

直交流形熱交換器の  
伝熱性能向上に関する研究

山下博史



直交流形熱交換器の  
伝熱性能向上に関する研究

昭和53年2月

山下博史

## 目 次

第1章	緒 論	1
	記 号	9
第2章	各流動方式および基本的仮定	12
2.1	各流動方式	12
2.2	基本的仮定	15
第3章	熱貫流係数が場所あるいは流体温度に 依存する場合の解析	18
3.1	緒 言	18
3.2	解析および計算方法	20
3.2.1	仮定および熱貫流係数の関数形	20
3.2.2	両流体とも混合する場合	22
3.2.3	受熱流体のみ混合する場合	28
3.2.4	両流体とも混合しない場合	29
3.3	計算結果および検討	31
3.3.1	$\varepsilon$ と $NTU_c$ の関係	32
3.3.2	$(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$ と $NTU_c$ の関係	37
3.3.3	種々の流動方式の比較および簡便 な設計方法の検討	37
3.4	結 言	46
付録3.1	向流形熱交換器の場合	46
付録3.2	並流形熱交換器の場合	48
付録3.3	固体壁における流れ方向の熱伝導 の検討	50
付録3.4	熱貫流係数が一定な場合の $\varepsilon$ と $NTU_c$ の関係を表す近似式	53
第4章	流体の入口温度変化に対する過渡応答	54

特性の解析	
4.1 緒言	54
4.2 基礎式	57
4.3 計算方法	59
4.3.1 一般の場合	59
(1) 変数変換	59
(2) 計算手順および差分式	59
4.3.2 NTUs が小さい場合	62
(1) 近似化	62
(2) 計算手順および差分式	62
4.4 計算結果および検討	66
4.4.1 4.3.1 項の方法による結果と検討	67
(1) 局所値	67
(2) 温度効率	69
4.4.2 4.3.2 項の方法による結果と検討	71
(1) 4.3.2 項の方法の妥当性	72
(2) 各パラメータの影響	73
4.5 結言	78
付録4.1 定常状態における基礎式	78
付録4.2 パラメータの検討	79
付録4.3 基礎式を一つの従属変数で表した式	79
付録4.4 蓄熱式熱交換器への応用	80
第5章 伝熱面に垂直な方向の温度分布を考慮した解析	82
5.1 緒言	82
5.2 基礎式	86
5.3 計算方法	88
5.3.1 変数変換	89

5.3.2	差分化	90
5.3.3	受熱側と加熱側の伝熱面での結合	92
5.4	計算結果の整理方法	92
5.5	計算結果および検討	94
5.5.1	伝熱面に垂直な方向の温度分布	94
5.5.2	流れ方向の温度分布	94
5.5.3	局所ヌッセルト数の変化	97
5.5.4	$\varepsilon$ と $X_0$ の関係	99
5.5.5	単純熱貫流係数	102
5.6	結 言	103
第6章	透過式熱交換器による実験	104
6.1	緒 言	104
6.2	第5章の解析の拡張	104
6.2.1	基礎式と計算方法	105
6.2.2	計算結果	107
6.3	実験方法	111
6.3.1	実験装置	111
6.3.2	測定方法	113
6.3.3	実験条件	113
6.4	実験結果および検討	113
6.4.1	予備実験	113
6.4.2	熱伝達実験の結果	116
(1)	局所分布	116
(2)	温度効率および単純熱貫流係数	118
6.4.3	物質伝達実験の結果および熱伝達との比較	119
6.5	結 言	121
第7章	結 論	122

文獻  
謝辭

125

133

# 第1章 緒 論

熱交換器は蒸気原動機を始め、火力発電所におけるボイラやそれに付随する装置、および各種の化学工業における熱交換装置など、工業上重要な機器であり、その性能向上に関する研究は各分野において強く要望されている。また、石油資源の窮迫に端を発した世界的なエネルギー危機の下で、緊急な課題となっている新資源の開発および省エネルギー対策においても、広範囲で使用できる熱交換器の開発と性能向上が期待されている。たとえば、前者においては原子力発電の利用、太陽熱、海洋熱および地熱等の低密度あるいは小温度差エネルギーの有効利用、後者においてはあらゆるシステムの熱効率の改善、工場および空調排熱の回収などのための熱交換器の問題などがある。(1)

多種多様の天然資源を利用し、文化的で快適な生活環境を実現するにあたって、エネルギーの活用は必要不可欠の条件である。エネルギーは豊富に自然界に存在しているが、われわれはエネルギー源を発見し、それを取り出し、制御しながら所要の目的が達成されるように伝達または変換しなければならない。このとき、エネルギーが貯蔵されている物質と、エネルギーが与えられるべきものとの間を有限な壁で分離し、この壁を通してエネルギーを伝達させるような装置が必要となる。(2) このような装置のうち、熱エネルギーに関するものが熱交換器であり、それは高温流体と低温流体を固体壁の両側に接して通過させ、熱量を互いに交換し合うことによって、高温流体の冷却あるいは低温流体の加熱を行うことを目的としている。

(2)~(7) このようにして、熱交換器は冷却器および凝縮器と加熱器および蒸発器に分類され、それぞれ数多くの応用例が

ある。

熱交換器内での流体の流動方式としては、並流形、向流形、直交流形およびこれらを組合せたマルチパス形などがあり、本論文ではこのうち直交流形について取扱う。直交流形は2流体を固体壁の両側に互いに直角に流す方式であるが、主としてその解析上の目的から、Smith<sup>(8)</sup>は、両流体とも各断面で横方向に混合しない場合、一方の流体のみ混合する場合および両流体とも混合する場合に分類している。直交流形の例としては、ボイラの子熱器のように管群に流体が直角に流れる形式の管列形、自動車用ラジエータなどのようなフィンチューブ形、およびオイルクーラやカーヒータなどに用いられているプレートフィン形などがある。とくに、プレートフィン形は近年のろう着技術の進歩およびフィン列の適正化によって、小形軽量で高伝熱性能が得られるということから、いわゆるコンパクト熱交換器として広く適用されている。<sup>(9)</sup>

熱交換器の設計に当っては、数多くの考慮すべき点があるが、最も基本的なものは、本来の目的である熱交換に直接関与する熱伝達性能と、装置全体としての設備費および運転費に大きな影響を与える圧力損失に関する特性である。本論文ではこのうち熱伝達特性を取扱う。前に述べたように、熱交換器には2流体を隔離するための固体壁が必要となるが、この壁は熱移動に対しては大きな抵抗となる。この熱抵抗の大きさを確立することは伝熱工学における基本的テーマであり、従来より数多くの研究がなされ、その成果は多数の著書<sup>たとえば</sup>(10)(11)あるいは実用設計のための便覧<sup>たとえば</sup>(6)(12)に収録されている。

われわれはこれらの便覧を利用することにより、実際の熱交換器について、熱交換性能に関する設計を行うことができ



る。この場合、従来からよく用いられている設計法として、二つの方法、すなわち修正係数法および $\varepsilon$ -NTU法がある。<sup>(13)</sup>修正係数法は、種々の流動方式の場合にとるべき平均温度を、向流形の場合の対数平均温度差に修正係数をかけた形で表し、この修正係数を図あるいは表から求めることによって設計する方法である。この方法では、平均温度を逐一計算によって求める労力を、図あるいは表を用いることによって軽減している。修正係数の図および表はBowmanら<sup>(14)</sup>によって与えられている。このような図および表による方法は簡単ではあるが、この図および表の性格上、修正係数の値を求める場合に誤差が大きくなることがある。また、流体の出口温度が既知でないような場合には、試行錯誤法によらなければならない。Roetzelら<sup>(15)</sup>はこれらの欠点を避け、さらにコンピュータによる設計のために、修正係数の近似式およびその式の係数を示しているが、この式は計算時間をかなり必要とする関数形で表現されている。また本来、修正係数法は間接的な方法であり、そのインプリシットな性格のためにコンピュータによる設計には適していない。もう一つの設計法である $\varepsilon$ -NTU法では、修正係数法におけるような欠点がなく、コンピュータによる設計に適している。以上の理由により、本論文では $\varepsilon$ -NTU法に基づいた方法で熱交換器の性能の評価および検討を行う。

$\varepsilon$ -NTU法の概略について以下に説明する。この方法は温度効率 $\varepsilon$ が、熱交換器内の流体の各流動方式について、2つの無次元数すなわち伝熱ユニット数NTUおよび水当量比 $R_w$ の関数となることに基づいている。ここで、 $\varepsilon$ 、NTUおよび $R_w$ はそれぞれつぎのように定義される。<sup>(16)</sup>

$$NTU \equiv \frac{KA}{W_{\min}}$$

$$R_w \equiv \frac{W_{\min}}{W_{\max}}$$

$$\epsilon \equiv \frac{q}{q_{\max}} = \frac{W_h(\theta_{h1} - \theta_{h2})}{W_{\min}(\theta_{h1} - \theta_{c1})} = \frac{W_c(\theta_{c2} - \theta_{c1})}{W_{\min}(\theta_{h1} - \theta_{c1})}$$

ここで、 $K$  は熱貫流係数、 $A$  は伝熱面積、 $W$  は水当量すなわち流体の重量流量と比熱の積であり、 $\theta$  は温度を表す。添字  $c$  および  $h$  はそれぞれ受熱流体および加熱流体を示し、 $1$  および  $2$  はそれぞれ熱交換器の入口および出口を示す。また、 $W_{\min}$  および  $W_{\max}$  はそれぞれ  $W_c$  および  $W_h$  の小さい方と大きい方の値を示す。とくに、 $NTU$  は熱交換器の「伝熱性能に関する大きさ」を表す無次元的な指標と考えることができる。本論文では便宜上、 $W_{\min} = W_c$  および  $W_{\max} = W_h$  として、

$$NTU = NTU_c = \frac{KA}{W_c}$$

$$R_w = \frac{W_c}{W_h}$$

$$\epsilon = \frac{\theta_{c2} - \theta_{c1}}{\theta_{h1} - \theta_{c1}}$$

となり、温度効率  $\epsilon$  は受熱流体の出口温度を無次元化したものとなる。 $\epsilon$ - $NTU$ 法における  $\epsilon$  と  $NTU$  の関係は、熱交換器の理論の基本的なものであり多くの著書に表あるいは図によって示されている。<sup>(17)(18)</sup> 近年この方法は発展され、たとえば、Schmidtら<sup>(19)</sup> はコンピュータ・シミュレーションのために、各種の流動方式について、 $\epsilon$  と  $NTU$  の関係を多項式で近似する方法を示しその係数を与えた。また、Clayton<sup>(20)</sup> は拡大伝熱面におけるフィン効率と同様な概念を用いて、温度効率と

簡単な関係をもつ新しい効率を提案している。

以上、順を追って説明してきたように、本論文では、熱交換器において流動方式が直交流形の場合について、熱伝達特性を $\epsilon$ -NTU法に基づいた方法で評価・検討し、その性能向上のための研究を行った結果を報告する。

直交流形熱交換器に対するこのような研究は、その理論解析が並流形および向流形に比べてかなり困難であるにもかかわらず、その構造がコンパクトとなるので応用範囲が広く、今までに数多く発表されている。定常状態で熱貫流係数があらかじめ一定な値で与えられているような場合についての理論解析はかなり進んでおり、以下にその概要を纏める。初めに解析を行ったのは Nusselt<sup>(21)(22)</sup> であり、とくに両流体とも混合しない場合を取扱った。まず、彼は加熱流体の熱量減少量、受熱流体の熱量増加量および両流体間における伝達熱量が等しいとして、加熱流体および受熱流体温度についての、熱交換器内の位置を定める直角座標に関する2つの1階偏微分方程式を導いた。そして、最初の論文<sup>(21)</sup>で、一方の温度を消去することにより、他方の温度についての2階偏微分方程式を求め、この解を指数関数とベッセル関数の積の定積分として表し、図式積分によって数値例を示している。しかし、この方法では考慮している面積のおのおのの値に対して非常に繁雑な積分を実行する必要がある。2番目の論文<sup>(22)</sup>では、より簡単で一般的な解法を示した。これは2つの1階偏微分方程式をそれぞれ加熱流体あるいは受熱流体温度についての常微分方程式とみなすことにより、それぞれの解を求め、この解から一方の温度についての積分方程式を導出し、これを級数を用いて解いたものである。泉<sup>(23)</sup>は2階偏微分方程式を2元ラプラス変換を用いて Nusselt の第1の解を導出すると

ともに、像関数を級数展開することにより逆変換して収れんの良い級数解を求めた。Smith<sup>(8)</sup>は前述のように直交流形を3つの場合に分類し、Nusseltらが取扱った両流体とも混合しない場合については解を2重無限級数の形で与え、さらに他の2つの場合についても取扱い解析解を求めた。その他、小林<sup>(24)</sup>の差分法による解もある。これらの解析を基礎として、さらに直交流形熱交換器の性能向上を旨とした研究としては石丸ら<sup>(25)</sup>の研究がある。彼らは流量分布および伝熱面積分布を変化させることにより、受熱流体出口温度が横方向に一様化し、温度効率が大きくなることを解析および実験で示した。

以上のようにすでに数多くの研究があるが、これらはすべて物性値および熱貫流係数などの熱伝達特性量を一定と仮定し、静特性として定常状態での性能のみを取扱っている。また、熱貫流係数は熱交換器内の流動状態とは無関係に既知量であると仮定している。しかしながら、今日のように高度な設計が要求されてくると、このような理想的かつ簡便な解析ではその要求に十分答えることができない。そこで、物性値および熱伝達特性量が変化するような問題、動特性のような非定常状態の問題および熱貫流係数を流動状態から求めるような問題については詳細な研究が必要となっている。

本論文では以上の3課題について、とくに熱交換器の熱伝達特性に関係する解析を行った結果を報告する。また、3番目の課題については対応する実験を行ったので、その結果についても報告する。

これらの課題に対しては、もはや解析的に厳密解を求めることは困難であり、今日急速な進歩を遂げその大型化と高速化がますます進みつつある電子計算機による数値計算によっ

て解析を行わなければならない。とくに、差分法は微分方程式を能率的に精度よく解くという実用面からの強い要請に応じて整備されているので、本研究では主としてこの方法を用いた。

第2章では、3課題について報告する準備として、各種の流動方式とそれらに対応する従来の理論による $\varepsilon$ と $NTU_c$ の関係について示す。また、第3章～第6章における理論解析で用いる基本的仮定について説明する。

第3章では、物性値および熱伝達特性を表す量が増加する場合として、とくに熱貫流係数が場所あるいは流体温度に依存する場合の解析<sup>(26)</sup>について報告する。主として両流体とも混合しない直交流形について解析を行うが、両流体とも混合する場合および受熱流体のみ混合する場合、また向流形および並流形についても考察を加える。

第4章では、動特性のような非定常状態の場合として、とくに流体の入口温度のステップ変化に対する過渡応答特性の解析<sup>(27)</sup>について報告する。ここでは、両流体とも混合しない直交流形についてのみ検討する。

第5章では、熱貫流係数を熱交換器内の流動状態から求めるような場合として、とくに伝熱面に垂直な方向の温度分布を考慮した解析<sup>(28)</sup>について報告する。ここでは、両流体とも混合しない直交流形を中心に、並流形および向流形についても対比しながら検討を加える。

第6章では、第5章の解析を拡張するとともに、解析に対応した透過式熱交換器を用いた実験<sup>(29)</sup>について報告する。ここでは、向流形および並流形に対して、熱伝達と物質伝達について別個に実験を行った結果について検討する。

第7章では、結論として第3章～第6章の結果が総括され、

今後の展望が示される。

## 記号

- $A$  : 伝熱面積  $m^2$   
 $A_c, A_h$  : 流路断面積  $m^2$   
 $c$  : 比熱  $kcal/kg\ ^\circ C$   
 $D$  : 拡散係数  $m^2/h$   
 $d_e$  : 等価直径  $m$   
 $\dot{G}$  : 重量流量  $kg/h$   
 $G_s$  : 固体壁重量  $kg$   
 $I, J, K$  : 差分点番号  
 $K$  : 熱貫流係数  $kcal/m^2 h\ ^\circ C$   
 $K'$  : 単純熱貫流係数  $kcal/m^2 h\ ^\circ C$   
 $K_0$  :  $x=0$  あるいは  $\theta_c = \theta_{c1}$  での  $K$  の値  $kcal/m^2 h\ ^\circ C$   
 $\bar{K}_x, \bar{K}_0$  : 平均熱貫流係数  $kcal/m^2 h\ ^\circ C$   
 $k$  : 物質移動係数  $m/h$   
 $m, m', n, n'$  : 定数  
 $NTU_c$  : 受熱流体に関する伝熱ユニット数  
 $NTU_h$  : 加熱流体に関する伝熱ユニット数  
 $NTU_s$  : 固体壁に関する伝熱ユニット数  
 $NTU'_c$  :  $K \equiv K'$  とする場合の受熱流体に関する伝熱ユニット数  
 $NTU_c^\circ$  :  $K$  が変化する場合に,  $K_0$  を用いて定義した受熱流体に関する伝熱ユニット数  
 $NTU_h^\circ$  :  $K$  が変化する場合に,  $K_0$  を用いて定義した加熱流体に関する伝熱ユニット数  
 $Nu$  : ヌッセルト数  
 $Nu_K$  : 熱貫流係数の無次元表示  
 $Pe$  : ペクレ数

- $R$  : 滞留時間比  
 $Re$  : レイノルズ数  
 $R_L$  : 流路長さ比  
 $R_w$  : 木当量比  
 $R_\alpha$  : 熱伝達率比  
 $R_\lambda$  : 熱抵抗比  
 $Sh$  : シャウツド数  
 $t, \tau, T$  : 時間に関する変数 (h あるいは無次元)  
 $v$  : 流速  $m/h$   
 $W$  : 木当量  $kcal/h^\circ C$   
 $X, Y, Z$  : 無次元変数  
 $X_i, Y_i, Z_i$  : 差分法のための変数  
 $x, y, z$  : 座標  
 $x_0$  : 受熱側の無次元流路長さ  
 $y_0$  : 加熱側の無次元流路長さ  
 $x_0$  : 伝熱面の  $x$  方向の大きさ, すなわち受熱側の流路長さ  
 $y_0$  : 伝熱面の  $y$  方向の大きさ, すなわち加熱側の流路長さ  
 $z_c$  : 受熱側の流路厚さ  
 $z_h$  : 加熱側の流路厚さ  
 $\alpha$  : 熱伝達率  $kcal/m^2 h^\circ C$   
 $r$  : 比重量  $kg/m^3$   
 $r'$  : 水蒸気濃度  $kg/m^3$   
 $\varepsilon$  : 温度効率, すなわち無次元化された受熱流体出口平均温度あるいは「湿度効率」  
 $\varepsilon'$  : 無次元化された加熱流体出口平均温度  
 $\varepsilon_0$  :  $K \equiv K_0$  の場合の温度効率



$\bar{\epsilon}_x, \bar{\epsilon}_0$  :  $K = \bar{K}_x$  あるいは  $\bar{K}_0$  の場合の温度効率

$\theta$  : 温度  $^{\circ}\text{C}$

$\Theta$  : 無次元温度

$\theta_0$  : 初期温度  $^{\circ}\text{C}$

$\tau$  : 滞留時間 h

$\lambda$  : 熱伝導率 kcal/m h  $^{\circ}\text{C}$

$\Delta x, \Delta X$  : 差分のきざみ幅

$\Delta y, \Delta Y$  : 差分のきざみ幅

$\Delta t, \Delta t', \Delta T$  : 差分のきざみ幅

### 添 字

c : 受熱側

h : 加熱側

m : 平均

s : 固体壁

1 : 熱交換器の入口

2 : 熱交換器の出口

\* : 定常状態

## 第2章 各流動方式および基本的仮定

### 2.1 各流動方式

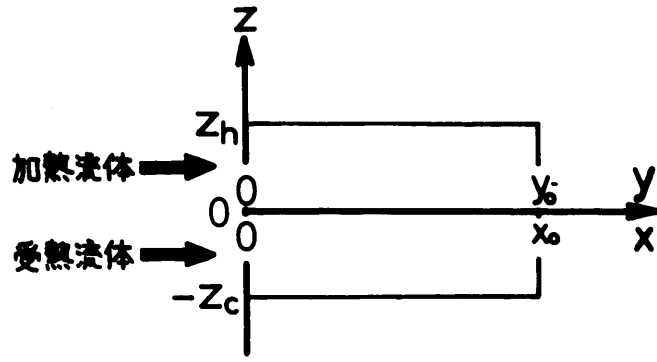
本論文では主として直交流形について取扱うが、比較のために並流形および向流形についても考察を加える。これらの流動方式をそれぞれ図2-1に示す。図のような座標系において、受熱流体は厚さ  $z_c$ 、長さ  $x_0$  の流路を  $x$  方向に、加熱流体は厚さ  $z_h$ 、長さ  $y_0$  の流路を  $y$  方向に流れる。並流形および向流形においては  $x_0 = y_0$  となり、直交流形においては受熱側の流路幅は  $y_0$ 、加熱側の流路幅は  $x_0$  となる。伝熱面に垂直な方向は  $z$  方向であり、固体壁の位置を  $z=0$  とし、その厚さを考えない。なお、第3章および第4章の解析においては、 $z$  方向は考える必要がない。

直交流形において「流体が混合する」とは、その流体が流れに対して横方向に完全に混合していると考え、温度がその方向に一様になっていることを意味し、この場合にはその方向の温度分布を考慮する必要がなくなり解析が容易になる。

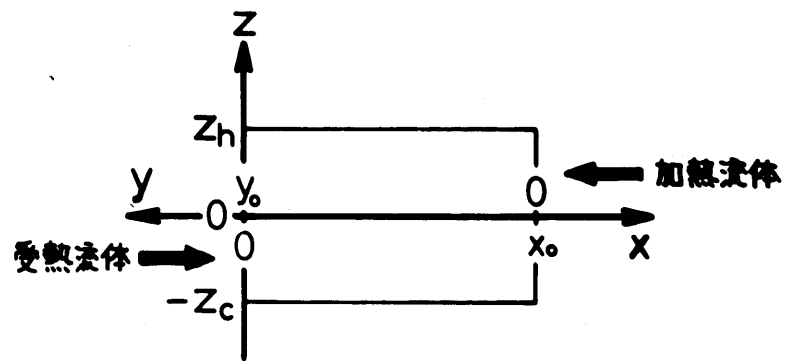
参考のために、定常で熱貫流係数が一定な場合の従来の理論解析による  $\varepsilon$  と  $NTU_c$  の関係を図2-2(a)および(b)に示す。図2-2(a)は  $R_w = 1.0$  として各流動方式について示したものであり、図2-2(b)は両流体とも混合しない直交流形について  $R_w$  をパラメータとして示したものである。

なお、直交流形で受熱流体が混合しない場合には、その出口温度  $\theta_{c2}$  は横方向に分布を持つので、この場合の温度効率  $\varepsilon$  すなわち受熱流体出口平均温度は次式で計算される。

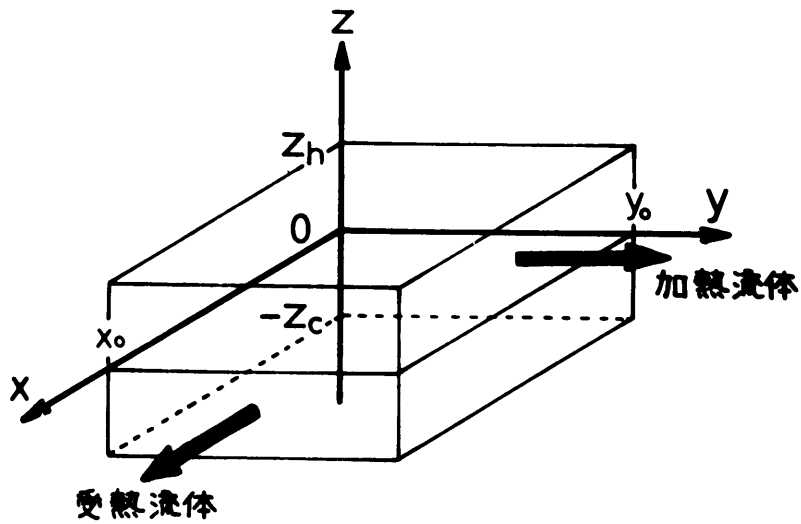
$$\varepsilon = \int_0^1 \theta_{c2} dy \quad \text{----- (2-1)}$$



(a) 並流形

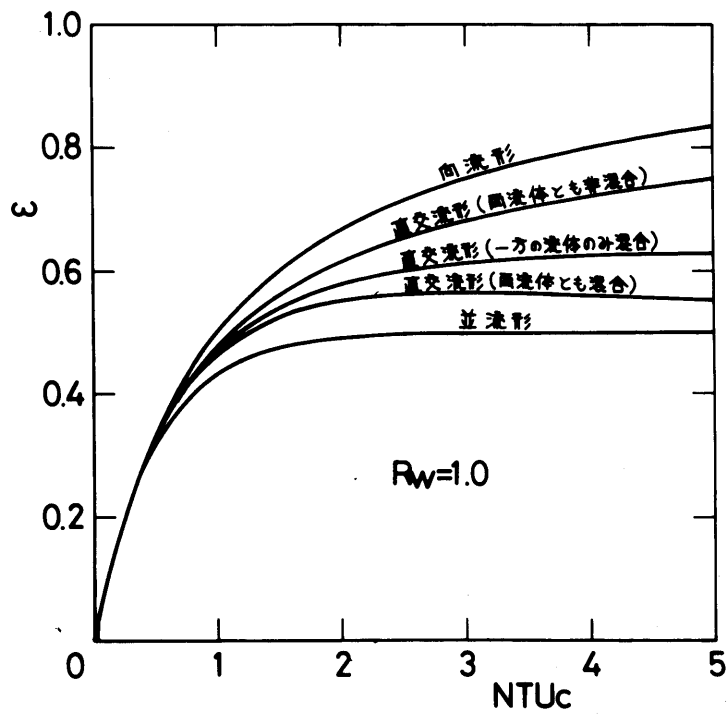


(b) 向流形

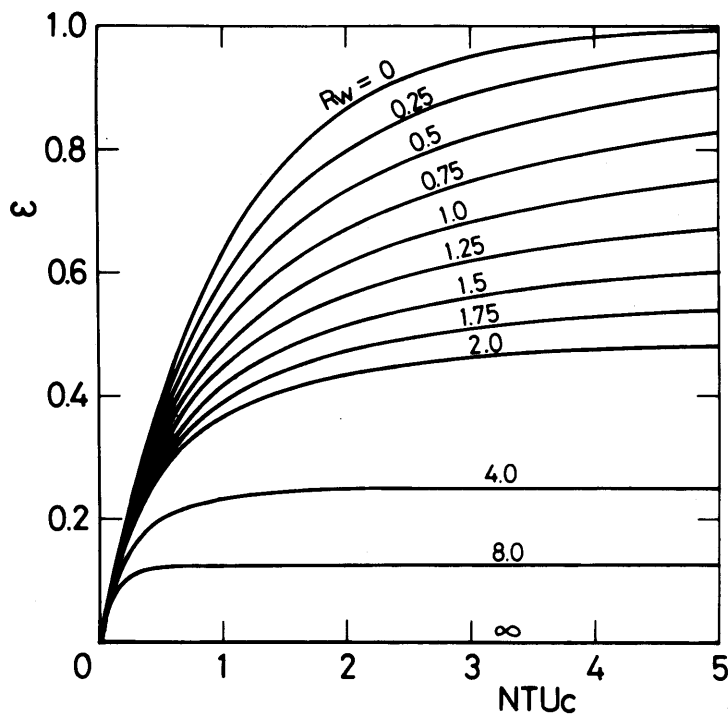


(c) 直交流形

图2-1 流动方式



(a) 各流動方式 ( $R_w = 1.0$ )



(b)  $R_w$  の影響 (両流体とも混合しない直交流形)

図2-2  $\epsilon$  と  $NTU_c$  の関係 (定常,  $K$  が一定)

また，加熱流体が混合しない場合には，その出口平均温度 $\varepsilon'$ は次式で計算される。

$$\varepsilon' = \int_0^1 \theta_{h2} dx \text{ ----- (2-2)}$$

## 2.2 基本的仮定

第3章～第6章における理論解析では，一部を除き共通な仮定を行っているので本節で纏めておく。

各章に共通な仮定としてはつぎのものがある。

- (1) 流体の比熱および比重を一定とする。—— 温度差あるいは圧力差の比較的小さい流れを考える。
- (2) 流体の流れ方向および横方向すなわち $x$ および $y$ 方向の熱伝導を無視する。—— プラントル数の比較的大きい流れ，あるいは流路の厚さが長さに対して小さいような場合を考える。
- (3) 固体壁においては熱は伝熱面に垂直な方向にのみ伝わり，またその方向の温度分布は一様とみなせるとする。—— 固体壁の厚みはその伝熱面の大きさに比べて十分小さい場合を考える。（付録3.3参照）
- (4) 粘性散逸，発熱あるいは吸熱はないとする。—— 摩擦熱を伴うような高速気流を考えない。
- (5)  $du = c_v d\theta$  あるいは  $di = c_p d\theta$  となるような過程を考える。（ $u$ ：内部エネルギー， $c_v$ ：定容比熱， $i$ ：エンタルピ， $c_p$ ：定圧比熱）—— 定積変化あるいは定圧変化となる過程，または非圧縮性流体を考える。

各章により異なる仮定としてはつぎのものがある。項目ごとに適用する章を明示して記述する。

## (6) 固体壁の比熱および比重量

(6-1) 第4章 ---- 一定とする。

(6-2) 第3章, 第5章, 第6章 ---- 考慮する必要がない。

## (7) 流体の伝熱面に垂直な方向の温度分布

(7-1) 第3章, 第4章 ---- 分布は考えずその方向の平均値で代表させる。

(7-2) 第5章, 第6章 ---- 考慮する。

## (8) 流体における伝熱面に垂直な方向の熱移動, それに関連して熱伝導率および熱伝達率あるいは熱貫流係数

(8-1) 第3章 ---- 熱移動量は加熱流体および受熱流体の間の温度差と熱貫流係数の積で表される。したがって, 熱伝導率および熱伝達率は考慮する必要がない。また, 熱貫流係数は場所あるいは流体温度に依存して変化する。

(8-2) 第4章 ---- 熱移動量は加熱流体と固体壁および受熱流体と固体壁の間の温度差と熱伝達率の積で表される。したがって, 熱伝導率は考慮する必要がない。また, 熱伝達率は一定とする。

(8-3) 第5章, 第6章 ---- 熱移動量は加熱流体および受熱流体のそれぞれの伝熱面に垂直な方向の温度こう配と熱伝導率の積で表される。したがって, 熱伝達率および熱貫流係数は用いない。また, 熱伝導率は一定とする。

## (9) 流速

(9-1) 第3章, 第4章, 第5章 ---- 一定かつ一様とする。

(9-2) 第6章 ---- 一定かつ十分発達した層流とする。

## (10) 定常・非定常

(10-1) 第3章, 第5章, 第6章 ---- 定常とする。

(10-2) 第4章 ---- 非定常とする。

(11) 外部への熱損失

(11-1) 第3章, 第4章, 第5章 ---- ない。

(11-2) 第6章 ---- ある, ないの両方の場合を考える。

### 第3章 熱貫流係数が場所あるいは流体温度に 依存する場合の解析<sup>(26)</sup>

#### 3.1 緒 言

従来、大部分の熱交換器の解析においては熱貫流係数 $K$ は一定と仮定されていたが、実際には熱交換器内において場所あるいは流体温度に依存して変化することが多い。たとえば、熱貫流係数が変化するような現象としては、熱交換器内の構造によるもの、温度助走区間におけるように温度分布が未発達なことによるもの、沸騰、凝縮および凍結などの状態変化が局所的に起こることによるもの、あるいは粘性などの物性値の温度変化によるものなどが考えられる。このような場合、熱貫流係数の値として、しばしば伝熱面全体についての平均値、入口および出口の値の算術平均値、あるいは熱貫流係数が流体温度に依存する場合には入口および出口の流体温度の算術平均値に対応する値を用いて設計が行われた。<sup>(16)(30)(31)</sup>しかしながら、このような簡便な方法では、熱貫流係数の変化が大きい場合にはかなりの誤差が予測される。

これに対し、Roetzel<sup>(32)(33)</sup>は、そのような簡便な方法による平均値ではなく、より適切な平均値を熱交換器内の1点あるいは2点における熱貫流係数の値を計算することにより近似的に述べる方法を提出し、この値を用いれば必要な伝熱面積を精度よく計算できることを示した。この方法は始め向流形および並流形熱交換器に対して用いられたが、<sup>(32)</sup>その後直交流形に対しても拡張された。<sup>(33)</sup>しかし、この方法では適切な熱貫流係数の値を求めるときに、個々の問題において、その場所あるいは流体温度に対する変化をある関数形で指定す



る必要がある。また、この方法は近似的な手法となるので、たとえば Peter<sup>(34)</sup> は Roetzel の方法を種々の工学上重要な場合について適用し、温度および場所の両方の影響があるような場合には十分な精度の結果が得られないことを示している。

そこで、始めから熱貫流係数  $K$  の変化をある関数形で与えることにより、直接伝熱面積および温度効率を求めるような方法について考える。 $K$  が場所に依存する場合は比較的解析が容易であり、Schack<sup>(35)</sup> により、向流形および並流形について  $K = K_0(1 + m x^n)$  と仮定して解析がなされ、温度分布および温度効率が求められた。 $K$  が流体温度に依存する場合には、最初に Colburn<sup>(36)</sup> により、向流形について  $K$  を受熱流体温度の一次関数として  $K = K_0(1 + m \theta_c)$  と仮定することにより解析された。その結果、熱貫流係数のかわりに、 $K$  の関数形における  $K_0$  および  $m$  の値と出入口における流体温度によって定まる  $K'$  という値を用いることにより、交換熱量が、 $K$  が一定な場合と同様な形式で、すなわち  $K'$ 、対数平均温度差および伝熱面積の積で表されることが示された。Kern<sup>(37)</sup> はこの  $K'$  を “single overall coefficient” と名付け、ままた  $K'$  の値に対応する温度すなわち  $K' = K_0(1 + m \theta'_c)$  における  $\theta'_c$  を “caloric temperature” と呼んだ。“single overall coefficient” は泉<sup>(38)</sup> によって単純熱貫流係数と訳されている。KaO<sup>(39)</sup> は多パス熱交換器について Colburn の “caloric temperature” の概念を適用し、多くの場合についてかなりの精度で解析が可能であることを示した。その他、並流形および向流形に対して、Coxら<sup>(40)</sup> のように  $K = K_0 \{1 + m(\theta_h - \theta_c)^n\}$  と仮定した解析も行われている。

以上のように、これまでに行われた解析は主として向流形および並流形に対するものであり、直交流形に対するものは

ほとんど取扱われていない。また、 $K$ の関数形におけるパラメータ  $m$  および  $n$  の影響について、系統的かつ定量的な説明はなされておらず、しかも温度効率に対する影響が明示されていない。さらに、従来の簡便な方法によるものとの比較も十分でなく、その厳密な検討がなされていない。

このような観点から、本章では、直交流形で両流体とも混合する場合、受熱流体のみ混合する場合および両流体とも混合しない場合について、熱貫流係数が場所あるいは流体温度に依存するとして、 $K$ をある関数形で仮定することにより解析を行った。そして、 $K$ の関数形におけるパラメータの影響について、系統的かつ定量的な説明を行い、温度効率に対する影響を明示した。さらに従来の簡便な方法との比較・検討を行った。また、並流形および向流形についても計算を行い、 $K$ の変化の影響の流動方式による差異を示した。これらの解析は主として数値計算によって行い、割線法<sup>(41)</sup>、ルンゲ・クッタ・ギル法<sup>(42)</sup> および中心差分法<sup>(43)</sup> を用いた。

## 3.2 解析および計算方法

### 3.2.1 仮定および熱貫流係数の関数形

理論解析を行うに当たり、2.2節の基本的仮定(1),(2),(3),(4),(5),(6-2),(7-1),(8-1),(9-1),(10-1)および(11-1)をもうける。とくに、仮定(8-1)のように、熱貫流係数 $K$ は場所あるいは流体温度に依存して変化すると仮定するが、ここでは $K$ をつぎのように3つのパラメータを有する関数形で与える。

$K$ が場所に依存する場合には、とくに $x$ のみの関数として、

$$[I] \quad K = K_0 (1 + m' x^n) \text{ ----- (3-1)'}$$

K が流体温度に依存する場合には，とくに  $\theta_c$  のみの関数として，

$$[II] \quad K = K_0 (1 + m' \theta_c^n) \text{ ----- (3-2)'}$$

K を  $K_0$  ，  $x$  を  $x_0$  ，  $\theta_c$  を  $(\theta_c - \theta_{cl}) / (\theta_{hl} - \theta_{cl})$  の形で無次元化すると，式(3-1)'および(3-2)'はつぎとなる。

$$[I] \quad K = 1 + m x^n \text{ ----- (3-1)}$$

$$[II] \quad K = 1 + m \theta_c^n \text{ ----- (3-2)}$$

結局，無次元化されたKの変化は2つのパラメータ  $m$  および  $n$  を有する関数形で表され， $K_0$  は伝熱ユニット数  $NTU_c^\circ$  および  $NTU_h^\circ$  の定義に組み込まれることになる。

Kの変化をこのような関数形で与えることの妥当性についてはつぎのように考える。Kが変化するような現象は種々考えられるが，その多くはKがある基準の値からなめらかな単調変化をするような場合であると考えられる。このような変化は  $K = 1 + m x^n$  あるいは  $K = 1 + m \theta_c^n$  ( $x$  および  $\theta_c$  のかわりに，それぞれ  $y$  および  $\theta_h$  も考えられるが，本論文ではこのような場合は省略した) という関数形で十分近似しうると考える。ところで，直交流形の場合には，Kは  $x$  および  $y$ ，あるいは  $\theta_c$  および  $\theta_h$  の関数とするのが普通であるが，片側の流路の熱伝達率の変化のみが重要となる場合も考えられる。たとえば，一方の流路の熱伝達率が他方のそれに比べてかなり小さく，その変化のみの影響が現れる場合，局所的な凍結・凝縮現象，粘性係数などの物性値の変化あるいは熱交換器の構造上の原因などにより一方の流路の熱伝達率のみが大きく変化する場合などである。また，並流形および向流形の場合との比較を行うためにも， $x$  および  $\theta_c$  のみの関数と

した方が都合がよい。さらに、この関数形は  $x$  あるいは  $\theta_c$  に対する依存の程度を表す  $m$ 、および依存の様相を表す  $n$  という明確な意味をもつ 2 つだけのパラメータを有し、 $K$  の変化が熱伝達特性に及ぼす影響を一般的に議論する場合に非常に有効であると考えられる。

$K$  がより複雑な変化をする場合には、このような簡単な関数形は適用できないが、本章で用いた数値計算はより複雑な関数形に対しても容易に実行することができる。

境界条件は無次元化した上でつぎのように与える。

$$\begin{aligned} x = 0 \quad , \quad \theta_c = \theta_{c1} = 0 \\ y = 0 \quad , \quad \theta_h = \theta_{h1} = 1 \end{aligned} \quad \text{----- (3-3)}$$

なお、木当量比  $R_w = 0$  の場合は、すべての流動方式は向流形と等価になるので、以下の解析では  $R_w \neq 0$  とする。

### 3.2.2 両流体とも混合する場合

この場合、 $\theta_c$  は  $x$  のみの、 $\theta_h$  は  $y$  のみの関数となり、図 3-1 (a) に示した微小要素  $y_0 dx$  および  $x_0 dy$  について次式が成立する。

$$W_c \frac{d}{dx} \theta_c(x) dx = \int_0^{y_0} K \{ \theta_h(y) - \theta_c(x) \} dx dy \quad \text{----- (3-4)}$$

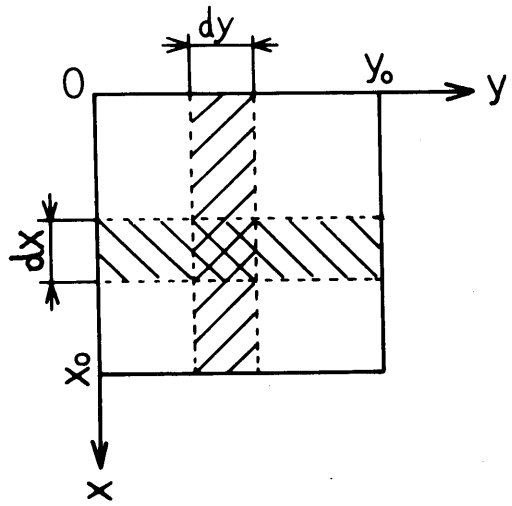
$$W_h \frac{d}{dy} \theta_h(y) dy = \int_0^{x_0} K \{ \theta_c(x) - \theta_h(y) \} dx dy \quad \text{----- (3-5)}$$

これを無次元化し、

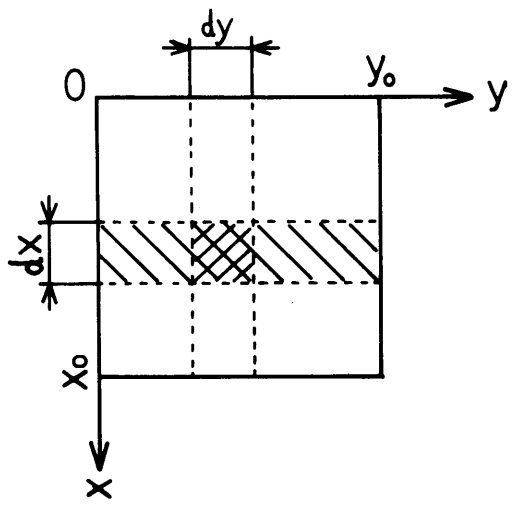
$$b \equiv \frac{1}{NTU_c} \quad \text{----- (3-6)}$$

$$\int_0^1 K dy$$

(a) 両流体とも  
混合する場合



(b) 受熱流体のみ  
混合する場合



(c) 両流体とも  
混合しない場合

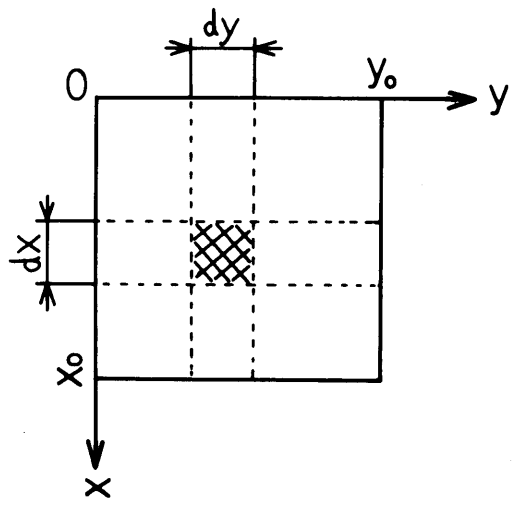


図3-1 直交流形熱交換器

$$a \equiv \frac{1}{NTU_h^0} \int_0^1 K dx \quad \text{----- (3-7)}$$

$$\psi \equiv \frac{\int_0^1 K \theta_h(y) dy}{\int_0^1 K dy} \quad \text{----- (3-8)}$$

$$\phi \equiv \frac{\int_0^1 K \theta_c(x) dx}{\int_0^1 K dx} \quad \text{----- (3-9)}$$

とおくと、式(3-4)および(3-5)は

$$b \frac{d}{dx} \theta_c(x) + \theta_c(x) = \psi \quad \text{----- (3-4) '}$$

$$a \frac{d}{dy} \theta_h(y) + \theta_h(y) = \phi \quad \text{----- (3-5) '}$$

となる。ここで、 $K$ がつきのように変化する場合を取扱う。

[I]  $K = 1 + m x^n$  の場合

式(6)~(9)はつきとなる。

$$b = b(x) = \frac{1}{NTU_c^0 (1 + m x^n)} \quad \text{----- (3-6) '}$$

$$a = \frac{1}{R_w NTU_c^0 \left(1 + \frac{m}{n+1}\right)} \quad \text{----- (3-7) '}$$

$$\psi = \int_0^1 \theta_h(y) dy \quad \text{----- (3-8) '}$$

$$\phi = \frac{\int_0^1 (1 + m x^n) \theta_c(x) dx}{1 + \frac{m}{n+1}} \quad \text{----- (3-9) '}$$

式(3-4)および(3-3)より,

$$\theta_c(x) = \psi \left[ 1 - \exp \left\{ -NTU_c^0 \left( x + \frac{m}{n+1} x^{n+1} \right) \right\} \right] \text{-----} (3-10)$$

となり, 式(3-5)および(3-3)より,

$$\begin{aligned} \theta_h(y) = \phi \left[ 1 - \exp \left\{ -Rw NTU_c^0 \left( 1 + \frac{m}{n+1} \right) y \right\} \right] \\ + \exp \left\{ -Rw NTU_c^0 \left( 1 + \frac{m}{n+1} \right) y \right\} \text{-----} (3-11) \end{aligned}$$

となるので, 式(3-8)に式(3-11)を代入して,

$$\begin{aligned} \psi = \phi \left[ 1 - \frac{1 - \exp \left\{ -Rw NTU_c^0 \left( 1 + \frac{m}{n+1} \right) \right\}}{Rw NTU_c^0 \left( 1 + \frac{m}{n+1} \right)} \right] \\ + \frac{1 - \exp \left\{ -Rw NTU_c^0 \left( 1 + \frac{m}{n+1} \right) \right\}}{Rw NTU_c^0 \left( 1 + \frac{m}{n+1} \right)} \text{-----} (3-12) \end{aligned}$$

が得られ, 同様にして式(3-9)に式(3-10)を代入すれば

$$\phi = \psi \left[ 1 - \frac{1 - \exp \left\{ -NTU_c^0 \left( 1 + \frac{m}{n+1} \right) \right\}}{NTU_c^0 \left( 1 + \frac{m}{n+1} \right)} \right] \text{-----} (3-13)$$

が求まるので, 式(3-12)に式(3-13)を代入して, 結局 $\psi$ はつぎの形となる。

$$\psi = \frac{\frac{N_c}{1 - \exp\{-N_c\}}}{\frac{N_c}{1 - \exp\{-N_c\}} + \frac{Rw N_c}{1 - \exp\{-Rw N_c\}} - 1}$$

ここで  $N_c \equiv NTU_c^0 \{1 + m/(n+1)\}$  である。よって式(3-10)より受熱流体の温度分布はつぎとなる。

$$\theta_c(x) = \frac{\frac{N_c}{1 - \exp\{-N_c\}}}{\frac{N_c}{1 - \exp\{-N_c\}} + \frac{Rw N_c}{1 - \exp\{-Rw N_c\}} - 1}$$

$$\times \left[ 1 - \exp \left\{ -N_c \frac{x + \frac{m}{n+1} x^{n+1}}{1 + \frac{m}{n+1}} \right\} \right] \text{----- (3-14)}$$

この式において出口  $x=1$  ではつきとなる。

$$\theta_c(1) = \varepsilon = \frac{N_c}{\frac{N_c}{1 - \exp\{-N_c\}} + \frac{Rw N_c}{1 - \exp\{-Rw N_c\}} - 1} \text{---- (3-15)}$$

[II]  $K = 1 + m \theta_c^n$  の場合

式(3-6)~(3-9)はつきとなる。

$$b = b(x) = \frac{1}{NTU_c^0} \frac{1}{1 + m \theta_c(x)^n} \text{----- (3-6)''}$$

$$a = \frac{1}{Rw NTU_c^0} \frac{1}{\int_0^1 \{1 + m \theta_c(x)^n\} dx} \text{----- (3-7)''}$$

$$\psi = \int_0^1 \theta_h(y) dy \text{----- (3-8)''}$$

$$\phi = \frac{\int_0^1 \{1 + m \theta_c(x)^n\} \theta_c(x) dx}{\int_0^1 \{1 + m \theta_c(x)^n\} dx} \text{----- (3-9)''}$$

とくに、 $n=1.0$  のときは式(3-4)および(3-3)より、受熱流体の温度分布は

$$\theta_c(x) = \psi \frac{1 - \exp\{-(1 + m \psi) NTU_c^0 x\}}{1 + m \psi \exp\{-(1 + m \psi) NTU_c^0 x\}} \text{----- (3-16)}$$

となり、次式を得る。

$$1 + m \theta_c(x) = \frac{1 + m \psi}{1 + m \psi \exp\{-(1 + m \psi) NTU_c^0 x\}} \text{----- (3-17)}$$



$$\int_0^1 \{1 + m \theta_c(x)\} dx = \frac{1}{NTU_c^o} \ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B} \quad \text{----- (3-18)}$$

$$\int_0^1 \{1 + m \theta_c(x)\} \theta_c(x) dx = \frac{1}{NTU_c^o} \psi \left\{ \ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B} - \frac{1 - B}{1 + m \psi} \right\} \quad \text{----- (3-19)}$$

ここで  $B \equiv \exp\{-(1 + m \psi) NTU_c^o\}$  である。

式(3-7)''および(3-9)''に式(3-18)および(3-19)を代入して、

$$a = \frac{\frac{1}{Rw}}{\ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B}} \quad \text{----- (3-7)''}$$

$$\phi = \psi \left\{ 1 - \frac{\frac{1 - B}{1 + m \psi}}{\ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B}} \right\} \quad \text{----- (3-9)''}$$

となり、式(3-5)''および(3-3)より、加熱流体の温度は次式となる。

$$\begin{aligned} \theta_h(y) = \phi & \left[ 1 - \exp \left\{ -Rw \ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B} y \right\} \right] \\ & + \exp \left\{ -Rw \ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B} y \right\} \quad \text{----- (3-20)} \end{aligned}$$

ここで、 $\phi$ と $\psi$ の関係は式(3-8)''に式(3-20)を代入して、

$$\begin{aligned} \psi = \phi & \left[ 1 - \frac{1 - \exp \left\{ -Rw \ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B} \right\}}{Rw \ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B}} \right] \\ & + \frac{1 - \exp \left\{ -Rw \ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B} \right\}}{Rw \ln \frac{1 + m \psi B}{(1 + m \psi) B}} \quad \text{----- (3-21)} \end{aligned}$$

となり、式(3-21)に式(3-9)''' を代入して、 $\psi$ の式はつきとなる。

$$\psi = \frac{\frac{\ln \frac{1+m\psi B}{(1+m\psi)B}}{1-B}}{1+m\psi B} \dots\dots\dots (3-22)$$

$$\frac{\ln \frac{1+m\psi B}{(1+m\psi)B}}{1-B} + \frac{Rw \ln \frac{1+m\psi B}{(1+m\psi)B}}{1 - \left\{ \frac{1+m\psi B}{(1+m\psi)B} \right\}^{-Rw}} - 1$$

$$\frac{1-B}{1+m\psi B}$$

上式を割線法<sup>(41)</sup>による数値計算で解き、 $\psi$ を求め式(3-16)より温度分布 $\theta_c(x)$ を得た。

### 3.2.3 受熱流体のみ混合する場合

この場合、 $\theta_c$ は $x$ のみの、 $\theta_h$ は $x$ および $y$ の関数となり、図3-1(b)に示した微小要素 $y_0 dx$  および  $dx dy$  について次式が成立する。

$$W_c \frac{d}{dx} \theta_c(x) dx = W_h \frac{dx}{x_0} \{ \theta_{h1} - \theta_{h2}(x) \} \dots\dots\dots (3-23)$$

$$W_h \frac{dx}{x_0} \frac{\partial}{\partial y} \theta_h(x, y) dy = K \{ \theta_h(x, y) - \theta_c(x) \} dx dy \dots\dots\dots (3-24)$$

これを無次元化すればつきとなる。

$$\frac{d}{dx} \theta_c(x) = \frac{1}{Rw} \{ 1 - \theta_{h2}(x) \} \dots\dots\dots (3-23)'$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \theta_h(x, y) = -Rw NTU_c^0 K \{ \theta_h(x, y) - \theta_c(x) \} \dots\dots\dots (3-24)'$$

【I】  $K = 1 + m x^n$  の場合

式(3-24)' および(3-3)より、

$$\begin{aligned}\theta_h(x,1) &= \theta_{h2}(x) \\ &= \theta_c(x) + \{1 - \theta_c(x)\} \exp\{-Rw NTU_c^0 (1 + m x^n)\} \\ &\text{----- (3-25)}\end{aligned}$$

となり、式(3-25)を式(3-23)に代入して、受熱流体の式として、

$$\frac{d}{dx} \theta_c(x) = \frac{1}{Rw} \{1 - \theta_c(x)\} [1 - \exp\{-Rw NTU_c^0 (1 + m x^n)\}]$$

----- (3-26)

が得られる。上式をルンゲ・クッタ・ギル法<sup>(42)</sup>による数値計算で解き温度分布  $\theta_c(x)$  を求めた。なお、 $n=1.0$  の場合は解析的に解くことができ次式となる。

$$\theta_c(x) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{Rw} \left(x - \frac{1 - e^{-Rw NTU_c^0 m x}}{Rw NTU_c^0 m} e^{-Rw NTU_c^0}\right)\right]$$

----- (3-27)

$$\varepsilon = 1 - \exp\left[-\frac{1}{Rw} \left(1 - \frac{1 - e^{-Rw NTU_c^0 m}}{Rw NTU_c^0 m} e^{-Rw NTU_c^0}\right)\right]$$

----- (3-28)

[II]  $K = 1 + m \theta_c^n$  の場合

[I]と同様で、式(3-26)の  $1 + m x^n$  が  $1 + m \theta_c^n$  となるだけである。

$$\frac{d}{dx} \theta_c(x) = \frac{1}{Rw} \{1 - \theta_c(x)\} [1 - \exp\{-Rw NTU_c^0 [1 + m \theta_c(x)^n]\}]$$

----- (3-29)

### 3.2.4 両流体とも混合しない場合

この場合、 $\theta_c$  および  $\theta_h$  はともに  $x$  および  $y$  の関数とな

り、図3-1(C) に示した微小要素  $dx dy$  について次式が成立する。

$$w_c \frac{dy}{y_0} \frac{\partial}{\partial x} \theta_c(x, y) dx = K \{ \theta_h(x, y) - \theta_c(x, y) \} dx dy \quad \text{----- (3-30)}$$

$$w_h \frac{dx}{x_0} \frac{\partial}{\partial y} \theta_h(x, y) dy = K \{ \theta_c(x, y) - \theta_h(x, y) \} dx dy \quad \text{----- (3-31)}$$

これを無次元化すれば次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \theta_c(x, y) = NTU_c^0 K \{ \theta_h(x, y) - \theta_c(x, y) \} \quad \text{----- (3-30)'}^{\wedge}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \theta_h(x, y) = -Rw NTU_c^0 K \{ \theta_h(x, y) - \theta_c(x, y) \} \quad \text{----- (3-31)'}^{\wedge}$$

[I]  $K = 1 + m x^n$  の場合および [II]  $K = 1 + m \theta_c^n$  の場合とも上式を差分化することにより数値計算を行い、受熱流体温度分布  $\theta_c(x, y)$  および温度効率  $\varepsilon$  を求めた。差分化は Poppe<sup>(43)</sup> によって用いられた中心差分法によって行った。この方法では、点  $(I + 1/2, J + 1/2)$  における関数値および偏導関数を、図3-2に示すような周囲の格子点での値で次式のように表す。

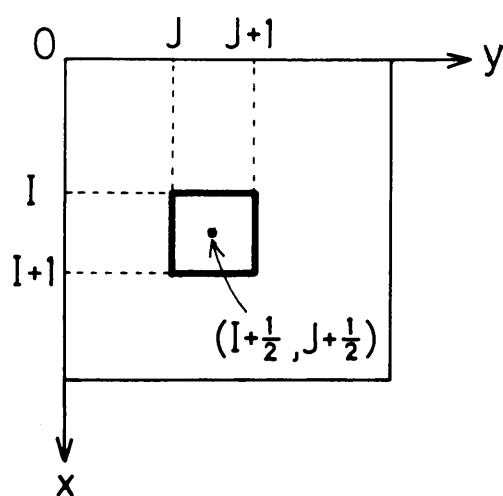


図3-2 両流体とも混合しない場合の差分格子

$$\theta(x, y) \longrightarrow \frac{1}{4} [ \theta(I+1, J+1) + \theta(I, J+1) + \theta(I+1, J) + \theta(I, J) ]$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \longrightarrow \frac{1}{2} \left[ \frac{\theta(I+1, J) - \theta(I, J)}{\Delta x} + \frac{\theta(I+1, J+1) - \theta(I, J+1)}{\Delta x} \right]$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} \longrightarrow \frac{1}{2} \left[ \frac{\theta(I, J+1) - \theta(I, J)}{\Delta y} + \frac{\theta(I+1, J+1) - \theta(I+1, J)}{\Delta y} \right]$$

----- (3-32)

これらを式(3-30)および(3-31)に代入して、点(I+1, J+1)での関数値を、他の3つの点での値で表すように整理することにより、内部の点を境界条件から逐次計算することができる。なお、x軸(y=0)上では、境界条件より $\theta_h = 1.0$ であり、 $\theta_c$ はつぎのようにして求まる。式(3-30)より、

$$\frac{d}{dx} \theta_c(x, 0) = NTU_c^0 K \{ 1 - \theta_c(x, 0) \} \text{ ----- (3-33)}$$

よって、境界条件x=0で $\theta_c = 0$ より、

$$\theta_c = - \exp \{ -NTU_c^0 K x \} + 1 \text{ ----- (3-34)}$$

一方、y軸(x=0)上では、境界条件より $\theta_c = 0$ であり、 $\theta_h$ はつぎのようにして求まる。式(3-31)より、

$$\frac{d}{dy} \theta_h(0, y) = -Rw NTU_c^0 K \{ \theta_h(0, y) - 0 \} \text{ ----- (3-35)}$$

よって、境界条件y=0で $\theta_h = 1.0$ より、

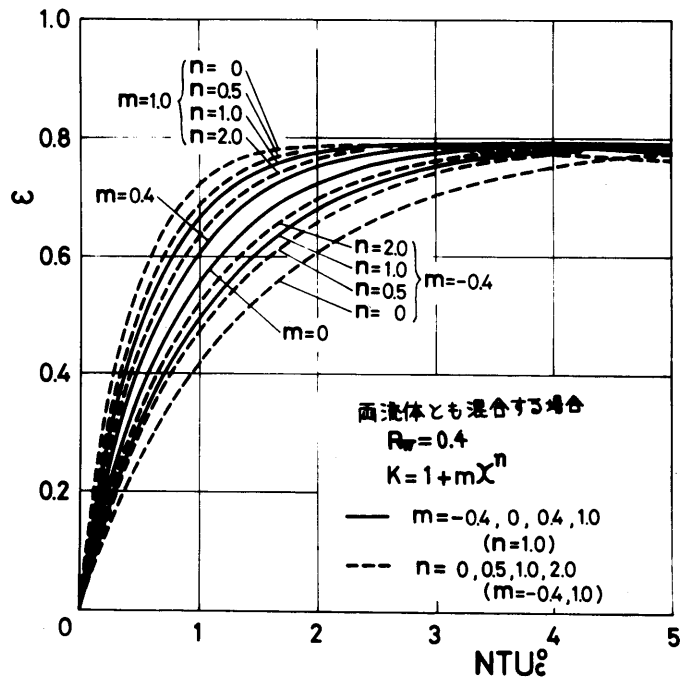
$$\theta_h = \exp \{ -Rw NTU_c^0 K y \} \text{ ----- (3-36)}$$

### 3.3 計算結果および検討

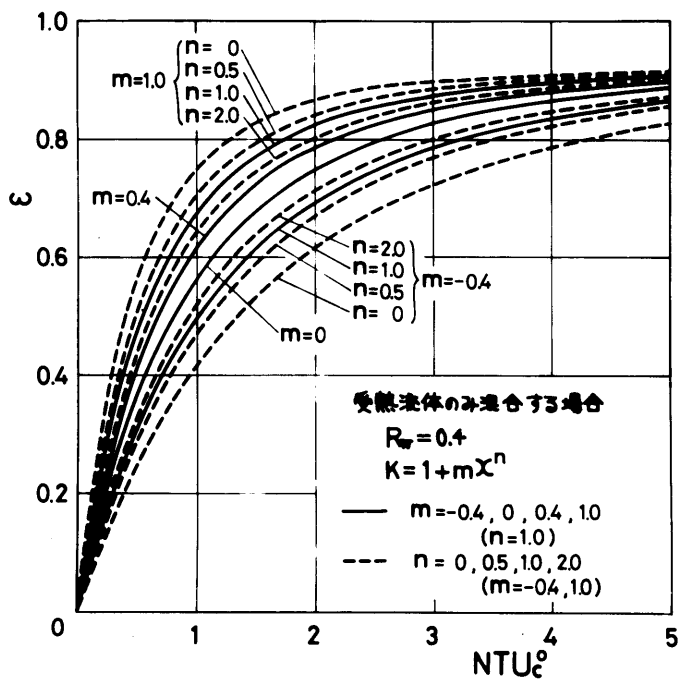
計算結果はどの場合も十分な精度であった。とくに 3.2.4 項の差分法の精度は問題であるが、分割数を 2 倍にして収束の状況を確認してある。また、特別な場合において、すなわち  $R_w = 0$  のときには向流形の結果とよく一致すること、および  $m = 0$  のときには  $K$  が一定な場合の結果<sup>(17)(18)</sup> とよく一致することを確認してある。

### 3.3.1 $\varepsilon$ と $NTU_c^\circ$ の関係

初めに、温度効率  $\varepsilon$  と  $K$  が変化する場合にその基準の値  $K_0$  を用いて定義した受熱流体の伝熱ユニット数  $NTU_c^\circ = K_0 x_0 y_0 / W_c$  の関係について示す。両流体とも混合する場合、受熱流体のみ混合する場合および両流体とも混合しない場合について、 $R_w = W_c / W_h = 0.4$  に対する計算結果を、 $K$  が場所に依存する場合には図 3-3、流体温度に依存する場合には図 3-4 に示した。これらの図においては、横軸に  $NTU_c^\circ$ 、縦軸に  $\varepsilon$  をとり、パラメータとして  $K$  の変化の程度および様相を表す  $m$  および  $n$  をとって示した。どの場合でも、 $\varepsilon$  の値は  $m = 0$  の場合に比べて、 $m > 0$  のときは大きく、 $m < 0$  のときは小さくなり、 $|m|$  の値が大きくなるにつれてその差は大きくなる。また、 $n$  の値が大きいときにはこのような  $m$  の効果が減少し、小さいときには増大し、 $NTU_c^\circ$  が大きくなればこのような  $m$  および  $n$  の効果は飽和する。これらの傾向は他の  $R_w$  の値に対する計算結果についても同様である。なお、両流体とも混合する場合には  $NTU_c^\circ$  の増大とともに  $\varepsilon$  が低下するものがあるが、これは  $K$  が一定な場合の図 2-2 (a) と同様な傾向である。

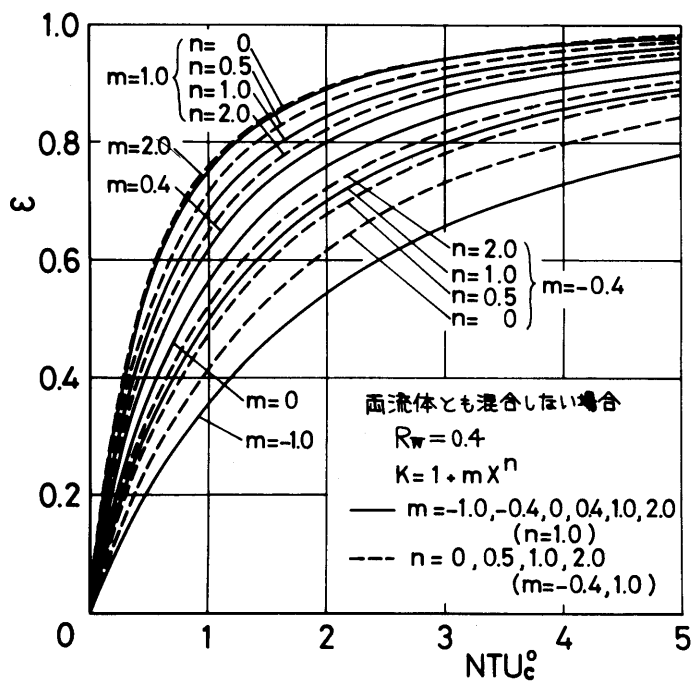


(a) 両流体とも混合する場合



(b) 受熱流体のみ混合する場合

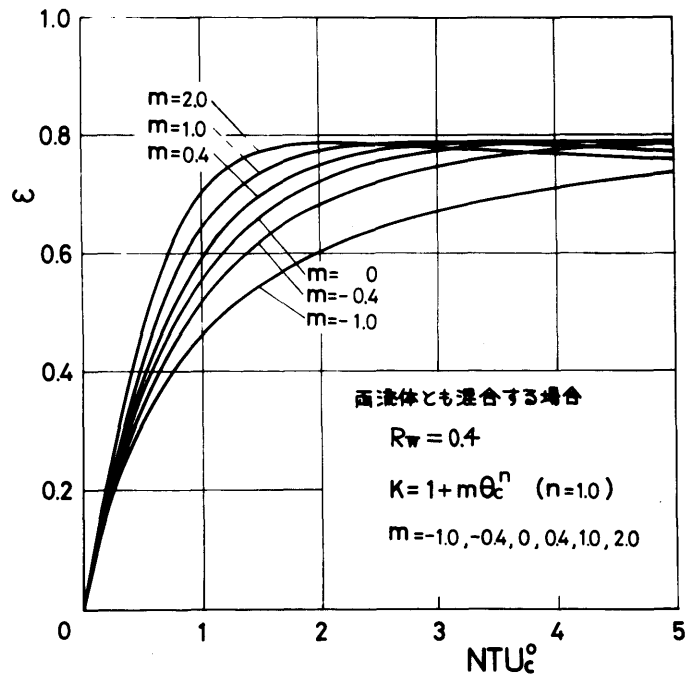
図3-3  $\varepsilon$  と  $NTU_c$  の関係 ( $K = 1 + m\chi^n$ )



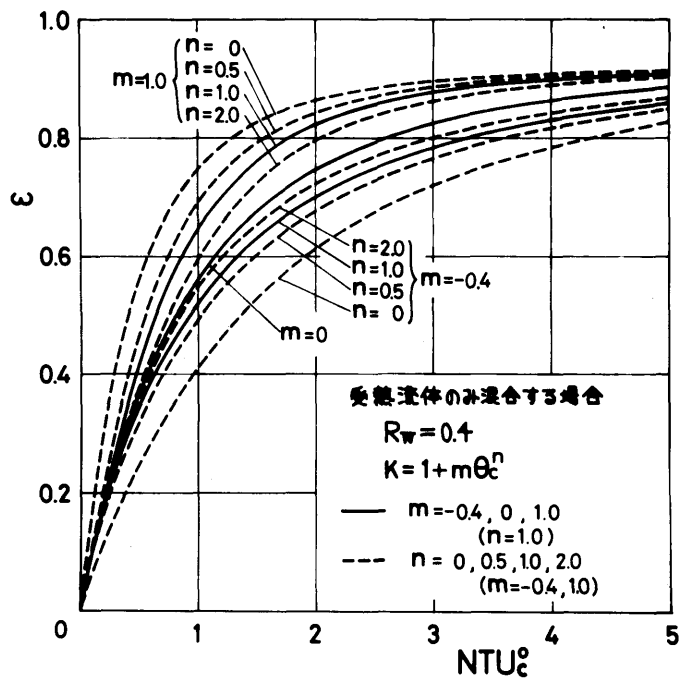
(C) 両流体とも混合しない場合

図3-3  $\epsilon$  と  $NTU_c$  の関係 ( $K = 1 + mX^n$ )



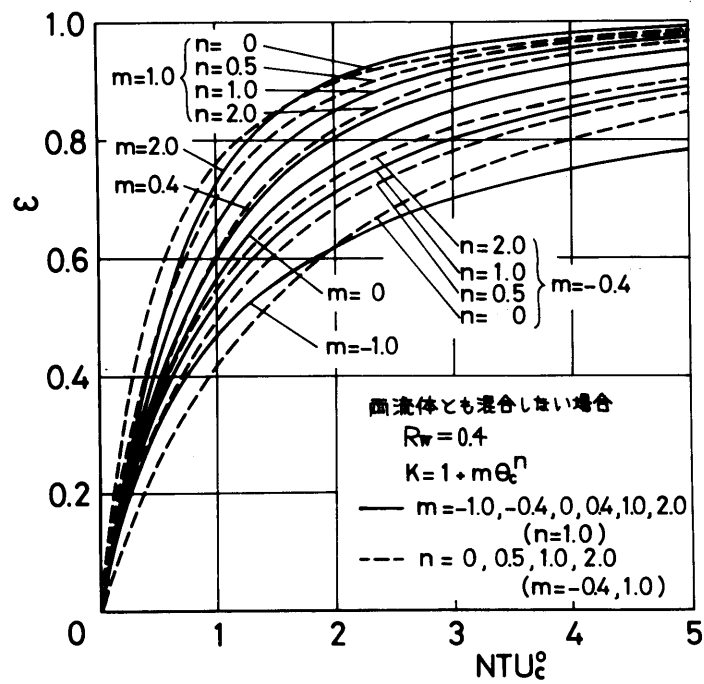


(a) 両流体とも混合する場合



(b) 受熱流体のみ混合する場合

図3-4  $\epsilon$  と  $NTU_c$  の関係 ( $K = 1 + m\theta_c^n$ )



(c) 両流体とも混合しない場合

図3-4  $\varepsilon$  と  $NTU_c$  の関係 ( $K = 1 + m\theta_c^n$ )

### 3.3.2 $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$ と $NTU_c^\circ$ の関係

つぎに、 $K$  が変化することによる温度効率の向上あるいは低下の程度を明確に示すために、効率変化率  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  を導入して整理してみた。ここで、 $\varepsilon_0$  は  $m = 0$  すなわち  $K$  が一定で  $K \equiv K_0$  となる場合の温度効率であり、 $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  を計算するときには、 $\varepsilon_0$  および  $\varepsilon$  には同じ  $NTU_c^\circ$  の値に対応する値をとっている。以下、図3-5～3-8に両流体とも混合しない場合の結果を示すが、他の場合も同様な傾向になっている。

図3-5および3-6は  $R_w = 0.4$  で、 $m$  および  $n$  をパラメータとした場合であり、図3-5は  $K$  が場所に依存する場合、図3-6は  $K$  が流体温度に依存する場合である。なお、 $m = 0$  の場合には当然  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0 = 0$  となる。また、 $m < 0$  の場合には  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0 < 0$  となるので絶対値をとって示してある。これらの図において、前項で述べた  $m$  および  $n$  の影響がより明確に示されており、また  $m < 0$  の場合には、その影響が  $NTU_c^\circ$  が増大してもかなり残ることが示されている。

図3-7および3-8は  $m = n = 1.0$  で、 $R_w$  をパラメータとした場合であり、図3-7は  $K$  が場所に依存する場合、図3-8は  $K$  が流体温度に依存する場合である。これらの図からわかるように、 $R_w$  の値が小さい場合ほど、 $NTU_c^\circ$  が小さいところでは  $K$  の変化による影響が大きい、 $NTU_c^\circ$  が増大するにつれてその影響は急速に減衰する。とくに、 $R_w = \infty$  の場合には  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0 = 0$  となる。

### 3.3.3 種々の流動方式の比較および 簡便な設計方法の検討

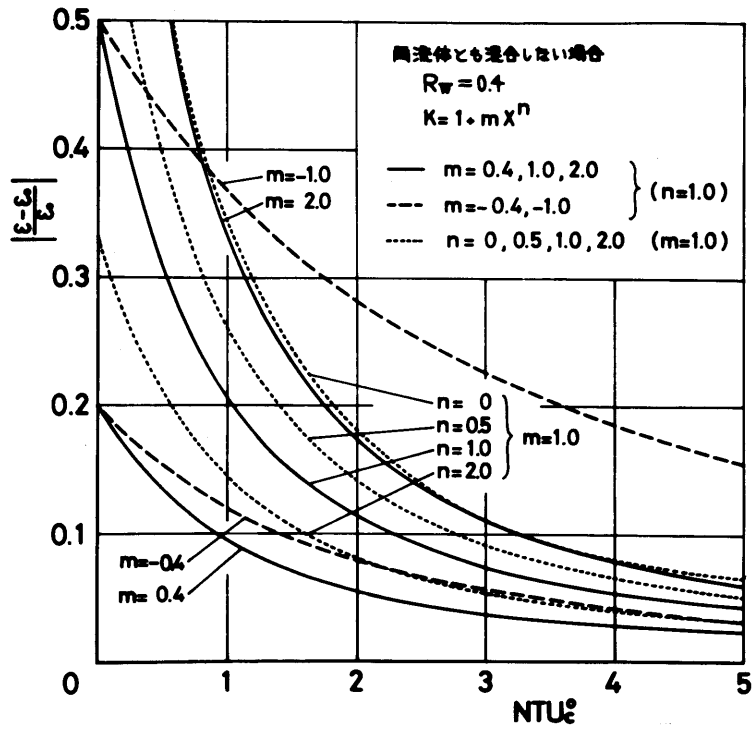


図3-5  $|\frac{\epsilon-\epsilon_0}{\epsilon_0}|$  と  $NTU_c$  の関係  
 ( $K=1+m\chi^n$ , パラメータ  $m, n$ )

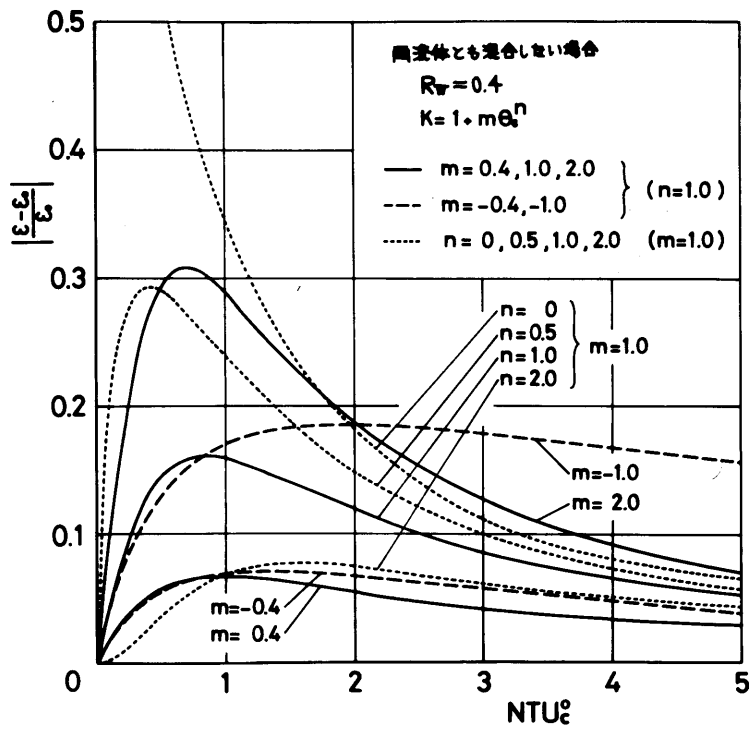


図3-6  $|\frac{\epsilon-\epsilon_0}{\epsilon_0}|$  と  $NTU_c$  の関係  
 ( $K=1+m\theta_c^n$ , パラメータ  $m, n$ )

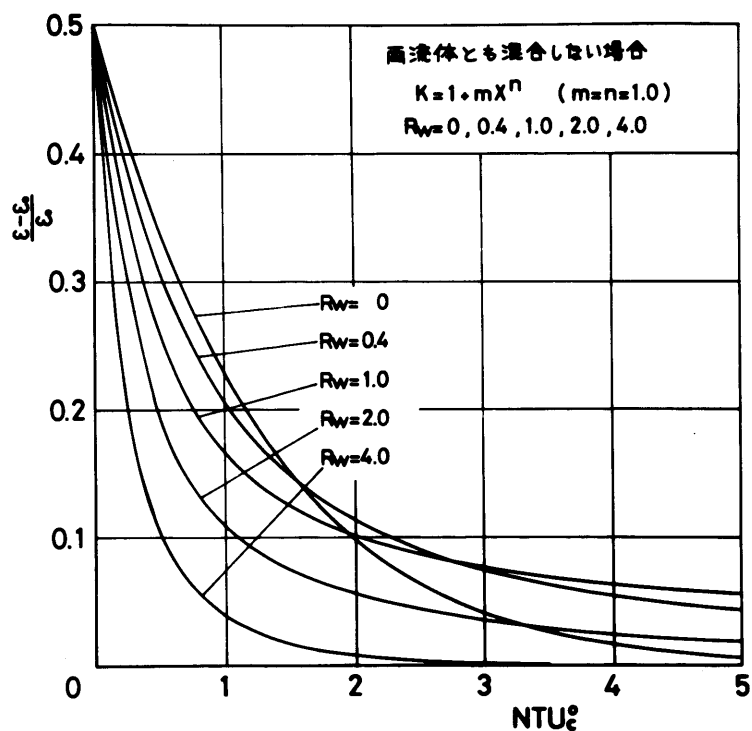


図3-7  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  と  $NTU_c^\circ$  の関係  
 $(K = 1 + mX^n, \text{パラメータ } R_w)$

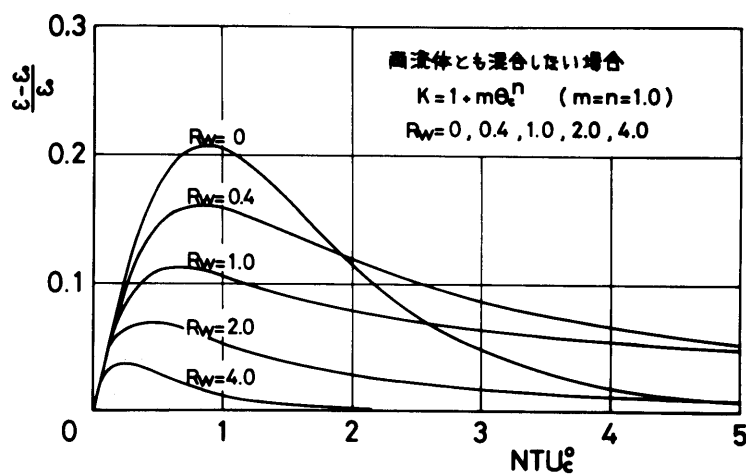


図3-8  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  と  $NTU_c^\circ$  の関係  
 $(K = 1 + m\theta_c^n, \text{パラメータ } R_w)$

種々の流動方式の比較をするために、一例として  $R_w = 0.4$ ,  $m = n = 1.0$  の場合について、 $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  と  $NTU_c$  の関係を図3-9および3-10に示す。図3-9は  $K$  が場所に依存する場合、図3-10は  $K$  が流体温度に依存する場合を示す。これらの図において、直交流形で両流体とも混合しない場合、受熱流体のみ混合する場合および両流体とも混合する場合の計算結果を実線で示し、それぞれ記号 I, II および III を付した。また、向流形および並流形の計算結果を破線で示し、それぞれ記号 IV および V を付した。図からわかるように、流動方式によってかなり差があり、 $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  の値は  $NTU_c = 1.0 \sim 3.0$  では、IV, I, II, III, V の順に小さくなる。

ここで、 $K$  が変化する場合の従来の簡便な設計方法を検討するために、 $\bar{K}_x$ ,  $\bar{K}_\theta$ ,  $\bar{\varepsilon}_x$  および  $\bar{\varepsilon}_\theta$  という量を導入する。 $\bar{K}_x$  は、 $K$  が場所に依存する場合に  $K$  の場所に関しての伝熱面全体についての平均<sup>(30)</sup> すなわち、

$$\bar{K}_x \equiv \int_0^1 K dx = \int_0^1 (1 + m x^n) dx = 1 + \frac{m}{n+1} \text{-----} (3-37)$$

である。 $\bar{K}_\theta$  は、 $K$  が流体温度に依存する場合に伝熱面の入口および出口の流体温度の算術平均<sup>(31)</sup> に対応する  $K$  の値、すなわち、

$$\bar{K}_\theta \equiv 1 + m (\varepsilon / 2)^n \text{-----} (3-38)$$

である。 $\bar{\varepsilon}_x$  および  $\bar{\varepsilon}_\theta$  は、 $K$  のかわりに  $\bar{K}_x$  あるいは  $\bar{K}_\theta$  を用いて、熱貫流係数が一定として計算した場合の温度効率である。この  $\bar{\varepsilon}_x$  および  $\bar{\varepsilon}_\theta$  によって計算した  $(\bar{\varepsilon}_x - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  および  $(\bar{\varepsilon}_\theta - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  と  $NTU_c$  の関係を、直交流形で両流体とも混合しない場合についてのみ、図3-9および3-10に点線で示す。このとき、 $\varepsilon_0$  および  $\bar{\varepsilon}_x$  あるいは  $\bar{\varepsilon}_\theta$  には同じ

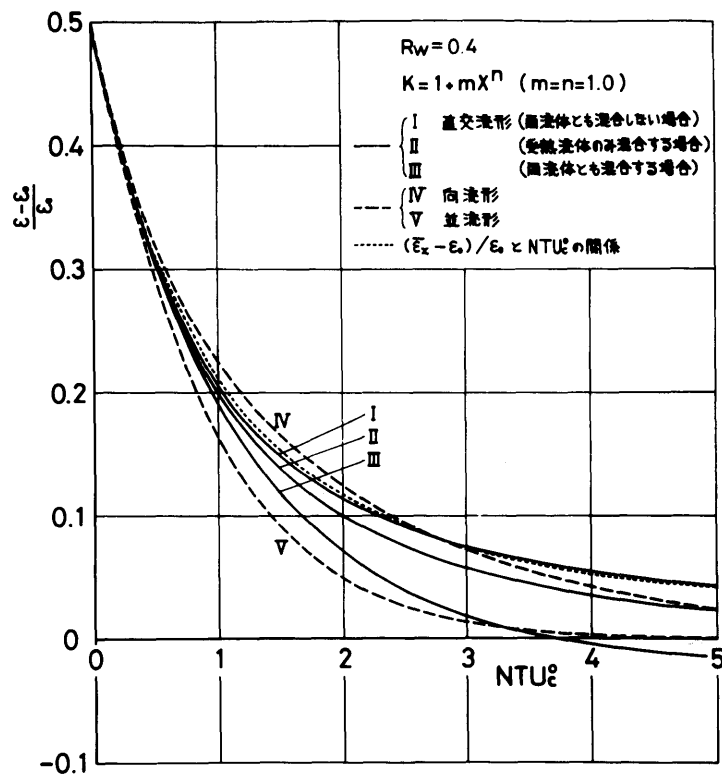


図3-9  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  と  $NTU_c^\circ$  の関係  
 ( $K = 1 + m\chi^n$ , 種々の流動方式について)

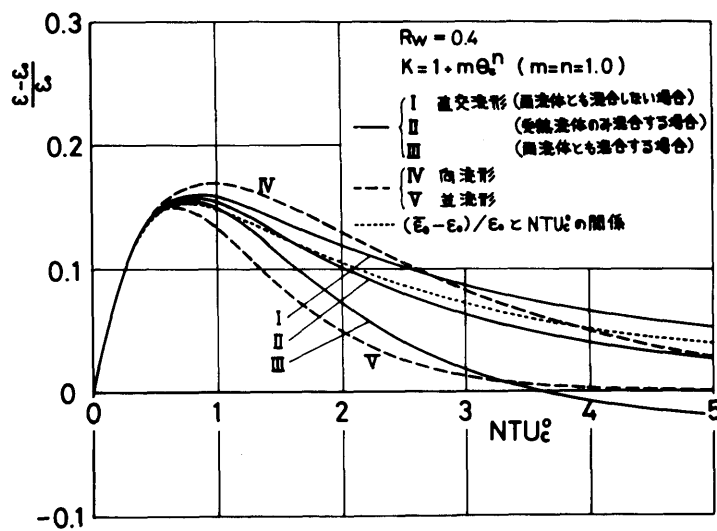


図3-10  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  と  $NTU_c^\circ$  の関係  
 ( $K = 1 + m\theta_c^n$ , 種々の流動方式について)

NTU<sub>c</sub> の値に対応する値をとっている。図からわかるように、 $(\bar{\varepsilon}_x - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  はほとんど  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  に一致するが、 $(\bar{\varepsilon}_0 - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  はかなり差を生じている。

つぎに、 $R_w = 0.4$  で  $m = 0.4$ ,  $n = 1.0$  および  $m = 1.0$ ,  $n = 1.0$  の場合についての計算結果を単純熱貫流係数<sup>(38)</sup> (single overall coefficient)<sup>(37)</sup>  $K'$  によって整理した。単純熱貫流係数は、Colburn<sup>(36)</sup> が向流形熱交換器において熱貫流係数が受熱流体温度の一次関数として変化する場合に始めて用いた概念であり、つぎのように定義することができる。単純熱貫流係数とは、熱貫流係数が増変する場合における交換熱量を、熱貫流係数が一定の場合と同様な形式で、「熱貫流係数」、「対数平均温度差」および伝熱面積の積として表現するとき、その「熱貫流係数」の値として採るべき値を表すものである。すなわち、熱貫流係数が増変する場合において、それを一定と考えて計算するときその一定値として採るべき値を表すものである。いわば前述の簡便な平均熱貫流係数  $\bar{K}_x$  および  $\bar{K}_0$  とは異なり、 $K'$  は「真の平均熱貫流係数」ということができる。ここでは、この概念を種々の流動方式の場合に拡張して用いるが、このとき「対数平均温度差」に相当する部分は各流動方式によって異なり、直交流形の場合には向流形および並流形のような解析的な表現ができず、両流体の出入口の温度によって数値的に「ある温度差」が与えられるだけである。この「ある温度差」および交換熱量は、与えられた水当量  $W_c$  および水当量比  $R_w$  の値に対して、各流動方式について  $\varepsilon$  と一意的な関係にある。したがって、 $\varepsilon$  と NTU<sub>c</sub> の関係に着目すれば、熱貫流係数が増変する場合における交換熱量を、熱貫流係数が一定の場合と同様な形式で表現するということは、各流動方式について熱貫流係数が一定の場合に



おける  $\varepsilon$  と  $NTU_c$  の関係より，熱貫流係数が変化する場合の  $\varepsilon$  の値と同じ  $\varepsilon$  の値に対応する  $NTU_c = KA / W_c$  の値から求めた  $K$  を単純熱貫流係数  $K'$  とするということになる。ここで， $NTU_c$  の  $A$ ， $W_c$  およびパラメータとしての  $R_w$  は熱貫流係数が変化する場合と同じ値をとる。 $K'$  を用いて定義した受熱流体の伝熱ユニット数を  $NTU_c' \equiv K'A / W_c$  とする。この  $NTU_c'$  と  $NTU_c^\circ$  によって， $K'$  は次式のように無次元化した形で表される。

$$K' = \frac{K'}{K_0} = \frac{K'A / W_c}{K_0 A / W_c} = \frac{NTU_c'}{NTU_c^\circ} \quad \text{----- (3-39)}$$

上式により， $K'$  の値は解析的あるいは数値的に求めることができるが，これを表3-1にまとめて示す（付録3-4参照）。 $NTU_c^\circ$  と  $K'$  の関係を図3-11および3-12に示す。図3-11は  $K$  が場所に依存する場合，図3-12は  $K$  が流体温度に依存する場合である。線の種類および記号は図3-9および3-10と同じである。 $\bar{K}_x$  は流動方式に関係なく，また  $NTU_c^\circ$  に関して一定であり， $m=1.0$ ， $n=1.0$  の場合には  $\bar{K}_x=1.5$ ， $m=0.4$ ， $n=1.0$  の場合には  $\bar{K}_x=1.2$  となる。一方， $\bar{K}_\theta$  は流動方式によって異なり，また  $NTU_c^\circ$  に関して変化する。ここでは，直交流形で両流体とも混合しない場合についてのみ図3-12に点線で示す。図3-11からわかるように， $K$  が場所に依存する場合には，Ⅲ，ⅣおよびⅤの  $K'$  は  $\bar{K}_x$  と一致し， $NTU_c^\circ$  に関して一定となる。ⅠおよびⅡの  $K'$  は  $NTU_c^\circ$  に関して変化し， $m=1.0$  のように  $m$  が大きい場合には  $\bar{K}_x$  と差を生じるが， $m=0.4$  のように  $m$  が小さい場合には  $\bar{K}_x$  との差は小さい。 $K$  が流体温度に依存する場合には，図3-12からわかるように，どの流動方式においても  $K'$  は  $NTU_c^\circ$  とともに増大し，しだいに差が生じる。また，Ⅰの  $K'$  に対応

表3-1 単純熱貫流係数 K'

流動方式		Rw	$K = 1 + m x^n$	$K = 1 + m \theta_c^n$ ( $n = 0$ のときは $K = 1 + m x^n$ と同じ )
向流形		$\neq 1.0$		$n = 1.0$ のとき (36) $\frac{1 - Rw + m(1 - Rw \epsilon)}{1 - Rw} \frac{\ln \frac{1 - Rw \epsilon}{1 - \epsilon}}{\ln \frac{(1 - Rw \epsilon)(1 + m \epsilon)}{1 - \epsilon}}$
		$= 1.0$		$n \neq 0, 1.0$ のとき 数値計算 $n = 1.0$ のとき $\frac{m \epsilon}{\ln(1 + m \epsilon)}$ $n \neq 0, 1.0$ のとき 数値計算
並流形			$1 + \frac{m}{n + 1}$	$n = 1.0$ のとき $\frac{1 + Rw + m}{1 + Rw} \frac{\ln \frac{1}{1 - (1 + Rw) \epsilon}}{\ln \frac{1 + m \epsilon}{1 - (1 + Rw) \epsilon}}$ $n \neq 0, 1.0$ のとき 数値計算
直 交 流 形	両流体とも混合する場合	$\neq 0$		
	受熱流体のみ混合する場合	$\neq 0$	$n = 0$ のとき $1 + m$ $n = 1.0$ のとき $N \equiv Rw NTU_c^2$ として $-\frac{1}{N} \ln \left[ \frac{1 - \exp(-Nm)}{Nm} \exp(-N) \right]$ $n \neq 0, 1.0$ のとき 数値計算	
	両流体とも混合しない場合	$\neq 0$	$n = 0$ のとき $1 + m$ $n \neq 0$ のとき 数値計算	

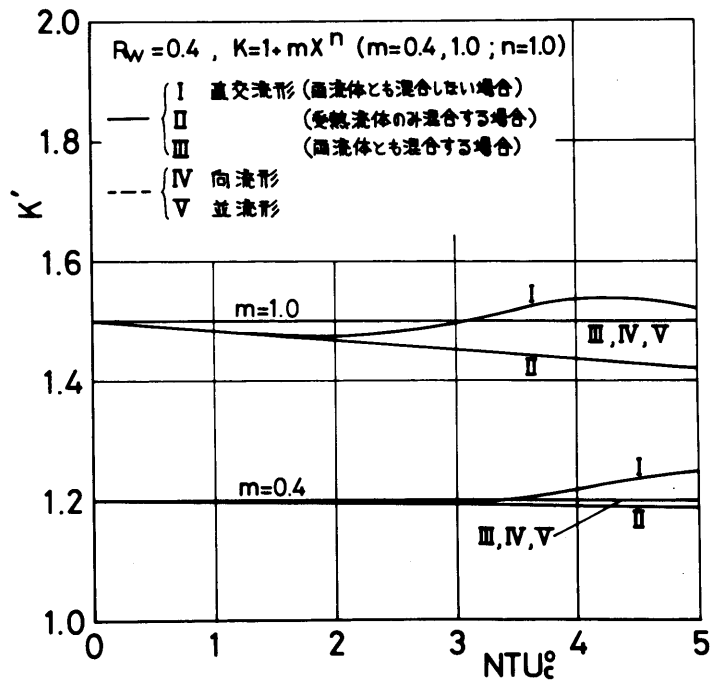


図3-11  $K'$  と  $NTU_c$  の関係  
 ( $K=1+mX^n$ , 種々の流動方式について)

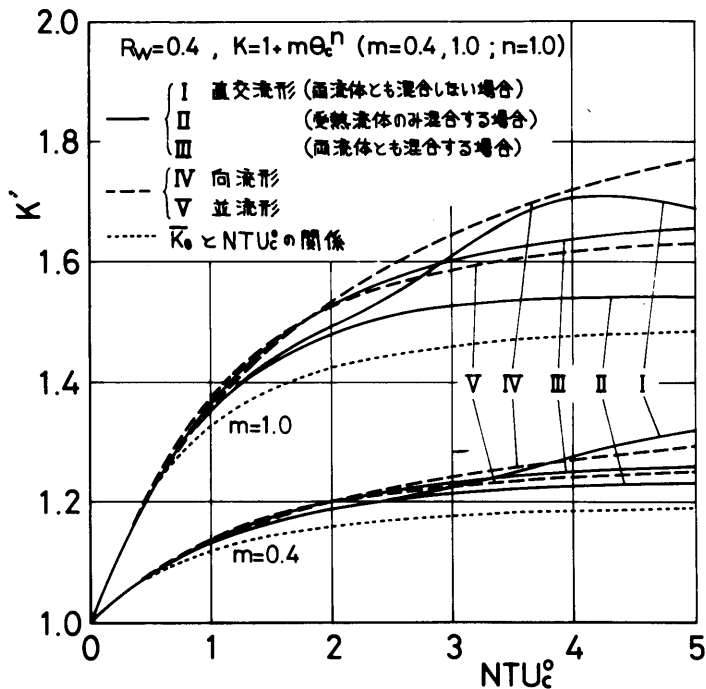


図3-12  $K'$  と  $NTU_c$  の関係  
 ( $K=1+m\theta_c^n$ , 種々の流動方式について)

する  $\bar{K}_0$  との差は,  $NTU_c^\circ$  の増大とともにかなり大きくなる。このように, 従来の簡便な方法によって求めた平均熱貫流係数  $\bar{K}_x$  および  $\bar{K}_0$  は  $m$  が大きい場合には  $K'$  との差が大きく, 高精度の設計が要求されるときには, これらを用いることはできない。

### 3.4 結 言

直交流形熱交換器で, 熱貫流係数が場所あるいは流体温度に依存する場合について,

(1)  $K = 1 + m x^n$  あるいは  $K = 1 + m \theta_c^n$  と仮定して, 解析的あるいは数値的に, 温度効率  $\varepsilon$  と伝熱ユニット数  $NTU_c^\circ$  の関係を求め, 効率変化率  $(\varepsilon - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$  によって整理することにより,  $m$  および  $n$  の影響を定量的に示した。

(2) 種々の流動方式について効率変化率および単純熱貫流係数  $K'$  によって整理することにより, その値が流動方式によりかなりの差があることを示した。また, 従来の簡便な方法による効率変化率および平均熱貫流係数と比較することにより,  $m$  が大きい場合には, 従来の簡便な方法を高精度の設計に対して用いることはできないことを示した。

#### 付録3.1 向流形熱交換器の場合

基礎式は  $A$  を伝熱面積として,

$$K(\theta_h - \theta_c) dA = W_h d\theta_h = W_c d\theta_c$$

となり, 境界条件

$$A = 0 \text{ で } \theta_c = 0,$$

$$A = A_0 \text{ で } \theta_h = \theta_{h1}$$

を用いて解けばよいが、無次元化し、

$$\theta_h = 1 - R_w \varepsilon + R_w \theta_c$$

の関係により、 $\theta_h$  を消去すれば次式が得られる。

$$\frac{d\theta_c}{dA} = NTU_c^0 K \{ 1 - R_w \varepsilon - (1 - R_w) \theta_c \}$$

[I]  $K = 1 + mA^n$  の場合

$R_w \neq 1$  のとき、

$$\frac{1}{1 - R_w \varepsilon - (1 - R_w) \theta_c} \frac{d\theta_c}{dA} = NTU_c^0 (1 + mA^n)$$

であるから、つぎの結果となる。

$$\theta_c = \frac{1 - \exp [ - (1 - R_w) NTU_c^0 \{ A + m / (n + 1) A^{n+1} \} ]}{1 - R_w \exp [ - (1 - R_w) NTU_c^0 \{ 1 + m / (n + 1) \} ]}$$

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp [ - (1 - R_w) NTU_c^0 \{ 1 + m / (n + 1) \} ]}{1 - R_w \exp [ - (1 - R_w) NTU_c^0 \{ 1 + m / (n + 1) \} ]}$$

$$NTU_c^0 = \frac{1}{(1 - R_w) \{ 1 + m / (n + 1) \}} \ln \frac{1 - R_w \varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

$R_w = 1$  のとき、

$$\frac{1}{1 - \varepsilon} \frac{d\theta_c}{dA} = NTU_c^0 (1 + mA^n)$$

で表されるので次式となる。

$$\theta_c = \frac{NTU_c^0 \{ A + m / (n + 1) A^{n+1} \}}{1 + NTU_c^0 \{ 1 + m / (n + 1) \}}$$

$$\varepsilon = \frac{NTU_c^0 \{ 1 + m / (n + 1) \}}{1 + NTU_c^0 \{ 1 + m / (n + 1) \}}$$

$$NTU_C^0 = \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)\{1+m/(n+1)\}}$$

[II]  $K = 1 + m\theta_c^n$  の場合

この場合は

$$\frac{d\theta_c}{dA} = NTU_C^0 (1 + m\theta_c^n) \{1 - R_w\varepsilon - (1 - R_w)\theta_c\}$$

で表され、 $n=0$  のときは [I] を転用できる。 $n=1.0$  のときは、

$$\frac{1}{(1 + m\theta_c)\{1 - R_w\varepsilon - (1 - R_w)\theta_c\}} \frac{d\theta_c}{dA} = NTU_C^0$$

となるので、次式が得られる。

$$\frac{1}{m(1 - R_w\varepsilon) + 1 - R_w} \ln \frac{(1 - R_w\varepsilon)(1 + m\theta_c)}{1 - R_w\varepsilon - (1 - R_w)\theta_c} = NTU_C^0 A$$

$$NTU_C^0 = \frac{1}{m(1 - R_w\varepsilon) + 1 - R_w} \ln \frac{(1 - R_w\varepsilon)(1 + m\varepsilon)}{1 - \varepsilon}$$

$n \neq 0, 1.0$  で、 $R_w = 0$  の場合はルンゲ・クッタ・ギル法により計算した。計算結果は図3-9 および3-10 に示されている。

### 付録3.2 並流形熱交換器の場合

基礎式は

$$K(\theta_h - \theta_c) dA = -W_h d\theta_h = W_c d\theta_c$$

となり、境界条件

$$A=0 \text{ で, } \theta_c = 0, \theta_h = \theta_{h1}$$

を用いて解けばよいが、無次元化し、

$$\theta_h = 1 - R_w \theta_c$$

により,  $\theta_h$  を消去して次式となる。

$$\frac{d\theta_c}{dA} = NTU_c^0 K \{ 1 - (1 + R_w) \theta_c \}$$

[I]  $K = 1 + mA^n$  の場合

上式は

$$\frac{1}{1 - (1 + R_w) \theta_c} \frac{d\theta_c}{dA} = NTU_c^0 (1 + mA^n)$$

で表され, 次式が得られる。

$$\theta_c = \frac{1 - \exp[-(1 + R_w) NTU_c^0 \{ A + m / (n + 1) A^{n+1} \}]}{1 + R_w}$$

$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-(1 + R_w) NTU_c^0 \{ 1 + m / (n + 1) \}]}{1 + R_w}$$

$$NTU_c^0 = - \frac{\ln \{ 1 - (1 + R_w) \epsilon \}}{(1 + R_w) \{ 1 + m / (n + 1) \}}$$

[II]  $K = 1 + m \theta_c^n$  の場合

この場合は

$$\frac{d\theta_c}{dA} = NTU_c^0 (1 + m \theta_c^n) \{ 1 - (1 + R_w) \theta_c \}$$

となり,  $n=0$  のときは [I] を転用できる。  $n=1.0$  のときは  
つぎの結果となる。

$$\frac{1}{m + R_w + 1} \ln \frac{1 + m \theta_c}{1 - (1 + R_w) \theta_c} = NTU_c^0 A$$

$$NTU_c^0 = \frac{1}{m + R_w + 1} \ln \frac{1 + m \epsilon}{1 - (1 + R_w) \epsilon}$$

$n \neq 0, 1.0$  のときは, ルンゲ・クッタ・ギル法により数値計算した。結果は図 3-9 および 3-10 に示されている。

### 付録3.3 固体壁における流れ方向の熱伝導 の検討

本文においては、2.2節の基本的仮定(3)のように固体壁では熱は伝熱面に垂直な方向にのみ伝わり、流れ方向には熱は伝わらないとして解析が行われている。この仮定は固体壁の厚みはその伝熱面の大きさに比べて十分小さい場合には妥当なものと考えられる。

とくに、直交流形で両流体とも混合しない場合には、熱伝導を考慮すると基礎式は式(3-30)'および(3-31)のかわりにつぎとなる。

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial y} = - (1 + R_\alpha) R_w NTU_c (\theta_h - \theta_s) \text{ ----- (a)}$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial x} = - \frac{1 + R_\alpha}{R_\alpha} NTU_c (\theta_c - \theta_s) \text{ ----- (b)}$$

$$(1 + R_\alpha)(\theta_h - \theta_s) + \frac{1 + R_\alpha}{R_\alpha} (\theta_c - \theta_s) + \bar{\lambda}_x \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} + \bar{\lambda}_y \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} = 0 \text{ ----- (c)}$$

ここで、 $\theta_s$ は固体壁温度(厚み方向には一定としている)、 $R_\alpha \equiv \alpha_h / \alpha_c$ は熱伝達率比、 $\bar{\lambda}_x$ および $\bar{\lambda}_y$ は次式で定義される無次元熱伝導率である。

$$\bar{\lambda}_x \equiv \frac{(\lambda/x_0)y_0 z_0}{K x_0 y_0} = \frac{\lambda z_0}{K x_0^2} \text{ ----- (d)}$$

$$\bar{\lambda}_y \equiv \frac{(\lambda/y_0)x_0 z_0}{K x_0 y_0} = \frac{\lambda z_0}{K y_0^2} \text{ ----- (e)}$$

この式において、 $\lambda$ は固体壁材料の熱伝導率、 $z_0$ はその厚み



である。また、

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_h} + \frac{1}{\alpha_c} \quad \text{すなわち} \quad K = \frac{\alpha_h \alpha_c}{\alpha_h + \alpha_c}$$

式(C)における各項のだいたいの大きさを以下のような例で調べてみる。

$$\lambda = 300 \text{ kcal/m h } ^\circ\text{C} \quad (\text{銅板})$$

$$\alpha_h = \alpha_c = 60 \text{ kcal/m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C} \quad (\text{流れている空気})$$

$$x_0 = y_0 = 1 \text{ m}, \quad z_0 = 1 \text{ mm}$$

このとき、 $R_\alpha = 1$  であり  $(1 + R_\alpha) = (1 + R_\alpha) / R_\alpha = 2$  となる。また、 $K = 30 \text{ kcal/m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C}$  であり  $\bar{\lambda}_x = \bar{\lambda}_y = 0.01$  となる。一方、 $(\theta_h - \theta_s)$ 、 $(\theta_c - \theta_s)$ 、 $\partial^2 \theta_s / \partial x^2$  および  $\partial^2 \theta_s / \partial y^2$  は、無次元化されているのでだいたい同じオーダーとなっている。したがって、 $\bar{\lambda}_x$  および  $\bar{\lambda}_y$  を含む熱伝導の項は、 $(1 + R_\alpha)$  および  $(1 + R_\alpha) / R_\alpha$  を含む熱伝達の項に比べてかなり小さいといえる。

式(a)、(b) および (c) は、 $R_w = 0$  (したがって、 $\theta_h \equiv 1.0$ ) の場合には解析的に以下のように解ける。この場合はすべての流動方式について共通であるので、熱伝導の影響を評価するのに適している。式(a)のかわりに  $\theta_h \equiv 1.0$  を用い、式(b) および (c) はつぎとなる。

$$\frac{d\theta_c}{dx} = - \frac{1 + R_\alpha}{R_\alpha} \text{NTU}_c (\theta_c - \theta_s) \quad \text{----- (b)'}$$

$$(1 + R_\alpha)(1 - \theta_s) + \frac{1 + R_\alpha}{R_\alpha} (\theta_c - \theta_s) + \bar{\lambda}_x \frac{d^2 \theta_s}{dx^2} = 0 \quad \text{-- (c)'}$$

$\theta_s$  を消去して、

$$\bar{\lambda}_x \left[ \frac{R_\alpha}{1 + R_\alpha} \frac{d^3 \theta_c}{dx^3} + \text{NTU}_c \frac{d^2 \theta_c}{dx^2} \right] - (1 + R_\alpha) \frac{d\theta_c}{dx}$$

$$-(1 + R_\alpha) NTU_c \theta_c = -(1 + R_\alpha) NTU_c \quad \text{----- (e)}$$

これを境界条件

$$x = 0 \text{ で } , \quad \theta_c = 0$$

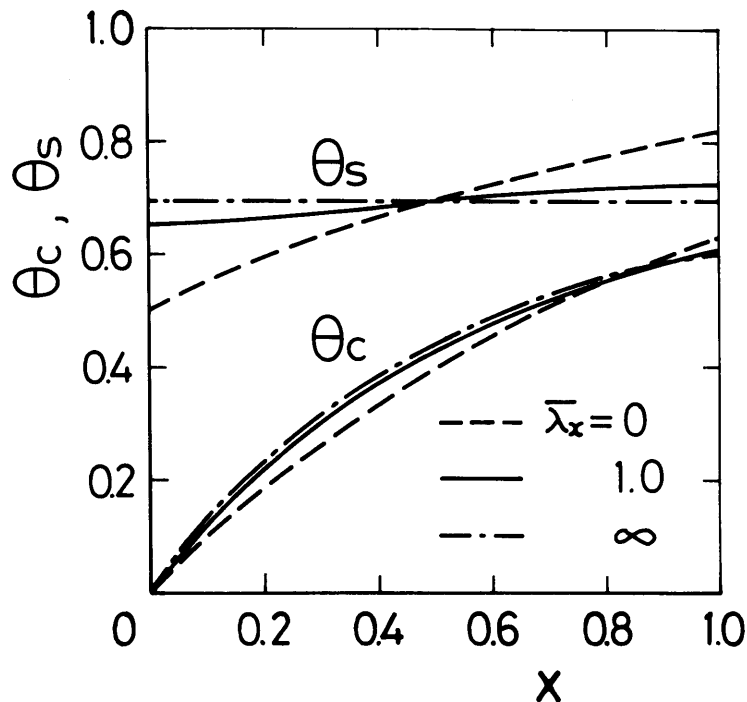
$$x = 0, 1 \text{ で } , \quad \frac{d\theta_s}{dx} = 0 \quad (\text{断熱})$$

の下で、パラメータ  $R_\alpha = NTU_c = \bar{\lambda}_x = 1.0$  として解くとつぎとなる。

$$\theta_c = 1 - [ 0.2521 e^{-2.903x} + 0.7398 e^{-0.806x} + 0.008044 e^{1.709x} ]$$

付図3-1にこれを示す。また、 $\bar{\lambda}_x = 0$  および  $\infty$  に対する結果も破線および一点鎖線で示す。図からわかるように、 $\bar{\lambda}_x$  を  $0 \sim \infty$  まで変えても  $\theta_c$  に対してはあまり影響しない。

以上のような観点から、本論文では  $\bar{\lambda}_x = 0$  すなわち流れ方向の熱伝導はないとして解析を行った。



付図3-1 固体壁の熱伝導の影響

付録3.4 熱貫流係数が一定な場合の $\varepsilon$ と  
NTU<sub>c</sub> の関係を表す近似式

単純熱貫流係数を式(3-39)によって計算する場合、ある $\varepsilon$ の値に対応するNTU<sub>c</sub>の値を正確に求めなければならない。このためには熱貫流係数が一定な場合における $\varepsilon$ とNTU<sub>c</sub>の関係を表す解析的な式が必要である。しかしながら、直交流形で両流体とも混合しない場合にはそのような式は与えられていないので、本論文では泉<sup>(14)</sup>によって求められたつぎの近似式を用いた。

$$\varepsilon = 1 - e^{-NTU_c} \left[ 1 + \frac{NTU_c^2}{2} R_w - \frac{NTU_c^3}{12} R_w^2 (2 - NTU_c) + \frac{NTU_c^4}{144} R_w^3 (6 - 6 NTU_c + NTU_c^2) \right]$$

この式は、NTU<sub>c</sub> = 0 ~ 5 の範囲では十分な精度をもち、本解析の  $m = 0$  の結果および Kays ら<sup>(17)</sup> のデータとよく一致している。

## 第4章 流体の入口温度変化に対する過渡応答特性の解析<sup>(27)</sup>

### 4.1 緒 言

熱交換器をガスタービンプラント，プロセスプラント，空気調和系など数多くの工業プラントの一部として用いる場合，その静特性だけでなく動特性をも知ることは，適切な制御および最適設計ないしは運転をする上できわめて重要なことと考えられる。

熱交換器の動特性としては，流体の入口温度変化および流量変化に対する応答が重要であるが，本章では前者のみを取扱う。

熱交換器には一般の熱プロセスのように集中系として簡単に取扱えないものが多く，また今日のように高度な設計が要求されてくると，熱交換器を実際により近い分布系として取扱うことが必要となる。この場合には，その基礎方程式は一般に連立偏微分方程式となり，これにより動特性を解析するのは容易ではない。

動特性解析は，伝熱工学よりむしろ自動制御工学において展開されてきたが，よく用いられる手法として過渡応答法および周波数応答法がある。周波数応答法は一般にその取扱いが容易であり，熱交換器を偏微分方程式により理論的に解析する場合には，きわめて偉力を発揮する。この理由により，数多くの研究が周波数応答法によってなされており，<sup>(45)~(51)</sup> 伝熱工学資料<sup>(52)</sup> にはこれらの成果がまとめられている。そこには各種の熱交換器に対する基礎方程式とともに，流量変化に対するものを含め，流体の入口温度変化に対する動特性

を表す伝達関数が列挙されている。しかしながら、過渡応答法と異なり、この方法では定常特性、速応性、減衰性などの尺度が周波数領域に変換されて2次的な尺度となってしまうので、時間の領域にいるわれわれにとって直観性に欠けるうらみがある。<sup>(53)</sup> また、周波数特性から過渡応答を算出することもできるが、<sup>(49)(54)</sup> これは近似的なものでしかない。さらに、近年の電子計算機の進歩により、連立偏微分方程式を初期条件および境界条件を用いて直接解いて過渡応答を求めることも困難ではなくなった。

このような事情により、過渡応答法による研究もかなりなされている。高橋<sup>(55)</sup> は向流形熱交換器に対して、分布系としての熱交換器をいくつかの集中要素に分割しそれらの集合として扱って、図解的に近似応答を求める方法を提案した。増淵<sup>(56)</sup> はこの高橋の方法を並流形熱交換器に適用し、さらに実験と比較することによりこの方法の精度を検討した。彼は分割数を増せば精度は向上するが、作図にかなりの時間がかかることを指摘している。このような図式解法より進んだ研究としては、とくに本来非定常動作をする蓄熱式熱交換器に関するものが数多くある。泉ら<sup>(57)(58)</sup> はラプラス変換による解と差分法による数値解とを比較し、さらに実験による検討も行なった。その他、棚沢<sup>(59)</sup>、Willmott<sup>(60)</sup> らの差分法による研究もある。一般の熱交換器に対するものとしては、向流形および並流形に対する London ら<sup>(61)~(63)</sup> の一連の研究、および Rizika<sup>(64)</sup> の研究があり、Kays らの著書<sup>(65)</sup> にまとめられている。そこでは18の場合に分類され系統的に説明されている。これらの解は純粹に解析的に、差分法によって数值的に、あるいはアナログによって実験的に求められている。また、次元解析により動特性に関与する無次元パラメータを導出して

いる。その後、向流形に対する厳密な解析解が Barskiy<sup>(66)</sup> によってラプラス変換を用いてなされた。

以上はいずれも並流形あるいは向流形に対するものであり、直交流形に対するものとしてはつぎの研究があるだけである。Gartner<sup>(67)</sup> はフィン付管に直交して流体が流れる熱交換器について、その直交流体については管の前後の2点の温度だけを考え、熱伝達はそれらの算術平均と管壁温度との差によって生ずると仮定することにより、管路方向だけに温度が変化する一次元非定常問題として解析した。このような極端な単純化を行わずに解析したものとしては、一方の流体が混合する場合に対する Myers ら<sup>(68)</sup> の研究がある。彼らは混合する方向についての温度分布を適当に仮定することにより、解を積分の形で表し、これを計算機で解くプログラムを示した。<sup>(69)</sup> また、コンデンサーおよびエバポレータにおけるような特別な場合には解は完全に解析的に求まることを示した。泉ら<sup>(70)</sup> もまた、一方混合と考えられる直交流丸形熱交換器について、差分法による数値解およびラプラス変換による級数解を求め、さらに実験を行い比較・検討した。

この章の目的とする直交流形で両流体とも混合しない場合の動特性については、Dusinberre<sup>(71)</sup> の研究があるだけである。しかし、これもただ一つの特別な場合だけが考察されており系統的な検討は行われていない。また、計算精度にも問題がある。そこで、本研究では、十分な精度の結果を求め、種々のパラメータの影響について系統的かつ定量的に示した。

この解析は数値計算によるが、固体壁熱容量が小さい場合を含む一般的な場合には、Myers ら<sup>(72)</sup> が無限大の水当量比をもつ場合の解析に用いた差分法を拡張した方法で計算し、固体壁熱容量が大きい場合には、基礎式を近似化した上で、中

心差分法により計算した。

## 4.2 基礎式

この章では、直交流形で両流体とも混合しない場合だけを取扱う。理論解析を行うに当たり、2.2節の基本的仮定(1), (2), (3), (4), (5), (6-1), (7-1), (8-2), (9-1), (10-2) および(11-1)をもうける。これらの仮定に基づき、加熱流体、受熱流体および固体壁にエネルギー式を適用することにより、図2-1(C)に示したような座標系において、以下に示す三元連立偏微分方程式が得られる。

$$R \frac{\partial \theta_h}{\partial t} + \frac{\partial \theta_h}{\partial y} = - (1 + R_\alpha) NTU_h (\theta_h - \theta_s) \quad \text{----- (4-1-a)}$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial t} + \frac{\partial \theta_c}{\partial x} = - \frac{1 + R_\alpha}{R_\alpha} NTU_c (\theta_c - \theta_s) \quad \text{----- (4-1-b)}$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t} = NTU_s \left[ (1 + R_\alpha) (\theta_h - \theta_s) + \frac{1 + R_\alpha}{R_\alpha} (\theta_c - \theta_s) \right] \quad \text{----- (4-1-c)}$$

ここで、 $x \equiv x/x_0$ ,  $y \equiv y/y_0$ ,  $t \equiv t/\tau_c$  および  $\theta \equiv (\theta - \theta_{cl}) / (\theta_{hl} - \theta_{cl})$  は無次元変数であり、また無次元パラメータはつぎのようである。

滞留時間比

$$R \equiv \tau_h / \tau_c$$

熱伝達率比

$$R_\alpha \equiv \alpha_h / \alpha_c$$

固体壁に関する伝熱ユニット数

$$NTU_s \equiv K x_0 y_0 / \left( \frac{G_s}{\tau_c} c_s \right)$$

加熱流体に関する伝熱ユニット数

$$NTU_h \equiv K x_0 y_0 / (\dot{G}_h c_h)$$

## 受熱流体に関する伝熱ユニット数

$$NTU_c \equiv K x_0 y_0 / (\dot{G}_c c_c)$$

補助的なパラメータとして、

水当量比

$$R_w \equiv \dot{G}_c c_c / \dot{G}_h c_h = NTU_h / NTU_c$$

ここで、 $\tau_c$  および  $\tau_h$  は受熱流体および加熱流体の滞留時間、すなわち流体が熱交換器に入ってから出るまでに要する時間を表し、つぎのように定義される。

$$\tau_c \equiv x_0 / v_c$$

$$\tau_h \equiv y_0 / v_h$$

また、 $K$  は熱貫流係数であり、熱伝達率  $\alpha_c$  および  $\alpha_h$  を用いてつぎのように表される。

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_c} + \frac{1}{\alpha_h} \quad \text{あるいは} \quad K = \frac{R_\alpha}{1 + R_\alpha} \alpha_c = \frac{1}{1 + R_\alpha} \alpha_h$$

これらのパラメータにおいて、 $R$ 、 $R_\alpha$  および  $NTU_s$  は非定常パラメータであり、 $NTU_h$ 、 $NTU_c$  および  $R_w$  は定常パラメータである（付録4.1参照）。 $NTU_s$ 、 $NTU_h$  および  $NTU_c$  というパラメータの代わりに他のパラメータも考えられるが、ここでは熱伝達項  $K x_0 y_0$  を基準として考えているので、これに対する熱容量あるいは水当量の比を意味する伝熱ユニット数をパラメータとして用いる。

初期条件は、

$$t = 0 \text{ で } \theta_h = \theta_c = \theta_s = \theta_0$$

とし、 $\theta_0$  は初期温度である。

境界条件は、

$$x = 0 \text{ で } \theta_c = 0$$

$$y = 0 \text{ で } \theta_h = 1.0$$

とする。



### 4.3 計算方法

計算は差分法によって数值的に行われるが、NTUs が一般の値（ここで一般というのは、この計算方法によれば原理的にはすべての場合が計算できるという意味である）をとる場合と、小さい値をとる場合とでは異なった方法を用いたので分けて説明する。

#### 4.3.1 一般の場合

Myers の方法<sup>(72)</sup> を三次元に拡張し、 $\theta_h$ 、 $\theta_c$  および  $\theta_s$  に対する方程式を連立させたままで解く（付録 4.3 参照）。

##### (1) 変数変換

変数を変換して、

$$X = x, \quad Y = y, \quad T = t - x - Ry \quad \text{----- (4-2)}$$

とすれば、基礎式(4-1) はつぎとなる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta_h}{\partial Y} &= -(1 + R\alpha) NTU_h (\theta_h - \theta_s) \\ \frac{\partial \theta_c}{\partial X} &= -\frac{1 + R\alpha}{R\alpha} NTU_c (\theta_c - \theta_s) \\ \frac{\partial \theta_s}{\partial T} &= NTU_s \left[ (1 + R\alpha) (\theta_h - \theta_s) + \frac{1 + R\alpha}{R\alpha} (\theta_c - \theta_s) \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (4-3)}$$

初期条件は、図 4-1 において斜線で示した面  $T = -X - RY$  ( $t = 0$ ) で、 $\theta_h = \theta_c = \theta_s = \theta_0$  となる。

##### (2) 計算手順および差分式

図4-2において、斜線で示した  $t = \text{const.}$  という面に沿って差分式をたてる。きざみ幅は  $\Delta x / \Delta t = 1$ ,  $\Delta y / \Delta t = 1/R$  なるようにとる。このようにとると、時刻  $K-1$  に格子点に位置した受熱流体および格子点  $J$  に位置した加熱流体は、時刻  $K$  にはそれぞれ位置  $I+1$  および位置  $J+1$  に到達するようになる。このことを考慮して、つぎのように差分化する。

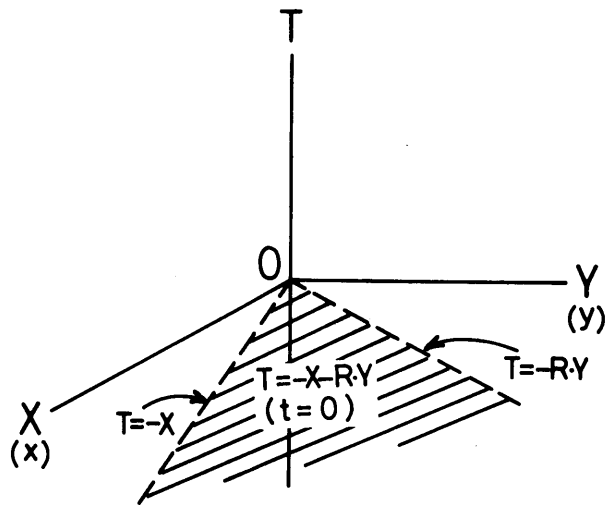


図4-1 4.3.1項の方法における座標系

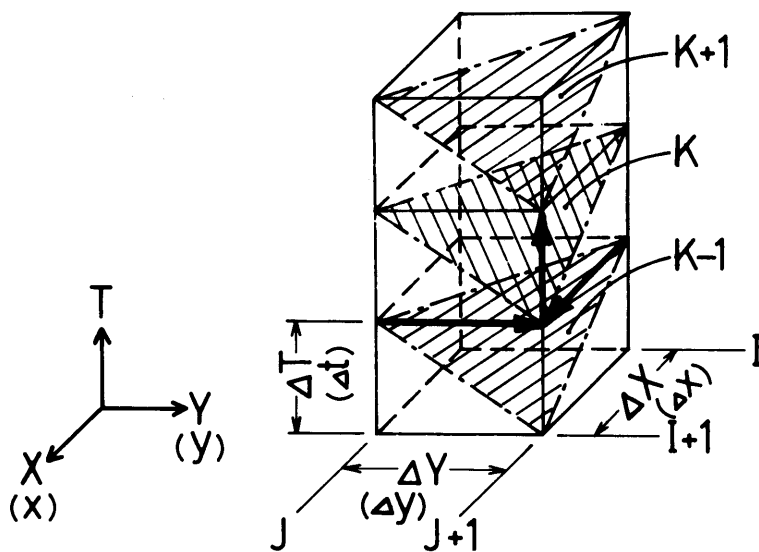


図4-2 4.3.1項の方法における差分格子

$$\theta(X, Y, t) \longrightarrow \theta(I+1, J+1, K)$$

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial Y} \longrightarrow \frac{\theta_h(I+1, J+1, K) - \theta_h(I+1, J, K-1)}{\Delta Y}$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial X} \longrightarrow \frac{\theta_c(I+1, J+1, K) - \theta_c(I, J+1, K-1)}{\Delta X}$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial T} \longrightarrow \frac{\theta_s(I+1, J+1, K+1) - \theta_s(I+1, J+1, K)}{\Delta T}$$

ここで、 $\partial \theta_s / \partial T$  の差分式は、 $\partial \theta_h / \partial Y$ 、 $\partial \theta_c / \partial X$  よりも時間を1ステップだけ遅らせてあり、流体の到着を待って壁温が変化するようにしてある。これらを式(4-3)に代入して整理するとつきとなる。

$$\begin{aligned} \theta_h(I+1, J+1, K) &= \frac{1}{(1/\Delta Y) + (1+R_\alpha)NTU_h} \\ &\times \left[ \frac{1}{\Delta Y} \theta_h(I+1, J, K-1) + (1+R_\alpha)NTU_h \theta_s(I+1, J+1, K) \right] \\ &\text{----- (4-4-a)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_c(I+1, J+1, K) &= \frac{1}{(1/\Delta X) + [(1+R_\alpha)/R_\alpha]NTU_c} \\ &\times \left[ \frac{1}{\Delta X} \theta_c(I, J+1, K-1) + \frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} NTU_c \theta_s(I+1, J+1, K) \right] \\ &\text{----- (4-4-b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_s(I+1, J+1, K+1) &= \Delta T \left[ (1+R_\alpha)NTU_s \theta_h(I+1, J+1, K) \right. \\ &+ \frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} NTU_s \theta_c(I+1, J+1, K) + \left\{ \frac{1}{\Delta T} - (1+R_\alpha)NTU_s \right. \\ &\left. \left. - \frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} NTU_s \right\} \theta_s(I+1, J+1, K) \right] \text{----- (4-4-c)} \end{aligned}$$

まず、初期条件  $\theta_s = \theta_0$  と  $t = +0$  ( $K=0$ ) での  $\theta_h$ 、 $\theta_c$  の値を用いて、式(4-4-c)より、 $K=1$  での  $\theta_s$  の値が求まり、以下順次  $K=K-1$  での  $\theta_h$ 、 $\theta_c$  の値および  $K=K$  での  $\theta_s$  の

値を用いて，式(4-4-a)，(4-4-b)より  $K=K$  での  $\theta_h, \theta_c$  の値，および式(4-4-c)より  $K=K+1$  での  $\theta_s$  の値が求まる。

### 4.3.2 NTUs が小さい場合

#### (1) 近似化

基礎式(4-1)において， $t$  のかわりに  $t' \equiv NTU_s t$  を使い， $NTU_s$  のかかる  $\partial\theta_h/\partial t'$  および  $\partial\theta_c/\partial t'$  の項を無視することによりつきとなる。

$$\frac{\partial\theta_h}{\partial y} = -(1+R\alpha)NTU_h(\theta_h - \theta_s) \quad \text{----- (4-5-a)}$$

$$\frac{\partial\theta_c}{\partial x} = -\frac{1+R\alpha}{R\alpha}NTU_c(\theta_c - \theta_s) \quad \text{----- (4-5-b)}$$

$$\frac{\partial\theta_s}{\partial t'} = (1+R\alpha)(\theta_h - \theta_s) + \frac{1+R\alpha}{R\alpha}(\theta_c - \theta_s) \quad \text{----- (4-5-c)}$$

$\partial\theta_h/\partial t'$  および  $\partial\theta_c/\partial t'$  の項を無視した結果，パラメータ  $R$  が消滅し，また時間座標を  $t' = NTU_s t = K x_0 y_0 / (\frac{G_s}{c_s} c_s)$  とすることにより，パラメータ  $NTU_s$  も不要となる。

初期条件は， $t'=0$  で  $\theta_s = \theta_0$  ( $\theta_h \neq \theta_0$ ,  $\theta_c \neq \theta_0$ ) となる。

#### (2) 計算手順および差分式

この場合には以下に示すような中心差分を用いる。これによれば時間ステップを任意にとることができ，4.3.1項の方法に比べてより少ないきざみ数で精度よく計算できる。

点  $(I+1/2, J+1/2, K+1/2)$  における関数値および偏導関

数を，図4-3に示すような周囲の格子点での値で表す。 $\theta_c$ ， $\theta_h$  および  $\theta_s$  を  $\theta$  で表すと，

$$\begin{aligned} \theta(x, y, t') \longrightarrow & \frac{1}{8} [\theta(I+1, J+1, K+1) + \theta(I+1, J+1, K) \\ & + \theta(I+1, J, K+1) + \theta(I+1, J, K) + \theta(I, J+1, K+1) \\ & + \theta(I, J+1, K) + \theta(I, J, K+1) + \theta(I, J, K)] \end{aligned}$$

また，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_s}{\partial t'} \longrightarrow & \frac{1}{4} \left[ \frac{\theta_s(I+1, J+1, K+1) - \theta_s(I+1, J+1, K)}{\Delta t'} \right. \\ & + \frac{\theta_s(I+1, J, K+1) - \theta_s(I+1, J, K)}{\Delta t'} \\ & + \frac{\theta_s(I, J+1, K+1) - \theta_s(I, J+1, K)}{\Delta t'} \\ & \left. + \frac{\theta_s(I, J, K+1) - \theta_s(I, J, K)}{\Delta t'} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_c}{\partial x} \longrightarrow & \frac{1}{4} \left[ \frac{\theta_c(I+1, J+1, K+1) - \theta_c(I, J+1, K+1)}{\Delta x} \right. \\ & + \frac{\theta_c(I+1, J+1, K) - \theta_c(I, J+1, K)}{\Delta x} \\ & + \frac{\theta_c(I+1, J, K+1) - \theta_c(I, J, K+1)}{\Delta x} \\ & \left. + \frac{\theta_c(I+1, J, K) - \theta_c(I, J, K)}{\Delta x} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_h}{\partial y} \longrightarrow & \frac{1}{4} \left[ \frac{\theta_h(I+1, J+1, K+1) - \theta_h(I+1, J, K+1)}{\Delta y} \right. \\ & + \frac{\theta_h(I+1, J+1, K) - \theta_h(I+1, J, K)}{\Delta y} \\ & + \frac{\theta_h(I, J+1, K+1) - \theta_h(I, J, K+1)}{\Delta y} \\ & \left. + \frac{\theta_h(I, J+1, K) - \theta_h(I, J, K)}{\Delta y} \right] \end{aligned}$$

これらを式(4-5)に代入して点(I+1, J+1, K+1)での関数値を、他の7つの点での値で表すように整理することにより、初期条件および境界条件から逐次計算することができる。このときx-y面、y-z面およびx-z面での $\theta_h$ 、 $\theta_c$ および $\theta_s$ を前もって求めておく必要がある。また、これらの面での値を求めるためには、z軸、y軸およびx軸での $\theta_h$ 、 $\theta_c$ および $\theta_s$ の値を求めておかなければならない。これらはつぎのようにして求められる。

まず、z軸( $x=0, y=0$ )では、境界条件より $\theta_c=0$ 、 $\theta_h=1$ である。よって、式(4-5-c)より、

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t'} = (1+R_\alpha)(1-\theta_s) + \frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} (0-\theta_s) \quad \text{----- (4-6-c)}$$

したがって、

$$\frac{d\theta_s}{dt'} + \frac{(1+R_\alpha)^2}{R_\alpha} \theta_s = 1 + R_\alpha \quad \text{----- (4-7-c)}$$

この式と初期条件  $t'=0$  で  $\theta_s = \theta_0$  より  $\theta_s$  はつぎとなる。

$$\theta_s = \left( \theta_0 - \frac{R_\alpha}{1+R_\alpha} \right) e^{-\frac{(1+R_\alpha)^2}{R_\alpha} t'} + \frac{R_\alpha}{1+R_\alpha} \quad \text{----- (4-8-c)}$$

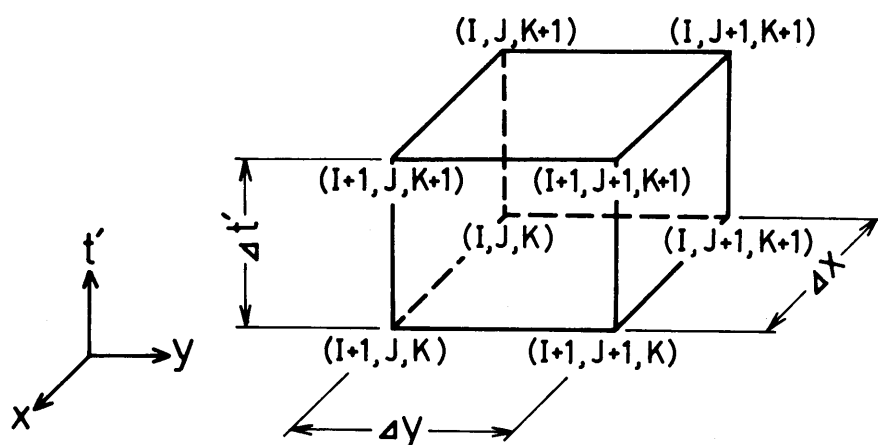


図4-3 4.3.2項の方法における差分格子

$y$  軸 ( $x=0, t'=0$ ) では, 境界条件より  $\theta_c=0$ , 初期条件より  $\theta_s=\theta_0$  である。よって, 式(4-5-a)より,

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial y} = -(1+R_\alpha)NTU_h(\theta_h - \theta_0) \text{ ----- (4-6-a)}$$

したがって,

$$\frac{d\theta_h}{dy} + (1+R_\alpha)NTU_h\theta_h = (1+R_\alpha)NTU_h\theta_0 \text{ ----- (4-7-a)}$$

この式と境界条件  $y=0$  で  $\theta_h=1$  より,  $\theta_0$  が  $y$  に関して一定のとき,  $\theta_h$  はつきとなる。

$$\theta_h = (1 - \theta_0) e^{-(1+R_\alpha)NTU_h y} + \theta_0 \text{ ----- (4-8-a)}$$

$\theta_0$  が  $y$  に関して変化するとき,  $\theta_h$  は式(4-7-a)を差分法により解いて求めなければならない。

$x$  軸 ( $y=0, t'=0$ ) では, 境界条件より  $\theta_h=1$ , 初期条件より  $\theta_s=\theta_0$  である。よって, 式(4-5-b)より,

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial x} = -\frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} NTU_c(\theta_c - \theta_0) \text{ ----- (4-6-b)}$$

したがって,

$$\frac{d\theta_c}{dx} + \frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} NTU_c\theta_c = \frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} NTU_c\theta_0 \text{ ----- (4-7-b)}$$

この式と境界条件  $x=0$  で  $\theta_c=0$  より,  $\theta_0$  が  $x$  に関して一定のとき,  $\theta_c$  はつきとなる。

$$\theta_c = -\theta_0 e^{-\frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} NTU_c x} + \theta_0 \text{ ----- (4-8-b)}$$

$\theta_0$  が  $x$  に関して変化するとき,  $\theta_c$  は式(4-7-b)を差分法により解いて求めなければならない。

つきに各面での値を求める。 $x$   $y$  面 ( $t'=0$ ) では, 初期条件より  $\theta_s=\theta_0$  である。よって, 式(4-5-a)および(4-5-b)

より,

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial y} = - (1+R\alpha) NTU_h (\theta_h - \theta_0) \text{ ----- (4-9-a)}$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial x} = - \frac{1+R\alpha}{R\alpha} NTU_c (\theta_c - \theta_0) \text{ ----- (4-9-b)}$$

$\theta_0$  が  $x$ ,  $y$  に関して一定のとき,  $\theta_h$  は  $y$  軸における値と同じ, すなわち式(4-8-a)となり,  $\theta_c$  は  $x$  軸における値と同じ, すなわち式(4-8-b)となる。  $\theta_0$  が  $x$ ,  $y$  に関して変化するとき,  $\theta_h$  および  $\theta_c$  はそれぞれ式(4-9-a)および式(4-9-b)を差分法により解いて求めなければならない。

$y$  軸面 ( $x=0$ ) では, 境界条件より  $\theta_c=0$  である。よって, 式(4-5-a)および(4-5-c)より,

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial y} = - (1+R\alpha) NTU_h (\theta_h - \theta_s) \text{ ----- (4-5-a)}$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t'} = (1+R\alpha) (\theta_h - \theta_s) + \frac{1+R\alpha}{R\alpha} (0 - \theta_s) \text{ ----- (4-10-c)}$$

$\theta_h$  および  $\theta_s$  は上式を差分法により解いて求めなければならない。

$x$  軸面 ( $y=0$ ) では, 境界条件より  $\theta_h=1$  である。よって, 式(4-5-b)および(4-5-c)より,

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial x} = - \frac{1+R\alpha}{R\alpha} NTU_c (\theta_c - \theta_s) \text{ ----- (4-5-b)}$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t'} = (1+R\alpha) (1 - \theta_s) + \frac{1+R\alpha}{R\alpha} (\theta_c - \theta_s) \text{ ----- (4-11-c)}$$

$\theta_c$  および  $\theta_s$  は上式を差分法により解いて求めなければならない。

#### 4.4 計算結果および検討



## 4.4.1 4.3.1項の方法による結果と検討

初期条件  $\theta_0 = 0$ , パラメータ  $R = R_\alpha = NTU_s = NTU_h = NTU_c = 1.0$  の場合について, 差分のきざみ数を 20 および 80 として計算し, つぎの (1) で説明する図 4-4 に示した。ここで, 一点鎖線が 20 分割の場合の結果であり, 80 分割の場合との差はわずかである。また,  $\tau$  が大きくなるにつれて, 定常状態の場合の計算結果になめらかに漸近している。このことは図 4-5 (a), (b) にも示されている。このように, この計算方法ではきざみ数は 20 程度で十分であると考えられるので, 以下では上記の場合を除ききざみ数 20 で計算した結果を示す。

## (1) 局所値 (付録 4.2 参照)

初期条件  $\theta_0 = 0$ , パラメータ  $R = R_\alpha = NTU_s = NTU_h = NTU_c = 1.0$  の場合について, 局所値の時間変化を図 4-4, 場所による変化を図 4-5 (a), (b) に示す。ここで, 実線, 破線および点線は,  $\theta_h$ ,  $\theta_c$  および  $\theta_s$  を示す。図 4-4 において, 記号 A, B および C は伝熱面上の位置  $(x, y)$  を示し, それぞれ  $(0.5, 0)$ ,  $(0.5, 0.5)$  および  $(0.5, 1.0)$  である。また, 図 4-5 (a), (b) において, 曲線上の数字は時間  $\tau$  を表している。図 4-5 (a) は  $x = 1.0$  における  $y$  方向の変化, 図 4-5 (b) は  $y = 1.0$  における  $x$  方向の変化を示している。これらの図において, とくに  $\theta_h$  の変化が特徴的であり, 時間  $\tau$  および位置  $y$  に関して不連続に変化している。この不連続となる時間および位置は, ステップ変化した加熱流体が到達した時間および位置に対応している。このような不連続な温度変化は, Myers<sup>(12)</sup> が述べているように, ここで用いた差分法によって精

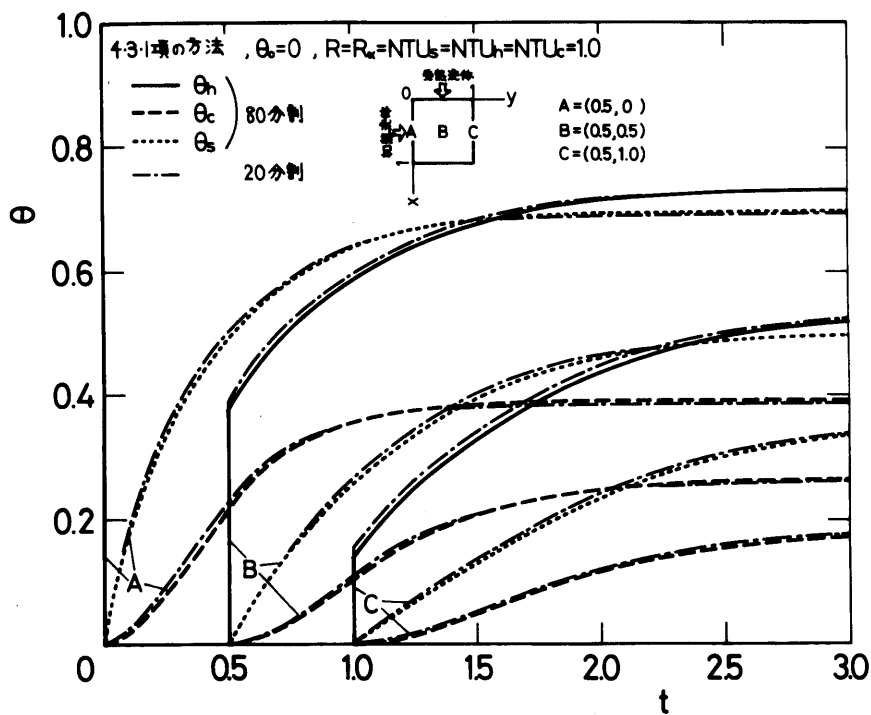


図4-4 局所値の時間変化

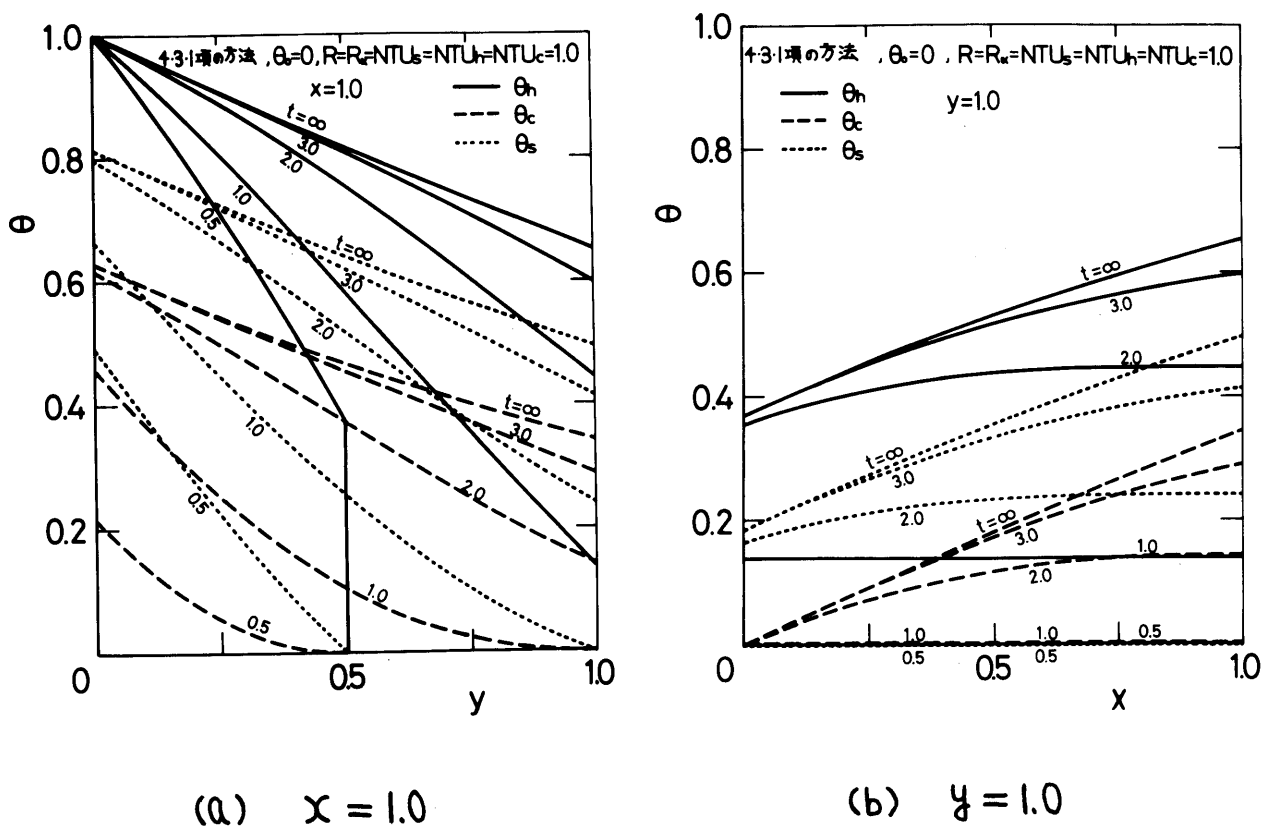


図4-5 局所値の場所による変化

度よく計算することができる。

## (2) 温度効率

温度効率，すなわち受熱流体出口平均温度とおよび加熱流体出口平均温度  $\varepsilon'$  は式(2-1)および式(2-2)で計算される。前述の(1)と同じパラメータの値について，初期条件  $\theta_0=0$  および  $\theta_0=0.5$  の場合の結果を図4-6に示す。 $t$ が大きくなるにつれて，初期条件の影響がなくなり両方の結果は接近する。また， $\theta_0=0.5$  のほうが早く定常状態に達するが，これは定常状態により近い初期値から始めたからである。

つぎに，各パラメータの影響について説明する。ここでは，4.3.2項の方法では現れないパラメータ  $R$  および時間軸に組み込んでしまうことができるパラメータ  $NTU_s$  の影響につい

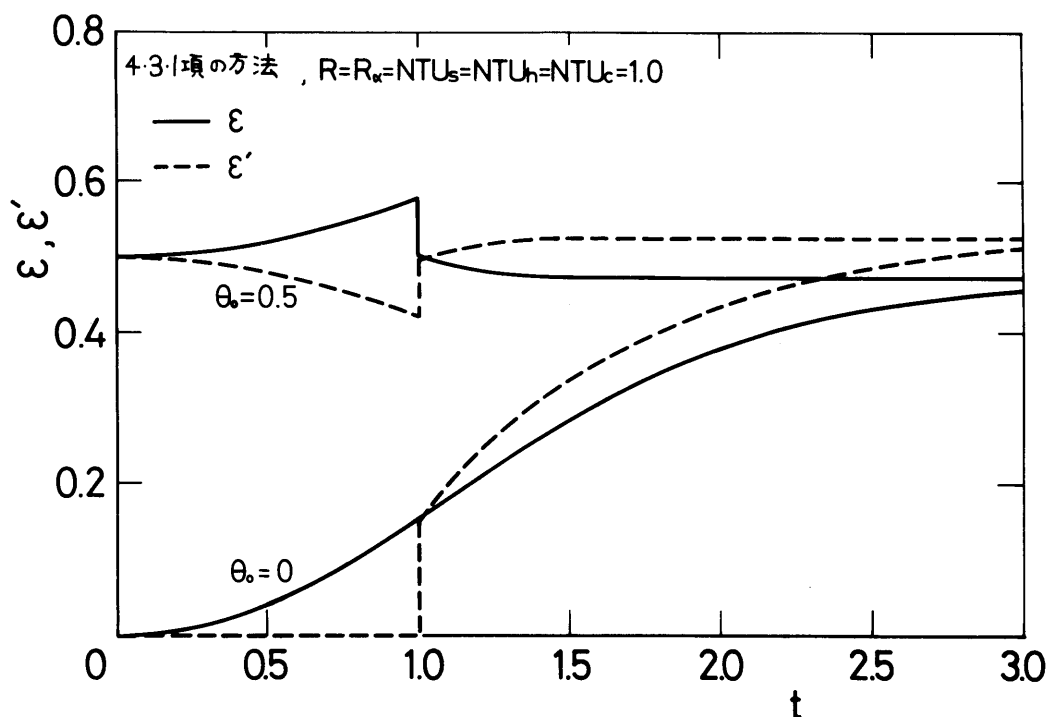


図4-6 初期条件の影響

て述べる。とくに、流体の移動によるおくれと、熱伝達のおくれ<sup>(50)</sup>に注目して検討する。

滞留時間比  $R$  の影響について図4-7に示す。 $\theta_0 = 0$ ,  $R_\alpha = NTU_s = NTU_h = NTU_c = 1.0$  とし,  $R = 0, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0$  および  $\infty$  とする。 $R$  は非定常パラメータであるので,  $t$  が大きくなるにつれてすべての曲線は同じ定常値に近づくが, その近づき方は  $R$  が小さいほど速い。これは  $R$  が小さくなると  $\tau_h$  が小さくなり, 加熱流体が短時間に流れ込むためである。しかし,  $R = 0$  でも, 加熱流体と固体壁の間および固体壁と受熱流体の間の熱伝達のおくれのために,  $t = 0$  で瞬間的に定常値に達することはない。

固体壁に関する伝熱ユニット数  $NTU_s$  の影響について図4-8に示す。 $\theta_0 = 0$ ,  $R = R_\alpha = NTU_h = NTU_c = 1.0$  とし,  $NTU_s = 0, 0.05, 0.5, 1.0$  および  $\infty$  とする。 $NTU_s$  も非定常パラ

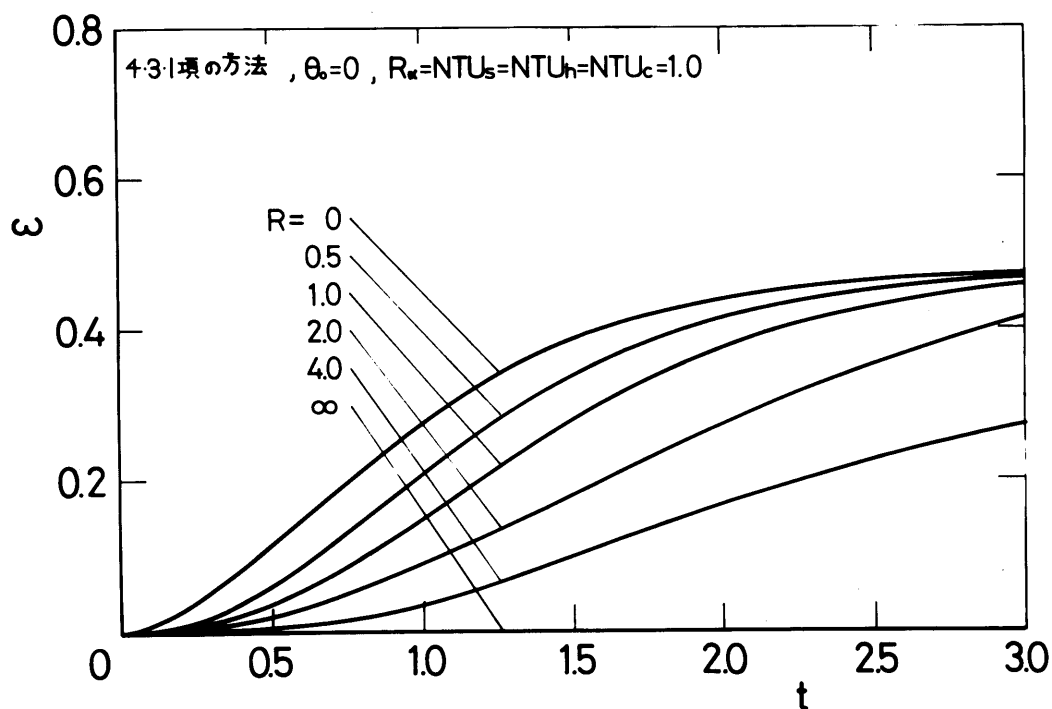


図4-7  $R$  の影響

メータであるので、 $\tau$ が大きくなるにつれてすべての曲線は同じ定常値に近づくが、その近づき方は  $NTU_s$  が大きいほど速い。これは  $NTU_s$  が大きくなると固体壁の温度が短時間に上昇し、それにつれて受熱流体の温度上昇も速くなるためである。しかし、 $NTU_s = \infty$  でも、流体の移動によるおくれと、固体壁と受熱流体の間の熱伝達のおくれのために、 $\tau = 0$  で瞬間的に定常値に達することはない。

#### 4.4.2 4.3.2 項の方法による結果と検討

差分のきざみ数を 20 にして計算した。この方法による計算結果は、以下で述べるパラメータの値の範囲では十分安定であり、また 4.3.1 項の方法よりさらに精度がよい。

$NTU_s \approx 0$  ということは、熱伝達量に対して固体壁の熱容

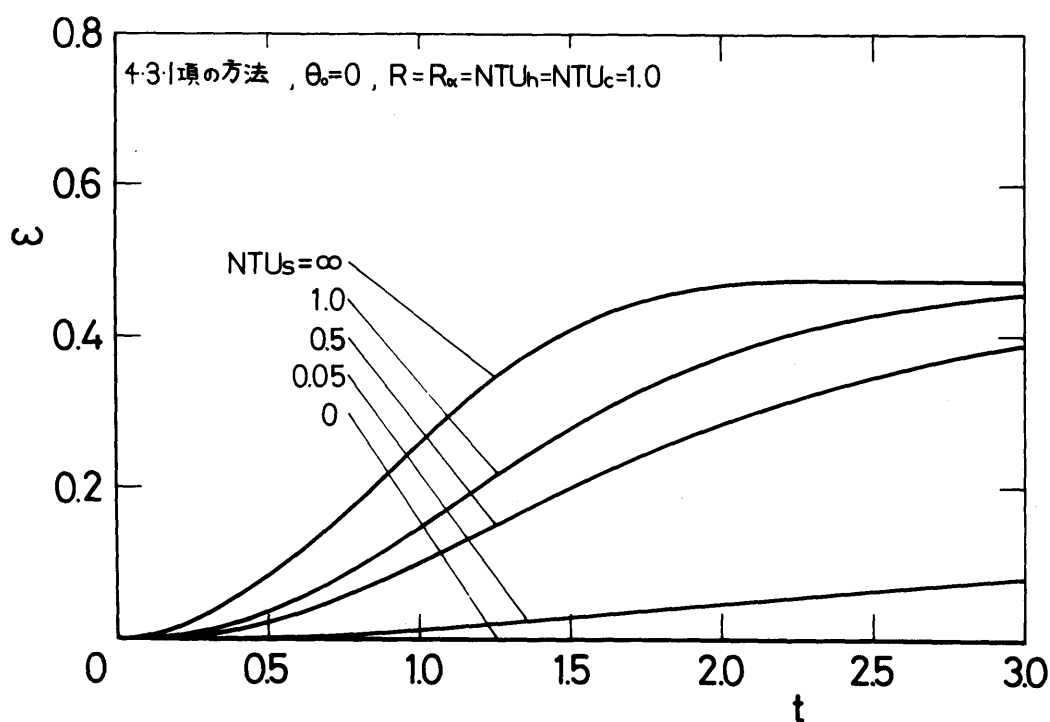


図4-8  $NTU_s$  の影響

量が非常に大きいことを意味し、流体として気体を用いたり、(68)(72) 固体壁として蓄熱体を用いる場合に相当する。この場合にはパラメータの数が減って、 $R_\alpha$ 、 $NTU_c$  および  $NTU_h$  あるいは  $R_w$  の3つになる。以下順次それらの影響が図示されるが、固体壁の熱容量が一般の場合についてもその傾向は同様と考えられる。

#### (1) 4.3.2 項の方法の妥当性

すでに述べたように、4.3.2 項の方法は  $NTU_s \approx 0$  の場合についての近似的な方法なので、4.3.1 項の方法による計算結果と比較することにより、どれくらいの  $NTU_s$  の値に対してこの方法が妥当であるかを示す。図4-9 は横軸に  $NTU_s \cdot t$  をとって、 $\theta_0 = 0$ 、 $R = R_\alpha = NTU_h = NTU_c = 1.0$  の場合につ

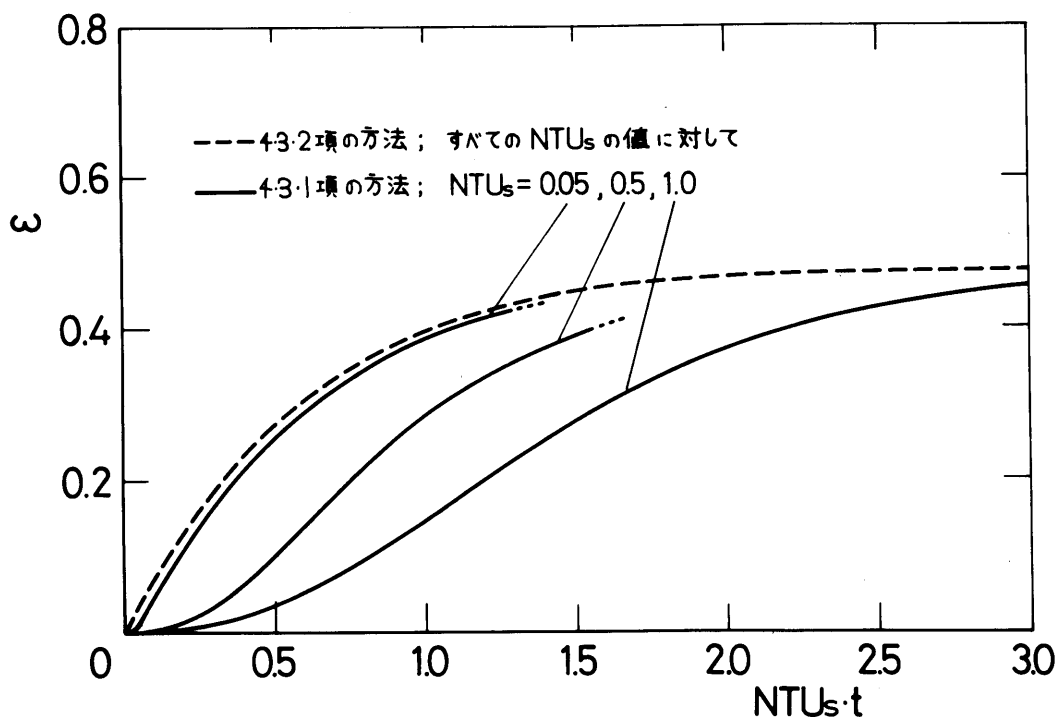


図4-9 4.3.2 項の方法の妥当性

いて、 $\varepsilon$  の時間変化を示したものである。横軸をこのようにとることにより、任意の  $NTUs$  の値に対する 4.3.2 項の方法による計算結果は、破線で示した 1 本の曲線で表される。一方、4.3.1 項の方法による計算結果は  $NTUs = 1.0, 0.5$  および  $0.05$  について実線で示したようになる。 $NTUs = 0.05$  ではほとんど破線と一致しており、 $NTUs < 0.05$  では 4.3.2 項の方法は十分妥当であると考えられる。

## (2) 各パラメータの影響

4.3.2 項の方法では、 $\partial\theta_h/\partial t'$  および  $\partial\theta_c/\partial t'$  の項を無視しているのので、加熱流体および受熱流体の温度は、各瞬間において、その瞬間における固体壁温度に対応する定常状態的な値となっている。したがって、熱交換器の過渡応答を決定づける主因となるパラメータは、熱伝達のおくれによる固体壁の温度変化に直接的に関係する固体壁に関する伝熱ユニット数  $NTUs$  である。

そこで、まず  $NTUs$  の温度効率  $\varepsilon$  の時間変化に対する影響について説明する。たとえば図 4-9 のように、 $NTUs$  は時間座標に  $NTUs t$  という形で組み込まれていることからわかるように、この値が大きいほど早く定常状態に達する。また、極端な場合として  $NTUs = 0$  のときには  $\varepsilon = 0$  のままであり、 $NTUs \neq 0$  という仮定に反するが  $NTUs = \infty$  のときには瞬間的に定常値に達することになる。なお、温度効率が瞬間的に定常値に達するのはこの場合に限られる。

つぎに、 $NTUs$  以外のパラメータの影響について説明する。ここでは、初期条件  $\theta_0 = 0$  とし、考えている以外のパラメータの値を 1.0 とする。

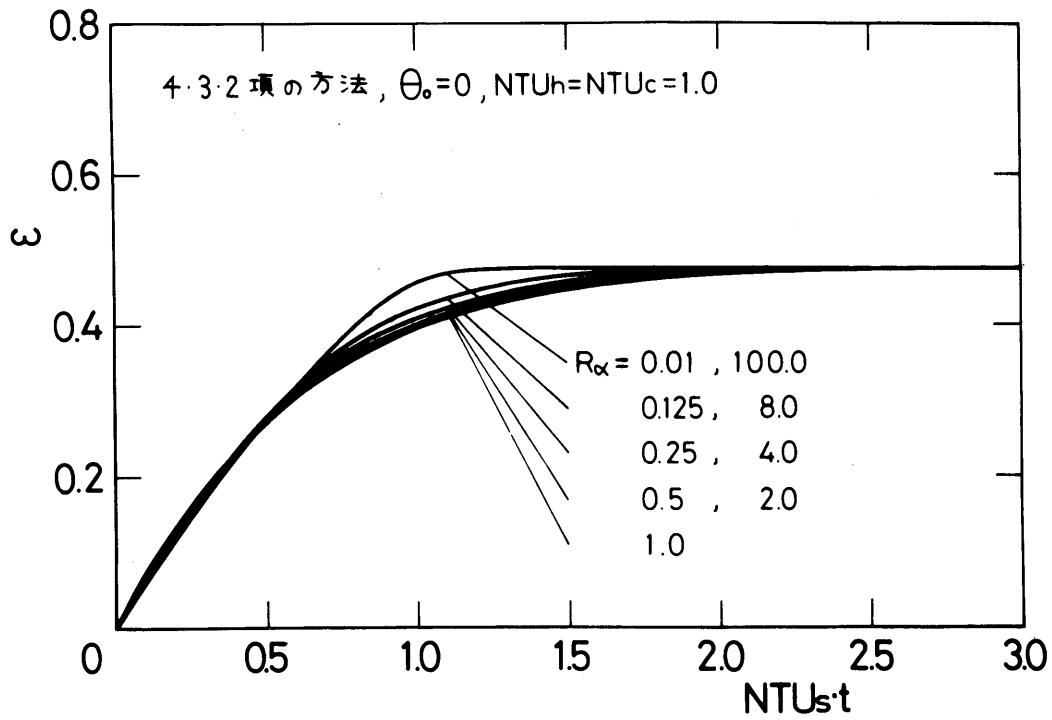
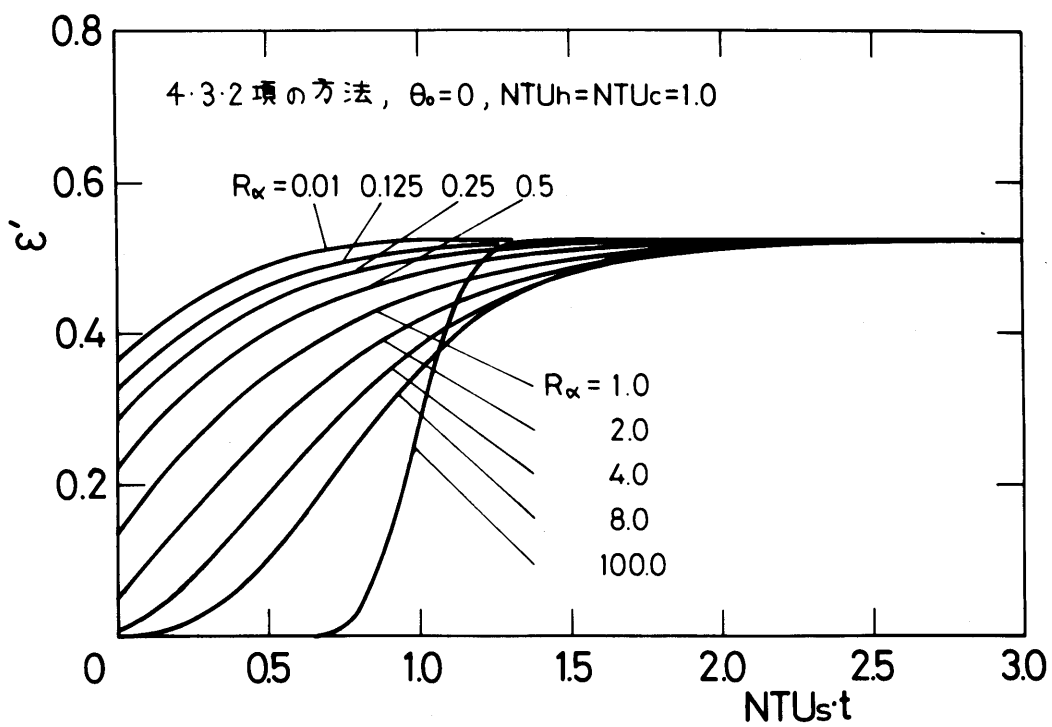
温度効率 $\varepsilon$ に対する熱伝達率比 $R_\alpha$ の影響について図4-10(a)に示す。図からわかるように、ある $R_\alpha$ の値とその逆数の値に対する $\varepsilon$ の時間変化は一致する。また、 $R_\alpha$ は非定常パラメータであるので、 $NTU_{st}$ が大きくなるにつれてその影響はなくなるが、 $NTU_{st}$ が小さいときでも $\varepsilon$ に対する影響は非常に小さく、 $NTU_{st}=1.0$ 付近でパラメータの値により少し差が生じる程度であり、しいて言えば $R_\alpha=1.0$ の場合が定常になるのが最もおそい。このことは、たとえ加熱流体と固体壁の間の熱伝達率 $\alpha_h$ と、固体壁と受熱流体の間の熱伝達率 $\alpha_c$ の比がいかに変化しても、加熱流体と受熱流体の間の全体としての熱抵抗を表す熱貫流係数 $K$ が同じならば（他のパラメータ、すなわち $K$ を含むパラメータは同じとしているので）、受熱流体の受ける影響は同じであることを意味する。参考のために $\varepsilon'$ の変化を図4-10(b)に示した。 $\varepsilon'$ に対する $R_\alpha$ の影響はかなり大きく、 $R_\alpha$ が小さいほど早く定常値に達する。

つぎに、温度効率 $\varepsilon$ に対する定常パラメータ、すなわち受熱流体に関する伝熱ユニット数 $NTU_c$ および加熱流体に関する伝熱ユニット数 $NTU_h$ あるいは米当量比 $R_w$ の影響について示す。これらのパラメータの間にはつぎの関係がある。

$$R_w = \frac{NTU_h}{NTU_c}$$

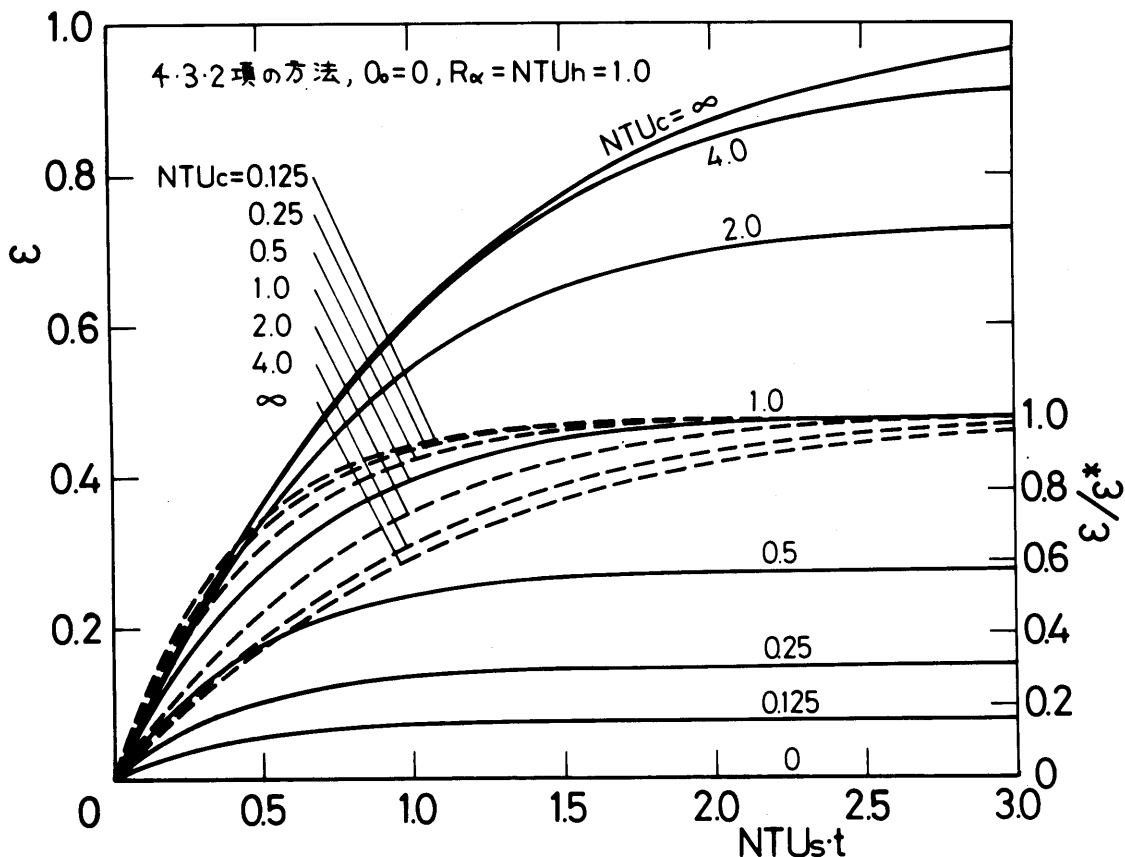
したがって、ここではこの3つのパラメータのうちの一つを1.0に固定して残りのパラメータを $0 \sim \infty$ まで変化させることにより図示する。また、各パラメータの値によって $\varepsilon$ の定常状態での値 $\varepsilon^*$ が異なるので、定常値への漸近の早さを比較するために、各図において、定常値との比 $\varepsilon/\varepsilon^*$ について、考えているパラメータの値が1.0となる場合を基準とし



(a)  $\varepsilon$  の時間変化(b)  $\varepsilon'$  の時間変化図4-10  $R_\alpha$  の影響

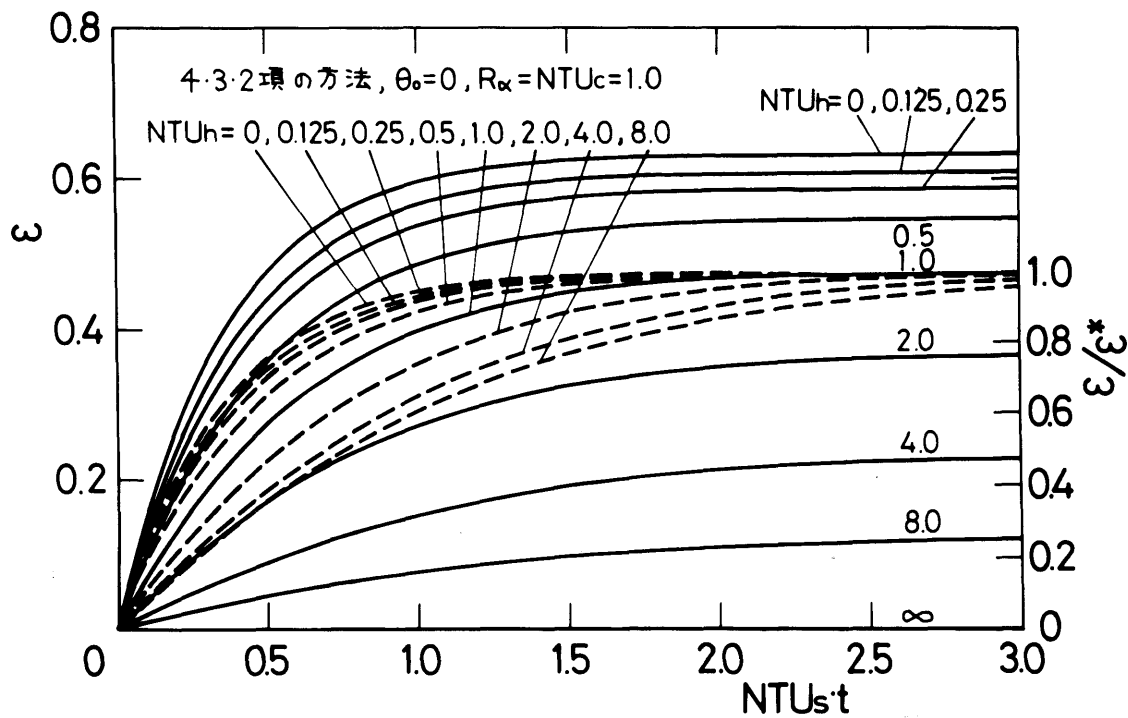
て破線で示す。

$NTU_h = 1.0$  とし,  $NTU_c = 1/R_w$  を変化させた場合,  $NTU_c = 1.0$  とし,  $NTU_h = R_w$  を変化させた場合および  $R_w = 1.0$  とし,  $NTU_c = NTU_h$  を変化させた場合を, それぞれ図4-11(a), (b) および (c) に示す。ε の値はいずれも時間とともに各パラメータの値によって定まる定常値へ近づいている。また, 破線で示された  $\varepsilon/\varepsilon^*$  の時間変化から, どの図においても,  $NTU_c$  あるいは  $NTU_h$  の値が小さいほど早く定常状態になることがわかる。このことは,  $NTU_c$  あるいは  $NTU_h$  の値が小さいということは相対的に  $NTU_s$  の値が大きいことと等価であることから理解できる。

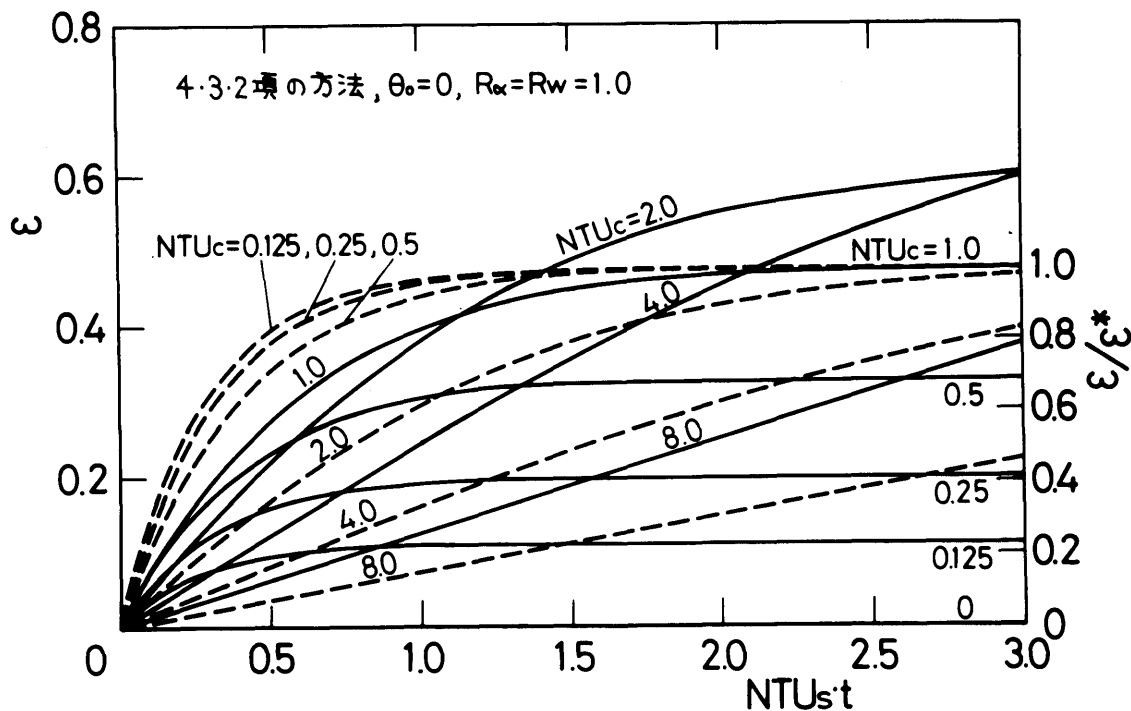


(a)  $NTU_c = 1/R_w$  の影響 ( $NTU_h = 1.0$ )

図4-11 定常パラメータの影響



(b)  $NTU_h = R_w$  の影響 ( $NTU_c = 1.0$ )



(c)  $NTU_c = NTU_h$  の影響 ( $R_w = 1.0$ )

図4-11 定常パラメータの影響

## 4.5 結 言

両流体とも混合しない直交流形熱交換器について、流体の入口温度変化に対する過渡応答を数値的に解析し以下のような結論を得た。

(1) 4.3.1項に示した数値計算法によれば、入口温度がステップ変化するような不連続な場合について、基礎式を近似化することなく精度よく計算できる。

(2) 4.3.2項に示した数値計算法によれば、固体壁熱容量が大きい場合について、4.3.1項の方法よりも少ないきざみ数で精度よく計算できる。また、この計算法は  $NTU_s < 0.05$  では十分妥当である。

(3) 熱交換器内の局所温度の時間および場所に対する変化は、図4-4および4-5(a), (b)のようになる。とくに、 $\theta_h$ は時間 $t$ および位置 $y$ に関して不連続な変化をする。

(4) 温度効率の時間変化に対する初期条件の影響は図4-6のようになる。また、各パラメータすなわち  $R$ ,  $NTU_s$ ,  $R_\alpha$ ,  $NTU_c$  および  $R_w$  の影響は、図4-7 ~ 4-11のようになる。

### 付録4.1 定常状態における基礎式

式(4-1-c)より、 $R_\alpha(\theta_h - \theta_s) + (\theta_c - \theta_s) = 0$  よって、

$$\theta_s = \frac{R_\alpha \theta_h + \theta_c}{1 + R_\alpha} = \frac{\alpha_h \theta_h + \alpha_c \theta_c}{\alpha_h + \alpha_c}$$

これを式(4-1-a)および(4-1-b)に代入するとつぎとなる。

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial y} = -NTU_h(\theta_h - \theta_c)$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial x} = NTU_c(\theta_h - \theta_c)$$

すなわち,  $NTU_h$  および  $NTU_c$  のみが定常パラメータとして残り, 他のパラメータは消滅する。ただし,  $\theta_s$  は上式からわかるように  $R\alpha$  にも依存する。上式は第3章の式(3-30)および(3-31)と一致する。

#### 付録4.2 パラメータの検討

つぎのような変数変換  $(x, y, t) \rightarrow (x', y', t')$  を行う。

$$x' = NTU_c x$$

$$y' = NTU_h y$$

$$t' = NTU_s (t - x - Ry)$$

これにより式(4-1)はつぎとなる。

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial y'} = -(1+R\alpha)(\theta_h - \theta_s)$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial x'} = -\frac{1+R\alpha}{R\alpha}(\theta_c - \theta_s)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t'} = (1+R\alpha)(\theta_h - \theta_s) + \frac{1+R\alpha}{R\alpha}(\theta_c - \theta_s)$$

このように, パラメータ  $R$ ,  $NTU_h$ ,  $NTU_c$  および  $NTU_s$  は独立変数に組み込むことができ,  $R\alpha$  のみが残る。したがって, 温度  $\theta_h$ ,  $\theta_c$  および  $\theta_s$  の局所値は, ある1組の  $R, NTU_h, NTU_c$  および  $NTU_s$  の値に対する計算結果により, これらのパラメータの種々の組合せについて求まることになる。

#### 付録4.3 基礎式を一つの従属変数で表した式

Myers<sup>5(72)</sup> は従属変数を消去して  $\theta_c$  のみの式について解いているが, それに対応する式を以下に示す。

$\theta$  を  $\theta_c$  あるいは  $\theta_h$  とすると,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t'} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x' \partial y'} + \frac{\partial \theta}{\partial x'} + \frac{\partial \theta}{\partial y'} + \frac{1}{1+R_\alpha} \left[ \frac{R_\alpha}{1+R_\alpha} \frac{\partial^3 \theta}{\partial t' \partial x' \partial y'} + R_\alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial t' \partial x'} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial t' \partial y'} \right] = 0$$

あるいは,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x' \partial y'} + \frac{\partial \theta}{\partial x'} + \frac{\partial \theta}{\partial y'} + \frac{1}{1+R_\alpha} \frac{\partial}{\partial t'} [(1+R_\alpha)\theta + \frac{R_\alpha}{1+R_\alpha} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x' \partial y'} + R_\alpha \frac{\partial \theta}{\partial x'} + \frac{\partial \theta}{\partial y'}] = 0$$

定常状態ではつきとなる。

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x' \partial y'} + \frac{\partial \theta}{\partial x'} + \frac{\partial \theta}{\partial y'} = 0$$

#### 付録 4.4 蓄熱式熱交換器への応用

本章の解析方法を蓄熱式熱交換器に応用することはきわめて容易である。蓄熱式熱交換器では一般に  $NTU_s \cong 0$  であり、4.3.2 項の計算方法を適用することができ、加熱周期においては受熱流体の水当量  $W_c = \dot{G}_c c_c = 0$  すなわち  $NTU_c = \infty$ 、受熱周期においては加熱流体の水当量  $W_h = \dot{G}_h c_h = 0$  すなわち  $NTU_h = \infty$  と考えればよい。したがって、蓄熱式熱交換器の基礎式はつきとなる。

加熱周期においては,

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial y} = -(1+R_\alpha) NTU_h (\theta_h - \theta_s)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t} = (1+R_\alpha) (\theta_h - \theta_s)$$

受熱周期においては,

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial x} = - \frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} NTU_c (\theta_c - \theta_s)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t} = \frac{1+R_\alpha}{R_\alpha} (\theta_c - \theta_s)$$

また, 初期条件は 4.3.2 項と同様  $t=0$  で  $\theta_s = \theta_0$  であるが, 各周期の切り換え時においては, 前の周期の終了時の  $\theta_s$  の値をつぎの周期の  $\theta_s$  の初期値  $\theta_0$  として考えることとする。したがって, この  $\theta_0$  は  $x$  および  $y$  の関数となり, 4.3.2 項の (2) で述べたように, 各座標軸および面での計算はすべて差分法によらなければならない。

蓄熱式熱交換器においては, 新たに加熱周期および受熱周期の期間を表す 2 つのパラメータを考える必要がある。たとえば, 無次元加熱周期  $t'_h \equiv NTU_s t_h / \tau_c = K x_0 y_0 / \frac{G_s}{t_h} C_s$  および周期比  $R_t \equiv t'_c / t'_h = t_c / t_h$  を考えることができる。ここで,  $t_h$  および  $t_c$  はそれぞれ加熱周期および受熱周期である。

## 第5章 伝熱面に垂直な方向の温度分布を 考慮した解析<sup>(28)</sup>

### 5.1 緒 言

熱交換器の設計において、とくにその伝熱計算を行う場合、設定した熱交換器の形式ならびに伝熱面両側の流体のそれぞれの流量および性状（自然対流か強制対流か、層流か乱流か、蒸発あるいは凝縮を伴うか、助走区間か発達した流れか）によって、伝熱面両側の熱伝達率 $\alpha$ を計算し、さらに過去の実績や実験値を参考にして熱貫流係数 $K$ を決定している。このような $\alpha$ の値は、伝熱工学において種々の場合について蓄積されたデータより求められる。しかし、これらは伝熱面における境界条件として、壁面温度あるいは壁面熱流束が一定あるいはある関数形でア priori に与えられた場合について求められたものがほとんどであり、実際の熱交換器の伝熱面における境界条件に厳密に対応したものではない。

熱交換器においては、伝熱面の両側に2流体が流れ、それらは熱的に相互に影響し合い、また、伝熱面を構成する固体壁の熱的性質もこれらに影響を与える。すなわち、熱交換器における熱伝達は、2流体および固体壁の3体問題として連成させて取扱うことが必要である。このような場合には、壁面温度あるいは壁面熱流束があらかじめ決まらないので、2流体のそれぞれについて個々に伝熱面条件を用いて温度場を求めることはできず、2流体および固体壁の温度場を同時に解く必要がある。

従来のように熱貫流係数を前もって与えて解析する場合には、交換熱量および温度効率を求める際、 $\varepsilon$ とNTUの関係



を導出するときのように流れ方向のみの温度変化を考慮すればよく、伝熱面に垂直な方向すなわち熱の移動方向の温度分布を考慮する必要はない。この場合、流体の垂直方向の温度は加熱側および受熱側でそれぞれ一様あるいは平均値で代表されると考えることができ、これらの温度の差と熱貫流係数の積によって熱移動量は表される。これに対し、上述のように熱交換器における熱移動を連成熱伝達問題として取扱うときには、伝熱面に垂直な方向の温度分布をも考慮しなければならない。このため、従来の理論より独立変数が一つふえることになり、解析がかなり難しくなる。

このような連成熱伝達問題については、智田<sup>(73)(74)</sup>が連続的に引き出される平板の熱伝達を中心に概説を行っている。一つの流体と固体壁の間の連成についてはつぎの研究がある。榊原らは層流熱伝達におよぼす壁面伝導の影響として、平板<sup>(75)</sup>、円管内<sup>(76)</sup> および平行平板間流れ<sup>(77)</sup> について解析および実験を行い両者がよく一致することを示した。平板によって隔てられた2流体の間の連成についてはつぎの研究がある。Viskanta<sup>(78)</sup> は2流体が層流あるいは乱流で平行および対向して流れる場合に適用できる一般的な解析法を示した。しかし、解は平行流の場合についてだけ示されている。Shvets は平行流で平板が熱源を持つ場合<sup>(79)</sup> および対向流の場合<sup>(80)</sup> について解析し温度分布および熱伝達率を示した。

さらに、本章の目的とする実際の熱交換器におけるような管内流に対するものとしてはつぎの研究がある。並流形および向流形に対しては、とくに向流形はその境界条件が熱交換器の両側で与えられるため解析が難しく多くの研究がなされている。最初にこの問題を取扱ったのは King<sup>(81)</sup> であり、彼は物質伝達において濃度分布を差分法により求めた。熱伝達

については、Nunge ら<sup>(82)(83)</sup> および Stein<sup>(84)</sup> がそれぞれ独立に取扱い、とくに Stein は境界条件に敏感な液体金属の場合には連成問題としての解析が必要であることを指摘している。彼らは単一流体の場合の古典的な Graetz 問題に対する変数分離および固有関数の直交性を用いた解法を2流体の場合に一般化して解析を行い級数解を得た。その後、Stein<sup>(85)</sup> は Nunge らの解法はプラグ流に対しては不完全であることを指摘している。彼らの方法は数学的にはエレガントであるが、級数の収束に問題があり、かなり繁雑な取扱いが必要であり実用的ではない。Tien ら<sup>(86)</sup> は積分法を用い、伝熱面に垂直な方向の温度分布を3次式で仮定することにより問題を一对の一階常微分方程式を解くことに帰着させる近似解を示し、これが Nunge らの結果とよく一致することを示した。しかしながら、この方法では、温度境界層の発達程度により温度分布をいくつかの場合にわけて仮定しなければならないし、さらに得られた結果の精度の検討が他の解析との比較によってしかできない。Bentwich<sup>(87)</sup> は2流体について別々に温度分布を2つの項の和で仮定し、その第1項は古典的な Graetz 問題の解そのもので与られ、第2項は伝熱面における熱流束分布によって表されることを示し、この熱流束分布は並流形では Volterra 形、向流形では Fredholm 形の積分方程式に支配されることを示した。その後、彼はこの解析法を向流形<sup>(88)</sup> および直交流形<sup>(89)</sup> の多層流路の熱交換器に適用しているが、この方法もかなり繁雑な取扱いが必要である。その他、Gutfinger<sup>(90)</sup> は向流形熱交換器の作動流体として、粘性が一般に大きく層流としての解析が重要である非ニュートン流体を用いた場合について、クランク・ニコルソンの陰伏差分法により数値計算を行った。一方、Seban ら<sup>(91)</sup> は壁面熱流束一定の場合に対する

Leveque-Lighthill の解による局所熱伝達率を用いて、適切な平均熱貫流係数を計算する方法を示した。この方法は、従来のように熱伝達率を他のデータから求める方法を精密化したものであり、Nungeらの結果とよく一致している。しかしながら、連成問題として取扱ったものではないので、他の流動方式に適用する場合には検討が必要である。

以上が並流形および向流形に対してこれまでになされた研究の概要であるが、直交流形に対するものは上でふれたBentwichの研究があるだけである。また、これらの研究はそれぞれ指摘したような問題点がある。さらに、熱交換器の性能の評価において最も重要と考えられる温度効率に対する各種のパラメータおよび流動方式の差異による影響を系統的かつ定量的に明示したものはない。

このような観点から、本章では並流形、向流形および直交流形において、2流体とも一様流で、固体壁の存在が無視できる2体問題の場合について、差分法を用いて数値的に計算を行い、とくに温度効率について系統的かつ定量的に結果を示した。

連成問題としての取扱いにおいては、その伝熱面に垂直な方向の温度分布により、必然的にその両面の局所熱伝達率が求まり、したがって熱貫流係数も求まる。しかし、これらは交換熱量および温度効率を求めるのに直接には必要ない。そこで、これらについてはその一例だけを示した。また、従来の $\varepsilon$ とNTUの関係に対応して、NTUのかわりに、温度場から必然的に定まる熱貫流係数 $K$ を流体の物性値の熱伝導率入でおきかえた形となる無次元流路長さ $X_0$ を用いて結果を整理した。

なお、本章の解析は第2章の「熱貫流係数が場所あるいは

流体温度に依存して変化する場合」の一つの例でもあり、この場合の単純熱貫流係数をも計算しその結果を示した。

## 5.2 基礎式

この章では、直交流形で両流体とも混合しない場合を取扱うが、比較のために並流形および向流形についても同時に取扱う。理論解析を行うにあたり、2.2節の基本的仮定(1),(2),(3),(4),(5),(6-2),(7-2),(8-3),(9-2),(10-1)および(11-1)をもうける。これらの仮定に基づき、加熱流体および受熱流体にエネルギー式を適用することにより、各流動方式について図2-1(a),(b)および(c)に示したような座標系において、以下の基礎方程式が得られる。

受熱側 ( $z < 0$ ) :

$$u_c \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\lambda_c}{c_c \gamma_c} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \text{-----}(5-1-a)$$

加熱側 ( $z > 0$ ) :

$$u_h \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\lambda_h}{c_h \gamma_h} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \text{-----}(5-2-a)$$

また、境界条件はつぎとなる。

伝熱面 ( $z = 0$ ) :

$$\theta|_{z=-0} = \theta|_{z=+0}, \lambda_c \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=-0} = \lambda_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=+0} \text{-----}(5-3-a)$$

断熱壁 ( $z = -z_c, z_h$ ) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \text{-----}(5-4-a)$$

受熱流体の入口 ( $x = 0, z < 0$ ) :

$$\theta = \theta_{c1} \text{-----}(5-5-a)$$

加熱流体の入口 ( $y=0, z>0$ ):

$$\theta = \theta_{h1} \text{ ----- (5-6-a)}$$

以上の式を無次元化するとつきとなる。

$Z < 0$ :

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \text{ あるいは } \frac{\partial \theta}{\partial (X/X_0)} = X_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \text{ ----- (5-1)}$$

$Z > 0$ :

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{RwR\lambda}{R_L} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \text{ あるいは } \frac{\partial \theta}{\partial (Y/Y_0)} = RwR\lambda X_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \text{ ----- (5-2)}$$

$Z = 0$ :

$$\theta|_{Z=-0} = \theta|_{Z=+0}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z}|_{Z=-0} = R\lambda \frac{\partial \theta}{\partial Z}|_{Z=+0} \text{ ----- (5-3)}$$

$Z = -1, 1$ :

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \text{ ----- (5-4)}$$

$X = 0, Z < 0$ :

$$\theta = 0 \text{ ----- (5-5)}$$

$Y = 0, Z > 0$ :

$$\theta = 1 \text{ ----- (5-6)}$$

ここで、つぎのような無次元変数

$$X \equiv \frac{\lambda_c x}{\nu_{cm} c_c \gamma_c z_c^2}$$

$$Y \equiv \frac{\lambda_c y}{\nu_{cm} c_c \gamma_c z_c^2}$$

$$Z \equiv \begin{cases} z / z_c & (z < 0) \\ z / z_h & (z > 0) \end{cases}$$

$$\theta \equiv \frac{\theta - \theta_{c1}}{\theta_{h1} - \theta_{c1}}$$

および無次元パラメータ

受熱側の無次元流路長さ：

$$X_0 \equiv \frac{\lambda_c x_0}{v_{cm} c_c \gamma_c z_c^2} = \frac{(\lambda_c / z_c) A}{W_c}$$

水当量比：

$$R_w \equiv \frac{v_{cm} c_c \gamma_c A_c}{v_{hm} c_h \gamma_h A_h} = \frac{W_c}{W_h}$$

(並流形・向流形では  $A_c/A_h = z_c/z_h$ , 直交流形では  $A_c/A_h = z_c \gamma_0 / z_h x_0$ )

熱抵抗比：

$$R_\lambda \equiv \frac{\lambda_h / z_h}{\lambda_c / z_c}$$

流路長さ比：

$$R_L \equiv \frac{Y_0}{x_0}$$

(並流形・向流形では  $R_L = 1$ )

加熱側の無次元流路長さ：

$$Y_0 \equiv \frac{\lambda_c y_0}{v_{cm} c_c \gamma_c z_c^2}$$

を用いた。これらのパラメータのうち、 $X_0$ ,  $Y_0$  および  $R_L$  の間にはつぎの式が成り立つ。

$$R_L = \frac{Y_0}{X_0}$$

また、パラメータ  $X_0$  および  $Y_0$  は、それぞれ変数  $X$  および  $Y$  の  $x = x_0$  あるいは  $y = y_0$  での値となる。

### 5.3 計算方法

本章における解析では、差分法による数値計算を行うが、

これは操作が容易であり，物性値が変化するような場合などへの応用が可能である。また，すべての流動方式についてほとんど同様にして計算できる。きざみ幅を小さくすることにより容易に精度を向上でき，熱交換器出入口近傍のみを詳細に計算することもできる。

### 5.3.1 変数変換

温度変化の激しいところを細かくきざむために，変数変換  $(X, Y, Z) \rightarrow (X_1, Y_1, Z_1)$  を行い，新しい変数について等間隔にきざむ。並流形および向流形では，

$$\begin{cases} X/X_0 = (1-U)(-2X_1^3 + 3X_1^2) + UX_1 \\ Z = (1-W)Z_1^3 + WZ_1 \end{cases}$$

とし，直交流形では，

$$\begin{cases} X/X_0 = (1-U)X_1^3 + UX_1 \\ Y/Y_0 = (1-V)Y_1^3 + VY_1 \\ Z = (1-W)Z_1^3 + WZ_1 \end{cases}$$

とした。ここで，並流形および向流形の変換式における係数は  $U=0$ ， $W=0.05$  とし，直交流形の変換式における係数は  $U=V=W=0.05$  として計算を行った。

このような変数変換により，基礎式(5-1)および(5-2)はつきとなる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial X_1} = \frac{\left(\frac{dZ_1}{dZ}\right)^2}{\frac{dX_1}{dX}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z_1^2} + \frac{\frac{d^2 Z_1}{dZ^2}}{\frac{dX_1}{dX}} \frac{\partial \theta}{\partial Z_1} \quad \text{----- (5-1-b)}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y_1} = \frac{RwR\lambda}{R_L} \left[ \frac{\left(\frac{dZ_1}{dZ}\right)^2}{\frac{dY_1}{dY}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z_1^2} + \frac{\frac{d^2 Z_1}{dZ^2}}{\frac{dY_1}{dY}} \frac{\partial \theta}{\partial Z_1} \right] \quad \text{----- (5-2-b)}$$

## 5.3.2 差分化

受熱側および加熱側で、それぞれ図5-1(a), (b) および(c)に示すような陰的な差分化を行った。すなわち並流形および向流形ではつきとなる。

受熱側：

$$\theta(X_1, Z_1) \longrightarrow \theta(I, K')$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X_1} \longrightarrow \frac{\theta(I+1, K') - \theta(I, K')}{\Delta X_1}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z_1} \longrightarrow \frac{\theta(I+1, K'+1) - \theta(I+1, K'-1)}{2\Delta Z_1}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z_1^2} \longrightarrow \frac{\theta(I+1, K'+1) - 2\theta(I+1, K') + \theta(I+1, K'-1)}{(\Delta Z_1)^2}$$

加熱側：

$$\theta(Y_1, Z_1) \longrightarrow \theta(J, K)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y_1} \longrightarrow \frac{\theta(J+1, K) - \theta(J, K)}{\Delta Y_1}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z_1} \longrightarrow \frac{\theta(J+1, K+1) - \theta(J+1, K-1)}{2\Delta Z_1}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z_1^2} \longrightarrow \frac{\theta(J+1, K+1) - 2\theta(J+1, K) + \theta(J+1, K-1)}{(\Delta Z_1)^2}$$

直交流形ではつきとなる。

受熱側：

$$\theta(X_1, Y_1, Z_1) \longrightarrow \theta(I, J, K')$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X_1} \longrightarrow \frac{\theta(I+1, J, K') - \theta(I, J, K')}{\Delta X_1}$$

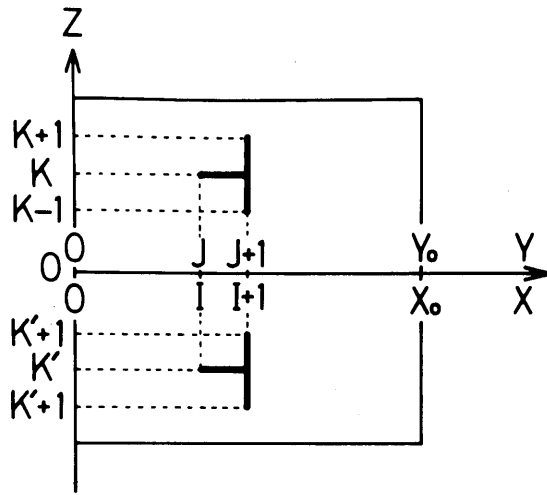
$$\frac{\partial \theta}{\partial Z_1} \longrightarrow \frac{\theta(I+1, J, K'+1) - \theta(I+1, J, K'-1)}{2\Delta Z_1}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z_1^2} \longrightarrow \frac{\theta(I+1, J, K'+1) - 2\theta(I+1, J, K') + \theta(I+1, J, K'-1)}{(\Delta Z_1)^2}$$

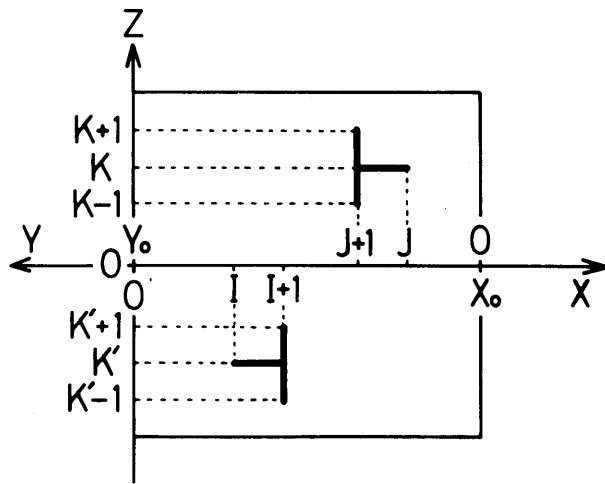
加熱側：



(a) 並流形



(b) 向流形



(c) 直交流形

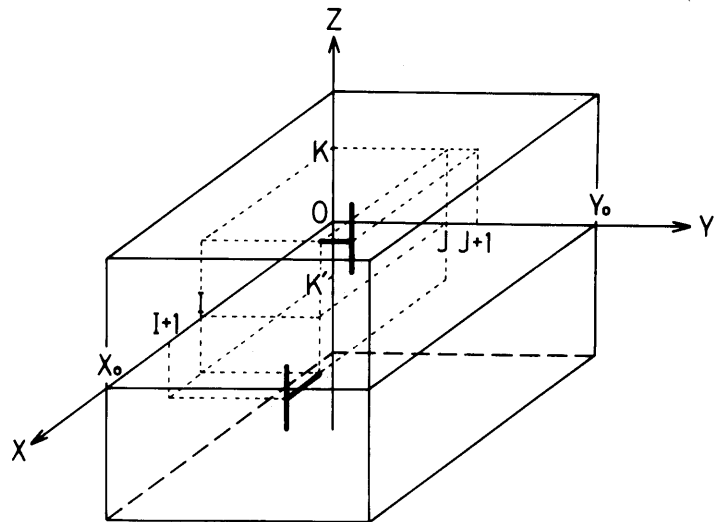


图5-1 差分格子

$$\begin{aligned} \theta(X_1, Y_1, Z_1) &\longrightarrow \theta(I, J, K) \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y_1} &\longrightarrow \frac{\theta(I, J+1, K) - \theta(I, J, K)}{\Delta Y_1} \\ \frac{\partial \theta}{\partial Z_1} &\longrightarrow \frac{\theta(I, J+1, K+1) - \theta(I, J+1, K-1)}{2\Delta Z_1} \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z_1^2} &\longrightarrow \frac{\theta(I, J+1, K+1) - 2\theta(I, J+1, K) + \theta(I, J+1, K-1)}{(\Delta Z_1)^2} \end{aligned}$$

### 5.3.3 受熱側と加熱側の伝熱面での結合

並流形では、伝熱面における境界条件により受熱側と加熱側を結合し、 $X_1 = 0$  (したがって  $Y_1 = 0$ ) から同時に逐次解く。向流形では、伝熱面の温度を適当に仮定して、受熱側と加熱側でそれぞれ別個に解き、伝熱面における条件を十分な精度で満足するまで仮定した値を修正しながら計算する。直交流形では、 $X_1 = Y_1 = 0$  から並流形と同様な方法で逐次解く。

これらは結局連立一次方程式を解くことに帰着され、とくにこの場合には三項方程式となり、ガウスの消去法<sup>(92)</sup>で数値的に計算した。

また、平均温度を計算するときには、シンプソンの1/3則<sup>(93)</sup>によって数値的に積分することによって計算した。

## 5.4 計算結果の整理方法

計算結果の整理上、流れを平行2平板間流れと考えれば、等価直径は受熱側で  $de_c = 2z_c$ 、加熱側で  $de_h = 2z_h$  となり、ヌッセルト数  $Nu$  はつきとなる。

$$\text{Nu}_c \equiv \frac{h_c d_{ec}}{\lambda_c} = \frac{2 \frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{Z=-0}}{\theta_w - \theta_{cm}} \quad \text{----- (5-7)}$$

$$\text{Nu}_h \equiv \frac{h_h d_{eh}}{\lambda_h} = - \frac{2 \frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{Z=+0}}{\theta_w - \theta_{hm}} \quad \text{----- (5-8)}$$

熱貫流係数  $K$  の無次元表示  $\text{Nu}_{Kc} = K d_{ec} / \lambda_c$  は次式で与えられる。すなわち，全熱抵抗  $1/K = 1/h_c + 1/h_h$  より，

$$\frac{1}{\text{Nu}_{Kc}} = \frac{1}{\text{Nu}_c} + \frac{1}{\text{Nu}_h R_\lambda} \quad \text{----- (5-9)}$$

となる。また，受熱側のペクレ数  $\text{Pe}_c = v_{cm} d_{ec} / (\lambda_c / c_c \gamma_c)$  を用いれば  $X$  は次式で表される。

$$X = \frac{2x}{z_c} \frac{1}{\text{Pe}_c} \quad \text{----- (5-10)}$$

従来の  $K$  を一定とする熱交換器理論においては，パラメータとして伝熱ユニット数  $\text{NTU}_c \equiv KA / W_c$  および木当量比  $R_w \equiv W_c / W_h$  を用いているが，本解析では  $R_w$  はそのまま用いるが， $\text{NTU}_c$  のかわりに  $K$  を  $\lambda_c / z_c$  でおきかえた形となる  $X_0$  を用い， $R_\lambda$  および  $R_L$  あるいは  $Y_0$  を新たなパラメータとして用いる。

また，本解析は第3章の「 $K$  が場所あるいは流体温度に依存する場合」の一例となり， $K$  は熱交換器内で変化する。このような場合の「真の平均熱貫流係数」を意味する単純熱貫流係数  $K'$  の無次元表示  $(\text{Nu}_{Kc})_m \equiv K' d_{ec} / \lambda_c$  は，考えている場合の  $X_0$  の値と，そのときの  $\varepsilon$  の値に対応する  $K$  が一定の場合の  $\text{NTU}_c$  の値により次式で求められる。

$$(\text{Nu}_{Kc})_m = \frac{K' 2z_c}{\lambda_c} = 2 \frac{\frac{K'A}{W_c}}{\frac{(\lambda_c/z_c)A}{W_c}} = 2 \frac{\text{NTU}_c}{X_0} \quad \text{----- (5-11)}$$

## 5.5 計算結果および検討

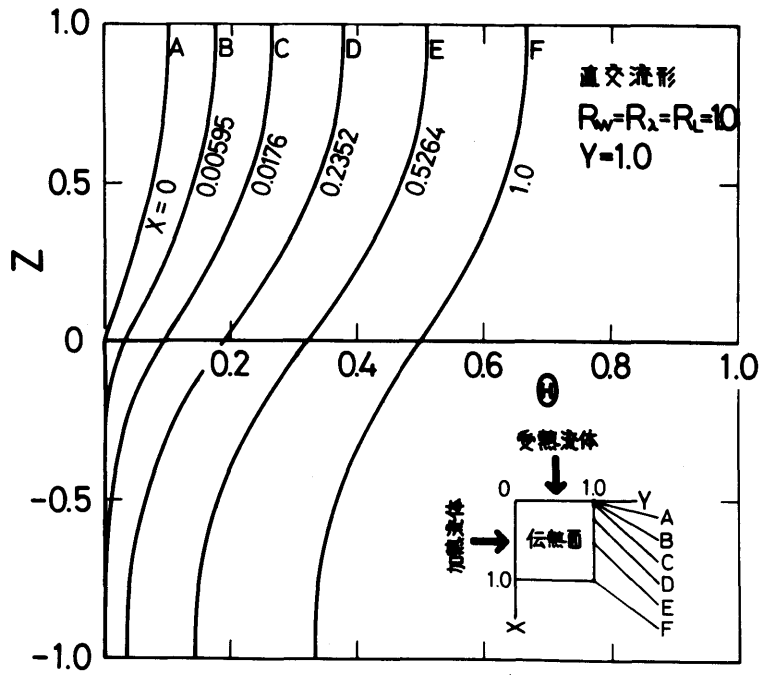
### 5.5.1 伝熱面に垂直な方向の温度分布

伝熱面に垂直な方向すなわち  $z$  方向の温度分布を図5-2(a) および (b) に示す。図5-2(a) は直交流形で  $R_w = R_\lambda = R_L = 1.0$  とし,  $Y = 1.0$  で  $X = 0 \sim 1.0$  について示したものである。図5-2(b) は並流形で  $R_w = 1.0$ ,  $R_\lambda = 0.25$  とし,  $X = 0 \sim \infty$  について示したものである。図のように,  $R_\lambda = 0.25$  の例では伝熱面の両側での熱伝導率が異なるので, 伝熱面における条件を満たすように温度分布のこう配は不連続となる。

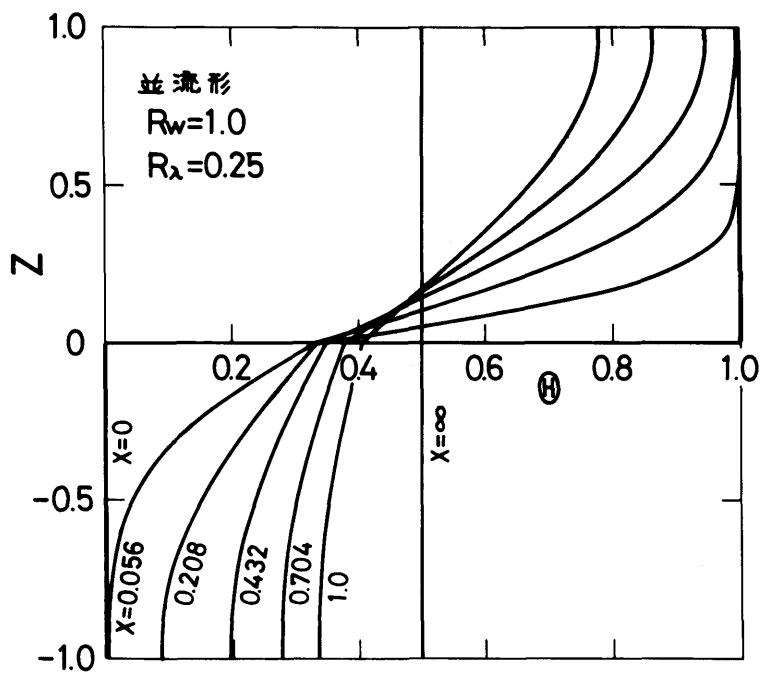
### 5.5.2 流れ方向の温度分布

流れ方向すなわち  $x$  あるいは  $y$  方向の温度分布を並流形, 向流形および直交流形について図5.3(a), (b) および (c) に示す。ここで,  $\theta_{cm}$  および  $\theta_{hm}$  は受熱流体および加熱流体温度の  $z$  方向の平均,  $\theta_w$  は伝熱面温度を表す。本解析の結果を  $R_w = 1.0$  については実線で,  $R_w = 0.1$  については破線で示し, これらと同じ  $\varepsilon$  の値に対応する従来の  $K$  を一定とする熱交換器理論による受熱流体の温度分布を一点鎖線で示す。

並流形において,  $R_w = 1.0$  の場合には, 同種の問題に対する解析解<sup>(94)</sup> と一致し, また  $\theta_w \equiv 0.5$  となり伝熱面温度一定の条件の場合と同じ結果となる。 $R_w = 0.1$  の場合には, 伝熱面温度は  $X = +0$  で  $0.5$  となり, その後急激にある一定の値まで上昇し,  $X \approx 0.15$  までその値を保った後, 徐々に上昇する。また, 流体温度も入口付近で急激に変化し,  $K$  が一定

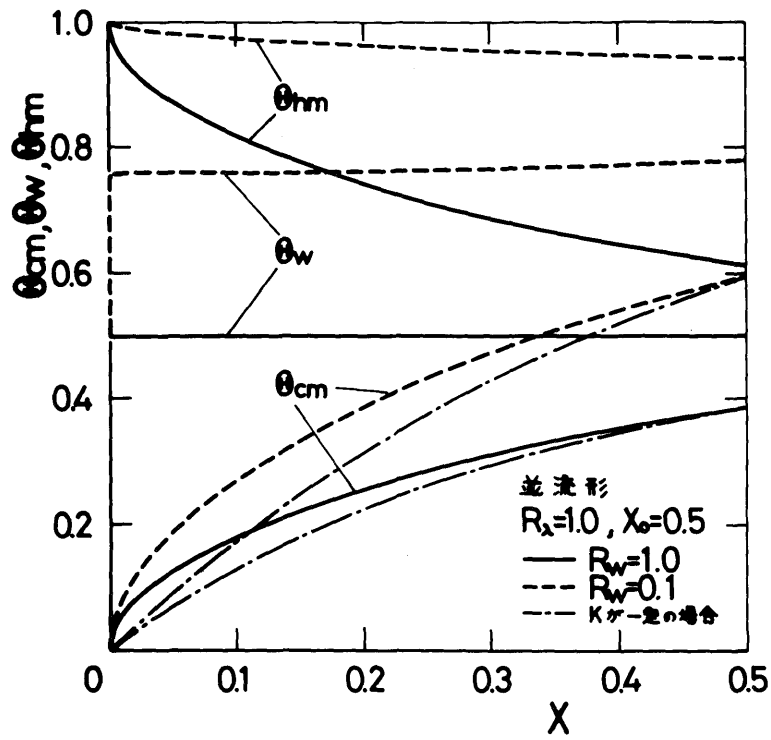


(a) 直交流形

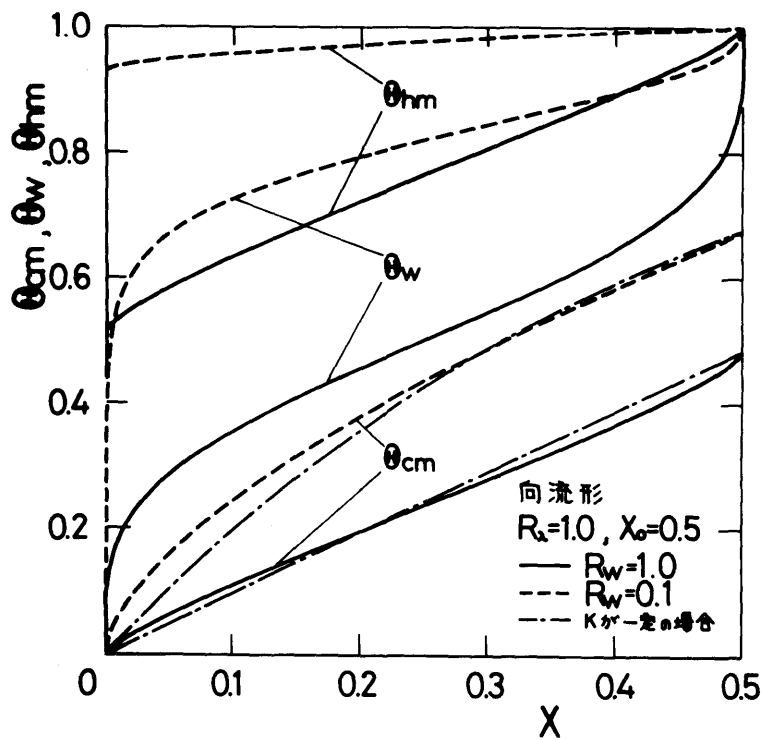


(b) 並流形,  $R_x = 0.25$

図5-2 伝熱面に垂直な方向の温度分布

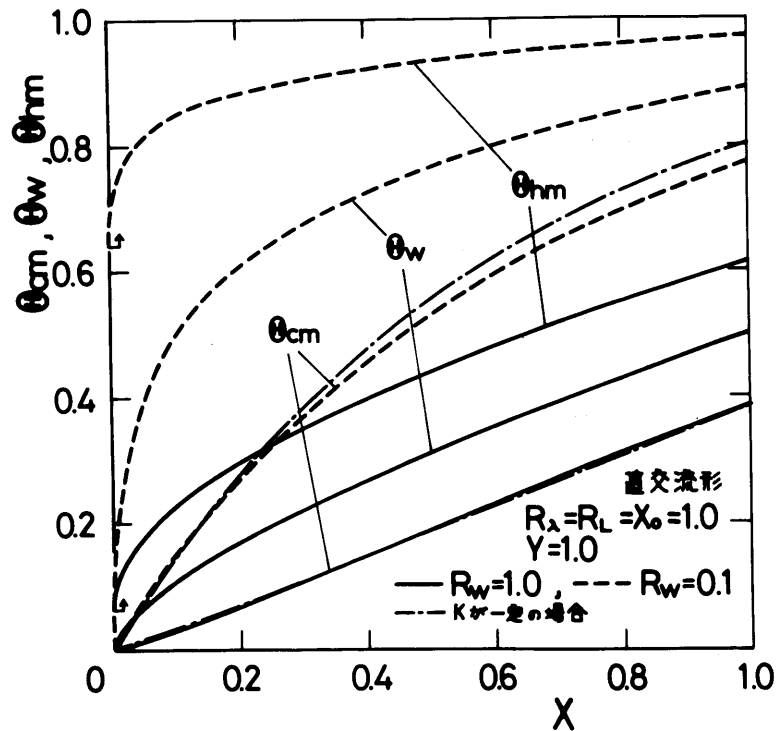


(a) 並流形



(b) 向流形

図5-3 流れ方向の温度分布



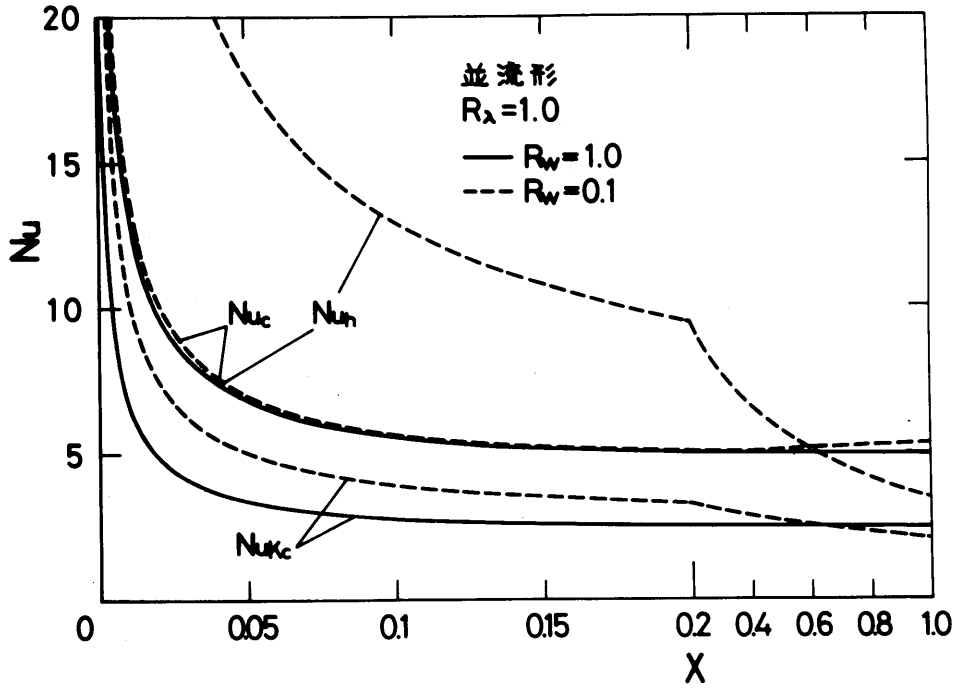
(c) 直交流形

図5-3 流れ方向の温度分布

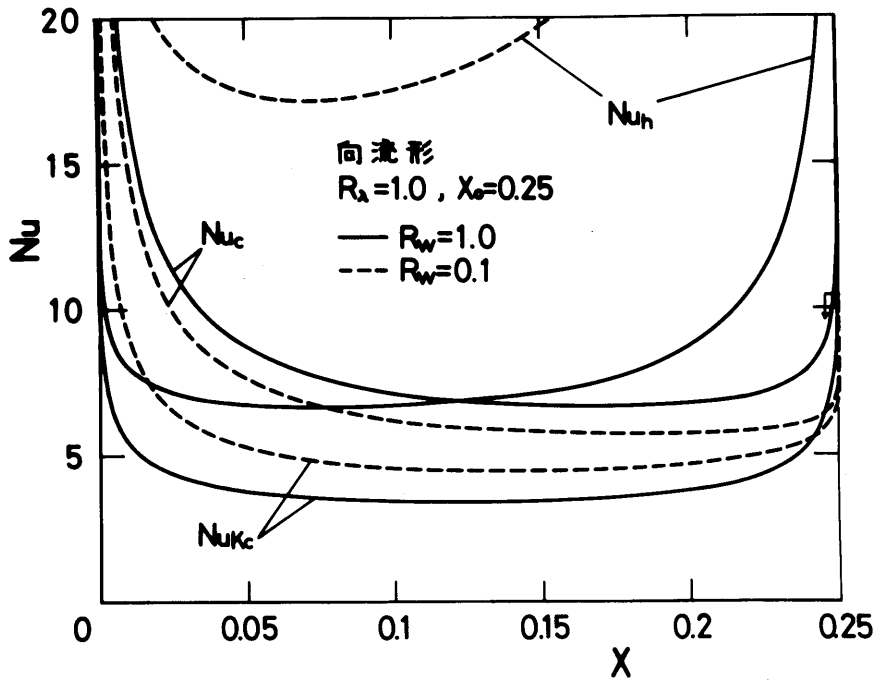
の場合との差も大きい。向流形および直交流形の場合にも同様である。

### 5.5.3 局所ヌッセルト数の変化

局所ヌッセルト数の変化を並流形，向流形および直交流形について図5.4 (a), (b) および (c) に示す。向流形では， $X_0 = 0.25$  とし，直交流形では  $Y = 1.0$  の位置における値のみを示す。いずれの場合も  $R_\lambda = 1.0$  とし，実線で  $R_w = 1.0$ ，破線で  $R_w = 0.1$  の場合を示した。受熱側および加熱側のヌッセルト数  $Nu_c$  および  $Nu_h$  は，それぞれ受熱流体入口および加熱流体入口で最も大きな値となる。並流形では  $X$  が大きくなるに



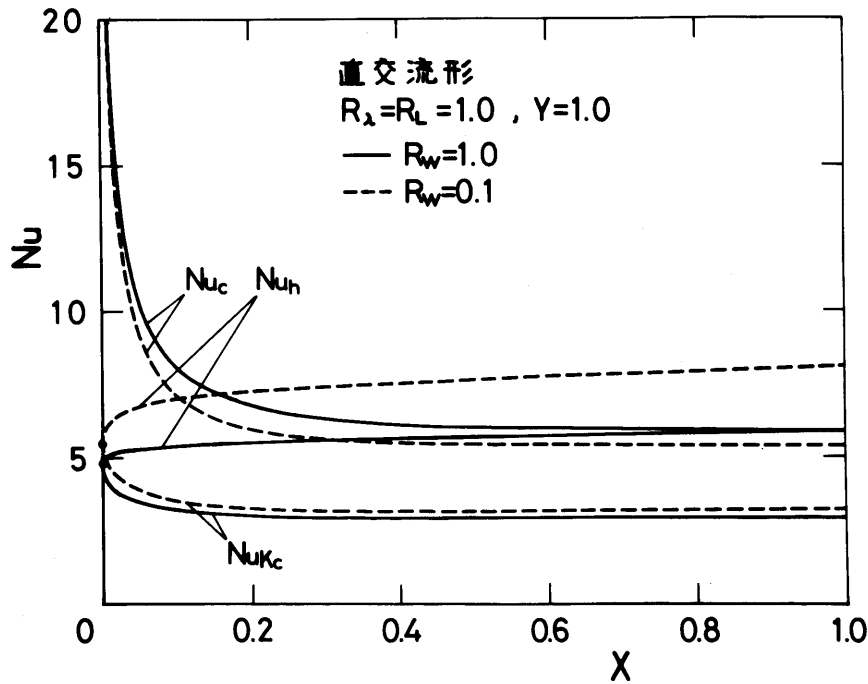
(a) 並流形



(b) 向流形

図5-4 局所ヌッセルト数の変化





(c) 直交流形

図5-4 局所ヌッセルト数の変化

つれて  $Nu$  は減少し一定値に近づくが、向流形ではそれぞれの流体の出口付近でもかなり大きな値となる。また、 $R_w = 0.1$  の場合には  $Nu_h$  が全体的に大きな値となる。 $R_w = 1.0$  の場合、並流形においては  $Nu_c$  と  $Nu_h$  はまったく同じになり、向流形においては  $X = X_0/2$  を中心として対称になっている。 $Nu_{kc}$  は  $R_w = 0.1$  の場合のほうが全体として大きな値となる。並流形では、 $R_w = 0.1$  の場合、 $X$  がかなり大きくなると、 $Nu_c$  はわずかながら増大するが、 $Nu_h$  がかなり減少し、 $Nu_{kc}$  も  $R_w = 1.0$  の場合より小さくなる。

#### 5.5.4 温度効率 $\varepsilon$ と $X_0$ の関係

従来の理論による  $\varepsilon$  と  $NTU_c$  の関係と比較しながら説明す

る。図5-5および5-6においては、 $NTU_c$ の座標を図の上側に適当にとって、 $\varepsilon$ と $NTU_c$ の関係を示してある。実線は $\varepsilon-X_0$ 曲線、破線は $\varepsilon-NTU_c$ 曲線を示す。

図5-5は $R_w=R_\lambda=1.0$ の場合において、各流動方式の影響を示したものであるが、 $\varepsilon$ と $NTU_c$ の関係と同様、向流形、直交流形および並流形の順に $\varepsilon$ の値が大きいことがわかる。また、 $\varepsilon$ と $X_0$ の関係は $X_0 \rightarrow +0$ での変化が急激である。

図5-6は並流形で $R_\lambda=1.0$ の場合について、 $R_w$ の影響を示したものである。 $\varepsilon$ と $X_0$ の関係では $R_w=0$ と $0.25$ の曲線はかなり離れているので、 $R_w$ をきわめて小さくしないと $R_w=0$ の場合の曲線に近づかないことがわかる。

図5-7は並流形で $R_w=1.0$ の場合について、 $R_\lambda$ の影響を示したものである。 $R_\lambda$ が大きくなると $\varepsilon$ は大きくなるが、しだいにその増加割合は小さくなり $R_\lambda=\infty$ の曲線に収束する。

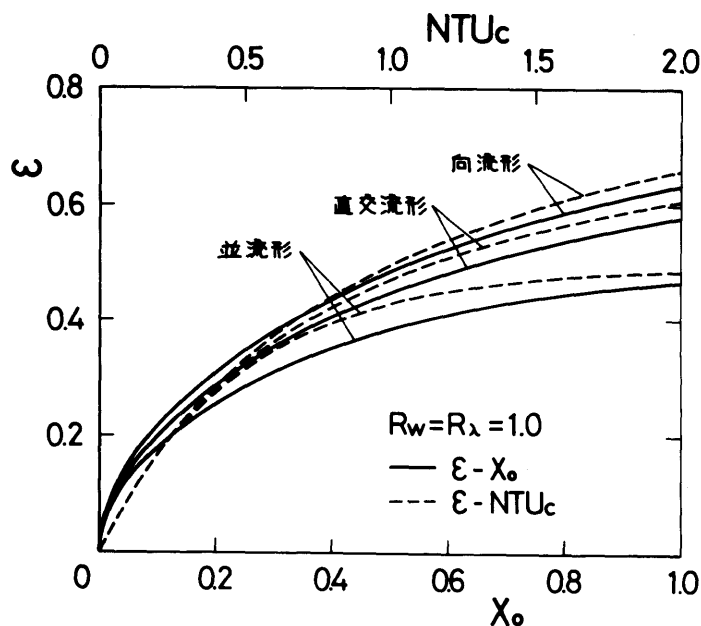


図5-5  $\varepsilon$ と $X_0$ の関係 (流動方式の影響)

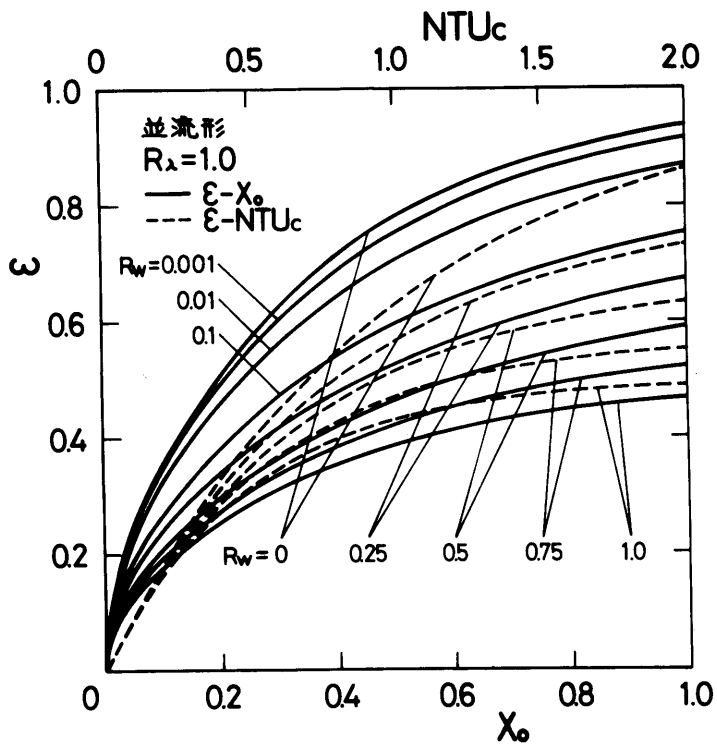


図5-6  $\epsilon$  と  $X_0$  の関係 ( $R_w$  の影響)

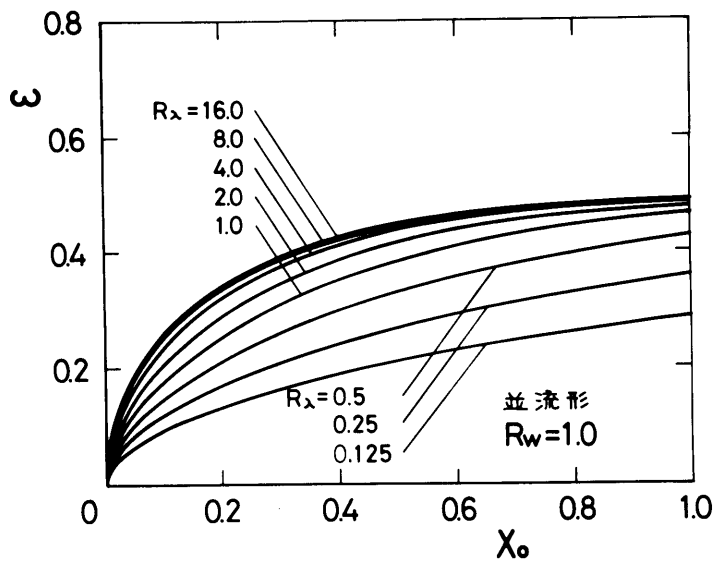


図5-7  $\epsilon$  と  $X_0$  の関係 ( $R_\lambda$  の影響)

図5-6 および 5-7 と同様のことは他の流動方式についてもいえる。

直交流形では、さらにパラメータ  $R_L$  あるいは  $Y_0$  があるが、 $\varepsilon$  に対してはこのパラメータは影響せず、熱交換器内部の温度分布にのみ影響する。このことは、式(5-2)の第2式からわかるように、パラメータ  $Y_0$  は  $Y/Y_0$  という形でしか現れないことから明らかである。

### 5.5.5 単純熱貫流係数

式(5-11)によって計算した単純熱貫流係数の無次元表示  $(Nu_{kc})_m$  と  $X_0$  の関係を、各流動方式について図5-8に示し、とくに並流形については種々の  $R_w$  の値に対して示した。

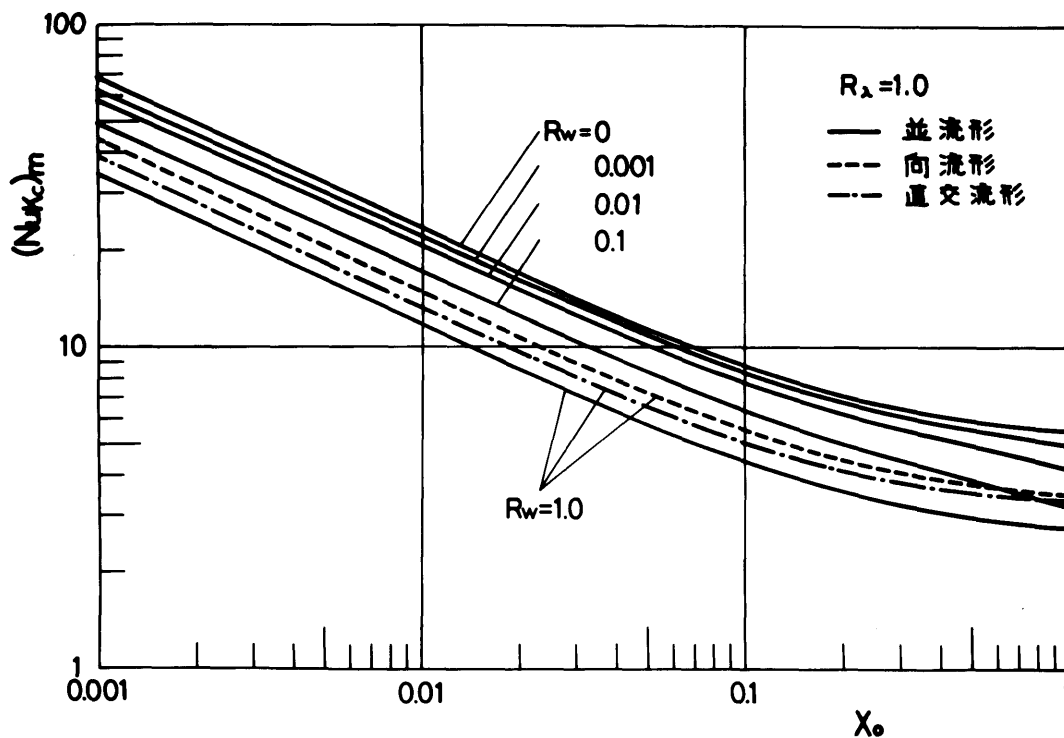


図5-8 単純熱貫流係数

図において、 $(Nu_{kc})_m$  は向流形、直交流形および並流形の順に大きく、また  $R_w$  が小さい場合ほど大きいことがわかる。 $R_w = 0$  の場合には加熱側の温度  $\theta_h \equiv 1.0$  であり、加熱側のヌッセルト数  $Nu_h$  は無限大となるので、 $(Nu_{kc})_m$  は受熱側のヌッセルト数  $Nu_c$  に等しく、伝熱面温度が一定 ( $\theta_w \equiv 1.0$ ) の条件の場合の平均ヌッセルト数に相当することになる。また、並流形で  $R_w = 1.0$  の場合には  $\theta_w \equiv 0.5$ 、 $Nu_c \equiv Nu_h$  となり、 $(Nu_{kc})_m$  は伝熱面温度が一定の条件の場合の平均ヌッセルト数の  $1/2$  となる。

## 5.6 結 言

一様流で伝熱面の熱抵抗がない場合の熱交換器について、受熱流体および加熱流体に関するエネルギー式を差分法によって数値的に解くことにより、流れ方向のみならず、伝熱面に垂直な方向の温度分布を求め、つぎの結論を得た。

(1) 伝熱面に垂直な方向および流れ方向の温度分布は図5-2 および 5-3 のようになる。

(2) 局所ヌッセルト数の変化は図5-4 のようになる。

(3) 温度効率  $\varepsilon$  と無次元流路長さ  $X_0$  の関係に対する流動方式、水当量比  $R_w$  および熱抵抗比  $R_\lambda$  の影響は、それぞれ図5-5、5-6 および 5-7 のようになる。

(4) 単純熱貫流係数の無次元表示  $(Nu_{kc})_m$  と  $X_0$  の関係は図5-8 のようになる。

## 第6章 透過式熱交換器による実験<sup>(29)</sup>

### 6.1 緒言

本章では、第5章の理論解析を流れが層流となる場合に拡張し、さらに熱伝達だけでなく物質伝達についても適用できるようにした上で、この理論解析に対応した透過式熱交換器を用いた実験について説明する。

透過式熱交換器は近年温度および湿度を同時に交換する全熱用また空気清浄用の熱交換器として用いられつつあるが、その基礎的な研究はいまだ十分とはいえず、田中ら<sup>(95)(96)</sup>のものがあるだけである。

透過式熱交換器においては、湿度交換すなわち水蒸気による物質交換を行うわけであるが、水蒸気は状態変化をすることなく気相のままに交換面としての和紙を透過するので、物質交換は温度場にほとんど影響を与えない。したがって、このような熱交換器においては熱伝達と物質伝達がそれぞれ独立に起こっていると考えられる。そこで、本章ではとくに向流形および並流形に対して、熱伝達と物質伝達について別々に理論解析および実験を行い、さらに両者の比較・検討を行う。実験の容易さおよび精度上の点から、向流形および並流形を取扱ったが、この結果は直交流形にも定性的には適用できると考えられる。

### 6.2 第5章の解析の拡張

第5章の解析を、実験との対応を考えて、並流形および向流形について、熱伝達および物質伝達の両方の問題に対し、

層流で外部への熱損失のある場合に拡張する。したがって、ここでは2.2節の基本的仮定(1), (2), (3), (4), (5), (6-2), (7-2), (8-3), (9-2), (10-1) および(11-2)をもうける。以下では熱伝達の解析を主として説明し、物質伝達についてはそれと異なる点についてのみ指摘する。とくに、物質伝達の場合には、熱損失に相当する「物質損失」はないとし、固体壁においては水蒸気は凝縮することなく気相のまま透過すると考える。

### 6.2.1 基礎式と計算方法

上述の仮定に基づき、式(5-1)～(5-6)に対応してエネルギー式および境界条件はつぎとなる。

受熱側(受湿側)  $Z < 0$  :

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = -\frac{1}{6(Z+Z^2)} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2}$$

加熱側(加湿側)  $Z > 0$  :

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_w R_\lambda}{R_L} \frac{1}{6(Z-Z^2)} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2}$$

伝熱面(湿度交換面)  $Z = 0$  :

$$\theta|_{Z=-0} = \theta|_{Z=+0}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z}|_{Z=-0} = R_\lambda \frac{\partial \theta}{\partial Z}|_{Z=+0}$$

外気との隔壁  $Z = -1, 1$  :

断熱の場合

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$$

損失のある場合

$$Z = -1 :$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{Z=-1} = \frac{K_0 z_c}{\lambda_c} (\theta \Big|_{Z=-1} - \theta_0)$$

$Z = 1$  :

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{Z=1} = -\frac{K_0 z_h}{\lambda_h} (\theta \Big|_{Z=1} - \theta_0)$$

ここで、 $K_0$  は外部への熱損失係数であり実験的に定められる。また、 $\theta_0$  は外気温度の無次元表示である。

受熱流体の入口  $X=0, Z < 0$  :

$$\theta = 0$$

加熱流体の入口  $Y=0, Z > 0$  :

$$\theta = 1$$

あるいは実験的に定めた分布

ここで、無次元変数および無次元パラメータとしては、熱伝達解析の場合には第5章における定義のままでもよいが、物質伝達解析の場合にはつぎとなる。

$$X \equiv \frac{D_c x}{\nu_{cm} z_c^2}$$

$$Y \equiv \frac{D_c y}{\nu_{cm} z_c^2}$$

$$Z \equiv \begin{cases} Z/Z_c & (Z < 0) \\ Z/Z_h & (Z > 0) \end{cases}$$

$$\theta \equiv \frac{\gamma' - \gamma'_{c1}}{\gamma'_{h1} - \gamma'_{c1}}$$

$$X_0 \equiv \frac{D_c x_0}{\nu_{cm} z_c^2}$$

$$Rw \equiv \frac{\nu_{cm} z_c}{\nu_{hm} z_h}$$

$$R\lambda \equiv \frac{D_h/z_h}{D_c/z_c}$$



$$R_L \equiv \frac{y_0}{x_0} = 1$$

計算方法は第5章とほとんど同じであり，式(5-1-b)および(5-2-b)の右辺に  $Z_1$  の関数として

$$-\frac{1}{6(Z+Z^2)} \quad \text{および} \quad \frac{1}{6(Z-Z^2)}$$

がかけあわされるだけである。

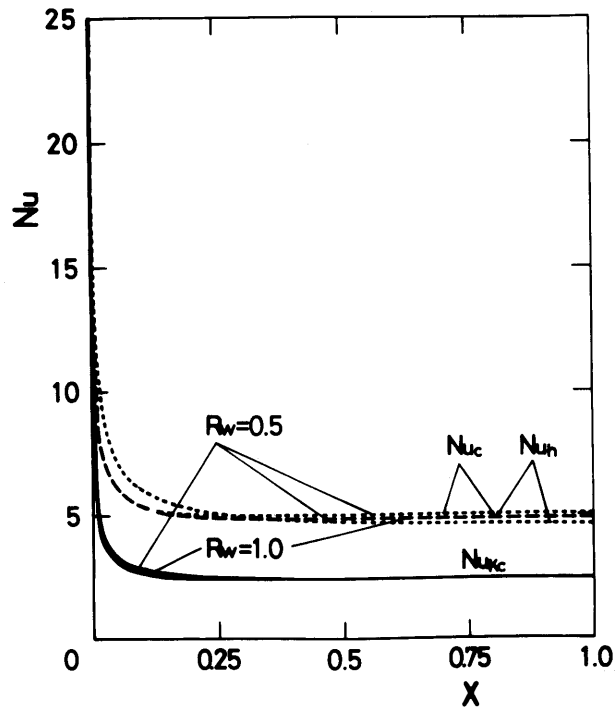
## 6.2.2 計算結果

局所的な温度分布(湿度分布)は6.4節で実験結果と比較して示す。この項では実験的には求めなかったヌッセルト数  $Nu$  (シャウツド数  $Sh$ ) と無次元変数  $X$  の関係と，温度効率  $\varepsilon$  (「湿度効率」 $\varepsilon$ ) と無次元流路長さ  $X_0$  の関係について示す。ヌッセルト数  $Nu$  の定義は第5章と同じであり，これに対応してシャウツド数  $Sh$  はつぎのように定義される。

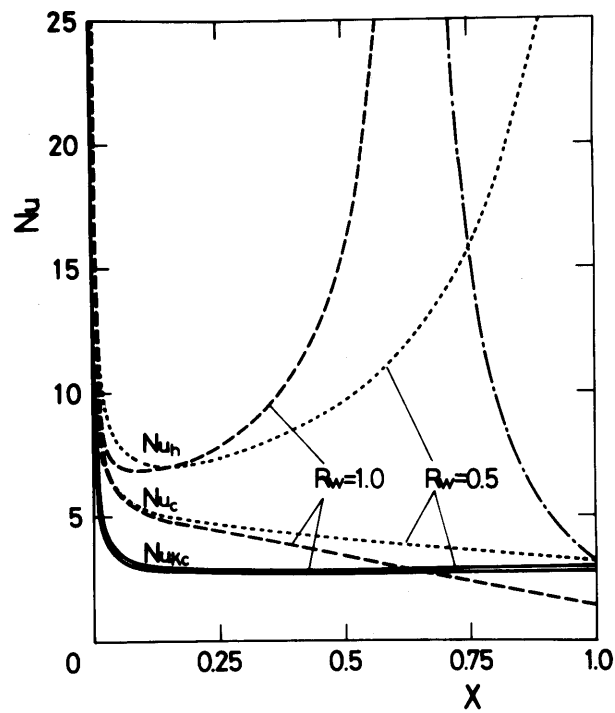
$$Sh_c \equiv \frac{k_c d_{ec}}{D_c} = \frac{2 \left. \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right|_{Z=-0}}{\theta_w - \theta_{cm}}$$

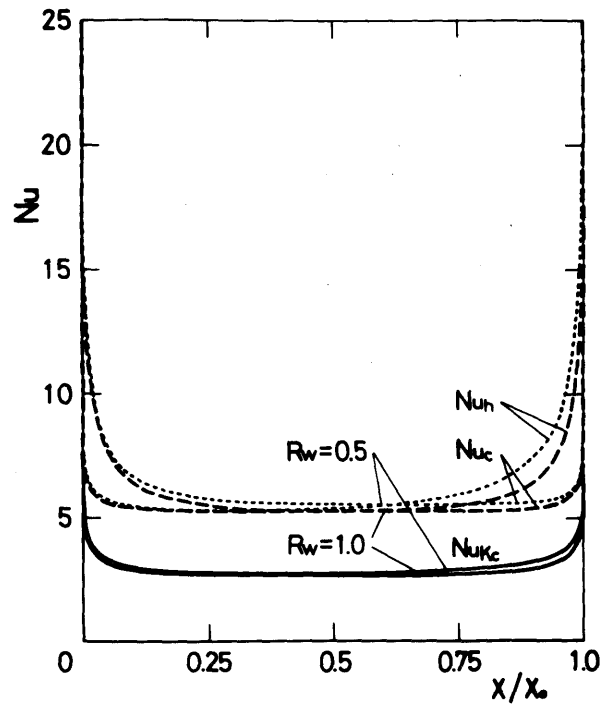
$$Sh_h \equiv \frac{k_h d_{eh}}{D_h} = - \frac{2 \left. \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right|_{Z=+0}}{\theta_w - \theta_{hm}}$$

ここで， $k_c$  および  $k_h$  はそれぞれ受熱側および加熱側の物質移動係数である。これらの式の右辺は， $\theta$  を水蒸気濃度  $Y'$  の無次元表示と考えれば形式的に  $Nu$  の定義式(5-7)および(5-8)の右辺と一致する。また，熱貫流係数  $K$  に対応して「物質貫流係数」 $K$  を考えることができ，その無次元表示  $ShK_c = K d_{ec} / D_c$  は次式で与えられる。

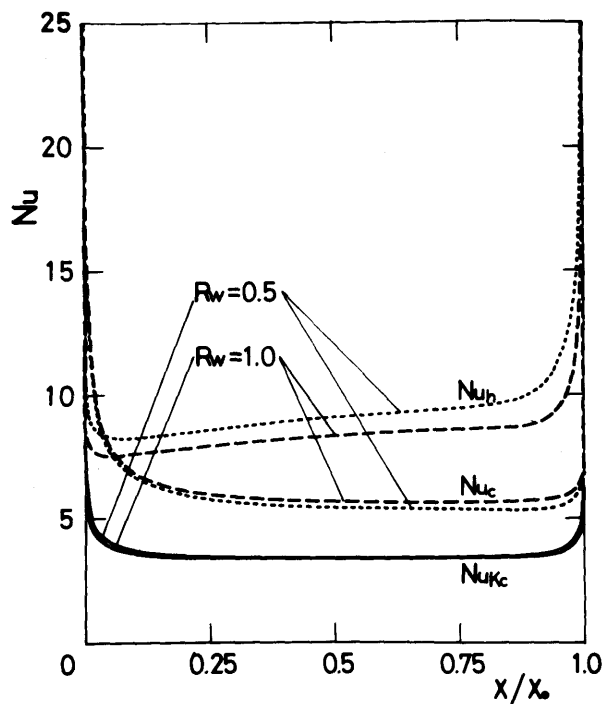


(a) 断熱の場合

(b) 損失のある場合 ( $K_0 = 1.07 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ )図6-1  $Nu$  と  $X$  の関係 (並流形)



(a) 断熱の場合

(b) 損失のある場合 ( $K_0 = 1.07 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ )図6-2  $Nu$  と  $X/X_0$  の関係 (向流形,  $X_0 = 0.6$ )

$$\frac{1}{Sh_{Kc}} = \frac{1}{Sh_c} + \frac{1}{Sh_h R_\lambda}$$

一方、温度効率 $\varepsilon$ の定義も前章までと同じであるが、温度効率 $\varepsilon$ はこれに対応して無次元化された流体の出口平均水蒸気濃度である。

$Nu(Sh)$ と $X$ の関係を図6-1(a),(b)および6-2(a),(b)に示す。図6-1は並流形、図6-2は向流形の場合であり、(a)は断熱、(b)は損失のある場合である。断熱の場合には、第5章の図5-4と同様な傾向を示している。損失のある場合には、 $Nu_h$ が異常な変化を示しているが、これは $Nu_h$ の定義式において分母の値が $X$ の増加とともに小さくなり、とくに並流形の場合には負となるためである。

$\varepsilon$ と $X_0$ の関係を図6-3に示す。図からわかるように、断熱および損失のある場合のいずれでも向流形の方がすぐれている。また、損失のある場合には、並流形では $X_0$ が大きくなると効率が低下する。

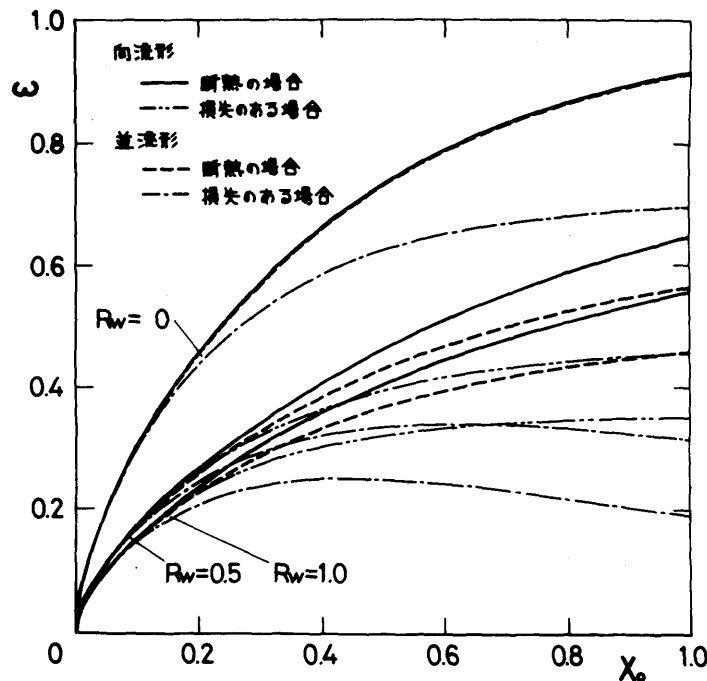
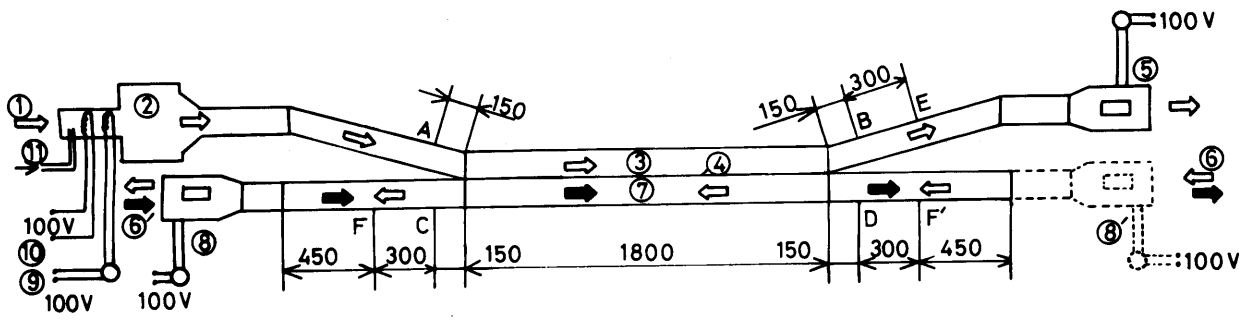


図6-3  $\varepsilon$ と $X_0$ の関係

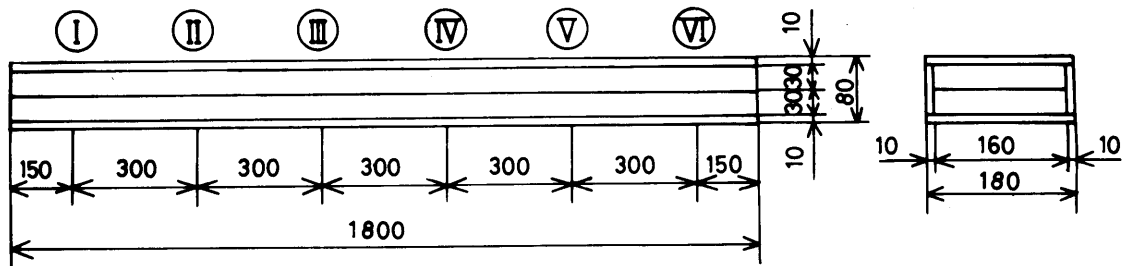
## 6.3 実験方法

### 6.3.1 実験装置

実験装置の全体図と熱交換部を図 6-4 (a) および (b) に示す。加熱流体および受熱流体とも表 6-1 に示すような物性値をもつ空気である。ここで、 $D$  は水蒸気の空気に対する拡散係数であり、 $Sc$  および  $Le$  はシュミット数およびルイス数である。加熱側の空気は①から入り、ヒーター④⑩で加熱された後、タンク②、助走区間および熱交換部③を経てファン⑤より吸い出される。加熱流体の入口温度を  $50 \sim 60^\circ\text{C}$  に保つために、ヒーター④はスライダックにより出力調節ができるようになっている。受熱側と熱交換部以外で熱交換しないように、助走区間は分離して設置してある。受熱側の空気は室温のまま、向流形の場合には⑥、並流形の場合には⑥'より入り、助走区間および熱交換部を経てファン⑧あるいは⑧'により吸い出される。空気の流量を変化させるために、吸気口および排気口の面積の調節とスライダックによるファンの出力調節ができるようになっている。物質交換の場合には、さらに水中ヒーター⑪により水蒸気を発生させる。このヒーターもスライダックにより出力調節ができ、任意の湿度が得られるようになっている。熱および物質の交換部および助走区間の流路はアクリル製である。交換面④には、熱交換の実験では厚さ  $0.3 \text{ mm}$  の銅板を、物質交換の実験では厚さ  $0.19 \text{ mm}$  の和紙を用いる。なお、装置全体は発泡スチロールで被覆され、できるだけ断熱をよくし、また水蒸気の凝縮を防ぐようにしてある。



(a) 全体図



(b) 熱交換部

図6-4 実験装置

表6-1 空気の物性値 (30°C, 1atm)

$C_p$	0.24	kcal/kg°C
$\nu$	$0.166 \times 10^4$	$m^2/s$
$\lambda$	0.0228	kcal/mh°C
$\gamma$	1.129	kg/m <sup>3</sup>
$D$	0.097	$m^2/h$
$Pr$	0.71	
$Sc$	0.60	
$Le$	0.85	

### 6.3.2 測定方法

流体の入口および出口温度は図6-4(a)の位置A, B, CおよびDの中央で $1/10^{\circ}\text{C}$ 目盛の水銀温度計により測定し、これを平均温度とした。流速は位置EおよびFあるいはF'の中央で熱線風速計により測定し、これを最大流速として速度分布を2次元ポアズイユ流れと考えて平均流速を求めた。湿度は上述の水銀温度計にガーゼを巻いて測定し、これを平均湿度とした。また、熱電対を図6-4(b)の位置I, II, III, IVおよびVの交換面および両壁面に設置し温度を測定した。さらに、一部の実験においては、図6-4(a)のA, B, CおよびD, 図6-4(b)のIIIおよびIVにおいて、熱電対および熱線風速計を上下左右にトラバースさせて、温度分布および速度分布を測定した。なお、測定は装置全体が定常状態になったのを確認した上で行った。

### 6.3.3 実験条件

熱伝達の実験は向流形および並流形で表6-2および6-3に示すような条件で行った。

物質伝達の実験は向流形で表6-4に示すような条件で行ったが、すべて水蒸気が凝縮しないような湿度範囲であり、また肉眼でも壁面に凝縮が起こっていないことを確認してある。

## 6.4 実験結果および検討

### 6.4.1 予備実験

表6-2 熱伝達実験（向流形）

実験番号	流速 cm/s				水当量比	入口温度 °C	
	加熱側		受熱側			$R_w$	加熱側
	$u_{hm}$	$Re_h$	$u_{cm}$	$Re_c$	$\theta_{hi}$		$\theta_{ci}$
1	11.7	356	7.2	219	0.615	40.1	12.0
2	13.6	413			0.529	47.7	12.8
3	15.6	475			0.462	48.2	12.8
4	21.7	660			0.332	63.3	18.1
5	22.5	685			0.320	63.8	19.0
6	23.0	700			0.313	61.5	18.3
7	30.0	913			0.240	59.7	16.5
8	40.8	1241			0.177	59.5	16.5
9	48.9	1488			0.147	54.1	14.8
10	63.2	1923			0.114	54.3	14.3
11	30.9	943	5.9	175	0.185	59.0	9.1
12	37.2	1129	6.6	203	0.179	62.9	15.0
13	46.2	1406	8.5	256	0.182	62.5	13.1
14	15.7	479	9.2	248	0.512	57.5	11.1
15	23.6	718	12.5	380	0.529	60.0	9.7
16	28.2	859	15.0	455	0.529	60.8	11.2
17	12.5	380	12.5	380	1.000	52.1	13.3
18	15.6	474	14.5	441	0.931	49.0	11.4
19	25.1	761	24.4	743	0.989	57.6	11.0
20	49.9	1518	49.8	1515	0.998	62.4	11.6

表6-3 熱伝達実験（並流形）

実験番号	流速 cm/s				水当量比	入口温度 °C	
	加熱側		受熱側			$R_w$	加熱側
	$u_{hm}$	$Re_h$	$u_{cm}$	$Re_c$	$\theta_{hi}$		$\theta_{ci}$
21	16.4	499	7.3	222	0.445	52.4	14.1
22	20.1	612			0.363	53.0	14.2
23	23.3	735			0.313	53.1	14.2
24	29.6	900			0.247	52.0	13.9
25	41.4	1260			0.176	54.3	15.4
26	14.6	444	13.3	405	0.911	49.8	12.7
27	18.2	554			0.731	54.3	14.5
28	22.7	691			0.586	54.6	11.1
29	26.9	781			0.494	57.2	12.9
30	38.0	1156			0.350	50.3	11.2
31	52.4	1594			0.253	54.7	13.1
32	125.0	3803	7.3	222	0.058	54.3	15.4
33	343.0	10435	10.6	323	0.031	38.2	14.1
34	347.3	10565	13.3	405	0.038	38.4	14.3



表 6-4 物質伝達実験 (向流形)

実験 番号	流 速 cm/s				水当量比 $R_w$	入口絶対湿度 kg/kg*	
	加湿側		受湿側			加湿側	受湿側
	$u_{hm}$	$Re_h$	$u_{cm}$	$Re_c$		$X_{hi}$	$X_{ci}$
35	9.0	274	3.5	107	0.389	0.0164	0.0084
36	12.0	365			0.292	0.0179	0.0082
37	15.1	459			0.232	0.0171	0.0079
38	18.9	575			0.185	0.0153	0.0076
39	27.8	846			0.126	0.0175	0.0078
40	32.4	986			0.108	0.0168	0.0078
41	33.9	1031			0.103	0.0180	0.0077
42	36.5	1110			0.096	0.0214	0.0076
43	42.3	1287			0.083	0.0157	0.0072
44	46.9	1427			0.075	0.0149	0.0069
45	63.3	1926			0.055	0.0150	0.0067
46	15.7	478	7.5	228	0.478	0.0134	0.0086
47	22.0	669	9.4	286	0.427	0.0153	0.0088
48	26.9	818	8.8	268	0.327	0.0153	0.0090
49	32.1	977	8.2	249	0.255	0.0174	0.0093
50	45.2	1375	8.8	268	0.195	0.0181	0.0096
51	15.0	456	12.9	392	0.860	0.0169	0.0100
52	20.2	615	13.4	408	0.663	0.0164	0.0100
53	28.5	867	13.0	395	0.456	0.0166	0.0102
54	39.0	1186	12.9	392	0.331	0.0176	0.0104
55	52.6	1600	13.0	395	0.247	0.0159	0.0106

加熱していない場合の速度分布は、加熱側および受熱側とも本実験におけるレイノルズ数の範囲では放物線となっており層流と考えられる。加熱した場合にはかなり放物線とは異なり、自然対流が起きていると考えられる。

また、温度分布は十分に二次元性が保たれていた。加熱側入口の垂直方向温度分布は一様ではないが、最高温度で無次元化すれば、かなりの範囲のレイノルズ数に対してほぼ一致したので、これを理論解析の場合の境界条件として用いた。

理論解析で用いた損失係数  $K_o$  の値を実験的に定めるために、受熱側の入口および出口を閉鎖し加熱流体のみを流して、

その流速，入口および出口温度および周囲温度を測定した。  
その結果， $K_0 = 1.07 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$  を得た。

### 6.4.2 熱伝達実験の結果

#### (1) 局所分布

向流形の結果についてのみ図6-5～6-7に示す。実験結

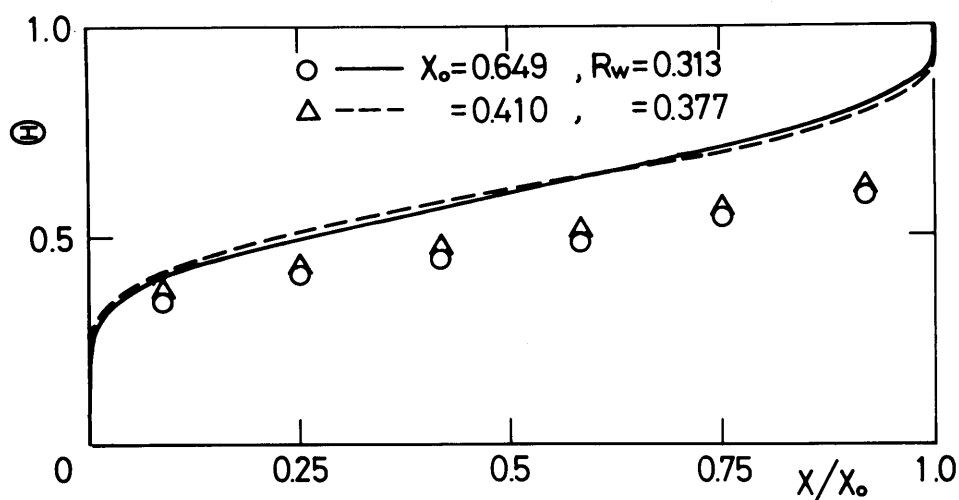


図6-5 伝熱面温度分布 (向流形)

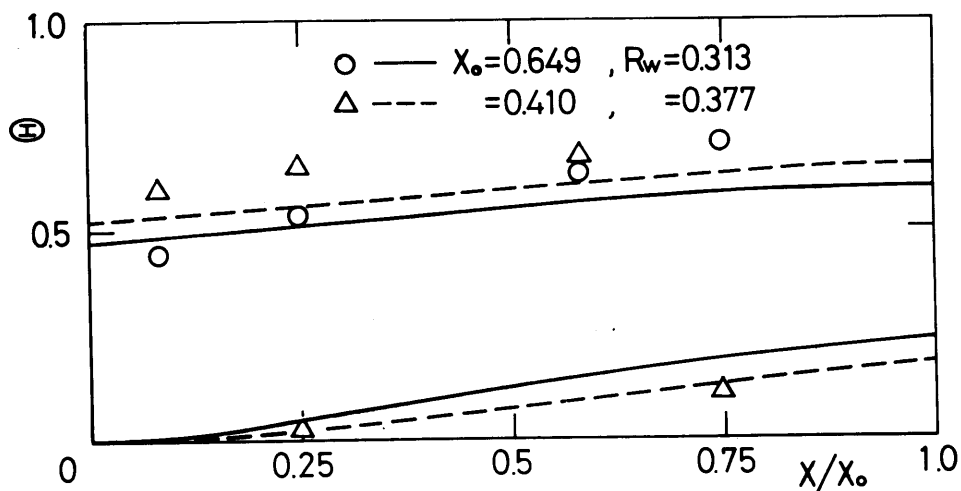


図6-6 両壁面温度分布 (向流形)

果を記号○および△で、対応する解析結果を実線および破線で表す。図6-5は伝熱面温度、図6-6は両壁面温度、図6-7(a)および(b)は伝熱面に垂直な方向の温度分布を示す。実験結果は全体的に理論値よりも低く、分布もなだらかになっている。両者の差異の原因としてはつぎのようなことが考えられる。測定の間からは、温度こう配のあるところを熱電対で測定したときの熱伝導による誤差、熱線風速計による高温での風速測定における誤差、理論の間からは、解析では考慮していない自然対流、ふく射および乱れの影響、物性値とくに比重量の温度による変化の影響、損失係数 $K_0$ の見積り誤差などである。

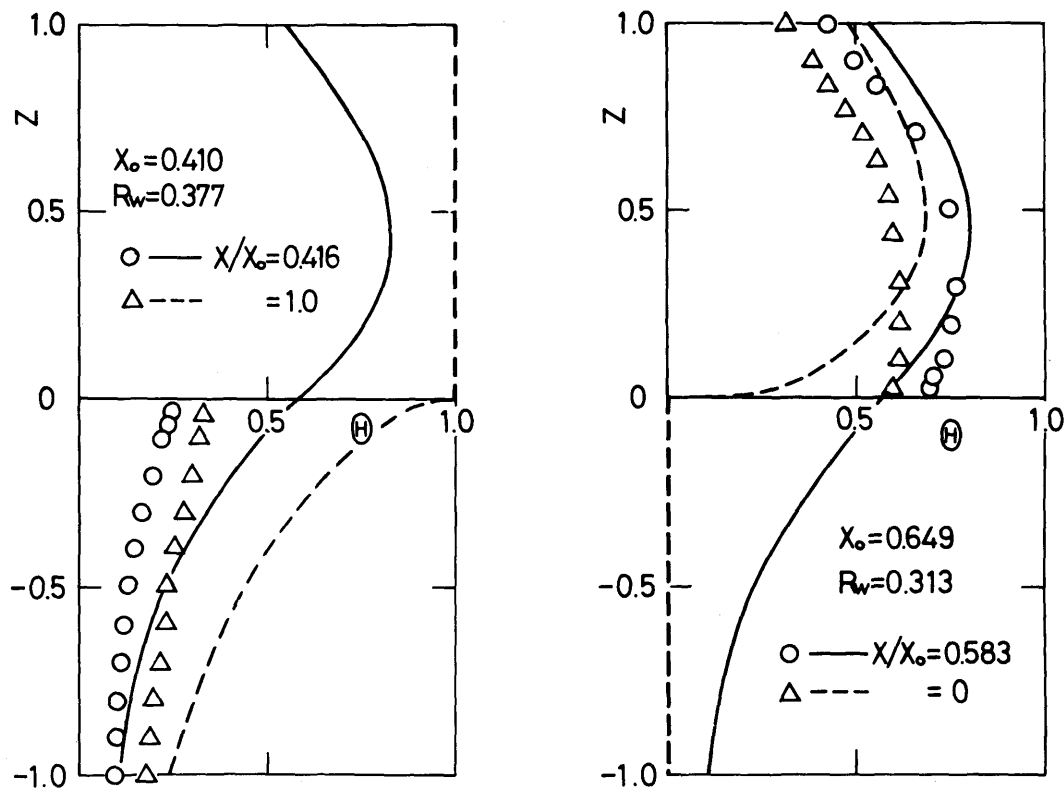
(a)  $X_0 = 0.410$ ,  $R_w = 0.377$ (b)  $X_0 = 0.649$ ,  $R_w = 0.313$ 

図6-7 伝熱面に垂直な方向の温度分布(向流形)

## (2) 温度効率および単純熱貫流係数

向流形の場合の温度効率 $\varepsilon$ と無次元流路長さ $X_0$ の関係を図6-8に示す。実験結果を記号 $\circ$ ,  $\Delta$ ,  $\square$ および $\bullet$ で、対応する解析結果を実線および破線で表す。解析結果では損失のある場合でも効率は低下しないが、実験結果では $X_0$ が大きくなると効率が低下する。また、対応する理論曲線よりかなり低い値を示している。

つぎに単純熱貫流係数の無次元表示 $(Nu_{Kc})_m$ と水当量比 $R_w$ の関係を図6-9に示す。図からわかるように、 $(Nu_{Kc})_m$ は $R_w$ が大きいかほど小さく、 $X_0$ が小さいほど大きい。また、向流形のほうが並流形より大きい。

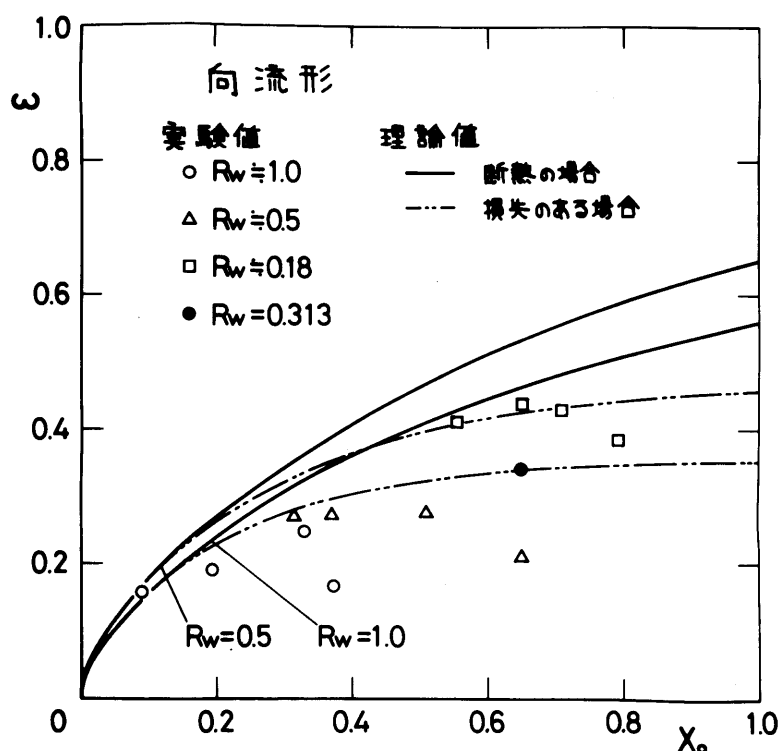


図6-8  $\varepsilon$ と $X_0$ の関係 (向流形)

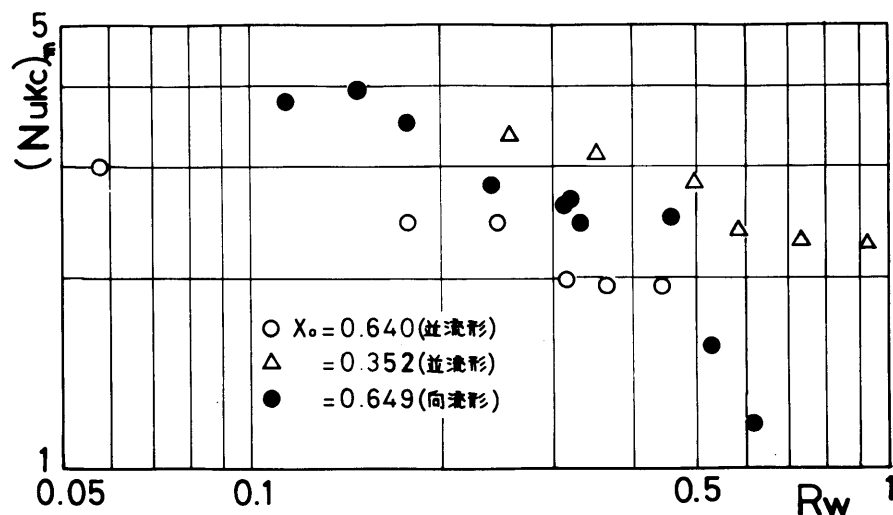


図6-9  $(Nu_{Kc})_m$  と  $R_w$  の関係

### 6.4.3 物質伝達実験の結果および熱伝達との比較

向流形の場合の湿度効率  $\varepsilon$  と水当量比  $R_w$  の関係を、無次元流路長さ  $X_0$  をパラメータとして、記号  $\circ$ 、 $\Delta$  および  $\square$  により図6-10に示す。 $\varepsilon$  は  $R_w$  が小さいほど、そして  $X_0$  が大きいほど大きい。

つぎに、「単純物質貫流係数」の無次元表示  $(Sh_{Kc})_m$  と水当量比  $R_w$  の関係を図6-11に示す。 $(Sh_{Kc})_m$  は  $R_w$  が小さいほど、そして  $X_0$  が小さいほど大きい。

以上のように、 $\varepsilon$  と  $X_0$  あるいは  $R_w$  との関係（図6-8と図6-10）、および  $(Nu_{Kc})_m$  あるいは  $(Sh_{Kc})_m$  と  $R_w$  との関係（図6-9と図6-11）は同様な傾向を示しており、熱伝達と物質伝達の間にはアナロジーが成立すると考えられる。また、図6-11にはこれらの間の定量的な比較のために、 $X_0$  がだいたい同じ値の場合の  $(Nu_{Kc})_m$  と  $(Sh_{Kc})_m$  を示したが、 $(Nu_{Kc})_m$

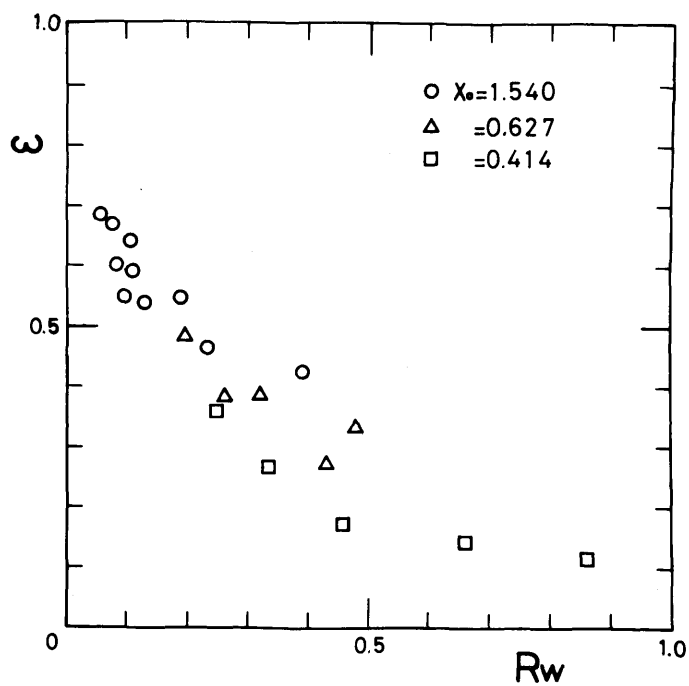


図6-10  $\epsilon$  と  $R_w$  の関係

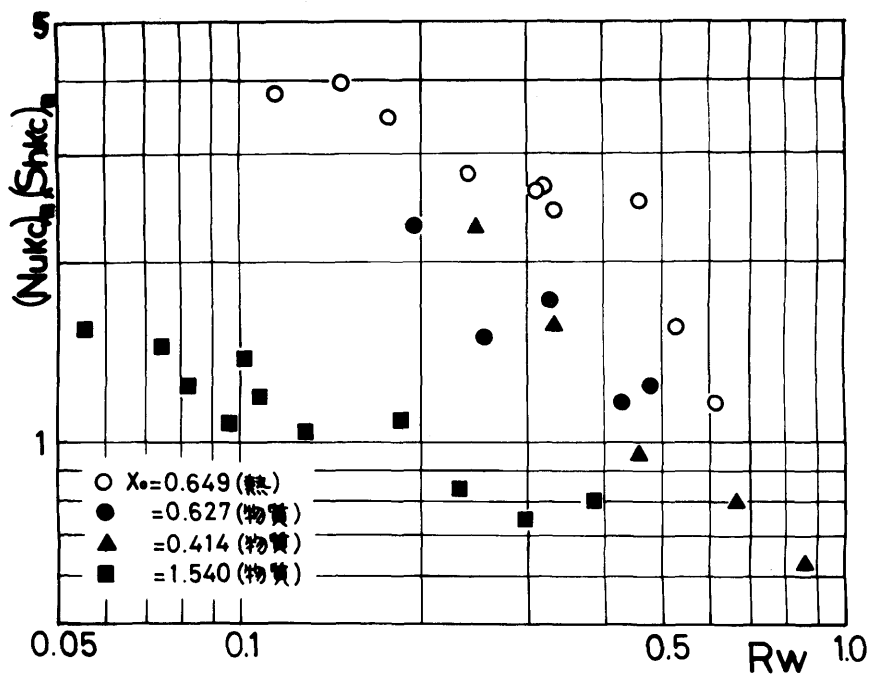


図6-11  $(Nu_{Kc})_m$  あるいは  $(Sh_{Kc})_m$  と  $R_w$  の関係

の方がやや大きな値を示している。層流で物質移動量が小さい場合、理論的には  $R_w$  および  $X_0$  が同じであれば、 $(Nu_{Kc})_m$  と  $(Sh_{Kc})_m$  は同じ値となるはずであるが、実験で上述の結果となった原因としてはつぎのことが考えられる。すなわち、物質伝達の場合には外部への損失がなく、またふく射の影響もないこと、さらに交換面自体において、熱伝達の場合には銅の熱伝導率、物質伝達の場合には和紙における水蒸気の拡散係数によって定まる伝達抵抗の違いなどである。

## 6.5 結 言

伝熱面に垂直な方向の温度分布を考慮した解析を拡張するとともに、解析に対応した透過式熱交換器を用いた実験を行った結果つぎの結論を得た。

(1) 層流で外部と断熱されている場合と損失のある場合について数値計算を行い、温度分布（湿度分布）、ヌッセルト数（シャウツド数）および温度効率（湿度効率）と  $X_0$  および  $R_w$  の関係を得た。

(2) 2流体として温度差のある空気、交換面として銅板を用いて熱伝達の実験を行い、温度分布および温度効率と  $X_0$  および  $R_w$  の関係を得た。

(3) 2流体として湿度差のある空気、交換面として和紙を用いて物質伝達の実験を行い、湿度効率と  $X_0$  および  $R_w$  の関係を得た。

(4) 理論と実験の比較および熱伝達と物質伝達の比較を行った。

## 第7章 結 論

本研究は直交流形熱交換器の性能向上を目的とし、とくにその熱伝達特性を理論解析により解明すると共に、実験により検証した。直交流形熱交換器に対する研究はすでに数多くあるが、物性値および熱伝達特性量が変化するような問題、動特性のような非定常状態の問題および熱貫流係数を流動状態から求めるような問題については、まだ十分な取扱いがなされていない。そこで本研究ではこれらの3課題について、熱交換器の性能を $\varepsilon$ -NTU法に基づいた方法によって評価・検討することにより、第3章、第4章、第5章および第6章において取扱った。

第3章では、1番目の課題について、とくに熱貫流係数が場所あるいは流体温度に依存する場合の解析について報告した。ここでは、直交流形の3形式について、 $K=1+m\alpha^n$ あるいは $K=1+m\theta_c^n$ と仮定して、解析的あるいは数値的に温度効率と伝熱ユニット数の関係を求めた。これらの結果を効率変化率および単純熱貫流係数によって整理し、 $m$ および $n$ の影響、流動方式による差異を示し、さらに従来の簡便な方法を検討した。

第4章では、2番目の課題について、とくに流体の入口温度のステップ変化に対する過渡応答特性の解析について報告した。ここでは、両流体とも混合しない直交流形について、2種類の差分法により数値的に解析し、熱交換器内の局所温度および温度効率の時間変化を求めた。その結果、一方の差分法によれば温度が不連続に変化する場合を精度よく、またもう一方の差分法によれば固体壁熱容量が大きい場合をより精度よく計算できることを示した。また、温度効率の時間変



化に対する初期条件および各種パラメータの影響を示した。

第5章では、3番目の課題について、とくに一様流で伝熱面の熱抵抗がない場合において、伝熱面に垂直な方向の温度分布を考慮した解析について報告した。ここでは、両流体とも混合しない直交流形を中心に並流形および向流形についても、差分法により数値的に解析し、流れ方向のみならず、伝熱面に垂直な方向の温度分布を求めた。また、その温度分布により局所ヌッセルト数を求め、その流れ方向の変化を示した。さらに、温度効率と無次元流路長さの関係に対する流動方式および各種パラメータの影響について述べ、この場合の単純熱貫流係数についても示した。

第6章では、3番目の課題に対する第5章の解析を拡張すると共に、解析に対応した透過式熱交換器を用いた実験について報告した。ここでは、解析は層流の場合について行い、さらに熱伝達だけでなく物質伝達についても適用できるようにした。一方、実験は熱伝達と物質伝達について別々に行った。熱伝達の実験では、2流体として温度差のある空気、交換面として銅板を用い、温度分布および温度効率と無次元流路長さおよび水当量比の関係を得た。物質伝達の実験では、2流体として湿度差のある空気、交換面として和紙を用い、湿度効率と無次元流路長さおよび水当量比の関係を得た。また、理論と実験の比較および熱伝達と物質伝達の比較を行った。

以上、3つの課題に対する本研究の内容を纏めたが、詳細な結果は各章の図に示されている。

本研究では、3課題を別々に取上げたが、これらは互いに関連している。1番目の課題は、熱貫流係数を前もって仮定するという点で3番目の課題と対立するが、3番目の課題に

おけるような解析はまだ簡単な場合にしか適用できず、凝縮などの状態変化を伴うような場合への拡張はまだまだ今後の問題であり、このような場合には1番目の課題におけるような解析によらなければならない。2番目の課題は1番目あるいは3番目の課題と同時に問題となることも考えられるが、このような場合には本研究の結果が基礎となるであろう。

また、本研究では、熱交換器の熱伝達特性のみを取扱ったが、熱交換器の性能向上に関与するもう一つの基本的課題として、圧力損失に関する特性の問題がある。この圧力損失に関する特性はいわば熱伝達特性と対立する関係にあり、この両者を同時に考慮した研究が今後の課題となるであろう。

## 文 献

- (1) 森・ほか2名, エネルギー変換工学, (昭49), 5, 219, コロナ社
- (2) Giedt, W.H., Principles of Engineering Heat Transfer, (1957), 321, D. Van Nostrand Company.
- (3) Schack, A., Der industrielle Wärmeübergang, (1940), Stahleisen. 高橋訳, 応用伝熱, (昭18), 161, コロナ社.
- (4) Jakob, M., Heat Transfer, Vol II (1957), 202, John Wiley & Sons.
- (5) 坪内編, 熱交換器, (昭43), 朝倉書店.
- (6) 日本機械学会編, 伝熱工学資料 (改訂第3版), (1975), 184, 日本機械学会.
- (7) Hausen, H., Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom, (1950), Springer-Verlag.
- (8) Smith, D.M., Mean Temperature-Difference in Cross Flow, Engineering, 138 (1934-11), 479.
- (9) Kays, W.M. and London, A.L., Compact Heat Exchangers, (1964), McGraw-Hill.
- (10) Jakob, M., Heat Transfer, Vol I (1949), John Wiley & Sons.
- (11) 甲藤, 伝熱概論, (1964), 養賢堂.
- (12) Rohsenow, W.M. and Hartnett, J.P. ed., Handbook of Heat Transfer, McGraw-Hill.
- (13) 文献(2)の339ページ.
- (14) Bowman, R.A., ほか2名, Mean Temperature Difference in Design, Trans. ASME, 62 (1940-5), 283.
- (15) Roetzel, W. and Nicole, F.J.L., Mean Temperature Difference for Heat Exchanger Design — A General Approximate Explicit

- Equation, Trans. ASME, Sers. C, 97-1 (1975-2), 5.
- (16) 文献(9) の 15 ページ.
- (17) 文献(9) の 38 ページ.
- (18) 文献(6) の 185 ページ.
- (19) Worsøe-Schmidt, P. and Høgaard Knudsen H. J., Thermal Modeling of Heat Exchangers for Simulation Purposes, Proceedings of the 1976 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, McKillop, A.A., Baughn, J.W. and Dwyer, H.A. ed., 495, Stanford University Press.
- (20) Clayton, D.G., New Concepts for Heat Exchanger Performance, Wärme- und Stoffübertragung, 7-2 (1974-5), 107.
- (21) Nusselt, W., Der Wärmeübergang im Kreuzstrom, Z. Ver. deut. Ing., 55-48 (1911-12), 2021.
- (22) Nusselt, W., Eine neue Formel für den Wärmedurchgang im Kreuzstrom, Techn. Mechan. u. Thermodyn., 1-12 (1930-12), 417.
- (23) 泉, On the Temperature Distribution of Cross-Flow Heat Exchanger, Bulletin of YAMAGATA University (Engineering), 2 (1951-10), 413.
- (24) 小林, 応用熱力学 (下巻), (1947), 養賢堂.
- (25) 石丸・ほか 2 名, 直交流形熱交換器の性能, 機論, 42-355 (昭51-3), 902.
- (26) 山下・ほか 2 名, 物性値が変化する直交流形熱交換器の性能 (第1報, 熱貫流係数が場所あるいは流体温度に依存する場合), 機論, 42-364 (昭51-12), 3954.
- (27) 山下・ほか 2 名, 両流体とも混合しない直交流形熱交換器の動特性の解析 (入口温度変化に対する過渡応答について), 機論, 43-371 (昭52-7), 2687.
- (28) 山下・ほか 2 名, 伝熱面に垂直な方向の温度分布を考慮した熱交換器の解析, 機論, 43-375 (昭52-11), 4230.

- (29) 山下・ほか2名, 透過式熱交換器の性能, 流体熱工学研究, 投稿中.
- (30) 文献(9)の89ページ.
- (31) 文献(6)の192ページ.
- (32) Roetzel, W., Berücksichtigung veränderlicher Wärmeübergangskoeffizienten und Wärmekapazitäten bei der Bemessung von Wärmeaustauschern, Wärme- und Stoffübertragung, 2-3 (1969), 163.
- (33) Roetzel, W., Heat Exchanger Design with Variable Transfer Coefficients for Crossflow and Mixed Flow Arrangements, Int. J. Heat Mass Transfer, 17-9 (1974-9), 1037.
- (34) Peters, D.L., Heat Exchanger Design with Transfer Coefficients Varying with Temperature or Length of Flow Path, Wärme- und Stoffübertragung, 3-4 (1970), 220.
- (35) 文献(3)の179ページ.
- (36) Colburn, A.P., Mean Temperature Difference and Heat Transfer Coefficient in Liquid Heat Exchangers, Ind. Engg. Chem., 25-8 (1933-8), 873.
- (37) Kern, D.Q., Process Heat Transfer, (1950), 94, McGraw-Hill.
- (38) 文献(5)の85ページ.
- (39) Kao, S., Analysis of Multipass Heat Exchangers with Variable Properties and Transfer Rate, Trans. ASME, Sers. C, 97-4 (1975-11), 509.
- (40) Cox, J.E. and Kumar, C.A., Sizing of Heat Exchangers with Non-Uniform Coefficients, Wärme- und Stoffübertragung, 6-1 (1973-3), 1.
- (41) 牧之内・鳥居, 数値解析, (昭50), 137, オーム社.
- (42) FACOM 230-60 科学用サブルーチンライブラリー使用方法解説書, (昭47), 144, 富士通.

- (43) Poppe, M., Wärme- und Stoffübertragung bei der Verdunstungskühlung im Gegen- und Kreuzstrom, VDI-Forschungsheft 560, (1973), VDI-Verlag.
- (44) 篠崎・泉, 熱および物質移動, (昭39), 214, 朝倉書店.
- (45) Paynter, H.M. and Takahashi, Y., A New Method of Evaluating Dynamic Response of Counterflow and Parallel-Flow Heat Exchangers, Trans. ASME, 78-4 (1956-5), 749.
- (46) 増淵, 多管路熱交換器の自動制御 (第1報, 2管路熱交換器の動特性), 機論, 24-139 (昭33-3), 209.
- (47) 増淵, 多管路熱交換器の自動制御 (第2報, 3管路以上の場合の動特性), 機論, 24-147 (昭33-11), 934.
- (48) 増淵, 多管路熱交換器の自動制御 (第3報, 実験的検討), 機論, 25-155 (昭34-7), 703.
- (49) 増淵, 多管路熱交換器の自動制御 (第4報, アナログ計算機による動特性の検討), 機論, 25-155 (昭34-7), 708.
- (50) 増淵, 熱交換器の動特性, 機誌, 62-491 (昭34-12), 1723.
- (51) 藤堂, 流量変化に対する熱交換器の動特性, 機論, 33-252 (昭42-8), 1215.
- (52) 文献(6)の213ページ.
- (53) 伊藤, 自動制御概論, (昭43), 142, 昭晃堂.
- (54) 高橋, 自動制御理論, (昭29), 157, 岩波全書.
- (55) 高橋, 流量変化に対する熱交換器の応答, 自動制御, 6-1 (1959), 2.
- (56) 増淵, 向流および並流熱交換器の流量変化に対する過渡応答, 自動制御, 8-6 (1961), 20.
- (57) 泉・ほか2名, 蓄熱式熱交換器の研究, 機論, 35-276

- (昭44-8), 1723.
- (58) 泉・ほか2名, 蓄熱式熱交換器の研究(続報), 機論, 36-289 (昭45-9), 1543.
- (59) 棚沢, 蓄熱式熱交換器の熱的特性について, 機論, 37-296 (昭46-4), 765.
- (60) Willmott, A. J., Digital Computer Simulation of a Thermal Regenerator, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 7-11 (1964-11), 1291.
- (61) Cima, R. M. and London, A. L., The Transient Response of a Two-Fluid Counterflow Heat Exchanger — The Gas-Turbine Regenerator, *Trans. ASME*, 80-5 (1958-7), 1169.
- (62) London, A. L., ほか2名, The Transient Response of Gas-Turbine-Plant Heat Exchangers — Regenerators, Intercoolers, Precoolers, and Ducting, *Trans. ASME, Ser. A*, 81-4 (1959-10), 433.
- (63) London, A. L., ほか2名, The Transient Response of Gas Turbine Plant Heat Exchangers — Additional Solutions for Regenerators of the Periodic-Flow and Direct-Transfer Types, *Trans. ASME, Ser. A*, 86-2 (1964-4), 127.
- (64) Rizika, J. W., Thermal Lags in Flowing Incompressible Fluid Systems Containing Heat Capacitors, *Trans. ASME*, 78-7 (1956-10), 1407.
- (65) 文献(15)の64ページ.
- (66) Barskiy, I. A., Transient Behavior of Gas-to-Air Heat Exchangers, *Heat Transfer - Soviet Research*, 8-1 (1976-1.2), 71.
- (67) Gartner, J. R., Dynamic Characteristics of Cross-Flow Heat Exchangers, Dissertation 64-10235, University of Wisconsin, 1964.
- (68) Myers, G. E., ほか2名, The Transient Response of Crossflow Heat Exchangers, Evaporators, and Condensers, *Trans. ASME*, 89-1 (1967-2), 75.
- (69) Myers, G. E., ほか2名, The Transient Response of Cross-Flow

- Heat Exchangers with One Fluid Mixed, Report no. MM-3,  
Department of Mech. Engrg., University of Wisconsin, (1965-10).
- (70) 泉・石井, 直交流丸形熱交換器の性能, 機械の研究, 22-2 (1970-2), 344.
- (71) Dusenberre, G.M., Calculation of Transients in a Cross-Flow Heat Exchanger, Trans. ASME, Sers. C, 81-1 (1959-2), 61.
- (72) Myers, G.E., ほか2名, The Transient Response of Heat Exchangers Having an Infinite Capacitance Rate Fluid, Trans. ASME, Sers. C, 92-2 (1970-5), 269.
- (73) 智田, 達成熱伝達(1) — 連続的に引き出される平板の熱伝達 —, 機械の研究, 28-3 (1976-3), 385.
- (74) 智田, 達成熱伝達(2) — 連続的に引き出される平板の熱伝達 —, 機械の研究, 28-4 (1976-4), 505.
- (75) 榊原・ほか2名, 層流熱伝達におよぼす壁面伝導の影響, 化学工学, 37-3 (1973-3), 281.
- (76) 森・ほか2名, 円管内層流熱伝達に及ぼす壁面伝導の影響, 化学工学, 38-2 (1974-2), 144.
- (77) 森・ほか3名, 平行平板間層流熱伝達に及ぼす壁面伝導の影響, 化学工学論文集, 1-3 (1975-3), 235.
- (78) Viskanta, R. and Abrams, M., Thermal Interaction of Two Streams in Boundary-Layer Flow Separated by a Plate, Int. J. Heat Mass Transfer, 14-9 (1971-9), 1311.
- (79) Shvets, YU. I., ほか2名, Some Characteristics of Heat Transfer between Two Moving Fluids Separated by a Wall Containing Heat Sources, Heat Transfer - Soviet Research, 7-6 (1975-11-12), 25.
- (80) Shvets, YU. I., ほか2名, Heat Transfer between Two Counter-currently Flowing Fluids Separated by a Thin Wall, Heat Transfer - Soviet Research, 7-6 (1975-11-12), 32.



- (81) King, C. J., Mass Transfer during Short Surface Exposures in Countercurrent Flow, *Ing. Eng. Chem. Fundamentals*, 4-2 (1965-5), 125.
- (82) Nunge, R.J. and Gill, W. N., Analysis of Heat or Mass Transfer in Some Countercurrent Flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 8-6 (1965-6), 873.
- (83) Nunge, R.J. and Gill, W. N., An Analytical Study of Laminar Counterflow Double-Pipe Heat Exchangers, *A.I.Ch. E. Journal*, 12-2 (1966-3), 279.
- (84) Stein, R.P., Liquid Metal Heat Transfer, *Advances in Heat Transfer*, Irvine, T. F. and Hartnett, J. H. ed., Vol. III (1966), 101, Academic Press.
- (85) Stein, R.P., Computational Procedures for Recent Analyses of Counterflow Heat Exchangers, *A. I. Ch. E. Journal*, 12-6 (1966-11), 1217.
- (86) Tien, C. and Srinivasan, S., An Approximate Solution for Counter-current Heat Exchangers, *A. I. Ch. E. Journal*, 15-1 (1969-1), 39.
- (87) Bentwich, M., Cocurrent and Countercurrent Parabolic Flow Heat Exchangers, *Israel J. Techn.* 8-3 (1970), 197.
- (88) Bentwich, M., Multistream Countercurrent Heat Exchangers, *Trans. ASME, Sers. C*, 95-4 (1973-11), 458.
- (89) Bentwich, M. and Tal, A., Cross Flow Multi-Chamber Heat Exchanger, *Fifth international Heat Transfer Conference (1974-9)*, Vol V, 223.
- (90) Gutfeinger, C., ほか2名, Heat Transfer to Non-Newtonian Fluids in Countercurrent Plate Heat Exchangers, *Israel J. Techn.* 8-3 (1970), 225.
- (91) Seban, R. A., ほか2名, Laminar Counterflow Exchangers: An Approximate Account of Wall Resistance and Variable Transfer

- Coefficients, Trans. ASME, Ser. C, 94-4 (1972-11), 391.
- (92) 文献(42)の135ページ。
- (93) 文献(42)の82ページ。
- (94) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., Conduction of Heat in Solids, (1959), 101, Oxford Univ. Press.
- (95) 田中・ほか3名, 大気中の水蒸気, ガスの管内層流域および静止状態における物質移動, 第10回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1973-5), 373.
- (96) 田中・ほか4名, 大気中の水蒸気の管内層流域および静止状態での物質移動, 第11回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1974-5), 153.

## 謝 辞

本研究は昭和49年4月より昭和52年12月にわたり、名古屋大学工学部機械工学第2学科第1講座内燃機関およびガスタービン研究室において、名古屋大学工学部泉亮太郎教授の御指導のもとに行ったものである。本研究を命ぜられ、かつ長期間にわたって終始懇篤な御指導と御鞭撻を賜わった泉亮太郎教授に衷心より感謝の意を表す。また、本論文の内容に関し、有益な御教示を賜わった名古屋大学工学部古屋善正教授並びに高浜平七郎教授に厚く御礼申上げる。更に、本論文の完成に当り、種々の御指導と御援助を賜わった名古屋工業大学山口誉起教授をはじめ、名古屋大学工学部機械工学第2学科第1講座加賀定助手、木下祥次教務員および高橋俊夫技官に深く感謝の意を表す。また、実験装置の製作に当り、惜しみない御助力を頂いた熱機関実験室藤城昭男技官に深く感謝の意を表す。最後に、本研究の計算には名古屋大学大型計算機センターFACOM230-60 および230-75 を用いたことを記し、感謝の意を表す。

昭和53年2月3日

名古屋大学工学部

山下博史

発表論文ならびに業績リスト

(1) 学位論文に関するもの

論文題目	発表年及び発表雑誌等の名称	共同研究者
物性値が変化する直交流形熱交換器の性能(第1報, 熱貫流係数が場所あるいは流体温度に依存する場合)	日本機械学会論文集, 42-364(昭51-12), 3954.	泉亮太郎 山口誉起
両流体とも混合しない直交流形熱交換器の動特性の解析(入口温度変化に対する過渡応答について)	日本機械学会論文集, 43-371(昭52-7), 2687.	泉亮太郎 山口誉起
Performance of the Cross-Flow Heat Exchanger with Variable Physical Properties (1st Report: In Case Where the Overall Heat Transfer Coefficient Is Variable)	Bulletin of the JSME, 20-146 (1977-8), 1008.	R. Izumi S. Yamaguchi
伝熱面に垂直な方向の温度分布を考慮した熱交換器の解析	日本機械学会論文集, 43-375(昭52-11), 4230.	泉亮太郎 山口誉起
Analysis of the Dynamic Characteristics of Cross-Flow Heat Exchangers with Both Fluids Unmixed (On the Transient Responses to a Step Change in the Inlet Temperature)	Bulletin of the JSME, 21-153 (1978-3), 掲載予定.	R. Izumi S. Yamaguchi
An Analysis of Heat Exchanger Considering the Temperature Distribution Perpendicular to Heat Exchanger Surface	Bulletin of the JSME, 21-157 (1978-7), 掲載予定.	R. Izumi S. Yamaguchi

(2) その他

論文題目	発表年及び発表雑誌等の名称	共同研究者
塑性変形に対するひずみ経路の曲率の影響	日本機械学会論文集, 40-338 (昭49-10), 2784.	大橋義夫 徳田正孝
軟鋼の塑性変形に対するひずみテンソルの第3不変量の影響	日本機械学会論文集, 41-341 (昭50-1), 96.	大橋義夫 徳田正孝
Plastic Deformation of Mild Steel under Combined Load of Axial Force and Torsion with Strain Trajectories of Constant Curvature	Bulletin of the JSME, 18-120 (1975-6), 579.	Y. Ohashi M. Tokuda
Effect of Third Invariant of Stress Deviator on Plastic Deformation of Mild Steel	J. Mech. Phys. Solids, 23 (1975), 295.	Y. Ohashi M. Tokuda