$$

さらに(2-67), (2-68)を使って $\partial h / \partial r$, $\partial u / \partial r$ の項を消去すると

$$r \frac{Dh}{Dt} \left(1 - \frac{u}{c} \right) + ch \left(1 + \frac{u}{c} \right) - rc \frac{Du}{Dt} \left(1 - \frac{u}{c} \right) - \frac{3}{2} cu^2 \left(1 - \frac{u}{3c} \right) = 0 \quad (2-75)$$

を得る。気泡表面上では $r = R$, $h = H$, $u = \dot{R}$, $c = \dot{C}$ とすると(2-75)式は

$$R \frac{d\dot{R}}{dt} \left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c}\right) \\ = H \left(1 + \frac{\dot{R}}{c}\right) + \frac{R\dot{R}}{c} \frac{dH}{dR} \left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) \quad (2-76)$$

となる。この式は音速が無限大となる非圧縮性流体中では ($\dot{R}/c \ll 1$) Rayleigh の式 (2-19) に一致する。

また気泡壁での境界条件は¹⁾

$$p_{r=R} = p_g - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} - \frac{4\mu\dot{R}}{3c^2} \frac{dH}{dR} \quad (2-77)$$

となる。(2-7)式の右辺最後の項は粘性と圧縮性の効果を示しているが、ふつうこの項は無視でき、境界条件は(2-54)式と同じになる。

さて粘性、表面張力がなく、気泡内圧力が一定の場合には(2-54)式より

$$p_{r=R} = p_g = \text{const.} \quad (2-78)$$

である。Tait 式 (2-61) をエンタルピーの定義 (2-62) 式、音速の定義 (2-65) 式に代入すれば

$$h = \frac{n(p_\infty + B)}{(n-1)\rho_\infty} \left[\left(\frac{p+B}{p_\infty+B} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (2-79)$$

$$c^2 = \frac{n(p_\infty + B)}{\rho_\infty} \left(\frac{p+B}{p_\infty+B} \right)^{\frac{n-1}{n}} = c_\infty^2 \left(\frac{p+B}{p_\infty+B} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (2-80)$$

となり、気泡表面上では

$$H = \frac{n(p_\infty + B)}{(n-1)p_\infty} \left[\left(\frac{p_{r=R} + B}{p_\infty + B} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (2-81)$$

$$C^2 = C_\infty^2 \left(\frac{p_{r=R} + B}{p_\infty + B} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (2-82)$$

であるから、(2-78)式より H 、 C は一定である。従って
(2-76)式は

$$R\dot{R} \frac{d\dot{R}}{dR} \left(1 - \frac{\dot{R}}{C} \right) + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \left(1 - \frac{\dot{R}}{3C} \right) = H \left(1 - \frac{\dot{R}}{C} \right) \quad (2-83)$$

となる。ここで $d\dot{R}/dt = \dot{R} d\dot{R}/dR$ とおきかえてある。
(2-83)式は初期条件 $R = R_0$ 、 $\dot{R} = (\dot{R})_0$ の下に積分されて

$$\ln \frac{R}{R_0} = -2 \int_{(\dot{R})_0}^{\dot{R}} \frac{\dot{R}(\dot{R} - C)}{(\dot{R})^3 - 3C(\dot{R})^2 + 2H\dot{R} + 2HC} d\dot{R} \quad (2-84)$$

なる Gilmore の解を得る。(2-84)式は R と \dot{R} の関係を示している。 $(\dot{R})_0$ は

$$(\dot{R})_0 = \int_0^H \frac{dh}{C} \simeq \frac{H}{C} \simeq \frac{p_g - p_\infty}{p_\infty C_\infty} \quad (2-85)$$

で与えられる¹⁾。普通は $|H| \ll C^2$ (水の場合 $p_\infty - p_g \ll 20000$ atm (2 GPa)) であるので、(2-84)式は簡単化されて

$$\dot{R}^2 = \frac{2(p_\infty - p_g)}{3p_\infty} \left[\frac{(R_0/R)^3}{(1 - \dot{R}/3C)^4} - 1 \right] \quad (2-86)$$

という解になる。(2-86)式は $\dot{R}/C \ll 1$ 、 $p_g = 0$ ならば非圧縮流体に対する式(2-25)と一致する。

Hickling & Plesset³¹⁾は Kirkwood-Bethe の仮定(2-73)式を用いて数値計算し、他の数値計算法の解と一致すること示している。また Jaksman³²⁾は気体を含む気泡の運動を圧縮性を考慮して摂動法で解き、Kirkwood-Bethe の仮定に基づく解と比較している。

(3) 熱輸送及び物質輸送の効果

気泡壁における熱輸送や物質輸送(蒸発, 凝縮, 溶解)は沸騰による気泡の生成³³⁾, 化学工学で重要な気体の液体への溶解⁶⁾, キャビテーションの問題で重要な役割をもち、1960年ごろから熱輸送³⁴⁾, 熱輸送と物質輸送³⁵⁾, 熱輸送と液体の圧縮性, 粘性^{36), 37)}, 全ての効果^{39), 40)}を考慮した解析が行なわれてきている。キャビテーション気泡の崩壊に関する Fujikawa^{38), 41)}の研究では、蒸気の凝縮が崩壊時の衝撃波を強めることが示されている。

II-4 非球形気泡の運動

これまでの議論では球形気泡を扱ってきたが、実際の気泡は非球形であることが多く、この形によって様

との挙動の違いが生じる。また壁の近くにある気泡のように、初期に球形をしていても壁の影響を受けて非球形に変形することもある。本節ではこのような非球形気泡の運動についてまとめを行なう。

キャビテーション問題や気泡を含む爆薬では、気泡の非球形的変形によってマイクロジェットを発生することが壊食や点火の原因になっているとする説が提出されている。キャビテーション問題におけるマイクロジェットの発生には図2-4に示されるような三つの原因があげられている^{2), 3)}。

(a) 半球形の気泡が固体表面に付着している場合

(b) 流れ方向に圧力勾配がある場合

(c) 気泡近くに固体壁がある場合

その他に気泡の相互干渉などもあげられるであろう。

実験的研究では、固体に付着している気泡の崩壊は Naudé's⁴²⁾, Shima's^{43), 44)} によって研究されており、気泡が崩壊する際に強い衝撃が壁に与えられることを示している。流れ方向に圧力勾配がある場合はベンチユリ管を用いた Ivany's⁴⁵⁾ の研究がある。気泡の近く

に固体壁がある場合は, Lauterborn ⁴⁶⁾ や Shima ^{43), 47)},
Kling ⁴⁸⁾ がレーザーや電極を用いて水中に気泡を発生
させて研究を行ない, 図2-5 ⁴⁶⁾ の様にマイクロジ
ェットの発生によると思われるパラシュート型の変形
が観察されている。この様なパラシュート型の変形は
二つのキトビテーション気泡の干渉時 ²⁾ や本論文Ⅲ,
Ⅴ章の衝撃圧縮を受ける気泡でも観察されるものであ
る。

理論的研究では, 液体を非圧縮非粘性のポテンシヤ
ル流と考えて非定常方程式を差分法 ⁴⁹⁾, ルジャンドル
多項式で展開する方法 ^{42), 50), 51)}, Hsieh ^{52), 53)} の提唱したルジ
ヤンドル多項式展開した方程式を変分法で得る方法 <sup>54),
55), 56), 57), 58)</sup> で解くやり方や, 粘性を含めてMAC法 ⁵⁹⁾ や
有限要素法 ⁶⁰⁾ で解く方法, 圧縮性を考慮して摂動法を
用いるやり方 ⁴⁷⁾ が適用されている。

固体壁に付着した気泡の崩壊の解析は Naudé ⁴²⁾,
Chapman ⁵¹⁾, Shima ^{54), 55)} が行なっており, Naudé ⁴²⁾
は図2-6に示されるようなマイクロジェットの発生
を示した。このマイクロジェットの速さは 1020 m/sec

と計算されたが、実験から推定される値 (91 m/sec) よりもかなり大きくなっている。

また圧力勾配中の気泡の変形は Yeh ⁵⁰⁾ や Mitchell ⁵⁷⁾ によって解析されている。

気泡が固体壁近くにある場合の変形は Plesset ⁴⁹⁾, Mitchell ⁵⁷⁾, Shima ^{47), 55), 56), 57), 58)} によって扱われており, Plesset ⁴⁹⁾ は蒸気気泡が壁面に接した場合と少し離れている場合について図 2-7 に示される結果を得ている。壁に気泡が接している場合には 130 m/sec のジェットを, 壁から離れている場合には 170 m/sec のジェットが発生し, 壁に接している時のジェットによる衝撃は 800 atm (80 MPa) にもなっている。この計算で得られた気泡変形は Mitchell ⁵⁷⁾ や Shima ⁴⁷⁾ の結果がマイクロジェット発生初期段階までしか計算できないのに比べて説得力のある結果である。

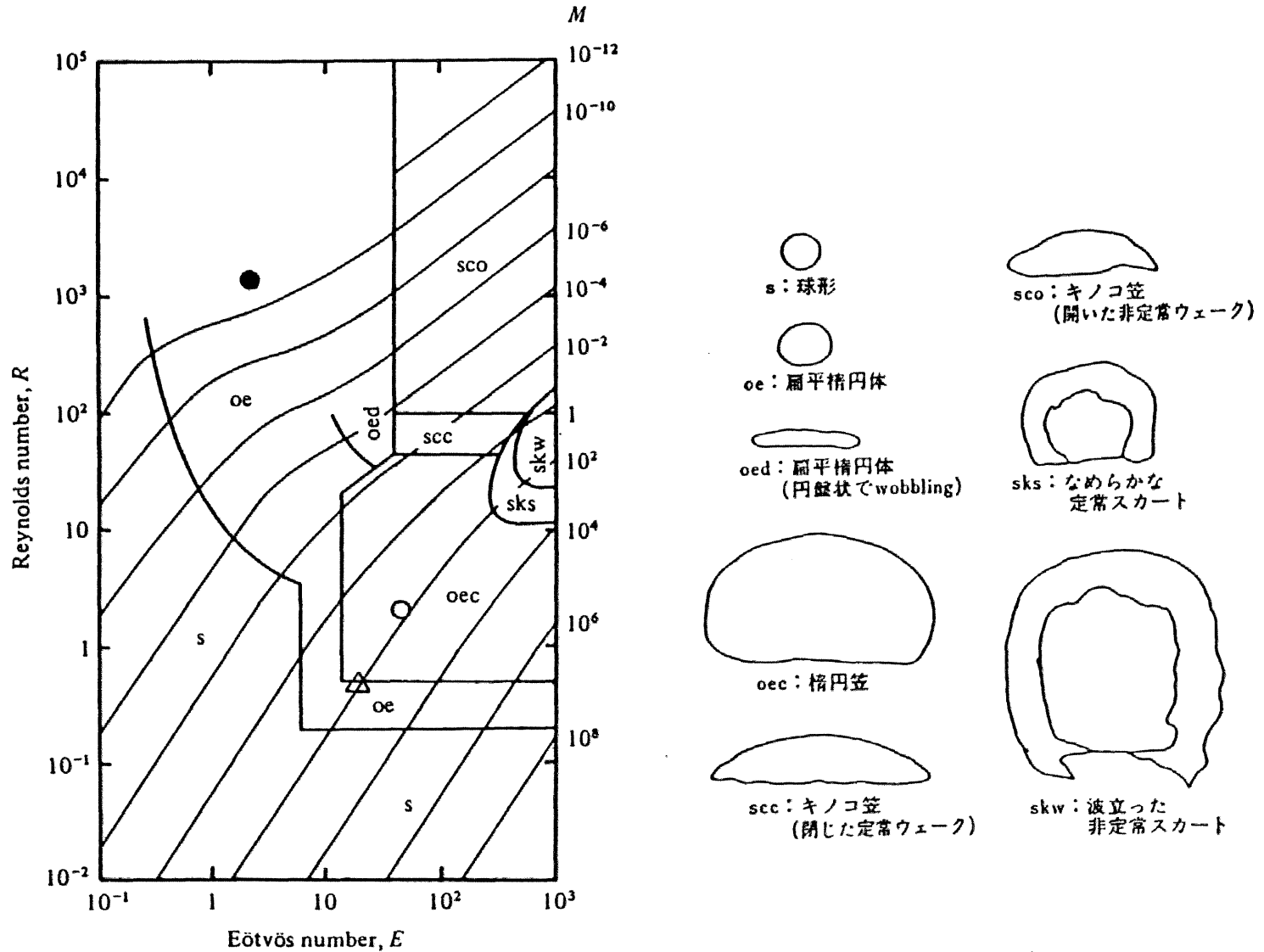
以上に説明したキャビテーションの問題以外にも, 最近では非球形気泡の振動 ^{61), 62), 63)} の問題や流れによる付着気泡の変形 ⁶⁴⁾, 非球形気泡の集団的挙動 ⁶⁵⁾ などについて研究が行なわれている。

参 考 文 献

- 1) Knapp, R.T., Daily, J.W. and Hammit, F.G., Cavitation, 1970, McGraw-Hill.
- 2) Hammit, F.G., Cavitation and Multiphase Flow Phenomena, 1980, McGraw-Hill.
- 3) 加藤 洋治, キャビテーション, 1979, 槇書店 .
- 4) 山崎 卓爾, キャビテーション工学, 1978, 日刊工業新聞社 .
- 5) Plesset, M.S. and Prosperetti, A., Ann. Rev. Fluid Mech., 9 (1977), 145.
- 6) 化学工学協会編, 気泡・液滴・分散工学, 1982, 槇書店 .
- 7) Cole, R.H., Under Water Explosions, 1948, Dover.
- 8) 田中 一三, 工業火薬, 36 (1975), 11.
- 9) 田中 一三, 工業火薬, 40 (1979), 306.
- 10) Nyborg, W.L., Finite-amplitude Wave Effects in Fluids, 1974, I.P.C. Sci. Technol. Press, 245.
- 11) Bhaga, D. and Weber, M.E., J. Fluid Mech., 105 (1981), 61.
- 12) Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., Fluid Mechanics, 1959, Pergamon Press, 69.
- 13) Taylor, T.D. and Acrivos, A., J. Fluid Mech., 18 (1964), 466.
- 14) Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., Fluid Mechanics, 1959, Pergamon Press, 172.
- 15) Moore, D.W., J. Fluid Mech., 16 (1963), 161.
- 16) Chao, B.T., Phys. Fluids, 5 (1962), 69.
- 17) Saffman, P.G., J. Fluid Mech., 1 (1956), 249.
- 18) Moore, D.W., J. Fluid Mech., 23 (1965), 749.
- 19) Davis, R.M. and Taylor, G., Proc. Roy. Soc. A, 200 (1950), 375.
- 20) Collins, R., J. Fluid Mech., 25 (1966), 469.
- 21) Sonshine, R.M. and Brenner, H., Appl. Sci. Res., 16 (1966), 425.
- 22) Plesset, M.S. and Hsieh, D.Y., Phys. Fluids, 3 (1960), 882.
- 23) van Wijngaarden, L., Ann. Rev. Fluid Mech., 4 (1972), 369.
- 24) Lauterborn, W., J. Acoust. Soc. Am., 59 (1976), 283.
- 25) Prosperetti, A., J. Acoust. Soc. Am., 61 (1977), 17.

- 26) Birkhoff, G., Q. Appl. Math., 12 (1954), 306.
- 27) Birkhoff, G., Q. Appl. Math., 13 (1956), 451.
- 28) Plesset, M.S., J. Appl. Phys., 25 (1954), 96.
- 29) Plesset, M.S. and Mitchell, T.P., Q. Appl. Math., 13 (1956), 419.
- 30) Ivany, R.D. and Hammit, F.G., J. Basic Eng., Trans. ASME, 87 (1965), 977.
- 31) Hickling, R. and Plesset, M.S., J. Fluid Mech., 7 (1964), 7.
- 32) Jahsman, W.E., J. Appl. Mech., Trans. ASME, 35 (1968), 579.
- 33) Theofanous, T.G., Biasi, L, Isbin, H.S. and Fauske, H.K., Chem. Eng. Sci., 24 (1969), 885.
- 34) Florschuetz, L.W. and Chao, B.T., J. Heat Transfer, Trans. ASME, 87 (1965), 209.
- 35) Mitchell, T. and Hammit, F.G., Nucl. Sci. Eng., 53 (1974), 263.
- 36) Tomita, Y. and Shima, A., ZAMM, 59 (1979), 297.
- 37) 冨田幸雄, 島章, 速研報告, 44 (昭55), 63.
- 38) Fujikawa, S. and Akamatsu, T., J. Fluid Mech., 97 (1980), 481.
- 39) Flynn, H.G., J. Acoust. Soc. Am., 57 (1975), 1379.
- 40) Flynn, H.G., J. Acoust. Soc. Am., 58 (1975), 1160.
- 41) Fujikawa, S. and Akamatsu, T., Bull. JSME, 21 (1978), 223.
- 42) Naudé, C.F. and Ellis, A.T., J. Basic Eng., Trans. ASME, 83 (1961), 648.
- 43) Shima, A., Takayama, K., Tomita, Y. and Miura, N., Acustica, 48 (1981), 293.
- 44) 冨田幸雄, 島章, 高橋清, 機講論, 811-3 (1981.11), 7.
- 45) Ivany, R.D., Hammit, F.G. and Mitchell, T.M., J. Basic Eng., Trans. ASME, 88 (1966), 649.
- 46) Lauterborn, W. and Bolle, H., J. Fluid Mech., 72 (1975), 391.
- 47) Shima, A. and Tomita, Y., Ing.-Arch., 51 (1981), 243.
- 48) Kling, C.L. and Hammit, F.G., J. Basic Eng., Trans. ASME, 94 (1972), 825.
- 49) Plesset, M.S. and Chapman, R.B., J. Fluid Mech., 47 (1971), 283.
- 50) Yeh, H.C. and Yang, W.J., J. Appl. Phys., 39 (1968), 3156.
- 51) Chapman, R.B. and Plesset, M.S., J. Basic Eng., Trans. ASME, 94 (1972), 142.

- 52) Hsieh, D.T., J. Basic Eng., Trans. ASME, 94 (1972), 655.
- 53) Hsieh, D.T., Finite-amplitude Wave Effects in Fluids, 1974, I.P.C. Sci. Technol. Press, 220.
- 54) Shima, A. and Nakajima, K., J. Fluid Mech., 80 (1977), 369.
- 55) Shima, A. and Sato, Y., Ing.-Arch., 48 (1979), 85.
- 56) Shima, A. and Sato, Y., J. Appl. Math. Phys., 31 (1980), 691.
- 57) Sato, Y. and Shima, A., Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ., 42 (1980), 1.
- 58) Shima, A. and Sato, Y., J. de Méch., 20 (1981), 253.
- 59) Mitchell, T.M. and Hammit, F.G., J. Fluids Eng., Trans. ASME, 95 (1973), 29.
- 60) Nakajima, K. and Shima, A., Ing.-Arch., 46 (1977), 21.
- 61) Prosperetti, A., Q. Appl. Math., 35 (1977), 339.
- 62) Prosperetti, A., J. Fluid Mech., 100 (1980), 333.
- 63) Hall, P. and Seminara, G., J. Fluid Mech., 101 (1980), 423.
- 64) Vanden-Broeck, J.M. and Keller, J.B., J. Fluid Mech., 101 (1980), 673.
- 65) Scott, J.F., J. Fluid Mech., 113 (1981), 487.



Shape regime map for bubbles in liquids: s , spherical; oe , oblate ellipsoid; oed , oblate ellipsoidal (disk-like and wobbling); oec , oblate ellipsoidal cap; scc , spherical cap with closed, steady wake; sco , spherical cap with open, unsteady wake; sks , skirted with smooth, steady skirt; skw , skirted with wavy, unsteady skirt.

図 2-1 気泡形状の分類¹⁾

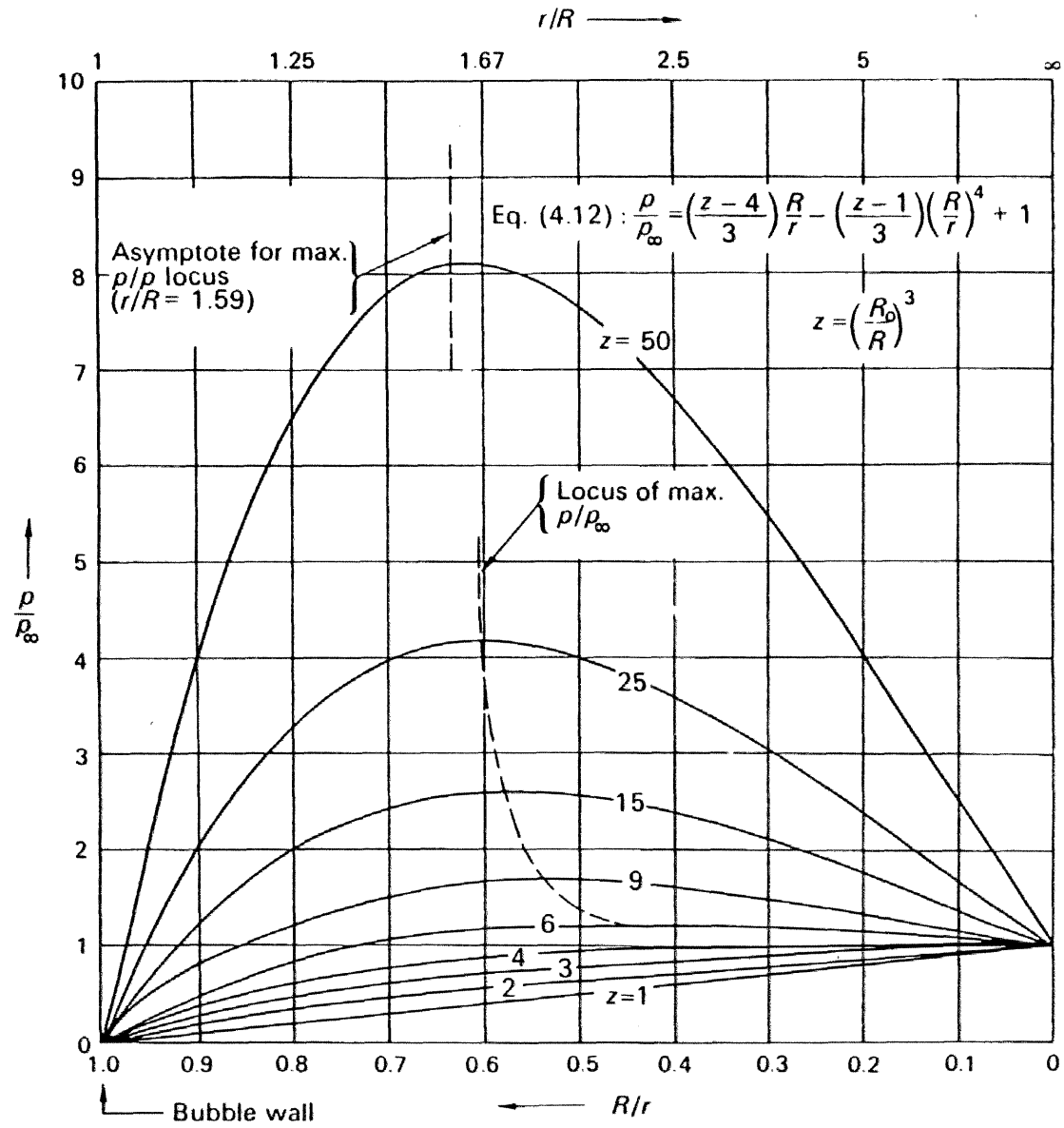


図 2-2 キャビテーション崩壊時の液中圧力の変化¹⁾

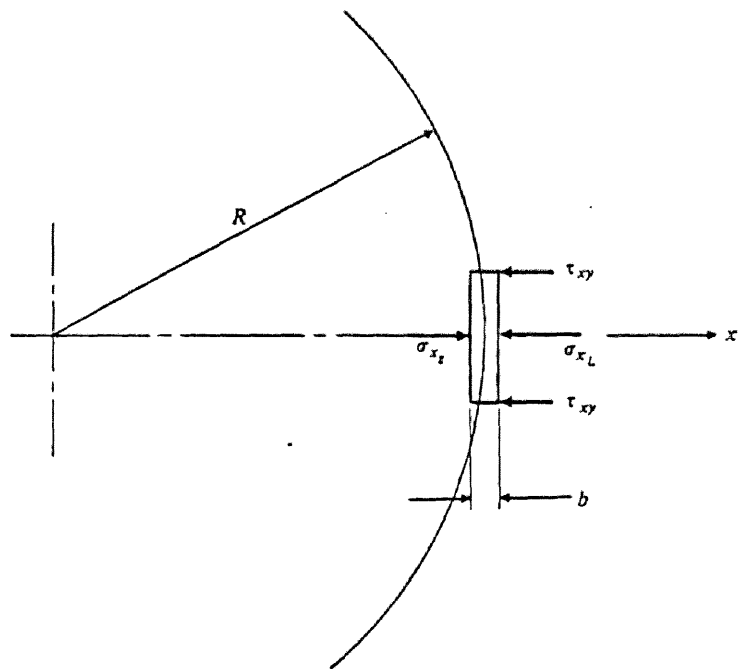


図 2-3 気泡壁における応力釣合い²⁾

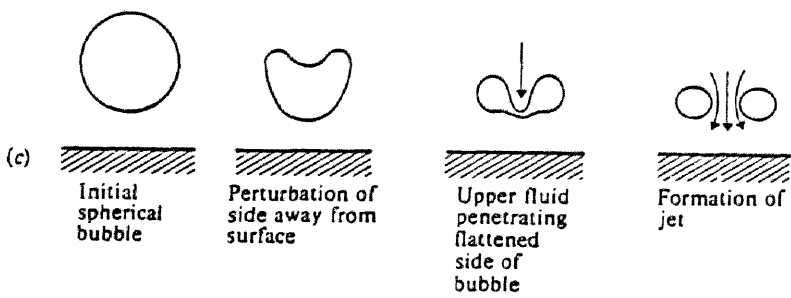
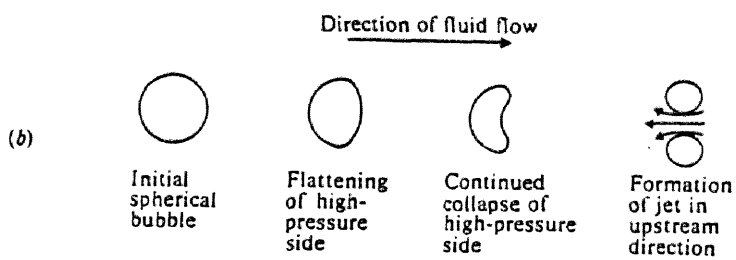
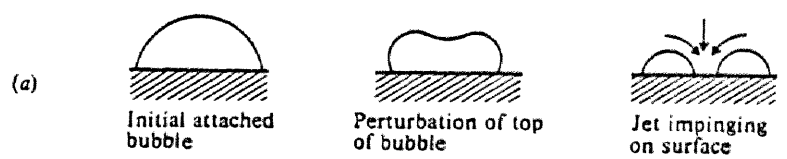
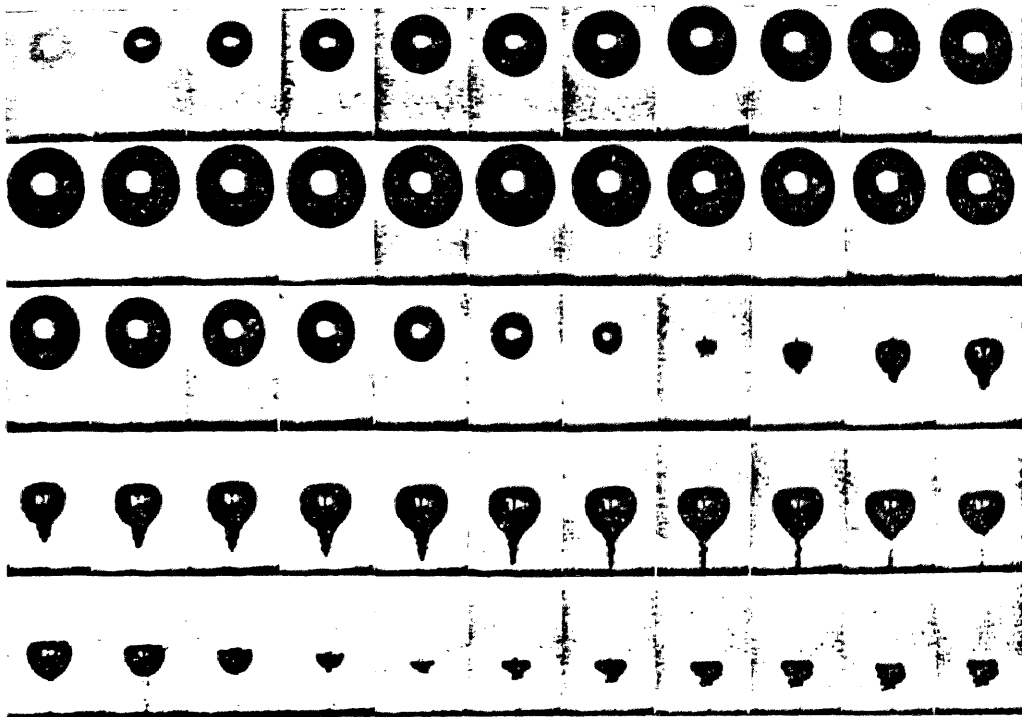


図 2-4 マイクロジェットの発生原因²⁾



Dynamics of a laser-produced spherical bubble near a solid boundary. The framing rate is 75000 frames/s, the maximum bubble radius $R_{\max} = 2.0$ mm, the distance of the bubble centre from the boundary $b = 4.9$ mm and the size of the individual frames is 7.2×4.6 mm.

図 2-5 マイクロジェットの発生⁴⁶⁾

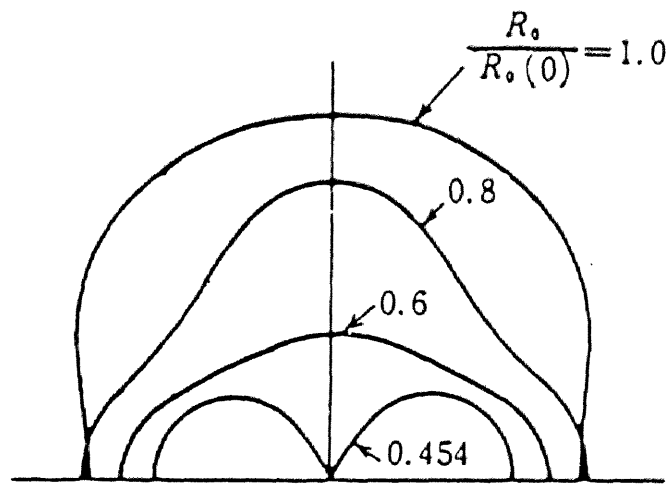
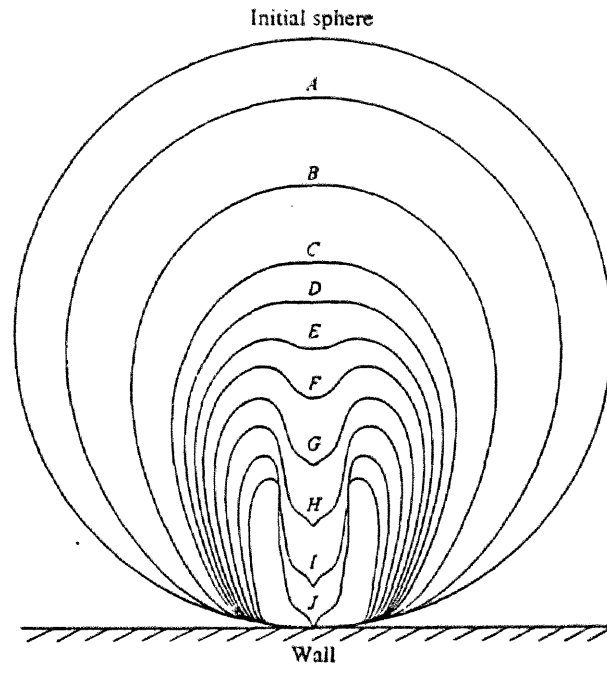
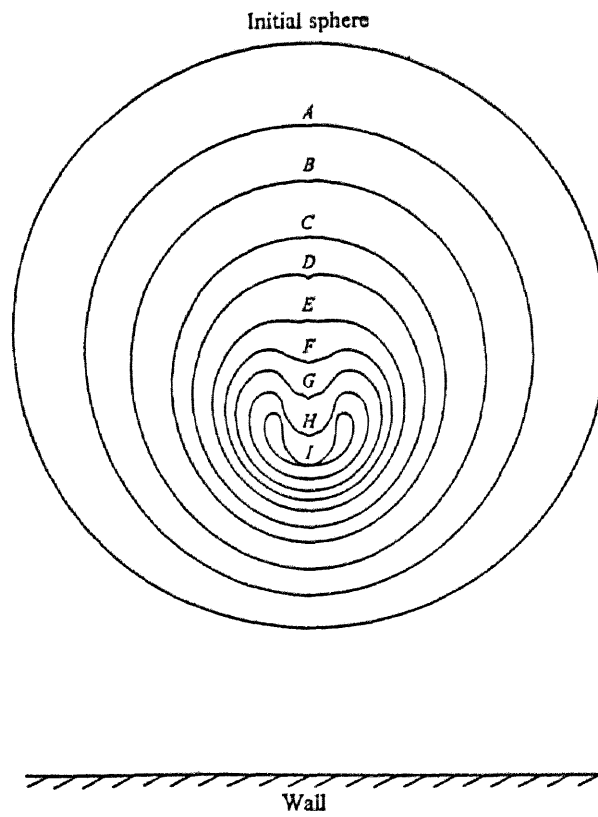


図 2-6 壁面に付着した気泡の崩壊⁴²⁾



Bubble surfaces from case 1.



Bubble surfaces from case 2.

図 2-7 壁面近くの気泡の崩壊⁴⁹⁾

第三章 気泡を含む液体中の衝撃波

III - 1 はじめに

気液二相媒質は水と蒸気のような一成分系と、気泡と液体が異なる物質から成る二成分系に分類することができる。また気液二相媒質は流動形態によっても分類され、その流動形態に特有の力学的、熱的性質をもつことが知られている^{1), 2)}。流動形態の代表的なものとしては、気泡流、噴霧流などの連続した相中に多数の分散した相が混在している状態および層状流やプラグ流のように少数の連続した層が共存し、界面を通して影響し合う状態がある。

本章で取扱うのはこのように多様な気液二相媒質の中でも気泡を含む液体の問題である。

気泡を含む液体中の衝撃波伝播の研究は1958年に Campbell³⁾ によって始められ、Wijngaarden^{4), 5)}, Mori^{6), 7), 8)}, Gelfand^{9), 10)} そして Crespo¹¹⁾ によって伝播速度と衝撃波の構造が解明されてきた¹²⁾。微小気泡を含む水中において圧力波後方でボイド率が下がる

り音速が速くなることから, Campbell³⁾ は衝撃波の存在を主張し, 衝撃波を入射させて伝播速度を測定し理論的結果との一致を示した. Wijngaarden⁴⁾ は均一に気泡を含む水中を衝撃波が伝播する際に気泡が収縮膨張振動することに着目し, これを考慮して伝播に伴う衝撃波の分散と圧力波形の振動を説明した. さらに Noordzij & Wijngaarden⁵⁾ は衝撃波伝播に伴って圧力波形が分散することに注目し, 気泡と液体の相対運動による粘性散逸, 熱伝導を考慮して圧力波形の変化を定性的に説明した. また彼らは弱い衝撃波伝播を支配する方程式が $Kd-V$ 方程式に帰することを示し⁴⁾, 非線形波動の一つとしてこの現象をとらえた¹³⁾. これを引継いだ実験, 理論両面での検証は Kuznetsov¹⁴⁾ によって行なわれた. Mori⁵⁾ は簡単な衝撃波関係式から伝播速度に対する管変形とボイド率の影響を調べ⁶⁾, さらに気体の溶解を考慮した衝撃波モデル⁷⁾ を提出している. Crespo¹¹⁾ は気泡と液体の相対運動による粘性散逸と熱伝導を考慮した衝撃波の定常伝播モデルを提出した.

解析的取扱いを容易にするためにこれらの研究の多くは均一に微小気泡を含む液体を対象にしていたが、最近では微小気泡とともに大気泡を含む場合⁸⁾や気液栓列系¹⁵⁾、層状流中¹⁶⁾においても衝撃波伝播の研究が行なわれている。

本章では均一に気泡を含む液体中のステップ状微小振幅圧力波伝播を調べ、分散や伝播速度低下などの性質を明らかにするとともに、気泡の収縮膨張運動を解析し実験結果と比較する。実験で作られた気泡流では一列に気泡が並ぶ流動形態が生じ、この中を伝播する衝撃波と気泡の挙動が観察される。

Ⅲ-2 気泡を含む液体中のステップ状微小 圧力波伝播

本節では気泡を含む液体中の衝撃波伝播の基本的性質を調べるために、均一に気泡を含む液体中に一次元ステップ状微小圧力波を初期条件として与える。

森ら⁶⁾によれば、気泡の断熱変化を仮定した時、均一気液二相流中の衝撃波伝播速度は

$$D^2 = \frac{p_3}{\rho_l (1-\beta)\beta} \left[\frac{1 - p_1/p_3}{1 - (p_1/p_3)^{\frac{1}{\gamma}}} \right] \quad (3-1)$$

で与えられる。ここで p_3 ; 衝撃波後方圧力, p_1 ; 初期圧, ρ_l ; 液体の密度, β ; ボイド率, γ ; 気体の比熱比である。(3-1)式に従えば $p_1 = 1 \text{ atm}$ (0.1 MPa), $\rho_l = 10^3 \text{ kg/m}^3$ (水), $\beta = 0.1$ とすると

$$p_3 = 2 \text{ atm} (0.2 \text{ MPa}) \quad \text{で} \quad D = 53.5 \text{ m/sec}$$

$$p_3 = 1.5 \text{ atm} (0.15 \text{ MPa}) \quad \text{で} \quad D = 32.6 \text{ m/sec}$$

である。同じ条件での均一気液二相媒質の断熱音速は(3-2)式より $a_{ad} = 31.5 \text{ m/sec}$ であるから, $p_3 < 1.5 \text{ atm}$ (0.15 MPa) でないと音波としての近似は成立しないことになる。しかしながら本節では気泡を含む液体中の衝撃波分散現象を定性的に説明するために微小圧力波の伝播をとりあげることにする。

均一に気泡を含む液体中の音波の問題は主に音響学や熱・物質輸送の立場から研究されており, 熱伝達¹⁷⁾, 熱伝達と質量輸送そして気泡と液体の相対運動^{18), 19)}等を考慮して音速の周波数特性すなわち分散関係式が求められている。しかしステップ状微小圧力波が入力さ

れた時の音波の伝播に関しては，散逸効果の定性的な議論が Noordzij ⁵⁾ によって示されているだけである。そこで気泡と液体間の熱輸送だけを考慮する簡単なモデルを用いて ステップ状微小圧力波入力に対する厳密解を求め，散逸の効果を調べる。

(1) 波動方程式

単位体積中に n 個の球形気泡が均一に存在する液体 (図 3-1) 中を伝播する一次元微小圧力波を考え，以下の仮定を行なう。

- (i) 気泡と液体間の相対運動，音波の気泡による散乱損失，質量輸送（溶解，凝縮，蒸発），気泡の非球形変形と振動，表面張力，重力の影響を無視する。
- (ii) 液体は熱容量が大きく，温度上昇はないとする。
- (iii) 気泡気体は熱的・熱量的に完全であり，気泡内の圧力，温度，密度は一様である。また気体と液体の圧力は等しい。
- (iv) 一つの気泡において，その表面での熱流束を

$$q = Nu \frac{K_g (T_g - T_l)}{d} \quad (3-2)$$

と仮定する。ここで q は熱流束, K_g は気体側の熱伝導係数, T_g, T_l はそれぞれ気泡及び液体の温度, d は気泡直径, Nu はヌッセルト数で, 本節のごとく熱流束が熱伝導のみよる時は $Nu = 1$, しかし一般に対流などの影響のある場合は $Nu > 1$ となる。

(3-2)式より球形気泡の単位時間単位体積当りの熱輸送量²⁰⁾は

$$Q = \frac{6 Nu K_g (T_g - T_l)}{d^2} \quad (3-3)$$

となる。

以上の仮定より, 基礎式は

[連続式]

$$(全体) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (3-4)$$

$$(気体) \quad \frac{\partial \beta \rho}{\partial t} + \frac{\partial \beta \rho_g u}{\partial x} = 0 \quad (3-5)$$

[運動量式]

$$(全体) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3-6)$$

[エネルギー式]

$$\text{(気体)} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[\beta \left(\frac{1}{2} \rho_g u^2 + \rho_g C_{vg} T_g \right) \right] = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\beta \rho_g u \left(\frac{1}{2} u^2 + C_{pg} T_g \right) \right] - \beta Q \quad (3-7)$$

$$\text{(液体)} \quad T_l = \text{const.} \quad (3-8)$$

$$\text{[状態方程式]} \text{(気体)} \quad \rho_g = p_g R T_g \quad (3-9)$$

$$\text{[液体の音速]} \quad \Delta p_l / \Delta \rho_l = a_l^2 \quad (3-10)$$

$$\text{[ボイド率]} \quad \beta \equiv n \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^3 = \frac{\pi}{6} n d^3 \quad (3-11)$$

$$\text{[気体と液体の圧力]} \quad p_g = p_l \quad (3-12)$$

$$\text{[平均密度]} \quad \rho = \beta \rho_g + (1 - \beta) \rho_l \quad (3-13)$$

$$\text{[平均圧力]} \quad p = \beta p_g + (1 - \beta) p_l \quad (3-14)$$

ここで、 ρ_g ; 気体の密度、 p_g ; 気体の圧力、 ρ_l ; 液体の密度、 p_l ; 液体の圧力、 C_{vg} , C_{pg} ; 気体の定容及び定圧比熱、 R ; 気体のガス定数、 a_l ; 液体の音速、 β ; ボイド率、 u ; 流速である。

微小な圧力波を考へ(3-3)~(3-14)式を線形化し、 ρ_g , p_g , T_g , ρ_l , p_l , T_l を消去すると ρ , p , u , β , d に関する次の方程式を得る。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3-15)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1 - \beta_0}{a_l^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_{l0} \frac{\partial \beta}{\partial t} + \beta_0 \rho_{g0} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3-16)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (3-17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0}{RT_{g_0}} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_{g_0} \frac{\partial \beta}{\partial t} + \gamma \rho_{g_0} \beta \frac{\partial U}{\partial x} \\ = - \frac{6 \gamma Nu \chi_g}{d_0^2} \left[\left(\frac{\rho_0}{RT_{g_0}} + \frac{1-\beta_0}{a_l^2} \right) p - p_0 + (\rho_{g_0} - \rho_{l_0}) \beta \right] \end{aligned} \quad (3-18)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} n d_0^2 d \quad (3-19)$$

ここで比熱比 $\gamma \equiv C_{pg} / C_{vg}$, 熱拡散係数 $\chi_g \equiv K_g / \rho_{g_0} C_{pg}$, 添字 '0' は初期状態での値を示す。

(3-15)~(3-19)式より p 以外の変数を消去すると, 波動方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{a_{ad}^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{\tau_0} \left(\frac{1}{a_e^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (3-20)$$

が得られる。ここで

$$\tau_0 \equiv \frac{1 - \beta_0 + \gamma \beta_0}{\gamma} \frac{d_0^2}{6 Nu \chi_g} \quad (3-21)$$

$$a_{ad}^2 \equiv \frac{(1 - \beta_0 + \gamma \beta_0) \rho_{g_0}}{\rho_0 \left(\frac{\rho_0}{RT_{g_0}} + \frac{\rho_{g_0}}{\rho_{l_0}} \frac{1 - \beta_0}{a_l^2} \right)} \quad (3-22)$$

$$a_e^2 \equiv \frac{\rho_{g_0}}{\rho_0 \left(\frac{\rho_0}{RT_{g_0}} + \frac{\rho_{g_0}}{\rho_{l_0}} \frac{1 - \beta_0}{a_l^2} \right)} \quad (3-23)$$

であり, τ_0 は熱伝達の特徴時間, a_{ad} は断熱音速, a_e

は等温音速である。波動方程式(3-20)は化学非平衡²¹⁾や分子振動緩和²²⁾を考慮した場合の微小擾乱の波動方程式と同じ形をしており、気液二相流の場合にも粘性や異なる熱流束を考慮した Hsieh \bar{s} ¹⁷⁾ や Noordzij \bar{s} ⁵⁾ がこの形の式を導出している。

(3-20)式は熱伝導の特性時間で $\rightarrow \infty$ (すなわち熱拡散係数 $\lambda_g \rightarrow 0$)の極限では、初期条件 $p(x, 0) = 0$ を用いて

$$\frac{1}{a_{ad}^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \quad (3-24)$$

となり、音波は断熱音速で伝播することを示す。また逆に $\tau_0 \rightarrow 0$ (すなわち $\lambda_g \rightarrow \infty$)の極限では

$$\frac{1}{a_e^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \quad (3-25)$$

となり、音波は等温音速で伝播することを示している。

$0 < \tau_0 < \infty$ のときには、音波は $a_e < a < a_{ad}$ なる a で伝わることは明らかである。

(3-22), (3-23)式から断熱音速と等温音速の間には

$$a_{ad} = \sqrt{1 + (\gamma - 1)\beta_0} \cdot a_e \quad (3-26)$$

という関係があり、断熱音速は等温音速よりも大きく、ボイド率が大きくなると差が大きくなる。例えば空気

一水系を考へ、 1 atm (0.1 MPa), 300 K でボイド率による音速の変化を計算すると図3-2のようになる。この図から気液二相媒質中の音速の顕著な低下²³⁾が示されるが、ボイド率が大きくなると均一な混合状態とみなせなくなったり、液滴の状態になったりするので、上に扱われている均一気泡流の状態はボイド率の比較的小さい所である。

(2) ステップ状微小圧力波の伝播

次に気泡を含む液体中にステップ状微小圧力波が入力された時の圧力伝播の様子を調べる。原点をピストンの初期位置に、進行方向を x の正方向にとることとする(図3-3)。ピストンが(3-28)式に示されるようなステップ圧力を与えるとき、 x の正方向に伝播する波を表わす式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{a_{ad}} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{\tau_0} \left(\frac{1}{a_e} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0 \quad (3-27)$$

と書ける²⁴⁾。この式を境界条件

$$p(0, t) = \Delta p_0 E(t) \quad (3-28)$$

$E(t)$; ステップ関数

と初期条件

$$p(x, 0) = \dot{p}(x, 0) = 0 \quad (3-29)$$

の下に解けばよい。

Withamの近似解法^{24), 25)}を断熱音速 a_{ad} で進行する波の付近に適用して, (3-27)式の $\partial/\partial t \rightarrow -a_{ad} \partial/\partial x$ とおくと

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + a_{ad} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{a_{ad}/a_e - 1}{\tau_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (3-30)$$

となる。これを初期条件(3-29)を利用してラプラス変換すると

$$\frac{d^2 P}{dx^2} + \frac{1}{a_{ad}} \left(s + \frac{a_{ad}}{a_e} - 1 \right) \frac{dP}{dx} = 0 \quad (3-31)$$

$$\mathcal{L}[p] \equiv P$$

となる。境界条件(3-28)を用いて(3-31)を解くと

$$P(x, s) = \Delta p_0 \exp \left[-\frac{x}{a_{ad}} \frac{a_{ad}}{a_e} - 1 \right] \frac{1}{s} \exp \left[-\frac{x}{a_{ad}} s \right] \quad (3-32)$$

を得る。逆ラプラス変換して

$$p(x, t) = \Delta p_0 \exp \left[-\frac{x}{a_{ad} \tau_0} \left(\frac{a_{ad}}{a_e} - 1 \right) \right] E \left(t - \frac{x}{a_{ad}} \right) \quad (3-33)$$

なる解を得る。断熱音速は等温音速よりも速いので, (3-33)式は $x = a_{ad} t$ で進むステップ状波頭の振幅が指

数関数的に減少しながら伝播する様子を示す(図3-4(a)).

また等温音速 a_e で進行する波については(3-27)式で

$\partial/\partial t \rightarrow -a_e \partial/\partial x$ とおいて,

$$\frac{\partial p}{\partial t} + a_e \frac{\partial p}{\partial x} = \tau_0 a_e^2 \left(1 - \frac{a_e}{a_{ad}}\right) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (3-34)$$

となる。(3-34)式の右辺は波動に対する散逸項であり,

a_{ad} で伝わる(3-30)式と異なる形をもちことは興味深い。

初期条件を用いてラプラス変換すると(3-34)式は

$$\frac{d^2 P}{dx^2} - \frac{a_e}{k} \frac{dP}{dx} - \frac{S}{k} P = 0 \quad (3-35)$$

$$k \equiv \tau_0 a_e^2 \left(1 - \frac{a_e}{a_{ad}}\right)$$

となり, 境界条件(3-28)式を用いて解くと

$$P(x, s) = \Delta p_0 \exp\left[\frac{a_e x}{2k}\right] \frac{1}{s} \exp\left[-\frac{x}{\sqrt{k}} \sqrt{s + \frac{a_e^2}{4k}}\right] \quad (3-36)$$

を得る。逆ラプラス変換²⁶⁾により

$$p(x, t) = \Delta p_0 e^{\frac{a_e}{2k}x} \left[e^{\frac{a_e}{2k}x} \operatorname{Erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}} + \sqrt{\frac{a_e^2 t}{4k}}\right) + e^{-\frac{a_e}{2k}x} \operatorname{Erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}} - \sqrt{\frac{a_e^2 t}{4k}}\right) \right] \quad (3-37)$$

を得るが, $x \rightarrow \infty$ で発散する項を除いて結局

$$p(x, t) = \frac{\Delta p_0}{2} \left[1 + \operatorname{Erf}\left(\frac{t - x/a_e}{2\sqrt{(1 - \frac{a_e}{a_{ad}})\tau_0 t}}\right) \right] \quad (3-38)$$

となる。(3-25)式のところで述べたように、この波形は $t \gg \tau_0$ の場合に現われ、分散した波であることは図3-4(b)より明らかである。その立ち上がりは $\sqrt{\tau_0 t}$ に比例して長くなることから(3-38)式から言える。(3-33)、(3-38)式は化学非平衡の存在する気体中を伝播する波動に対し (Chu²¹⁾ が漸近法により求めた解と同形である。

$t \ll \tau_0$ における断熱音速で進む波頭の様子や $t \gg \tau_0$ での分散した波形は近似解(3-33)、(3-38)式より得られるが、 $t \approx \tau_0$ における波形は不明であるので(3-27)式をラプラス変換法で直接解くことにする。

(3-27)式をラプラス変換すると

$$(\tau_0 s + 1) \frac{dP}{dx} + \frac{S}{a_{ad}} \left(\tau_0 s + \frac{a_{ad}}{a_e} \right) P = 0 \quad (3-39)$$

となり、これを境界条件(3-28)により解くと

$$P(x, s) = \Delta p_0 \exp \left[-\frac{x}{a_{ad} \tau_0} \left(\frac{a_{ad}}{a_e} - 1 \right) \right] \frac{1}{s} \exp \left(-\frac{x s}{a_{ad}} \right) + \Delta p_0 \exp \left[-\frac{x}{a_{ad} \tau_0} \left(\frac{a_{ad}}{a_e} - 1 \right) \right] \frac{1}{s} \exp \left(-\frac{x s}{a_{ad}} \right) \times \left\{ \exp \left[\frac{x}{a_{ad} \tau_0^2} \left(\frac{a_{ad}}{a_e} - 1 \right) \frac{1}{s + 1/\tau_0} \right] - 1 \right\} \quad (3-40)$$

を得る。逆ラプラス変換²⁶⁾により

$$\begin{aligned}
p(x, t) &= \Delta p_0 \exp\left[-\frac{x}{a_{ad}}\left(\frac{a_{ad}}{a_e}-1\right)\right] E\left(t-\frac{x}{a_{ad}}\right) \\
&\quad + \Delta p_0 \exp\left[-\frac{x}{a_{ad}}\left(\frac{a_{ad}}{a_e}-1\right)\right] \int_0^{t-x/a_{ad}} e^{-\frac{x}{a_{ad}}\sqrt{\frac{A x}{\xi}}} I_1\left(2\sqrt{A x \xi}\right) d\xi \\
A &\equiv \frac{1}{a_{ad} \tau_0^2} \left(\frac{a_{ad}}{a_e}-1\right) \quad (3-41)
\end{aligned}$$

を得る。ここで I_1 は第一種変形ベッセル関数である。

(3-41)式に与えられる圧力の時間変化を空気-水系において計算した結果が図3-5に示される。初期圧は 1 atm (0.1 MPa)、初期温度 300 K 、ボイド率 0.3 、気泡径 1 mm 、 $Nu = 1$ 、断熱音速 $a_{ad} = 23.3 \text{ m/sec}$ 、等温音速 $a_e = 22.0 \text{ m/sec}$ 、熱伝達の特性時間 $\tau_0 = 6.75 \text{ msec}$ である。 $t = 0.1 \tau_0$ では断熱音速 a_{ad} で進む矩形波が現われ、(3-33)式で与えられる近似波形はほぼ正しい。時間が $t = \tau_0$ 、 $10 \tau_0$ と進むにつれ波頭圧力は減少し、その背後で圧力が上昇する分散形となる。 $t = 50 \tau_0$ になると等温音速 a_e で進む分散波が明瞭に現われ、 $t = 100 \tau_0$ では(3-38)式の近似波形と一致する。

次に矩形パルス状圧力波が入力された時の圧力波伝播問題を扱ってみよう。入力圧力波は

$$p(0, t) = \Delta p_0 \left\{ E(t) - E(t - t_w) \right\} \quad (3-42)$$

t_w ; パルス持続時間

と表わされるので、上述のステップ状圧力波問題と同方法を用いて(3-27)式の厳密解を求めると

$$p(x,t) = \Delta p_0 \exp \left[-\frac{x}{a_{ad} \tau_0} \left(\frac{a_{ad}}{a_e} - 1 \right) \right] \times \\ \times \left[\left\{ E \left(t - \frac{x}{a_{ad}} \right) + \int_0^{t - x/a_{ad}} e^{-\frac{\xi}{\tau_0} \sqrt{\frac{Ax}{\xi}}} I_1(2\sqrt{Ax\xi}) d\xi \right\} \right. \\ \left. + \left\{ E \left(t - t_w - \frac{x}{a_{ad}} \right) + \int_0^{t - t_w - x/a_{ad}} e^{-\frac{\xi}{\tau_0} \sqrt{\frac{Ax}{\xi}}} I_1(2\sqrt{Ax\xi}) d\xi \right\} \right] \quad (3-43)$$

を得る。 $t_w = 0.1 \tau_0, \tau_0, 10 \tau_0$ の場合の圧力波形の変化が図 3-6, 3-7, 3-8 に示される。最大の特徴は、パルス持続時間 t_w が有限で、与えられたエネルギーも有限であるため、 $t \simeq 100 \tau_0$ になると熱伝達により最大圧力が入力最大圧の $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{8}$ に低下し、分散波形となることである。

Ⅲ-3 気泡振動の解析

前節で述べた圧力波の伝播においては気泡の振動は無視されていたが、各々の気泡は実際には圧力の急激な上昇によって圧縮され、その後膨張収縮をくり返し多くの場合やがては崩壊してしまう⁹⁾。この振動を解析するために気泡間の距離は十分大きいとして単一球形気泡の圧力波との干渉を考え、その際以下の仮定を行

ない解析を簡単化する。

(i) 気泡内部は熱力学的に一様であり，完全気体である。

(ii) 液体の温度と密度は一定で粘性のみを考慮する。従って液体中で音波の伝播は考慮されず，液体中圧力変化はベルヌーイの式に基づいて生ずる。

(iii) 気液界面での熱輸送は考えるが，蒸発や凝縮，溶解などの質量輸送は無視する。簡単なオーダー見積りによって質量輸送は考慮する必要がないことがわかる。

かくして単一球形気泡の半径 R の時間変化は次の関係式で記述される。

$$[\text{質量保存式}] \quad \frac{d}{dt} \left(\rho_g \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = 0 \quad (3-44)$$

[一般化された Rayleigh 方程式]^{27), 28), 29)}

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} - \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - 4\nu \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = \frac{p_g - p_{lv}}{\rho_l} \quad (3-45)$$

[エネルギー保存式] 熱力学第一法則 $dE = \delta Q - p dV$ より

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\rho_g \frac{4}{3} \pi R^3 C_{v_g} T_g \right) &= - \frac{Nu R_g (T_g - T_l)}{2R} 4\pi R^2 \\ &\quad - \left(p_g - \frac{4\mu}{R} \frac{dR}{dt} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) \quad (3-46) \end{aligned}$$

$$[\text{状態方程式}] \quad p_g = \rho_g R T_g \quad (3-47)$$

ここで p_g, ρ_g, T_g はそれぞれ気体の圧力, 密度, 温度であり, ρ_l, T_l は液体の密度と圧力, $p_{l\infty}$ は液体中気泡より無限遠方での圧力, μ, ν は液体の粘性及び動粘性係数, C_{vg} は気体の定積比熱, k_g は気体の熱伝導係数, R は気体定数, Nu はヌッセルト数である.

変数を初期状態で無次元化し整理すると(3-44)~(3-47)式は次の様に書かれる.

$$\tilde{p}_g \tilde{R}^3 = 1 \quad (3-48)$$

$$\frac{d^2 \tilde{R}}{d\tilde{t}^2} = -\frac{3}{2} \frac{1}{\tilde{R}} \left(\frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} \right)^2 - \frac{1}{Re} \frac{1}{\tilde{R}^2} \frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} - \frac{1}{M^2} \frac{\tilde{p}_{l\infty} - \tilde{p}_g}{\tilde{R}} \quad (3-49)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{T}_g}{d\tilde{t}} = & -\frac{3}{2} \gamma \frac{Nu}{Pe} (\tilde{T}_g - 1) \tilde{R} - 3(\gamma - 1) \tilde{p}_g \tilde{R}^2 \frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} \\ & + 12 \frac{\nu}{C_{vg} T_{g0} t_0} \tilde{R} \left(\frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} \right)^2 \end{aligned} \quad (3-50)$$

$$\tilde{p}_g = \tilde{\rho}_g \tilde{T}_g \quad (3-51)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで} \quad Re & \equiv \frac{R_0^2}{4\nu t_0}, \quad M^2 \equiv \frac{R_0^2}{t_0^2 \rho_0 / \rho_l} \\ Pe & \equiv \frac{R_0^2}{t_0 k_g / \rho_g C_{vg}}, \quad \gamma \equiv \frac{C_{pg}}{C_{vg}}, \quad \tilde{t} \equiv \frac{t}{t_0}, \quad \tilde{R} \equiv \frac{R}{R_0} \end{aligned} \quad (3-52)$$

である. (3-48)~(3-51)式の変数 $\tilde{R}(t), \tilde{T}_g(t), \tilde{\rho}_g(t), \tilde{p}_g(t)$ が液体中無限遠方での強制外力 $\tilde{p}_{l\infty}(t)$ に対し RKG法

で計算された。

初期気泡半径 R_0 、ヌッセルト数 Nu 、無限遠方圧力の立ち上がり時間 Rise Time 及び液体の種類(粘性)を与えた時の気泡半径 $\tilde{R}(t)$ 、気泡内圧力 $\tilde{p}_g(t)$ 、温度 $\tilde{T}_g(t)$ 、密度 $\tilde{\rho}_g(t)$ の挙動が図 3-9 ~ 図 3-13 に示される。またパラメターと振動周期、第一周期における気泡半径最小値の関係が表 3-1 に整理されている。計算では初期圧 1 atm (0.1 MPa)、初期温度 300 K、気泡は窒素、無限遠方での圧力上昇は振幅 3 atm (0.3 MPa) のステップ状圧力が仮定された。

初期半径 $R_0 = 2 \text{ mm}$ (図 3-9) と $R_0 = 1 \text{ mm}$ (図 3-10) を比べると、小さい方の振動周期が半分になっているにもかかわらず相対半径の最小値は等しいことが注目される。すなわち周期は半径に比例している。

熱伝達のない場合 ($Nu = 0$, 図 3-9) と極めて大きな熱伝達の場合 ($Nu = 10^4$, 図 3-11) を比較してみよう。熱伝達による損失のため圧縮時の反作用が弱まり振動は減衰し易くなると同時に圧縮され易くなり、結局やや短い周期が得られる一方(表 3-1)、第一ピ-

7 圧力が高い。

次に無限遠方の圧力上昇の立ち上がり時間が0の場合(図3-9)と100 μsec の場合(図3-12)を比較する。周期はほとんど等しいが、立ち上がり時間が有限の時最小半径はより大きくなり、気泡内圧力上昇は小さいことが観察される。これは気泡の圧縮には上昇圧力と立ち上がり時間の積が効いていることを示している。

最後に液体が水の場合(図3-9)とグリセリンの場合(図3-13)を比較する。グリセリンの強い粘性(水の1500倍)により振動周期は水より長く、圧力上昇は小さく、振動は周期ごとに約 $\frac{2}{3}$ ずつ振幅減衰していく様子が見られる。

実験結果との比較は次節で行なわれる。

Ⅲ-4 気泡を含む液体中の衝撃波伝播実験

(1) 実験装置

気泡を含む液体中の衝撃波とそれによる気泡の変形を調べるために、図3-14に示されるステンレス製縦

型衝撃波管を用いた実験が行なわれた。装置の配管系は図3-15に示される。

衝撃波管の断面は $50\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ の正方形で、長さ 455.5 mm の駆動部と長さ 1540 mm の試験部はマイラー膜で支切られている。試験部には膜から 700 mm 下方まで蒸留水またはグリセリンが入れられ、残り上部 700 mm は大気圧の空気である。一方駆動部には大気圧の空気に加えて窒素またはヘリウムが駆動圧 (P_4) $7.5 \sim 15\text{ atm}$ ($0.75 \sim 1.5\text{ MPa}$) まで導入された。その後試験部下端に位置する穴径 0.8 mm の注射針が $2 \sim 3\text{ atm}$ ($0.2 \sim 0.3\text{ MPa}$) に加圧され、気泡が縦一列に吹出された。

破膜によって生じた気体衝撃波は液面で反射し液中に衝撃波を伝播させる。この液中衝撃波は液面下方 211 mm に 459 mm 間隔で設置された二つの圧力変換器 (Kistler 601 A) で検出され、オシロスコープで読み取られた。下側の圧力変換器位置には横 $30\text{ mm} \times$ 縦 50 mm の観測窓が取付けられ、発光持続時間約 3 msec のクセノンフラッシュランプとニコン・植村式回転ミ

ラー型高速度カメラ (UHF-250B) により毎秒 10 万駒で気泡の挙動がシャドウグラフ撮影された。また衝撃波圧力と写真撮影の同期を調べるためにクセノンフラッシュの発光がフォトダイオードで確認された。測定系及び光学系は図 3-16, 3-17 に示される通りである。平行光線を用いる場合には、高速度カメラは構造上二点光源方式を必要とするので、一つの光源に対し二点ピンホールを取付けた。

実験では気泡気体の内部自由度や発熱の影響を調べるため窒素, アルゴン, ヘリウム, アルゴン希釈された酸水素混合気を用いられた (表 3-2)。また純水とグリセリンの物性値³⁰⁾ は表 3-3 に比較されている。

(2) 液体中の衝撃波伝播

衝撃波管の特性と液体中衝撃波の速度, 減衰及び分散を調べるために, 気泡を含まない水またはグリセリン中に衝撃波を入射し, 測定した圧力波形と伝播速度が図 3-18 に示される。液体の圧縮率は小さいので $p_2/p_1 = 7.5$ 程度の駆動圧に対し衝撃波は音波とみなさ

れるはず³¹⁾ だが、観測された水中衝撃波伝播速度 956 m/sec は水の音速 1500 m/sec に比べて 36% 低い値であった。またグリセリン中で観測された伝播速度 1093 m/sec はグリセリンの音速 1986 m/sec より 45% 低下していた。

これらの伝播速度の減少は管の弾性変形によって説明されることが既に知られている。Kawada³²⁾ によれば角型衝撃波管中の液体衝撃波伝播速度は管の弾性変形を考慮すると

$$D = a_l \sqrt{\frac{1}{1 + \rho_l a_l^2 \frac{\varepsilon}{\Delta p}}} \quad (3-53)$$

と表わされ、管の動的膨張歪み ε が静的な値 ε_s に対し

$$\varepsilon = 1.7 \varepsilon_s \equiv 1.7 \frac{d^3}{15 E \delta^3} \Delta p \quad (3-54)$$

の時実験結果と一致する。ここで D ; 衝撃波伝播速度, a_l ; 液体の音速, ρ_l ; 液体の密度, ε ; 動的歪み, ε_s ; 静的歪み, Δp ; 上昇圧力, d ; 管の辺長, E ; 管のヤング率, δ ; 管の肉厚である。本実験で用いられた衝撃波管では $E = 28.4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $d = 50 \text{ mm}$, $\delta = 5 \text{ mm}$ であるから、水の場合 $a_l = 1500 \text{ m/sec}$, $\rho_l = 10^3 \text{ kg/m}^3$,

グリセリンの場合 $a_l = 1986 \text{ m/sec}$, $\rho_l = 1.266 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
を代入して

$$D_{\text{water}} = 1088 \text{ m/sec} \quad (27.5\% \text{ 減少})$$

$$D_{\text{glycerin}} = 1154 \text{ m/sec} \quad (42\% \text{ 減少})$$

となる。この結果は速度減少の大部分が管の弾性変形に起因することを示している。

また図3-18に見られるように衝撃波が伝播するにつれて波が分散し、459 mm を通過する間に水の場合にはピーク圧までの立上がり時間が $600 \mu\text{sec}$ から $1500 \mu\text{sec}$ へ、グリセリンの場合には $120 \mu\text{sec}$ から $280 \mu\text{sec}$ へ変化した。

図3-18における圧力波形1によれば、水とグリセリンのどちらの場合にも立上り後 1.4 msec で圧力が再上昇するが、これは実験と同じ条件で計算された特性曲線図^{33), 34)} (図3-19) と液体表面での圧力変化 (図3-20) から説明される。すなわち、液面からの反射衝撃波と接触面との干渉によって生じた反射波が約 1 msec 後に再び液面へ入射するためである。下流側圧力変換器位置での圧力波形2を眺めると、当然観察され

るべき管端からの反射衝撃波は強い分散の存在により目隠しされてしまっている。

(3) 衝撃波による水中気泡の変形

水中に表3-2に示される窒素または酸水素混合気から成る気泡が存在する場合、駆動圧7.5または15 atm (0.75または1.5 MPa)の衝撃波が送り込まれた。

図3-21は初期縦半径 $R_{L0} = 1.6 \text{ mm}$, 横半径 $R_{T0} = 2 \text{ mm}$ の楕円形窒素気泡の衝撃波到達後の挙動と圧力波形を示している。高速度駒撮り写真によると気泡は衝撃波到達後周期約 $250 \mu\text{sec}$ の振動を行ない、第一回目の半径最小が生じた直後に左右両端が凹んで二重円盤型の不安定性を生じる(図3-21, 4)。さらに第二回目の半径最小付近で三重円盤型(図3-21, 7)となり、最終的には気泡全体に不安定性が広がり多数の微小気泡に崩壊してしまう(図3-21, 16)。またこの間気泡は衝撃波後方の流れにより約 1 m/sec で下流方向へ移動していた。この流れと気泡変形の関係は第IV章で取り上げられる。圧力波形を見ると、衝撃波の伝播

速度は 834 m/sec で水だけの場合に比べて遅くなっており二相流の特徴を示している。観測窓における圧力波形 2 は立ち上がり約 $200 \mu\text{sec}$, 振幅 1.9 atm (0.19 MPa) のステップ状であることが明らかになったので、これが後の計算において遠方圧力プロファイルとして用いられる。また圧力波形 1, 2 とともに気泡の振動による周期約 $200 \mu\text{sec}$ の振動的波形が見られた。

図 3 - 22 において実験で得られた気泡半径の時間変化が理論値と比較される。ここで実験値は黒点、理論値は実線で示される。気泡は衝撃波到達後周期約 $250 \mu\text{sec}$ の完全な正弦波状振動を二周期まで行なうことがこの図よりわかる。この範囲の振動は (3-48) ~ (3-51) 式で断熱変化 ($Nu = 0$) を仮定した理論値と一致しており、気泡の変形は断熱的であるとみなせる。計算における無限遠方での圧力 $p_{\infty}(t)$ としては実験で観察された有限の立ち上がり t_r , 振幅 ($p_{\max} - p_0$) をもつステップ状圧力 $p_{\infty}(t) = (p_{\max} - p_0) \frac{t}{t_r} + p_0$ ($0 \leq t < t_r$) , $p_{\infty}(t) = p_{\max}$ ($t_r \leq t$) が用いられているが、実験との一致によりこれは妥当であると考えてよい。

同様の気泡の挙動が酸水素混合気泡及び異なる駆動圧に対しても観察されたことを付記しておく。本実験における気泡の最小半径は $R/R_0 = 0.6$ 程度であり、断熱圧縮を仮定した酸水素混合気の温度は最大 544K であるから、反応による発熱の影響が観察されないのは当然である。

気泡パラメーターが様々な組合わせをとった場合の水
中気泡変形の特徴が表3-2及び図3-23(a)に整理されている。

(4) 衝撃波によるグリセリン中気泡の変形

グリセリン中気泡の実験では表3-2に示される気泡と駆動圧の組合わせが用いられた。グリセリンの強い粘性のために気泡直径は 10mm 以上となり、振動周期は長くなる。

図3-24は初期縦半径 $R_{L0} = 4.67\text{mm}$ 、横半径 $R_{T0} = 5.16\text{mm}$ のやや偏平な楕円形空素気泡が衝撃波到達後に示す変形とそれによって発生する圧力波形を示している。気泡は衝撃波到達後収縮膨張をくり返すが、第一

回目の最小寸法の付近（図3-24, 3）で上部が平らになり，以後の収縮膨張過程においてもその形状が維持されていた。そして水の場合のように気泡形状に不安定性が現われ発達することなく，振動はしだいに減衰していった。これはグリセリンに対する計算結果（図3-13）と対応している。この間気泡は約4 m/secで下方へ移動していることが高速度駒撮り写真から観察されるので，衝撃波によりグリセリンの流れが継続的に誘起されていることは明白である。圧力波形1, 2より衝撃波伝播速度は581 m/secが得られるが，この値は気泡が大きく，ボイド率が高い分だけ水の場合よりも遅くなっている。圧力変換器1は液面からの距離が近いので，波形1には管の振動による高周波成分と衝撃波圧力が重なって現われる。波形2では管の振動と衝撃波圧力は分離し，圧力振幅8.1 atm（0.81 MPa）幅約800 μsecののこぎり歯状圧力波形が現われる。このようなのこぎり歯状波形は半径の大きい気泡の振動により発生する圧力波が強いために現われるのである。

以上と同様な挙動がアルゴン希釈された酸水素混合

気 90% Ar + 10% ($H_2 + 2O_2$) やアルゴン, ヘリウム気泡の場合も観察された. 本実験における気泡の最小半径比 $R/R_0 = 0.4 \sim 0.55$ なので, 簡単な計算により気泡内温度 ≥ 922 K, 圧力 ≥ 18.5 atm (1.85 MPa) が得られる. この条件での 90% Ar + 10% ($2H_2 + O_2$) 混合気の反応誘起時間³⁵⁾ は $56 \mu\text{sec}$ となり反応開始の可能性はあるが, 気泡の挙動及び圧力波形は窒素気泡の場合 (図 3-24) と変わらず, 従って反応は起きていないと結論してよい.

実験で得られた気泡半径の時間変化と理論値との比較が図 3-25, 3-26 に示される. 気泡は初期縦半径 $R_{L_0} = 5.23$ mm, 横半径 $R_{T_0} = 6.50$ mm のアルゴン気泡である. グリセリン中では気泡半径が大きいため圧力波形の振動が大きく (図 3-24, 圧力波形 2), 無限遠方での圧力 $p_{\infty}(t)$ としてステップ状の圧力を仮定することは正しくないし仮にステップ状としても $R_0 = 9$ mm にしなければ実験値と一致しない (図 3-25). 一方, のこぎり歯状 $[p_{\infty}(t) = (p_{\max} - p_0) \frac{t}{t_r} + p_0 \quad (0 \leq t < t_r),$
 $p_{\infty}(t) = -(p_{\max} - p_0) \frac{t - t_r}{t_r} + p_0 \quad (t_r \leq t \leq 2t_r)$ または $p_{\infty}(t) =$

$\exp\left(\frac{t}{t_r} \ln p_{\max}\right)$ ($0 \leq t < t_r$), $p_{\text{res}}(t) = \exp\left(-\frac{t-2t_r}{t_r} \ln p_{\max}\right)$
($t_r \leq t \leq 2t_r$)] の圧力上昇を与えた場合には周期はほぼ一致することが示された (図3-26)。

図3-27はグリセリン中で観察された特殊な変形の様子を示す写真の写生図である。この気泡は初め縦長の楕円体であったが、圧縮されて最小になった時には他の場合と同様に気泡上部が平らになり、その直後にできた下部の小さなふくらみは急速にパラシュート型に成長していった。気泡の縦方向の最大伸長速度は約 40 m/sec で横方向の膨張速度 (約 10 m/sec) よりも著しく速くなっていた。そして下向きに伸長するジェットは突然小さな気泡を液体中に分離して縮み始め、次の膨張開始時には二重円盤型の不安定性が発生した (図3-23(c))。この間気泡は約 4 m/sec で下向きに移動していた。パラシュート型の変形は壁付近でのキャビテーション気泡の変形³⁶⁾でも見られ、気泡上部が気泡内に入り込んで起こると言われている。またこれと類似した現象は気体中におかれた密度の異なる気体泡を通過する衝撃波によっても起こることが Rudinger³⁷⁾ と

Evans³⁸⁾ によって実験的及び理論的に示されている。

グリセリンにおける気泡のいくつかのパラメータと挙動の関係は表3-2及び図3-23(b), (c)に整理されている。

III-5 まとめ

気泡を含む液体中を伝播する微小圧力波に対して熱伝達を考慮した波動方程式が導びかれ、ステップ状微小圧力波入力に対する厳密解が求められた。

また数種類の異なる気体からなる気泡を用いて、水とグリセリン中における衝撃波到達後の気泡変形が観察された。水中では周期的振動、二重及び三重円盤型不安定性、微小気泡への崩壊が観察され、周期的振動は断熱変化を仮定した理論値と一致した。一方、グリセリン中では二つの型の変形が観察された。振動が減衰して不安定性が現れない場合と、パラシュート型に変形し、その後二重円盤型不安定性が現われる場合である。ただしどちらの場合にも液体流の効果により気泡上部が平らになる現象が観察された。

参 考 文 献

- 1) 赤川 浩爾, 気液二相流, 1974, コロナ社.
- 2) 森岡 茂樹, 気体力学, 1982, 朝倉.
- 3) Campbell, I.J. and Pitcher, A.S., Proc. Roy. Soc. A, 243 (1958), 534.
- 4) van Wijngaarden, L., J. Fluid Mech., 33 (1968), 465.
- 5) Noordzij, L. and van Wijngaarden, L., J. Fluid Mech., 66 (1974), 115.
- 6) Mori, Y., Hijikata, K. and Komine, A., Int. J. Multiphase Flow, 2 (1975), 139.
- 7) 土方 邦夫, 森 康夫, 清水 建男, 日本機械学会論文集, 45-396 (昭54.8), 1179.
- 8) 土方 邦夫, 森 康夫, 長崎 孝夫, 中川 勝文, 日本機械学会論文集, 45-398 (昭54.10), 1511.
- 9) Gel'fand, B.E. et al., Dokl. Akad. Nauk SSSR, 220 (1975), 802.
- 0) Gel'fand, B.E., Timofiev, E.I. and Stepanov, V.V., High Temperature, 1978, 484.
- 1) Crespo, A., Phys. Fluids, 12 (1969), 2274.
- 2) van Wijngaarden, L., Ann. Rev. Fluid Mech., 4 (1972), 369.
- 3) Crighton, D.G., Ann. Rev. Fluid Mech., 11 (1979), 11.
- 4) Kuznetsov, V.V., Nakoryakov, V.E., Pokusaev, B.G. and Shreiber, I.R., J. Fluid Mech., 85 (1978), 85.
- 5) 松井 剛一, 杉原 正則, 有本 卓, 日本機械学会論文集, 45-391 (昭54.3), 331.
- 6) Morioka, S. and Matsui, G., J. Fluid Mech., 70 (1975), 721.
- 7) Hsieh, D.Y. and Plesset, M.S., Phys. Fluids, 4 (1961), 970.
- 8) Mecredy, R.C. and Hamilton, L.J., Int. J. Heat Mass Transfer, 15 (1972), 61.
- 9) 土方 邦夫, 森 康夫, 日本機械学会論文集, 40-332 (昭49.4), 1073.
- 0) Gubaidullin, A.A., Ivandaev, A.I. and Nigmatulin, R.I., Sov. Phys. Dokl., 21 (1976), 68.
- 1) Chu, B.T., Wright Air Development Center, TN-57-213, 1957.
- 2) Vincenti, W.G. and Kruger, C.H., Introduction to Physical Gas Dynamics, 1965, Jhon Willey & Sons, 257.

- 23) Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., Fluid Mechanics, 1959, Pergamon Press, 248.
- 24) Witham, G.B., Comm. Pure Appl. Math., 12 (1959), 113.
- 25) Witham, G.B., Linear and Nonlinear Waves, 1974, John Willey & Sons, 339.
- 26) Erdelyi, A. et al., Tables of Integral Transforms, 1 (1954), McGraw-Hill.
- 27) Plesset, M.S. and Prosperetti, A., Ann. Rev. Fluid Mech., 9 (1977), 145.
- 28) Knapp, R.T., Daily, J.W. and Hammit, F.G., Cavitation, 1970, McGraw-Hill.
- 29) Hammit, F.G., Cavitation and Multiphase Flow Phenomena, 1980, McGraw-Hill.
- 30) 東京天文台, 理科年表, 昭56, 丸善.
- 31) 卷口守男, 河田治男, 日本機械学会論文集, 42-357 (昭51.5), 1426.
- 32) Kawada, H., Hotta, M. and Makiguchi, M., Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., 16 (1973), 195.
- 33) Rudinger, G., Wave Diagrams for Nonsteady Flow in Ducts, 1955, D. Van Nostrand.
- 34) 倉谷健治, 土屋莊次, 衝撃波の化学物理, 1968, 裳華房.
- 35) Schott, G.L. and Kinsey, J.L., J. Chem. Phys., 29 (1958), 1177.
- 36) Lauterborn, W. and Bolle, H., J. Fluid Mech., 72 (1975), 391.
- 37) Rudinger, G. and Somers, L.M., J. Fluid Mech., 7 (1960), 161.
- 38) Evans, M.W., Harlow, F.H. and Meixner, B.D., Phys. Fluids, 5 (1962), 651.

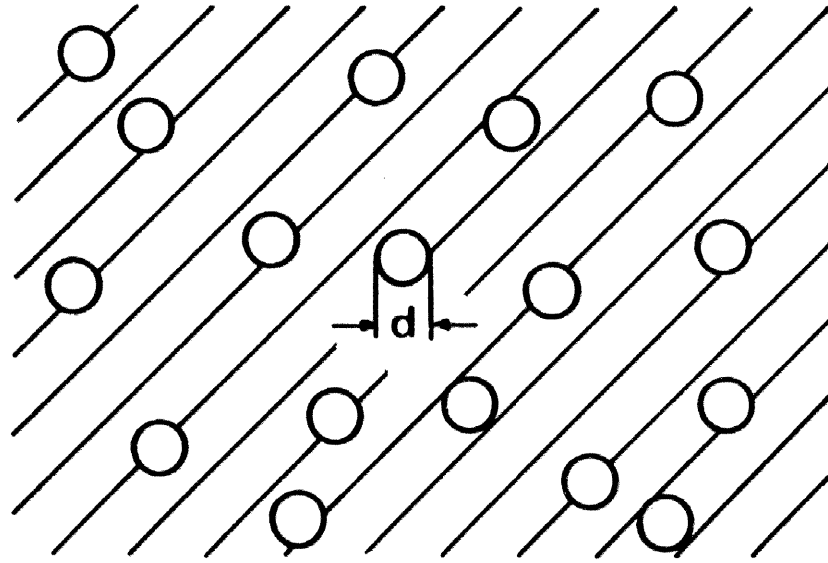


図 3 - 1 気泡を均一に含む液体

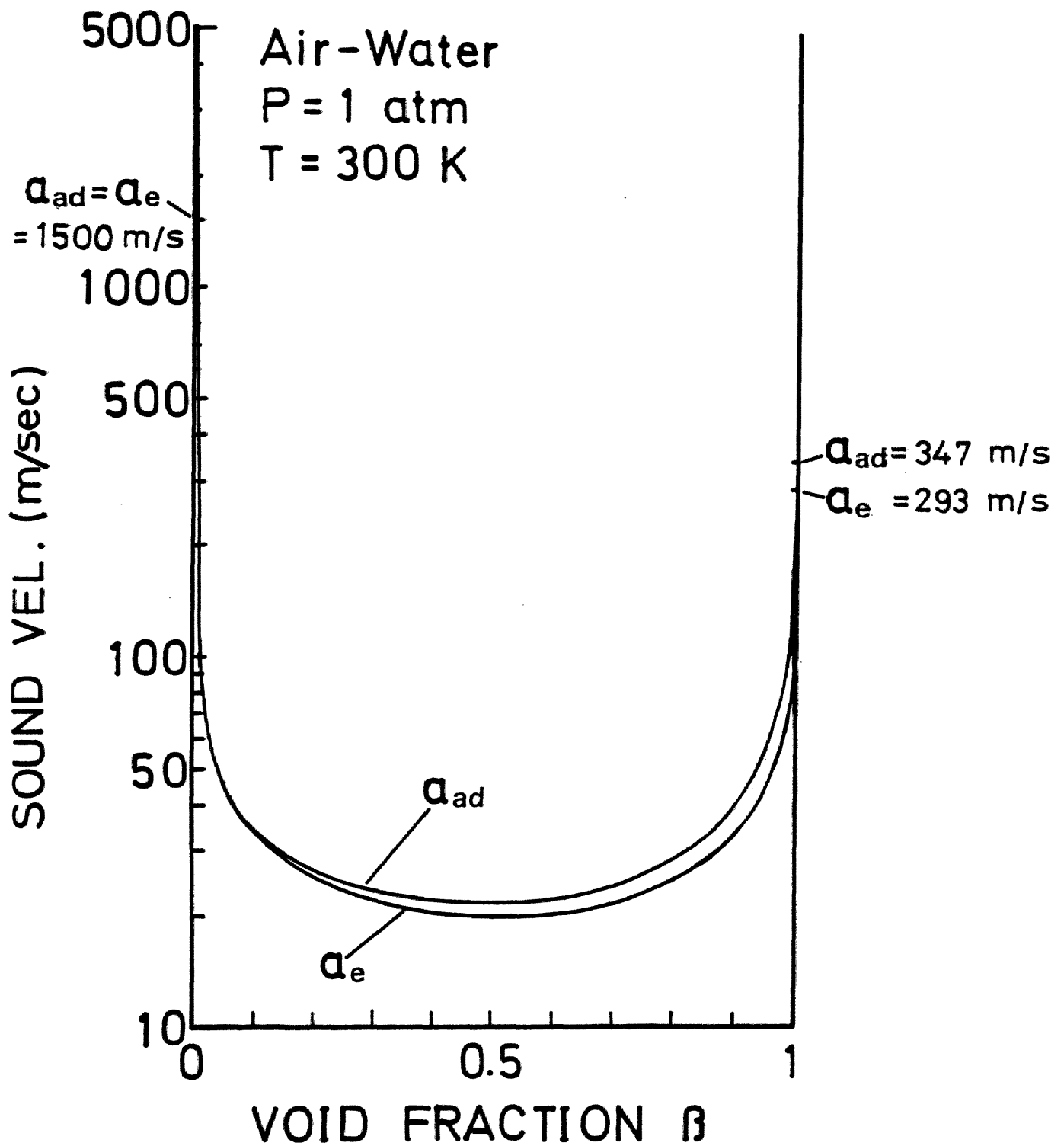


図 3-2 ボイド率による音速の変化

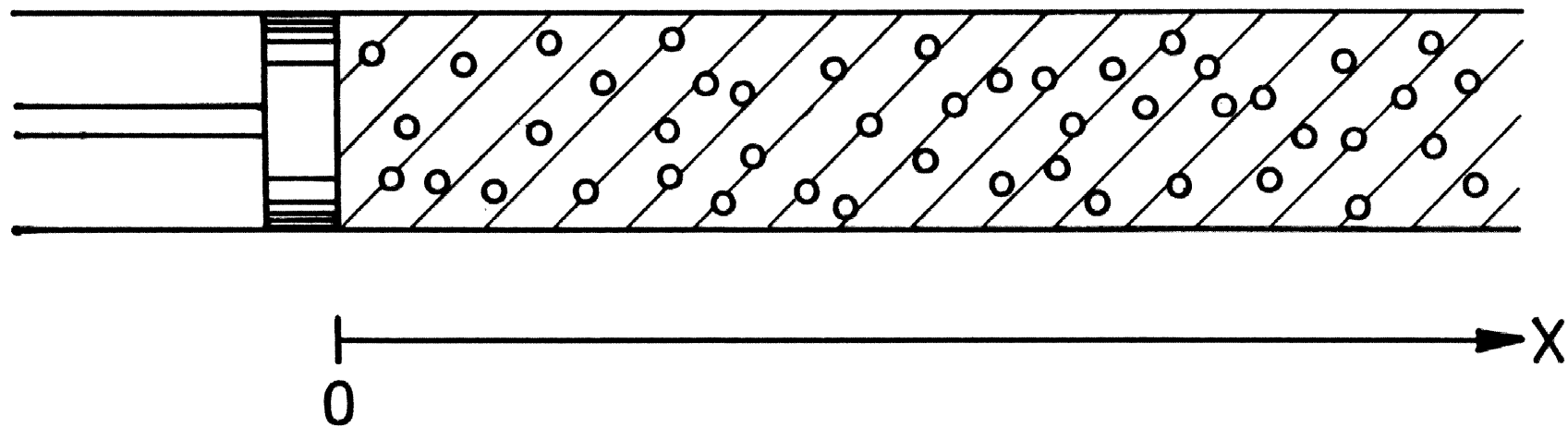
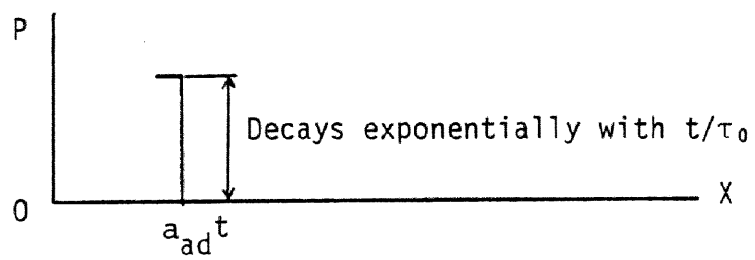
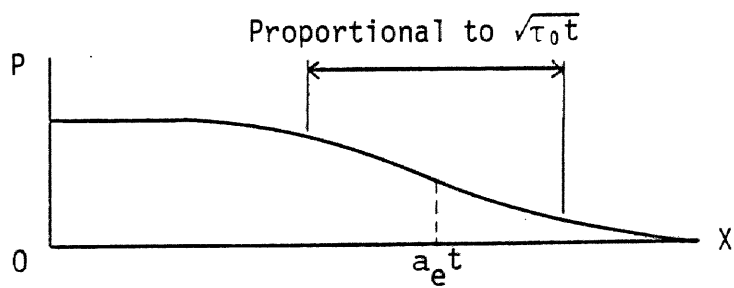


圖 3-3 座標系



(a)



(b)

図 3-4 近似解法から得られる圧力波形

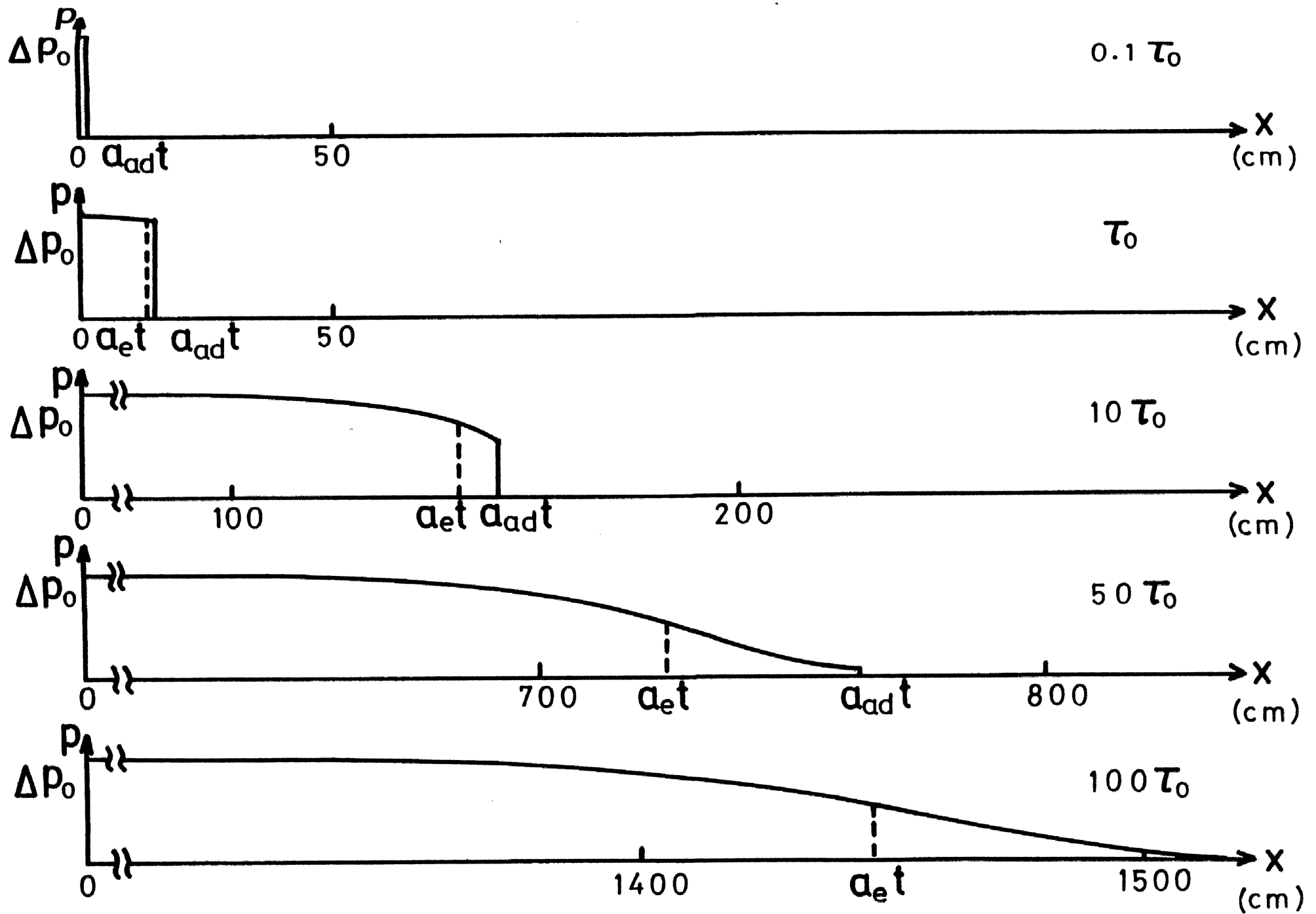


図 3-5 ステップ状圧力波形の時間変化

$$t_w = 0.1 \tau_0$$

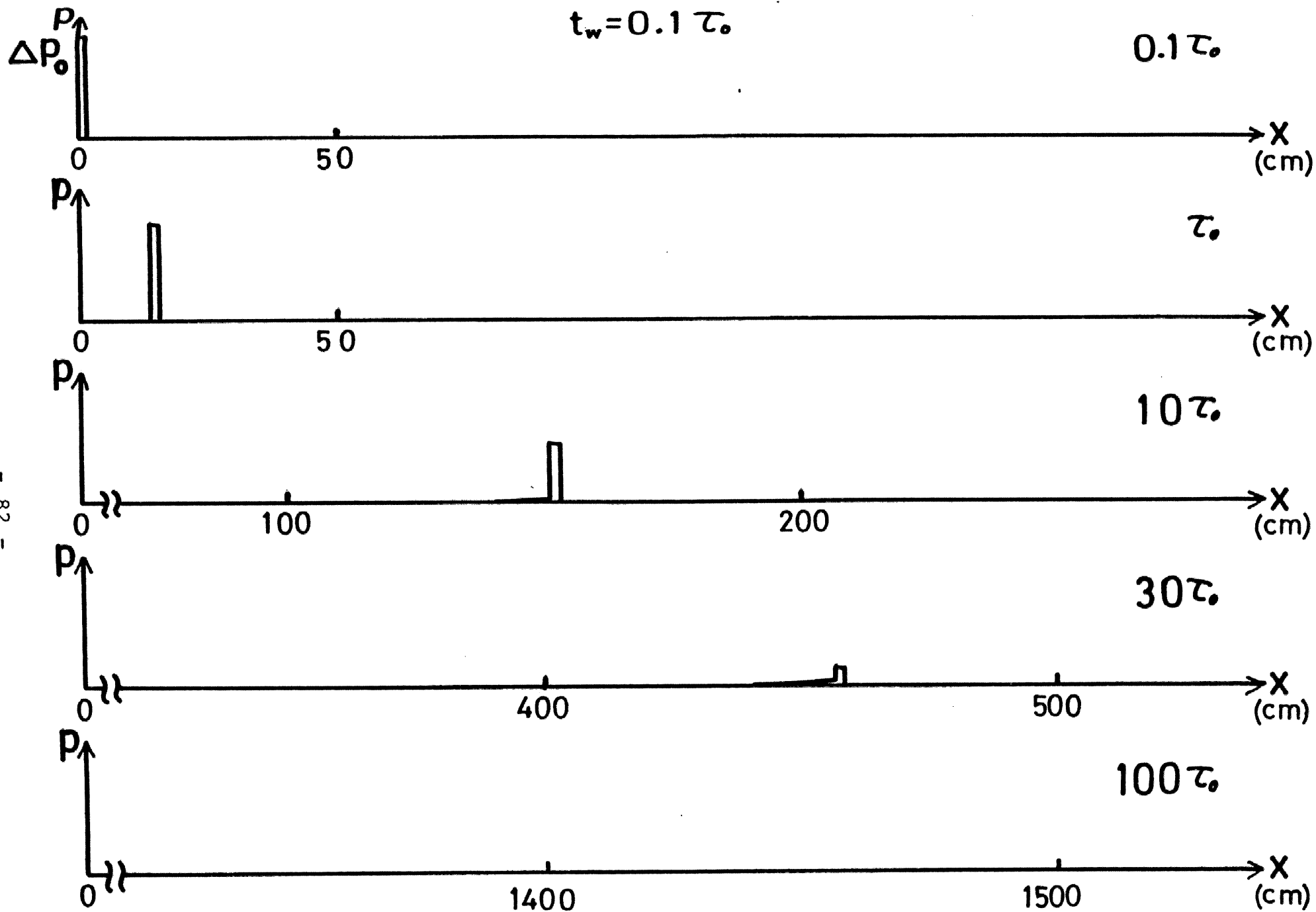


図3-6 矩形パルス状圧力波形の時間変化 ($t_w = 0.1 \tau_0$)

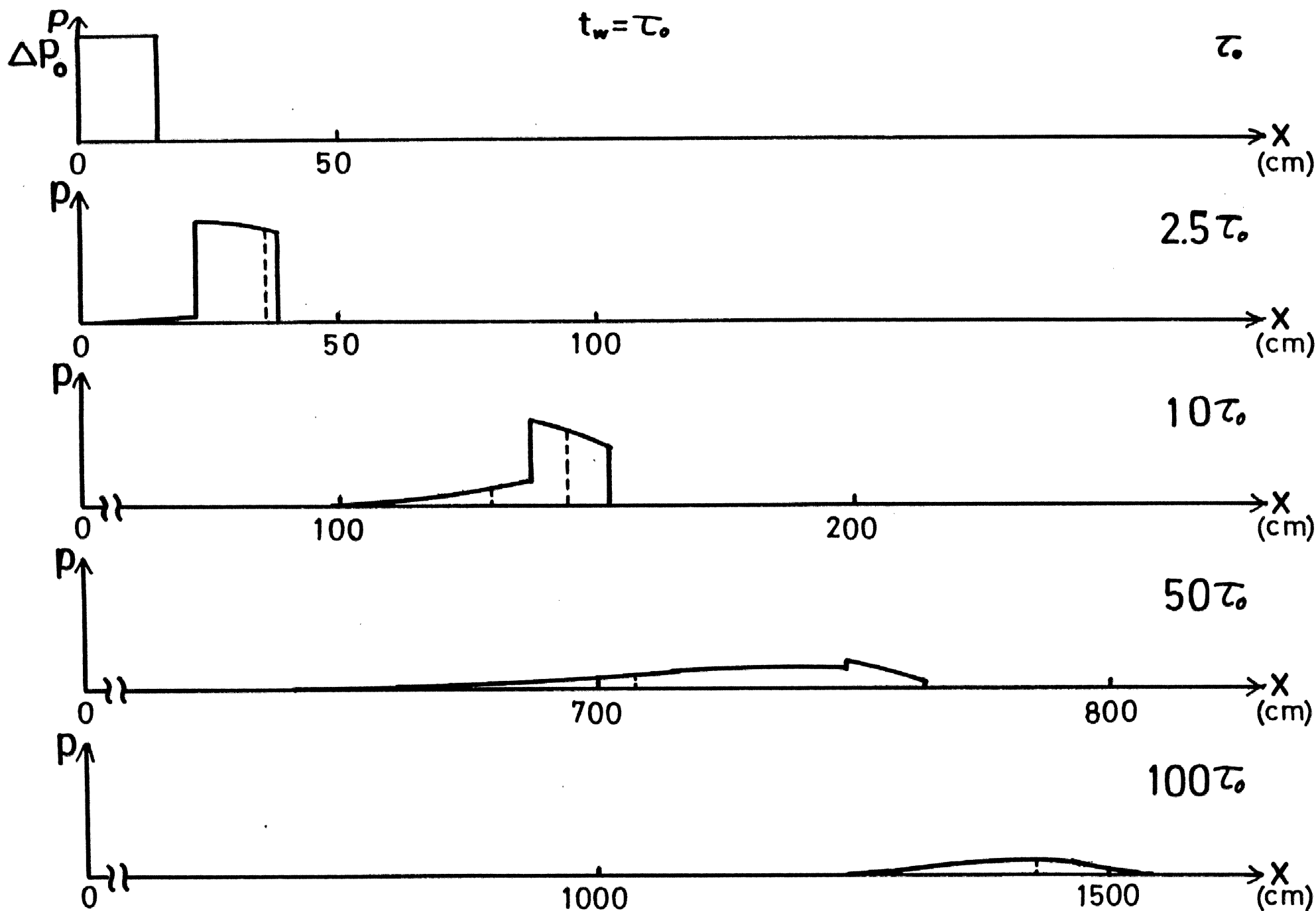


図 3-7 矩形パルス状圧力波の時間変化 ($t_w = \tau_0$)

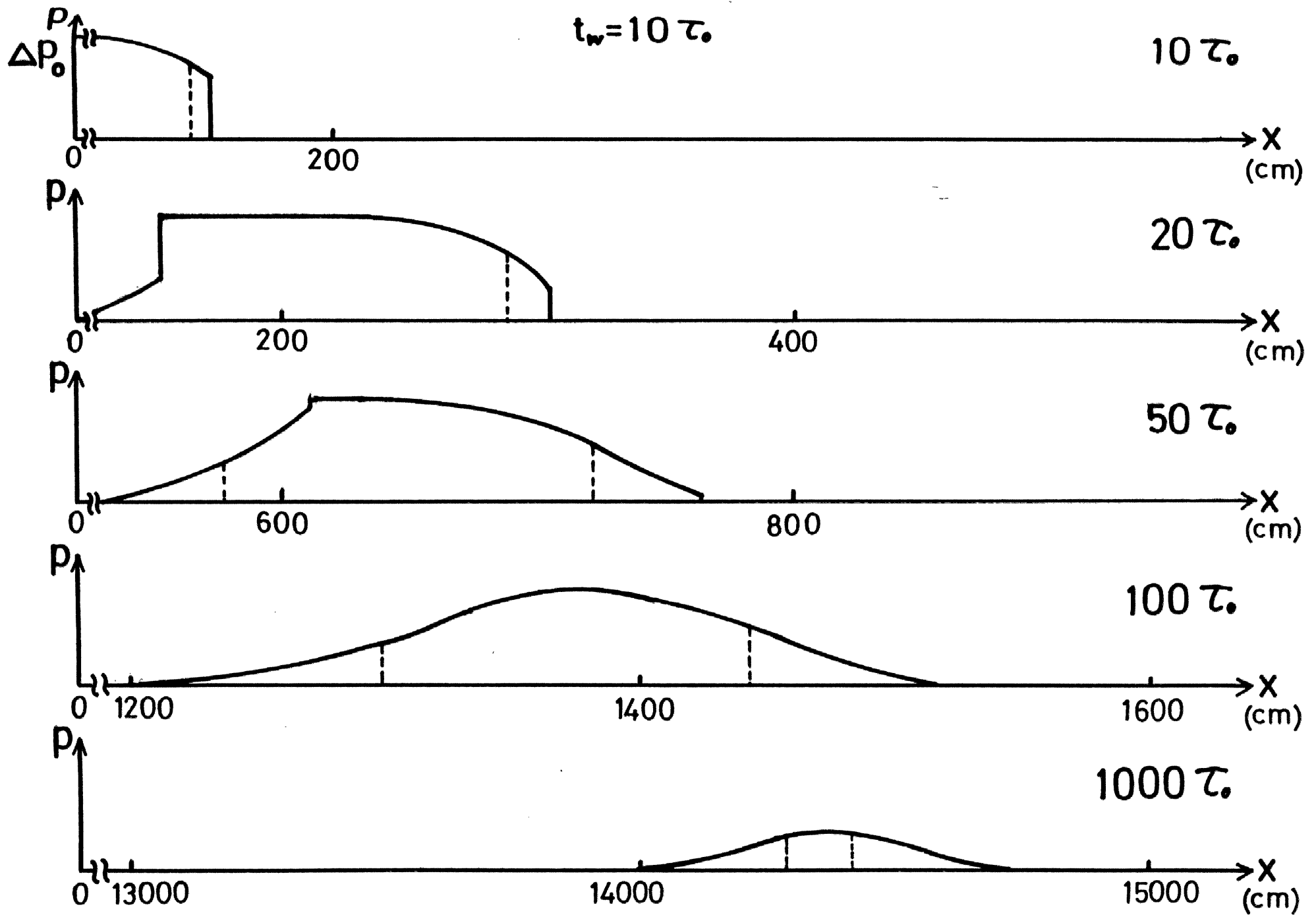
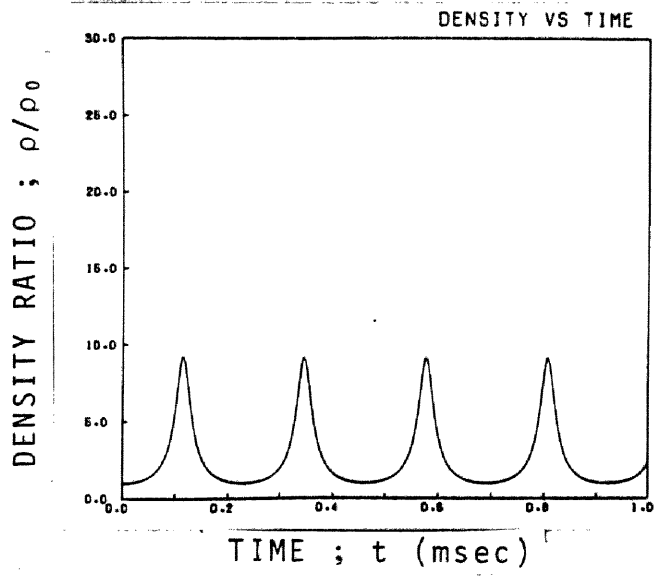
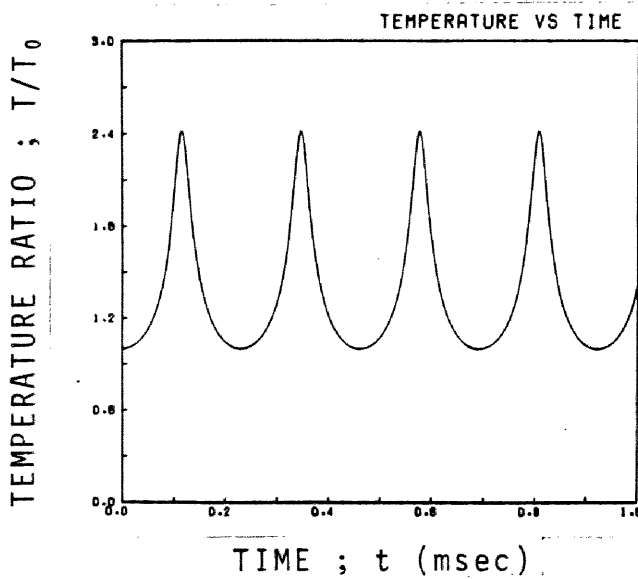
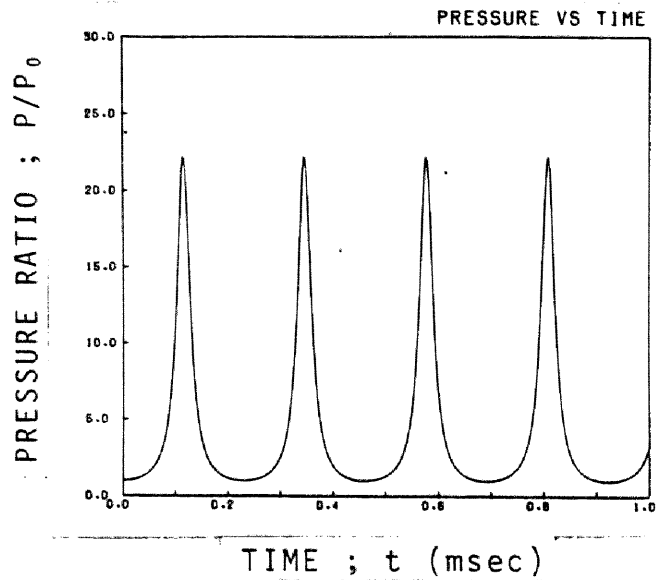
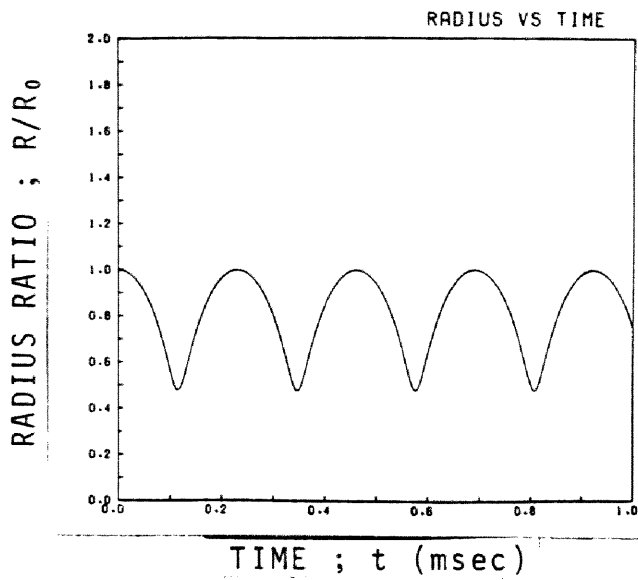
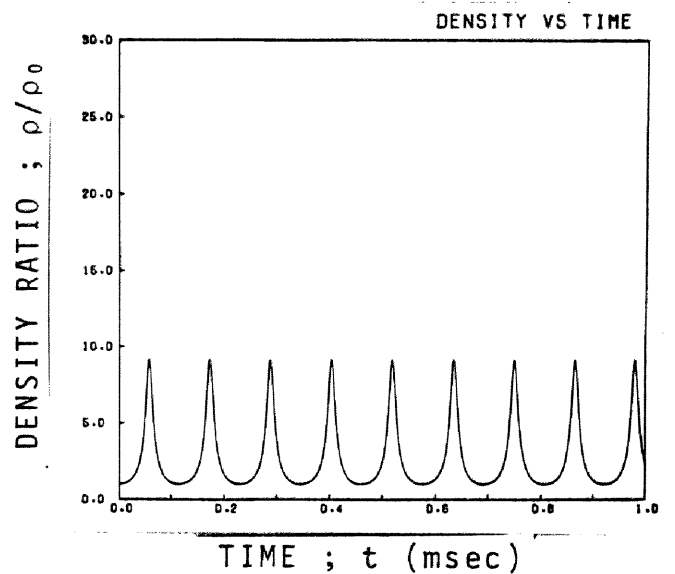
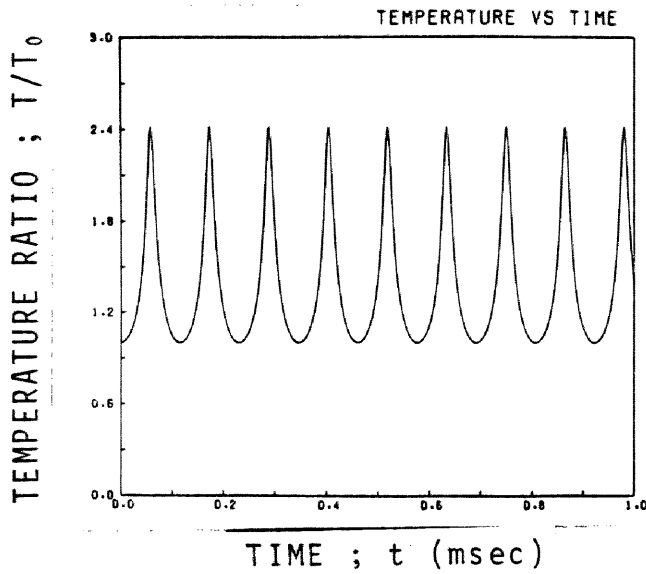
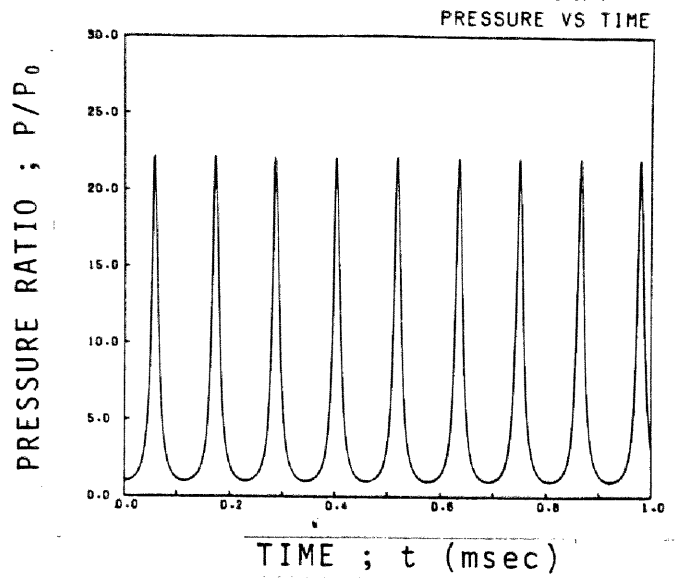
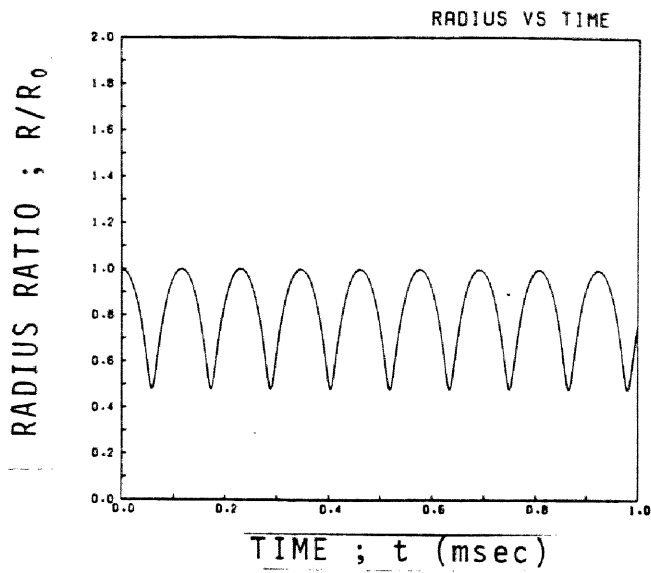


図 3-8 矩形パルス状圧力波形の時間変化 ($t_w = 10 \tau_0$)



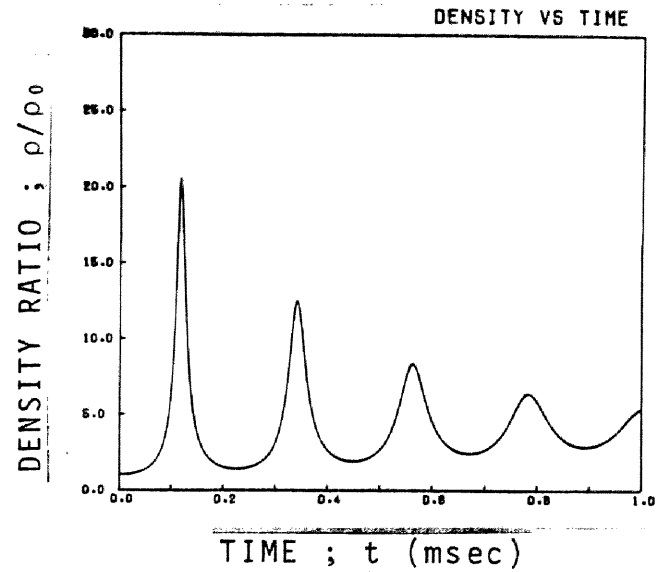
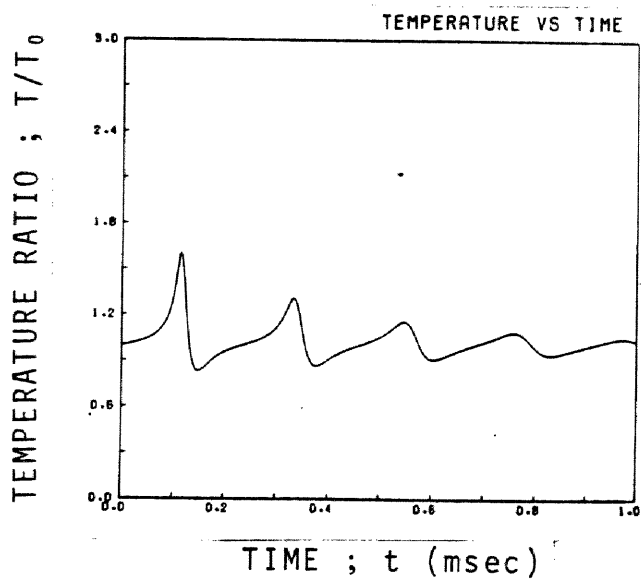
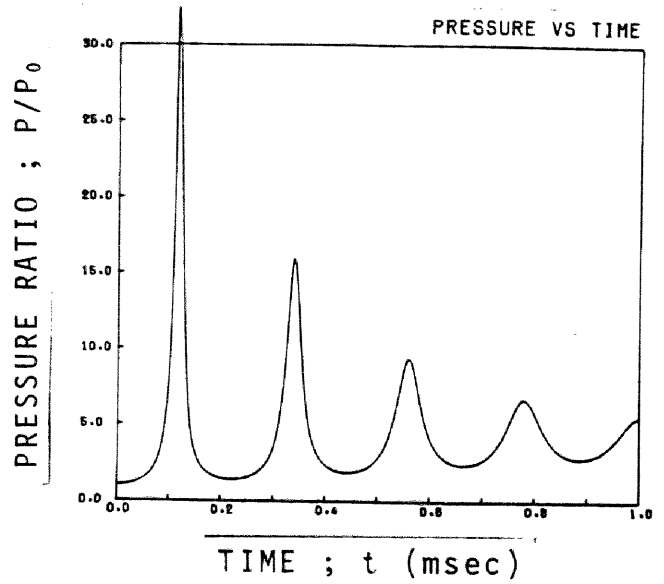
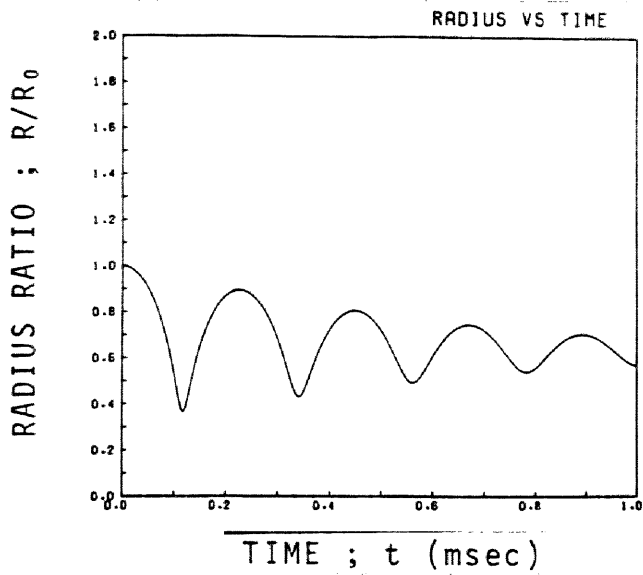
$Nu = 0$
 Rise Time = 0
 $R_0 = 2 \text{ mm}$
 $P_\infty = 4 \text{ atm}$
 Water

図3-9 水中気泡の収縮膨張振動



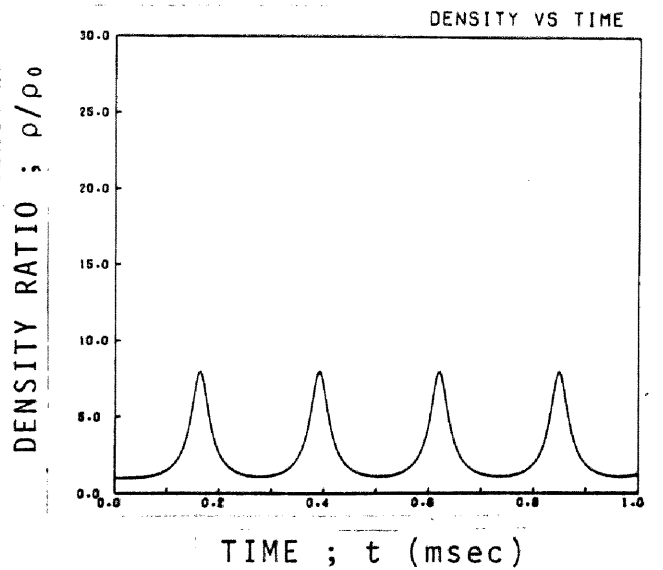
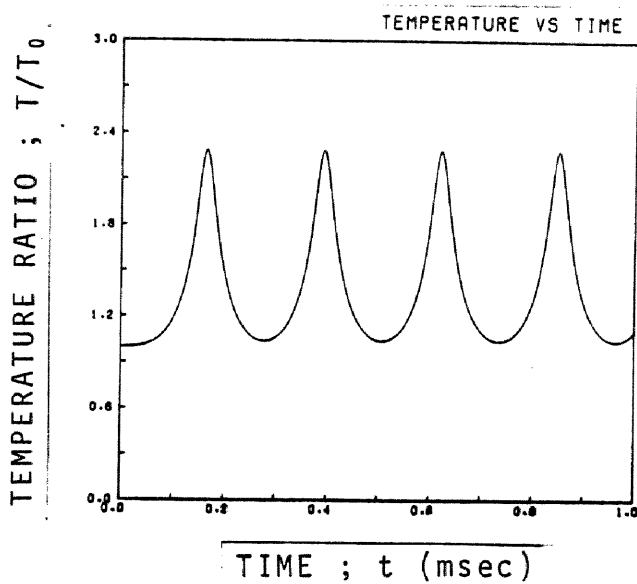
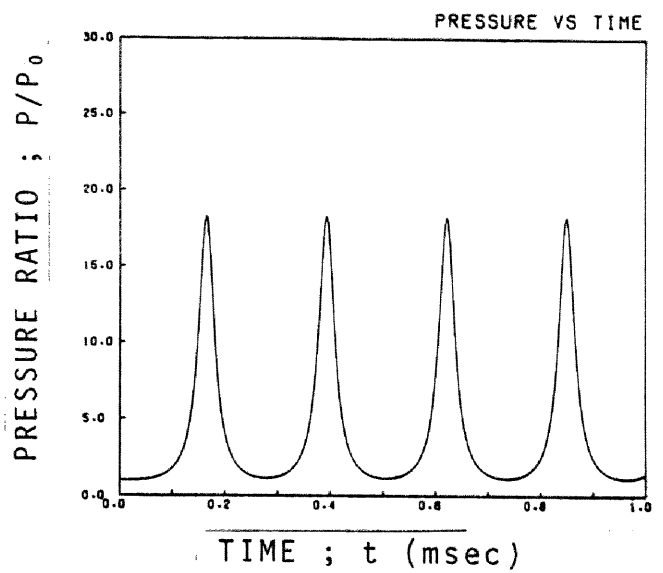
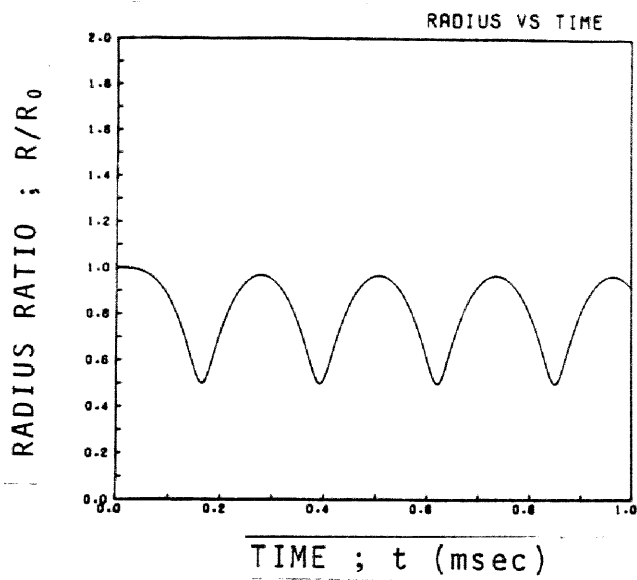
$Nu = 0$
 Rise Time = 0
 $R_0 = 1 \text{ mm}$
 $P_\infty = 4 \text{ atm}$
 Water

図 3-10 水中気泡の収縮膨張振動(半径の効果)



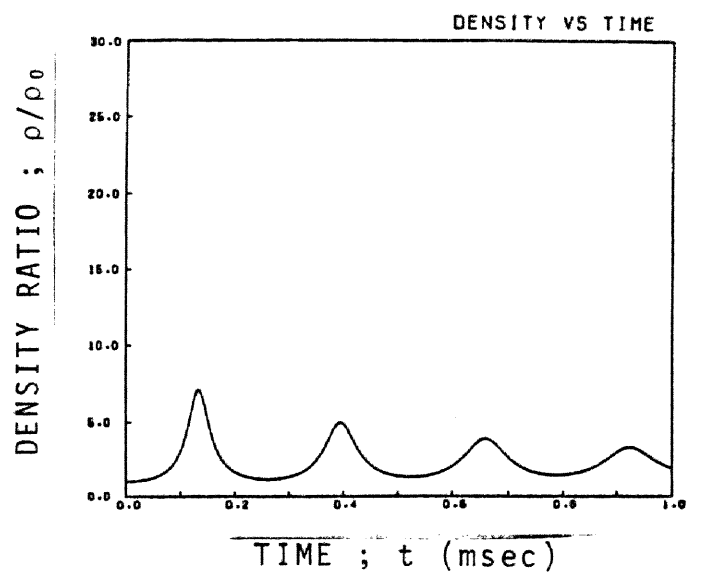
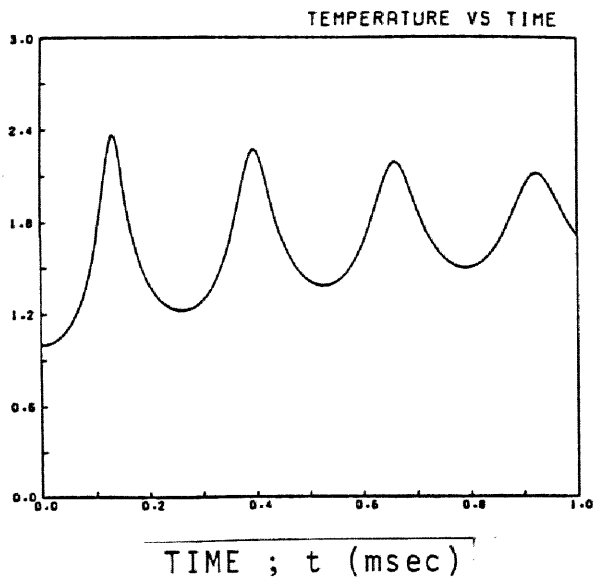
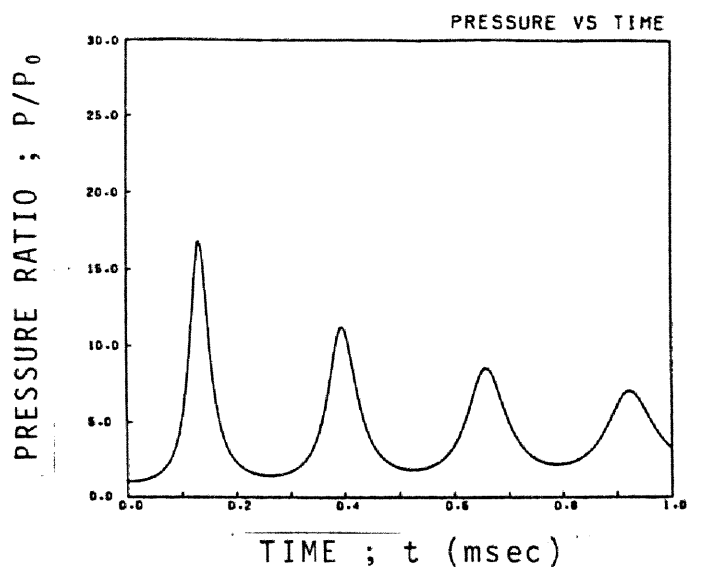
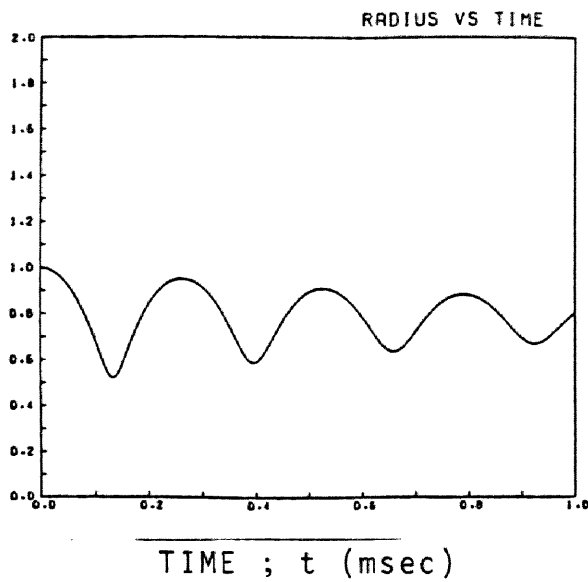
$Nu = 1.0 \times 10^4$
 Rise Time = 0
 $R_0 = 2 \text{ mm}$
 $P_\infty = 4 \text{ atm}$
 Water

図 3 - 11 水中気泡の収縮膨張振動(熱伝達の効果)



$Nu = 0$
 Rise Time = 100 μ sec
 $R_0 = 2$ mm
 $P_\infty = 4$ atm
 Water

図 3-12 水中気泡の収縮膨張振動 (圧力上昇時間の効果)



$Nu = 0$
 Rise Time = 0
 $R_0 = 2 \text{ mm}$
 $P_\infty = 4 \text{ atm}$
 Glycerin

図 3-13 グリセリン中気泡の収縮膨張振動

| R_0 (mm) | Nu | RISE TIME (μ s) | LIQUID | P_∞ (atm) | PERIOD (μ s) | R/ R_0 (1st Minimum) |
|------------|--------|----------------------|----------|------------------|-------------------|------------------------|
| 2 | 0 | 0 | WATER | 4 | 230 | 0.477 |
| 1 | 0 | 0 | WATER | 4 | 115 | 0.477 |
| 2 | 10^4 | 0 | WATER | 4 | 222 | 0.365 |
| 2 | 0 | 100 | WATER | 4 | 229 | 0.500 |
| 2 | 0 | 0 | GLYCERIN | 4 | 260 | 0.484 |

$P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 300 \text{ K}$, BUBBLE GAS ; N_2

VISCOSITY ; $1.002 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (WATER) , $1495 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (GLYCERIN)

表 3 - 1 気泡振動計算におけるパラメターと周期, 最小半径

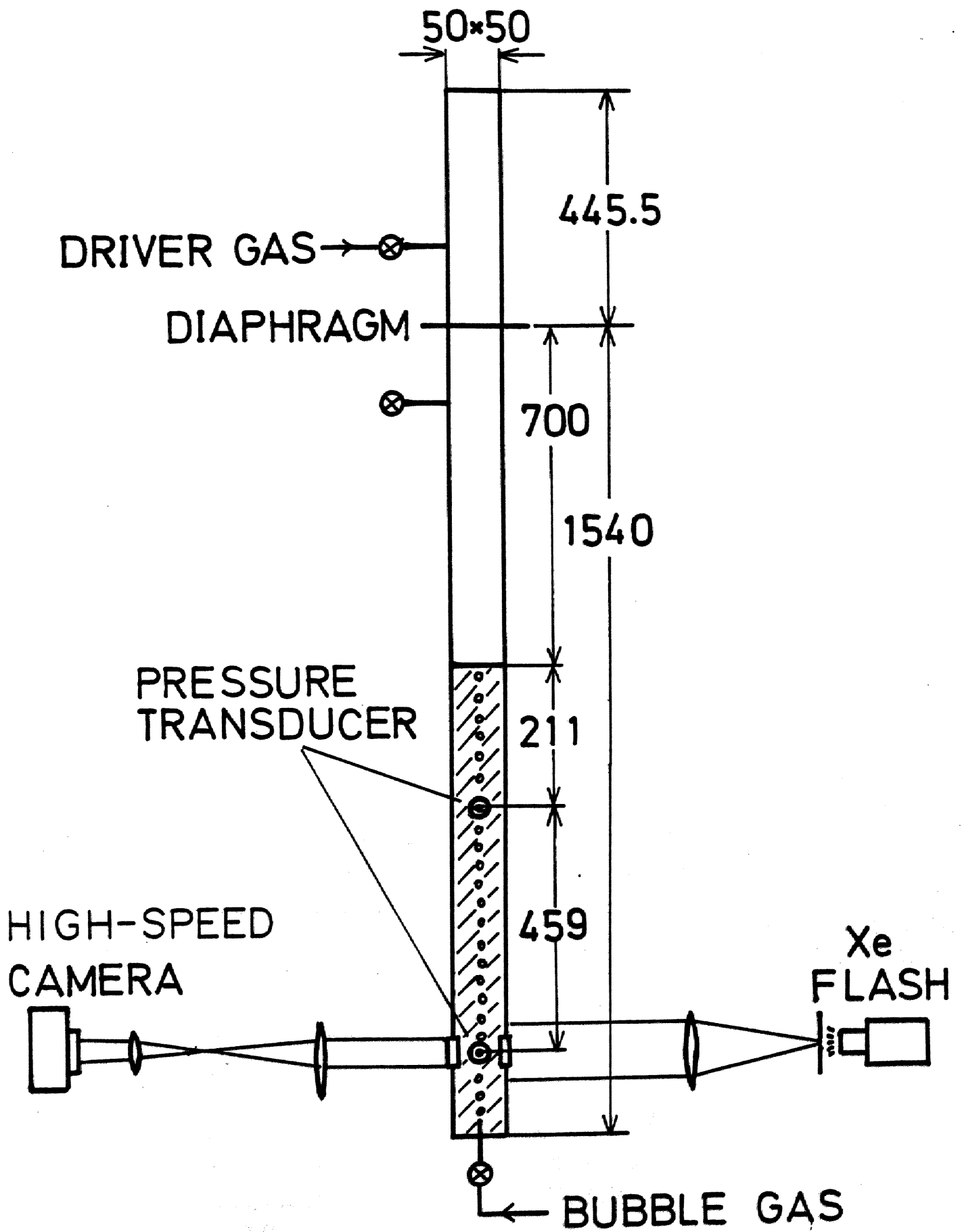


图 3-14 实验装置概要

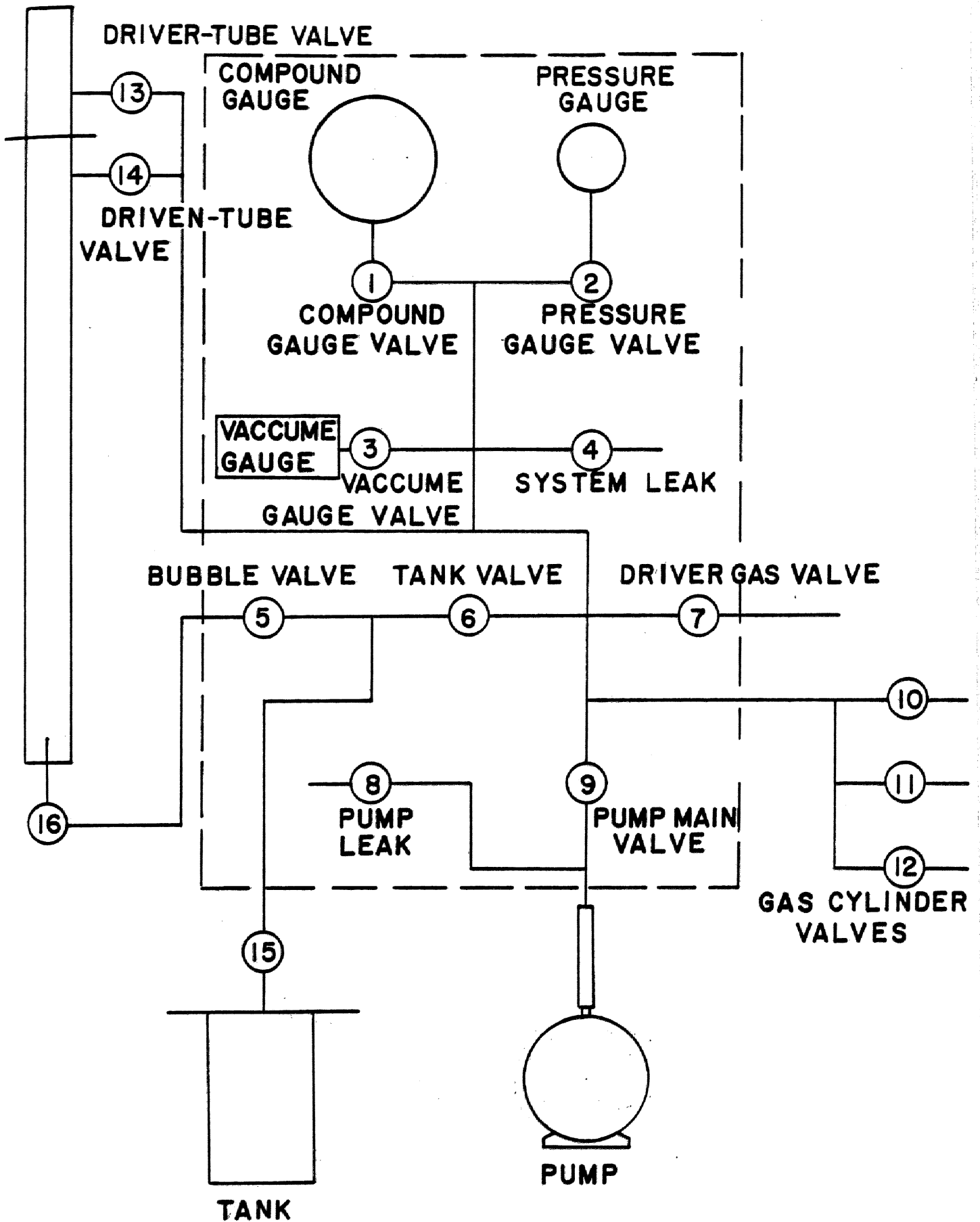


图 3-15 配管系

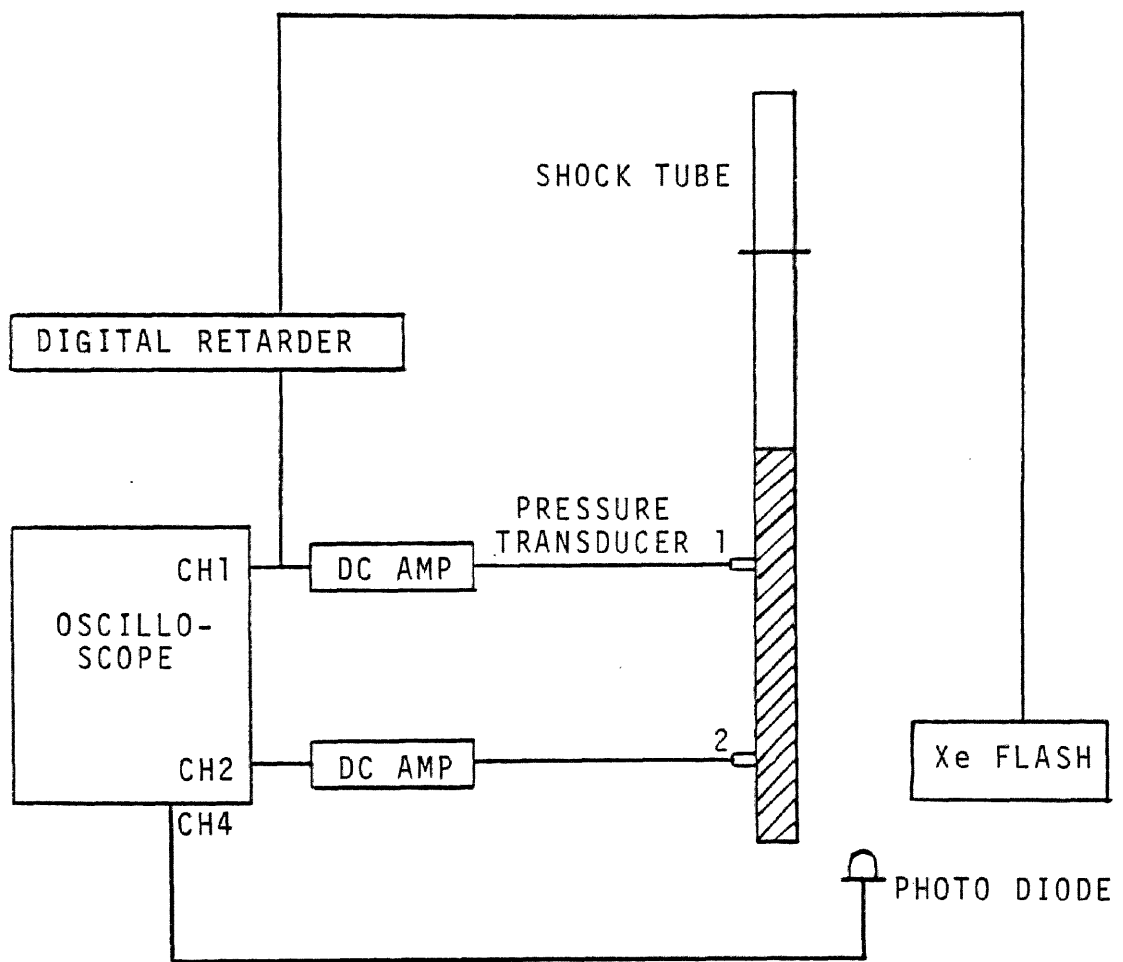


図 3 - 16 測定系

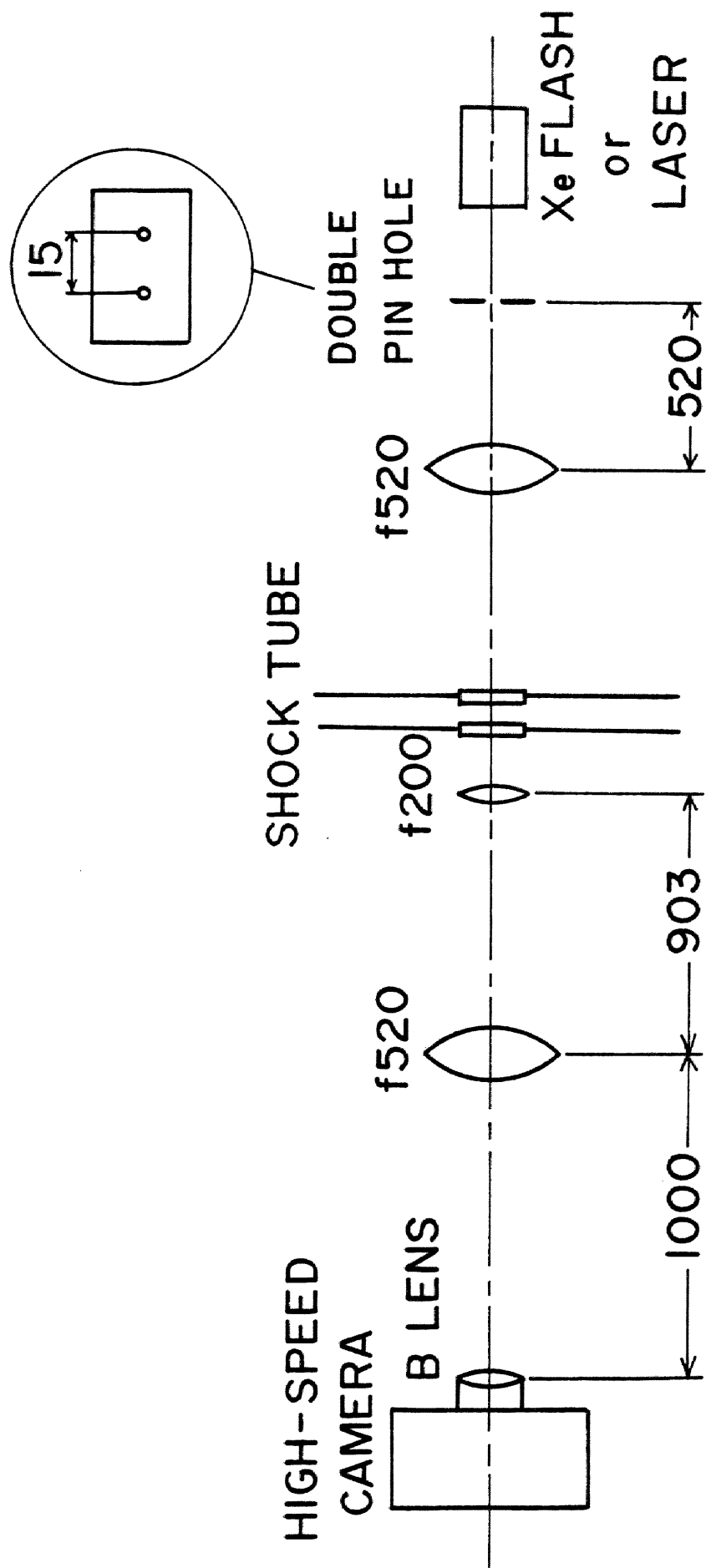


图 3-17 光学系

WATER (PRESSURE PROFILE IS NEARLY A STEP WITH FINITE RISE TIME)

| P_4 ; atm (GAS) | BUBBLE GAS | BUBBLE RADIUS | OBSERVED PHENOMENA |
|-----------------------|----------------------------------|---------------|--|
| 7.5 (N ₂) | N ₂ | 1 - 2.5 mm | PERIODIC OSCILLATION DURING THE FIRST TWO CYCLES AND THEN INSTABILITY DOMINATES. DOUBLE- AND TRIPLE-DISC-TYPE INSTABILITY APPEARS AT THE FIRST MINIMUM RADIUS ($R/R_0 > 0.6$). |
| 15 (N ₂) | N ₂ | 1 - 2.5 mm | |
| 15 (N ₂) | 3H ₂ +2O ₂ | ABOUT 2 mm | IBID. NO REACTION. |
| 12-15 (He) | 3H ₂ +2O ₂ | ABOUT 2 mm | IBID. |

GLYCERIN (PRESSURE PROFILE HAS AT LEAST TWO HIGH PEAKS)

| P_4 ; atm (GAS) | BUBBLE GAS | BUBBLE RADIUS | OBSERVED PHENOMENA |
|-----------------------|---|---------------|--|
| 7.5 (N ₂) | N ₂ , Ar | 4 mm | REGULAR SPHERICAL OSCILLATION. WHEN PARACHUTE-SHAPE DEFORMATION SPORADICALLY APPEARS, BUBBLE SPLITTING IS FOLLOWED BY INSTABILITY GROWTH INTO DOUBLE-DISC AND FURTHER. OTHERWISE, NO INSTABILITY GROWS, BUBBLE TOP FLATTENS AND REMAINS UNCHANGED DURING THE ENTIRE PROCESS. |
| 15 (He) | N ₂ | 4 - 5 mm | |
| 15 (He) | Ar | 4 - 5 mm | |
| 15 (He) | He | 4 - 5 mm | |
| 15 (He) | 90%Ar+10% (H ₂ +2O ₂) | 4 - 5 mm | IBID. NO REACTION. |

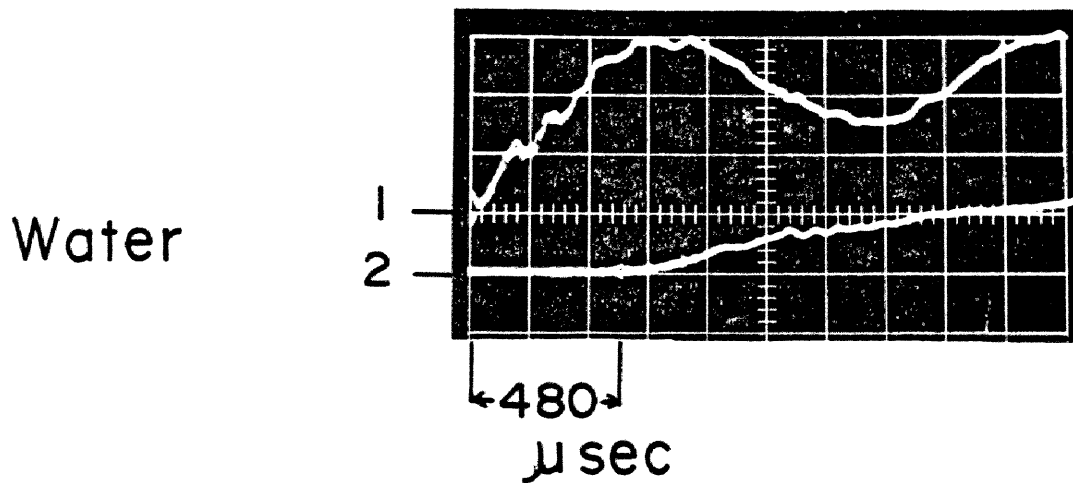
表 3-2 実験パラメーターと気泡変形の特徴

PHYSICAL PROPERTIES OF LIQUIDS

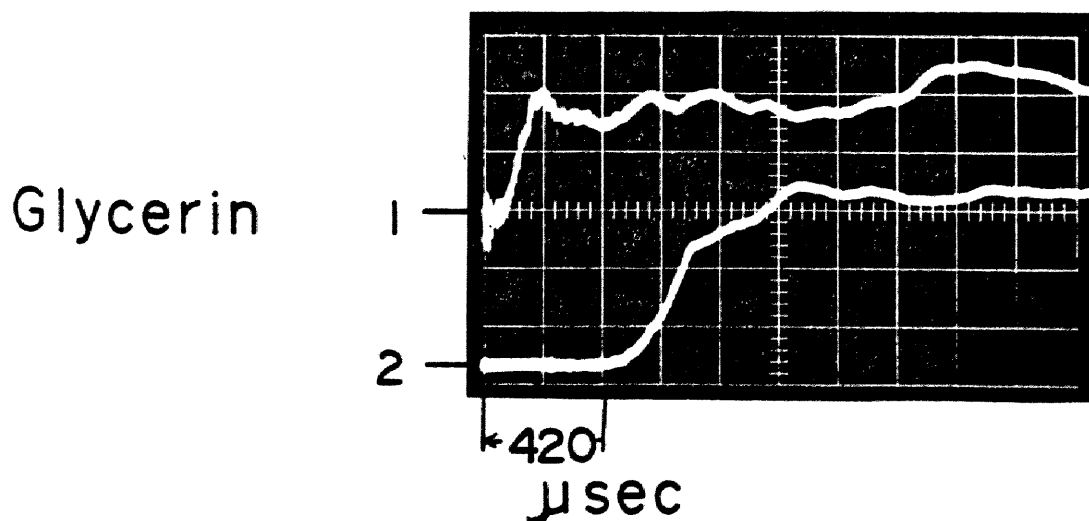
| LIQUID | DENSITY (g/cm ³) AT 20 C | VISCOSITY (Pa·s) AT 20 C | SURFACE TENSION (dyne/cm) AT 20 C | SOUND VELOCITY (m/sec) AT 23-27 C |
|------------|--|--------------------------------|---|---|
| PURE WATER | 0.998 | 1.002×10^{-3} | 72.75 | 1500 |
| GLYCERIN | 1.264 | 1495×10^{-3} | 63.4 | 1986 |

表 3-3 純水とグリセリンの物性値

Driver Pressure ; $P_4 = 7.5 \text{ atm (N}_2\text{)}$
 Test Pressure ; $P_1 = 1.0 \text{ atm (air)}$
 Time Scale ; $200 \mu\text{sec/div}$

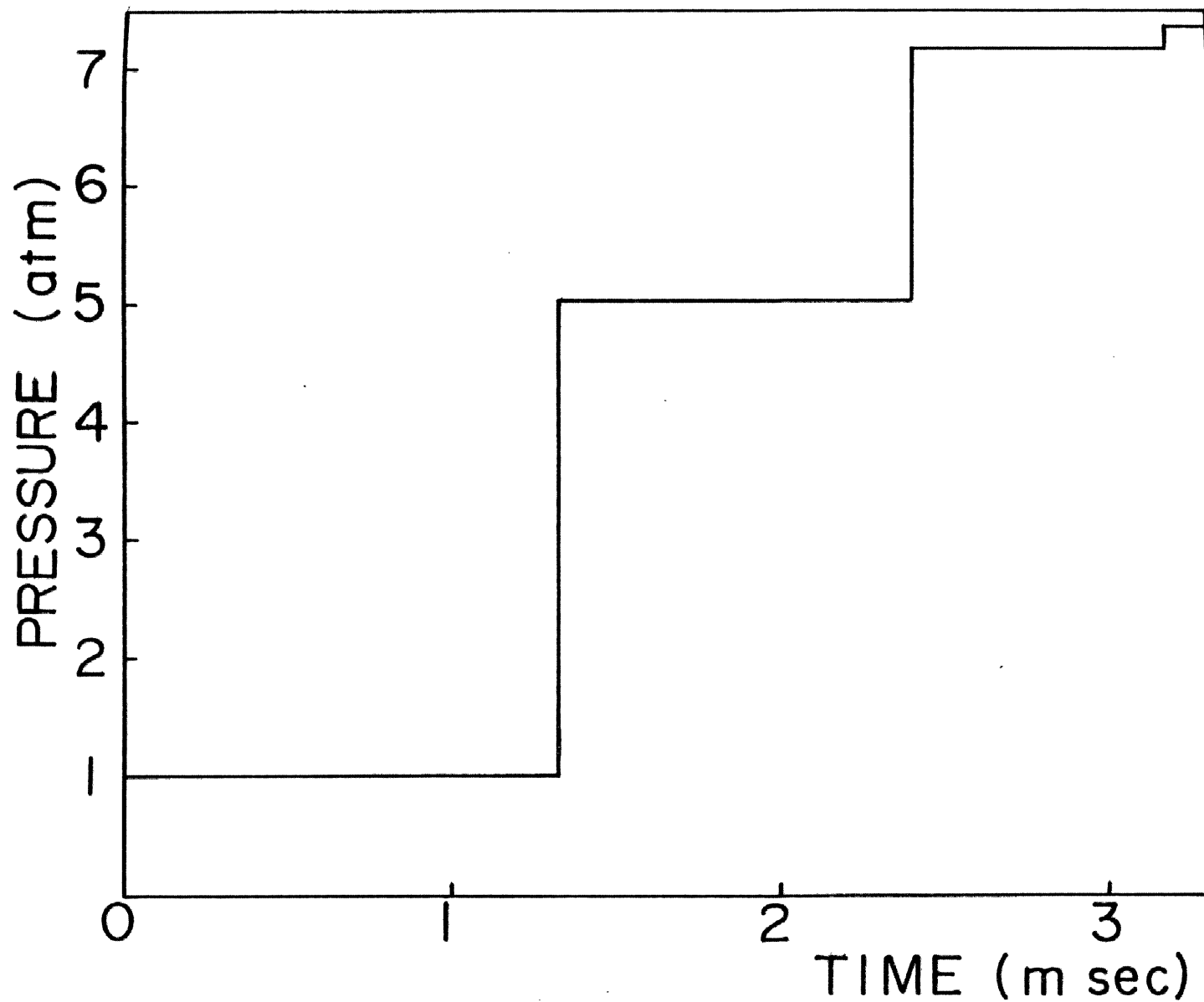


Propagation vel ; $D = 956 \text{ m/s}$



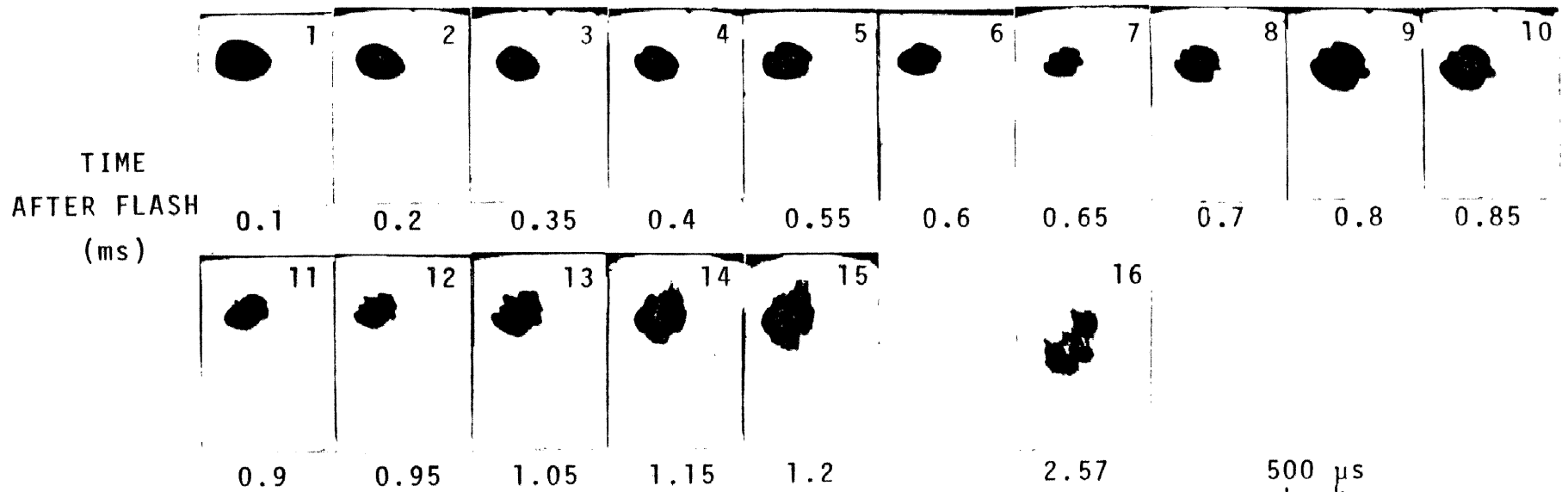
Propagation vel ; $D = 1093 \text{ m/s}$

図 3-18 液体中の衝撃波伝播



PRESSURE HISTORY AT THE SURFACE OF WATER

図 3 - 20 液体表面における圧力変化



LIQUID ; WATER , BUBBLE ; N_2
 $P_4 = 0.75 \text{ MPa } (N_2)$
 INITIAL BUBBLE RADIUS ;
 $\begin{cases} R_{LO} = 1.6 \text{ mm} \\ R_{TO} = 2.0 \text{ mm} \end{cases}$

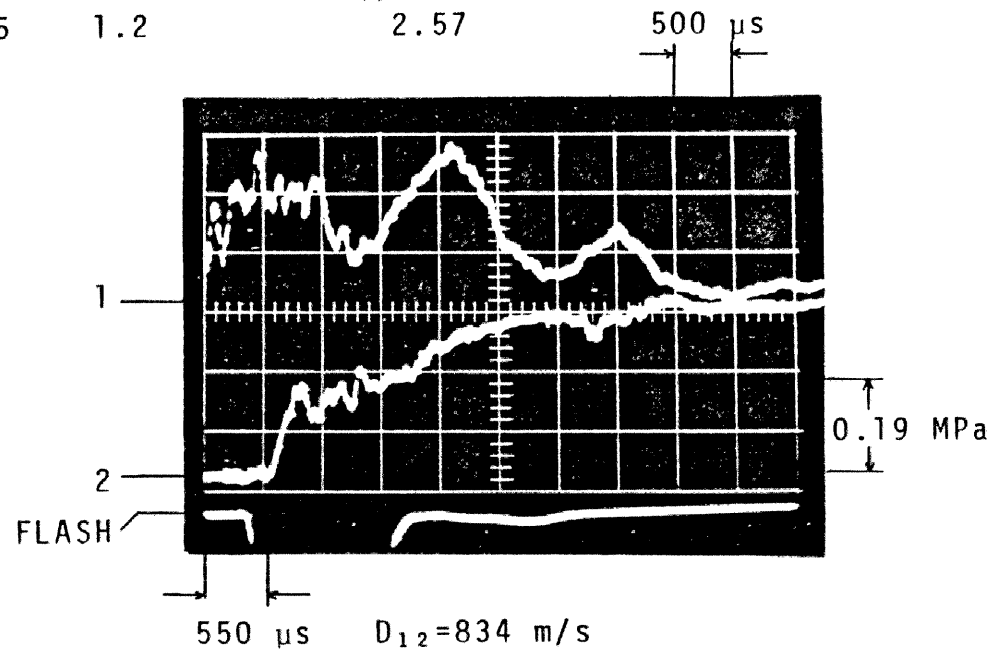


図 3-21 水中気泡の拳動と衝撃波圧力波形

RADIUS VS TIME

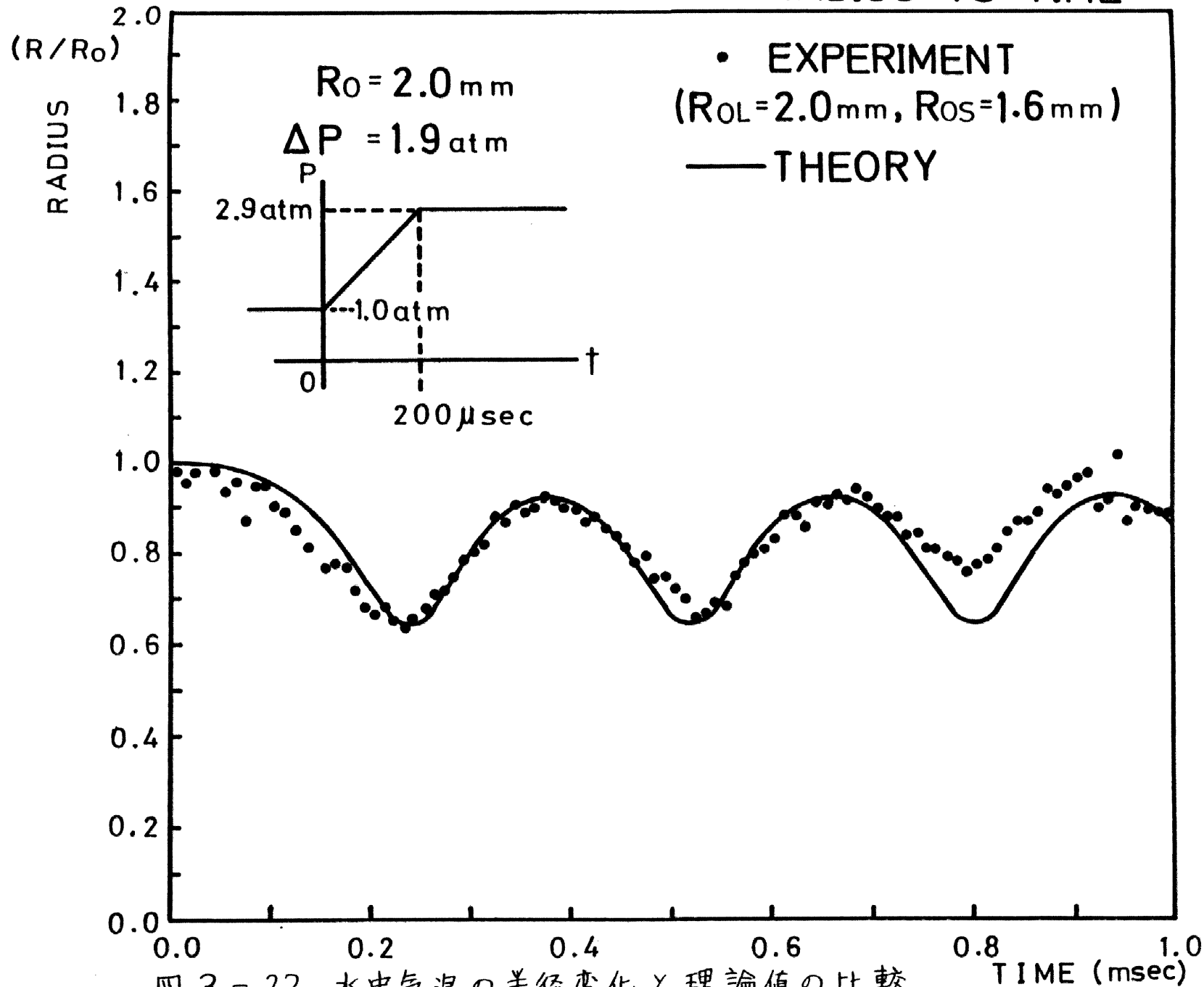
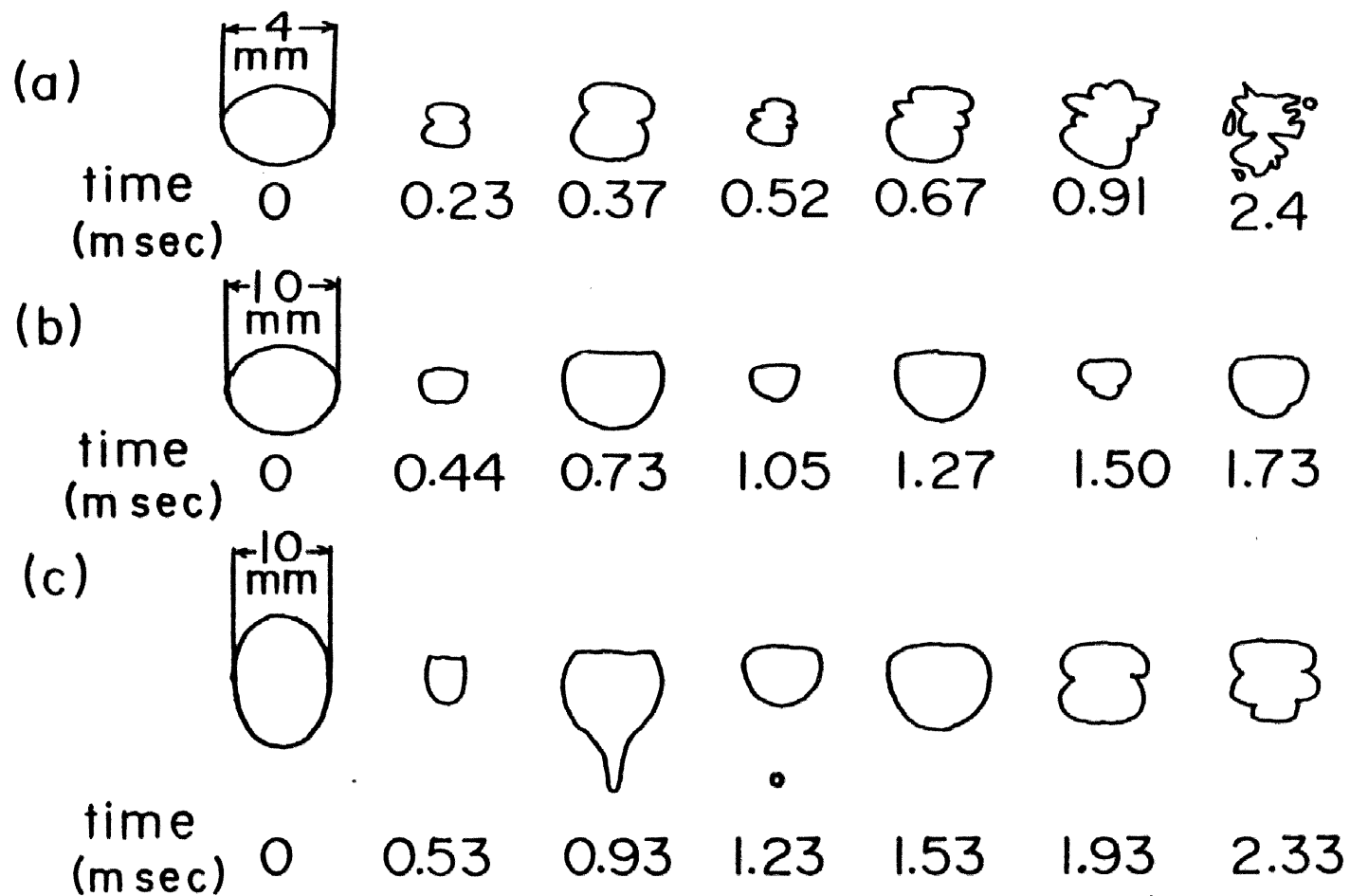
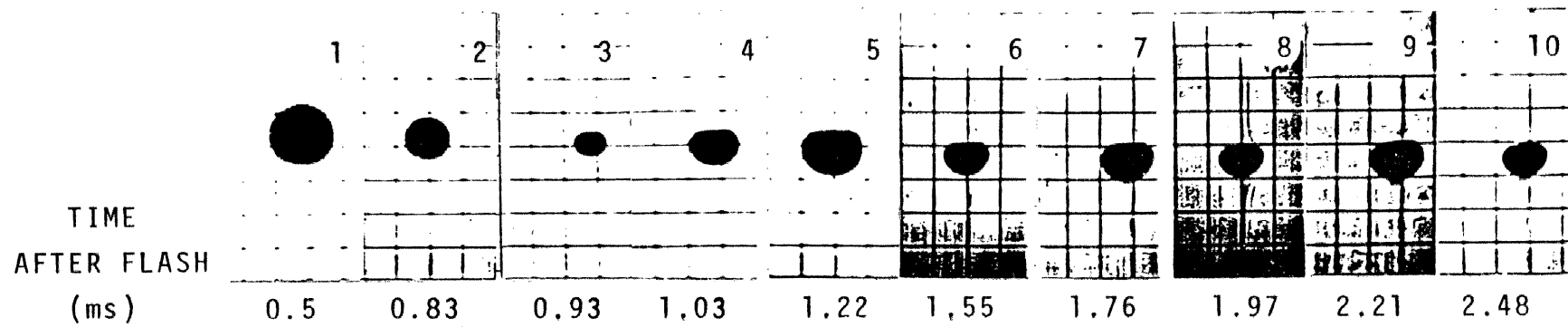


図 3 - 22 水中気泡の半径変化と理論値の比較



| | Liquid | Bubble gas | P ₄ ; atm (Gas) | ΔP; atm | U; m/sec |
|-----|----------|----------------|----------------------------|---------|----------|
| (a) | Water | N ₂ | 7.5 (N ₂) | 2 | 1 |
| (b) | Glycerin | N ₂ | 15 (He) | 6 | 4 |
| (c) | ibid | Ar | 15 (He) | 6 | 4 |

図 3-23 水, グリセリン中における気泡の挙動とパラメター



LIQUID ; GLYCERIN
 BUBBLE ; N₂
 P₄ = 1.5 MPa (He)
 INITIAL BUBBLE RADIUS ;
 { R_{LO} = 4.67 mm
 { R_{TO} = 5.16 mm

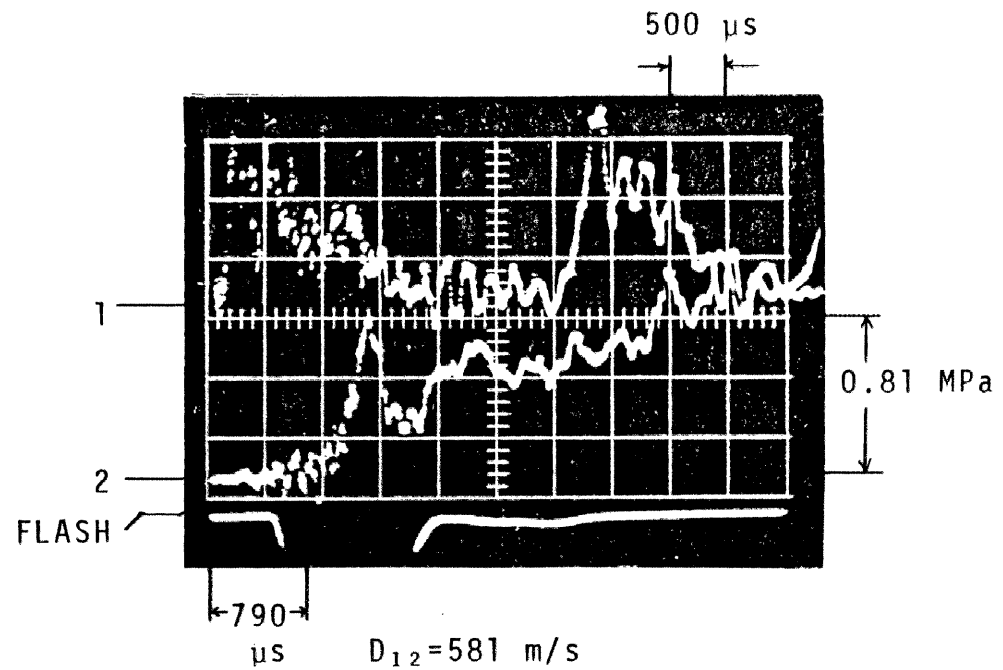


図 3-24 グリセリン中気泡の挙動と衝撃波圧力波形

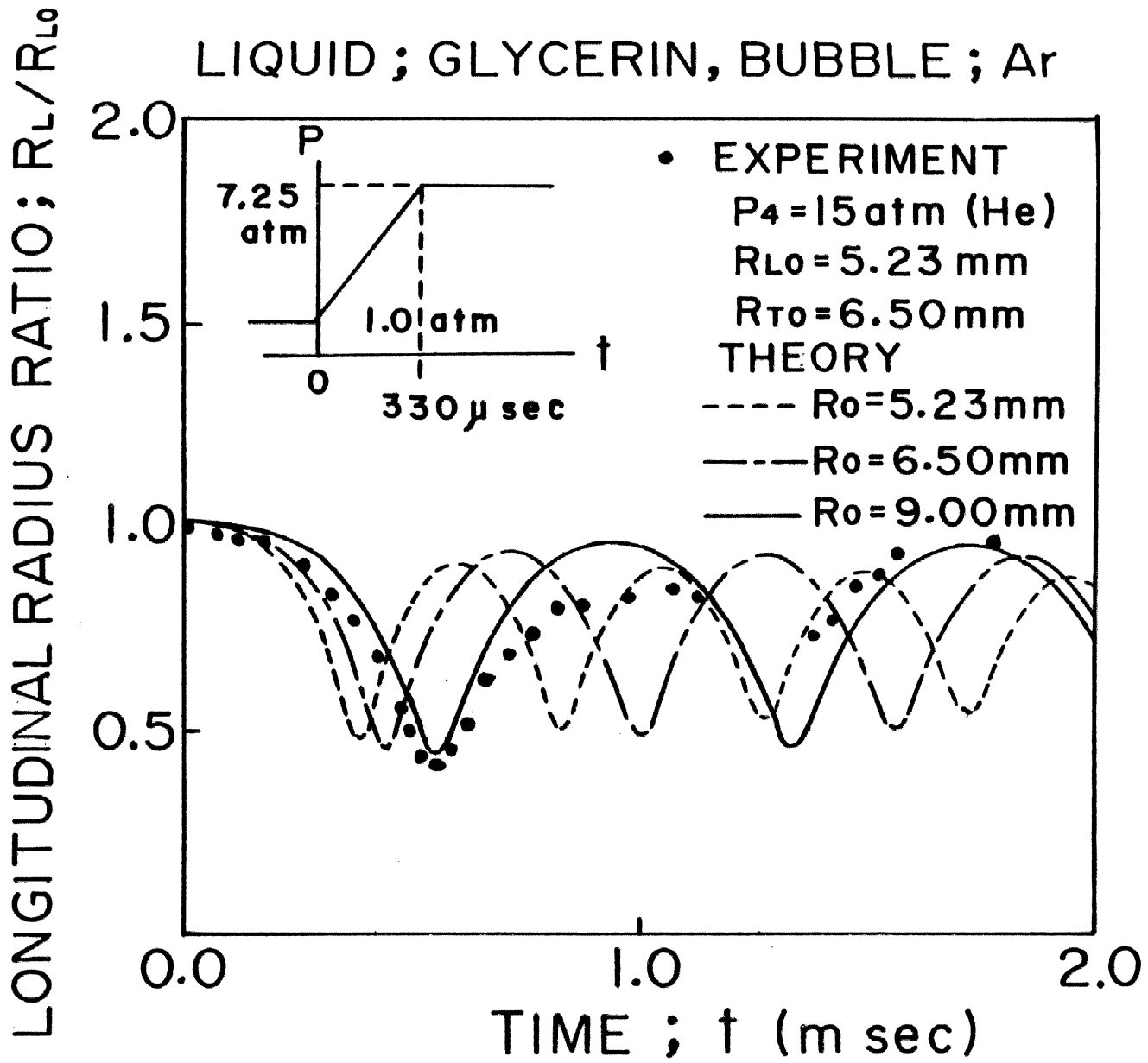


図 3-25 グリセリン中気泡の半径変化と理論値の比較 (ステップ状圧力上昇を仮定した場合)

LIQUID; GLYCERIN , BUBBLE ; Ar

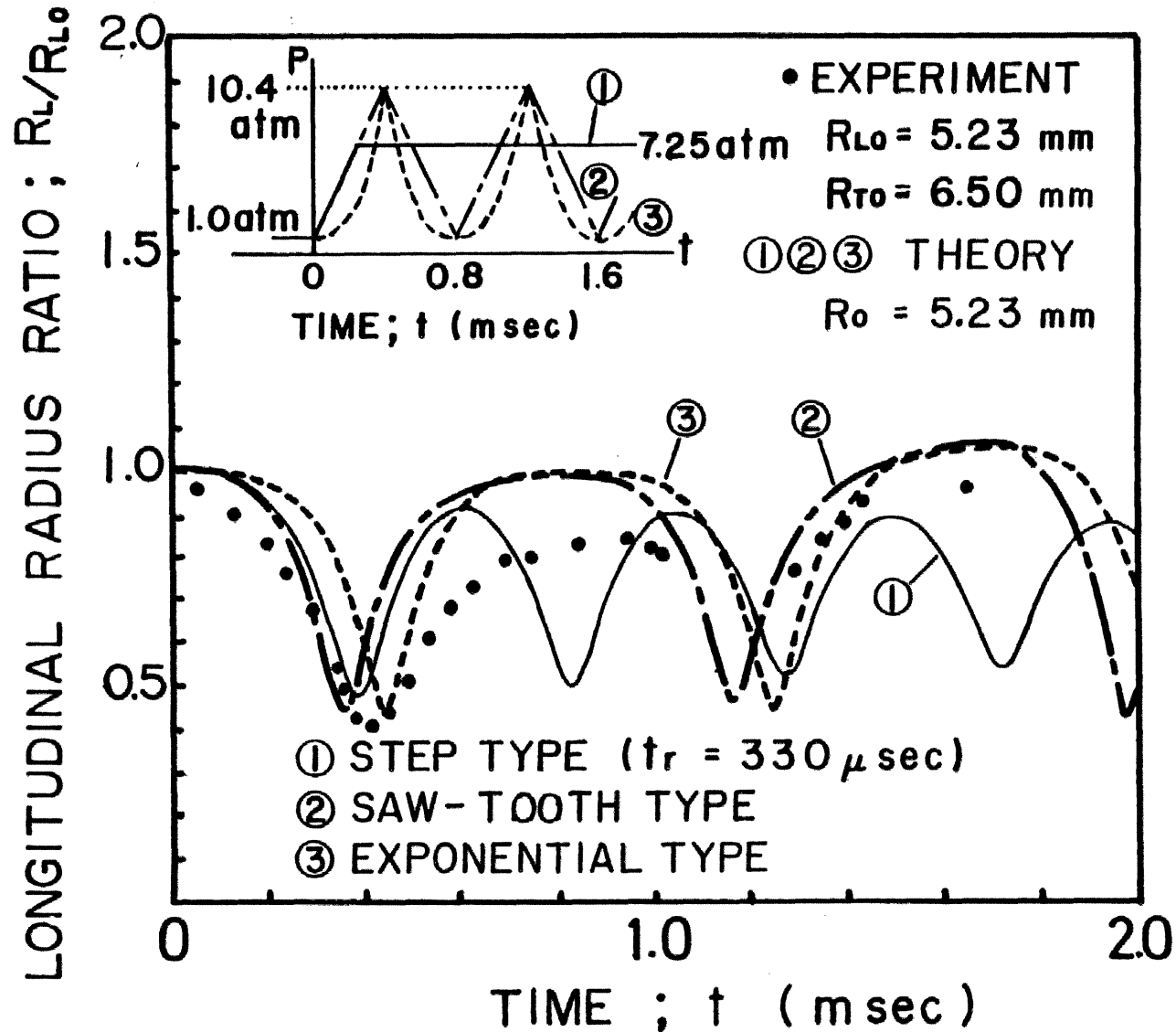


図3-26 グリセリン中気泡の半径変化と理論値の比較
 (のこぎり歯型, 指数関数型圧力上昇を仮定した場合)

(Initial) (1st minimum)

$t = -530$

0

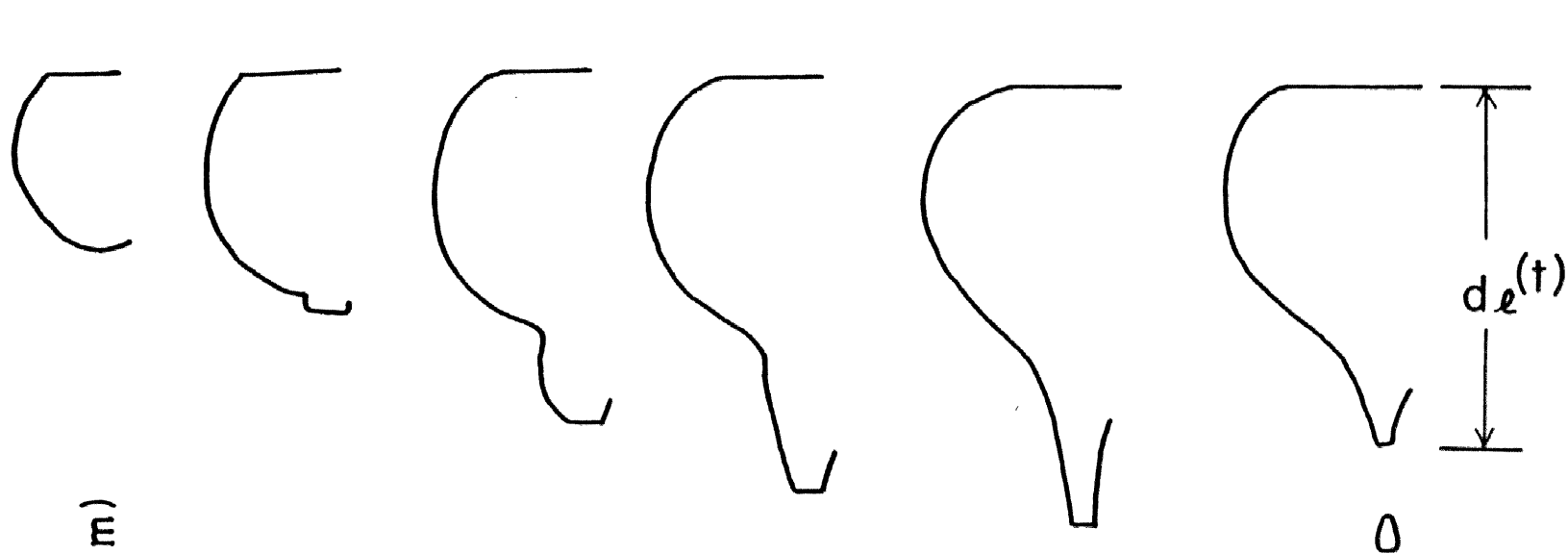
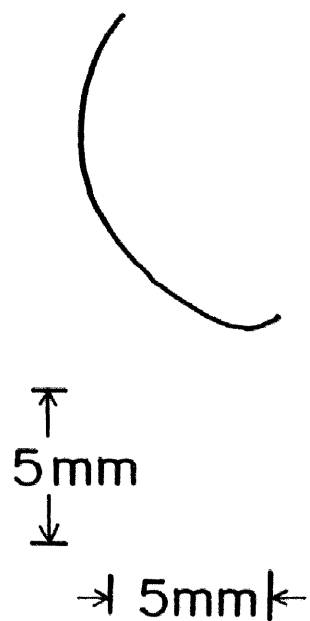
100

200

300

400

450 (μsec)



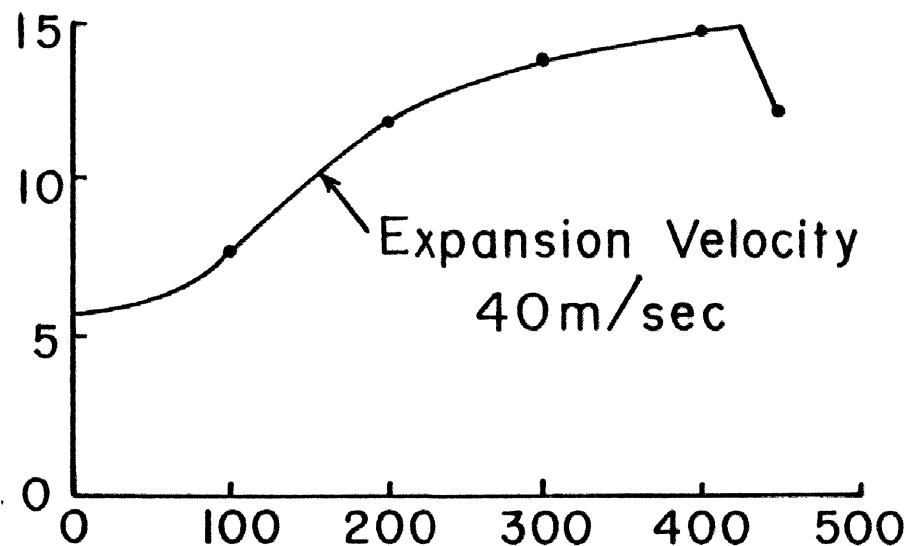
Initial Condition

$P_4 = 15 \text{ atm (He)}$

Bubble Gas ; Ar

Liquid ; Glycerin

Longitudinal Length; d_x (mm)



Time After 1st Minimum; t (μsec)

図 3 - 27

グリセリン中気泡の
パラシュート型変形

第IV章 変分法を用いた衝撃波による非球形気泡の変形解析

IV-1 はじめに

第III章の実験から、分散した衝撃波によって気泡全体が一様に圧縮され衝撃波の伝播方向へ移動することが示された。しかも気泡の変形は頂点の平坦化、下方へのジェット吹出しなど液体流が気泡周囲に及ぼす圧力分布により大きく影響されている様子である。このことを明らかにするために、以下の解析が試みられる。気泡変形をもたらす要因としては(i)無限遠方におけるステップ状圧力上昇及び(ii)上部から気泡に向かう一様流の二つが取上げられる。気泡は当然上下非対称の変形を生じるから、解析の対象は軸対称二次元非定常問題である。

定常に上昇運動している水中非球形気泡にステップ状圧力上昇が加えられた時の挙動は Hermans¹⁾によって計算され実験値²⁾と比較されているが、両者の一致はせいぜい二重円盤型までである。本解析ではより実験に

近い状況で問題を考える。すなわち衝撃波により突然誘起された液体流れと圧力上昇下での非球形気泡の挙動が水とグリセリン両方の場合において取扱われる。

非球形気泡の変形解析はキャビテーション研究において発展し^{3), 4), 5), 6), 7)}, 中でも Hsieh^{8), 9)} によって提唱され, Shima^{10), 11), 12), 13), 14)} によって応用されている変分法は, 近似された支配方程式を簡単かつ正確に与えることができる。この方法がここでも用いられる。

IV-2 理論解析

(1) 基礎方程式

第III章 III-4 節に示された実験結果にかんがみて, 目的とする気泡の挙動を明らかにするには以下の仮定の下に行なわれる解析でほぼ十分である。

(i) 軸対称三次元の単一気泡を考える。

(ii) 気泡変形の特徴時間 $250 \sim 400 \mu\text{sec}$ に対し気泡内圧力伝播の特徴時間は $30 \mu\text{sec}$ と1オーダー低いので, 気泡内圧力, 温度, 密度は空間的に一様とすることができる。

(iii) 気泡周囲の液体は非粘性，非圧縮性である。本解析では液体中の音波伝播は考えられていない。

(iv) 気液界面に作用する表面張力を考慮する。

(v) 気液界面を通過しての熱及び質量輸送はその特性時間(数10 sec 以上)が気泡の振動周期(数100 μ sec)よりも長いので無視される。

(vi) 最初静止しているので液体の運動は非回転的で，速度ポテンシャル ψ が導入される。

(vii) 圧力上昇及び一様流は無遠方において時間ステップ状に生じる。

用いられた球座標系は図4-1に示される通りである。原点は初期気泡の中心におかれ， $R(\theta, t)$ は気泡半径， U は誘起された液体の無遠方における流速を示す。

以上の仮定より液体の運動を記述する基礎式と境界条件，初期条件を求められる。

[基礎式]

$$(連続式) \quad \operatorname{div} v = 0 \quad (1)$$

$$(運動方程式) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \operatorname{grad}) v = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p \quad (2)$$

(速度ポテンシャル) $v = \text{grad } \Phi$ ③

③を①に代入して

$$\Delta \Phi = 0 \quad (\text{ラプラス方程式}) \quad ④$$

を得る。軸対称流に対するラプラス方程式は θ と r のみで表わし

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (4-1)$$

となる。

[境界条件]

(i)無限遠方での境界条件:

$$\Phi = -U r \cos \theta \quad \text{for } r \rightarrow \infty, t > 0 \quad (4-2)$$

(ii)気液界面での運動学的境界条件:

気液界面を表わす式を

$$F(r, \theta, t) = 0 \quad ⑤$$

とすると, 気液界面での運動学的条件は^{8), 9)}

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (v \cdot \text{grad}) F = 0 \quad ⑥$$

である。ここで

$$F(r, \theta, t) = r - R(\theta, t) \quad ⑦$$

であるから, ③と⑦を⑥に代入して整理すると

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \frac{\partial R}{\partial \theta} = \frac{\partial R}{\partial t} \quad \text{at } r = R(\theta, t) \quad (4-3)$$

を得る。

(iii) 気液界面での力学的境界条件：

p_g を気泡内圧力， σ を表面張力， R_1, R_2 を主曲率半径とすると，気液界面での力学的条件^{8), 9)} は

$$p_g - p_{r=R} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (8)$$

である。ベクトル関係式

$$\frac{1}{2} \text{grad } v^2 = v \times \text{rot } v + (v \cdot \text{grad}) v \quad (9)$$

を利用して $(v \cdot \text{grad}) v$ を②に代入し， $\text{rot } v = 0$ より

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad } v^2 = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p \quad (10)$$

を得る¹⁵⁾。⑩に③を代入して grad でまとめると

$$\text{grad} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\text{grad } \Phi)^2 + \frac{p}{\rho} \right] = 0 \quad (11)$$

となる。気液界面から無限遠まで⑪を積分し，(4-2)式を利用すると

$$\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\text{grad } \Phi)^2 + \frac{p}{\rho} \right]_{r=R} = \frac{p_\infty}{\rho} + \frac{1}{2} U^2 \quad (12)$$

となり，条件⑧より $p_{r=R}$ を代入すると境界条件として

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\text{grad } \Phi)^2 = \frac{1}{\rho} \left\{ \bar{p}_\infty - \bar{p}_g + \frac{1}{2} \rho \sigma^2 + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\}$$

at $r = R(\theta, t)$ (4-4)

を得る。ここで R_1, R_2 は幾何学的考察 (Appendix) から

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R - R_0 \cot \theta}{R [R^2 + R_0^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{R^2 + 2R_0^2 - RR_{0\theta}}{[R^2 + R_0^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (4-5)$$

と書かれる^{10), 11), 12), 13), 14)}。

[初期条件]

初期条件は

$$\left. \begin{array}{l} \Phi(r, \theta, t) = 0 \\ R(\theta, t) = \text{given} \end{array} \right\} \text{ at } t = 0 \quad (4-6)$$

である。すなわち $t = 0$ で液体は静止しており, $t > 0$ で液体中無限遠方における流れと圧力がステップ状に生じる。

(2) 変分法による解析

前述の基礎式及び境界条件は, 時間と空間で積分された全エネルギーを表わす次の関数 J の変分問題と等価である^{8), 10)}。

$$J \equiv \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^\pi \sin \theta d\theta \left[-\frac{\bar{p}_g - \bar{p}_\infty - \frac{1}{2} \rho \sigma^2}{3} R^3 + \sigma R (R^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}} + \int_{R(\theta, t)}^\infty \rho \left(\Phi_t + \frac{1}{2} \Phi_r^2 + \frac{1}{2r^2} \Phi_\theta^2 \right) r^2 dr \right] \quad (4-7)$$

等価であることを証明するために、まず J の第一変分をとって整理すると

$$\begin{aligned} \delta J = & 2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^\pi \sin\theta d\theta \left[-(\mathcal{P}_z - \mathcal{P}_\theta - \frac{1}{2}P\sigma^2)R^2 + \sigma \frac{2R^2 + R_0^2}{(R^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}}} \right. \\ & \left. - \rho \left(\Phi_t + \frac{1}{2}\Phi_r^2 + \frac{1}{2R^2}\Phi_\theta^2 \right)_{r=R} R^2 \right] \delta R \\ & + 2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^\pi \sigma \frac{RR_0 \delta R_0}{(R^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}}} \sin\theta d\theta \\ & + 2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_{R(\theta,t)}^\infty \rho (\delta\Phi_t + \Phi_r \delta\Phi_r + \frac{\Phi_\theta}{r^2} \delta\Phi_\theta) r^2 dr \end{aligned} \quad (4-8)$$

となる。(4-8)式第二, 第三項を部分積分しまとめると

結局,

$$\begin{aligned} \delta J = & 2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^\pi \rho R^2 \sin\theta d\theta \left[-\frac{\mathcal{P}_z - \mathcal{P}_\theta - \frac{1}{2}P\sigma^2}{\rho} \right. \\ & \left. + \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{R - R_0 \cot\theta}{R(R^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{R^2 + 2R_0^2 - RR_{\theta\theta}}{(R^2 + R_0^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} \right. \\ & \left. - \left(\Phi_t + \frac{1}{2}\Phi_r^2 + \frac{1}{2R^2}\Phi_\theta^2 \right)_{r=R} \right] \delta R \\ & + 2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^\pi \rho R^2 \sin\theta d\theta \left(\frac{\partial R}{\partial t} - \Phi_r + \frac{R_0}{R^2}\Phi_\theta \right)_{r=R} \delta\Phi \\ & - 2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_{R(\theta,t)}^\infty \rho r^2 dr \left\{ \frac{1}{r^2} (r^2 \Phi_r)_r + \frac{1}{r^2 \sin\theta} (\sin\theta \Phi_\theta)_\theta \right\} \delta\Phi \end{aligned} \quad (4-9)$$

となる。任意の $\delta R, \delta\Phi$ に対して $\delta J = 0$ であることから基礎式(4-1)及び境界条件(4-3), (4-4)が求まる。

基礎式(4-1)と境界条件(4-2)を満足するように未知関数 R と Φ をルジャンドル多項式で近似し,

$$\Phi = -U r \cos \theta + \sum_{n=0}^N \frac{\phi_n(t)}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta), \quad (4-10)$$

$$R = \sum_{n=0}^N R_n(t) P_n(\cos \theta), \quad (4-11)$$

$$\delta \Phi = \sum_{k=0}^N \frac{\delta \phi_k}{r^{k+1}} P_k(\cos \theta), \quad (4-12)$$

$$\delta R = \sum_{k=0}^N \delta R_k P_k(\cos \theta) \quad (4-13)$$

とおく。ここで N は N 項式の打ち切り次数を表わしている。
 (4-12), (4-13) 式を (4-9) 式に代入して

$$\begin{aligned} \delta J = & -2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \sum_{k=0}^N \int_0^\pi P R^2 \sin \theta d\theta \left[\Phi_t + \frac{1}{2} \Phi_r^2 + \frac{1}{2R^2} \Phi_\theta^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{\rho} \left\{ p_g - p_\infty - \frac{1}{2} \rho U^2 - \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} \right]_{r=R} P_k \delta R_k \\ & + 2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \sum_{k=0}^N \int_0^\pi P R^2 \sin \theta d\theta \left(\frac{\partial R}{\partial t} - \Phi_r + \frac{R_\theta}{R^2} \Phi_\theta \right)_{r=R} \frac{P_k}{R^{k+1}} \delta \Phi_k \end{aligned} \quad (4-14)$$

を得る。任意の $\delta \Phi_k, \delta R_k$ の変化に対して δJ が 0 となる条件から、 $k = 0, 1, \dots, N$ に対して次の二つの関係式が得られる。

$$\int_0^\pi \left[\Phi_t + \frac{1}{2} \Phi_r^2 + \frac{1}{2R^2} \Phi_\theta^2 + \frac{1}{\rho} \left\{ p_g - p_\infty - \frac{1}{2} \rho U^2 - \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} \right]_{r=R} R^2 P_k \sin \theta d\theta = 0 \quad (4-15)$$

$$\int_0^\pi \left(\frac{\partial R}{\partial t} - \Phi_r + \frac{R_\theta}{R^2} \Phi_\theta \right)_{r=R} \frac{P_k}{R^{k+1}} R^2 \sin \theta d\theta = 0 \quad (4-16)$$

(4-10) 式を (4-15) 式に代入して整理すると

$$\sum_{n=0}^N \left(\int_0^\pi \frac{P_n P_k}{R^{n+1}} \sin \theta d\theta \right) \frac{d\phi_n}{dt}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^\pi \left[\sum_{n=0}^N \frac{\sigma \phi_n}{R^n} \left\{ (n+1) \cos \theta P_n + \sin \theta \frac{dP_n}{d\theta} \right\} \right. \\
& \quad + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=0}^N (n+1) \frac{\phi_n}{R^{n+1}} P_n \right\}^2 + \frac{1}{2} \left(\sum_{n=0}^N \frac{\phi_n}{R^{n+1}} \frac{dP_n}{d\theta} \right)^2 \\
& \quad \left. - \frac{R^2}{\rho} \left\{ p_\infty - p_g + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} \right] P_k \sin \theta d\theta = 0 \quad (4-17)
\end{aligned}$$

(4-10), (4-11)式を(4-16)に代入し整理すると

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^N \left(\int_0^\pi \frac{P_n P_k}{R^{k-1}} \sin \theta d\theta \right) \frac{dR_n}{dt} \\
& + \sigma \int_0^\pi \left(\cos \theta + \frac{R_\theta}{R} \sin \theta \right) \frac{P_k}{R^{k-1}} \sin \theta d\theta \\
& + \sum_{n=0}^N \int_0^\pi \left\{ (n+1) P_n + \frac{R_\theta}{R} \frac{dP_n}{d\theta} \right\} \frac{P_k}{R^{n+k+1}} \sin \theta d\theta \phi_n = 0 \quad (4-18)
\end{aligned}$$

従って

$$F_{kn} \equiv \int_0^\pi \frac{P_k P_n}{R^{k-1}} \sin \theta d\theta \quad (4-19)$$

$$M_{kn} \equiv \int_0^\pi \left\{ (n+1) P_n + \frac{R_\theta}{R} \frac{dP_n}{d\theta} \right\} \frac{P_k}{R^{k+n+1}} \sin \theta d\theta \quad (4-20)$$

$$\begin{aligned}
\dot{S}_k \equiv \int_0^\pi & \left[\sum_{n=0}^N \frac{\sigma \phi_n}{R^n} \left\{ (n+1) \cos \theta P_n + \sin \theta \frac{dP_n}{d\theta} \right\} \right. \\
& + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=0}^N (n+1) \frac{\phi_n}{R^{n+1}} P_n \right\}^2 + \frac{1}{2} \left(\sum_{n=0}^N \frac{\phi_n}{R^{n+1}} \frac{dP_n}{d\theta} \right)^2 \\
& \left. - \frac{R^2}{\rho} \left\{ p_\infty - p_g + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} \right] P_k \sin \theta d\theta \quad (4-21)
\end{aligned}$$

$$T_k \equiv \sigma \int_0^\pi \left(\cos \theta + \frac{R_\theta}{R} \sin \theta \right) \frac{P_k}{R^{k-1}} \sin \theta d\theta \quad (4-22)$$

$$\Phi \equiv \{ \phi_0, \phi_1, \dots, \phi_N \}^T \quad (4-23)$$

$$R \equiv \{ R_1, R_2, \dots, R_N \}^T \quad (4-24)$$

とかくと，気泡の運動を支配する方程式はベクトル表示で

$$F^T \dot{\Phi} + S = 0 \quad (4-25)$$

$$F \dot{R} + M \Phi + T = 0 \quad (4-26)$$

となる．または時間積分しやすい形に書き直すと

$$\dot{\Phi} = - (F^T)^{-1} S \quad (4-27)$$

$$\dot{R} = - F^{-1} (M \Phi + T) \quad (4-28)$$

である．ここで液体の流速 U は S_R と T_R に含まれている．

断熱変化が仮定されているので，気泡内圧力 p_g は気泡体積を用いた次式で表現される．

$$p_g = p_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma \quad (4-29)$$

$$V = \frac{2\pi}{3} \int_0^\pi R^3 \sin \theta d\theta \quad (4-30)$$

ここで γ は比熱比， p_0 ， V_0 はそれぞれ初期圧力，気泡の初期体積である．また液体中の圧力分布は④式を区間 $[r, \infty]$ で積分することにより（ベルヌーイの式），

$$\begin{aligned} p_l(r, \theta, t) &= p_\infty + \frac{1}{2} \rho U^2 - \rho \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \\ &= p_\infty - \rho \left[\sum_{n=0}^N \frac{P_n}{r^{n+1}} \frac{d\phi_n}{dt} + U \sum_{n=0}^N \left\{ (n+1) \cos \theta P_n + \sin \theta \frac{dP_n}{d\theta} \right\} \frac{\phi_n}{r^{n+2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=0}^N (n+1) \frac{\phi_n P_n}{r^{n+2}} \right\}^2 + \frac{1}{2r^2} \left(\sum_{n=0}^N \frac{\phi_n}{r^{n+2}} \frac{dP_n}{d\theta} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4-31)$$

より求まる。

(3) 無次元化

(4-25), (4-26)式の変数を次の様に無次元化する。

$$\begin{aligned}
 \widehat{R} &\equiv R / R_0(0) \\
 \widehat{\Phi} &\equiv \frac{\Phi}{R_0(0)} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_\infty - \rho_0 + \frac{1}{2} \rho \sigma^2}} \\
 \widehat{\sigma} &\equiv \sigma \sqrt{\frac{\rho}{\rho_\infty - \rho_0 + \frac{1}{2} \rho \sigma^2}} \\
 \widehat{V} &\equiv \frac{V}{\frac{2}{3} \pi (R_0(0))^3} \\
 \widehat{p}_g &\equiv \frac{p_g}{p_g - p_0 + \frac{1}{2} \rho \sigma^2} \\
 \widehat{t} &\equiv \frac{t}{R_0(0)} \sqrt{\frac{\rho_\infty - \rho_0 + \frac{1}{2} \rho \sigma^2}{\rho}} \\
 \widehat{r} &\equiv \frac{r}{R_0(0)} \tag{4-32}
 \end{aligned}$$

無次元変数から，' ~ ' を取り除くと (4-19), (4-20), (4-22)

~ (4-24)式は次元のある場合と同じになり， \widehat{S}_R だけが

$$\begin{aligned}
 \widehat{S}_R &\equiv \int_0^\pi \left[\sum_{n=0}^N \frac{\sigma \phi_n}{R^n} \left\{ (n+1) \cos \theta P_n + \sin \theta \frac{dP_n}{d\theta} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=0}^N (n+1) \frac{\phi_n}{R^{n+1}} P_n \right\}^2 + \frac{1}{2} \left(\sum_{n=0}^N \frac{\phi_n}{R^{n+1}} \frac{dP_n}{d\theta} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. - R^2 \left\{ \rho_\infty - \rho_g + \frac{1}{2(W+B)} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} \right] P_R \sin \theta d\theta \tag{4-33}
 \end{aligned}$$

$$W \equiv \frac{\frac{1}{2} \rho \sigma^2 R_0(0)}{2\sigma}, \quad B \equiv \frac{(\rho_g - \rho_0) R_0(0)}{2\sigma} \tag{4-34}$$

異なった表式になる。ここで W は Kelvin-Helmholtz 不安定性に関連する Weber 数， B は Rayleigh-Taylor 不安定性

に関連する Bond 数¹⁷⁾である。

(4) 計算条件

計算は次の初期条件

$$\begin{aligned} \varphi(0, 0) &= 0 \\ R(0, 0) &= 1 \pm 0.1 P_2(\cos \theta) \end{aligned} \quad (4-35)$$

に対して行なわれる。すなわち問題の気泡は正負の符号に応じて偏長楕円形または偏平楕円形の初期形状をもつ。また表4-1, 表3-3に示されるパラメターの組合わせを用いて計算が行なわれる。

連立常微分方程式(4-27), (4-28)を解く際, 計算時間短縮のため二次のルンゲ=クッタ法¹⁸⁾が用いられた。ここで係数におけるルジャンドル関数を含む積分は, 名大計算機センターのFACOM M-200計算機ではクレンショ-カーチス型数値積分, 東大計算機センターのHITAC M-280計算機ではガウス=ルジャンドル型数値積分により実行された。

IV-3 計算結果と考察

(1) 水中気泡の変形

計算で用いられたパラメターと気泡挙動の関係は表

4-1 に示される。

液体の流速 $U = 0$ で、一様な圧縮だけを受ける扁平気泡の時間的挙動が図 4-2, 4-3 に示される。ここで図 4-2, 4-3 はルジャンドル級数による近似度すなわち次数 N が 12 と 16 に対する結果である。どちらの場合にも気泡は周期 $280 \mu\text{sec}$ で収縮膨張振動しており、 $t = 140 \mu\text{sec}$ 以内では形状もまったく同一である。気泡は $t = 140 \mu\text{sec}$ で生ずる最小半径においてほぼ球形になり (図 4-2 (a)5, 図 4-3 (a)5), 膨張段階が始まると二重円盤型に変形する (図 4-2 (b)6, 図 4-3 (b)6)。その後も膨張を続け最大半径に達すると再び縮み、三重円盤型に変形する (図 4-2 (c)10, 図 4-3 (c)10)。時刻 12 に至るまで $N = 12$ と 16 は定量的にほとんど等しい結果を与えている。その後計算はルジャンドル級数の打ち切り次数 N に依存して、異なった変形 (時刻 13) を示した後短時間で発散してしまう。すなわち $N = 12$ と 16 のいずれに対しても信頼できる結果は時刻 12 までで、時刻 13 の差は発散に関連したものであると結論できる。

このことから、今後の計算では $N = 12$ とすることによって大部分の時間における正しい挙動が期待できることがわかる。時刻12までの計算結果は気泡の移動がないこと、振動周期が少し違うことを除けば図3-23(a)に示される実験結果と一致している。二重円盤型の不安定性については同様の計算結果が Shima ^{(12), (14)} の計算においても示されている。

上述のごとく $N = 12$ が十分な精度を与えることがわかった。図4-4, 4-5, 4-6 は $N = 12$ を用いた偏平気泡の計算結果で、縦半径 R_L 及び横半径 R_T 、圧力、温度と第三章で得られた初期半径 $R_0 = (R_{L0} + R_{T0})/2 = 1.95 \text{ mm}$ の球形気泡に対する計算結果が比較されている。

図4-4を見ると、縦半径 R_L と横半径 R_T の振動における振幅、位相はずれているが、その平均変化は球形気泡の半径変化と最小半径付近を除いて一致する。図3-22において、実験結果から得られた非球形気泡平均半径の時間変化が球形気泡の理論値と一致したのは上述の理由からである。

次に圧力、温度変化(図4-5, 4-6)を見ると、

非球形気泡の方が気泡内圧力，温度上昇が大きくなっている．これは表面積の大きい非球形気泡の方が小さな体積に圧縮されやすいためである．

無限遠方で圧力上昇 2 atm (0.2 MPa) と液体の流れ $U = 1 \text{ m/sec}$ が同時に作用した場合における扁平気泡の挙動が図4-7(I), (II)に示される．これらの二つの図はルジャンドル級数の打ち切り次数が異なる ($N = 12, 16$)．

気泡は下流方向へ 1 m/sec で移動しながら収縮した後二重円盤型に変形し (図4-7(I), (II) 6)，膨張の際には下流側が大きい非対称形を生ずる．一周期終了後再び収縮へ移ると三重円盤型に近い形になり，その後ルジャンドル級数の打ち切り次数 ($N = 12, 16$) に対応する不安定性が現われ計算は発散する (図4-7(I), (II) 12~13)．時刻1~11までは $N = 12, 16$ による気泡変形の違いがほとんどないので， $N = 12$ なる打ち切りで時刻11 ($t = 390 \text{ } \mu\text{sec}$) までの気泡変形は計算できることがわかる．

実験で観察された水中気泡の変形 (図3-21) では水の粘性が Kelvin - Helmholtz 不安定性の発生を押え

るため、振動の第二周期において計算結果のような高次の不安定性は見られない。解析では非粘性流体を仮定しているので、実験において観察されるよりもずっと早く気泡全体に不安定性が広がる。また流れ $U = 1$ m/sec (ウェーバー数 $W = 6.8$) が存在すると Rayleigh-Taylor 不安定性に加えて Kelvin-Helmholtz 不安定性のために、流れのない場合の計算結果 (図 4-2, 4-3) に比べて不安定性が早く現われ、高周波成分発生に起因する計算の発散も早く起こる。

与えられた気泡移動速度に対する時刻 t までの変形と変形周期に関する限り、本計算結果は実験結果とほぼ一致する。

同じ条件下での偏長気泡の挙動が図 4-8 に示される。衝撃波の通過後、気泡は圧縮されてやや扁平に変形し (図 4-8 (a) 4) 下流方向へ 1 m/sec で移動する。続いて横方向へ広がるように膨張するが (図 4-8 (b) 5~7), その際時刻 5 ($t = 150 \mu\text{sec}$) 頃からルジャンドル多項式展開の係数が強く振動する。

図 4-9 は最高次のルジャンドル係数 R_{12} の時間変

化を示しており，時刻5以降 ($t \geq 150 \mu\text{sec}$) では周期 $8 \mu\text{sec}$ の振動が数回生じている．これは図4-10に示される偏平気泡の場合に見られる R_{12} の滑らかな変化とは対照的であり，偏長気泡は偏平気泡に比べて流れに対する不安定性が大きい．

続いて気泡は最大寸法になり (図4-8(c)7)，再び縮み始めると急速に不安定性を生じ，間もなくその次数は打ちりの $N=12$ に増加した後発散に到る．この様に発散が常に打ちり次数における不安定性の急激な成長という形で生じるのは， $K-H$ 不安定性の高調波成分増幅が打ちりによって制限されているからである．

(2) グリセリン中気泡の変形

実験で観察されたように (図3-23(b), (c))，グリセリン中では初期気泡半径 $R_0 = 5 \text{ mm}$ ，衝撃波圧力 $\Delta p = 6 \text{ atm}$ (0.6 MPa)，衝撃波による誘起流れ $U = 4 \text{ m/sec}$ であつた．従つてグリセリン中気泡に関する計算では初期半径，無限遠方で与える圧力上昇と流速が水中気泡の場合と異なる (表4-1)．しかしながら水とグリ

セリンの表面張力及び密度はほぼ同一である(表3-3)。グリセリンの粘性(水の1500倍)は重要であるが、実験で見られる気泡の非局所的な変形は低次の不安定性によって記述され、これは高次の不安定性に比べ粘性の影響を受けにくいので、解析的には粘性を考慮しないことにする。

無限遠方で圧力上昇 6 atm (0.6 MPa) と液体の流れ $U = 4 \text{ m/sec}$ なる条件下でグリセリン中偏長気泡が開始する変形の様子が図4-11(I), (II)に示される。(I)と(II)は $N = 12, 16$ に対応し、水中気泡解析と同様に打ち切り項数 N の影響が調べられる。

$N = 12$ の場合気泡は圧縮を受けて 4 m/sec で下向きに移動し、気泡上部が少し平らになる(図4-11(I)4)。この時気泡下部にはルジャンドル多項式の打ち切り次数 $N = 12$ に対応する不安定性が既に現われており、その後 $0.4 \mu\text{sec}$ 周期で下向き凹型気泡(時刻4)と下向き凸型気泡(時刻5)が交代する。この様に気泡形が突然生じる周期的変化は、ルジャンドル多項式の係数 $R_{12}(t)$ が $t = 210 \mu\text{sec}$ 付近で急激な振動を行なうこと

に対応している (図4-14(c)). 最終的には $R_{12}(t)$ は二周期後に発散し, 計算は続行できなくなる.

一方, $N = 16$ とした時の気泡変形 (図4-11(II)) は時刻3まで $N = 12$ の場合と同一である. 時刻4では $N = 12$ の場合 (図4-11(II)4) となお酷似した形を保ち, 時刻5では $N = 16$ に対応する不安定性が明確に現われる. すなわち急速に高次の不安定性が励起されてきている. このことから, 低次の不安定性を論じる限り $N = 12$ で十分正しい結論を導くことが可能で, $N > 12$ にすると高次の不安定性に関してのみより正しい挙動を得る.

上述の偏長気泡問題と同一の圧力上昇及び流れの作用を受けるグリセリン中偏平気泡, 球形気泡の変形が図4-12, 4-13に示される. 低次の不安定性のみを考慮するので, $N = 12$ として解析がなされる. 偏平気泡は圧縮を受けながら下流方向へ 4 m/sec で移動し, 最小寸法付近で高次の不安定性が急に現われる. $N > 12$ なる成分の K-H 不安定性が押えられているので, 許される最大次数の不安定性増幅 (図4-14(a)) により

気泡形が変化し、計算が発散する。球形気泡の場合には圧縮により高次の不安定性が現われるとそのまま計算が発散する(図4-13, 4)。以上の様に初期気泡形状により不安定性の現われ方が異なるが、これは図4-14に比較される $R_{12}(t)$ の変化の違いからわかる。

グリセリン中気泡の変形図4-11(I), (II), 4-12, 4-13では、水中気泡の場合と異なり、一回目の最小寸法付近で打ち切り回数に対応する不安定性が現われ計算を続行できなくなる。これは流速 U や上昇圧力が大きいいため不安定性を支配するウェーバー数 ($W = 398.7$), ボンド数 ($B = 23659$) が水中気泡の場合 ($W = 6.9$, $B = 2749$) よりも大きいからである。しかし実験観察では粘性が存在するため、高次の不安定性は減衰して現われない。

IV-4 まとめ

衝撃波後方の誘起流れと圧力上昇による非球形気泡の挙動が変分法を利用して解析された。

水中扁平気泡の初めのころの変形では二重円盤型、

三重円盤型の不安定性を生じ、実験と定性的に一致する結果を提出した。そして最終的には打切り回数に対応する不安定性が現われた。また $\sigma = 0$ の場合に比べ流れの存在する場合には不安定性が早く現われた。偏長気泡においては偏平気泡よりも不安定性が起こりやすいことも確かめられた。

グリセリン中気泡の変形解析では、偏長気泡、偏平気泡、球形気泡の変形比較から、初期形状が不安定性の発現に大きく影響することが示された。グリセリン中気泡変形の計算が一回目の最小寸法付近で発散するのは、ウェーバー数及びボンド数が水中気泡の場合より大きいためである。

Appendix (4-5)式の証明

表面を $\delta \xi$ 移動させるのに必要な仕事 δW は図 A-1 より

$$\delta W = \int (p_2 - p_1) \delta \xi df + \sigma \delta f \quad (A-1)$$

となる。ここで df は面積素、 δf は全体の面積の変化分である。積分は表面全体に対して行なわれる。

R_1, R_2 を表面上のある点の主曲率半径とすると (図 A-2), 表面が $\delta \xi$ 変位する時線素 dl は

$$(R + \delta \xi) \frac{dl}{R} = \left(1 + \frac{\delta \xi}{R}\right) dl \quad (A-2)$$

となり (図 A-3), 面積素 $df = dl_1 \cdot dl_2$ は変位後

$$dl_1 \left(1 + \frac{\delta \xi}{R_1}\right) dl_2 \left(1 + \frac{\delta \xi}{R_2}\right) \simeq \left(1 + \frac{\delta \xi}{R_1} + \frac{\delta \xi}{R_2}\right) dl_1 dl_2 \quad (A-3)$$

となるから, 全体の面積の変化分は

$$\delta f = \int \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \delta \xi df \quad (A-4)$$

である。従って (A-1) は (A-4) を代入すると

$$\delta W = \int (p_2 - p_1) \delta \xi df + \sigma \int \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \delta \xi df \quad (A-5)$$

となり，力学的平衡条件 $\delta W = 0$ よりよく知られたラプラスの式

$$p_1 - p_2 = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (A-6)$$

を得る¹⁵⁾。

さて，今考えている気泡では表面積は図 A-4 より

$$f = 2\pi \int_0^\pi \sqrt{R^2 + R_\theta^2} R \sin \theta d\theta \quad (A-7)$$

と表現される。従って変分をとると

$$\begin{aligned} \delta f &= 2\pi \int_0^\pi \left[\sqrt{R^2 + R_\theta^2} \delta R + \frac{R \delta R + R_\theta \delta R}{\sqrt{R^2 + R_\theta^2}} R \right] \sin \theta d\theta \\ &= 2\pi \int_0^\pi \left[\sqrt{R^2 + R_\theta^2} + \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + R_\theta^2}} - \frac{d}{d\theta} \left(\frac{R R_\theta}{\sqrt{R^2 + R_\theta^2}} \sin \theta \right) \right] \delta R d\theta \\ &\quad + 2\pi \left[\frac{d}{d\theta} \left(\frac{R R_\theta}{\sqrt{R^2 + R_\theta^2}} \sin \theta \right) \delta R_\theta \right]_0^\pi, \end{aligned} \quad (A-8)$$

軸対称の仮定より $R_\theta = 0$ at $\theta = 0, \pi$ であるから (A-8)

$$\text{は} \quad \delta f = 2\pi \int_0^\pi \left[\sqrt{R^2 + R_\theta^2} + \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + R_\theta^2}} - \frac{d}{d\theta} \left(\frac{R R_\theta}{\sqrt{R^2 + R_\theta^2}} \sin \theta \right) \right] \delta R d\theta \quad (A-9)$$

となる。図 A-4 より

$$df = 2\pi R^2 \sin \theta \sqrt{1 + \left(\frac{R_\theta}{R} \right)^2} d\theta, \quad ,$$

また図 A-5 より

$$\delta g = \frac{\delta R}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_\theta}{R} \right)^2}}$$

であるから (A-9) 式は θ に関する微分を行なうと後

$$\delta f = \int \left[\frac{R - R_0 \cot \theta}{R (R^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{R^2 + 2R_0^2 - RR_0 \theta}{(R^2 + R_0^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \delta \theta df \quad (A-10)$$

となる。(A-4) と (A-10) を比較すると

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R - R_0 \cot \theta}{R (R^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{R^2 + 2R_0^2 - RR_0 \theta}{(R^2 + R_0^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (A-11)$$

を得る。(証明終わり)

参 考 文 献

- 1) Hermans, W.A., Diss. Techn. Univ. Eindhoven, Netherlands, 1973.
- 2) Smulders, P.T. and van Leeuwen, H.J.W., Finite-amplitude Wave Effects in Fluids, 1974, I.P.C. Sci. Technol. Press, 227.
- 3) Naudé, C.F. and Ellis, A.T., J. Basic Eng., Trans. ASME D, 83 (1961), 648.
- 4) Yeh, H.C. and Yang, W.J., J. Appl. Phys., 39 (1968), 3156.
- 5) Plesset, M.S. and Chapman, R.B., J. Fluid Mech., 47 (1971), 283.
- 6) Chapman, R.B. and Plesset, M.S., J. Basic Eng., Trans. ASME D, 94 (1972), 142.
- 7) Mitchell, T.M. and Hammit, F.G., J. Basic Eng., Trans. ASME D, 95 (1973), 29.
- 8) Hsieh, D.Y., J. Basic Eng., Trans. ASME D, 94 (1972), 655.
- 9) Hsieh, D.Y., Finite-amplitude Wave Effects in Fluids, 1974, I.P.C. Sci. Technol. Press, 220.
- 10) Shima, A. and Nakajima, K., J. Fluid Mech., 80 (1977), 369.
- 11) Shima, A. and Sato, Y., Ingenieur-Archiv, 48 (1979), 85.
- 12) Shima, A. and Sato, Y., J. Appl. Math. Phys., 31 (1980), 691.
- 13) Sato, Y. and Shima, A., Rep. Inst. High Speed Mech., 42 (1980), 1.
- 14) Shima, A. and Sato, Y., J. de Mécanique, 20 (1981), 253.
- 15) Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., Fluid Mechanics, Pergamon Press, 1959.
- 16) Plesset, M.S., Finite-amplitude Wave Effects in Fluids, 1974, I.P.C. Sci. Technol. Press, 203.
- 17) Gel'fand, B.E., Gubin, S.A., Nigmatulin, R.I. and Timofeev, E.I., Dokl. Akad. Nauk SSSR, 235 (1977), 292.
- 18) Hildebrand, F.B., Introduction to Numerical Analysis, 1974, McGraw-Hill, 288.

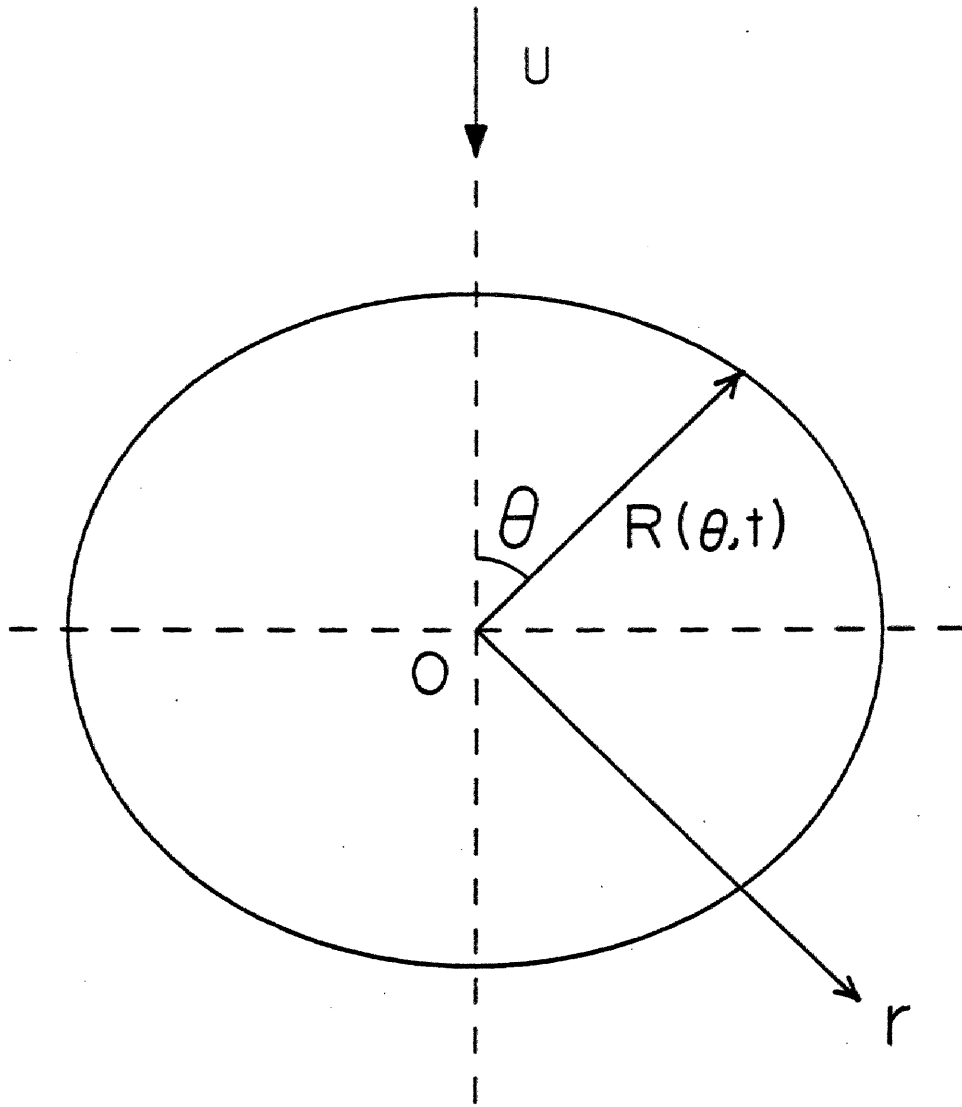


圖 4 - 1 座標系

WATER

| R_L (mm) | R_T (mm) | ΔP (atm) | U (m/sec) | N | OSCILLATION PERIOD (μ sec) | CHARACTERISTICS |
|-----------------|-----------------|-----------------------|----------------|----|-------------------------------------|---|
| 1.8 | 2.1 | 2 | 0 | 12 | 280 | DOUBLE- AND TRIPLE-DISC-TYPE INSTABILITY |
| 1.8 | 2.1 | 2 | 0 | 16 | 280 | IBID. |
| 1.8 | 2.1 | 2 | 1 | 12 | 280 | IBID. JET FORMATION (440 m/sec) |
| 1.98 | 1.71 | 2 | 1 | 12 | 250 | JET FORMATION (130 m/sec) STRONG INSTABILITY AT THE BEGINNING OF EXPANSION |

GLYCERIN

| R_L (mm) | R_T (mm) | ΔP (atm) | U (m/sec) | N | OSCILLATION PERIOD (μ sec) | CHARACTERISTICS |
|-----------------|-----------------|-----------------------|----------------|----|-------------------------------------|--|
| 5.5 | 4.75 | 6 | 4 | 12 | ---- | FLAT-TOP AND PARACHUTE SHAPE STRONG INSTABILITY NEAR THE MINIMUM SIZE |
| 4.5 | 5.25 | 6 | 4 | 12 | ---- | SMALL JET FORMATION AND LIQUID JET INTO BUBBLE |
| 5.0 | 5.0 | 6 | 4 | 12 | ---- | LIQUID JET INTO BUBBLE |

表 4 - 1 計算条件と結果の特徴

LIQUID: WATER , BUBBLE: $\gamma=1.4$
 $R_0 = 2.0 \text{ MM}$ ($R_2/R_0 = -0.1$)
 $P_0 = 0.1 \text{ MPA}$, $P_{INF} = 0.3 \text{ MPA}$, $U = 0.0 \text{ M/SEC}$
 $N = 12$

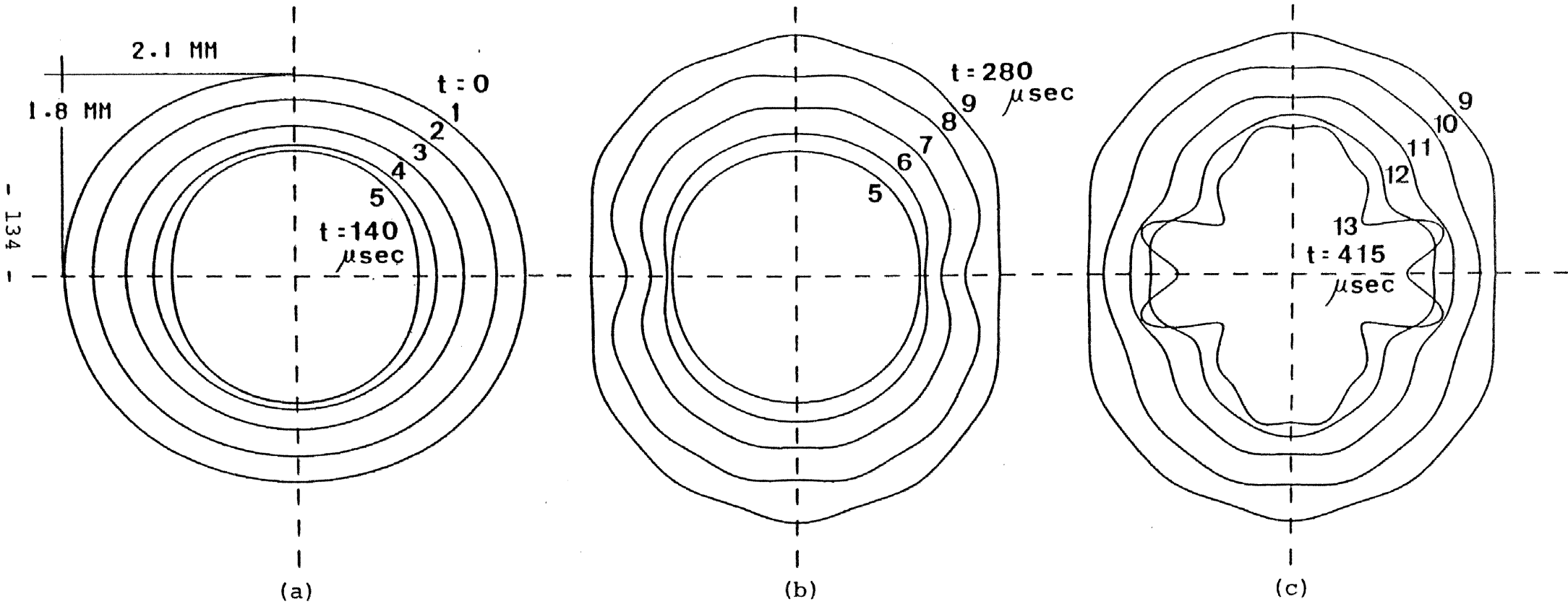


図4-2 水中偏平気泡の変形 ($N=12$, $U=0$)

LIQUID: WATER , BUBBLE; $\gamma = 1.4$

$R_0 = 2.0 \text{ MM}$ ($R_2/R_0 = -0.1$)

$P_0 = 0.1 \text{ MPA}$, $P_{\text{INF}} = 0.3 \text{ MPA}$, $U = 0.0 \text{ M/SEC}$

$N = 16$

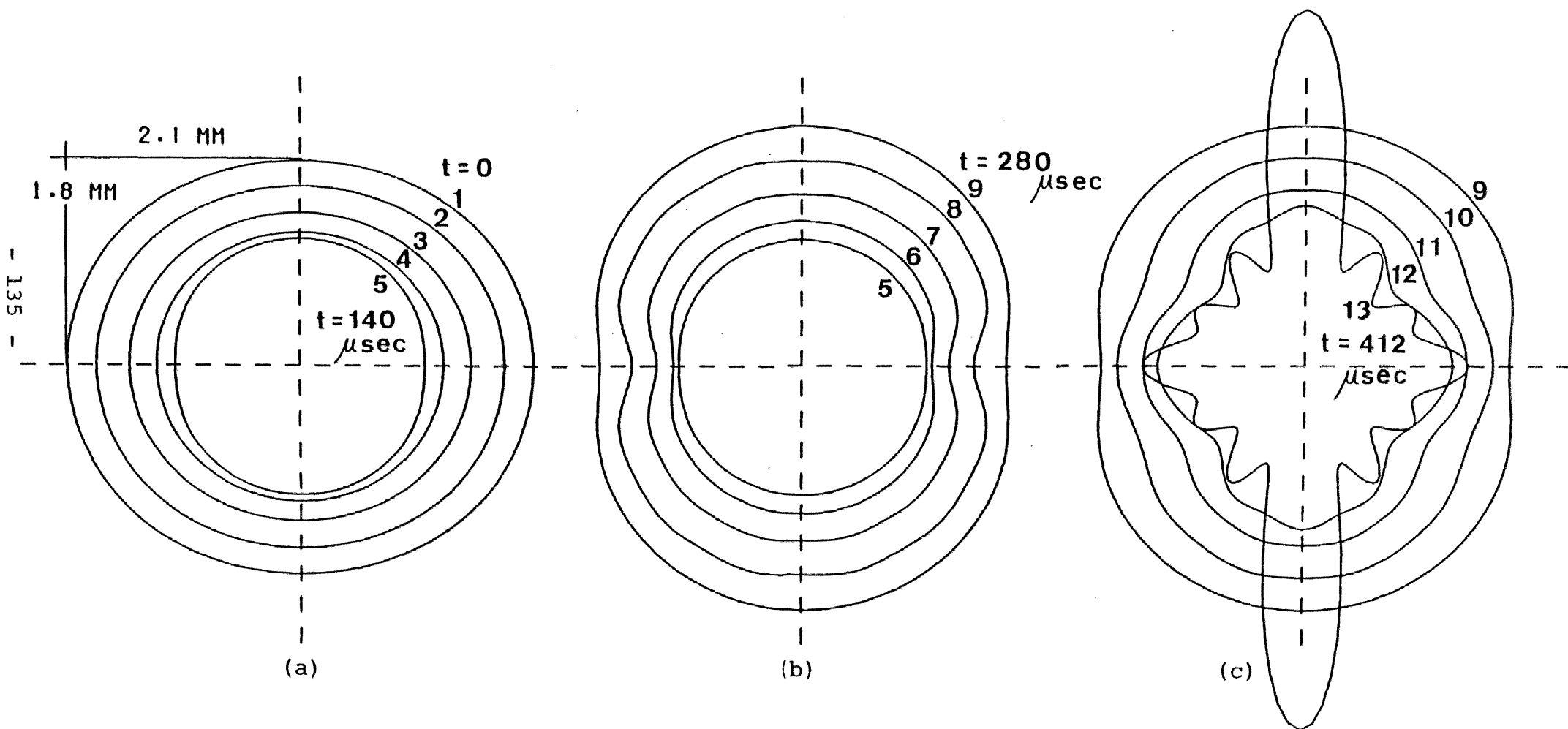


図4-3 水中偏平気泡の変形 ($N = 16$, $U = 0$)

N=12

LIQUID:WATER , BUBBLE; $\gamma = 1.4$

$R_0 = 2.0 \text{ MM}$ ($R_2/R_0 = -0.1$)

$P_0 = 0.1 \text{ MPA}$, $P_{INF} = 0.3 \text{ MPA}$, $U = 0.0 \text{ M/SEC}$

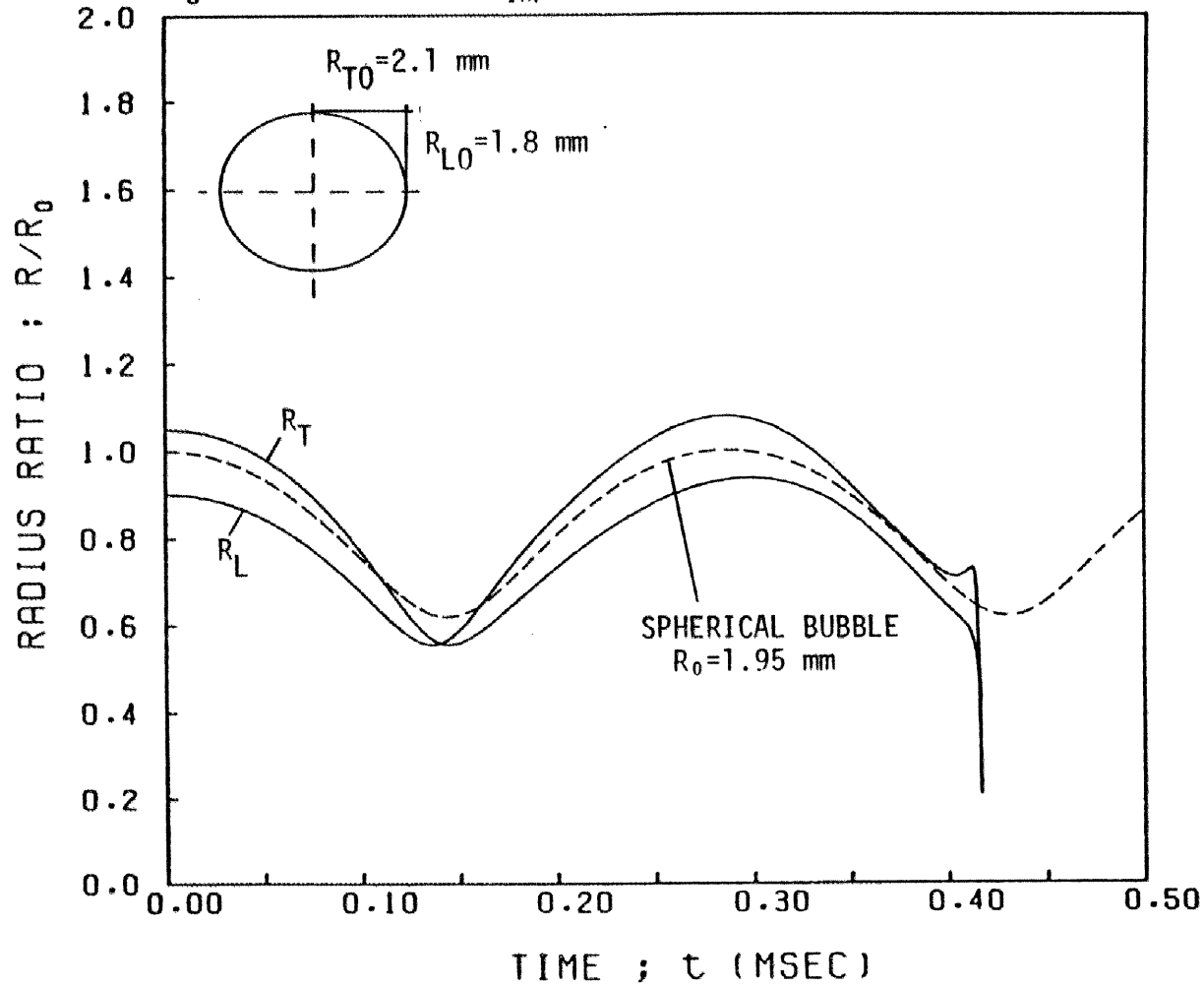


図4-4 扁平気泡と球形気泡の半径変化

N=12

LIQUID: WATER , BUBBLE: $\gamma = 1.4$

$R_0 = 2.0$ MM ($R_2/R_0 = -0.1$)

$P_0 = 0.1$ MPA , $P_{INF} = 0.3$ MPA , $U = 0.0$ M/SEC

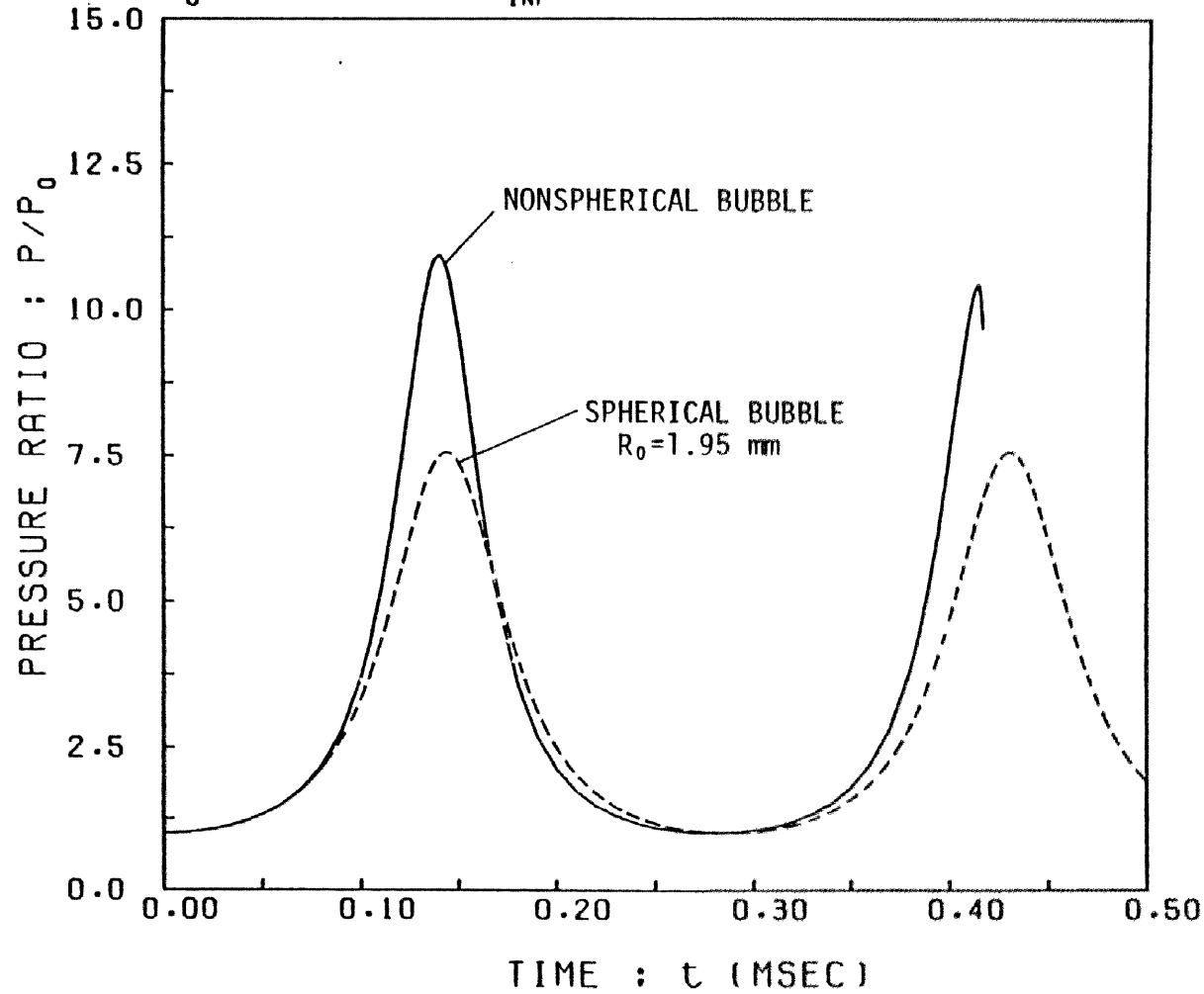


図4-5 扁平気泡と球形気泡の圧力変化

N=12

LIQUID: WATER , BUBBLE: $\gamma = 1.4$

$R_0 = 2.0$ MM ($R_2/R_0 = -0.1$)

$P_0 = 0.1$ MPA , $P_{INF} = 0.3$ MPA , $U = 0.0$ M/SEC

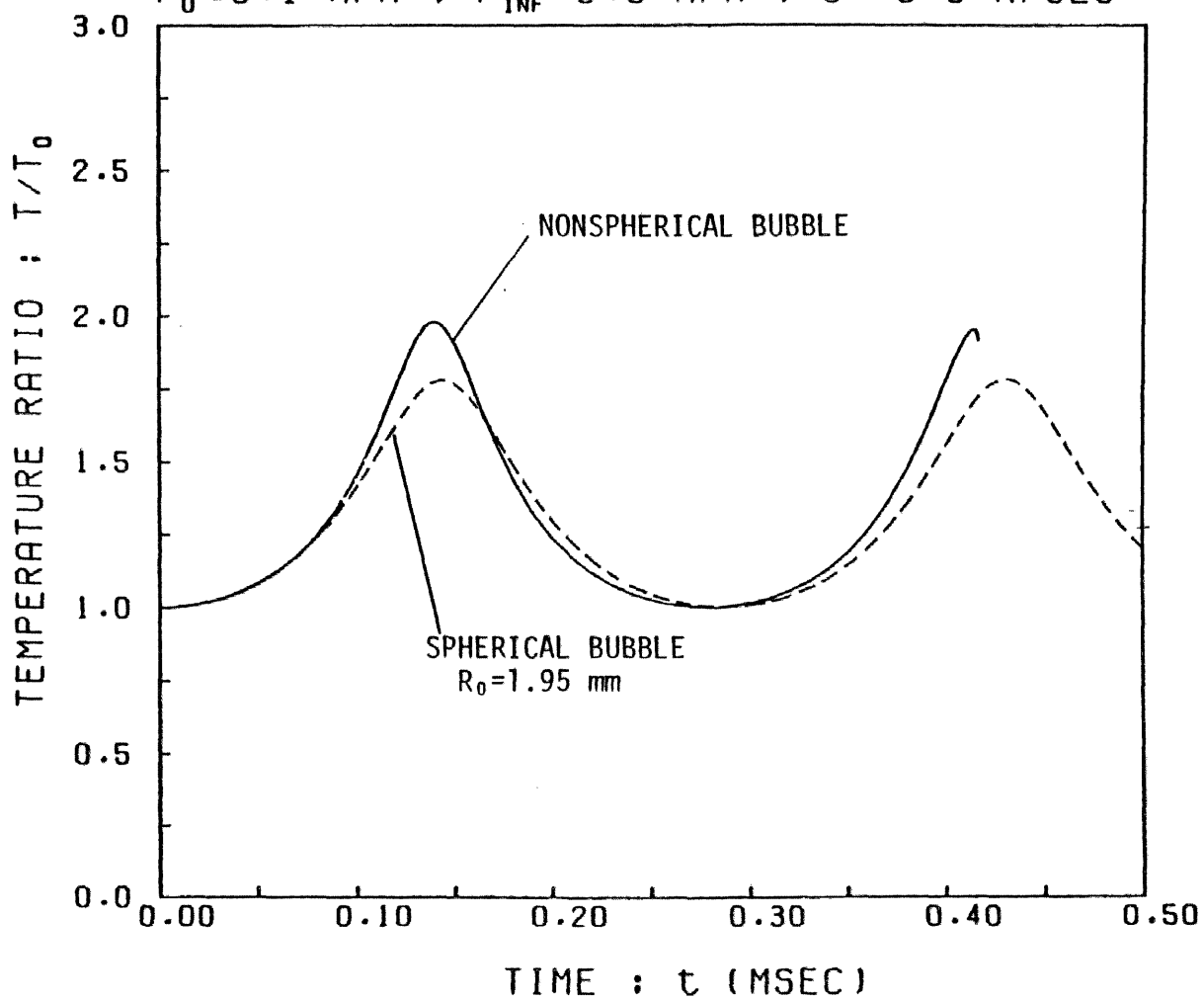
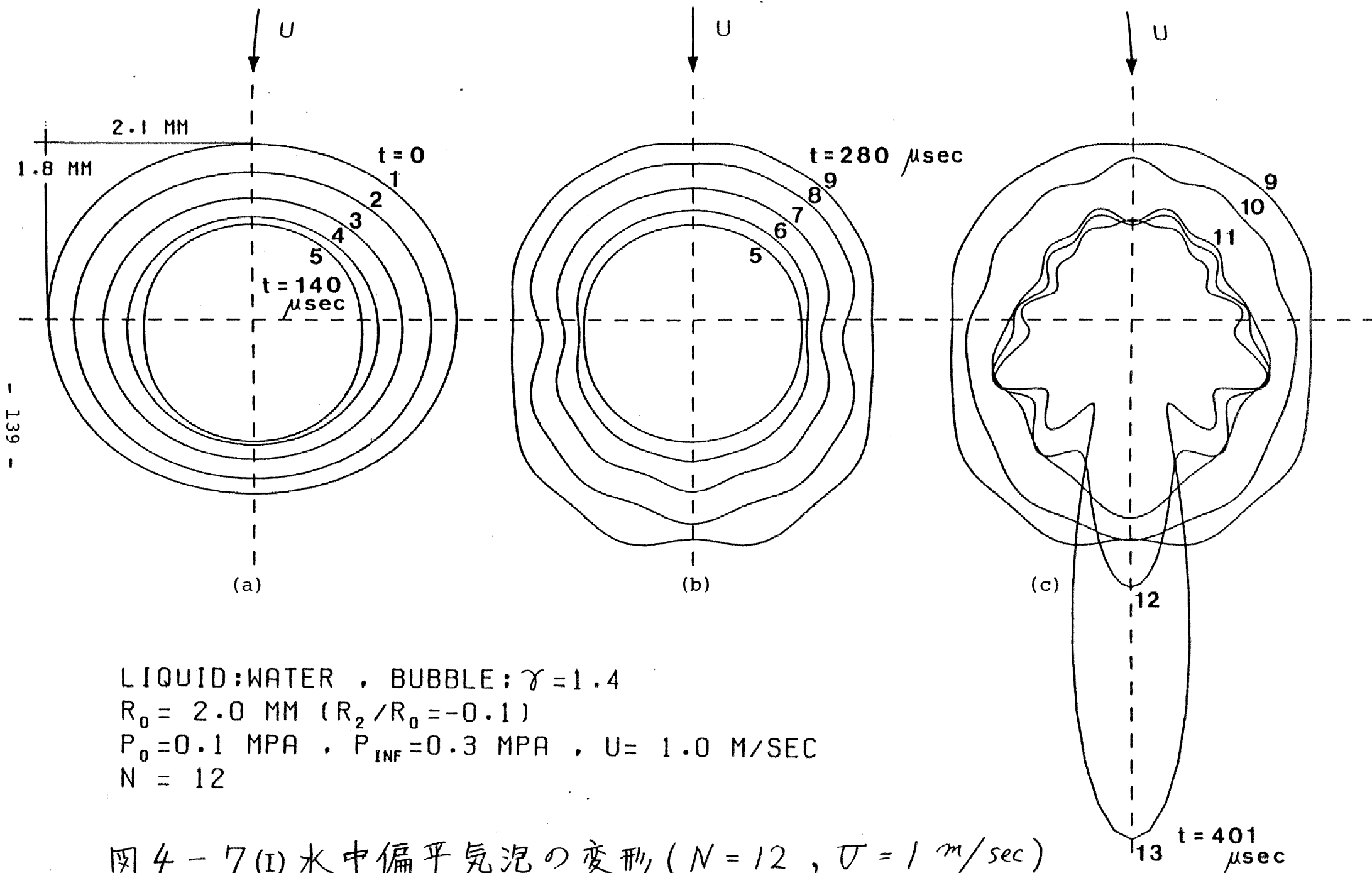


図4-6 扁平気泡と球形気泡の温度変化



LIQUID, WATER , BUBBLE, $\gamma = 1.4$
 $R_0 = 2.0 \text{ MM}$ ($R_2/R_0 = -0.1$)
 $P_0 = 0.1 \text{ MPA}$, $P_{INF} = 0.3 \text{ MPA}$, $U = 1.0 \text{ M/SEC}$
 $N = 16$

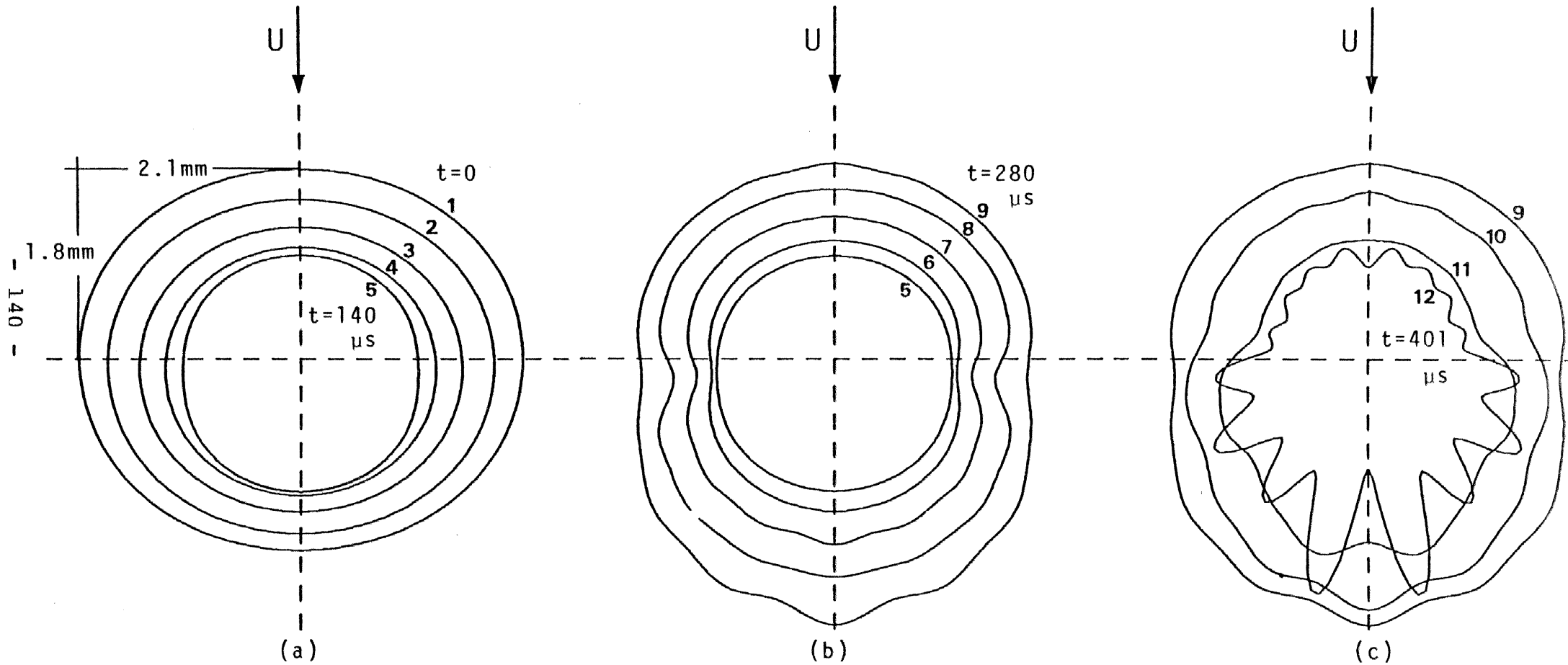


図4-7 (II) 水中偏平気泡の変形 ($N = 16$, $U = 1 \text{ m/sec}$)

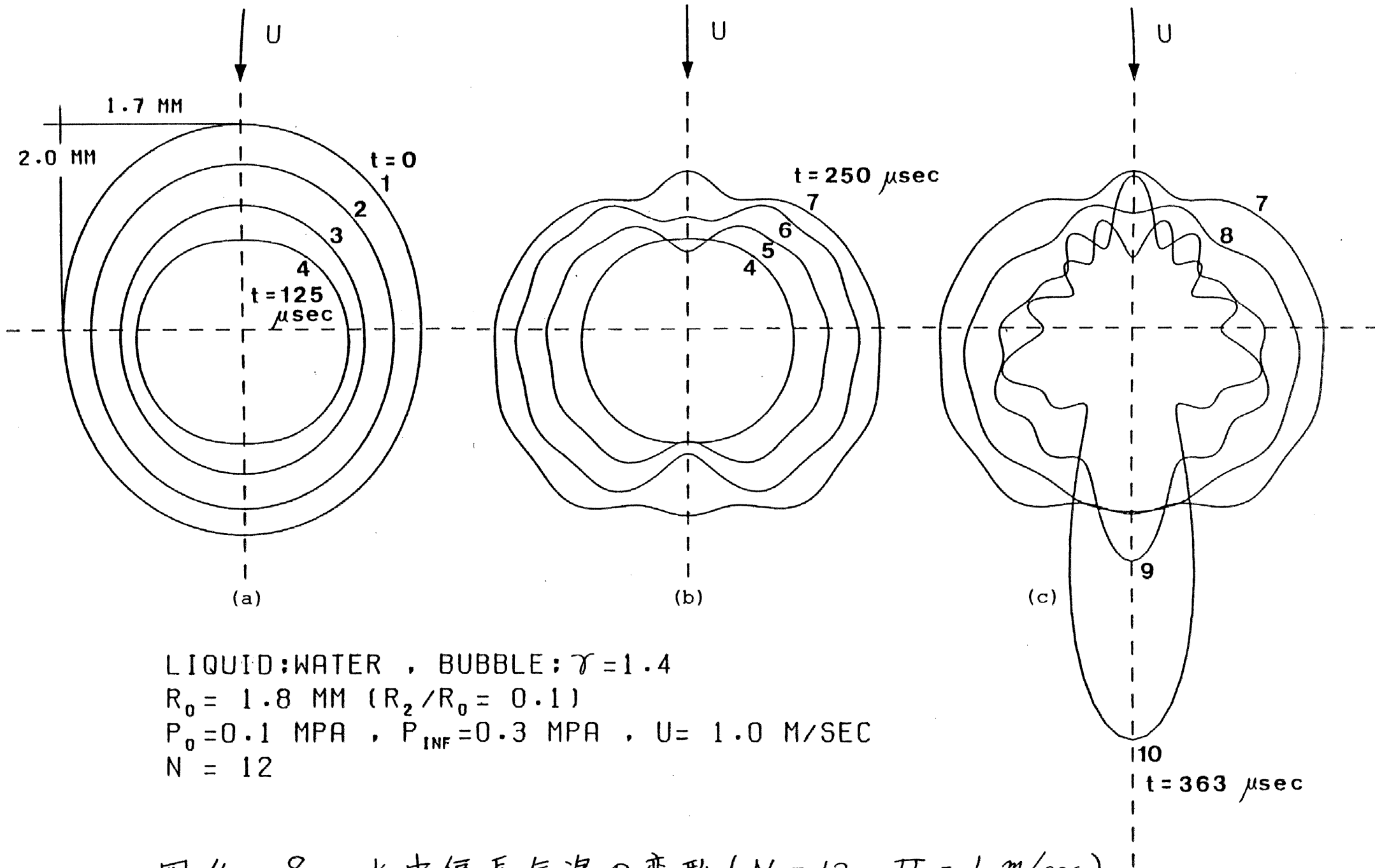


図 4 - 8 水中偏長気泡の変形 ($N = 12$, $U = 1 \text{ m/sec}$)

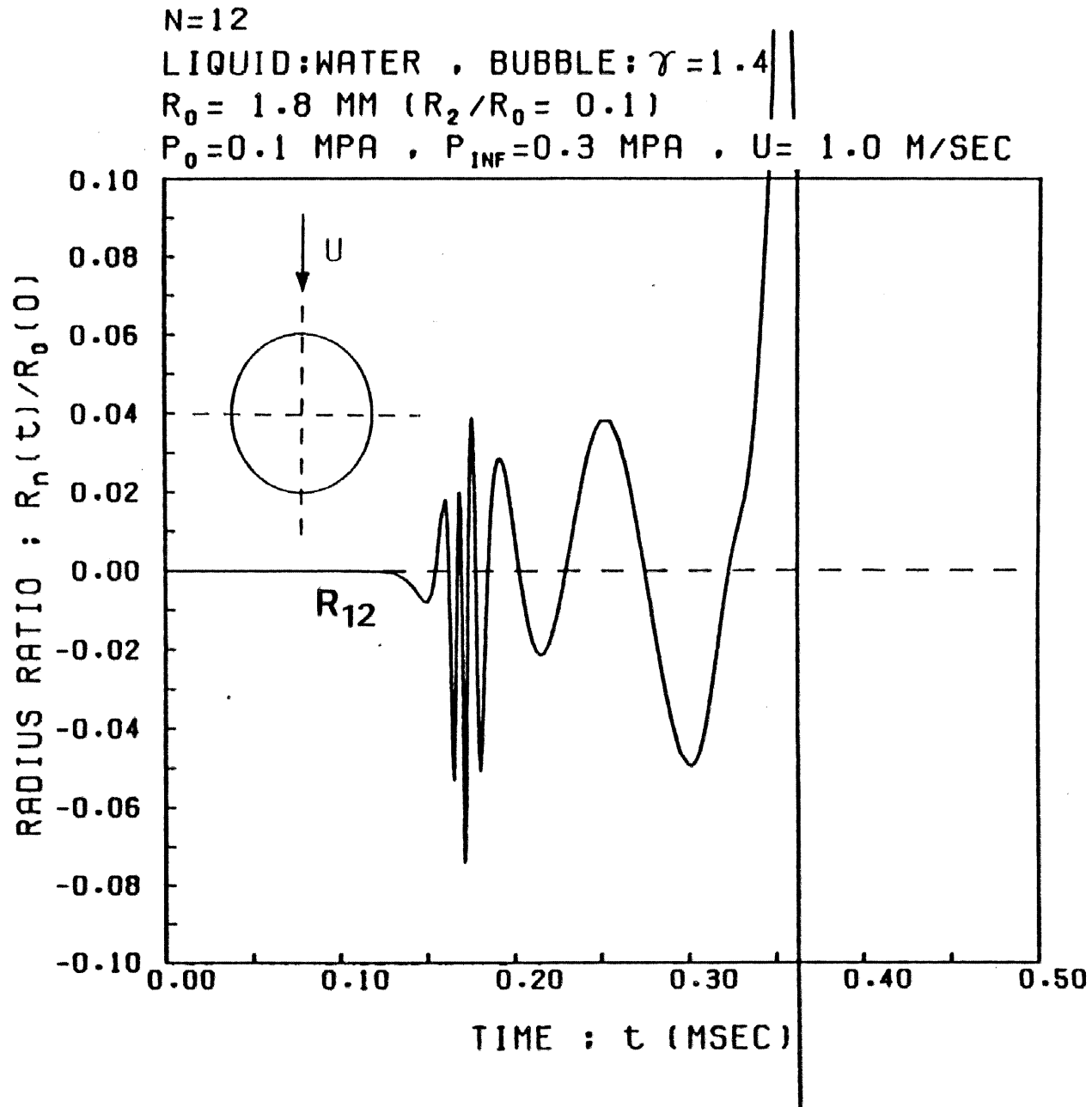


図 4-9 $R_{12}(t)$ の時間変化 (水中偏長気泡)

N=12

LIQUID: WATER , BUBBLE: $\gamma = 1.4$

$R_0 = 2.0$ MM ($R_2/R_0 = -0.1$)

$P_0 = 0.1$ MPA , $P_{INF} = 0.3$ MPA , $U = 1.0$ M/SEC

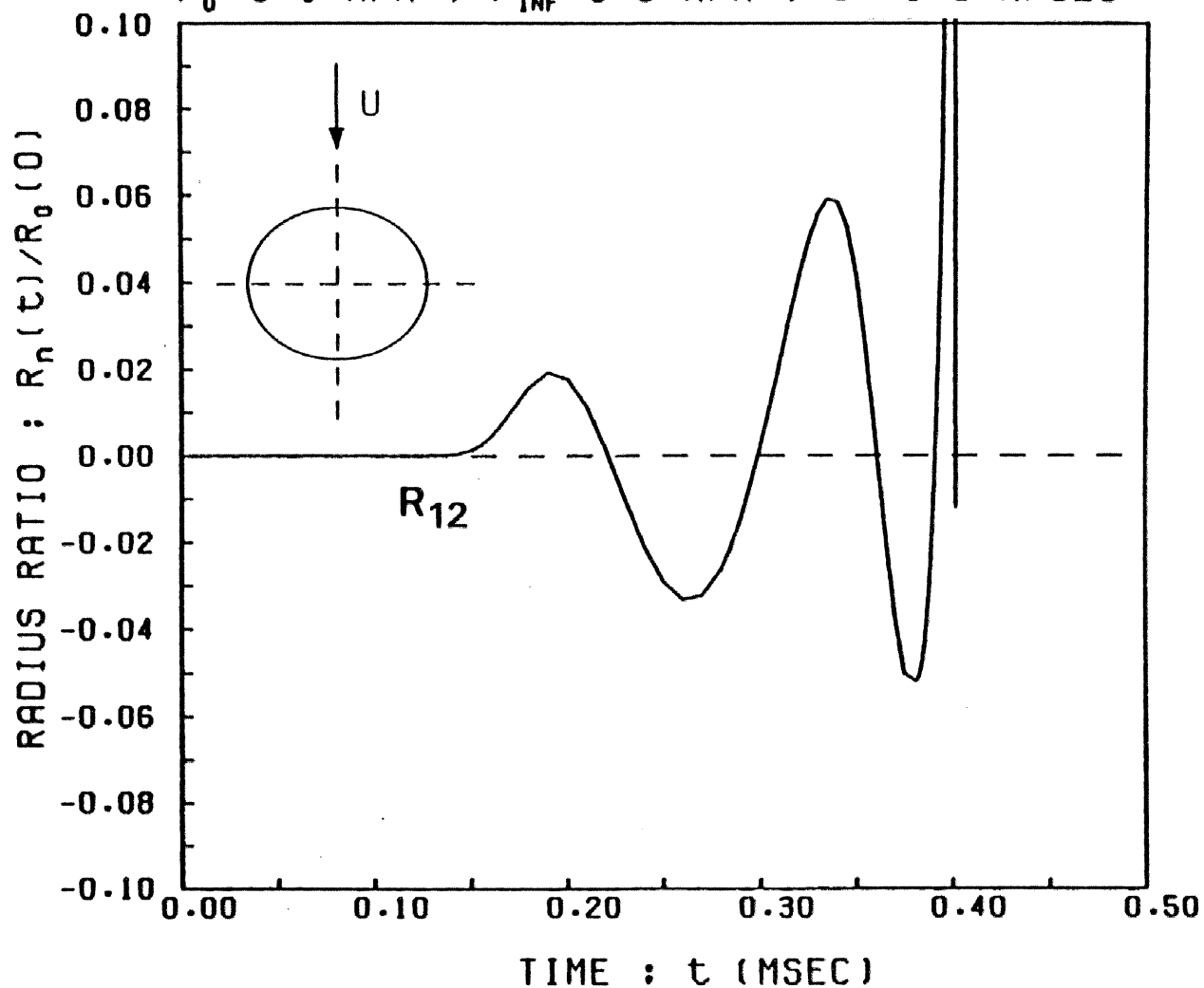


図4-10 $R_{12}(t)$ の時間変化 (水中扁平気泡)

LIQUID: GLYCERIN , BUBBLE: $\gamma = 1.4$
 $R_0 = 5.0 \text{ MM}$ ($R_2/R_0 = 0.1$)
 $P_0 = 0.1 \text{ MPA}$, $P_{INF} = 0.7 \text{ MPA}$, $U = 4.0 \text{ M/SEC}$
 $N = 12$

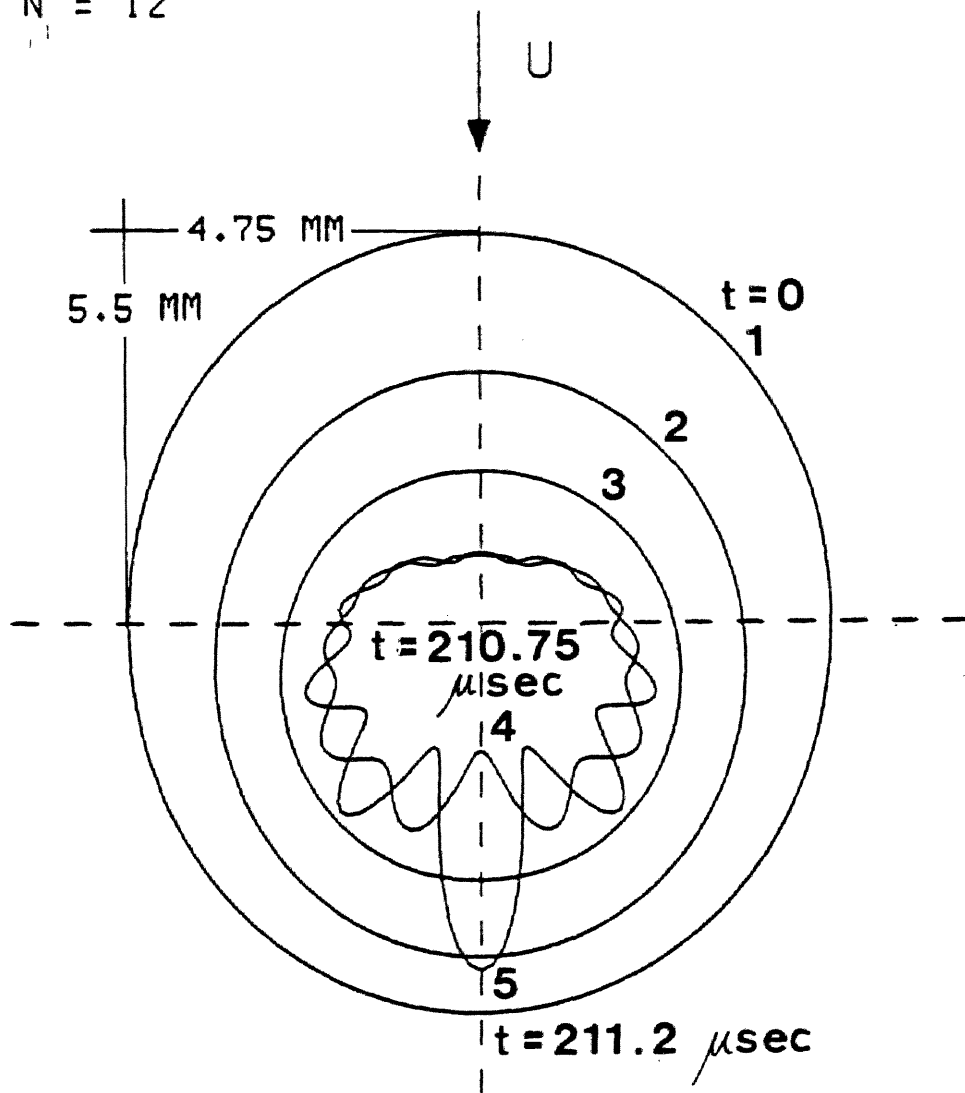


図 4-11(I) グリセリン中偏長気泡
 の変形 ($N = 12$, $U = 4 \text{ m/sec}$)

LIQUID, GLYCERIN , BUBBLE, $\gamma=1.4$
 $R_0 = 5.0 \text{ MM}$ ($R_2/R_0 = 0.1$)
 $P_0 = 0.1 \text{ MPA}$, $P_{INF} = 0.7 \text{ MPA}$, $U = 4.0 \text{ M/SEC}$
 $N = 16$

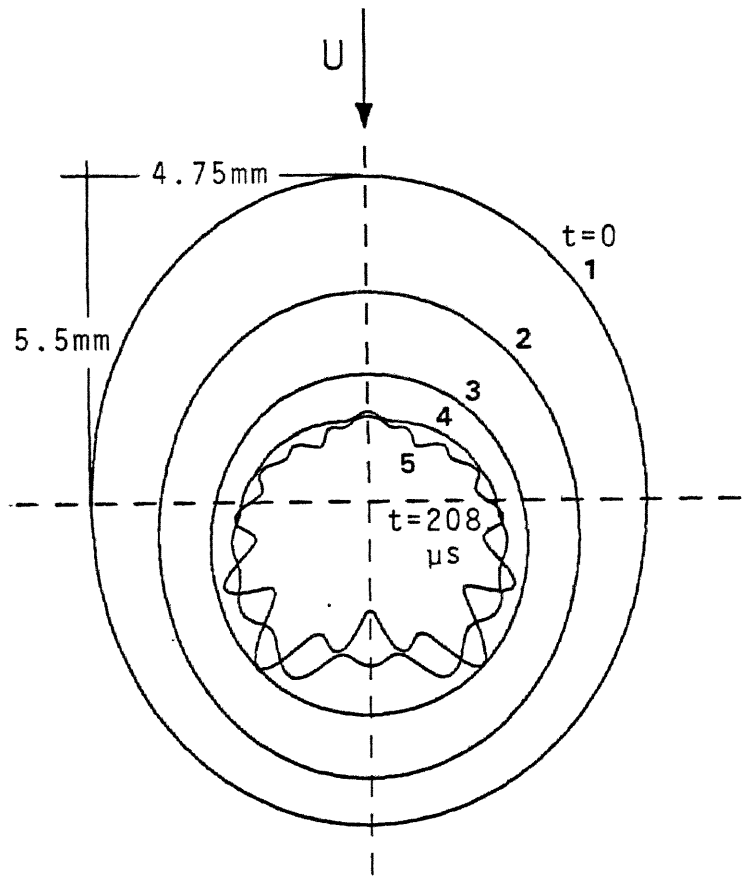


図 4-11 (II) グリセリン中偏長気泡の変形
 ($N = 16$, $U = 4 \text{ m/sec}$)

LIQUID: GLYCERIN , BUBBLE: $\gamma = 1.4$
 $R_0 = 5.0 \text{ MM}$ ($R_2/R_0 = -0.1$)
 $P_0 = 0.1 \text{ MPA}$, $P_{INF} = 0.7 \text{ MPA}$, $U = 4.0 \text{ M/SEC}$
 $N = 12$

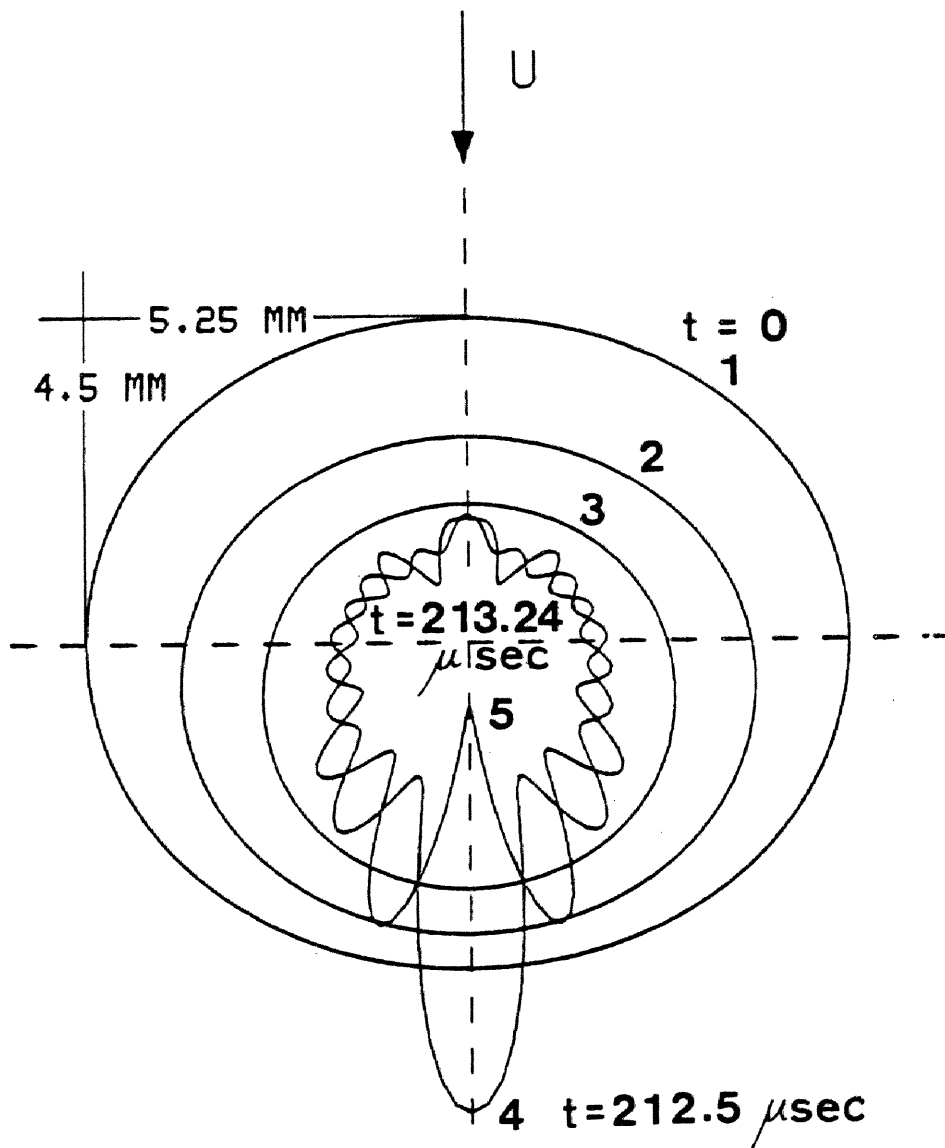


図 4-12 グリセリン中扁平気泡
 の変形 ($N = 12$, $U = 4 \text{ m/sec}$)

LIQUID: GLYCERIN , BUBBLE: $\gamma = 1.4$
 $R_0 = 5.0 \text{ MM}$ ($R_2/R_0 = 0.0$)
 $P_0 = 0.1 \text{ MPA}$, $P_{INF} = 0.7 \text{ MPA}$, $U = 4.0 \text{ M/SEC}$
 $N = 12$

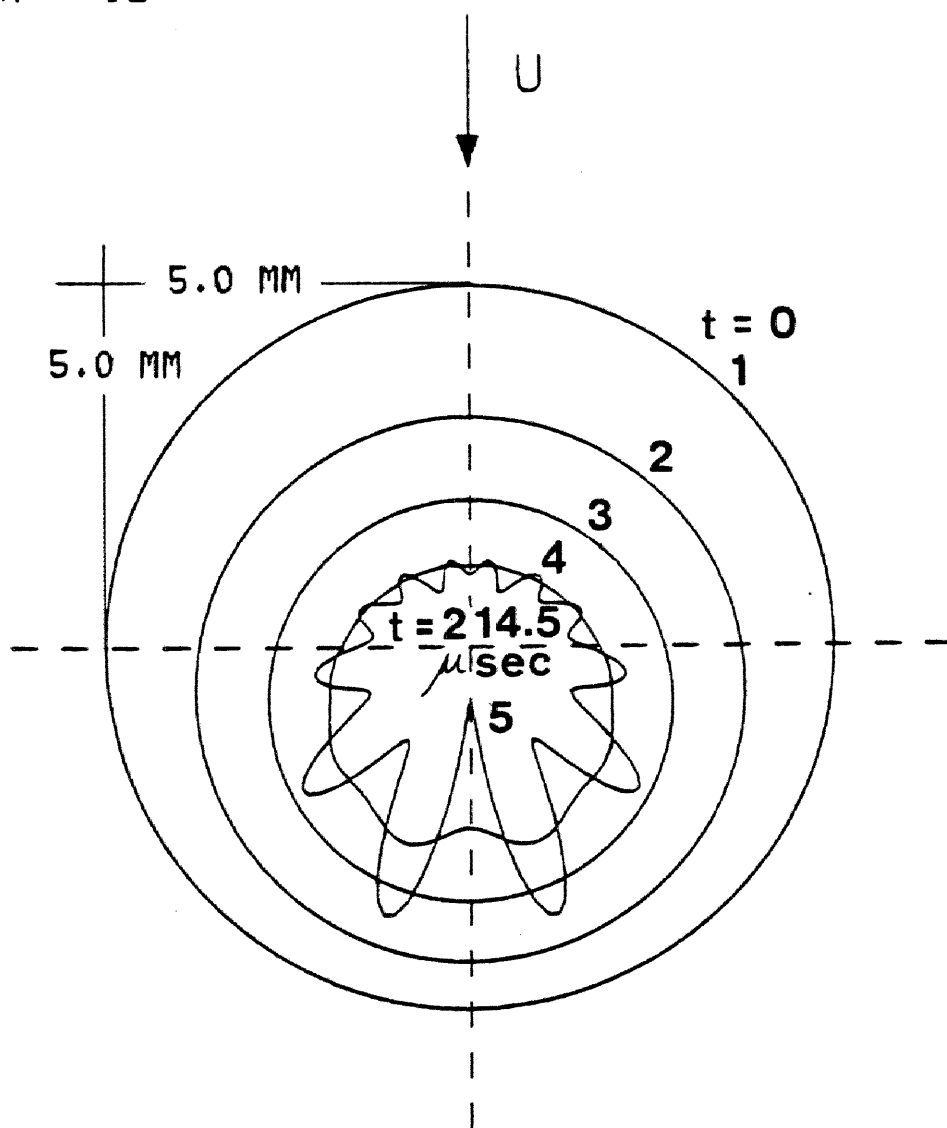


図 4 - 13 グリセリン中球形気泡
 の変形 ($N = 12$, $U = 4 \text{ m/sec}$)

N=12
LIQUID: GLYCERIN , BUBBLE: $\gamma=1.4$
 $R_0=5.0$ MM
 $P_0=0.1$ MPA , $P_{INF}=0.7$ MPA , $U=4.0$ M/SEC

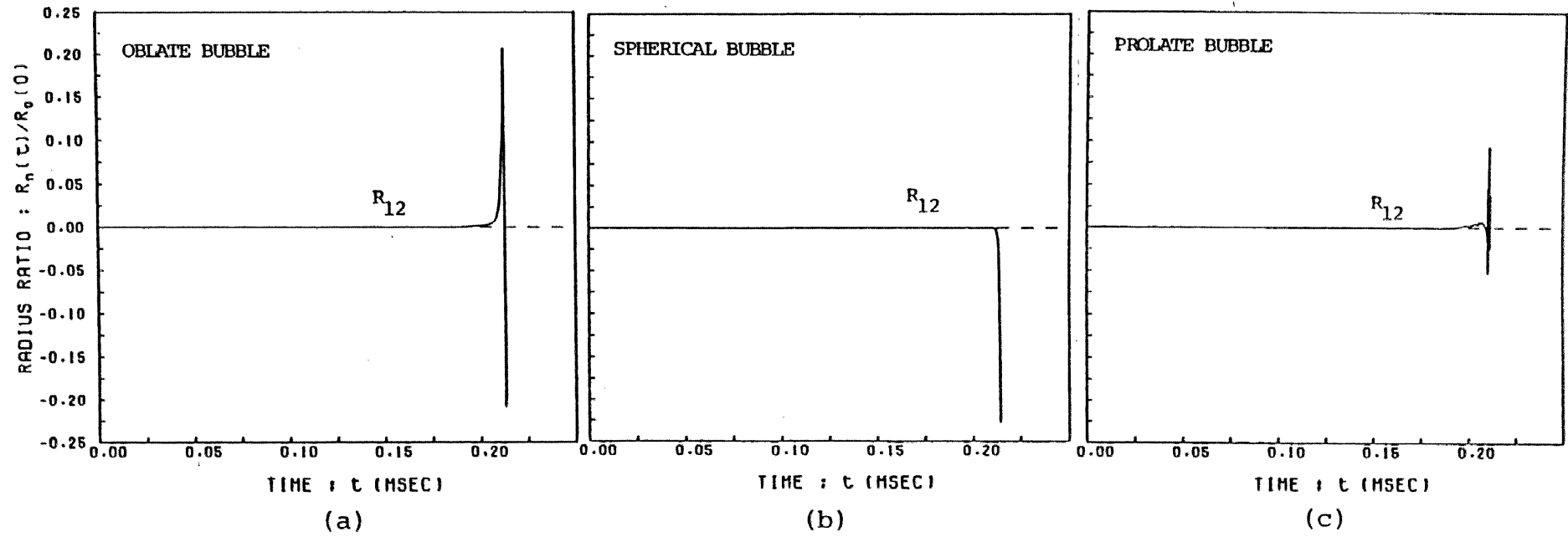
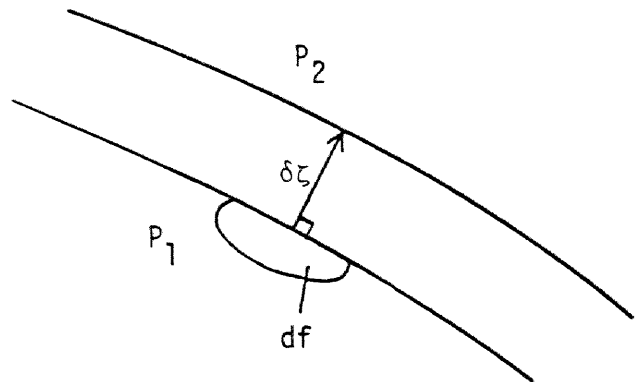
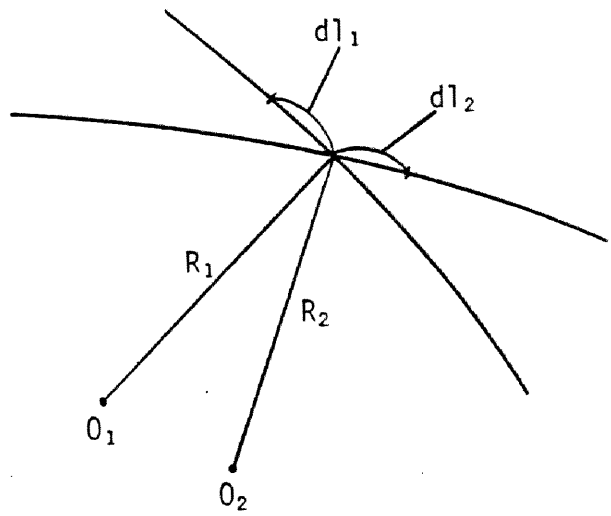


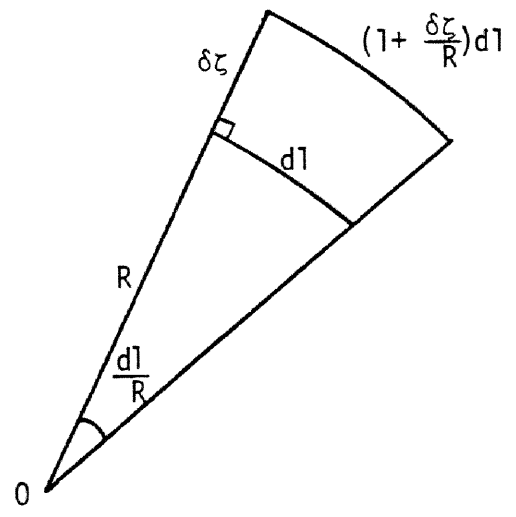
図4-14 $R_{12}(t)$ の変化 (グリセリン中気泡)



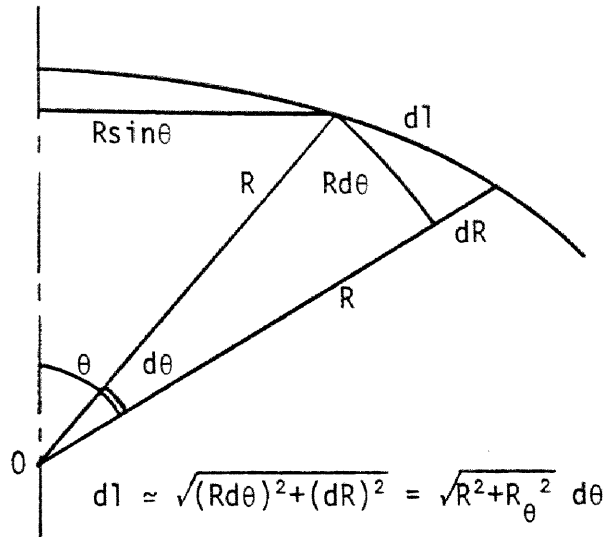
□ A - 1



□ A - 2

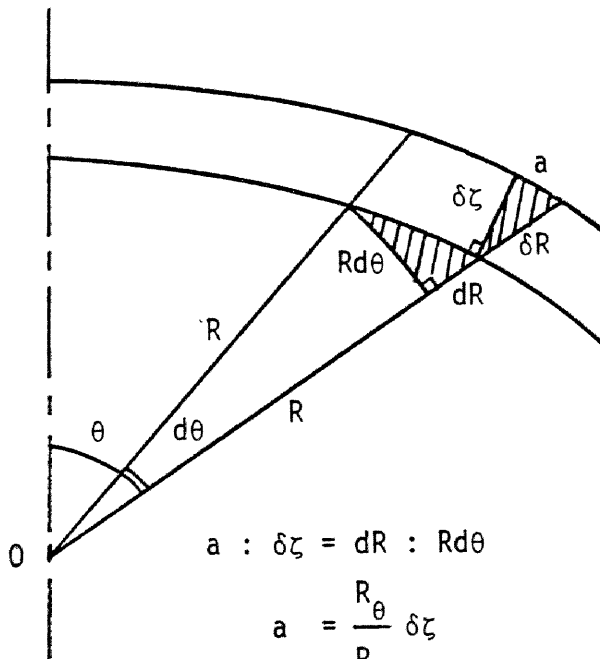


□ A - 3



□ A - 4

$$dl \approx \sqrt{(Rd\theta)^2 + (dR)^2} = \sqrt{R^2 + R_{\theta}^2} d\theta$$



□ A - 5

$$a : \delta z = dR : Rd\theta$$

$$a = \frac{R_{\theta}}{R} \delta z$$

$$(\delta z)^2 + \left(\frac{R_{\theta}}{R} \delta z\right)^2 = (\delta R)^2$$

$$\delta z = \frac{\delta R}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_{\theta}}{R}\right)^2}}$$

第V章 気泡デトネーションの伝播

V-1 はじめに

第III章においては気泡を含む液体中の衝撃波伝播と気泡の挙動が調べられたが、発熱量の小さい酸水素混合気 90% Ar + 10% ($H_2 + 2O_2$) を用いたため、気泡の発熱効果は認められなかった。そこで、本章では発熱量のより大きい酸水素混合気 70% Ar + 30% ($2H_2 + O_2$) から成る気泡を衝撃波により爆発させ、強化された衝撃波伝播と気泡運動の干渉を観察した。この様な気泡爆発が連鎖的に生じる時、これがデトネーションのように伝播することを発見し、その伝播機構を解明した。

V-2 衝撃波による酸水素気泡の爆発

(1) 実験装置

実験装置及び測定系は図3-14, 3-16に示されるものと同じであり、光学系はカメラの視野が観測窓部分 $20\text{mm} \times 45\text{mm}$ に拡大されるように改善された(図5-1)。

低圧部は膜から700 mm 下方まで大気圧の空気，残りはグリセリンで占められている．高圧部には大気圧の空気に加えてヘリウムが15 atm (1.5 MPa) まで注入される．衝撃波管下端にある注射針(穴径0.8 mm ϕ)からは酸素混合気70% Ar + 30% (2H₂ + O₂) が約3 atm (0.3 MPa) に加圧して噴出される．グリセリンは粘性が水の1500倍大きく注射針から気泡がはがれにくいため，気泡径は10~15 mm となり，間隔50~60 mm で気泡は一列に上昇していく．

破膜は気泡の発生が定常になった時刻に同期して行なわれる．破膜によって生じる気体衝撃波は液面に衝突し，液中に衝撃波を伝播させる．この液中衝撃波の圧力は液面での気体反射衝撃波後方の圧力に等しく，約7.5 atm (0.75 MPa) である．また気泡を噴出させてから破膜までの時間は10秒程度なので，衝撃波管低圧部の圧力は変わらず，気体中に蓄積される酸素混合気濃度も無視できる．液体中を伝播する衝撃波は459 mm 間隔で設置されている二つの圧力変換器(Kistler 601A) で検出され，オシロスコープで読み取られた．

下側の圧力変換器位置には縦50 mm × 横30 mmの観測窓があり、気泡のシャドウグラフが発光時間3 msecのクセノンフラッシュとニコン・植村式回転ミラー型高速カメラ(UHF-250B)により、毎秒10万駒で撮影された。

(2) 気泡爆発の起こる場合

気泡が次々に爆発した場合の圧力波形と気泡の挙動が図5-2に示される。気泡の初期半径は縦4.84 mm 横5.58 mmである。圧力波形1は上流、波形2は下流側の圧力変換器の出力オシログラムである。衝撃波圧力は管の振動による高周波のために判別しにくくなっているが(図5-16ではフィルターにより高周波はカットされている)、平均的には立ち上がり約200 μ secの三角波形を示している。衝撃波の伝播速度は約510 m/secである。観測窓と同じ位置での圧力波形2を見ると、衝撃波圧力は12.5 atm (1.25 MPa)であり、入射した衝撃波圧力の1.8倍に増幅されていることがわかる。また反射衝撃波も圧力波形の $t = 1800 \mu$ secあた

りに見られる。

気泡は衝撃波の到達により下方へ移動しながら圧縮を受けて扁平に変形し、最小時には縦1mm、横5mm程度の平らで上部が凹んだ形となる。その後気泡は急速に膨張しながらパラシュート型に変形し、小さな気泡を分離する。このパラシュート型変形はグリセリン中における偏長アルゴン気泡の圧縮の際にも観察された(図3-27)現象である。最終的には管下端からの反射衝撃波との干渉によって気泡は上方へ移動し始め、今度は下部が平らになる。シャドウグラフ写真中の格子は一目盛5mmである。

気泡が爆発した際の発光がシャッター開放で撮影され、図5-3に示される。気泡は酸水素の高温反応 $T \approx 4200\text{ K}$ のために極く短時間(1 μsec 以下)青白く光っており、この時の形は上部が凹み、形・大きさ共にシャドウグラフでとらえた最小寸法とほぼ一致している。また図5-2のシャドウグラフ像が発光のために最小寸法付近で薄くなる事実からも、気泡の爆発がこの瞬間に起きたことがわかる。この様な気泡の発光は

キャビテーション現象においても液体に溶けている気体の析出によって生じるが、これは化学反応によるものではない^{1), 2)}。

シャドウグラフ写真から読み取られた気泡半径の時間変化が図5-4に示される。黒丸は縦方向、白丸は横方向の半径である。気泡は圧縮されて約 $200\mu\text{sec}$ で最小になるが、この時の半径は初期半径比で 0.15 (縦)、 0.35 (横)である。最小寸法付近で生ずる爆発によって気泡は急速に膨張し、初期半径よりも大きくなる。気泡の振動周期は縦 $900\mu\text{sec}$ 、横 $800\mu\text{sec}$ であるが、ほぼ同期していると考えてよい。しかしパラシュート型変形のために振幅の縦方向と横方向の違いが大きくなる。

(3) 気泡爆発の起こらない場合

一方、気泡気体の種類、駆動圧が同一であるにもかかわらず、気泡爆発の起こらない場合も生じた。図5-5にこの時の圧力波形と気泡の挙動が示される。詳細に眺めると、この場合は気泡の初期半径が爆発の起きた場合よりも小さく、縦 4.34mm 、横 4.66mm であ

る。本実験では気泡寸法の微調整を行なうことが難しいため完全に同一の実験をくり返すわけにはゆかなかった。

オシロスコーフ上の圧力波形には気泡の収縮膨張振動に起因する約 $500 \mu\text{sec}$ 周期の変化が見られ、衝撃波圧力は 7 atm (0.7 MPa) であるから入射衝撃波圧力とほぼ等しい。すなわち気泡は爆発していないので、衝撃波は増幅されない。衝撃波の伝播速度は約 420 m/sec で、爆発の起きた場合に比べてやや遅くなっている。

シャドウグラフ写真によれば、気泡は収縮膨張をくり返すのみであり、パラシュート型や頂部が平らな形に変形することはない。この挙動は爆発が起きた場合と明確に異なっている。

爆発の有無が横方向半径の時間変化に与える効果が図5-6に比較されている。黒丸は爆発の起きた場合で初期横半径 5.09 mm 、白丸は爆発の起きなかった場合で初期横半径 4.66 mm である。この図から両者の気泡の挙動の差は明らかである。すなわち、爆発の起きた場合は圧縮後の膨張が急激で初期半径よりも大きく

なり，振動周期が長くなるが，爆発の起こらなかった場合には膨張は緩やかで初期半径を越えず，振動周期も短い。

爆発が起こらなかった原因は初期気泡半径がわずかに小さかったことである。小さい気泡が分散した衝撃波から受ける力積は，大きい気泡の場合よりも相対的に小さいからである。言いかえれば，(i)入射衝撃波によって液面に近い気泡の爆発がまず起こり，それが衝撃波を増幅して下方の気泡を次々に爆発させる場合と，(ii)爆発が初めから起こらず入射衝撃波が減衰しながら伝播する場合の臨界条件が気泡横半径 5.09 mm と 4.66 mm の間に存在することを示している。

気泡が自らの爆発により次々と隣の気泡を爆発させる現象は本研究において初めて観測されたもので、『気泡デトネーション』と呼ぶことができる。

V-3 爆発する気泡の一次元非定常解析

(1) 基礎方程式と問題の定式化

気泡内での酸水素反応を考慮しながら気泡の挙動と

気泡が周囲にもたらす圧力上昇を調べるために、以下の仮定に基づいて理論計算を行なう。

(i) 単一球形的気泡を考える。

(ii) 気泡内の圧力、温度、密度は一様である。

(iii) 液体は非圧縮性で温度は一定である。

(iv) 気泡と液体間の熱輸送、液体の粘性、表面張力を考慮に入れる。

(v) 蒸発、凝縮、溶解などの質量輸送は無視する。

(vi) 気泡気体は熱的完全ガスであるが熱量的不完全ガスである。温度が $300 \sim 4200 \text{ K}$ と変化するので、比熱は温度に強く依存する。

(vii) 7つの化学種と11の素反応を考える(表5-1)。

ここで反応速度については Baulch ら³⁾ のデータを参照している。また逆反応を計算するのに必要な平衡定数は JANAF Table から取られ、 $300 \sim 6000 \text{ K}$ において 0.5% 以下の誤差で温度のべき級数表示⁴⁾ されている(表5-2)。

以上の仮定により、基礎式は次の様に書かれる。

[質量保存式]
$$\rho \frac{4}{3} \pi R^3 = \text{一定} \quad (5-1)$$

[一般化された Rayleigh 方程式]

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{4\mu_l}{R} \frac{dR}{dt} + \frac{2\sigma}{\rho_l R} = \frac{p - p_{\infty}}{\rho_l} \quad (5-2)$$

[エネルギー保存式 (第力学第一法則)]

$$\frac{dE(T)}{dt} = - \frac{Nu k_g (T - T_l)}{2R} 4\pi R^2 + \left(-p + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\mu_l}{R} \frac{dR}{dt} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) \quad (5-3)$$

$$E(T) = \sum N_i e_i(T) = \sum N_i [h_i(T) - @T] \quad (5-4)$$

[反応方程式]
$$\frac{dN_i}{dt} = W_i \quad (\text{mol} \cdot \text{sec}^{-1}) \quad (5-5)$$

[状態方程式]
$$p \frac{4}{3} \pi R^3 = N @ T \quad (5-6)$$

$$N = \sum N_i$$

[液体中の圧力]

$$p_l(r, t) = p_{\infty} + \frac{R}{r} \left(p - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu_l}{R} \frac{dR}{dt} - p_{\infty} \right) + \frac{1}{2} \rho_l \frac{R}{r} \left(1 - \frac{R^3}{r^3} \right) \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \quad (5-7)$$

ここで, R は気泡半径, p , ρ , T , N はそれぞれ気泡内の圧力, 密度, 温度, 総モル数である. p_l , ρ_l , T_l はそれぞれ液体中の圧力, 密度, 温度を示す. $p_{\infty}(t)$ は液体中無限遠方圧力で, 時間の関数として気泡に作用し収縮膨張振動の駆動力となる. $E(T)$ は気体の内部

エネルギー, N_i , $c_i(T)$, $h_i(T)$ はそれぞれ化学種 i のモル数, モル当りの内部エネルギー, モル当りのエンタルピーである. $h_i(T)$ には JANAF Table の値が, 300 ~ 6000 K の範囲において 0.5% 以下の誤差で温度のべき級数表示⁴⁾ される (表 5-3). W_i は化学種 i のモル生成率を表わす. μ_l , ν_l はそれぞれ液体の粘性及び動粘性係数, σ は表面張力係数, k_g は気泡気体の熱伝導係数, \mathcal{R} は普遍気体定数である. Nu はヌッセルト数で, 本解析においては常に 1 と仮定される. t は時間, r は気泡中心からの距離を表わす独立変数である.

方程式 (5-2), (5-3), (5-5) は無次元化された後, \tilde{R} , \tilde{T} , \tilde{N}_i に関する次の連立常微分方程式となる.

$$\frac{d^2 \tilde{R}}{d\tilde{t}^2} = -\frac{3}{2} \left(\frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} \right)^2 - \frac{1}{Re} \frac{1}{\tilde{R}^2} \frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} - \frac{1}{We} \frac{1}{\tilde{R}^2} + \frac{1}{M^2} \frac{\tilde{p} - \tilde{p}_{lm}}{\tilde{R}} \quad (5-8)$$

$$\frac{d\tilde{T}}{d\tilde{t}} = \frac{-\sum \tilde{W}_i \left(\frac{h_i(\tilde{T})}{\mathcal{R}\tilde{T}_0} - \tilde{T} \right) - \frac{2\pi Nu k_g R_0 t_0}{N_0 \mathcal{R}} (\tilde{T} - 1) \tilde{R} - 3 \left(\tilde{p} - \frac{2\sigma}{\rho_0 R_0} \frac{1}{\tilde{R}} - \frac{4\mu_l}{\rho_0 t_0} \frac{1}{\tilde{R}} \frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} \right) \tilde{R}^2 \frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}}}{\sum \tilde{N}_i [C_{p_i}(\tilde{T})/\mathcal{R} - 1]} \quad (5-9)$$

$$\frac{d\tilde{N}_i}{d\tilde{t}} = \tilde{W}_i(\tilde{R}, \tilde{T}, \tilde{N}_i) \quad (5-10)$$

ここで $1/Re \equiv 4\nu_l t_0/R_0^2$, $1/We \equiv 2\sigma t_0^2/\rho_l R_0^3$,
 $1/M^2 \equiv t_0^2 \rho_0/\rho_l R_0^2$, $\tilde{t} \equiv t/t_0$, $\tilde{R} \equiv R/R_0$,

$$\tilde{T} \equiv T/T_0, \quad \tilde{N}_i \equiv N_i/N_0 \quad (5-11)$$

である。無次元量は、' ~ ' で表わされ、添字 ' 0 ' は基準量または初期値を示す。

(5-8), (5-9), (5-10)式が時間に関して積分され、 \tilde{R} , \tilde{T} , \tilde{N}_i が求められれば、残りの変数は(5-1), (5-6), (5-7)式から次の様に与えられる。

$$\tilde{p} = \frac{1}{\tilde{R}^3} \quad (5-12)$$

$$\tilde{p} = \frac{\sum \tilde{N}_i \tilde{T}}{\tilde{R}^3} \quad (5-13)$$

$$\tilde{p}_x(\tilde{r}, \tilde{t}) = \tilde{p}_{\infty} + \frac{\tilde{R}}{\tilde{r}} \left(\tilde{p} - \frac{2\tilde{\sigma}}{\tilde{p}_0 R_0} \frac{1}{\tilde{R}} - \frac{4M_1}{\tilde{p}_0 t_0} \frac{1}{\tilde{R}} \frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} - \tilde{p}_{100} \right) + \frac{1}{2} \frac{\tilde{p}_1 R_0^2}{\tilde{p}_0 t_0^2} \frac{\tilde{R}}{\tilde{r}} \left(1 - \frac{\tilde{R}^3}{\tilde{r}^3} \right) \left(\frac{d\tilde{R}}{d\tilde{t}} \right)^2 \quad (5-14)$$

ここで、 $\tilde{r} \equiv r/R_0$ である。

本計算では 1 μ sec 以下で起こる化学反応と周期約 800 μ sec の気泡振動を連立して解くことが要請されるので、non-stiffかつ計算時間が短い Gear の陰解法が用いられた。また計算における無限遠方での圧力 \tilde{p}_{∞} として、図 5-2 に示される圧力波形 (気泡爆発が発生した場合) に近いピーク圧 13 atm (1.3 MPa), 立ち上り 200 μ sec の三角波が用いられた。

(2) 計算結果と考察

実験で観察された気泡平均半径の時間変化と理論値の比較が図5-7に示される。計算における初期半径は5mmで、無限遠方での圧力変化は図中に示されるピーク圧13 atm (1.3 MPa)の三角波である。理論値と実験値が周期と振幅の両方において細かいところを除き一致していることがわかる。これは気泡の変形が大部分の時間においてほぼ球対称に起きているためであり、最小寸法付近の扁平な形や最大寸法付近のパラシューート型変形の様に、非対称変形の起こるところで実験と理論が一致しないのは当然である。実験において反応が最小寸法付近で生ずることは発光写真と駒撮り写真から確認されるが、球形変形のみを考慮した本理論では最小半径の約30 μ sec手前で反応が起こってしまうという差が生じる。以上のことから無限遠方での圧力 p_{∞} として観測窓部で測定された圧力を採用することは、気泡運動の大部分を説明するのに適当であることがわかる。

同じ計算で得られた気泡内圧力と液体中圧力分布の

時間変化が図5-8に示される。気泡内圧力は爆発の瞬間に急激に増加し、最大では初期圧力の90倍に上る。一方、液体中の圧力も爆発の影響で急激に上昇し、 $r = 50 \text{ mm}$ ($r/R_0 = 10.0$)では球対称性を仮定して2.2 atm (0.22 MPa)の圧力上昇が見られる。また気泡中心からの距離 $r = 100 \text{ mm}$ 、 150 mm に対しては計算より1.1 atm (0.11 MPa)、0.7 atm (0.07 MPa)という圧力上昇が生じる。この爆発時の圧力上昇は r に反比例しているが、それは(5-14)式に示されるベルヌーイの式で $1/r$ に比例する項(右辺第二項)が効いているためである。

計算より得られた $r = 50 \text{ mm}$ での圧力上昇2.2 atm (0.22 MPa)は、 $r = 50 \sim 60 \text{ mm}$ 離れた隣の気泡を圧縮するには不十分のように思われるが、実際には計算の仮定と異なり液体に圧縮性があるため、圧力波はさらに増幅される。非圧縮性流体中では擾乱が瞬間的に無限遠方まで伝わってしまうが、圧縮性流体中では音速で伝播するので、圧力波エネルギーが有限区間に蓄えられるからである。

気泡内反応の発熱量が気泡半径変化と圧力上昇に与

える影響が図5-9, 5-10に示される。気泡初期半径は $R_0 = 5\text{mm}$ で図5-10の実線は気泡内圧力, 破線は気泡中心からの距離 $r = 50\text{mm}$ における圧力を示す。 $r = 50\text{mm}$ における圧力は無限遠方での三角波形圧力上昇 (ピーク圧 13atm (1.3MPa)) と気泡内圧力上昇の影響が重なっているので, 爆発による衝撃 (上昇圧力と立ち上がり時間の積) の大小は三角波形からずれた部分に注目して判断しなければならない。

90% Ar + 10% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) 混合気を用いた場合には, 発熱量の大きい 70% Ar + 30% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) 混合気の場合に比べて振動周期が短くなり気泡の膨張も小さい。また $r = 50\text{mm}$ での圧力変化 (図5-10) は 70% Ar + 30% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) に比べて爆発時の圧力上昇がゆるやかで, 衝撃が小さいことがわかる。

発熱のないアルゴン気泡の場合には振動周期はさらに短くなり, 最小半径以降の膨張も小さく初期半径を越えない。二回目の膨張で初期半径よりも大きくなるのは, 無限遠方での圧力 p_{∞} が大気圧に戻り膨張時の慣性が効くためである。また発熱による膨張作用がない

ため、気泡は発熱のある他の二つの場合に比べて圧縮されやすく、気泡内圧力は初期圧の140倍近くなる。

しかして $t = 50 \text{ mm}$ (破線)での爆発時の衝撃(上昇圧力と立ち上がり時間の積)は逆に小さくなっている。

気泡内のピーク温度は70% Ar + 30% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) 気泡では 4200 K , Ar 気泡では 2400 K である。

初期半径の違いが70% Ar + 30% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) 気泡の半径変化に与える影響が図5-11に、気泡内圧力(実線)と $t = 50 \text{ mm}$ における液体中圧力(破線)の変化に与える影響が図5-12に示される。

$R_0 = 2 \text{ mm}$ の場合、振動周期は約 $200 \mu\text{sec}$ と短く、最小半径は他に比べて大きくなっている。70% Ar + 30% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) 混合気の爆発がこの計算では $R/R_0 = 0.61$ の時に起こるので、 $R_0 = 2 \text{ mm}$ の場合には最小半径付近で爆発が起きていることになる。

一方、 $R_0 = 5 \text{ mm}$, 8 mm の場合を見ると、半径が大きいほど振動周期は長くなり、膨張も大きい。これは気泡の行なう仕事が表面積に比例するのに対し、気泡内の発熱量は体積に比例して大きくなるからである。こ

のため、図 5-12 の圧力変化(実線)を見ると、初期半径の大きい場合の方が気泡内圧力の上昇が大きく、爆発の瞬間における $r = 50 \text{ mm}$ での衝撃(破線)も大きくなっている。

この様に、初期気泡半径の違いが気泡の挙動や圧力変化に大きく影響していることから、気泡半径の大小によって爆発伝播に限界が現われることは十分考えられる。

V-4 気泡デトネーションの伝播

V-2 節の実験では以下の問題点が含まれていた。

(i) 一つの気泡しか観察されないため、気泡間の相互作用が不明である。(ii) クセノンフラッシュの発光時間が短く(3 msec)、長時間の観測ができない。(iii) 管の振動による高周波成分が圧力波形に含まれ、立ち上がりやピーク圧が明確でない。(iv) 伝播速度が二点で測定されるため、定常伝播であるか否か不明である。

そこでこれらの問題点を解決し、より定量的な測定を行なうため、(i) カメラの視野を観測窓部横 30 mm × 縦 100

mm に広げる, (ii) 発光時間 8 msec のクセノンフラッシュを製作する, (iii) カットオフ周波数 25 KHz のローパスフィルターを通して圧力を測定する, (iv) 衝撃波管を延長して圧力変換器を三ヶ所に取り付ける, という改善を行ない, 酸水素気泡を含む液体中の衝撃波伝播を観察した.

(1) 実験装置

実験装置の概要と測定系, 光学系が図 5-13, 5-14, 5-15 に示される. 実験法は $\text{A}-2$ 節とほぼ同じであるが, 液体中を伝播する衝撃波は 459 mm , 240 mm 間隔で設置された三つの圧力変換器 (Kistler 601A) で検出され, カットオフ周波数 25 KHz のローパスフィルター⁵⁾を通してオシロスコープで読み取られた. また気泡のシャドウグラフは, 圧力変換器 2 と同じ位置にある横 30 mm \times 縦 110 mm の観測窓を通して, 発光時間 8 msec のクセノンフラッシュとニコン・植村式回転ミラー型高速度カメラにより, 毎秒 3 万駒で撮影された.

高速度カメラの撮影速度は, ストロボスコープ (SUJAWARA PS-240) を $24,000\text{ rpm}$ で発光させ 毎秒約 3

万騎で撮影したところ，表5-4に示されるように操作盤に表示された撮影速度と実際の速度は誤差8%以内であり，ほぼ一致することがわかった。

(2) 気泡デトネーションの伝播

気泡の爆発が伝播した場合の圧力波形が図5-16に示される。圧力波形は上から順に液中の三つの圧力変換器の出力に対応している。波形には爆発による振動が見られるものの，立ち上がりはフィルターの効果で明瞭になっている。衝撃波の伝播速度は変換器1，2間で444 m/sec，変換器2，3で300 m/secと減衰し，非定常である。またピーク圧力を見ると31.7 atm (3.17 MPa)，20.8 atm (2.08 MPa)，18.2 atm (1.82 MPa)とこれも減衰している。しかしながら波形の分散は弱く，三つの波形はほぼ同じ形をしている。

圧力波形1，2の急激な立ち上がりの直前に弱い振動が見られるが(圧力波形1では $t = 500 \mu\text{sec}$ ，波形2では $t = 1000 \mu\text{sec}$ 付近)，この振動の伝播速度は約1000 m/secで，管の弾性変形を考慮したグリセリン中衝撃

波の伝播速度とほぼ等しくなっている。従ってこの波動は気泡と管壁の間をすり抜けた衝撃波の伝播と考えられる。この事実は、気泡が一行に並んだ液体中の衝撃波伝播が特殊なものであることを示している。すなわち、液体中を伝播する弱い波と気泡振動を媒介とする強い波の二重構造を持っているのである。

気泡爆発が伝播した場合の気泡の挙動を見ると、デトネーションとしての伝播機構が明らかになる(図5-17)。気泡間隔59.4mmで縦に並んでいた初期直径約15mmのやや扁平な気泡1, 2は、衝撃波の到達によって上側の気泡1がまず圧縮を受け、200 μ sec後には最小寸法となって爆発を起こす(写真(5))。この時下側の気泡2はまったく変形を受けていない。そして気泡1が急速に膨張しパラシュート型に変形するにつれ、気泡2も圧縮を受けて最小寸法になり爆発する(写真(10))。この気泡変形の様子は、気泡爆発の伝播が衝撃波の伝播に伴っていること、即ち気泡デトネーションが伝播していることを示している。

上側の気泡1が圧縮を受けて最小寸法になった後

下側の気泡2が圧縮され始める様子は、気泡の挙動から読み取られた気泡縦直径の時間変化(図5-18)からも明らかである。最小寸法後急速に膨張して初期直径よりも大きくなるのは、爆発が起きたことを示している。

一方、初期気泡径が小さいためにデトネーションを起こさなかった場合には、圧力波形(図5-19)は滑らかで、気泡を含むグリセリン中の単なる衝撃波伝播が生じている。伝播速度は圧力変換器1,2間で 312 m/sec 、変換器2,3間で 247 m/sec であり、気泡デトネーションの場合よりも遅く、ピーク圧も低くなっている。伝播速度とピーク圧は伝播するにつれて減衰する傾向が見られ、波形もしだいに分散していく。

気泡デトネーションを起こさなかった場合の気泡挙動と気泡横直径の変化の様子が図5-20, 5-21に示される。初期気泡直径は約 12 mm で、デトネーションを起こした時($\sim 15\text{ mm}$)よりも小さく、気泡間隔は 47.7 mm , 43.5 mm である。気泡2は衝撃波の到達により圧縮されるが、最小寸法になる前に気泡3も圧縮が

始まっております，厳密には気泡2の膨張が気泡3を圧縮するという機構になっていないことに注意を要する．これは図5-21の横直径の時間変化を見れば明らかである．また気泡は単調な収縮膨張振動をくり返すのみである．

液体表面からの距離に依存してピーク圧と衝撃波伝播速度が減少する様子が図5-22, 5-23に示される．デトネーションを起こした場合(○印)にはピーク圧は一定値に近づき，定常デトネーションになりつつあることが図5-22よりわかる．また爆発を起こさなかった場合(△, □印)に比べて圧力が約13 atm (1.3 MPa) 高くなっている．アルゴン気泡を用いた実験(■印)では縦横平均気泡直径が13.5 mmであり，爆発を起こさなかった場合(△, □印)の平均直径12 mm よりも大きい．従って分散した衝撃波に対して圧縮されやすく，液面近くでは爆発を起こさなかった場合よりも高い圧力が観察される．アルゴン気泡では爆発による圧力上昇がないため，その後圧力は急速に減衰し，爆発を起こさなかった酸水素気泡の場合と近い圧力になる．気泡デトネーションの起

きた場合に初めのうちポーワ圧が高いのは、平均気泡直径が 15mm と大きいことに加えて爆発の影響があるためである。

次に伝播速度を二つの圧力変換器位置の中間における平均速度と考え、その液面からの距離に対する変化を見ると(図5-23)、気泡デトネーションの場合は爆発の起こらない場合に比べて伝播速度が速いことが示される。どちらの場合にも伝播するにつれて速度が減少していくことは明らかである。

この速度減衰の原因として上昇するにつれて気泡間隔や気泡径が大きくなることを検討してみた。図5-24に示される内径 $51.5\text{mm}\phi$ のパイプス管にグリセリンを衝撃波管を同じ位置まで入れ、 $70\% \text{Ar} + 30\% (\text{H}_2 + \text{O}_2)$ 気泡を発生させて写真を撮り測定したところ、気泡の縦直径と間隔は表5-5、図5-25、5-26に示されるように、縦直径最大8%、気泡間隔最大4%の増加であった。従って気泡径と気泡間隔は全体にあたってほぼ均一であるとみなすことができ、伝播速度の減少には影響がない。

駆動圧 p_4 を下げた実験では, $p_4 = 13 \text{ atm}$ (1.3 MPa) までは気泡デトネーションが少なくとも一回は得られたが, $p_4 = 10 \text{ atm}$ (1 MPa) では一度も得られなかった. この事実は気泡デトネーション限界が入射衝撃波圧力にも依存していることを当然ではあるが示している.

(3) 気泡デトネーションの伝播機構

デトネーション伝播時の気泡挙動から, 気泡デトネーションの伝播機構として以下のモデルが考えられる. 光子が分子励起により吸収され, 一定時間後に放出されると今度は隣りの分子に吸収されるというモデルで結晶中の光伝播は説明されるが, 気泡デトネーションの伝播も同じように解釈される (図5-27). 十分な強さの衝撃波が酸水素気泡に到達すると気泡の圧縮によって衝撃波は吸収される. 気泡が爆発条件に達するまでの時間 (圧縮時間) を t_c とすると, 気泡は t_c 後に爆発して衝撃波を発生させ, これが液中を音速 a に近い速度で伝播する. この新しい衝撃波が隣の気泡を爆発させ, 気泡デトネーションが伝播する.

従って気泡デトネーションの伝播速度は気泡間隔を L とすると

$$D = \frac{L}{\tau_c + \frac{L}{a_l}} \quad (5-15)$$

のように表わされる。実験では $\tau_c \approx 190 \mu\text{sec}$, $L = 59.4 \text{ mm}$, $a_l = 1986 \text{ m/sec}$ であるから、気泡デトネーションの伝播速度は $D = 270 \text{ m/sec}$ となり、図 5-16 に示される圧力変換器 2, 3 間の伝播速度とほぼ等しく、このモデルの正当性が裏付けを与えられる。

また爆発が起こらない場合の気泡を含む液体中の衝撃波伝播についても、気泡が膨張する時に衝撃波を出すと考え、しかも図 5-21 に示されるように、上側の気泡が膨張する時点で下側の気泡がすでに圧縮され始めていることを無視すれば、このモデルは成り立つと思われる。気液栓列系中の衝撃波伝播⁶⁾はこれと類似した現象である。

実験条件においては $\tau_c \gg L/a_l$ と見なせるので (5-15) 式は

$$D \approx \frac{L}{\tau_c} \quad (5-16)$$

としてもそれほど違いはない。ここで τ_c は初期気泡直径 d_0 、衝撃波圧力 p_s に依存していると考えられ、その関係は Rayleigh のキャビテーション気泡の崩壊時間についての解^{7), 8)}

$$\tau_c = 0.91468 R_0 \sqrt{\frac{\rho_l}{p_\infty}} \quad (5-17)$$

R_0 ; 初期気泡半径
 ρ_l ; 液体の密度
 p_∞ ; 液体中無限遠方での圧力

から類推して

$$\tau_c \propto d_0 \sqrt{\frac{\rho_l}{p_s}} \quad (5-18)$$

とおいてみる。(5-18)式を(5-16)式に代入して

$$D \propto \frac{L}{d_0} \sqrt{\frac{p_s}{\rho_l}} \quad (5-19)$$

を得る。この式は気泡デトネーション速度が衝撃波圧力 p_s の平方根に比例することを暗示している。

実験から得られる D と $\frac{L}{d_0} \sqrt{p_s}$ の関係が図5-28に示されるが、これより気泡を含む液体中の単なる衝撃波伝播の場合も含めて(5-19)式の比例関係がほぼ成立するこ

とがわかる。従って図5-23に見られる伝播速度の減少は衝撃波ピーク圧の減少(図5-22)に起因している。

気泡デトネーションの Chapman-Jouquet 条件⁹⁾については、本研究のように気泡が不連続に存在する状態では連続媒質とみなせないため考えにくいが、気泡が微小で液体中に均一に分布している場合には次のように考えることができるであろう。

衝撃波によって気泡が圧縮されると、ある半径比で気泡は爆発を起こす。この爆発によって気泡は急速に膨張し、初期気泡径よりも大きくなってボイド率が増す。ボイド率が増すと均一な二相媒質の音速は減少する(図3-2)から、衝撃波後方の流速と音速が等しくなるC-J条件(閉塞状態¹⁰⁾)が成立する可能性がある。

気泡デトネーション波の理論的解釈は今後検討されなければならない課題である。

V-5 まとめ

グリセリン中の酸水素気泡の連続爆発により、液中衝撃波の増幅、圧力波形の変化そして伝播速度の増加が観察され、初期気泡半径が小さくなると気泡の連続爆発の限界が現われた。そして気泡内の酸水素反応を考慮した気泡爆発の理論計算結果は、実験で得られた気泡の挙動とほぼ一致した。

次にさらに定量的な実験が行なわれ、気泡爆発の伝播が気泡デトネーションとみなせること、実験で得られた気泡デトネーション伝播は非定常であること、衝撃波圧力も伝播とともに減衰することが示された。

気泡の挙動に基づく気泡デトネーション伝播モデルは、実験で得られた伝播速度や衝撃波圧力、気泡径、気泡間隔から成るパラメータ $\frac{L}{d_0} \sqrt{p_0}$ に対する伝播速度の依存性を説明した。

参 考 文 献

- 1) Jarman, P.D. and Taylor, K.J., Brit. J. Appl. Phys., 15 (1964), 321.
- 2) Hickling, R., J. Basic Eng., Trans. ASME, 88 (1966), 229.
- 3) Baulch, L.D., Drysdale, D.D., Horne, D.G. and Lloyd, A.C., Evaluated Kinetic Data for High Temperature Reactions, Vol.1 (1972), CRC Press.
- 4) Fujiwara, T., 15th Symposium (International) on Combustion, 1974, The Combustion Institute, 1515.
- 5) 实用電子回路ハンドブック, Vol.2 (1975), CQ出版, 281.
- 6) 松井 剛一, 杉原 正則, 有本 卓, 日本機械学会論文集, 45-391 (昭54.3), 331.
- 7) Rayleigh, L., Phil. Mag. S.6, 34 (1917), 94.
- 8) Knapp, R.T., Daily, J.W. and Hammit, F.G., Cavitation, 1970, McGraw-Hill, 99.
- 9) Zeldovich, Y.B. and Kompaneets, A., Theory of Detonation, 1960, Academic Press.
- 10) Morioka, S. and Matsui, G., J. Phys. Soc. Japan, 42 (1977), 2014.

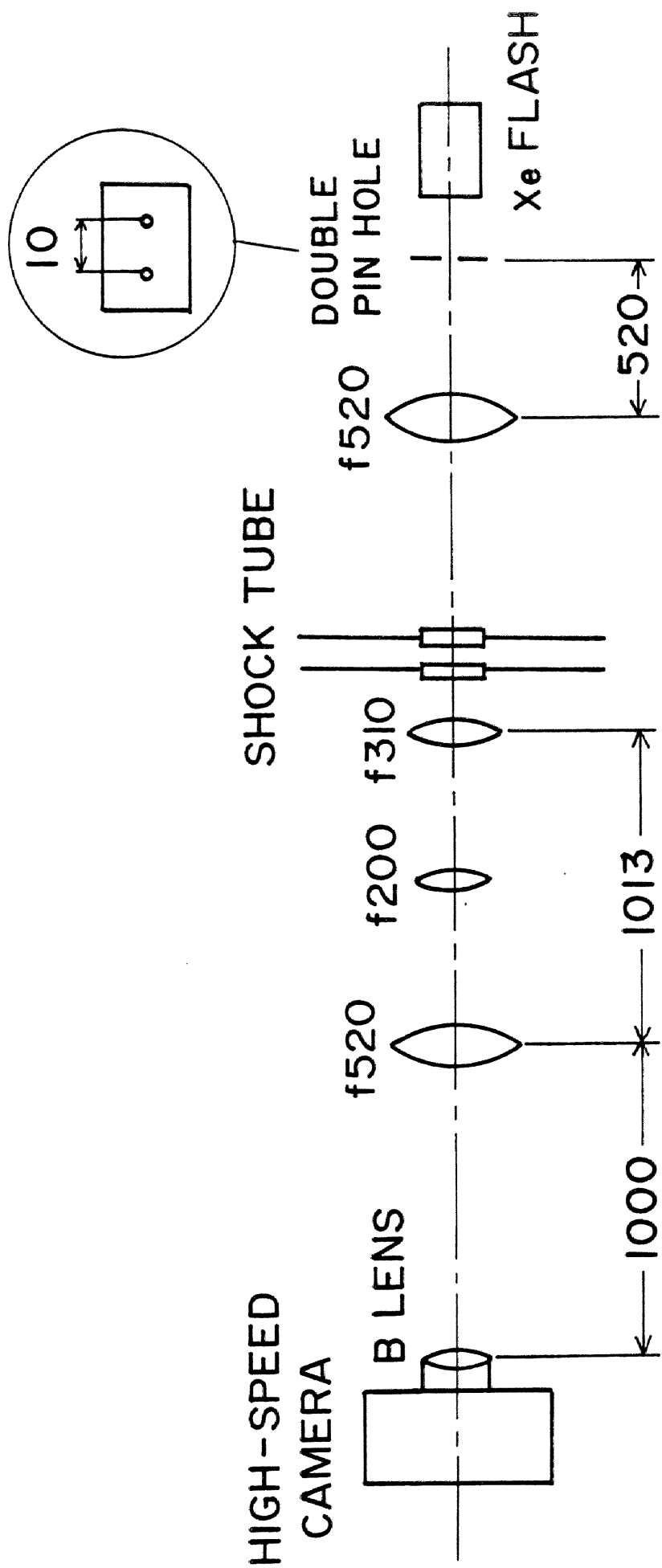


图 5 - 1 光学系

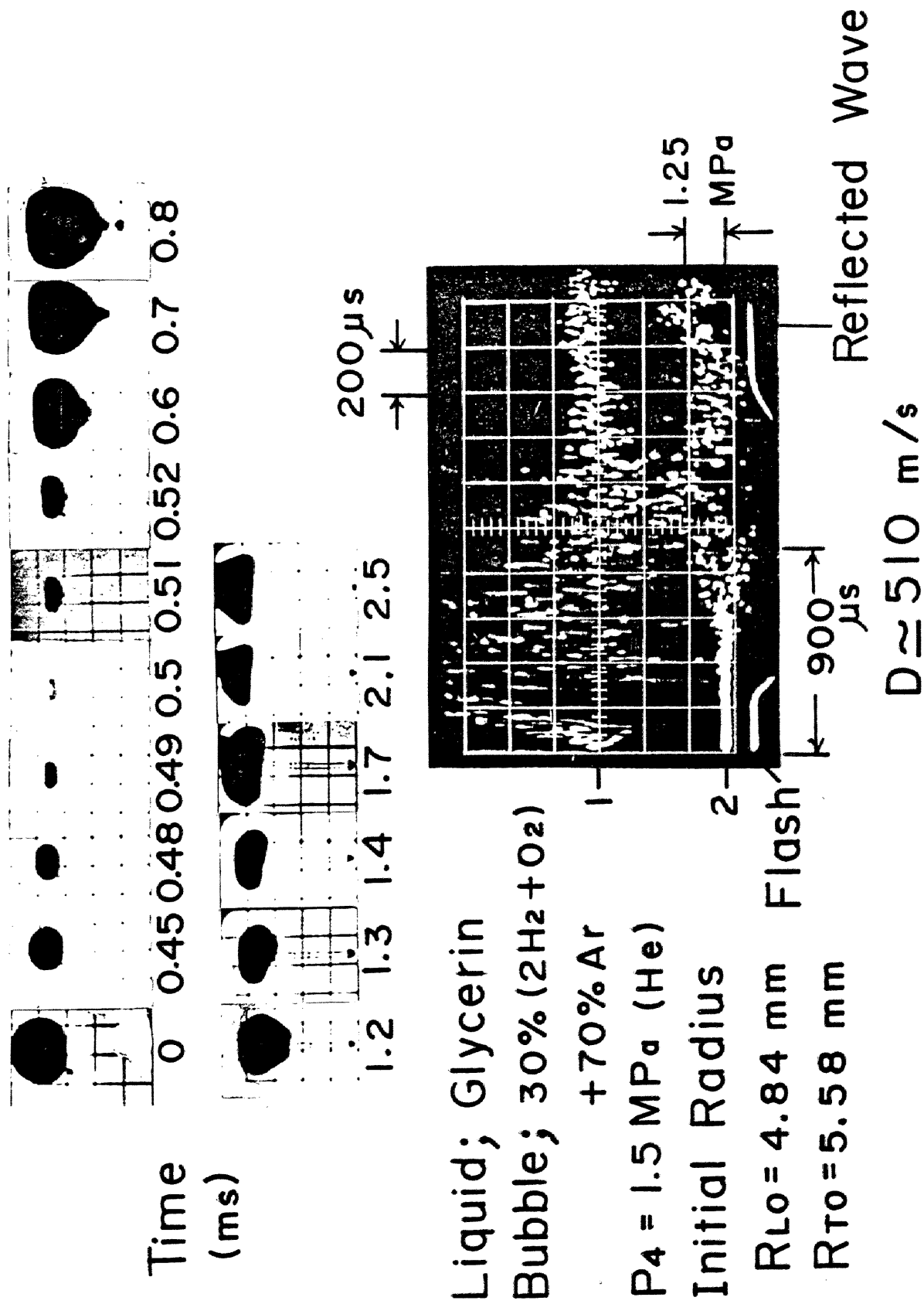


図5-2 衝撃波圧力波形と気泡の挙動 (爆発が起きた場合)

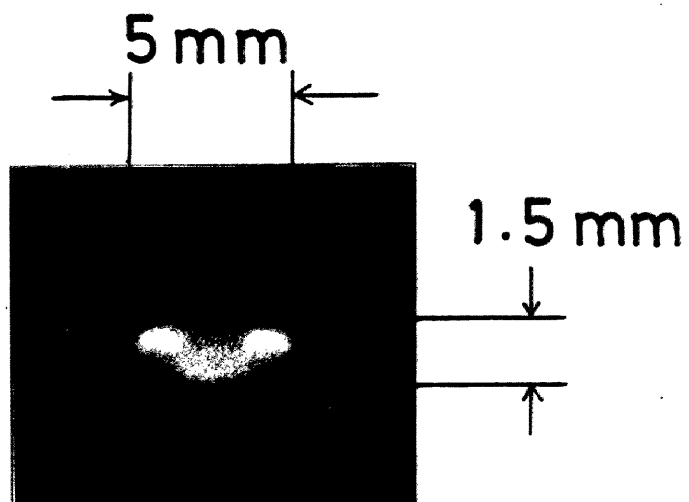


図 5-3 気泡の発光
(開放写真, ASA 400)

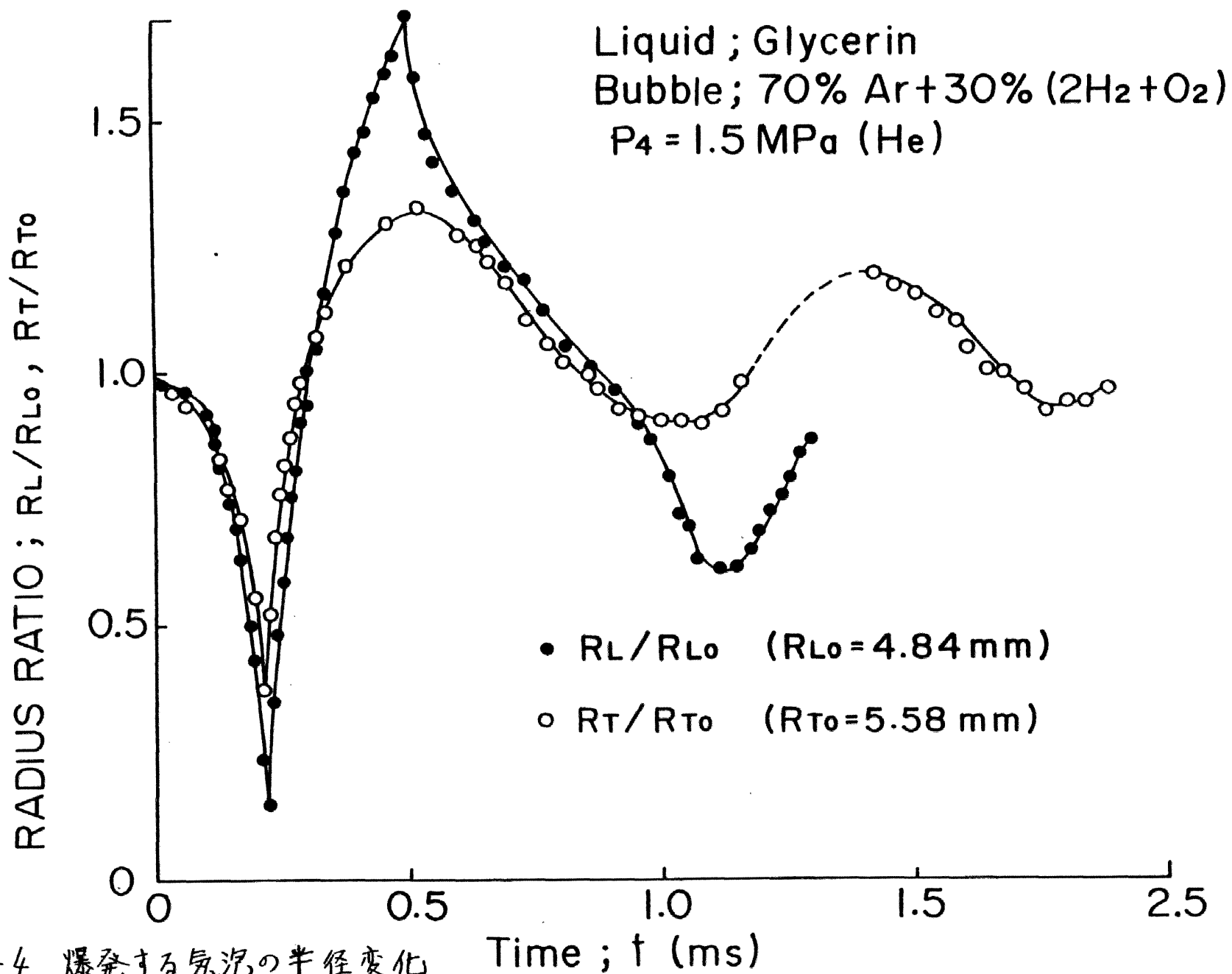
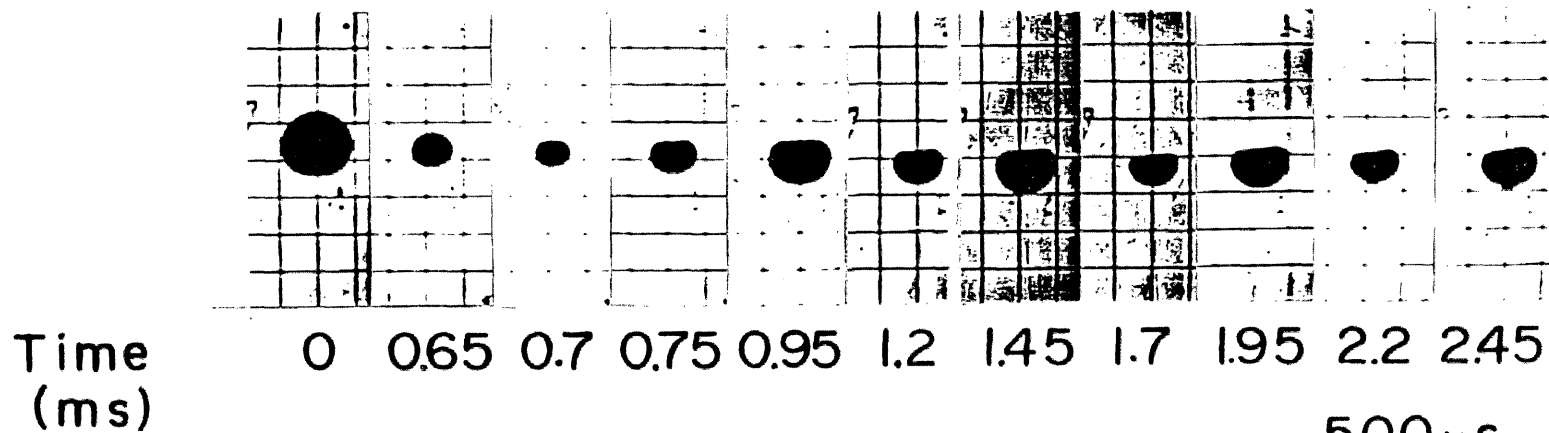
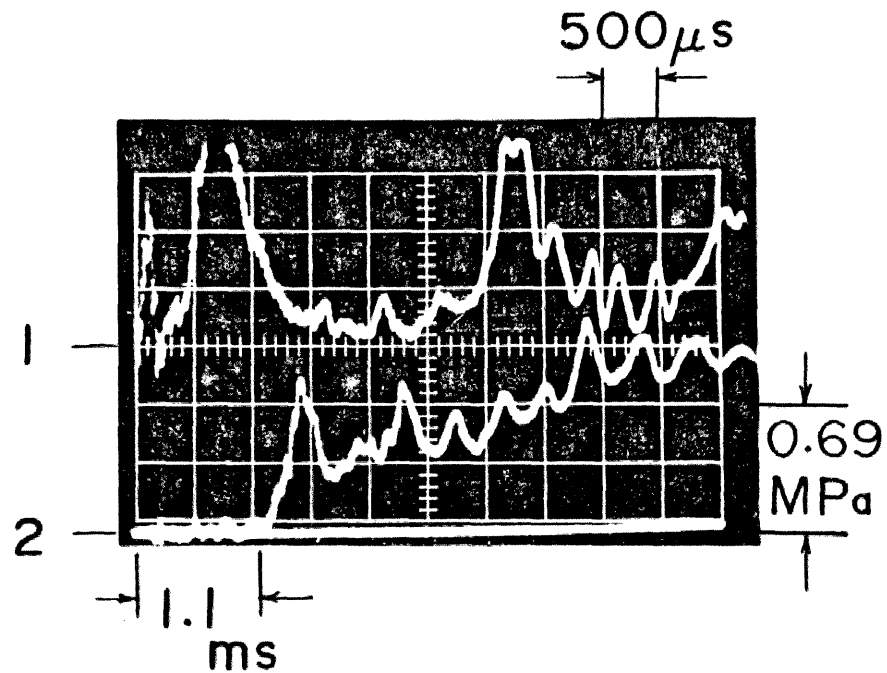


図5-4 爆発する気泡の半径変化 Time ; t (ms)



Liquid ; Glycerin
 Bubble ; 30% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$)
 + 70% Ar
 $P_4 = 1.5 \text{ MPa (He)}$
 Initial Radius
 $R_{L_0} = 4.34 \text{ mm}$
 $R_{T_0} = 4.66 \text{ mm}$



$D \approx 420 \text{ m/s}$

図 5-5 衝撃波圧力波形と気泡の挙動 (爆発が起こらない場合)

Liquid ; Glycerin , Bubble ; 30% (2H₂ + O₂) + 70% Ar
P₄ = 1.5 MPa (He)

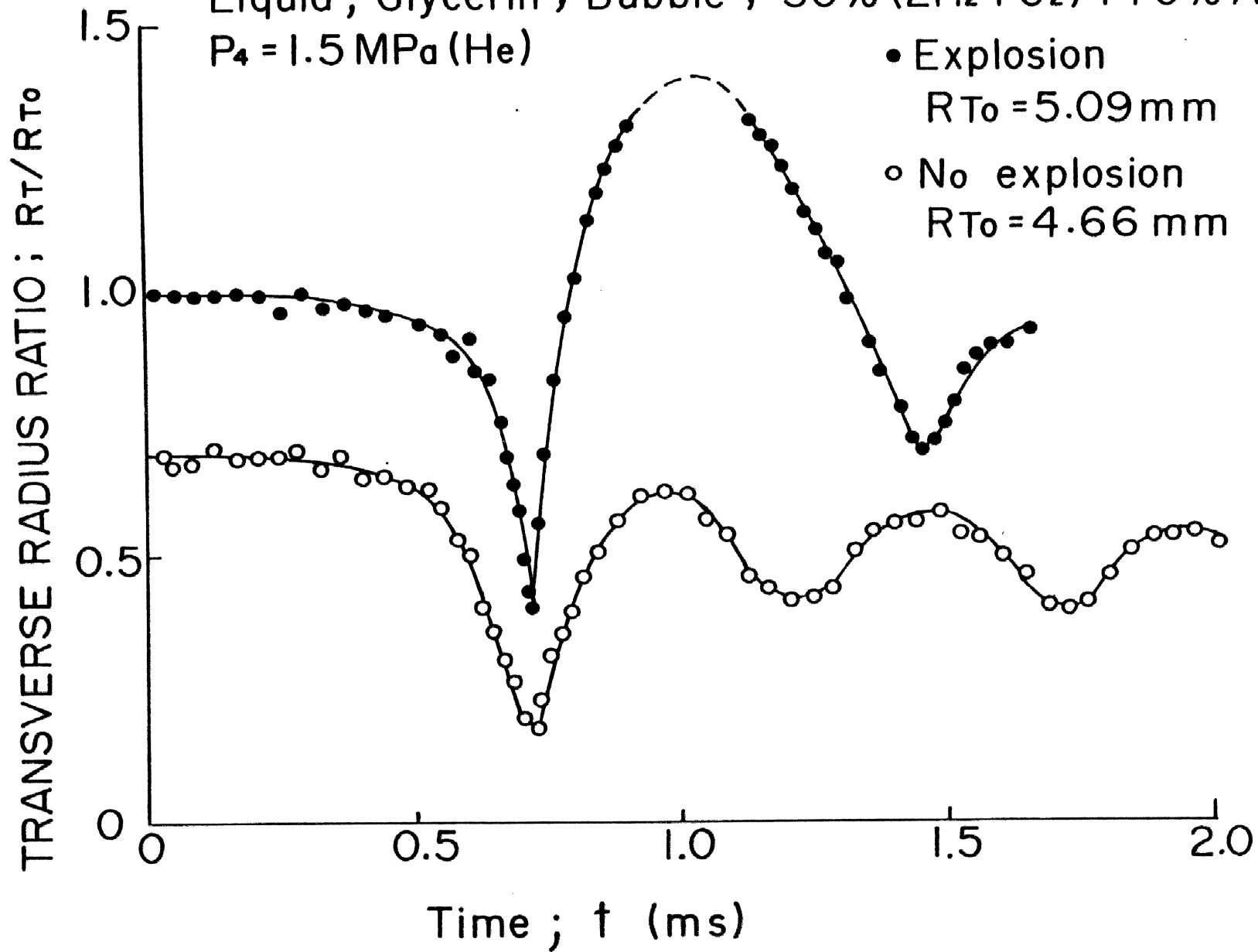


図5-6 爆発の起こる場合と起こらない場合の横半径変化

| Elementary reactions | | (forward) | (backward) |
|---------------------------------|---------------------------|--|------------------------------------|
| H ₂ +O ₂ | (115) OH+OH | $k_1=2.5 \times 10^6 \exp(-19600/T) [m^3 \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}]$ | $k_2=k_1/K_{p1}$ |
| H+O ₂ | (116) OH+O | $k_3=2.2 \times 10^8 \exp(-8450/T) [m^3 \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}]$ | $k_4=k_3/K_{p2}$ |
| O+H ₂ | (117) OH+H | $k_5=1.8 \times 10^4 T \exp(-4480/T) [m^3 \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}]$ | $k_6=k_5/K_{p3}$ |
| OH+H ₂ | (118) H ₂ O+H | $k_7=2.2 \times 10^7 \exp(-2590/T) [m^3 \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}]$ | $k_8=k_7/K_{p4}$ |
| OH+OH | (119) H ₂ O+O | $k_9=3.8 \times 10^6 \exp(-503/T) [m^3 \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}]$ | $k_{10}=k_9/K_{p5}$ |
| H+H+X | (120) H ₂ +X | $k_{11}=9.0 \times 10^5 T^{-1} [m^6 \cdot mol^{-2} \cdot s^{-1}]$ | $k_{12}=k_{11}/(K_{p6} \cdot RT)$ |
| H+OH+X | (121) H ₂ O+X | $k_{13}=8.4 \times 10^9 T^{-2} [m^6 \cdot mol^{-2} \cdot s^{-1}]$ | $k_{14}=k_{13}/(K_{p7} \cdot RT)$ |
| H+O+X | (122) OH+X | $k_{15}=1.0 \times 10^3 [m^6 \cdot mol^{-2} \cdot s^{-1}]$ | $k_{16}=k_{15}/(K_{p8} \cdot RT)$ |
| O+O+X | (123) O ₂ +X | $k_{17}=1.05 \times 10^3 T^{-\frac{1}{2}} [m^6 \cdot mol^{-2} \cdot s^{-1}]$ | $k_{18}=k_{17}/(K_{p9} \cdot RT)$ |
| H+O ₂ +X | (124) HO ₂ +X | $k_{19}=1.5 \times 10^3 \exp(+500/T) [m^6 \cdot mol^{-2} \cdot s^{-1}]$ | $k_{20}=k_{19}/(K_{p10} \cdot RT)$ |
| HO ₂ +H ₂ | (125) H ₂ O+OH | $k_{21}=1.3 \times 10^8 \exp(-11077/T) [m^3 \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}]$ | $k_{22}=k_{21}/K_{p11}$ |

$$R=8.314 [J/(mol \cdot K)]$$

$$K_{p1}=(K_{pOH})^2/(K_{pH_2} \cdot K_{pO})$$

$$K_{p2}=K_{pOH} \cdot K_{pO}/(K_{pH} \cdot K_{pO_2})$$

$$K_{p3}=K_{pOH} \cdot K_{pH}/(K_{pO} \cdot K_{pH_2})$$

$$K_{p4}=K_{pH_2O} \cdot K_{pH}/(K_{pOH} \cdot K_{pH_2})$$

$$K_{p5}=K_{pH_2O} \cdot K_{pO}/(K_{pOH})^2$$

$$K_{p6}=K_{pH_2}/(K_{pH})^2$$

$$K_{p7}=K_{pH_2O}/(K_{pH} \cdot K_{pOH})$$

$$K_{p8}=K_{pOH}/(K_{pH} \cdot K_{pO})$$

$$K_{p9}=K_{pO_2}/(K_{pO})^2$$

$$K_{p10}=K_{pHO_2}/(K_{pH} \cdot K_{pO_2})$$

$$K_{p11}=K_{pH_2O} \cdot K_{pOH}/(K_{pHO_2} \cdot K_{pH_2})$$

表 5-1 / 計算で用いられた素反応と反応速度定数

$$\text{Equilibrium constants; } \begin{cases} \log K_{pi} = \sum_{n=0}^9 a_i^{(n)} \left\{ \frac{1000 K}{T(K)} \right\}^n, \\ K_{pH_2} = K_{pO_2} = 1. \end{cases}$$

| Coefficient | H | O | OH | H ₂ | O ₂ |
|------------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| a ⁽⁰⁾ | 0.324462(+1) | 0.354778(+1) | 0.513188(0) | -0.320795(+1) | -0.298942(+1) |
| a ⁽¹⁾ | -0.121952(+2) | -0.135795(+2) | -0.178721(0) | 0.146395(+2) | 0.249558(+1) |
| a ⁽²⁾ | -0.385811(0) | 0.278328(0) | -0.664476(+1) | -0.573667(+1) | -0.135332(+2) |
| a ⁽³⁾ | 0.278826(+1) | -0.458137(-1) | 0.143548(+2) | 0.128590(+2) | 0.303602(+2) |
| a ⁽⁴⁾ | -0.470139(+1) | 0.606867(-1) | -0.192873(+2) | -0.178588(+2) | -0.413072(+2) |
| a ⁽⁵⁾ | 0.438275(+1) | -0.173360(0) | 0.163892(+2) | 0.153962(+2) | 0.352077(+2) |
| a ⁽⁶⁾ | -0.246754(+1) | 0.164540(0) | -0.877491(+1) | -0.827171(+1) | -0.188394(+2) |
| a ⁽⁷⁾ | 0.829150(0) | -0.742276(-1) | 0.285561(+1) | 0.268656(+1) | 0.611863(+1) |
| a ⁽⁸⁾ | -0.152435(0) | 0.164293(-1) | -0.513313(0) | -0.480880(0) | -0.109721(+1) |
| a ⁽⁹⁾ | 0.117464(-2) | -0.143439(-2) | 3.88988(-1) | 0.362637(-1) | 0.829487(-1) |

The number in the brackets indicates the power of ten to which the entry must be raised.

表5-2 平衡定数のべき級数展開係数

$$\text{Enthalpy; } h_i(T) - h_{i,298}^{\circ} = \sum_{n=0}^9 b_i^{(n)} \left\{ \frac{T(K)}{1000 K} \right\}^n \quad (\text{Kcal/mole})$$

| | H ₂ | O ₂ | H | O | OH | H ₂ O | HO ₂ |
|------------------|----------------|----------------|---------------|---------------|---------------|------------------|-----------------|
| b ⁽⁰⁾ | -0.210515(+1) | -0.186922(+1) | -0.148247(+1) | -0.158897(+1) | -0.226173(+1) | -0.239063(+1) | -0.210868(+1) |
| b ⁽¹⁾ | 0.712142(+1) | 0.560440(+1) | 0.497544(+1) | 0.551827(+1) | 0.812739(+1) | 0.816958(+1) | 0.568118(+1) |
| b ⁽²⁾ | -0.242227(0) | 0.258276(+1) | -0.172608(-1) | -0.791115(0) | -0.250556(+1) | -0.122913(+1) | 0.536396(+1) |
| b ⁽³⁾ | -0.513227(-1) | -0.112744(+1) | 0.212648(-1) | 0.669871(0) | 0.261899(+1) | 0.281860(+1) | -0.262643(+1) |
| b ⁽⁴⁾ | 0.415548(0) | 0.234840(0) | -0.150816(-1) | -0.351233(0) | -0.130053(+1) | -0.155764(+1) | 0.977752(0) |
| b ⁽⁵⁾ | -0.262329(0) | 0.194678(-1) | 0.645055(-2) | 0.116494(0) | 0.391042(0) | 0.479498(0) | -0.267817(0) |
| b ⁽⁶⁾ | 0.781759(-1) | -0.214844(-1) | -0.168618(-2) | -0.244169(-1) | -0.743598(-1) | -0.907545(-1) | 0.511652(-1) |
| b ⁽⁷⁾ | -0.126820(-1) | 0.470868(-2) | 0.263128(-3) | 0.315278(-2) | 0.875999(-2) | 0.104932(-1) | -0.635297(-2) |
| b ⁽⁸⁾ | 0.108199(-2) | -0.463660(-3) | -0.224953(-4) | -0.229505(-3) | -0.584461(-3) | -0.681118(-3) | 0.456518(-3) |
| b ⁽⁹⁾ | -0.381289(-4) | 0.178172(-4) | 0.810321(-6) | 0.721327(-5) | 0.168994(-4) | 0.190427(-4) | -0.143321(-4) |

The number in the brackets indicates the power of ten to which the entry must be raised.

表5-3 エンタルピーのべき級数展開係数

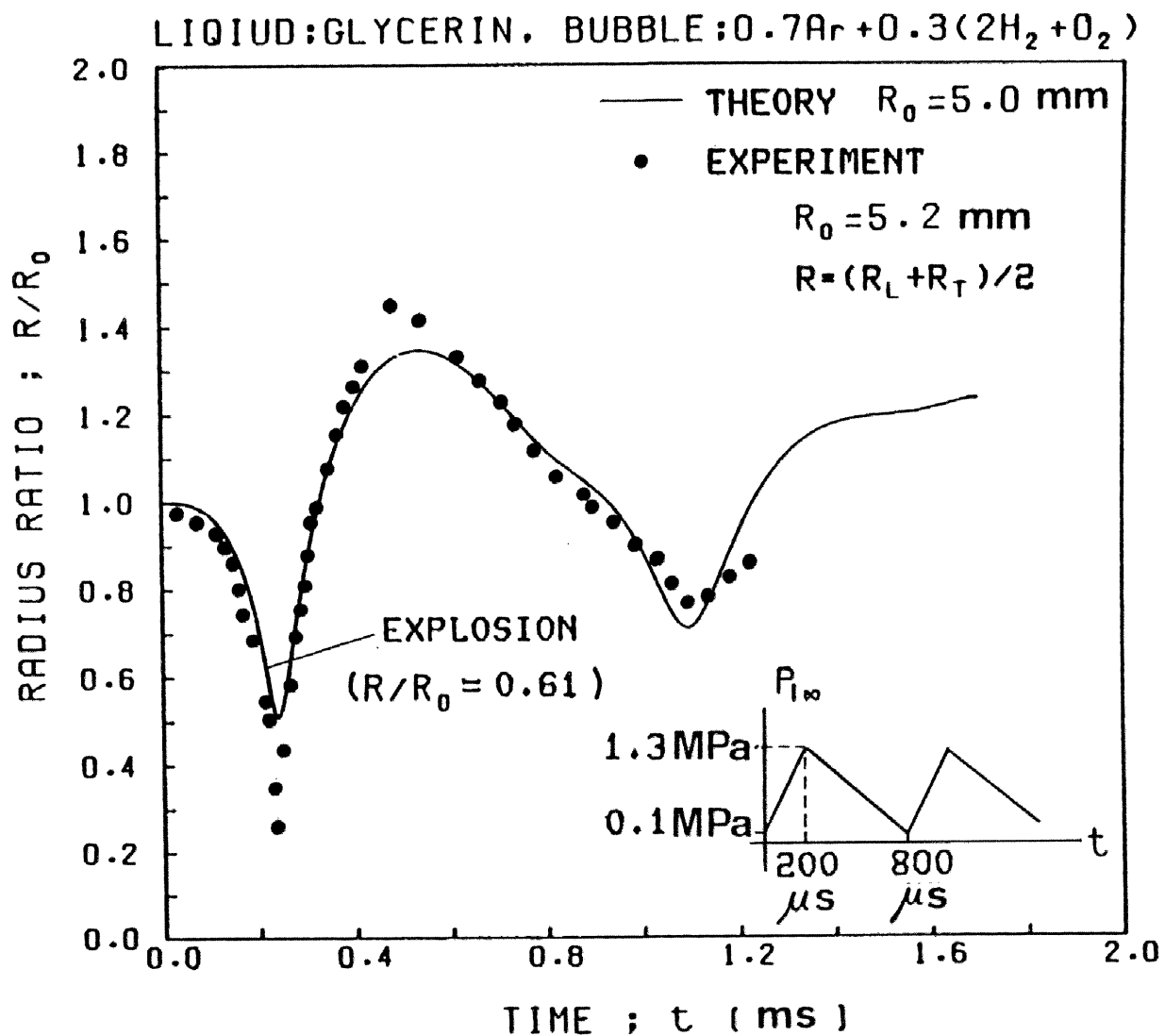


图5-7 実験と理論から得られる半径変化

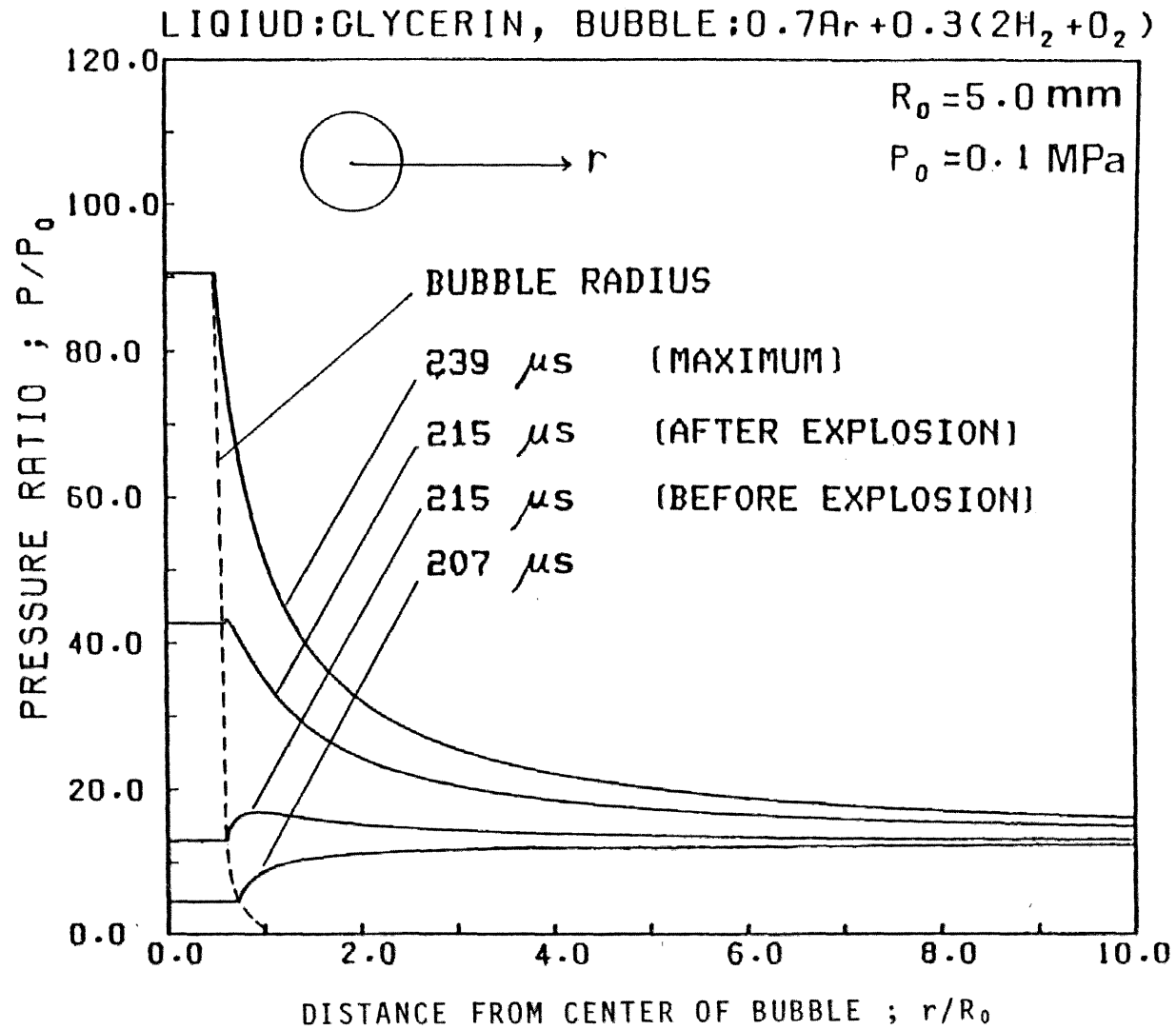


図 5-8 気泡内圧力と液中圧力分布の変化(計算値)

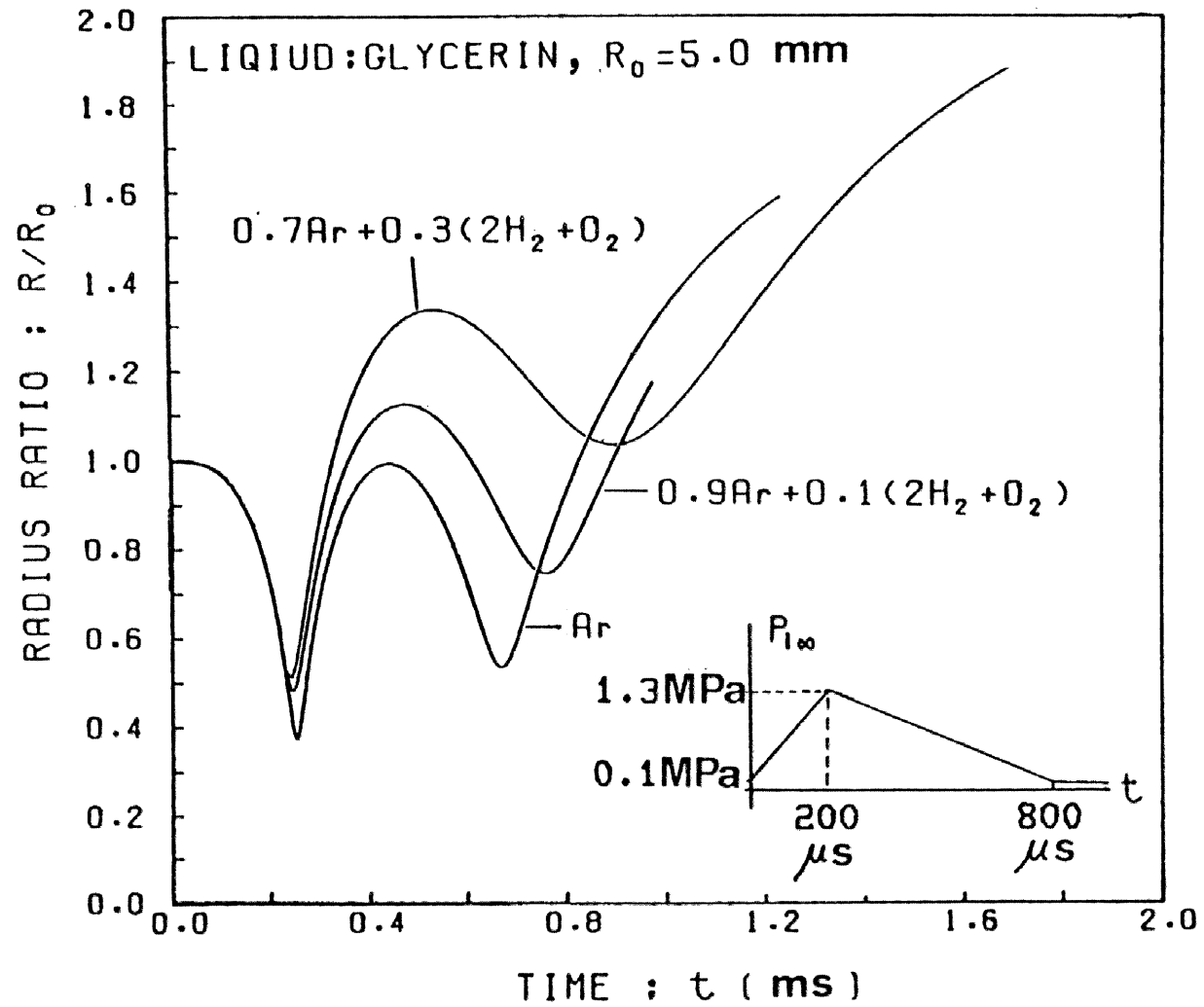


図 5-9 発熱量の半径変化に及ぼす影響 (計算値)

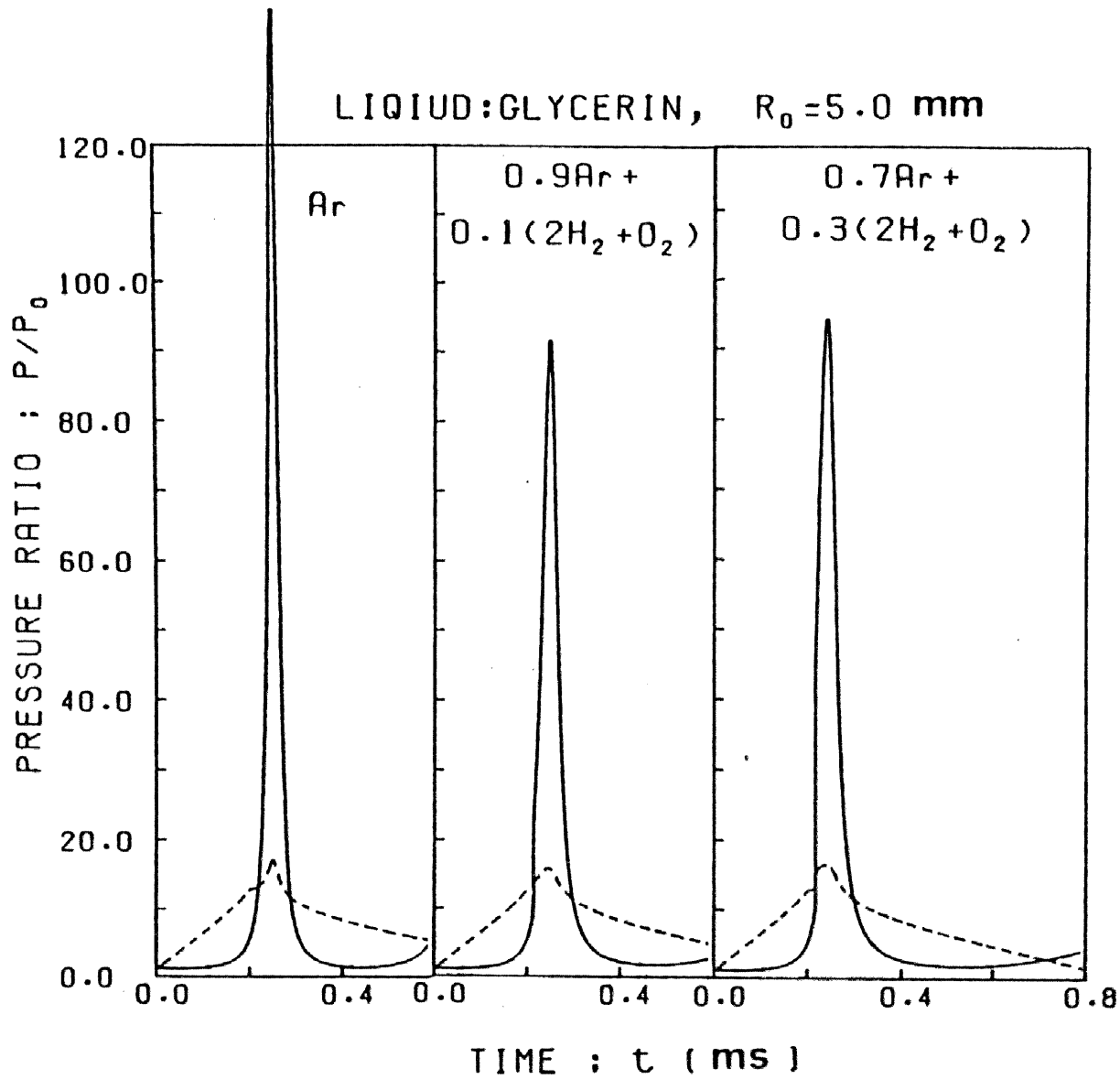


図5-10 発熱量の圧力変化に及ぼす影響(計算値)
—— ; 気泡内圧力 , ----- ; 液中圧力 ($r=50$ mm)

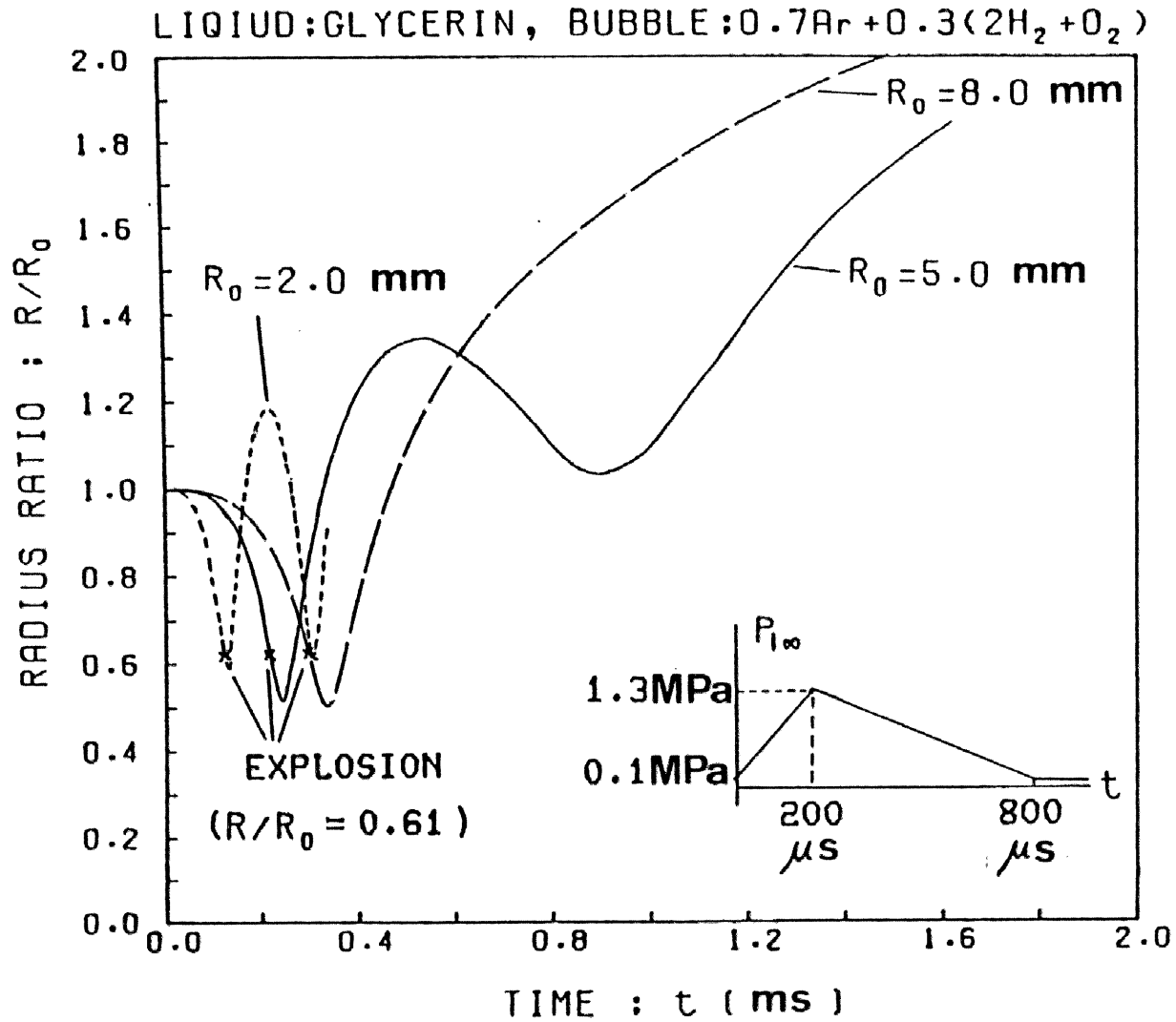


図 5-11 初期気泡半径の半径変化に及ぼす影響 (計算値)

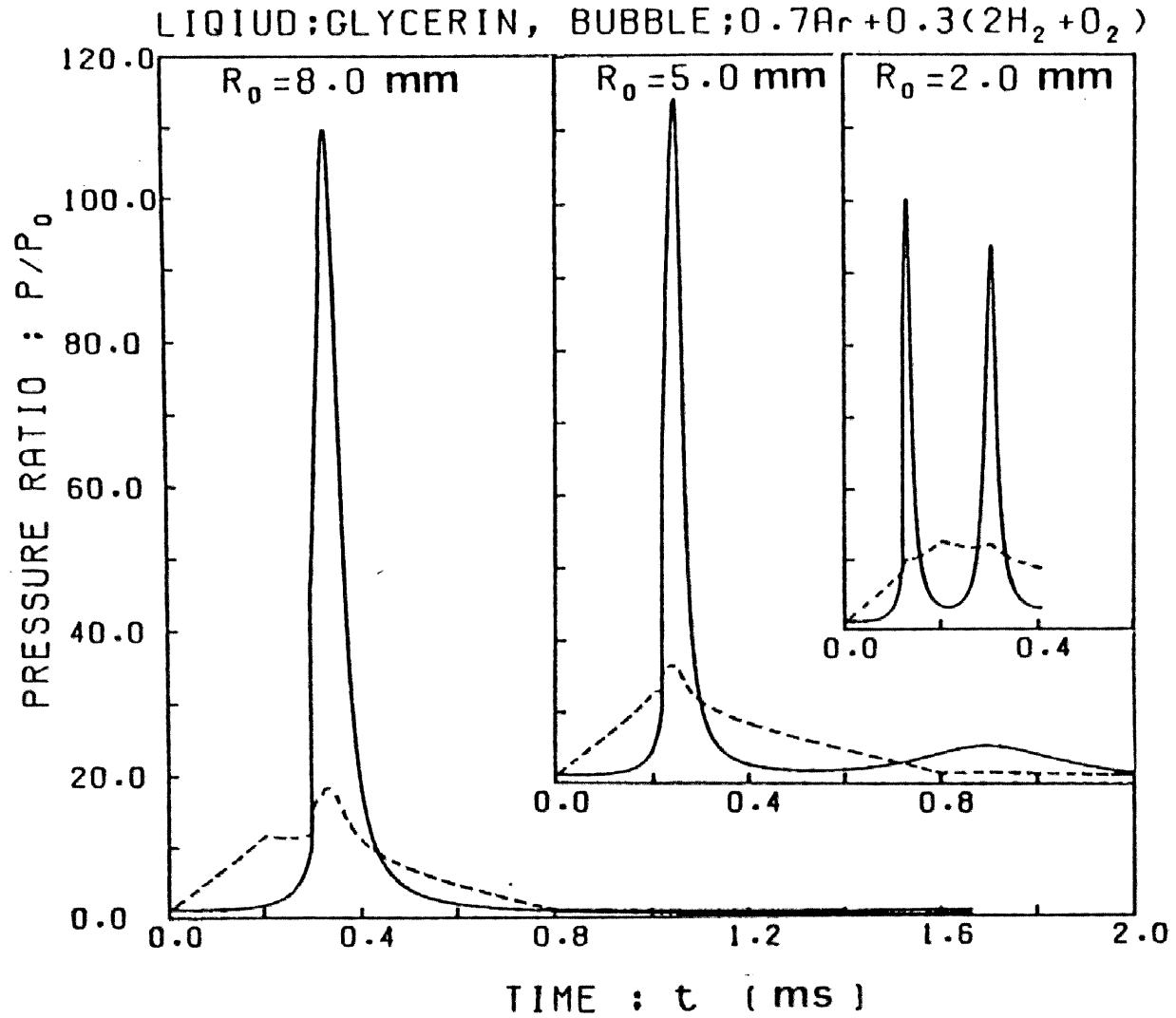


図 5-12 初期気泡半径の圧力変化に及ぼす影響 (計算値)
—— ; 気泡内圧力 , ---- ; 液中圧力 ($r = 50$ mm)

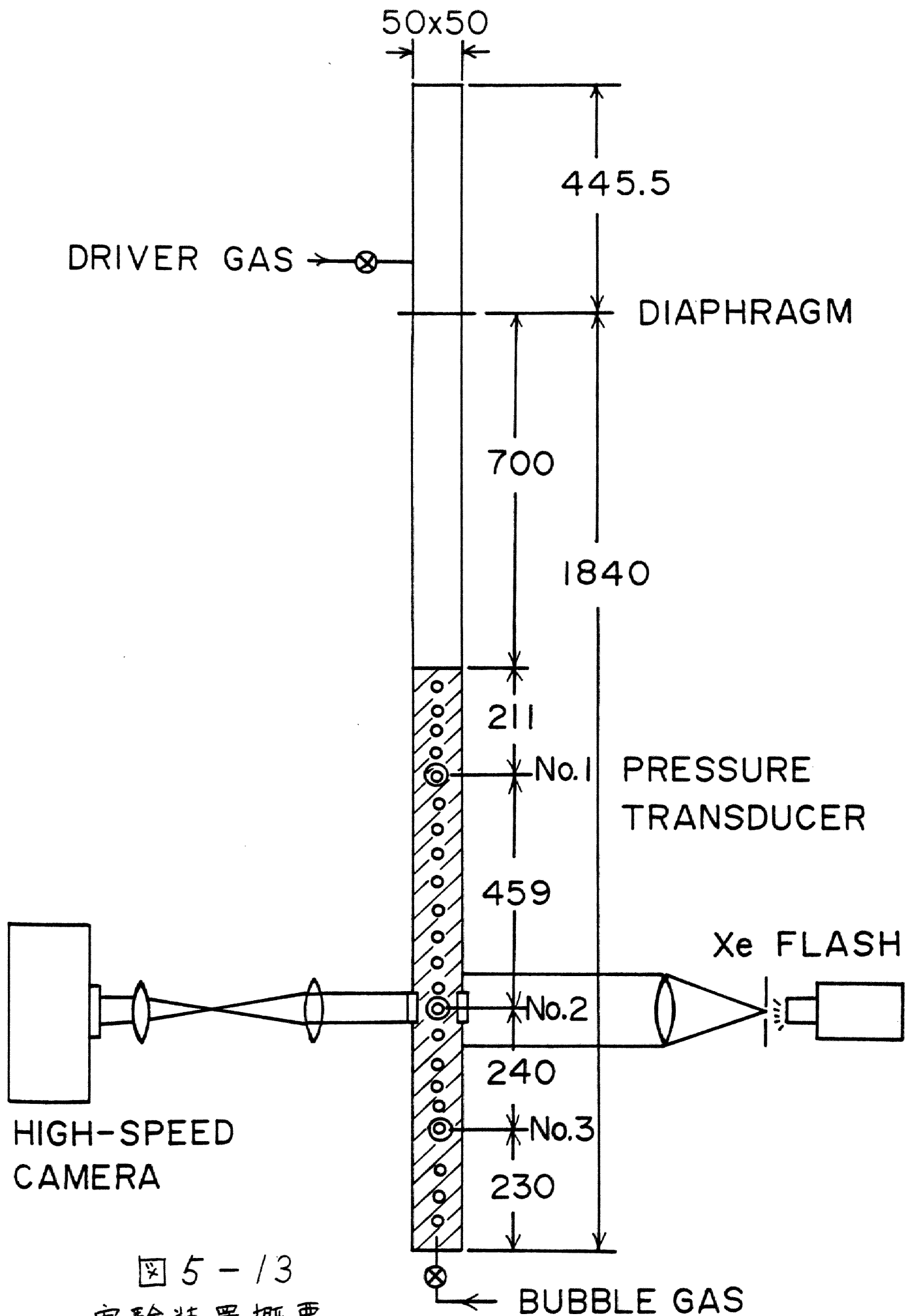


図 5 - 13
実験装置概要

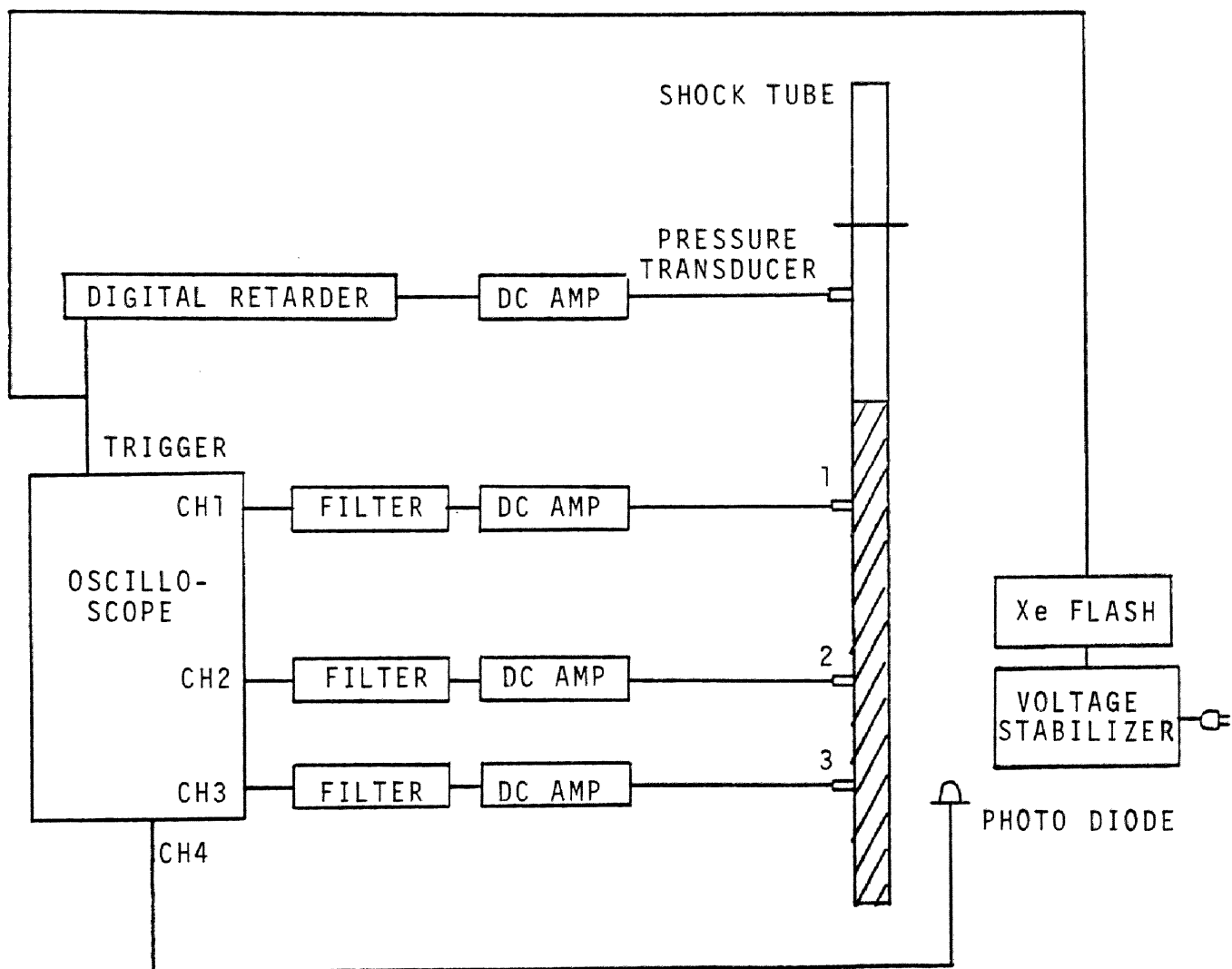


图 5-14 测定系

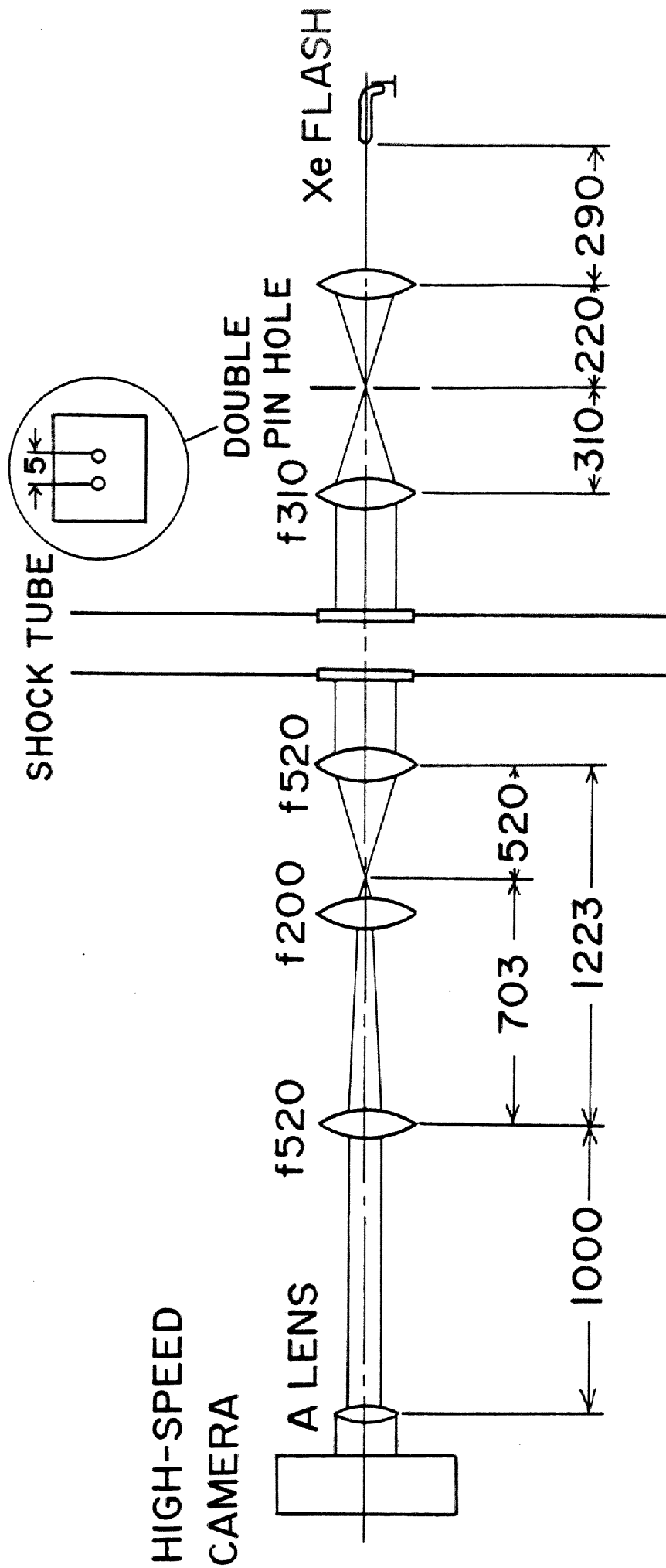


图 5-15 光学系

HIGH-SPEED CAMERA FRAMING TEST

| | INDICATION | EXPERIMENT |
|--------|-----------------|-----------------|
| CASE A | 30.77 sec/frame | 29.52 sec/frame |
| CASE B | 30.3 sec/frame | 28.16 sec/frame |

表5-4 高速度カメラの駒撮り試験

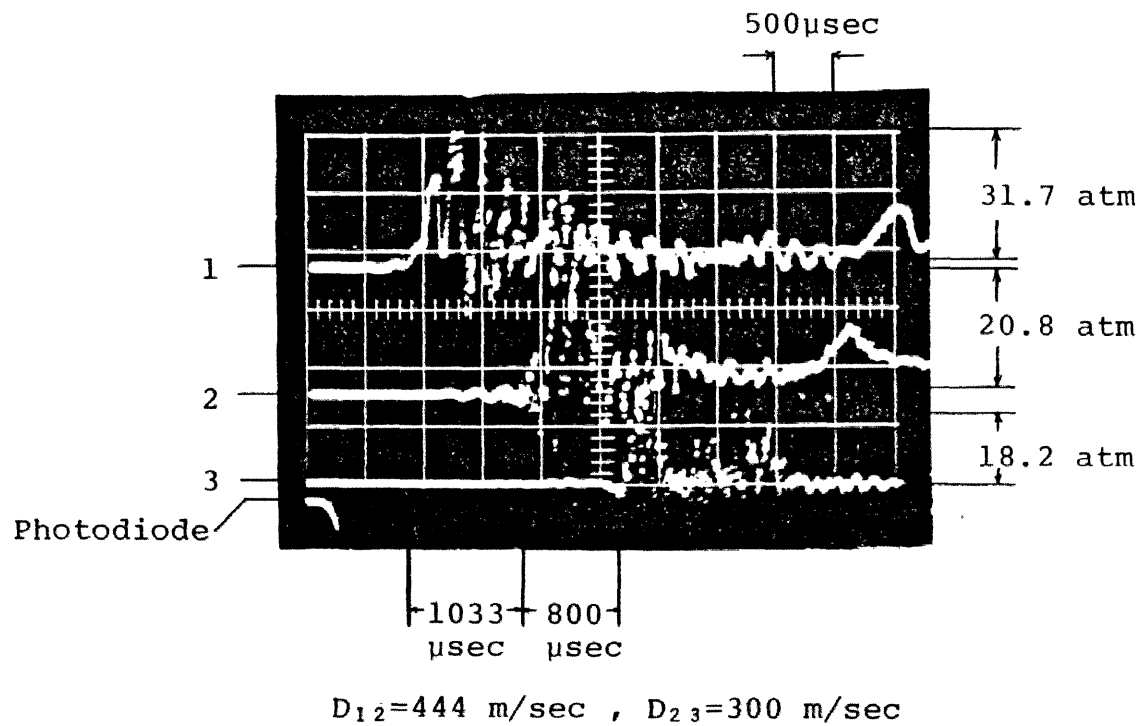
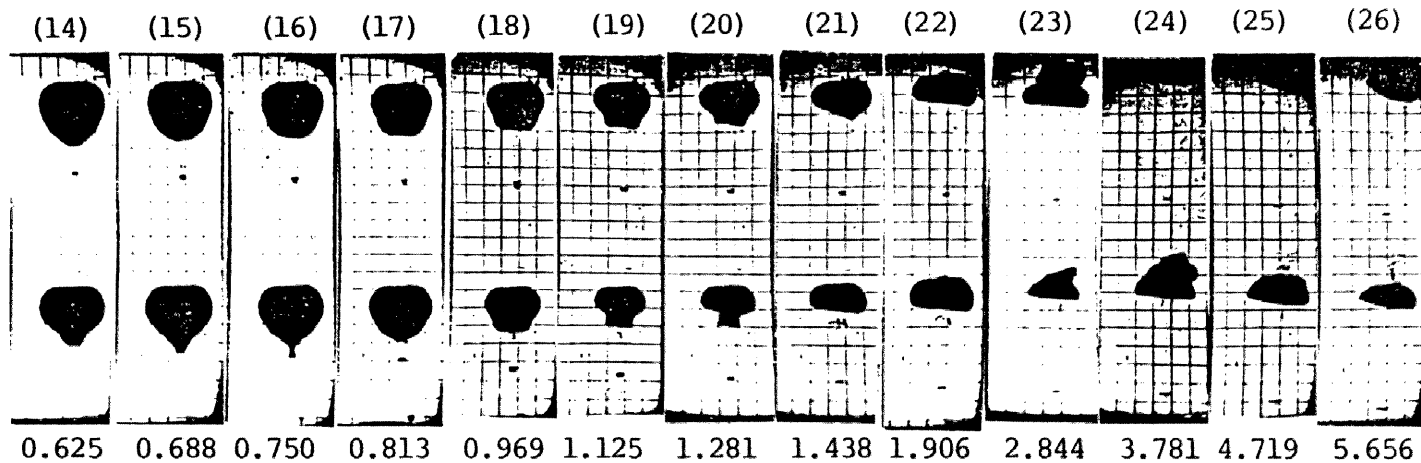
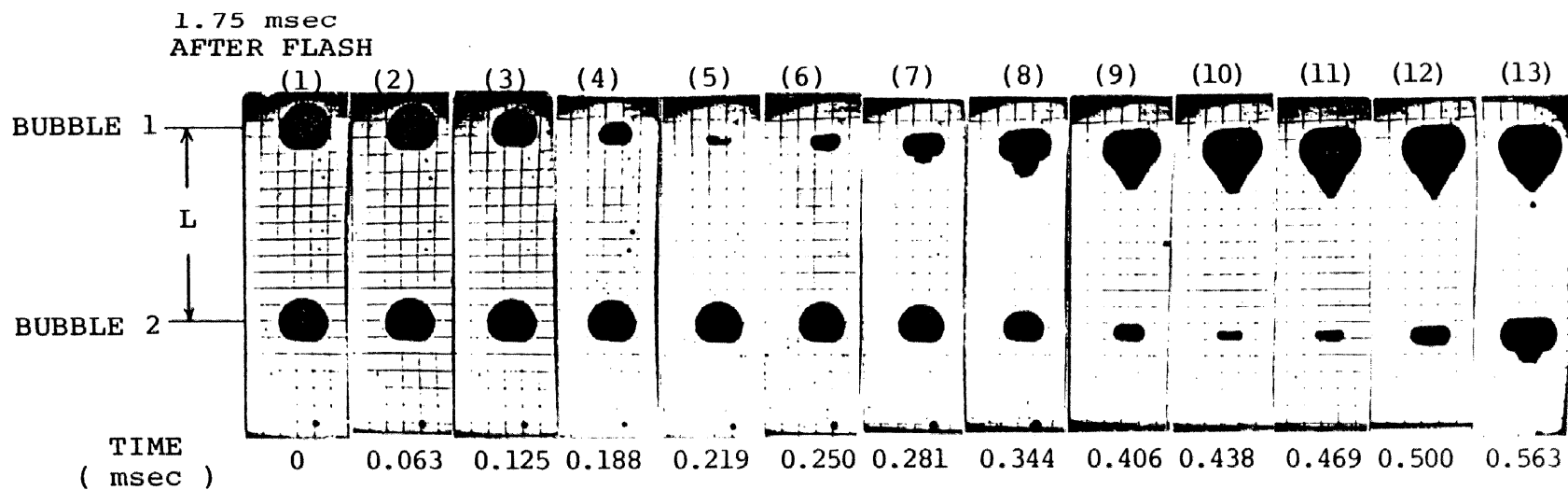


図 5-16 気泡デトネーションの圧力波形



LIQUID : GLYCERIN , BUBBLE : 70%Ar+30%(2H₂+O₂) , P₄=15 atm (He)

INITIAL BUBBLE DIAMETER { BUBBLE 1 : d_{L0} = 14.9 mm , d_{T0} = 16.3 mm
 BUBBLE 2 : d_{L0} = 13.6 mm , d_{T0} = 15.1 mm

INTER-BUBBLE DISTANCE : L=59.4 mm

図 5-17 気泡デトネーションの気泡挙動

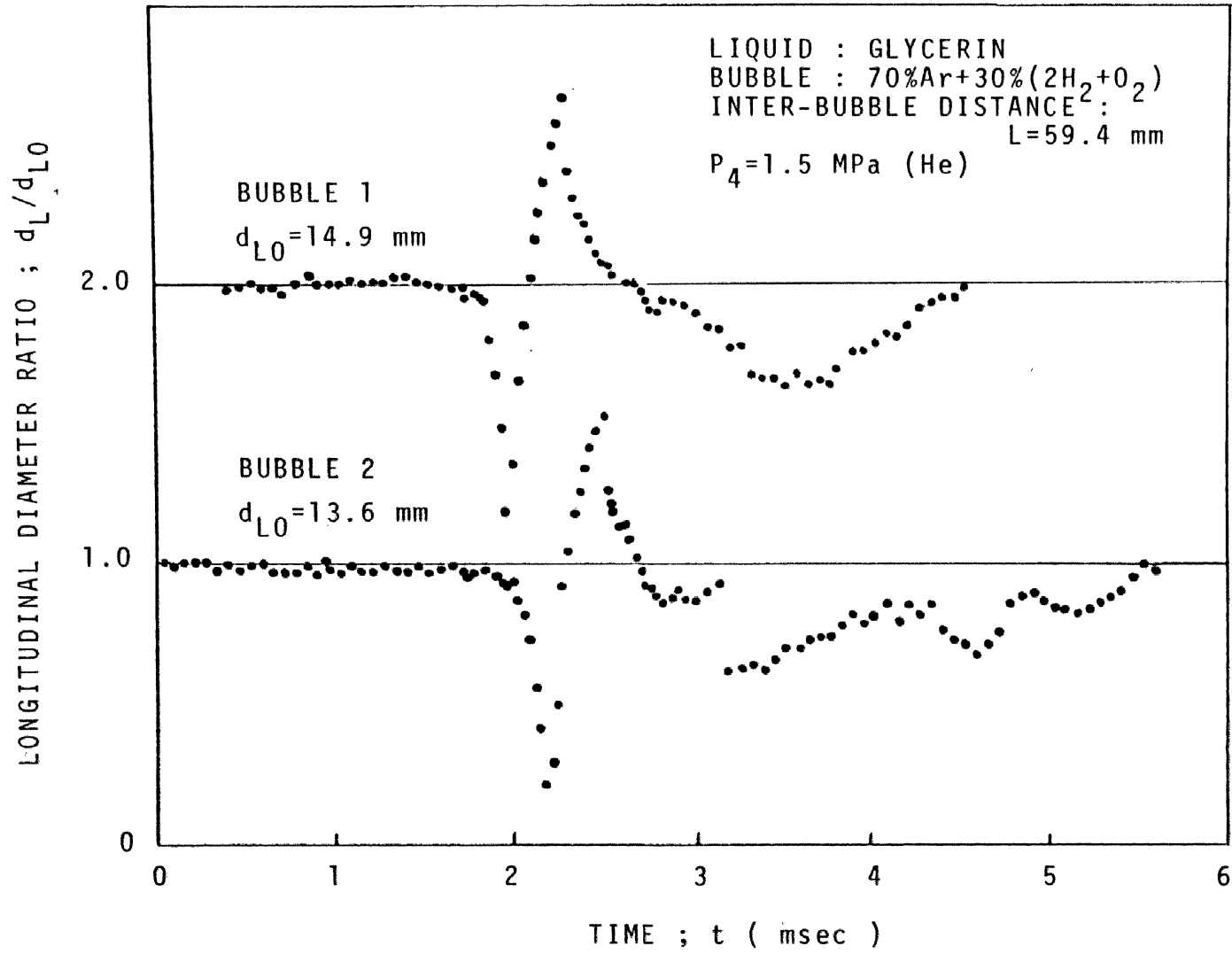


図5-18 気泡縦直径の時間変化

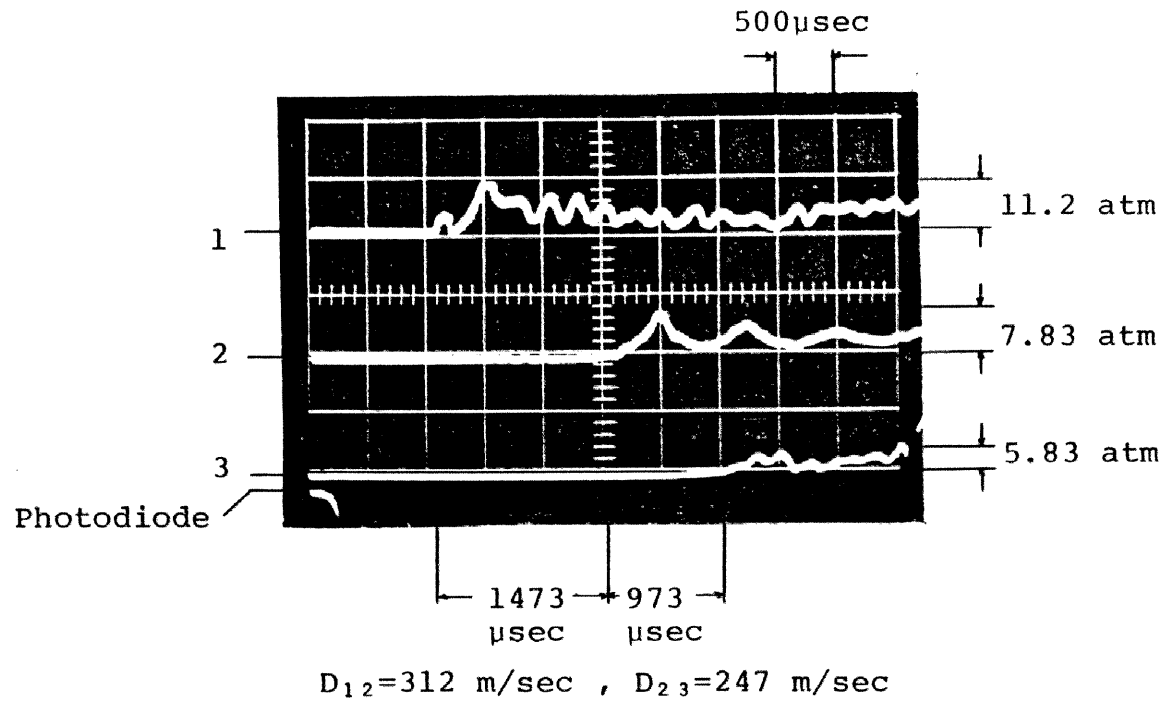
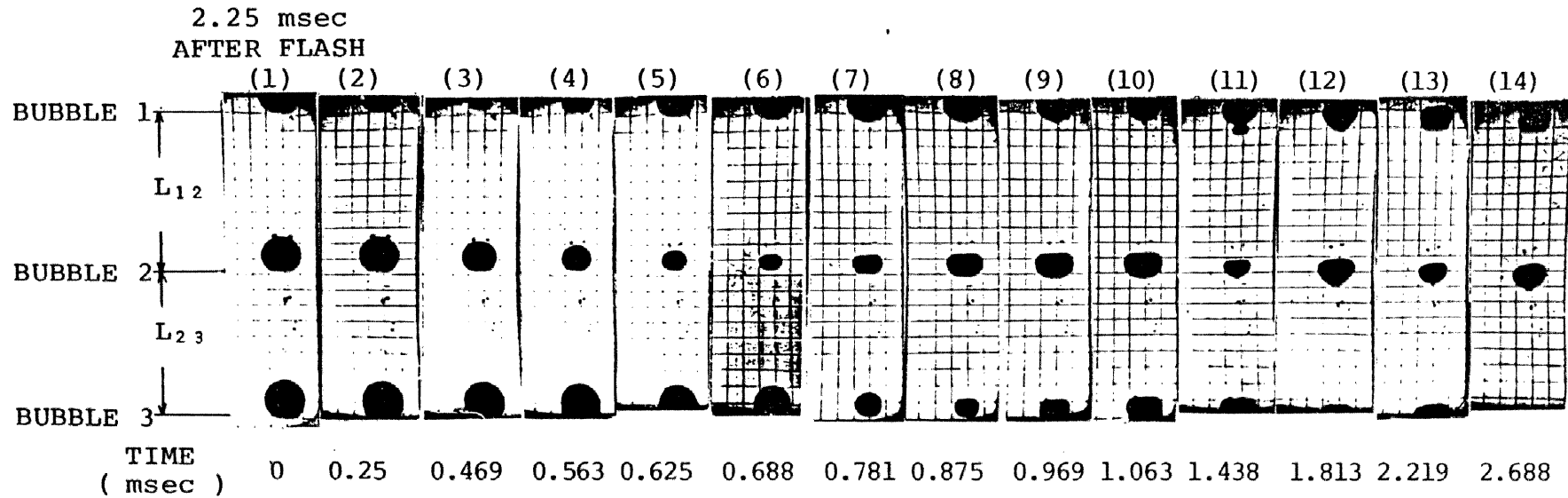


図 5-19 爆発の起こらない場合の圧力波形



LIQUID : GLYCERIN , BUBBLE : 70%Ar+30%(2H₂+O₂) , P₄=15 atm (He)

INITIAL BUBBLE DIAMETER { BUBBLE 1 :
 BUBBLE 2 : d_{L0}=11.5 mm , d_{T0}=12.4 mm
 BUBBLE 3 : d_{L0}=11.8 mm , d_{T0}=12.5 mm

INTER-BUBBLE DISTANCE : L₁₂=47.7 mm , L₂₃=43.5 mm

図 5-20 爆発の起こらない場合の気泡挙動

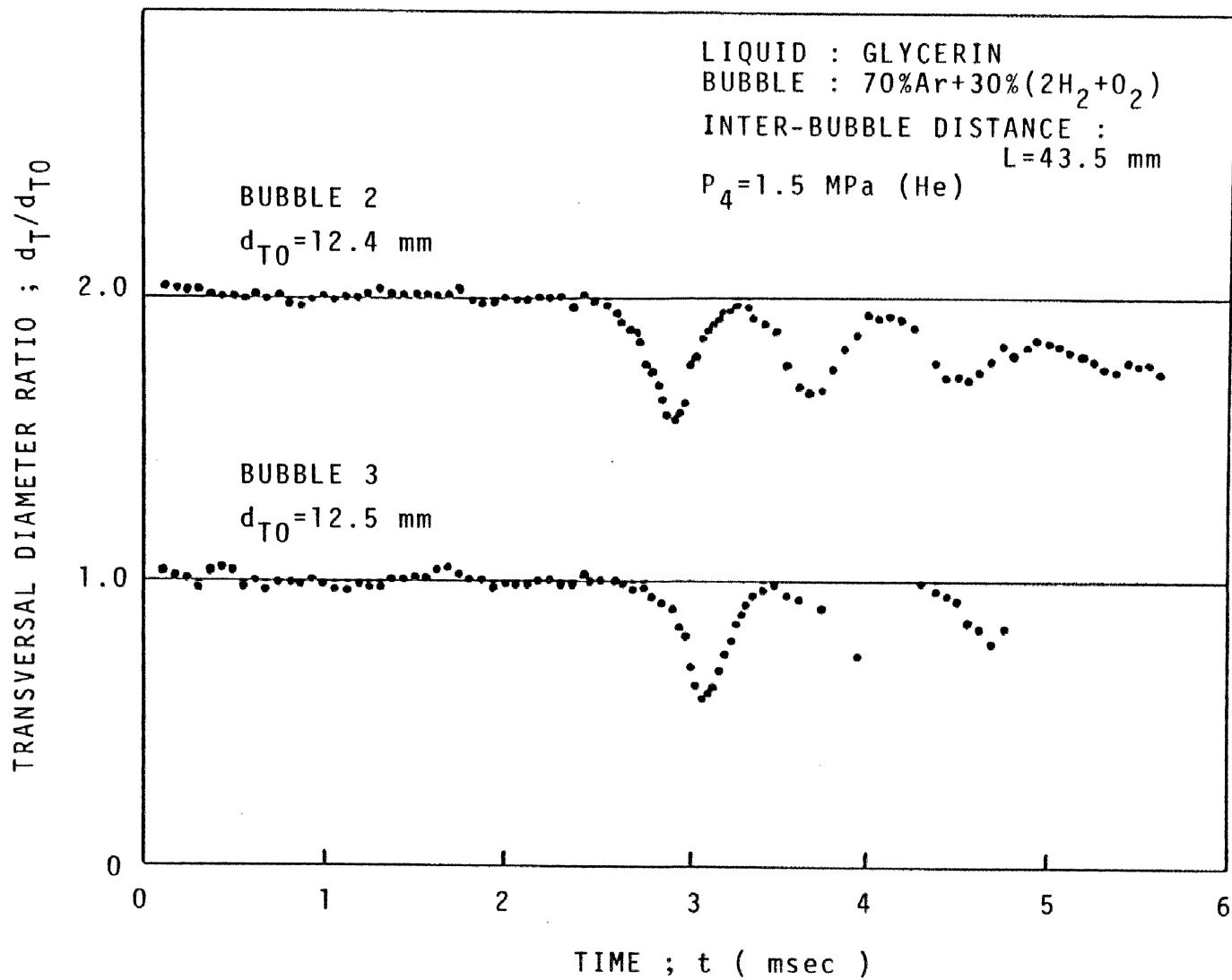


図5-21 爆発の起こらない場合の気泡縦直径の時間変化

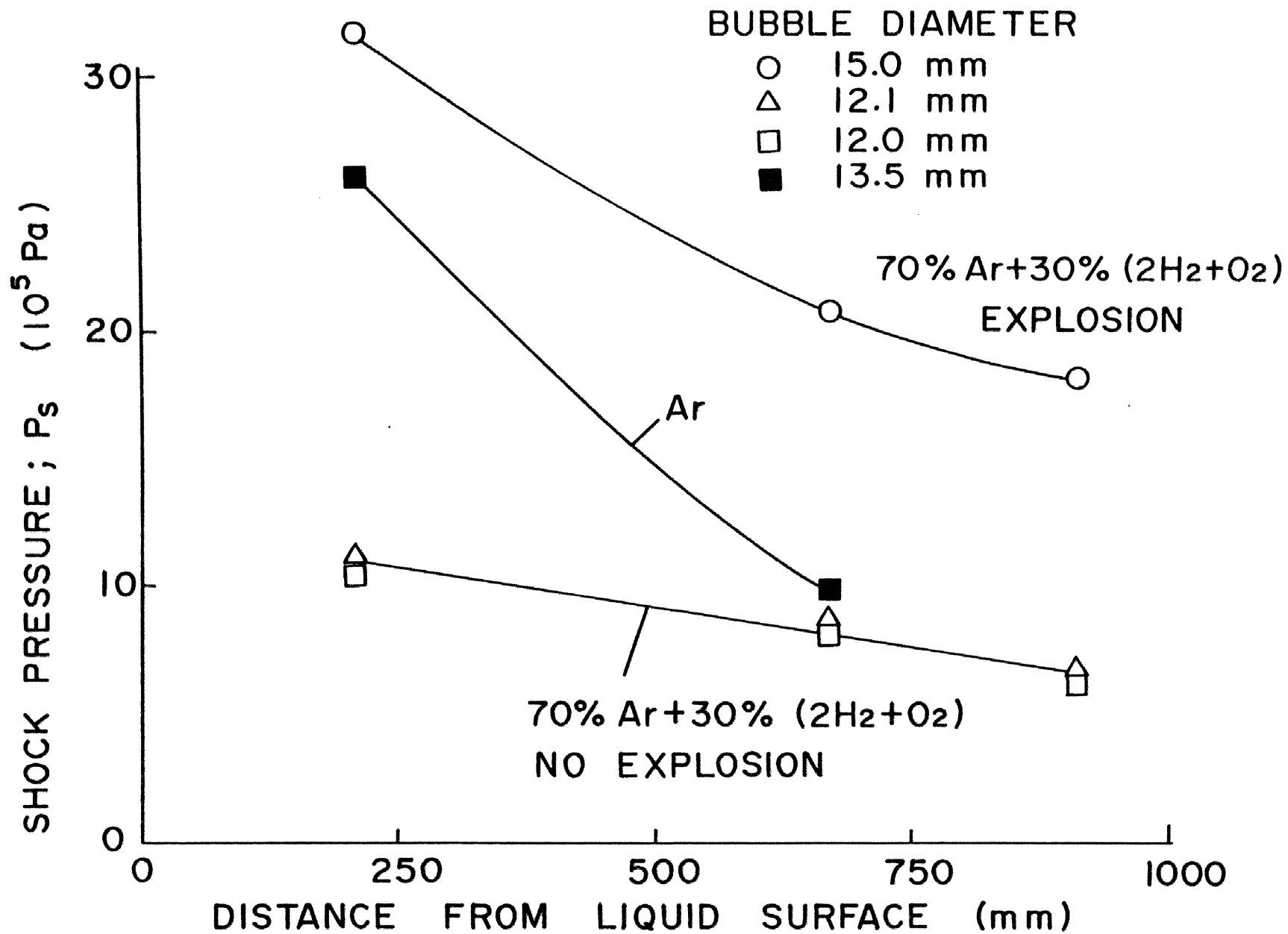


図 5-22 液面からの距離による衝撃波圧力の変化

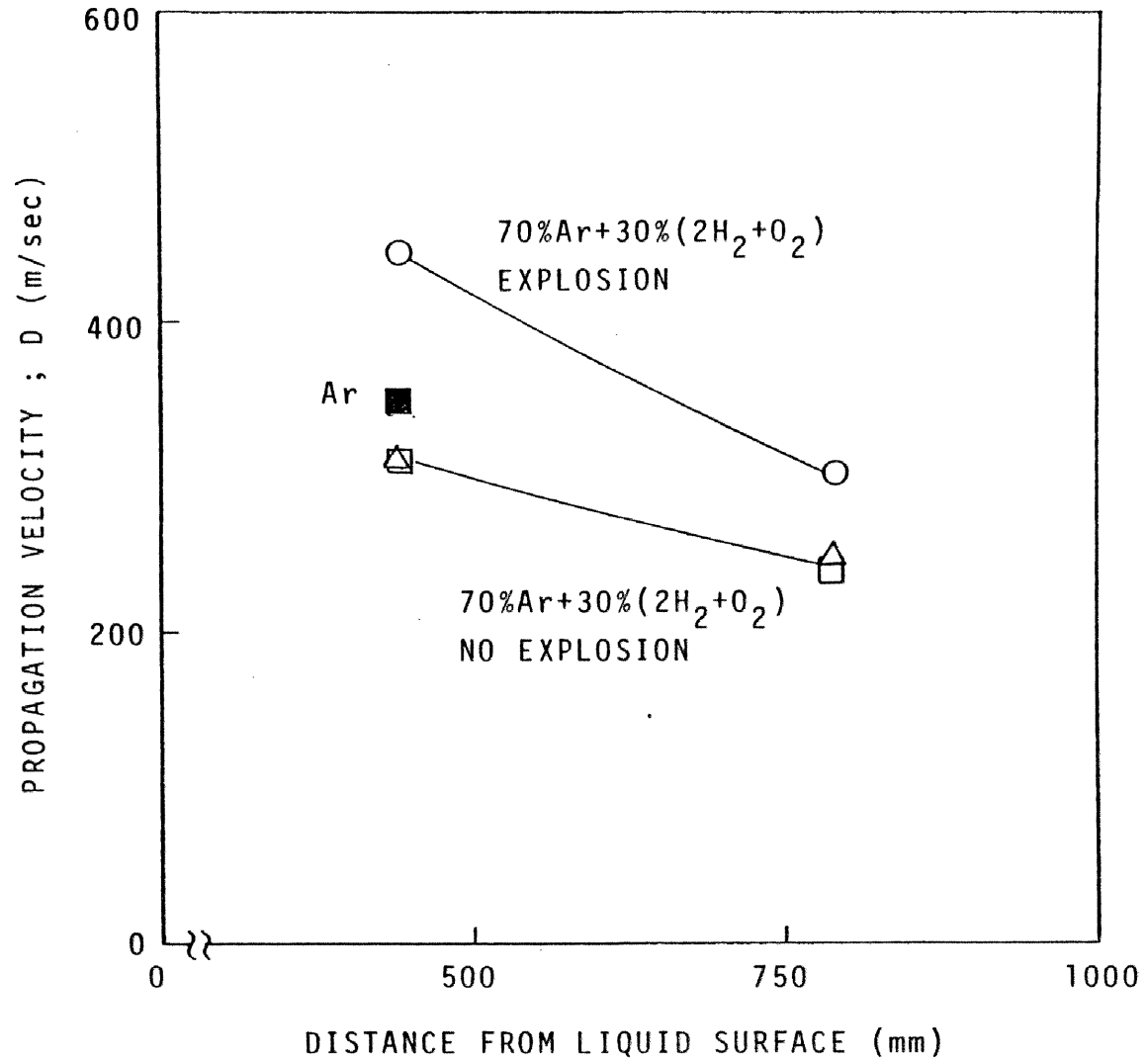


図 5-23 液面からの距離による衝撃波伝播速度の変化

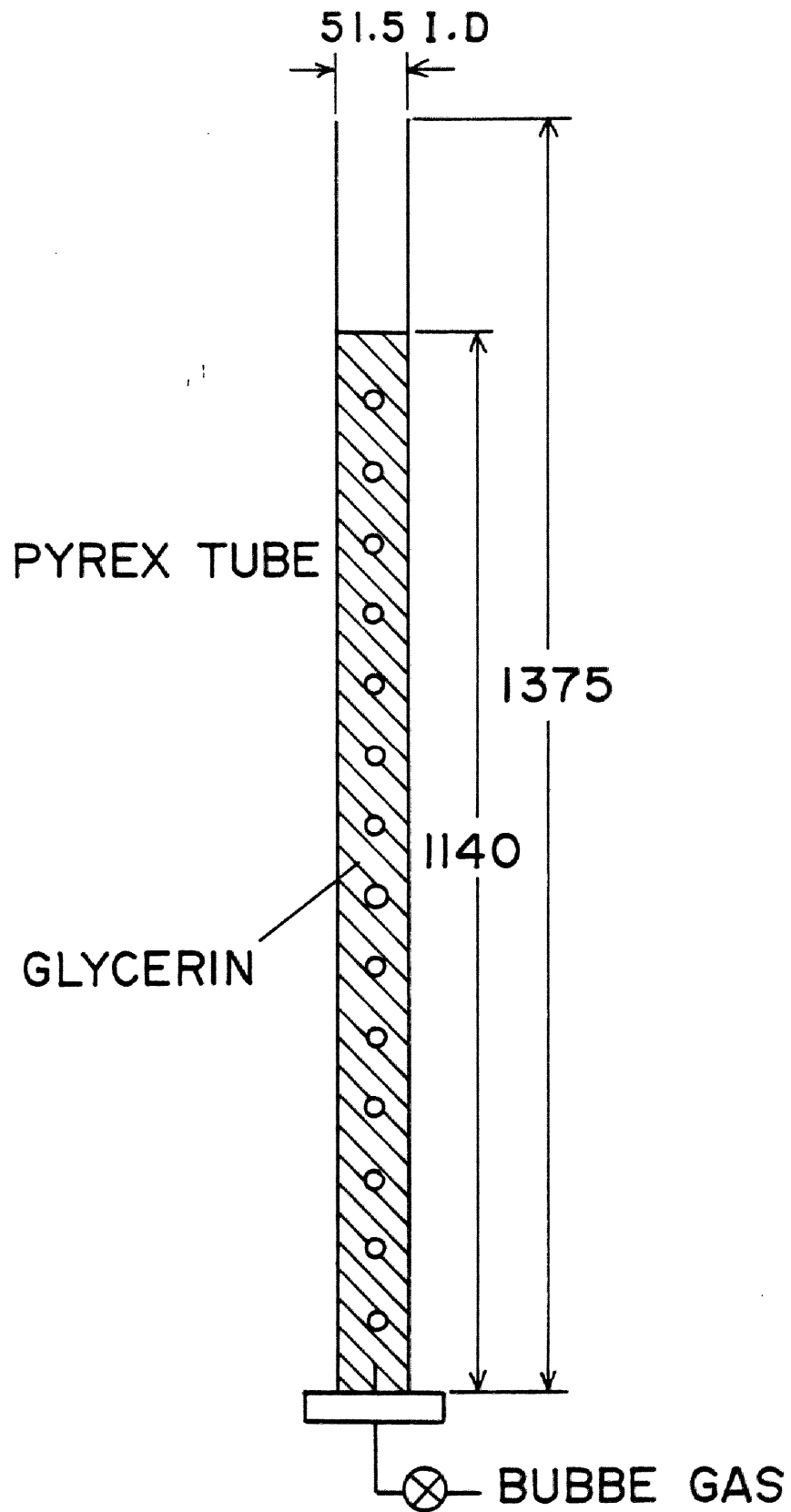


圖 5-24 氣泡發生試驗裝置

BUBBLE FORMATION IN GLYCERIN

| HIGHT | | CASE 1 | CASE 2 | CASE 3 |
|------------|--------|--------|--------|--------|
| H = 929 mm | d (mm) | 16.5 | 13.3 | 15.9 |
| | L (mm) | 57.8 | 55.9 | 56.4 |
| H = 470 mm | d (mm) | 15.7 | 12.8 | 15.4 |
| | L (mm) | 57.2 | 56.0 | 55.2 |
| H = 230 mm | d (mm) | 15.8 | 12.5 | 14.7 |
| | L (mm) | 55.6 | 55.2 | 54.4 |

d : LONGITUDINAL BUBBLE DIAMETER

L : INTER-BUBBLE DISTANCE

表 5-5 気泡縦直径と気泡間隔の変化

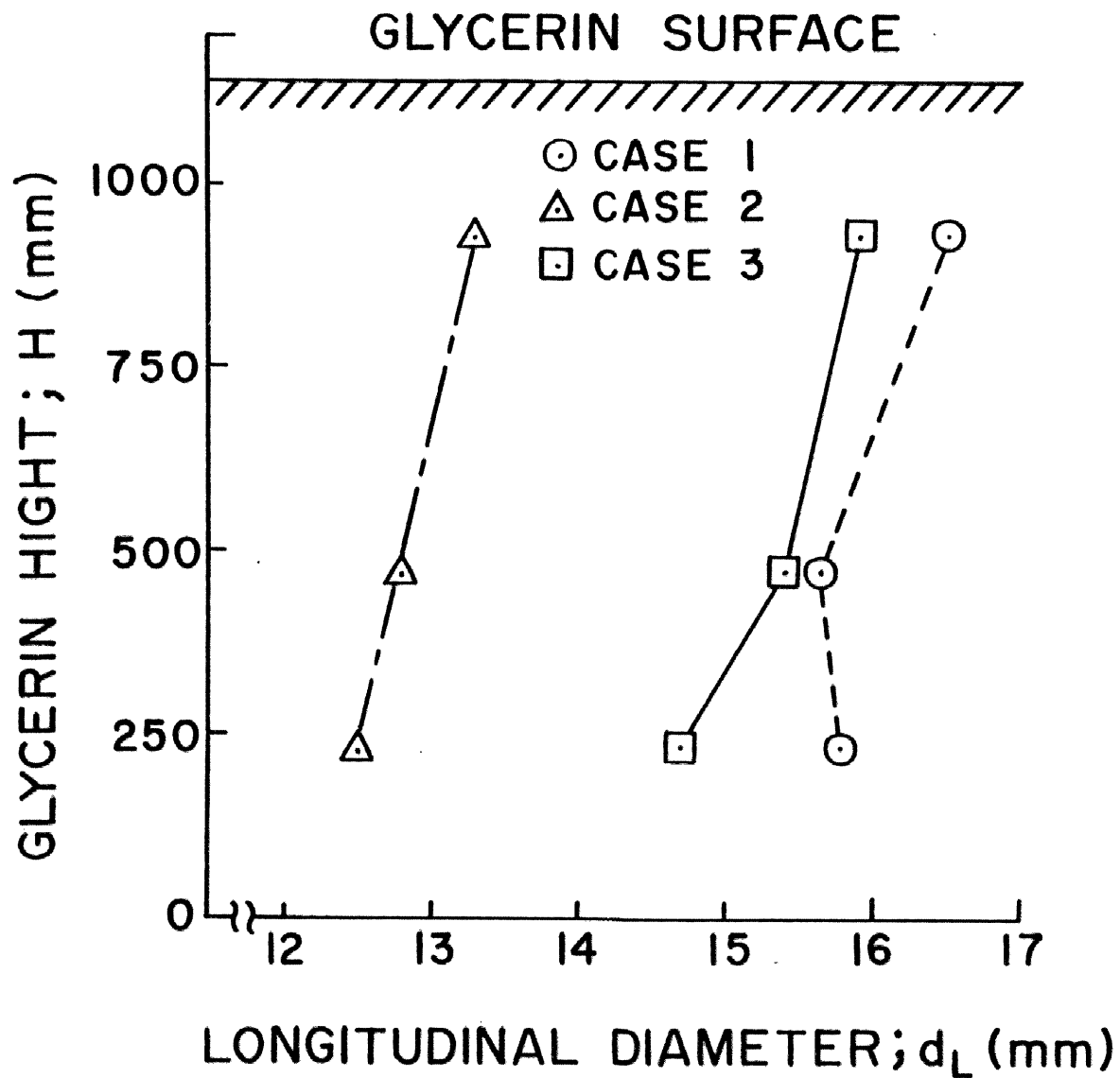


図 5-25 上昇にともなう気泡縦直径の変化

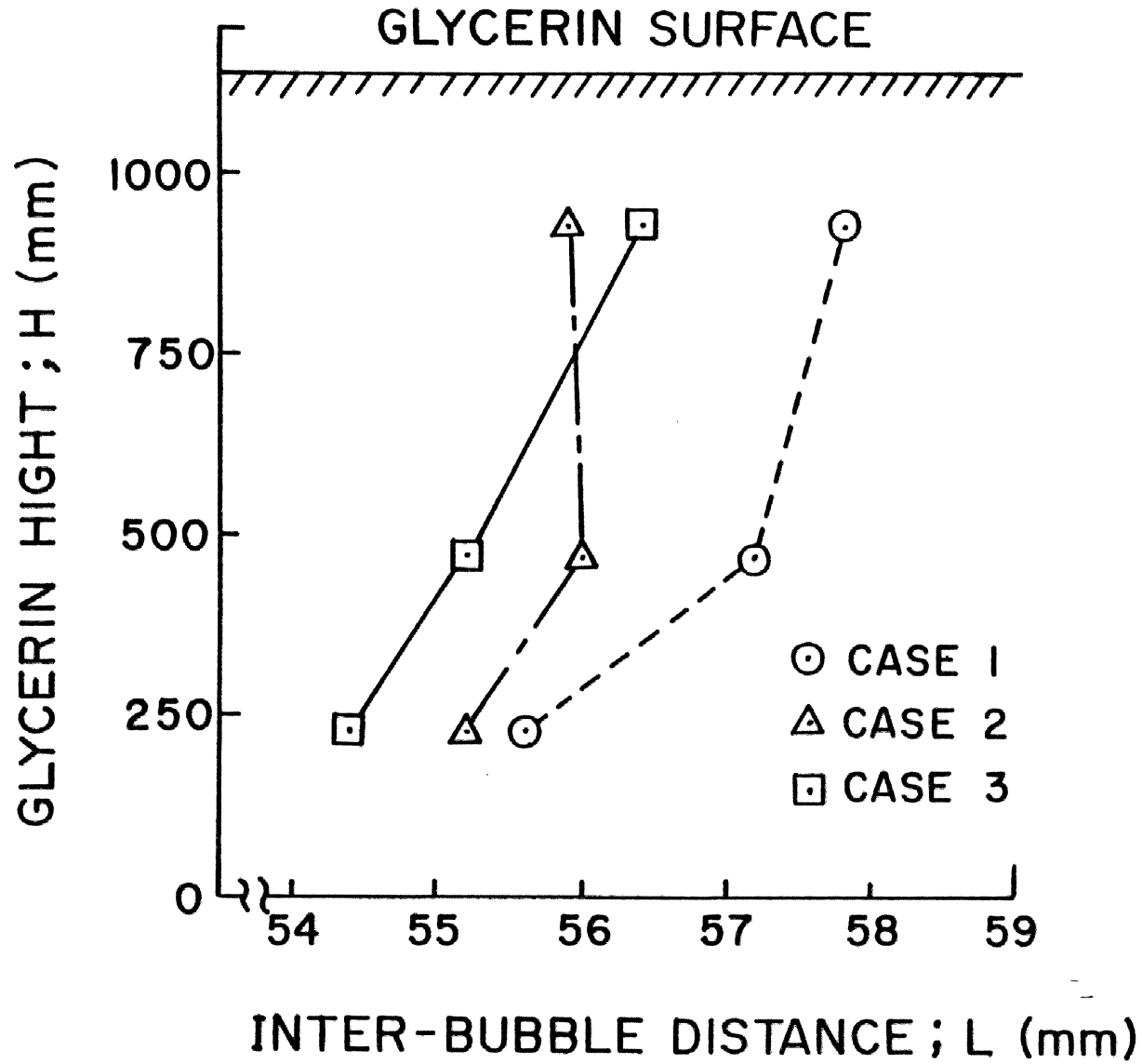
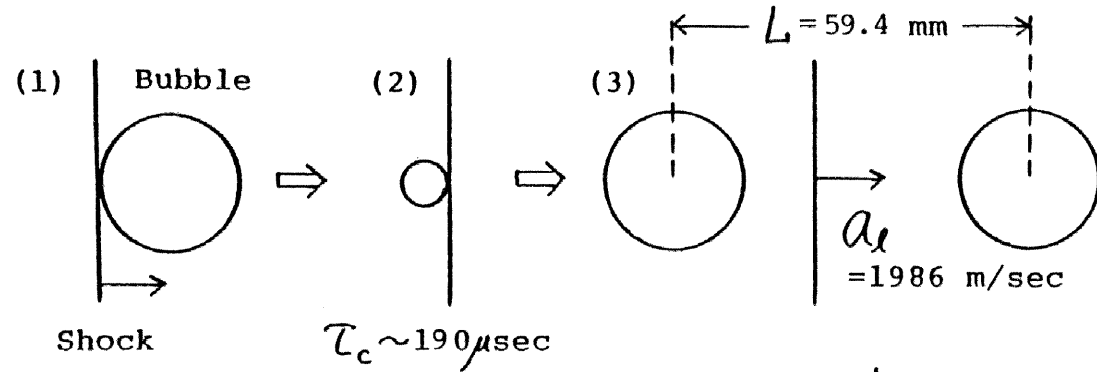


図 5-26 上昇にともなう気泡間隔の変化

PHENOMENOLOGICAL PROPAGATION MODEL



Propagation velocity :
$$D \approx \frac{L}{\tau_c + L/a_l}$$

$D \sim \underline{270} \text{ m/sec (theory)}, D_{2,3} \sim \underline{300} \text{ m/sec (experiment)}$

図 5-27 気泡デトネーションの伝播モデル

BUBBLE GAS

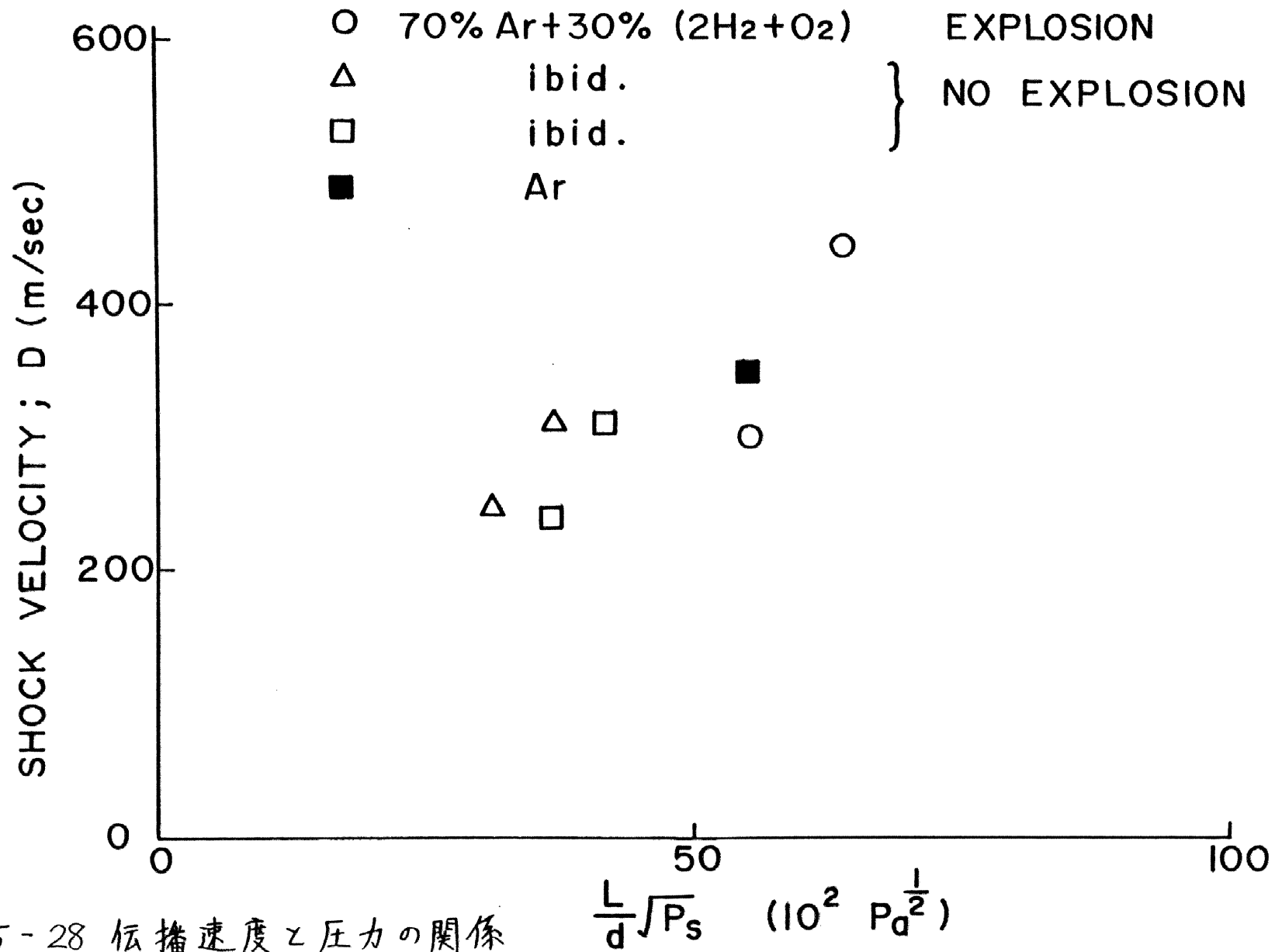


図5-28 伝播速度と圧力の関係

第VI章 酸水素デトネーションの伝播速度と 管壁の効果

VI-1 はじめに

細い管内を伝播するデトネーションは管壁の影響を受けやすく、Chapman-Jouguet速度からのずれを生じる。この速度減少の原因としては、反応領域中における境界層の抗力及び熱損失、表面の触媒作用、反応生成物の表面への吸着などがあげられる。デトネーション波は進行方向に垂直に進む衝撃波（マッハ枝）を伴っており、これが反応領域を強く混合するため（図6-1）、細い管の中では反応領域中の生成分子が表面に接する確率が増え、触媒作用や吸着作用は効果をもちやすくなる。

これまでに境界層による速度減少はZeldovich¹⁾、Shchelkin²⁾、Fay³⁾、Sickel⁴⁾、Tsuge⁵⁾らによって理論的または実験的に研究されているが、触媒作用についてはMunday⁶⁾が内径28mmの数種類の管内で速度減少の違いを、Fujiwara⁷⁾が内径4mmのアルミナ管内で当量比酸水素デトネーション速度の減少を報告

しているだけである。

またデトネーションは高速の現象であり、壁の温度は室温に保たれるので、壁に触媒性がある場合には反応領域中の活性分子(ラジカル)に対する低温触媒作用が起きている。低温における触媒作用は十分研究されていない分野であるが、固体ロケットなどから排出される金属酸化物の成層圏汚染の問題とかがあって解明が求められている分野である。

そこで本章では Fujiwara⁷⁾の研究を受けて、内径4 mmのアルミナ表面をもつ管を用いて $H_2 + O_2$, $H_2 + 2O_2$, $3H_2 + O_2$ 酸水素デトネーションの速度測定を行ない、触媒作用を考慮したデトネーション速度の理論計算値と比較することによって、触媒作用を知る方法を確立することを試みた。また水の吸着を考慮したデトネーション速度の計算や管径、触媒性、表面粗さ、熱拡散係数の異なる管を用いて速度測定を行ない、速度減少の原因を解明した。

VI-2 アルミナ管中のデトネーション伝播

(1) 実験

実験装置の概要が図6-2に示される。デトネーション管は内径28mm、長さ1020mmのステンレス製駆動部と長さ4172mmの二本の細管から成る。細管の一本は内径 4.0 ± 0.1 mmのパイプス管で、表面は滑らかである。もう一本は内面を化学処理して γ -アルミナに変えたアルミニウム管で内径 3.9 ± 0.1 mmである。化学処理はアルミ管の内側を水酸化ナトリウムに浸した後、乾いたアンモニアガスを10分間通し、その後300°Cで8時間焼入れして行なわれた。アルミナ表面は顕微鏡で観察すると光沢のない白色で、約50 μ mの凹凸ができていた。

内径4mmの管を選択したのは以下の理由による。一つは、内径が4mmよりも細くなると初期圧1 atm (0.1MPa) 以下では当量比酸水素混合気ですえもデトネーションの定常伝播が困難になってくるからであり、もう一つはデトネーション波の厚さが約1mm、反応領域中の横方向の流れが進行方向の流速と同じ程度とすると、反

応領域中の気体の75%が管壁の影響を受けることになり、準一次元の取扱いが可能になるからである。

デトネーション管は厚さ0.2 mmのアルミ製ダイヤフラムで二つの部分に分かれており、 10^{-2} torrの真空にした後、駆動部には $H_2 + O_2$ 混合気を0.6 atm、試験部には $H_2 + O_2$ 、 $H_2 + 2O_2$ 、 $3H_2 + O_2$ 混合気が0.6 ~ 1.0 atm導入された。初期温度は280 ~ 310 Kの間であった。ステンレス管の端には点火プラグがあり、0.1 μF のコンデンサーに6 KVの電圧をかけて放電させ、点火が行われた。開始したデトネーションは膜を破り試験部に入ると二つに分かれて伝播するが、各々の管内の伝播速度は1091 mm間隔で設置されているフォトダイオード(H TV, 立ち上がり1 μsec) No. 3 ~ No. 4の間で検出され、オシロスコープ(IWATSU SS-6100)で読み取られた。アルミ管はフォトダイオード取り付け部のみ約60 mmのパイロックスガラス管が接続され、光による速度測定ができるようになっている。

フォトダイオードからの出力例が図6-3に示される。ここで1091 mm間隔で設置されているフォトダイオ

ード No.3, No.4 の出力は同じチャンネルに重ねて出力されている。例えば図6-3(a)では, パイレックス管内でのデトネーション通過時間は A, B で検出され $478 \mu\text{sec}$, アルミナ管内では C, D で検出され $544 \mu\text{sec}$ である。これよりアルミナ管中で速度が減少していることがわかる。

また二つの管内のデトネーションがフォトダイオード No.3 に入ってくる時間の差 ΔT により, アルミナ管中のデトネーションが定常であるか否かを確かめることができる。(D)Pyrex は理論値に近く再現性もあるので定常であると考えると, 測定部以前の伝播距離を L として, ΔT は

$$\frac{L}{(D')_{Al}} - \frac{L}{(D)_{Pyrex}} = \Delta T$$

と表現されるから, 測定部以前のアルミナ管中の平均速度は

$$(D')_{Al} = \frac{(D)_{Pyrex}}{1 - \frac{\Delta T}{L} (D)_{Pyrex}} \quad (6-1)$$

となる。(D')_{Al} と No.3 ~ 4 で測定される (D)_{Al} を比較す

ることによりデトネーションの定常，非定常を論ずることができる。三種類の酸水素混合気に対して測定されたデトネーション速度 (\circ ; $(D)_{\text{Pyrex}}$, \bullet ; $(D)_{\text{Al}}$, \triangle ; $(D')_{\text{Al}}$) は図 6-4 ~ 6-6 に示される。図中の曲線は管表面での異なる熱損失機構を仮定した計算値である。

これらの実験結果から示されるアルミナ管中での伝播速度の減少は，以下に述べる機構の一つまたはいくつかの組み合わせによって生じていると考えられる。

- (i) 表面粗さによる境界層の抗力及び熱伝達の効果
- (ii) パイレックス管とアルミナ管の管径の違い
- (iii) 表面のアルミナの蒸発による熱損失
- (iv) 触媒作用に起因する熱損失
- (v) 管表面への水の吸着による熱損失

アルミナの温度上昇特性時間は 10^{-2} sec であり，反応の特性時間 10^{-6} sec よりもかなり長い。従ってアルミナの融点 2300K までの温度上昇はありえないし，管への熱伝達も小さく，(iii) は除外される。

粗さの影響については，約 $20\mu\text{m}$ の粗さをつけた内

径4 mmのパイプス管(粗さ/半径比1.5%)中では滑らかな管中での速度に比べて、当量比酸素デトネーション速度が1%減少することをFujiwara⁷⁾が報告している。またShchelkin²⁾はコイルを巻いた内径4.5 mmの管中(粗さ/半径比13%)で2.07 H₂ + O₂デトネーション速度の減少が2.4%であったことを報告している。従って粗さによるデトネーション速度の減少は高々1~2%であると考えられ、(i)は除外される。

径の違いによる速度減少はほとんどないことがFujiwara⁷⁾によって示されている。

以上の考察から、境界層、アルミナの蒸発、管径の違いは速度減少に大きな影響を与えない。一方アルミナの触媒作用もしくは水の吸着作用は、図6-4~6-6に示されるように、20%近いデトネーション速度の減少を説明することができる。

水の吸着に関しては以下の実験事実がその重要性を示している。

①アルミナは水と親和力が強く^{8),9)}しかも表面積がパイプス管よりも数オーダー大きい。これは真空

に引くまでの時間 ($1 \text{ torr} \rightarrow 10^{-2} \text{ torr}$) がパイレックス管だけの場合よりも長くなることから確認できる。

②十分に真空に引かずに再び実験を行なうと、真空になるまでの時間がさらに長くなる。これはアルミナ表面に物理吸着していた水分子がデトネーションによって化学吸着¹⁰⁾に転化したからであると思われる。

③観測された速度減少は実験前の真空到達度 ($10^{-2} \sim 1 \text{ torr}$) にほとんど依存しない。アルミナ表面の赤外分光によれば⁸⁾、常温で真空に引くと物理吸着している水分子は除去されるが、化学吸着している分子はそのまま残っている。従って吸着によって速度減少が起こるとすれば物理吸着の結果であり、 1 torr までの真空度には依存しないと考えられる。

しかしながら、触媒作用と吸着作用のどちらが速度減少の主要原因であるかは、これだけの推定からでは判断できない。そこでそれぞれの効果を明らかにするために、触媒反応と吸着を考慮に入れて解析が行なわれた。

(2) 速度減少の解析

表6-1に示される11の気相反応と表6-2に示される表面反応のうち1つまたは2つが仮定され、解析が行なわれた。水の吸着を考慮する場合には表面反応は考慮されない。

簡単のため以下の仮定がなされる。

(i) 反応生成物の対流は極めて速く、表面での反応過程は反応律速であるとする。従って準一次元の取り扱いが可能になり、例えば表6-2の反応1の反応速度は

$$W_1^* = -[OH] k_1^* \frac{4}{d} \quad [\text{mol} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{sec}^{-1}] \quad (6-2)$$

と書ける。ここで $k_1^* = C_{OH} \alpha_1 / 4$, C_i は i 種の熱速度, α_j は j 番目の表面反応の触媒効率, d は管の内径である。水の吸着速度は

水の吸着速度は同様に

$$W_{ad} = \alpha_c \frac{C_{H_2O}}{4} [H_2O] \frac{4}{d} \quad [\text{mol} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{sec}^{-1}] \quad (6-3)$$

と書ける¹¹⁾。ここで α_c は水の凝縮係数である。

(ii) 表面反応の反応物と生成物のエネルギー差または凝

縮熱は壁表面から外へ移動する。ただし表面の温度は室温に保たれているものとする。従ってエネルギー保存式中の熱損失項は触媒反応に対して

$$\frac{dQ}{dx} = \sum_{j=1}^7 \frac{1}{\rho V} W_j^* [\bar{H}_j(T_1) - H_j(T)] \quad [\text{cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}] \quad (6-4)$$

水の吸着に対して

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{1}{\rho V} W_{ad} [H_{H_2O}(T_1) - H_{H_2O}(T)] \quad [\text{cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}] \quad (6-5)$$

となる。ここで j は表 6-2 の表面反応を示し、 W_j^* は (6-2) 式に示される反応速度、エンタルピー $\bar{H}_j(T_1)$ 及び $H_j(T)$ は、例えば表 6-2 の反応 1 の場合には

$$\begin{aligned} \bar{H}_1(T_1) &= \frac{1}{2} H_{H_2O}(T_1) + \frac{1}{4} H_{O_2}(T_1) \\ H_1(T) &= H_{OH}(T) \end{aligned} \quad (6-6)$$

と表現される。 H_i は i 種のモル当りのエンタルピー、 T_1 は壁の温度である。実際には境界層の影響で表面反応による熱損失は (6-4), (6-5) 式そのままではないが、境界層は薄いと考えられるのでそれほど影響はない。

(iii) 表 6-2 の反応 6, 7 は単位時間に表面に到達するモル数の少ない反応物によって支配される。

以上の仮定により，前方衝撃波後方の流れを支配する基礎式は次の様に書ける。

[質量保存]

$$\rho \frac{dV}{dx} + V \frac{d\rho}{dx} = \begin{cases} 0 & \text{(表面反応)} \quad (6-7) \\ -W_{ad} M_{H_2O} & \text{(水の吸着)} \quad (6-8) \end{cases}$$

[運動量保存]

$$\frac{d\rho}{dx} + \rho V \frac{dV}{dx} = 0 \quad (6-9)$$

[エネルギー保存]

$$\frac{d}{dx} \left(h + \frac{V^2}{2} \right) = \frac{dQ}{dx} \quad (6-10)$$

$$h = \sum_i \frac{\rho_i}{\rho} h_i(T) \quad (6-11)$$

$$\rho_i = [i] M_i \quad (6-12)$$

$$\rho = \sum_i \rho_i \quad (6-13)$$

[状態方程式]

$$\frac{d\rho}{dx} = R_0 \left(X \frac{dT}{dx} + T \frac{dX}{dx} \right) \quad (6-14)$$

$$X = \sum_i [i] \quad (6-15)$$

[種の保存式]

$$\frac{d[i]V}{dx} = \begin{cases} W_i + W_i^* & \text{(表面反応)} \quad (6-16) \\ W_i - W_{ad} \delta_{iH_2O} & \text{(水の吸着)} \quad (6-17) \end{cases}$$

ここで ρ ; 密度, V ; 衝撃波座標系での流速, T ; 温度, h ; 単位体積当りのエンタルピー, $[i]$; モル濃度, M_i ; i 種の分子量, R_0 ; 普遍気体定数である.

(6-7)~(6-13)式を用いると, エネルギー保存式(6-10)は特異点をもち次の形に変形される.

$$\frac{dT}{dX} = \frac{f(T, M; D)}{1 - M^2} \quad (6-18)$$

この式を用いて, 一般化された Chapman-Jouguet 条件⁽²⁾

$$f(T, M; D) = 0 \quad \text{at } M=1 \quad (6-19)$$

よりデトネーション速度 D を固有値として求めることができる.

(3) 結果と考察

実験結果と計算結果が図 6-4 ~ 6-6 に比較される. $H_2 + O_2$ 混合気の場合 (図 6-4), パイレックス管中のデトネーション速度は $p_1 = 1 \text{ atm}$ 付近では表面反応のない場合の計算結果とほぼ近い値になっており, 初期圧が下がっていくと約 2% の減少が見られる. これは反応領域が長くなり, 境界層の影響を受けやすくなるためである. 一方アルミナ管中では, パイレックス

ス管中よりも 9~11% 速度が減少しており、表面の効果が大きいことを示している。また測定部での速度（●印）とそれより前方での平均速度（△印）との比較から、 $p_1 > 0.6 \text{ atm}$ では定常デトネーションであることもわかる。 $p_1 = 0.6 \text{ atm}$ はデトネーション限界であり、それ以下では定常伝播は得られない。

図 6-4 に示されるように、アルミナ管中の伝播速度減少は H, O, OH を含む表面反応のうち二つを同時に触媒効率 1 とした場合と凝縮係数を 0.3 とした場合に説明される。これは表 6-3 に示されるように、反応領域中で H, O, OH が多く存在することや、 H_2O が生成物中で最も多いことから理解される。

酸素の多い $H_2 + 2O_2$ 混合気を用いた場合（図 6-5）、パイレックス管中のデトネーション速度は C-J 速度に比べて 2.6% 減少しており、 $H_2 + O_2$ の場合よりも減少は大きくなっている。これは $H_2 + 2O_2$ では反応領域が長くなること（図 6-7）に起因している。また $p_1 \geq 0.87 \text{ atm}$ ではアルミナ管中でデトネーションの定常伝播が得られるが、この速度はパイレックス管中の速

度に比べて17~20%減少している。速度減少は表面反応 $O + OH \rightarrow HO_2$ または凝縮係数0.3とした水の吸着によって説明されるが、これも表6-3に示される反応領域中に多く生成する分子に関連している。

水素の多い $H_2 + O_2$ 混合気の場合(図6-6)には、表面での水素再結合反応が速度減少の大部分を説明する。反応領域でH分子の方がOH分子よりも多く(表6-3)、H分子の方がエネルギーも高いからである。実験結果を説明するのは $H + H \rightarrow H_2$ と $H + OH \rightarrow H_2O$ の二つの表面反応を同時に仮定した場合と凝縮係数を0.5とした水の吸着を仮定した場合である。この凝縮係数0.5は $H_2 + O_2$, $H_2 + 2O_2$ 混合気の場合とは異なっており、もし混合比が凝縮に影響を与えないとすると、一貫性がない。従って理論値との比較からは、アルミナ管中のデトネーション速度減少は触媒性によるとされる。

VI-3 管径, 表面粗さの影響

アルミナ管中の酸水素デトネーション速度減少の原因をさらに明確にするため、管の内径, 表面粗さ(表面

積), 触媒性, 熱拡散係数の異なる管を用いて実験が行なわれその結果が比較された(図6-8). 用いられた管の種類とその特性は表6-4に示される. 表面粗さは表面形状測定機で測定された値である. さらに図6-8における初期圧 0.8 atm (0.08 MPa) での各管中の速度が管径 ($1/d$), 粗さに対して図6-9, 6-10に整理される. 各管中のデトネーション速度は初期圧により位置関係がばらつくため(図6-8), 初期圧 0.8 atm (0.08 MPa) でのデータのみでは正確でない. 従って図6-9, 6-10には初期圧 $0.7 \sim 0.9 \text{ atm}$ における速度範囲も示されている.

管径とデトネーション速度の関係を見る(図6-9). 実線は管径の異なるパイプックス管中の速度を結んだものである. パイプックス管は滑らかで触媒性がなく熱拡散係数は同一であるから, この実線は管径の効果のみを表わしている. そして管径が細くなるにつれて速度減少が大きくなる傾向をもち, 管径が無限大に近づくと ($1/d \rightarrow 0$) C-J速度に近づくように見える. よく知られているようにこれは境界層と反応領域の干

渉の結果である^{1), 3), 4), 5)}。また銀メッキしたパイプス管と銅管中の速度がこの線上にほぼ位置するので、酸水素活性分子に対する触媒作用はなく、管径の効果で速度減少することがわかる。銅は実験で用いられた管のうち最も熱拡散係数が大きいので、他の管についても、熱拡散係数は速度減少に効果をもたないと考えられる。図6-9の実線上にのらないデータは他の速度減少原因がある。

表面粗さと伝播速度の関係を見る(図6-10)。圓面作製上の理由により Silver と Pyrex (II) のデータには初期圧 0.7 ~ 0.9 atm での速度範囲が示されていないが、図6-9に示されているのでそれを参照する。図中の実線は同じ内径のデータを結んだ線であり、粗さが増すと速度減少が大きくなる傾向がある。ステンレス管、アルミニウム管中の速度は、触媒性のない粗さをつけたパイプス管と滑らかなパイプス管を結ぶ線上に位置するので、触媒性はなく、粗さの効果で速度減少していることがわかる。

アルミナ管は粗さの効果で速度減少する傾向を示す。

粗さの効果は抗力の増加と表面積の増加に伴う水の吸着の増加が考えられる。、 Shchelkin²⁾の実験によれば抗力はほとんど効かないので、水の吸着が主な原因であろう。一方、真ちゅう管は内径3.90mmであるが伝播速度は実線上に位置せず、触媒性によって速度減少が起きると考えられる。

参 考 文 献

- 1) Zeldovich, Y.B. and Kompaneets, A.S., Theory of Detonation, 1960, Pergamon Press, 145.
- 2) ibid., 187.
- 3) Fay, J.A., Phys. Fluids, 2 (1959), 283.
- 4) Sickel, M. and David, T.S., AIAA J., 4 (1966), 1089.
- 5) Tsuge, S., Combustion Sci. Tech., 3 (1971), 195.
- 6) Munday, G., Ubbelode, A.R. and Wood, I.F., Proc. Roy. Soc. A, 306 (1968), 159.
- 7) Fujiwara, T., 16th (Int.) Sympo. Combustion, 1977, The Combustion Institute, 1771.
- 8) Hair, M.L., Spectroscopy in Surface Chemistry, 1967, Marcel Dekker.
- 9) 清山 哲郎 , 金属酸化物とその触媒作用, 1977, 講談社 .
- 10) 熊谷 寛夫 , 富永 五郎 , 真空の物理と応用, 1970, 裳華房 .
- 11) Prutton, M., 川路 紳治訳, 表面の物理 , 1977, 丸善 .
- 12) Tsuge, S. and Fujiwara, T., ZAMM, 54 (1974), 157.

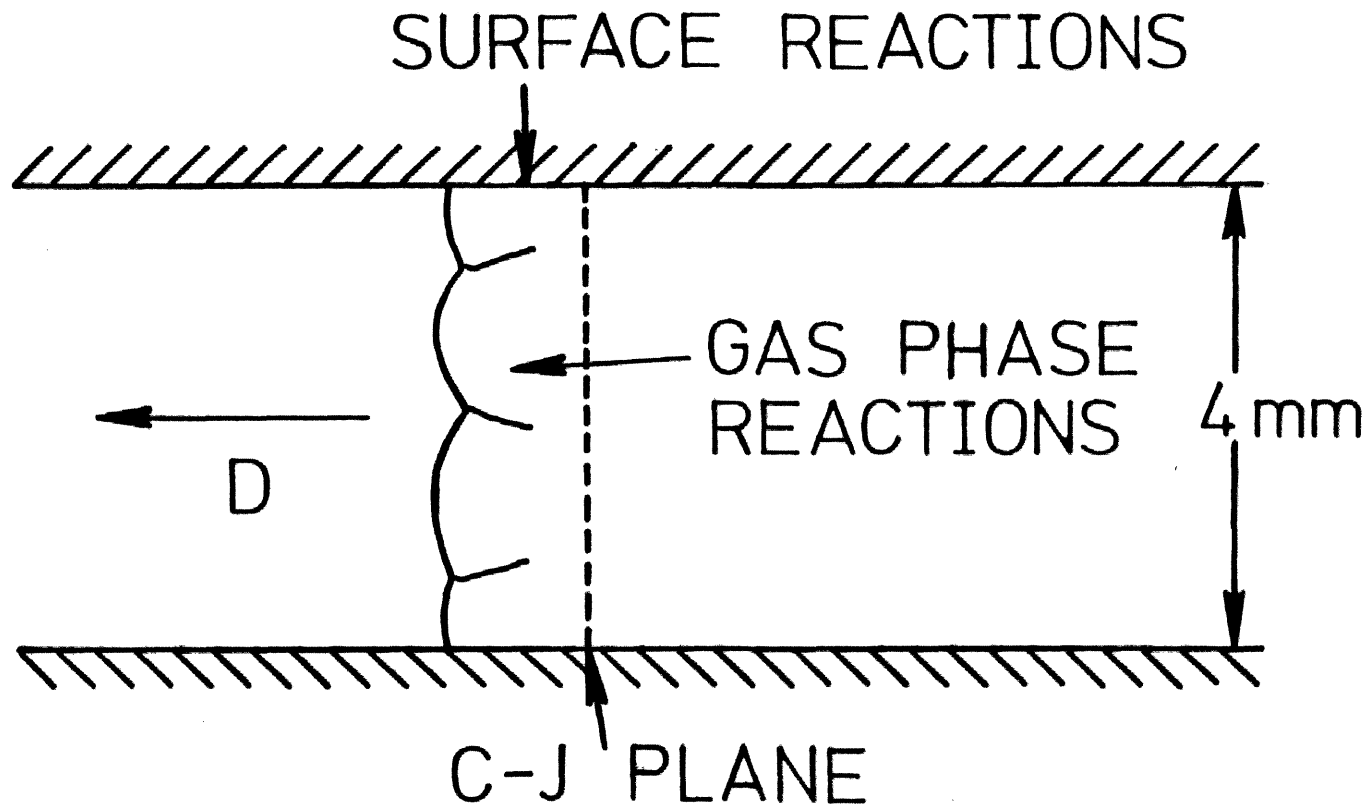


図 6 - 1 細管中のデトネーション伝播

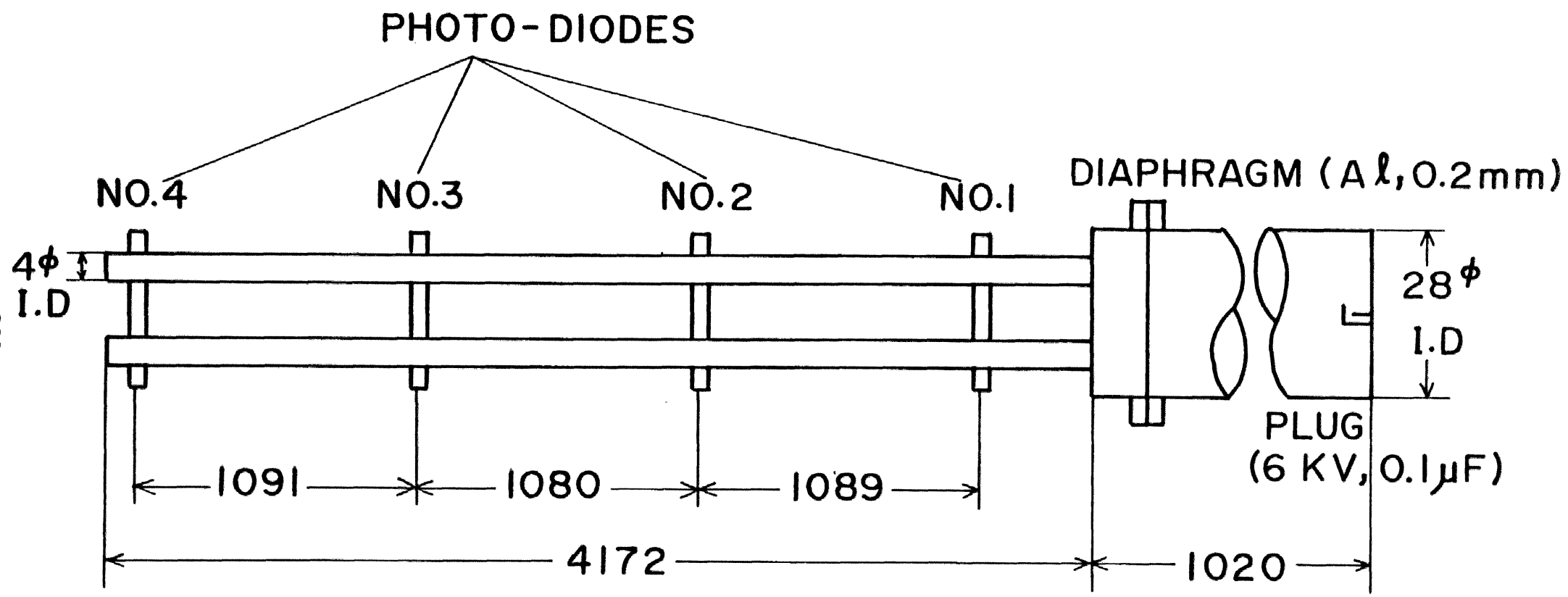
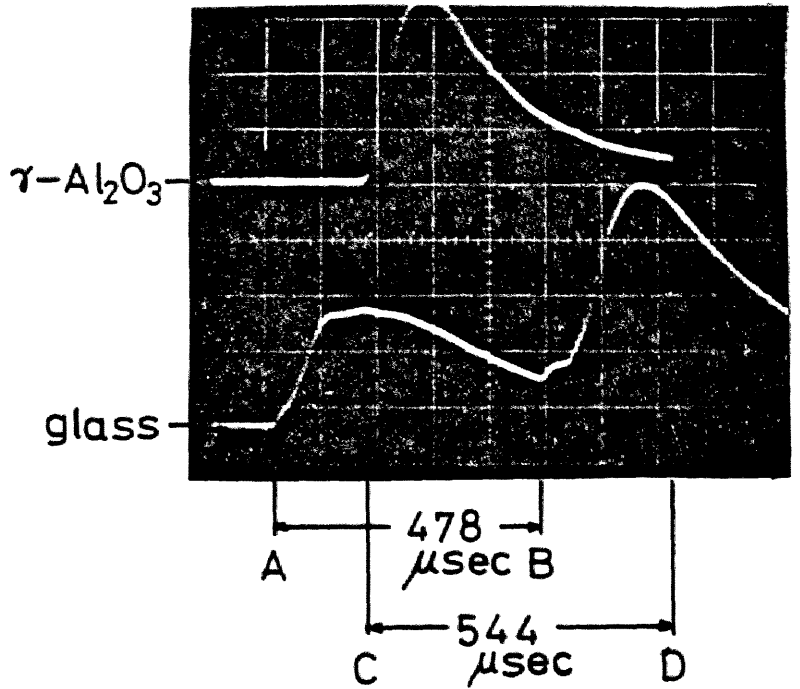
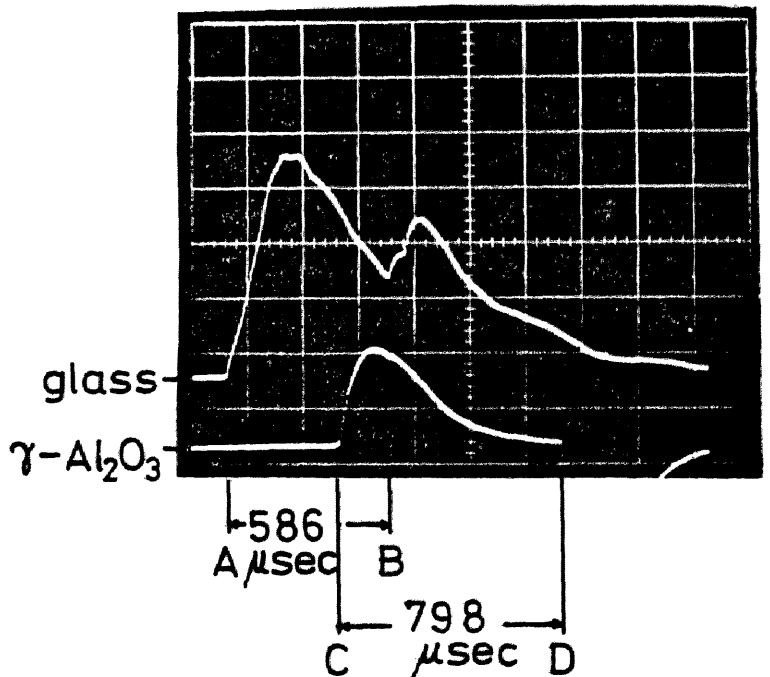


图 6 - 2 实验装置概要

(a) $H_2:O_2=1:1$
 $P_1=0.6 \text{ atm}$
 $T_1=288 \text{ }^\circ\text{K}$
 Time Scale
 $100 \mu\text{sec}$



(b) $H_2:O_2=1:2$
 $P_1=0.8 \text{ atm}$
 $T_1=287.7 \text{ }^\circ\text{K}$
 Time Scale
 $200 \mu\text{sec}$



(c) $H_2:O_2=3:1$
 $P_1=0.9 \text{ atm}$
 $T_1=300.3 \text{ }^\circ\text{K}$
 Time Scale
 $100 \mu\text{sec}$

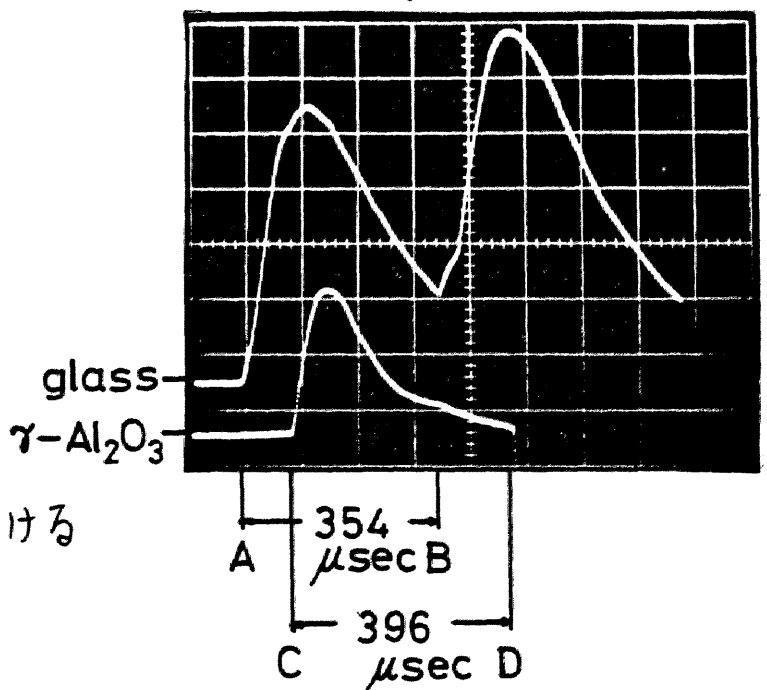


図 6-3 各混合気における
 フォトダイオード出力

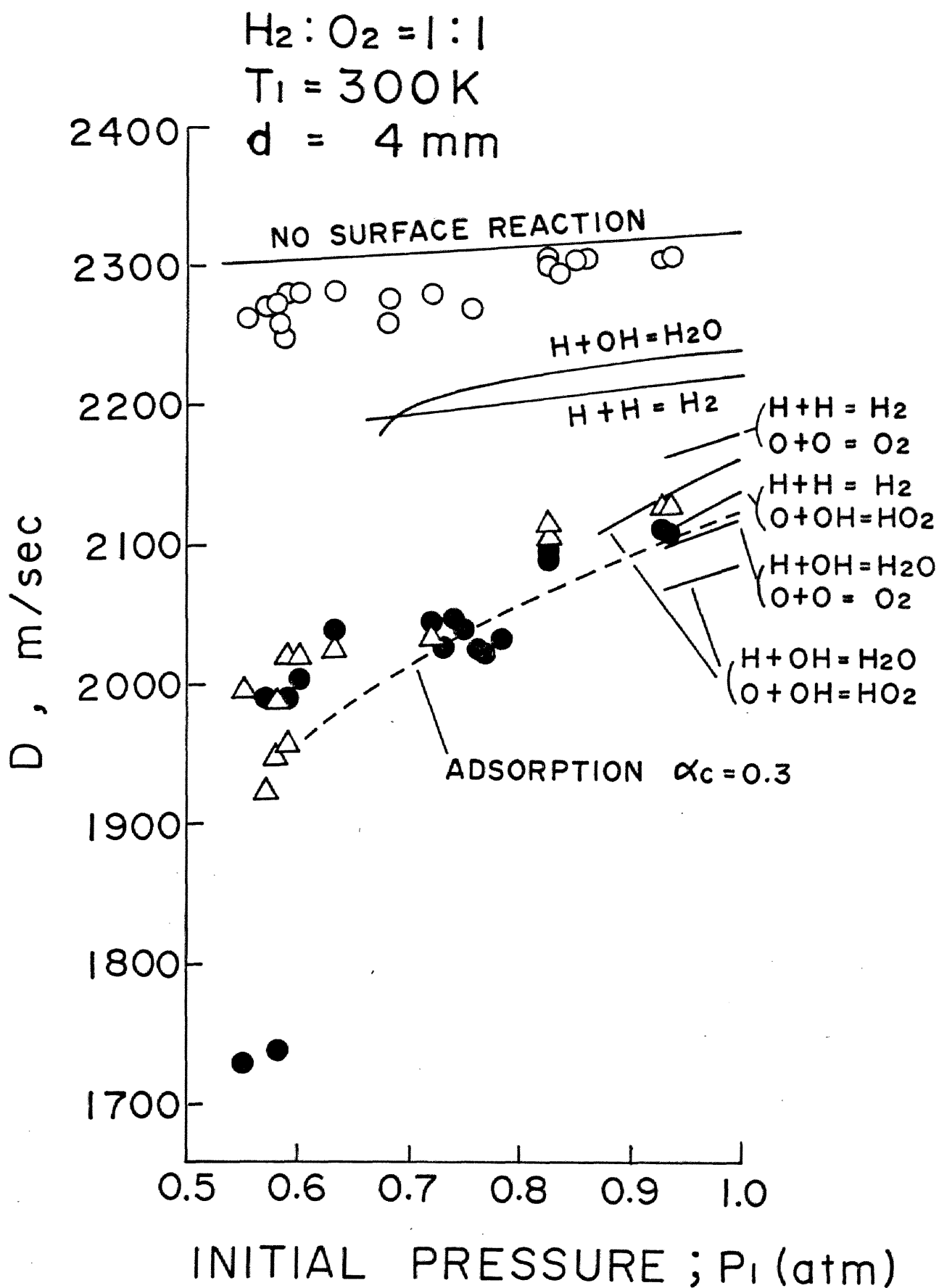


図 6-4 実験と計算から得られたデトネーション速度,
 ($H_2 + O_2$)

$H_2 : O_2 = 1 : 2$

$T_1 = 300 \text{ K}$

$d = 4 \text{ mm}$

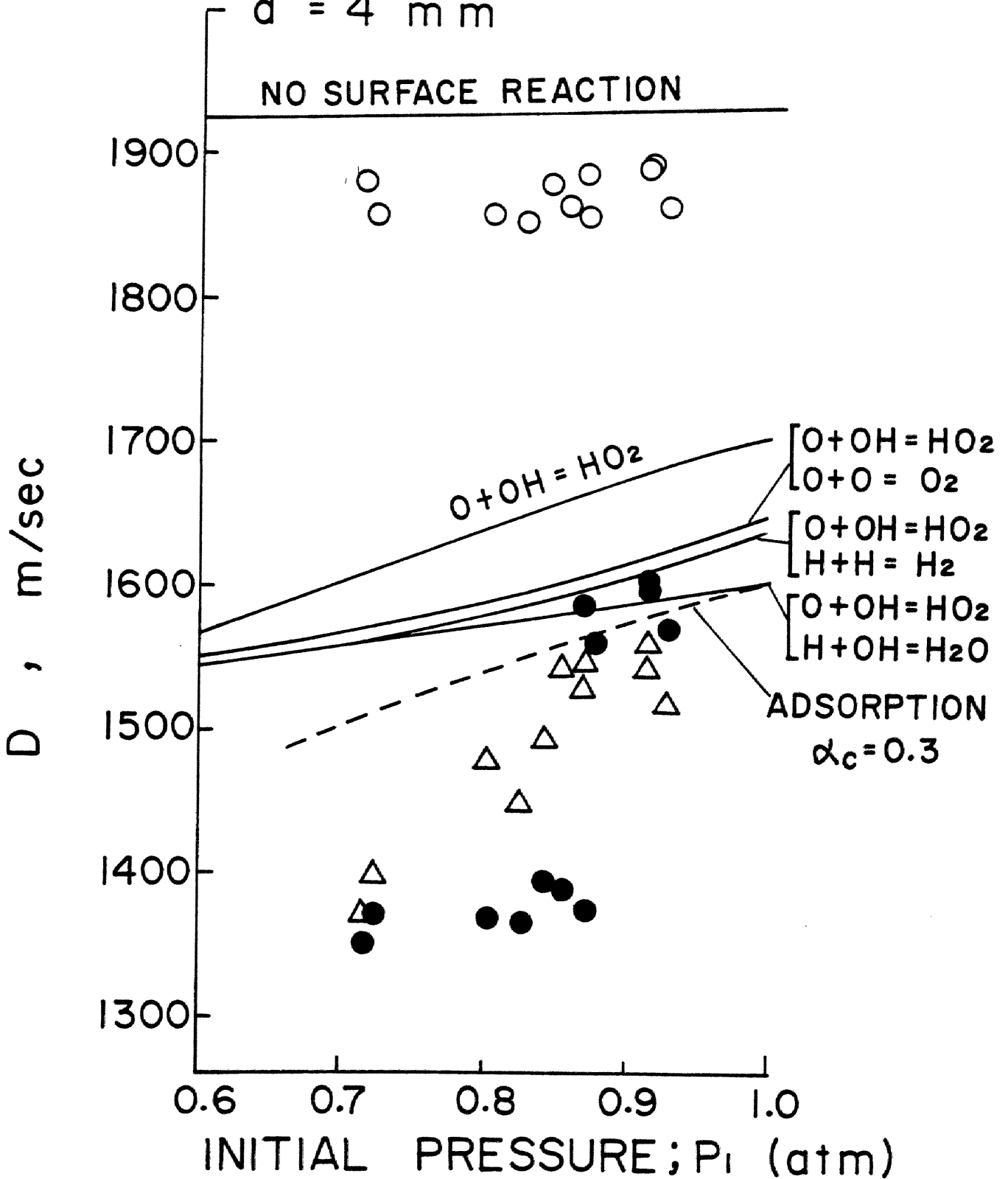


図6-5 実験と計算から得られたデトネーション速度,
($H_2 + 2O_2$)

$H_2:O_2 = 3:1$

$T_1 = 300\text{ K}$

$d = 4\text{ mm}$

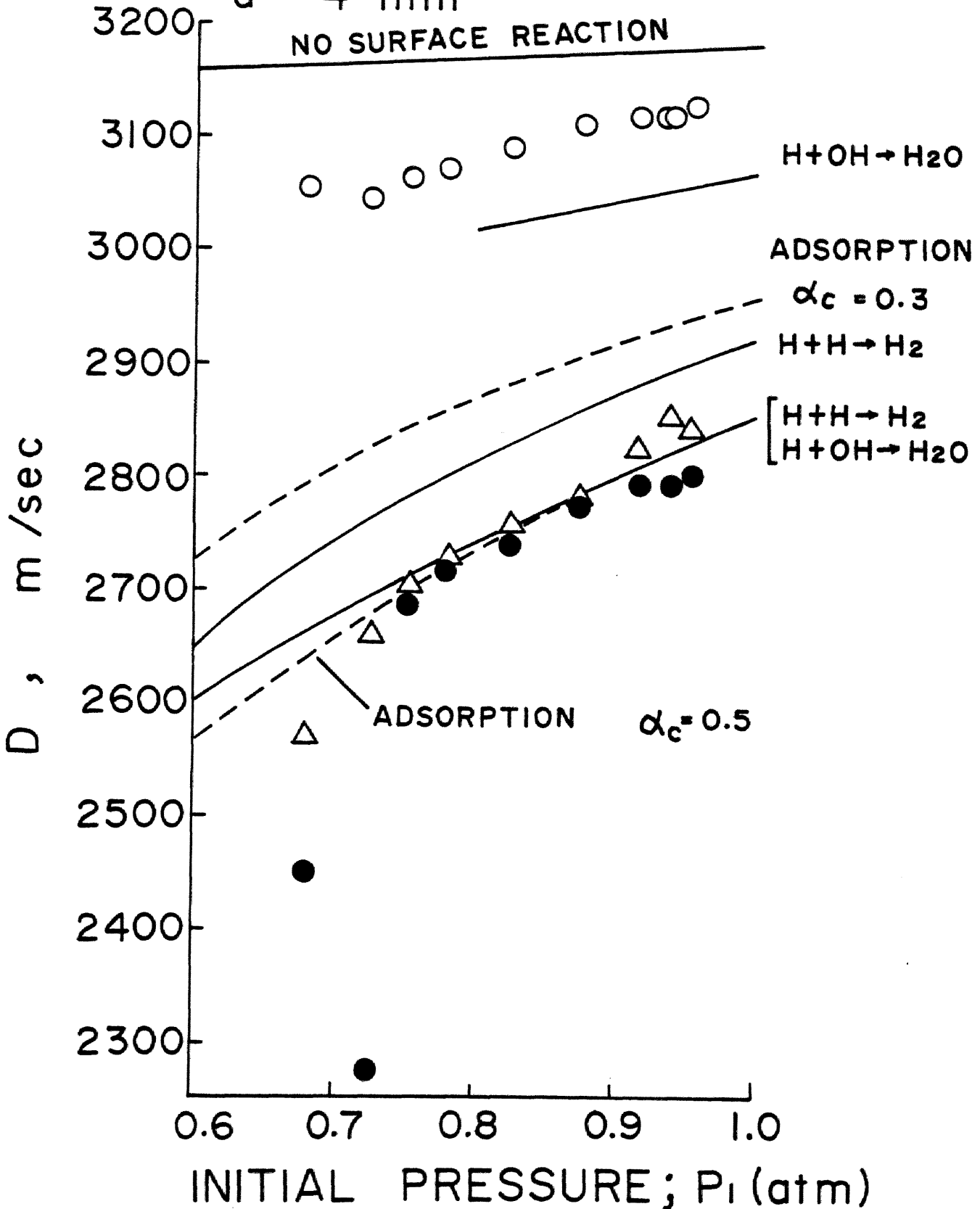


図6-6 実験と計算から得られたデトネーション速度,
($3H_2 + O_2$)

TABLE I

Gas-phase elementary reactions and related kinetic data used in theoretical calculations

| Elementary reactions in gas phase | Forward reaction rates ($\text{cm}^3/\text{mole}/\text{sec}$ or $\text{cm}^6/\text{mole}/\text{sec}$) | Backward reaction rates |
|--|--|---------------------------------|
| $\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons \text{OH} + \text{OH}$ | $k_1 = 2 \times 10^{11} \exp(-20/RT)$ | $k_2 = k_1 / K_1$ |
| $\text{H} + \text{O}_2 \rightleftharpoons \text{OH} + \text{O}$ | $k_3 = 8.08 \times 10^{13} \exp(-16.6/RT)$ | $k_4 = k_3 / K_2$ |
| $\text{O} + \text{H}_2 \rightleftharpoons \text{OH} + \text{H}$ | $k_5 = 2 \times 10^{13} \exp(-9.2/RT)$ | $k_6 = k_5 / K_3$ |
| $\text{OH} + \text{H}_2 \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{H}$ | $k_7 = 3.5 \times 10^{13} \exp(-5.9/RT)$ | $k_8 = k_7 / K_4$ |
| $\text{OH} + \text{OH} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{O}$ | $k_9 = 3.8 \times 10^{12} \exp(-1.0/RT)$ | $k_{10} = k_9 / K_5$ |
| $\text{H} + \text{H} + \text{X} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{X}$ | $k_{11} = 9 \times 10^{17} / T$ | $k_{12} = k_{11} / (K_6 RT)$ |
| $\text{H} + \text{OH} + \text{X} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{X}$ | $k_{13} = 9 \times 10^{18} / T$ | $k_{14} = k_{13} / (K_7 RT)$ |
| $\text{H} + \text{O} + \text{X} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{X}$ | $k_{15} = 1 \times 10^{15}$ | $k_{16} = k_{15} / (K_8 RT)$ |
| $\text{O} + \text{O} + \text{X} \rightleftharpoons \text{O}_2 + \text{X}$ | $k_{17} = 1.05 \times 10^{15} / T^{1/2}$ | $k_{18} = k_{17} / (K_9 RT)$ |
| $\text{H} + \text{O}_2 + \text{X} \rightleftharpoons \text{HO}_2 + \text{X}$ | $k_{19} = 8.25 \times 10^{15}$ | $k_{20} = k_{19} / (K_{10} RT)$ |
| $\text{HO}_2 + \text{H}_2 \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{OH}$ | $k_{21} = 1.3 \times 10^{14} \exp(-22/RT)$ | $k_{22} = k_{21} / K_{11}$ |

$R = 1.988 \times 10^{-3} \text{ kcal/mole/K}$, $K_j = K_A K_B K_C \dots / (K_a K_b K_c \dots)$ for jth reaction

$a + b + c + \dots \rightleftharpoons A + B + C \dots$, where K_A, K_B , etc., are equilibrium constants of species A, B, etc., respectively, found in JANAF tables.

表6-1 計算で用いられた気相反応と反応速度定数

TABLE II

Surface reactions used in theoretical calculations

| Elementary reactions on surface | Reaction rates k_j^* (cm/sec) |
|---|---|
| (1) $\text{OH} + \text{surface} \rightarrow \frac{1}{2}\text{H}_2\text{O} + \frac{1}{4}\text{O}_2 + \text{surface}$ | $c_{\text{OH}}/4 \alpha_1$ |
| (2) $\text{O} + \text{surface} \rightarrow \frac{1}{2}\text{O}_2 + \text{surface}$ | $c_{\text{O}}/4 \alpha_2$ |
| (3) $\text{H} + \text{surface} \rightarrow \frac{1}{2}\text{H}_2 + \text{surface}$ | $c_{\text{H}}/4 \alpha_3$ |
| (4) $\text{OH} + \text{surface} \rightarrow \frac{1}{2}\text{O}_2 + \frac{1}{2}\text{H}_2 + \text{surface}$ | $c_{\text{OH}}/4 \alpha_4$ |
| (5) $\text{OH} + \text{surface} \rightarrow \frac{1}{2}\text{HO}_2 + \frac{1}{4}\text{H}_2 + \text{surface}$ | $c_{\text{OH}}/4 \alpha_5$ |
| (6) $\text{OH} + \text{H} + \text{surface} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{surface}$ | $c_{\text{OH}}/4 \alpha_6$ or $c_{\text{H}}/4 \alpha_6$ |
| (7) $\text{OH} + \text{O} + \text{surface} \rightarrow \text{HO}_2 + \text{surface}$ | $c_{\text{OH}}/4 \alpha_7$ or $c_{\text{O}}/4 \alpha_7$ |

$c_i = (8kT/\pi m_i)^{\frac{1}{2}}$ = thermal velocity of i th species molecule

α_j = catalytic efficiency of j th surface reaction

表6-2 表面反応と反応速度定数

| | H ₂ +2O ₂ | H ₂ +O ₂ | 2H ₂ +O ₂ | 3H ₂ +O ₂ |
|----------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| O , % | 2.29 | 5.47 | 3.86 | 1.30 |
| H , % | 0.32 | 2.57 | 8.12 | 9.65 |
| OH , % | 6.63 | 14.2 | 13.6 | 7.94 |
| HO ₂ , % | 0.02 | 0.03 | 0.01 | 0.02 |
| H ₂ O , % | 34.6 | 47.5 | 53.1 | 48.6 |
| H ₂ , % | 0.58 | 3.94 | 16.5 | 31.7 |
| O ₂ , % | 55.6 | 26.2 | 4.92 | 0.79 |
| T _{C-J} , K | 3020 | 3460 | 3672 | 3593 |

Initial pressure $p_1=1$ atm , initial temperature $T_1=300$ K

表6-3 C-J面における化学種組成
(表面反応なし, 一次元計算値)

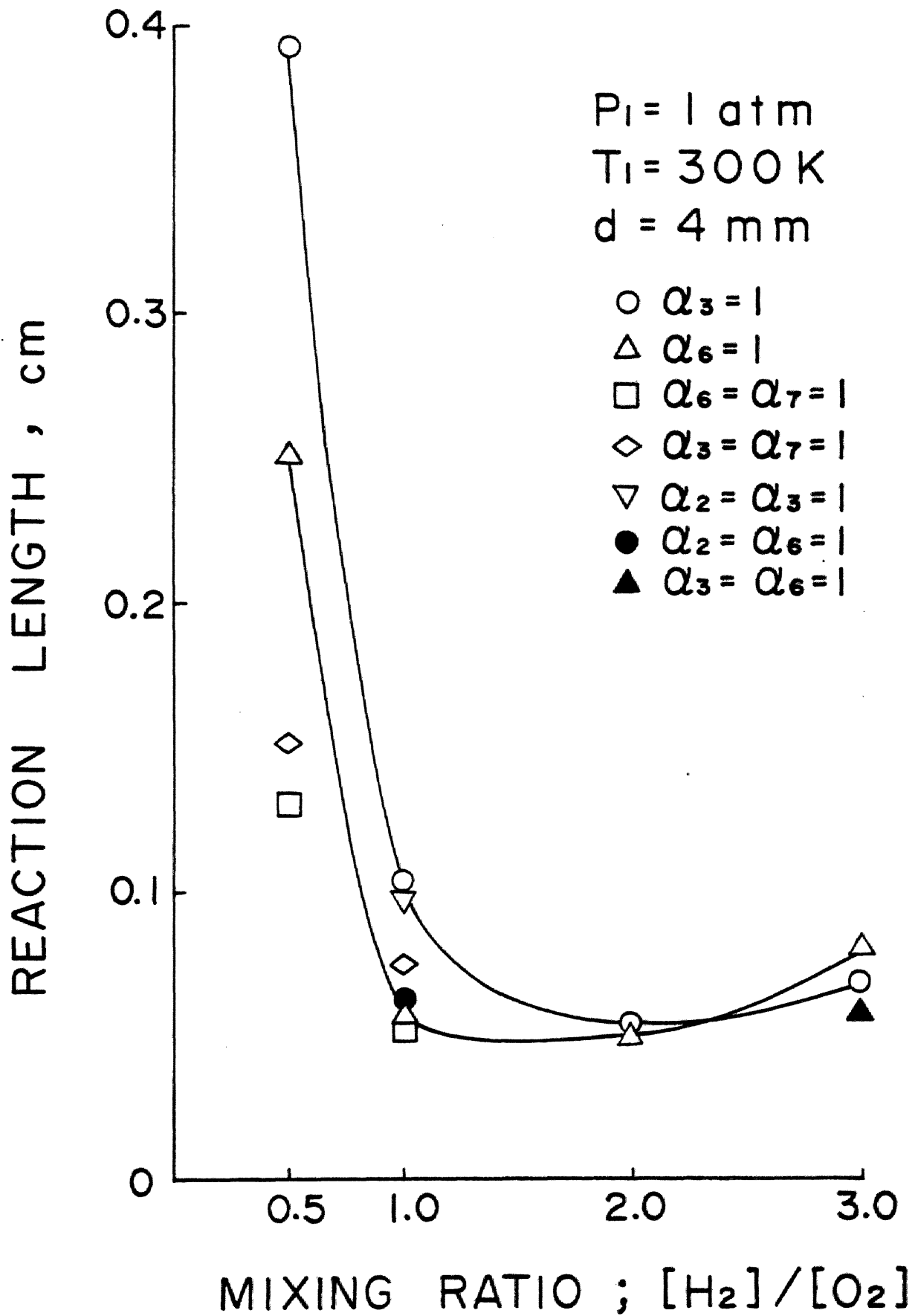


図 6-7 混合比と反応領域長さの関係

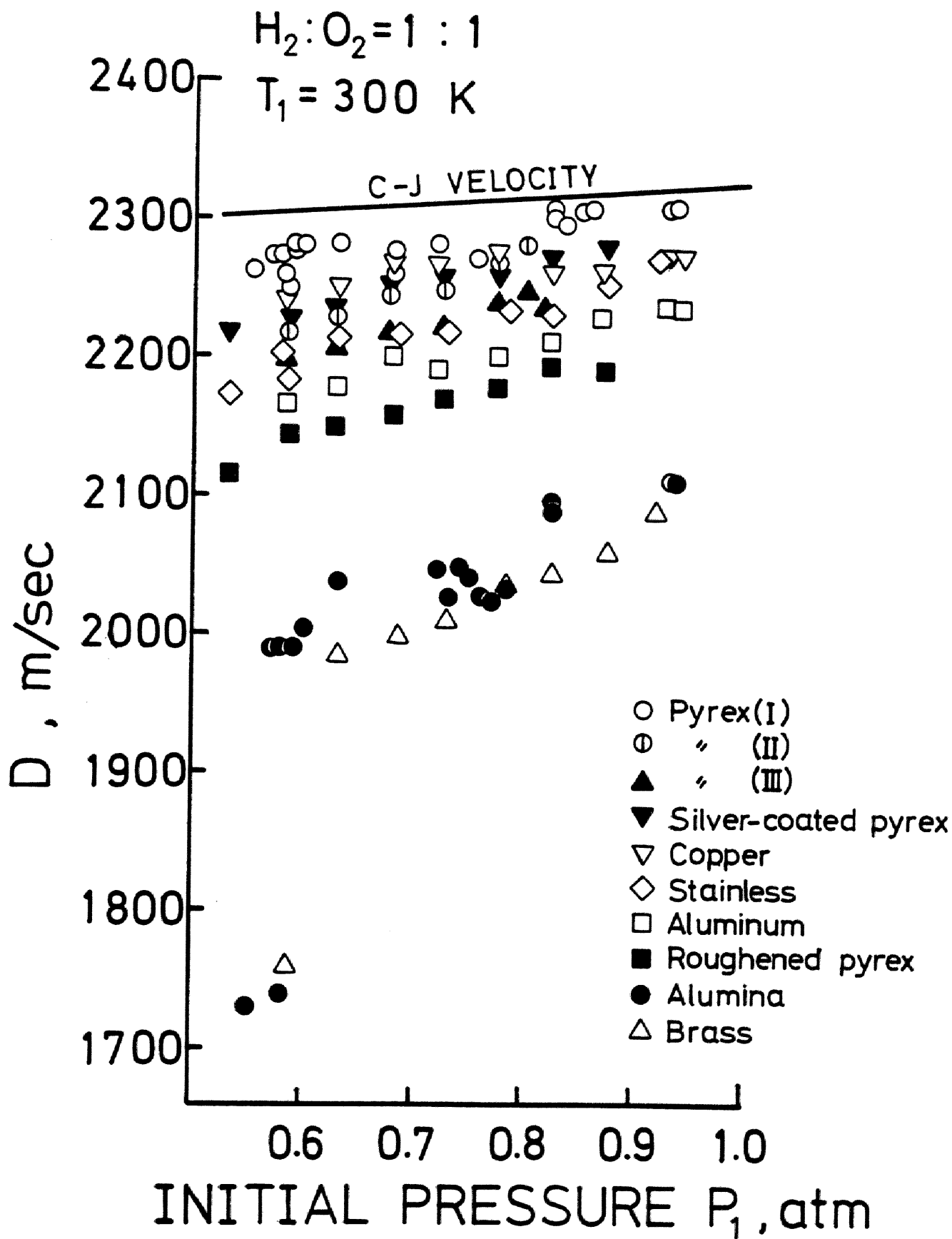


図 6-8 異なる管内におけるデトネーション速度

| Tube | Diameter (mm) | Catalysis | Roughness (μ) | ($\frac{\text{Roughness}}{\text{Radius}}$) (%) | Thermal diffusivity $\lambda/c_p \rho$ at 273K (cm^2/sec) |
|---------------------|--------------------|-----------|---------------------|---|--|
| Pyrex (I) | 4.05 ± 0.10 | X | smooth | | 0.006 |
| Pyrex (II) | 3.95 ± 0.10 | X | smooth | | 0.006 |
| Pyrex (III) | 3.75 ± 0.10 | X | smooth | | 0.006 |
| Silver-coated pyrex | 3.90 ± 0.10 | O | 0.05 | 0.025 | 0.006 |
| Roughened pyrex | 3.95 ± 0.10 | X | 10 | 0.5 | 0.006 |
| Alumina | 3.90 ± 0.10 | O | 30 | 1.5 | 1.01 |
| Aluminum | 3.90 ± 0.10 | O | 6 | 0.3 | 1.01 |
| Stainless | 3.95 ± 0.10 | O | 4 | 0.2 | 0.037 |
| Brass | 3.90 ± 0.05 | O | 8 | 0.4 | 0.301 |
| Copper | 3.95 ± 0.05 | O | 2 | 0.1 | 1.135 |

表6-4 実験で用いられた細管の特性

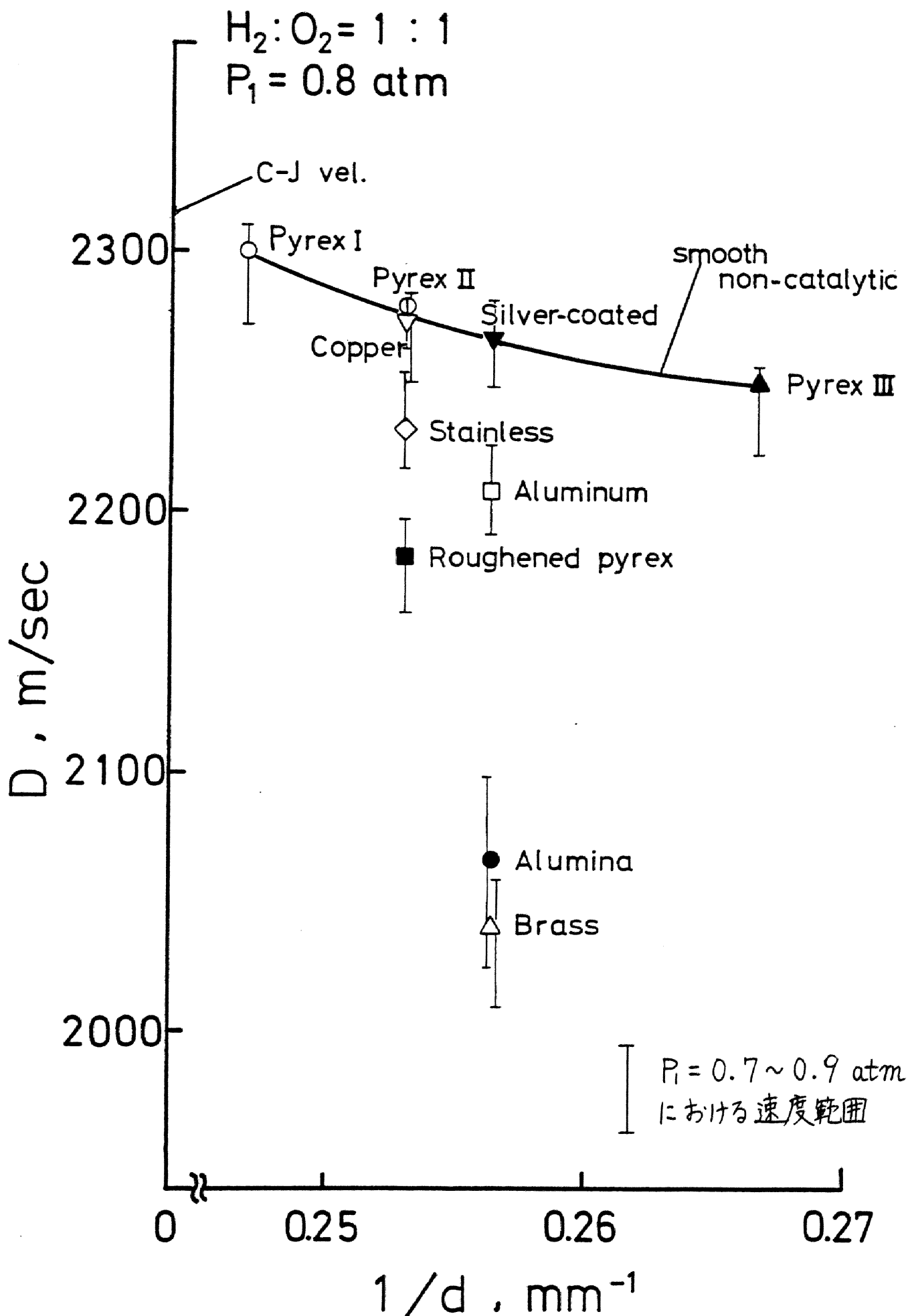


図 6-9 管径とデトネーション速度の関係

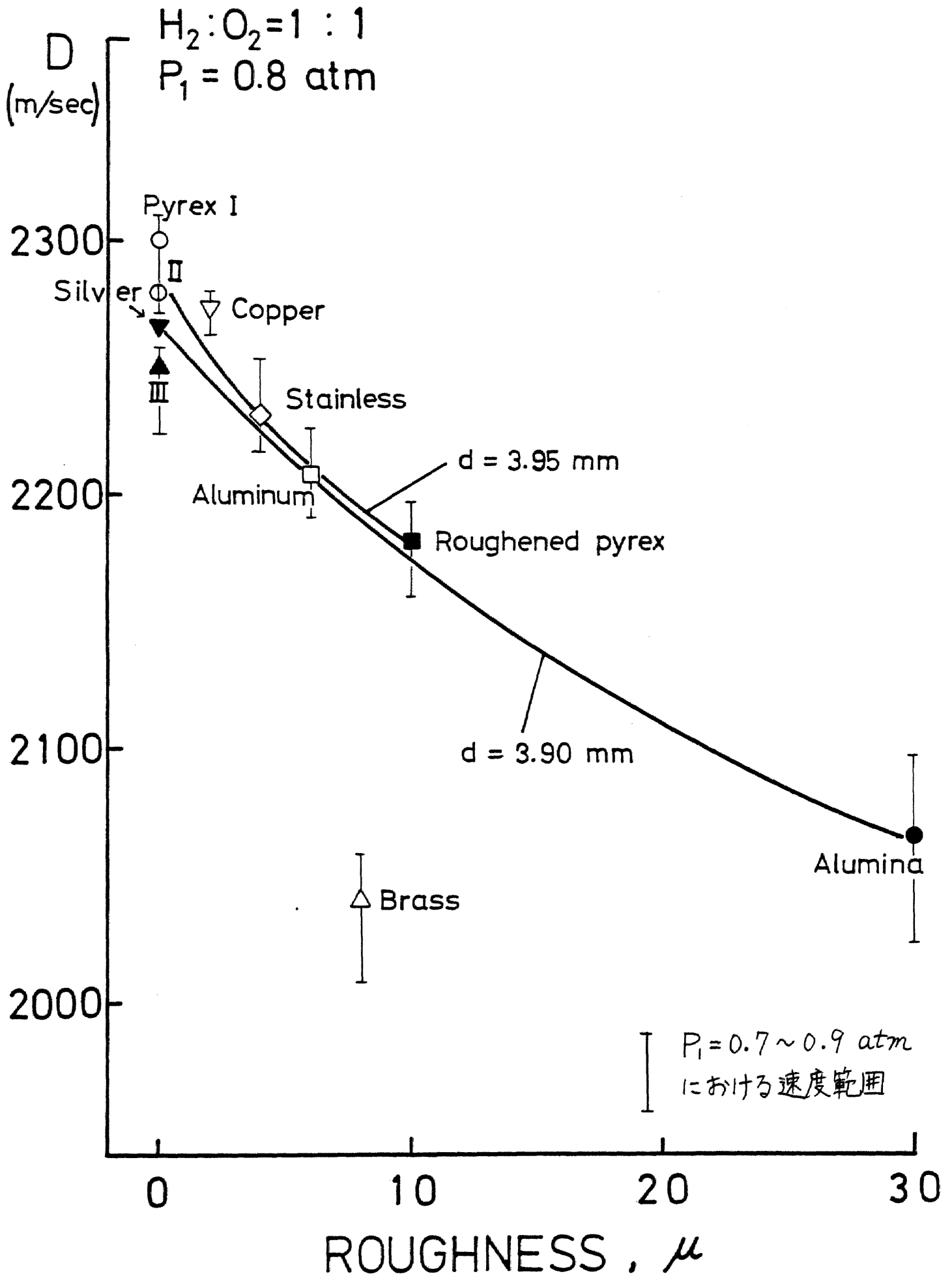


図 6-10 表面粗さとデトネーション速度の関係

第Ⅶ章 結論

本論文は多相デトネーション伝播の速度と機構について基礎的研究を行なったものである。以下に各章で得られた結果を要約する。

第Ⅳ章では気泡を均一に含む液体中での微小圧力波伝播の解析と単一球形気泡の収縮膨張振動の解析，そして数種類の気泡気体を用いて水とグリセリン中における衝撃波到達後の気泡変形の観察が行われ以下の結論を得た。

- (1) 微小圧力波伝播に対して気泡から液体への熱輸送を考慮し，断熱音速と等温音速を含む波動方程式が導かれた。この波動方程式からステップ状圧力波入力と矩形パルス状圧力波入力に対する厳密解が求められ，熱伝達による圧力波の分散が示された。
- (2) 初期半径，ヌッセルト数，無限遠方での圧力上昇立ち上がり時間，粘性を変えた時の単一球形気泡振動が比較され，半径が小さくなると振動周期が短くなること，熱伝導が大きくなると気泡振動は減衰するが

第一ピーク圧力は増加すること，気泡の圧縮には立ち上がり時間と上昇圧力の積が効くこと，グリセリン中では粘性により振動の減衰が生じることが示された。

(3) 実験で用いられた衝撃波管では水とグリセリン中の衝撃波伝播速度は管壁の弾性変形により著しく減少し，分散するのが見られた。

(4) 水中気泡では衝撃波到達後に周期的振動，二重，三重円盤型不安定性，微小気泡への崩壊が観察され，周期的振動は無限遠方でのステップ状圧力上昇と断熱変化を仮定した単一球形気泡の理論的挙動と一致した。

(5) グリセリン中では，扁平気泡の場合には収縮膨張振動は減衰して不安定性は現われず，偏長気泡の場合にはパラシュート型に変形して二重円盤型不安定性が現われた。ただしどちらの場合にも気泡上部が平らになるのが観察された。単一球形気泡の理論的挙動との比較から，グリセリン中では無限遠方での圧力上昇はのこぎり歯型でなければならないことが示さ

れた。

第IV章では第III章で観察された非球形気泡の変形がルジャンドル多項式を用いて解析され以下の結論を得た。

- (1)水中扁平気泡の場合，二重円盤型，三重円盤型の不安定性が生じ，周期も実験とほぼ一致した。
- (2)ルジャンドル多項式の打ち切り次数 $N = 12, 16$ の計算結果が比較され，三重円盤型不安定性までの計算は $N = 12$ で十分であることが示された。それ以降は打ち切り次数に対応する高調波成分が現われ計算は続行できなくなった。
- (3)非球形気泡の縦，横半径平均値の時間的挙動は平均初期半径を用いた球形気泡の半径変化と同じ周期であり，最小寸法付近を除けば平均振幅も一致した。また非球形気泡の方が表面積が大きいため圧縮されやすく，ピーク圧力，温度とも球形気泡の場合よりも高くなった。
- (4)衝撃波で誘起される液体の流れの存在する場合，Kelvin-Helmholtz不安定性により不安定性が現われ

る時刻が静止気泡の場合に比べ早くなった。また偏長気泡の方が扁平気泡に比べて不安定性が強く現われた。

(5)グリセリン中の偏長，扁平，球形気泡の変形が比較され，初期形状が不安定性の発現のし方に影響することが示された。またグリセリン中では無限遠方で加えられる圧力，流速，そして気泡半径が大きいいため水中気泡に比べて不安定性が早く現われ，一回目の最小寸法付近で高調成分が発散した。

第V章ではアルゴン希釈された酸水素混合気を用いてグリセリン中での気泡デトネーションの伝播と気泡の挙動が調べられ，以下の結論を得た。

(1)グリセリン中の酸水素混合気の爆発によって液中衝撃波の増幅，構造の変化そして伝播速度の増加が観察された。

(2)初期気泡半径が小さくなったり駆動圧が低くなったりすると気泡の連続爆発に限界が現われた。

(3)気泡爆発の理論的挙動は実験で得られた挙動とほぼ一致した。

(4) 気泡の爆発伝播と衝撃波伝播は一致しており，気泡デトネーションとみなせることが複数気泡の観察から示された。

(5) 実験で得られた気泡デトネーションは非定常伝播し，速度及びピーク圧力はしだいに減少した。またピーク圧力は一定値に近づく傾向を示した。

(6) 気泡の挙動に基づく気泡デトネーション伝播モデルは実験で得られた伝播速度や速度の圧力依存性を説明した。

第VI章では酸水素デトネーションに対する管壁の効果が伝播速度の測定と理論計算によって調べられ以下の結論を得た。

(1) アルミナ管中の酸水素デトネーション速度の20%におよぶC-J速度からの減少を説明する表面反応は混合気によって異なり，反応領域中に多く生成される活性分子を含む反応である。すなわち， $H_2 + O_2$ 混合気に対しては $O + OH \rightarrow HO_2$ ， $O + O \rightarrow O_2$ ， $H + OH \rightarrow H_2O$ ， $H + H \rightarrow H_2$ など， $H_2 + 2O_2$ 混合気に対しては $O + OH \rightarrow HO_2$ ， $3H_2 + O_2$ 混合気では $H + H \rightarrow H_2$ など

の表面反応である。

(2) 水の吸着を考慮した計算では $H_2 + O_2$, $H_2 + 2O_2$ 混合気に対しては凝縮係数 0.3 , $3H_2 + O_2$ 混合気に対しては凝縮係数 0.5 の場合が実験結果を説明した。この結果は吸着が混合比に影響されないとすると一貫性がないことになる。

(3) 管径 , 触媒性 , 表面粗さ , 熱拡散係数の異なる数種類の管を用いて酸素水素デトネーション伝播速度が比較され , アルミナ管では水の吸着によって速度減少が生じている可能性が示された。また真ちゅう管では触媒作用による速度減少が示された。これは酸化亜鉛 ZnO の触媒作用であろう。

謝 辞

本論文は名古屋大学工学部藤原俊隆教授の懇切な指導を受けてまとめられたものである。

藤原教授には研究を遂行するにあたり研究結果に対する討論，適切な助言，叱咤激励をして頂いたのみならず，研究者として成長する環境と数々の機会を与えて下さいましたことに厚く感謝する次第です。

また同学部保原充教授，大塚新太郎教授には本論文の作製に際し有益な示唆を賜りましたことに対し厚くお礼申し上げます。

名古屋大学工学部航空学科中島時冬(元)助手，青木正雄技官，林光一助手，小塚良昭技官，加藤勇夫技官には論文の準備，実験に対する助言，実験装置の作製など研究の援助をして頂きました。ここに感謝の意を表します。

第Ⅲ章における研究では現ダイキン工業(株)伊藤宏幸君，第Ⅳ，Ⅴ章における研究では航空学科4年安原正俊君と共に研究を行ないました。両君に対し謝意を表

します。

名古屋大学航空学科第三講座諸氏には暖い激励と思
いやりを頂いたことに対し厚くお礼申し上げます。

最後に苦しい時も励まし支えてくれた妻博子に感謝
します。

発表論文

----- 第三章に関する論文

- (1) Fujiwara, T. and Hasegawa, T., Shock Propagation in Liquid-Gas Media, Shock Tubes and Waves, 1982, p.724.
- (2) 長谷川達也, 藤原俊隆, 気泡を含む液体中の衝撃波伝播, 日本航空宇宙学会誌, 第30巻第342号 (1982), p.430.

----- 第四章に関する論文

- (1) Hasegawa, T., Fujiwara, T. and Itoh, H., Shock Wave Deformation of a Nonspherical Gas Bubble in Liquids, The 13th International Symposium on Space Technology and Science, 1982, to be published.

----- 第五章に関する論文

- (1) 長谷川達也, 藤原俊隆, 酸水素気泡の衝撃圧縮による爆発, 流体熱工学研究, 第17巻第1号 (昭57), p.13.
- (2) 長谷川達也, 藤原俊隆, 酸水素気泡を含む液体中の爆発伝播, 日本機械学会論文論文集, 第449巻第442号 (昭58).
- (3) Hasegawa, T. and Fujiwara, T., Detonation in Oxyhydrogen Bubbled Liquids, 19th Symposium (International) on Combustion, 1982.8, to be published.
- (4) 長谷川達也, 藤原俊隆, 爆発性気泡を含むグリセリン中の衝撃波, 工業火薬協会誌, 第44巻第208号 (1983).

----- 第六章に関する論文

- (1) Fujiwara, T. and Hasegawa, T., Oxyhydrogen Detonations under Surface Catalysis, Gasdynamics of Detonations and Explosions, Progress in Astronautics and Aeronautics, 75 (1981), AIAA, p.122.