アルミニウム薄板の塑性変形挙動
特にその面内異方性に関する研究

昭和55年12月

名古屋大学図書
846939

金　武　直　幸

目　　　次

第1章　緒　　論 …… 1

第2章　一軸引張りと平面歪引張り …… 4

2.1　緒　　言 …… 4

2.2　一軸引張り …… 5

2.2.1　供試材料 …… 5

2.2.2　引張り試験 …… 5

2.2.3　試験結果 …… 5

2.3　平面歪引張り …… 9

2.3.1　試験方法 …… 9

2.3.2　供試材料 …… 9

2.3.3　試片形状の検討 …… 9

2.3.4　標準試片寸法 …… 10

2.3.5　歪状態の検討 …… 12

2.3.6　平面歪引張り強さ …… 12

2.4　要　　約 …… 23

第3章　円筒深絞りにおける板の変形と破断 …… 24

3.1　緒　　言 …… 24

3.2　限界絞り比と割れ方向 …… 25

3.2.1　深絞り実験 …… 25

3.2.2　実験結果 …… 25

3.3　フランジ部の変形状態 …… 29

3.3.1　歪分布の測定 …… 29

3.3.2　歪の円周方向分布 …… 29

3.4　破断部の変形状態 …… 41

3.4.1　歪分布の測定 …… 41

3.4.2　破断部及び周辺の歪分布 …… 41

3.5　深絞り力及び破断力の円周方向分布 …… 50

3.5.1　測定方法 …… 50

3.5.2　最大深絞り力 …… 50

3.5.3　破　断　力 …… 51
3.6　くさび形ダイスによる変形と絞り力 …… 56
3.6.1　測定方法 …… 56
3.6.2　変形状態の検討 …… 56
3.6.3　最大絞り力 …… 57
3.7　考　　察 …… 67
3.8　要　　約 …… 70

第4章　多軸応力下での変形挙動 …… 71

4.1　緒　　言 …… 71
4.2　降伏曲面の測定 …… 72
4.2.1　測定方法 …… 72
4.2.2　二軸圧縮試験装置 …… 72
4.2.3　降伏曲面の測定結果 …… 73
4.3　平面歪変形時の挙動 …… 89
4.3.1　応力の方向性 …… 89
4.3.2　Hill の異方性理論による検討 …… 90
4.4　考　　察 …… 102
4.5　要　　約 …… 108

第5章　変形挙動の三次元結晶方位解析 …… 109

5.1　緒　　言 …… 109
5.2　実験及び計算の手順 …… 110
5.3　集合組織の測定 …… 112
5.3.1　正極点図 …… 112
5.3.2　三次元結晶方位分布 …… 113
5.4　変形挙動の理論計算 …… 145
5.4.1　単結晶の降伏曲面 …… 145
5.4.2　多結晶体の降伏曲面 …… 146
5.4.3　r　値 …… 147
5.4.4　応力の方向性 …… 147
5.5　考　　察 …… 170
5.6　要　　約 …… 174

第6章　結　　論 ………………………………………… 175

謝　辞 ………………………………………… 178

参考文献 ………………………………………… 179

第１章　緒　　論

薄板材料を対象とした研究は，成形加工技術の改良，開発，材料特性の解明，あるいは成形性の向上を目的とした材料改善など古くから多くの研究が行なわれて来た。その結果数々の問題が解明され，多くの成果が報告されている。しかしその反面，まだ多くの問題が残され，また新たな問題が生じている。たとえば円形素板の円筒深絞り成形に関する問題においては，Lankford ら[1]が薄鋼板の深絞り性に対して塑性異方性が重要な因子となることを，そしてその塑性異方性は引張り試験における幅方向と板厚方向の歪の比 r 値によって表わし得ることを始めて提唱した。その後 Whiteley[2]は平頭ポンチによる円筒深絞りを行ない，r 値が大きいほど限界絞り比が増大することを示した。そして現在のところ薄鋼板に関しては，r 値と限界絞り比との間には良い正相関が認められている。[3),4),5)] また山田[6]はこの深絞り性に対する板厚異方性（r 値）の影響を，ミーゼスの降伏条件を基にした Hill の直交異方性理論[7]によって理論的に説明している。すなわちそれによれば，r 値が大きくなるとカップ壁の強度が増し，絞り抵抗が減少して，従って限界絞り比が増大する。しかし非鉄金属板特にアルミニウム薄板については，深絞り性と r 値との関係は明確ではなく，[8),9)] $\bar{r}$ との相関を主張するもの，[8)] r_0，[10)] r_{45}，[11)] あるいは r_{min}[12)] との相関を主張するものなど研究者によって様々であって，各々の研究の供試材料に対する偶然的な結果であると言っても過言ではない。この現状の原因として r 値の歪依存性や変形履歴の影響，あるいは r 値の測定精度や再現性などを考えるむきもあるが，薄鋼板に対する研究結果をそのまま他のすべての材料にも適用しようとするところに限界があると思われる。すなわち，山田の理論的説明のように，r 値と深絞り性との正相関は Hill の異方性理論が適用できる材料であることが前提であり，白井ら[13)]の研究によれば，アルミニウムの降伏条件はむしろトレスカ型に近いようである。従って r 値がアルミニウム薄板の深絞り性に対する重要な因子となり得ないことはむしろ当然とも言える。

そこでこのような問題を解決するためには，各々の成形加工の原点に戻り，深絞り限界は基本的にフランジ部における絞り抵抗と，破断部における強度との兼ね合いで決まるという観点から研究を進める必要がある。絞り抵抗に関しては，加工所要力の面から実験的[14),15)]および理論的[14)〜18)]に多くの検討がなされ，一方破断力についても，その大きさに影響する因子や条件が実験的[14),15)]および理論的[6),16)]に検討されている。そして河合らは深絞り性の尺度として相対荷重負担能力という値を提案し，[21)] 種々の条件での検討[22),23)]を行なっている。しかしながら現実には絞り限界に達すると板面の特定方向において破断が生じ，すなわち絞り限界はカップの特定方向での割れの発生によって決定される。従って絞り限界を評価するためには，従来の研究のような板全体あるいは平均の絞り抵抗と破断強度との兼ね合いではなく，各方向のそれを議論することが必要であり，特に面内異方性の強い板材に対しては重要である。

深絞り時の絞り抵抗や破断強度の方向による変化を知ることはかなり難かしいことであり，今のところそのような研究は見あたらない。一方それらを何らかの方法で予測するためには，必然的に板の成形加工時に相当する応力状態あるいは歪状態における材料の変形挙動，すなわち多軸応力状態での変形挙動を知ることが大きな要求となる。そしてそれを実測しようとする研究も行なわれているが.[24)~27)] まだその数は少なく，しかもその面内異方性にまで言及している研究は極めてわずかであり，一般には一軸引張り試験による情報から多軸応力下での挙動を予測しているのが現状である。たとえば前記のように，Hill の理論を使えば一軸引張りにおける歪の異方性を表わす r 値から，多軸応力状態の変形抵抗の異方性を計算することができる。しかし予測される材料挙動は成形性の議論等には極めて不充分なものであり，それは Hill の理論も含めた既存の異方性塑性理論が不完全なためである。従って実際の材料挙動を適確に表現できる異方性塑性理論の確立が急がれることは当然のことであり，そのためにまず，多軸応力下での材料挙動を正確に把握することが，現在の大きな課題の一つであると思われる。そして板の多軸負荷状態での歪や応力の面内異方性を明らかにすることができれば今日残されている板材成形に関する多くの問題に対し，解決の糸口が得られることは確実であろう。

本研究では，各種のアルミニウム薄板を供試材料として，薄板成形加工の一つでもある円筒深絞りにおける成形限界は板のもつ面内異方性に対する考慮なしには議論できないとの観点から，まず円筒深絞りにおいて生ずる変形や変形力あるいは破断力の円周各方向での変化を実験的に明らかにした。そしてこれらの方向による変化は板の面内異方性に起因するものであるが，この面内異方性については，一般には多結晶金属の巨視的変形挙動を数学的に表現した塑性理論を通じて引張り試験の結果から求められるものと考えられている。しかし実際にはそれによって推定されたものは必ずしも満足できるものではないことがすでに認められている。そこで多軸応力状態における塑性変形挙動を直接測定し，各種応力状態での異方性について正確な情報を得，その結果を用いて深絞り時に現われる現象を検討した。またこのように多結晶金属の巨視的挙動に異方性が現われるのは，基本的には各結晶粒の方位がランダムに分布せず，集合組織をもっているためである。そこでこの集合組織から巨視的変形挙動を推定することを試みた。すなわち塑性変形を結晶学的立場で取扱い，三次元方位分布関数を用いて巨視的挙動を理論的に計算し，上記の実測結果と比較検討することによってこの計算結果の有効性ひいては薄板材料の成形性と集合組織との関連について考察した。

この論文は次の6章より成っている。

第1章は緒論である。

第2章では一軸引張り試験と平面歪引張り試験を行ない，各試験値の面内異方性を調べた。

第3章では円筒深絞り実験を行なって，限界絞り比及び割れ方向，位置を調べ，さらにフランジ部及び破断部の歪状態や深絞り力及び破断力を特にその円周方向分布に注目して実測した。

第4章では多軸応力下での塑性変形挙動を調べるため，各種組合せの二軸圧縮試験を行ない，

その結果を降伏曲線として表現し，特に平面歪変形応力の方向性を中心に，円筒深絞り時の異方性挙動との関連について考察した。

第5章では巨視的変形挙動の異方性に及ぼす結晶方位分布状態の影響を調べるため，集合組織を測定し，三次元結晶方位分布関数と結晶塑性理論を用いて巨視的変形挙動を計算し，前章での実測結果と比較して，特に異方性に対する集合組織の影響を検討した。

第6章は結論である。

第２章　一軸引張りと平面歪引張り

２．１　緒　　言

薄板のもつ材料特性を調べる最も一般的な試験は引張り試験である。引張り試験は簡便であり，一軸応力という特定の条件下ではあるが，材料の強度ならびに延性について知ることができる。しかしその場合でも，薄板が面内異方性をもつことから，少なくとも板の圧延方向に対して０°，４５°，９０°の３方向で個々に試験をする必要があり，３方向の平均値と同時に各方向の試験値も重要であることを忘れてはならない。この章では本研究に供した各種の純アルミニウム及び Al－Mg 合金薄板の引張り試験を行ない，その結果を検討した。

一軸引張り試験の他に，薄板の材料特性を調べる試験として，液圧張出し試験[24]が比較的古くから行なわれている。この試験は薄板成形時に現われる二軸引張り変形での挙動を調べるのに用いられている。これに対し薄板の成形性を議論する時に必要な情報を提供する平面歪引張り試験[27]は，試験が困難であるためにあまり行なわれない。特に成形限界における破断のほとんどが，板厚方向にくびれが進展してゆく平面歪状態であることを考えれば，平面歪引張り強さの情報だけでもその価値は大きいと思われる。そこで，特に薄板の平面歪引張り強さを測定する方法を提案し，その可能性について検討をした。

2.2 一軸引張り

2.2.1 供試材料

本研究では表2.1に示すような，市販の各種処理を行なった純アルミニウム及びAl−Mg合金薄板の１２種類を供試材料とした。尚，板厚は0.8㎜である。これらの供試材料は完全焼鈍材（O材），圧延加工材（H14，H16，H18），部分焼鈍材（H22，H24），そして安定化処理材（H34，H38）に大別できる。

2.2.2 引張り試験

JIS13号B試片（試片幅：12.5㎜，平行部長さ：60㎜）を用い，圧延方向に対し0°，45°，90°の方向に各々2枚づつ試験を行ない，0.2％耐力，引張り強さ，一様伸び，全伸び，そしてn値（歪1％から一様伸びの1～2％手前までの応力−歪曲線をn乗べきで近似）をそれぞれ測定した。またそれとは別にr値測定用の試片を各2枚用意し，材料の一様伸びの程度に応じ一様伸びが20％以上，10～20％，そして10％以下のものに対して，各々20％，10％および一様伸び直前において幅方向歪および板厚方向歪を，軸方向5ヶ所で測定し，極端に歪の不均一な部分を除いたそれらの平均としてr値を測定した。

2.2.3 試験結果

得られた機械的性質の3方向平均値を表2.2に示す。一様伸びの小さい材料では，その応力−歪曲線をn乗べきで充分に近似することができないのでn値は計算していない。またこれらの伸びの小さい材料のr値の精度はあまり高くない。

圧延方向に対する各方向での引張り強さ及びr値の変化を図2.1，図2.2に示す。両者の方向性はほとんどの材料で一致しておらず，各機械的性質においてその方向性の異なることがわかる。r値の方向性では，ほとんどの材料において$r_0 < r_{90}$であり，r_{45}は完全焼鈍材及び中程度の圧延加工材では最小となり，強圧延材及びその後に部分焼鈍や安定化処理を受けた材料では最大かそれに近い値となっている。これらは，板の製造条件とr値の方向性の変化との関係について詳しく調べた研究結果[28),29)]とほぼ一致するものである。

Alloy No.	Alloy and temper	Alloy No.	Alloy and temper
1	1100-0	7	1050-H24
2	1100-H14	8	5052-0
3	1100-H16	9	5052-H22
4	1100-H18	10	5052-H34
5	1100-H24	11	5052-H38
6	1050-0	12	5005-H14

表 2. 1　供試材料

Alloy No.	Alloy and temper	Proof stress kg/mm^2	Tensile strength kg/mm^2	Uniform elongation %	Strain hardening exp. n	Strain ratio r
1	1100-0	4.60	9.20	30.7	0.244	0.83
2	1100-H14	13.15	14.35	2.0	——	0.47
3	1100-H16	15.35	16.30	1.5	——	0.24
4	1100-H18	18.89	20.33	2.0	——	0.88
5	1100-H24	12.73	13.03	6.5	0.064	0.96
6	1050-0	2.90	8.19	31.3	0.275	0.87
7	1050-H24	12.43	12.48	1.0	——	0.14
8	5052-0	8.08	20.32	21.4	0.312	0.67
9	5052-H22	16.90	24.19	14.8	0.188	0.84
10	5052-H34	20.32	25.98	6.8	0.114	1.04
11	5052-H38	27.63	31.38	7.1	0.098	1.03
12	5005-H14	16.95	18.40	2.2	——	0.39

表 2. 2　供試材料の機械的性質

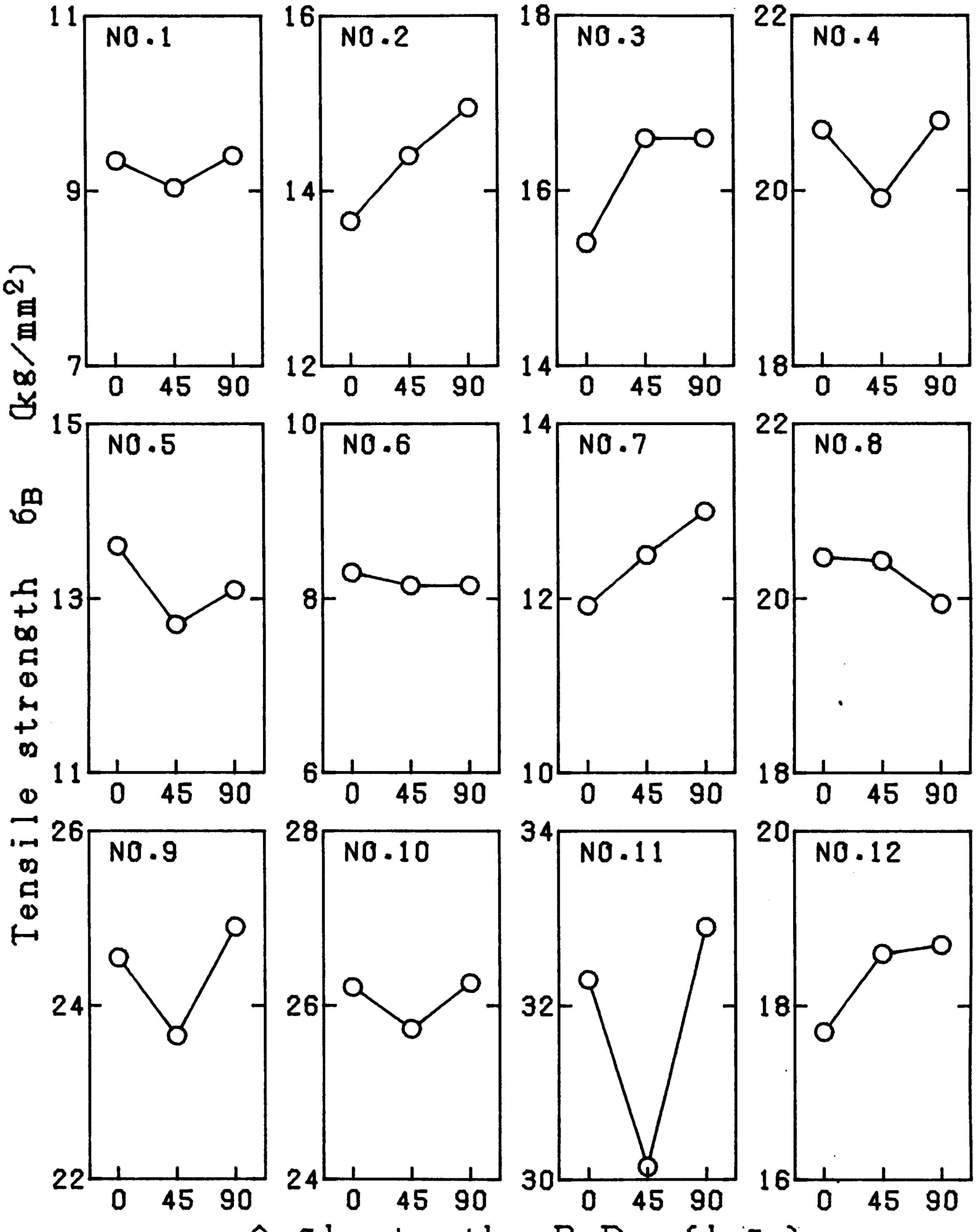


図 2. 1　引張り強さの方向性

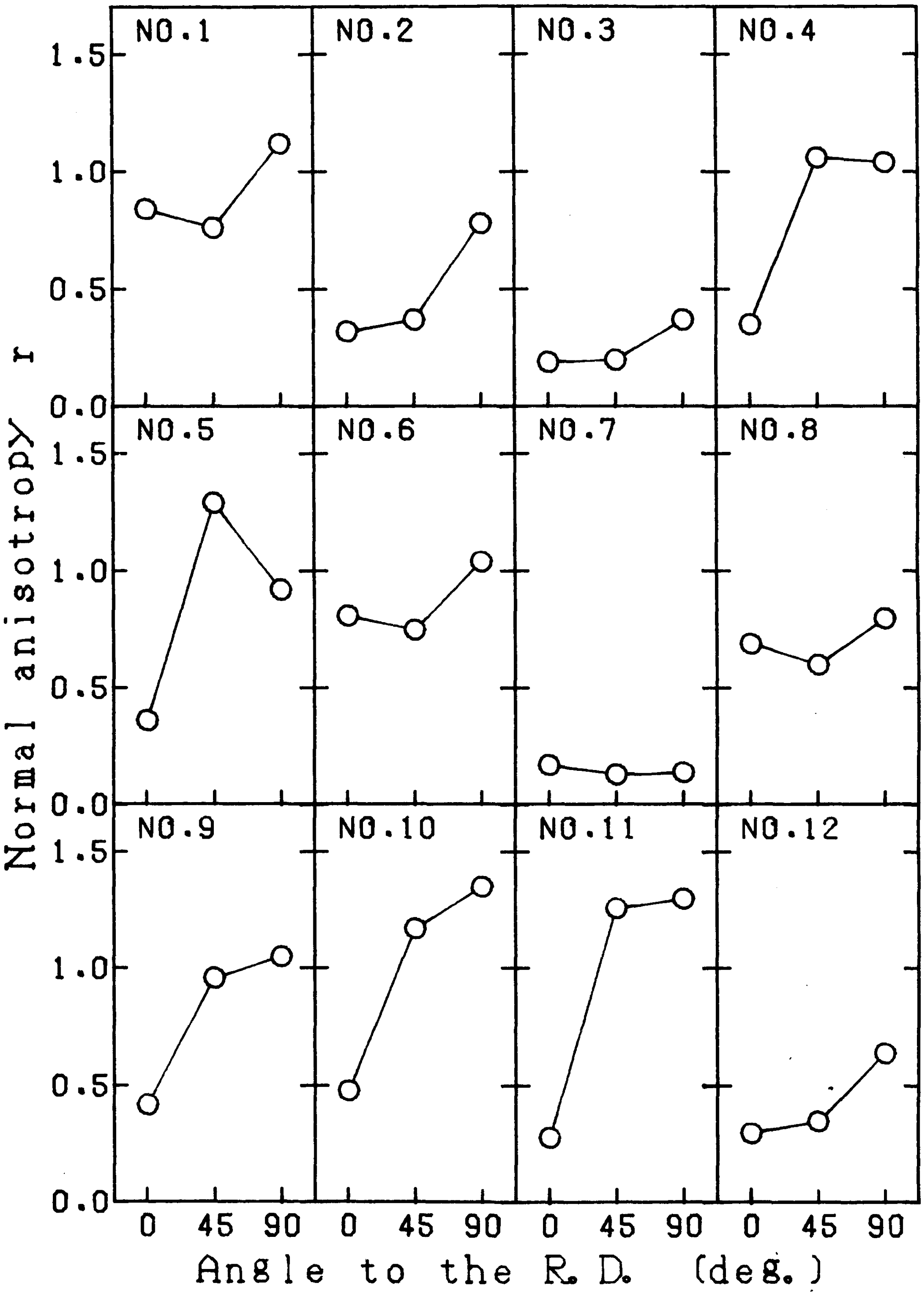

NO.1
NO.2
NO.3
NO.4
NO.5
NO.6
NO.7
NO.8
NO.9
NO.10
NO.11
NO.12
1.5
1.0
0.5
0.0
Normal anisotropy r
0 45 90
Angle to the R.D. (deg.)

図 2.2　r 値の方向性

2.3 平面歪引張り

2.3.1 試験方法

組合せ応力下で変形抵抗を測定する方法の一つに，長方形板材試片の面内に引張り方向と直角の溝を付け，それを引張って平面歪変形抵抗を測定する方法[30)]がある。この方法は，溝隣接部分によって溝部の幅縮み変形が拘束され，溝部分が平面歪変形となるのであるが，比較的薄板の場合は溝部の歪の正確な測定が困難なため，薄板の変形抵抗の測定には不向きである。しかし強度の測定のためには，溝付けが可能であれば，薄板にも試験法として利用できる可能性がある。

そこで，ここでは平面歪引張り強さの測定を目的とし，図2.3のように長方形試片（長さL，幅b）の板面中央に引張り方向と直角にフライスカッターで半径Rの円弧溝（溝底厚さt）を付け，それを引張り，破断する時の最大荷重から平面歪引張り強さを測定する方法を提案する。

2.3.2 供試材料

表2.1に示したアルミニウム材料の他に，ここでは一般的試験法の確立のために表2.3に示す数種の鋼板及び黄銅板を使用した。そしてそれぞれ圧延方向に対し0°，45°．90°の3方向について測定を行なった。

2.3.3 試片形状の検討

図2.3に示す寸法のものは最終的に決定された標準試片であるが，各部の寸法を以下のように検討した。なおその際，引張りの最大荷重時における溝底断面での公称応力（σ_{max}）と，その部分での幅減少歪（ε_W）とを測定した。

a) 溝深さの影響　図2.3の寸法を基準として溝深さの影響を調べた。溝底板厚と素板板厚の比（t/t_0）を変えてσ_{max}，ε_Wを測定した二，三の結果を図2.4，図2.5，図2.6に示す。図中には他の条件変化による結果も含まれているが，大部分の材料は図2.4あるいは図2.6に見られるように，あるt/t_0の所でσ_{max}が最大となる。一方ε_Wはt/t_0が小さくなると単調に減少し，σ_{max}が最大となる付近で小さい値に収束する。これに対し，アルミニウムや黄銅の焼鈍材などでは，図2.5のようにε_Wは他の材料と同様に単調に減少するにもかかわらず，σ_{max}はある範囲のt/t_0でほぼ一定となり，それ以下のt/t_0で再び増大する。このように小さいt/t_0において，ε_Wはあまり変化しないのに，σ_{max}が減少したり再び増大する原因については，明確にはわからないが，その付近では溝底板厚が極度に薄くなるため試片形状の幾何学的な原因により，各々の材料が異った影響を受けているものと思われる。

b) 試片長さ（L）の影響　この方法はチャックによって材料を拘束するものではなく，従ってチャック間隔を極端に短くする必要はない。σ_{max}が最大となるt/t_0の付近において，チャック間隔20～100㎜の範囲で検討した結果，Lの影響はほとんど無く，試験を行なうのに都合のよい長さを選べばよいことが確認された。従ってチャック間隔がほぼ40～50㎜

となる$L=120$ ㎜をここでは採用した。

c) 円弧溝半径（R）の影響　$R=1$ ㎜，2 ㎜，3 ㎜の場合の結果を図2.4に示してあるが，図に見られるようにRがこの程度に変化しても，σ_{max} が最大となる t/t_0 あるいは σ_{max}，ε_W の値などにほとんど影響の無いことがわかる。このことは材料によって大差は無いものと考えられ，従ってRを大きくすることは変形の拘束度を悪くし，一方Rを小さくすることは切欠効果を生ずることなどから，$R=2$ ㎜程度が適当であると考える。

d) 試片幅（b）の影響　特別なチャックを使用しないで試験を行なうためには，それほど大きくはできないが，図2.7に見られるように，$b=40$ ㎜以上であれば σ_{max}，ε_W 共にほぼ一定値に収束している。

e) 溝部切削の影響　純アルミニウムの焼鈍材において，切削のままの試片と切削後再び焼鈍した試片との比較を行なった。その結果を図2.5に示してあるが，特に応力値に対しては，その影響は小さいことが確認できた。

2.3.4　標準試片寸法

既存の塑性理論で，降伏条件が応力の二次形式で表現できる場合には，平面歪引張り変形における引張り応力が種々の変形状態の中で最大の応力となる。そこで溝深さを変えた時に得られる σ_{max} の最大値（図2.5のような場合には一定値）をその材料の平面歪引張り強さ（σ_{BP}）と定義する。このことはその時の ε_W の値及び後に述べる歪分布の測定結果からもほぼ妥当な判断であると思われる。そしてこの σ_{max} が最大となる時の t/t_0 を溝深さの最適条件とした。

溝深さについては，溝が浅いと溝以外の部分が塑性変形して，溝部の幅方向拘束が弱くなり平面歪状態ではなくなる。一方溝が深いと前述のように平面歪状態にもかかわらず，幾何学的と思われる原因により σ_{max} が減少したり，さらに増大することがある。よって先に定義した σ_{BP} を測定するためには，溝をできるだけ浅くしてしかも溝部を平面歪変形させる必要がある。従って溝部の応力が σ_{BP} のときに溝以外の部分が塑性変形しないためには，素板の降伏応力あるいは耐力（σ_Y）と σ_{BP} との比 σ_Y/σ_{BP} が，最適な断面積の比すなわち t/t_0 になると考えられる。しかし σ_{BP} は測定しようとする値であって，σ_Y/σ_{BP} を事前に知ることはできず，t/t_0 を予知するためには，何らかの方法で σ_{BP} を推定することが必要となる。一方図2.6で見られるように，同じ素板でも引張り方向によって溝深さの最適条件は異なり，面内異方性も影響を与える因子であることがわかる。

そこで，ここでは次のような方法で σ_{BP} を推定することとする。すなわち，Hill の異方性塑性理論[7]によれば，面内異方性を持つ板の平面応力状態における降伏条件は，主応力（σ_1，σ_2）の方向を圧延及び圧延直角方向とすると，

$$\sigma_1^2-\frac{2}{1+1/r_0}\,\sigma_1\sigma_2+\frac{1+1/r_{90}}{1+1/r_0}\,\sigma_2^2=\sigma_0^2=\frac{1+1/r_{90}}{1+1/r_0}\,\sigma_{90}^2 \qquad (2.1)$$

となる。[31] σ_0，σ_{90}，r_0，r_{90} はそれぞれ圧延方向（0°）及び圧延直角方向（90°）の降伏応力と r 値である。また0°方向の平面歪引張り変形における主応力の比は，

$$\sigma_2/\sigma_1 = r_{90}/(1+r_{90})$$

となり，[31] これを式（2.1）に代入して計算すると，

$$\sigma_1 = \sqrt{(1+r_0)(1+r_{90})/(1+r_0+r_{90})}\,\sigma_0$$

同様に45°，90°方向の平面歪引張り変形を考えると，

$$\sigma_{P\alpha} = \sqrt{(1+r_\alpha)(1+r_{\alpha+90})/(1+r_\alpha+r_{\alpha+90})}\,\sigma_{U\alpha} \qquad (2.2)$$

となる。α は引張り方向，$\sigma_{U\alpha}$，$\sigma_{P\alpha}$ はその方向の一軸及び平面歪引張り応力を表わす。変形抵抗に関する式（2.2）を参考に α 方向の一軸引張り強さ σ_B からその方向の平面歪引張り強さ σ_{BP} を次のように推定することができる。

$$\sigma_{BP} = \sqrt{(1+r_\alpha)(1+r_{\alpha+90})/(1+r_\alpha+r_{\alpha+90})}\,\sigma_B \qquad (2.3)$$

従って，$t/t_0 = \sigma_Y/\sigma_{BP}$ は次式となる。

$$t/t_0 = \sigma_Y\sqrt{1+r_\alpha+r_{\alpha+90}}/\sigma_B\sqrt{(1+r_\alpha)(1+r_{\alpha+90})} \qquad (2.4)$$

式（2.4）によって t/t_0 を計算するためには，引張り方向と直角方向の r 値が必要となる。そこで溝深さの予知をできるだけ簡便にするために，引張り方向の σ_Y，σ_B，r 値のみを使って式（2.4）を次式のように近似する。

$$t/t_0 = \sigma_Y\sqrt{1+2r}/\sigma_B(1+r) \qquad (2.5)$$

式（2.4）と式（2.5）の差を検討した結果，溝深さの予知のためには両者に大きな差は無いことが確認できたので，式（2.5）によって計算される値の t を標準試片の溝底厚さとした。図2.8は前述の定義による σ_{BP} に対し，±1％以内で σ_{max} が測定される t/t_0 の範囲を各試料について式（2.5）の計算値との関係で示したものである。また図2.4，図2.5，図2.6中に式（2.5）の計算値を二点鎖線で示した。図2.5の場合，式（2.5）による値は少し小さすぎるようであるが，このような材料では t を小さくするかわりに板を2枚接着（本実験ではアラルダイトで接着）し，それを素板（板厚 $t_0'=2t_0$ の板と考える）として用いると，図に見られるように先の定義に合った適正な測定値を得ることができる。これらの結果から，式（2.5）によってほぼ妥当な t の値が得られることがわかった。

以上により，標準試片寸法としては図2.3のように $L=120$ mm，$b=40$ mm，$R=2$ mm，そ

して t は式（ 2.5 ）によって計算される値とした。

2.3.5　歪状態の検討

先に σ_{max} の最大値をその材料の平面歪引張り強さ（ σ_{BP} ）と定義をしたが，そのことの妥当性を調べるため，標準試片を用い，最大荷重点で除荷して，溝底での幅方向各位置の歪を以下のように測定した。すなわち試片の溝切削をしていない面の溝底付近に，軸方向には0.5 ㎜間隔，幅方向には1～2 ㎜間隔の格子をけがき，変形前後の格子の間隔の変化より軸方向歪（ ε_{ℓ} ）及び幅方向歪（ ε_b ）を計算した。その際，軸方向の変形が局部的なため，軸方向歪の測定値にはかなりの誤差を生ずる。そこで標点距離と歪値との関係を三次の多項式で近似して，標点距離零における歪を外挿によって求めた。一方板厚歪（ ε_t ）は変形前後の溝底厚さをポイントマイクロメータで測定し計算した。

以上のようにして測定された歪分布の例を図2.9に示す。この結果によれば，板縁近傍を除いた板幅の約80％が $\varepsilon_b \doteqdot 0$ の平面歪状態となっており，その範囲では軸方向歪及び板厚方向歪もほぼ一定となっている。また他の材料についてもほぼ同様な歪分布が得られた。

このように平面歪状態はかなり満足しているが，完全な平面歪状態を得ることは不可能であり，したがって測定値も真の平面歪引張り強さではない。そこで測定値より，溝底での幅歪 ε_W を零に外挿して，真の平面歪引張り強さを測定する一つの補正を検討した。それを図2.10に示す。横軸（ $\varepsilon_W / \varepsilon_W^0$ ）の ε_W は溝底板厚の異なる試験片における溝底での幅歪であり， ε_W^0 は溝を付けない試験片の幅歪（図2.4 ，図2.5 ，図2.6において $t/t_0=1.0$ での ε_W ）である。また縦軸は，各試験片の σ_{max} と一軸引張り強さ（σ_B）との比である。図で見られるように，両者はほぼ直線で近似することができ，従って横軸の零に外挿することによって，真の平面歪引張り強さにより近い値を求めることが可能である。しかしながら，このように求めた補正値と σ_{BP} の測定値（図中最左点）とは大差はなく，従ってあえて補正を強いる必要もなく，先の適正溝深さの試片によって実測された値を，平面歪引張り強さとしても大きな誤差はないものと考える。

2.3.6　平面歪引張り強さ

以上のように決定した試験片を使い，本研究に供した材料の平面歪引張り強さを測定した結果を図2.11に示す。従来薄板成形における破断強度を議論する時，その目安とされるものは一軸引張り試験の引張り強さ，あるいはせいぜいそれの r 値を考慮した修正値等である。しかしながら図2.1 ，図2.2の結果と比較してわかるように，平面歪引張り強さと一軸引張り強さとの方向性にはほとんど相関がなく，r 値の方向性ともあまり相関はない。また定性的には，r 値が大きいほど一軸引張り強さに対し平面歪引張り強さが相対的に増すとされているので，図2.12のように平面歪引張り強さと一軸引張り強さとの比を r 値との関係で示したが，両者の間にはあまり強い相関は見られない。このように平面歪引張り強さと一軸引張り強さあるいは r 値とを単純に関係づけることは不可能である。

一方r値を考慮して両者を定量的に比較する時，Hill の異方性理論によれば，応力－歪関係をn乗則に従って $\sigma=F\cdot\varepsilon^n$ とおくと，平面歪引張りと一軸引張りとの最大荷重不安定時の引張り応力の比，つまり σ_{BP}/σ_B はr値，n値を用いて，

$$\sigma_{BP}/\sigma_B=\left[(1+r_\alpha)(1+r_{\alpha+90})/(1+r_\alpha+r_{\alpha+90})\right]^{\frac{1+n}{2}} \qquad (2.6)$$

と表わすことができる。ここでαは引張り方向を示す。そこでこの式より計算される値（n値は引張り方向のn値を使用，但しn値の測定ができないものは$n=0$）と，実験で求めたσ_{BP}/σ_Bとの方向性を図2.13に示した。比較的両者の傾向が一致しているものもあるが，一方ではまったく逆の傾向のものもあり，一致しないものが多い。これらの計算値には，特に伸びの小さい材料でのr値やn値の精度の問題，及びr値やn値の歪依存性，つまり材料によっては一様伸び以前の歪範囲で測定された値と，破断近くでの値とは異なることなどの問題を含んでおり，図に見られる両者の不一致の一つの原因であることも考えられる。しかし両者の方向性が一致しているものでも，計算値ではn値の方向性が少ないために0°と90°方向との差がほとんど現われなく，実験値の方向性を充分に表わし得ないことがわかる。このように，材料によってはHill の異方性理論を用いて，一軸引張り試験からσ_{BP}の方向性を定性的には予測できるものもあるが，それもかなり不充分であり，ましてや定量的に予測することは極めて困難である。

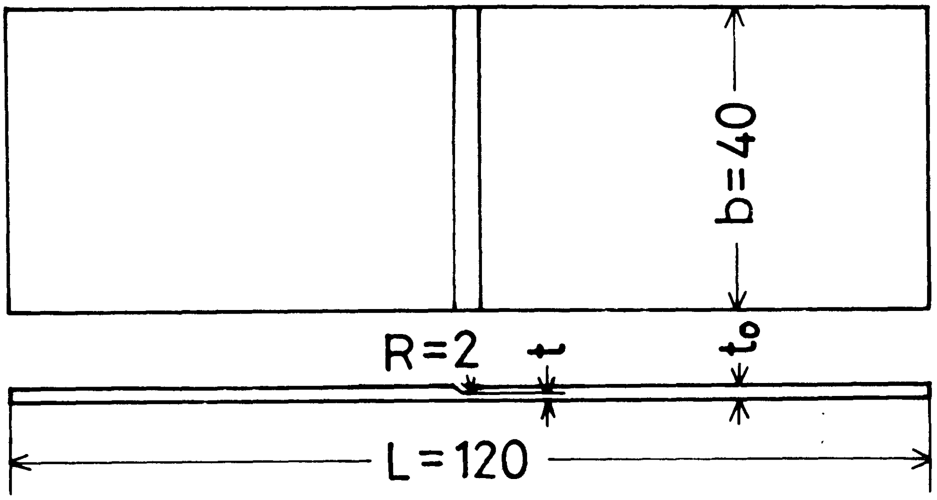


図 2. 3　平面歪引張り試験の標準試片形状

No.	Material	Thickness t_o mm	Tensile strength kg/mm^2	Strain hardening exp. n	Strain ratio r
13	SPCC	0.8	30.75	0.245	2.25
14	SPCC	2.0	33.20	0.201	1.25
15	6-4brass-0	3.0	39.05	0.466	0.74
16	6-4brass-1/2H	1.5	44.40	0.385	0.71
17	7-3brass-0	1.5	32.10	0.569	0.96

表 2. 3　供試材料

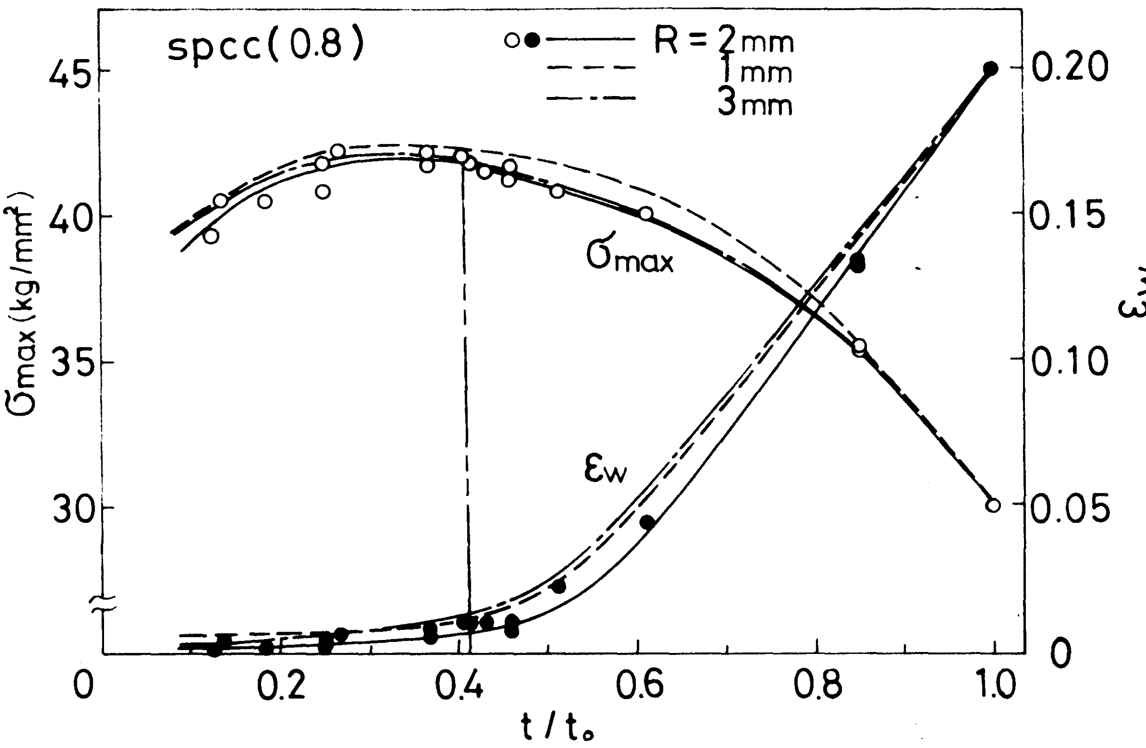


図 2. 4　溝底板厚と σ_{max}, ε_Wとの関係及び溝底 R の影響

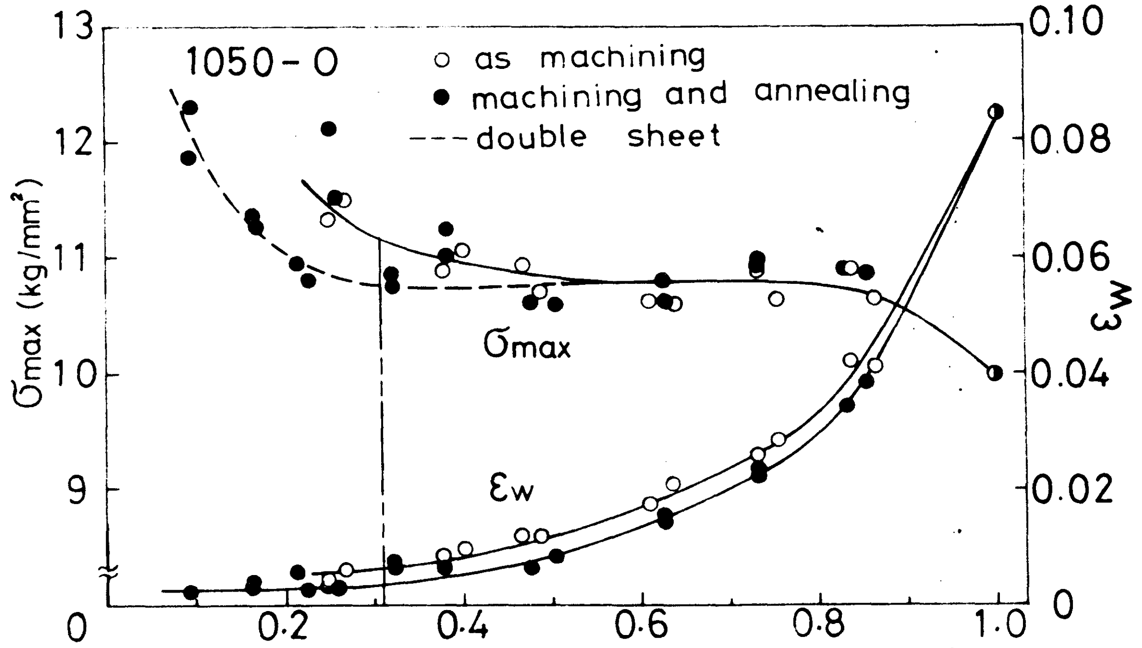


図 2. 5　溝底板厚と σ_{max}, ε_Wとの関係及び切削の影響

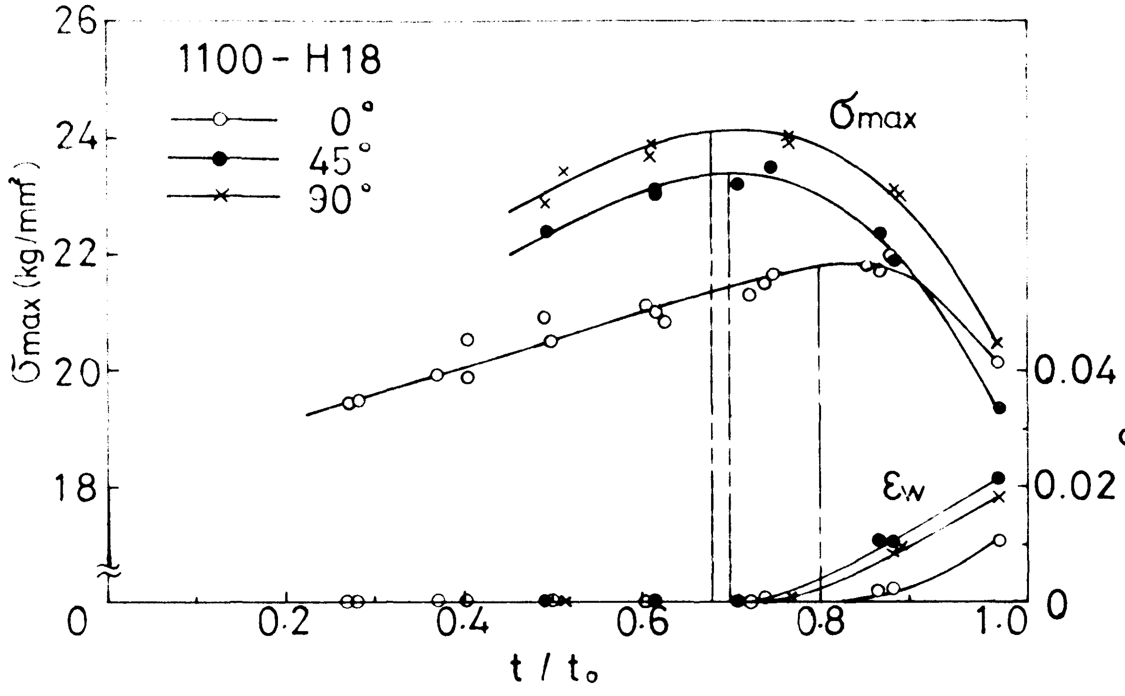


図 2.6　各方向の溝底板厚と σ_{max}，ε_wとの関係

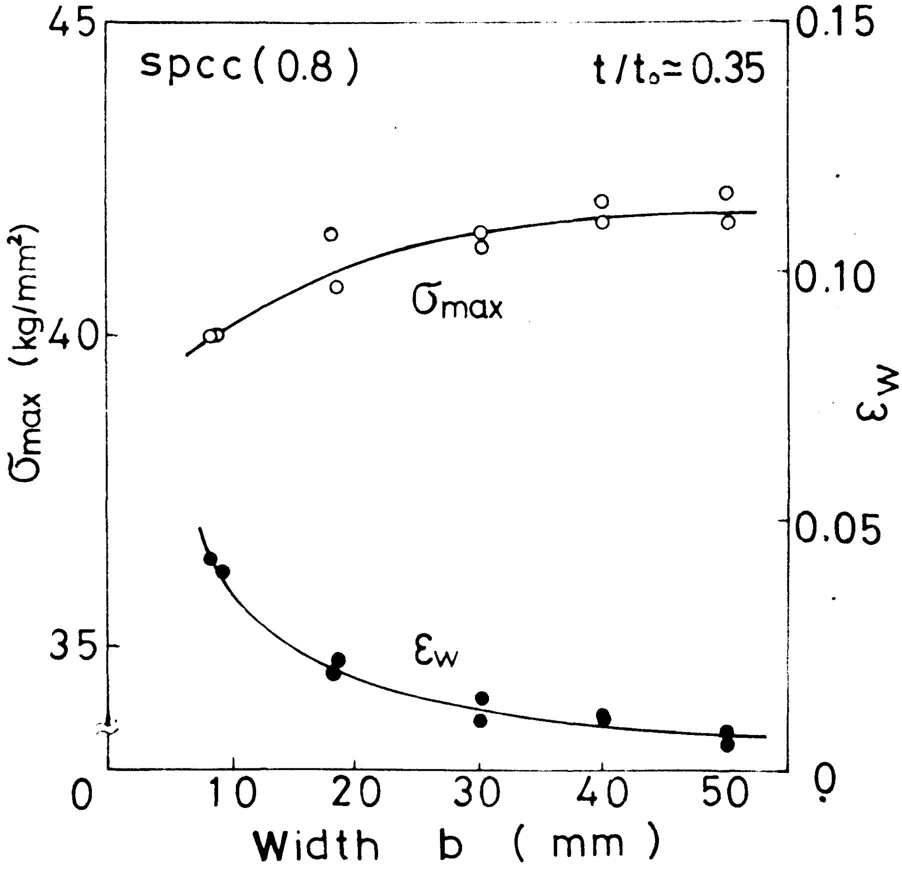


図 2.7　試片幅と σ_{max}，ε_wとの関係

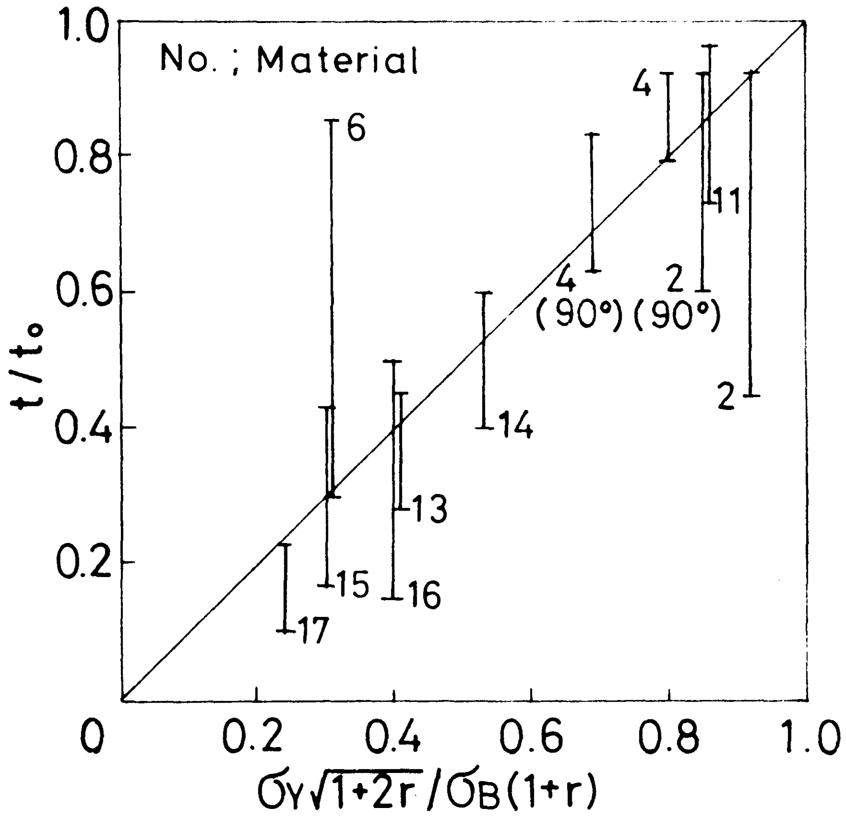


図 2. 8　最適溝深さの予知

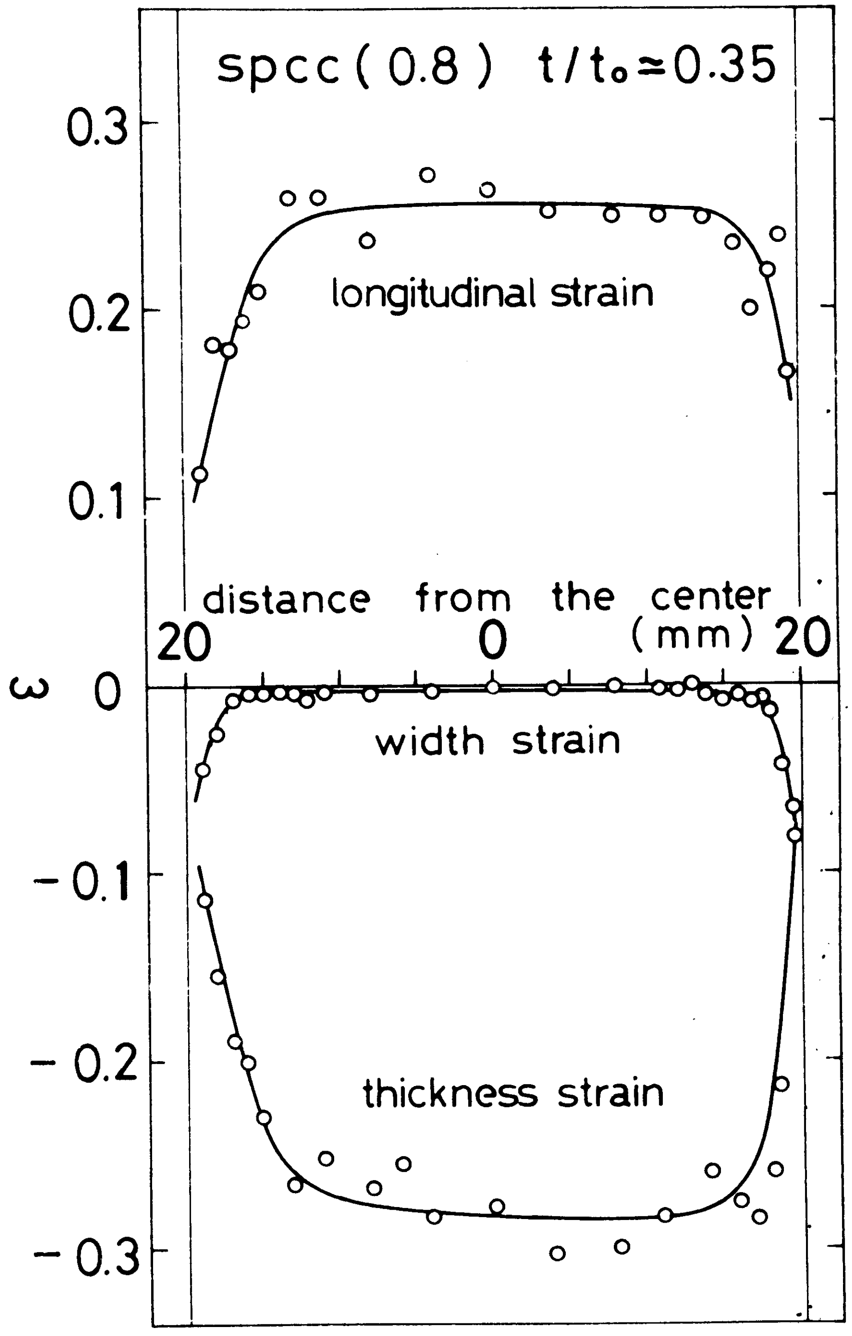


図 2. 9　溝底における歪の幅方向分布

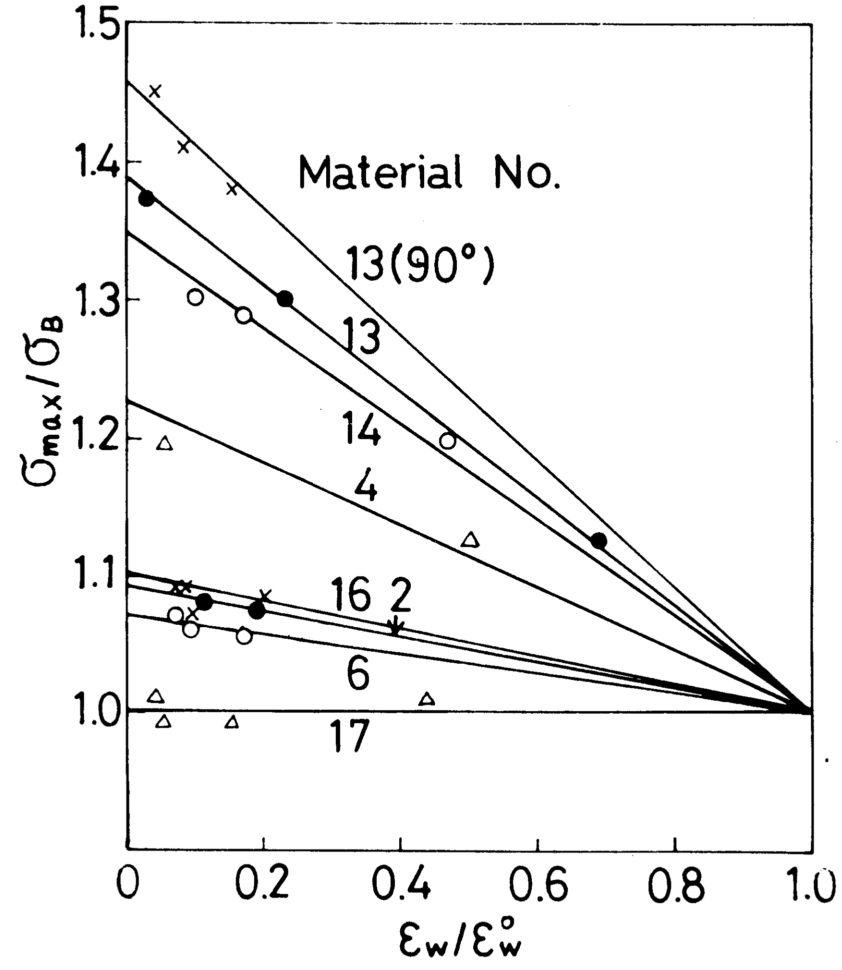


図 2.10　幅歪による平面歪引張り強さの補正

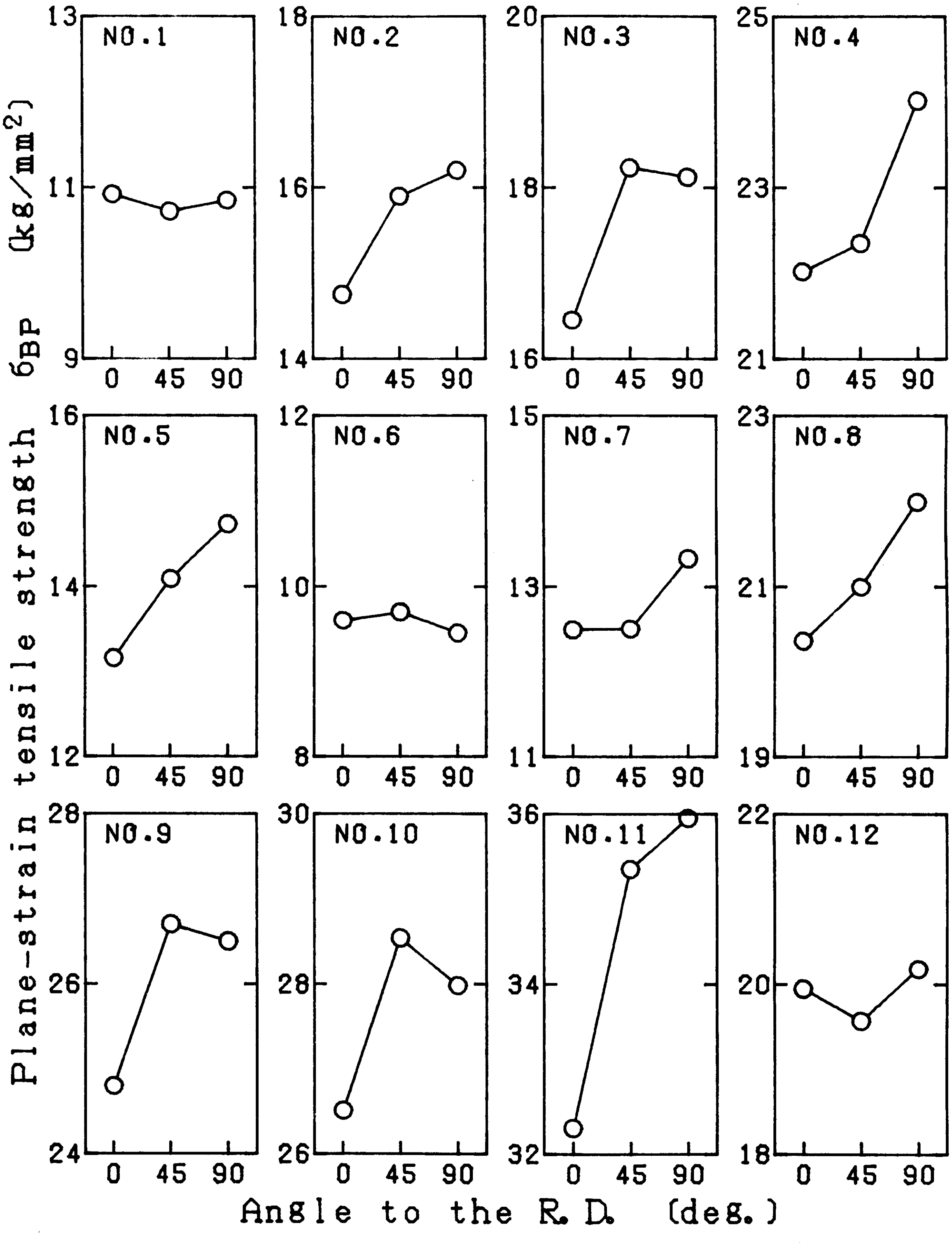


図2 11 平面歪引張り強さの方向性

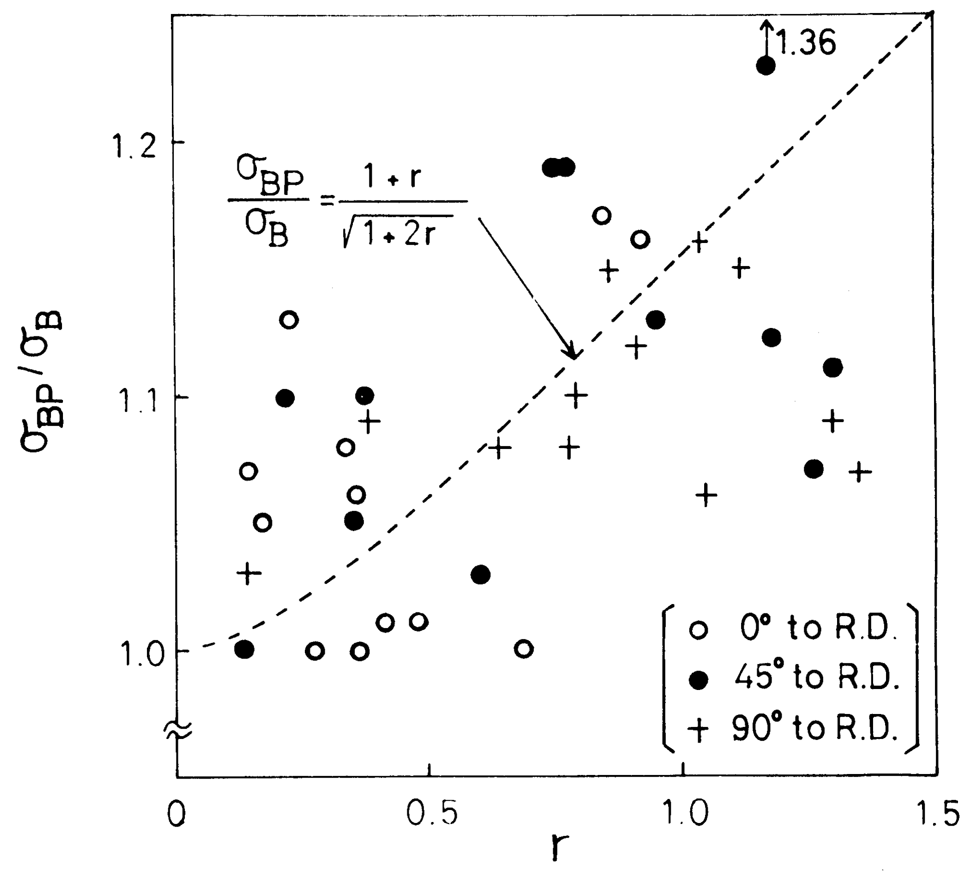


図 2. 12　r 値と σ_{BP} ／ σ_B の関係

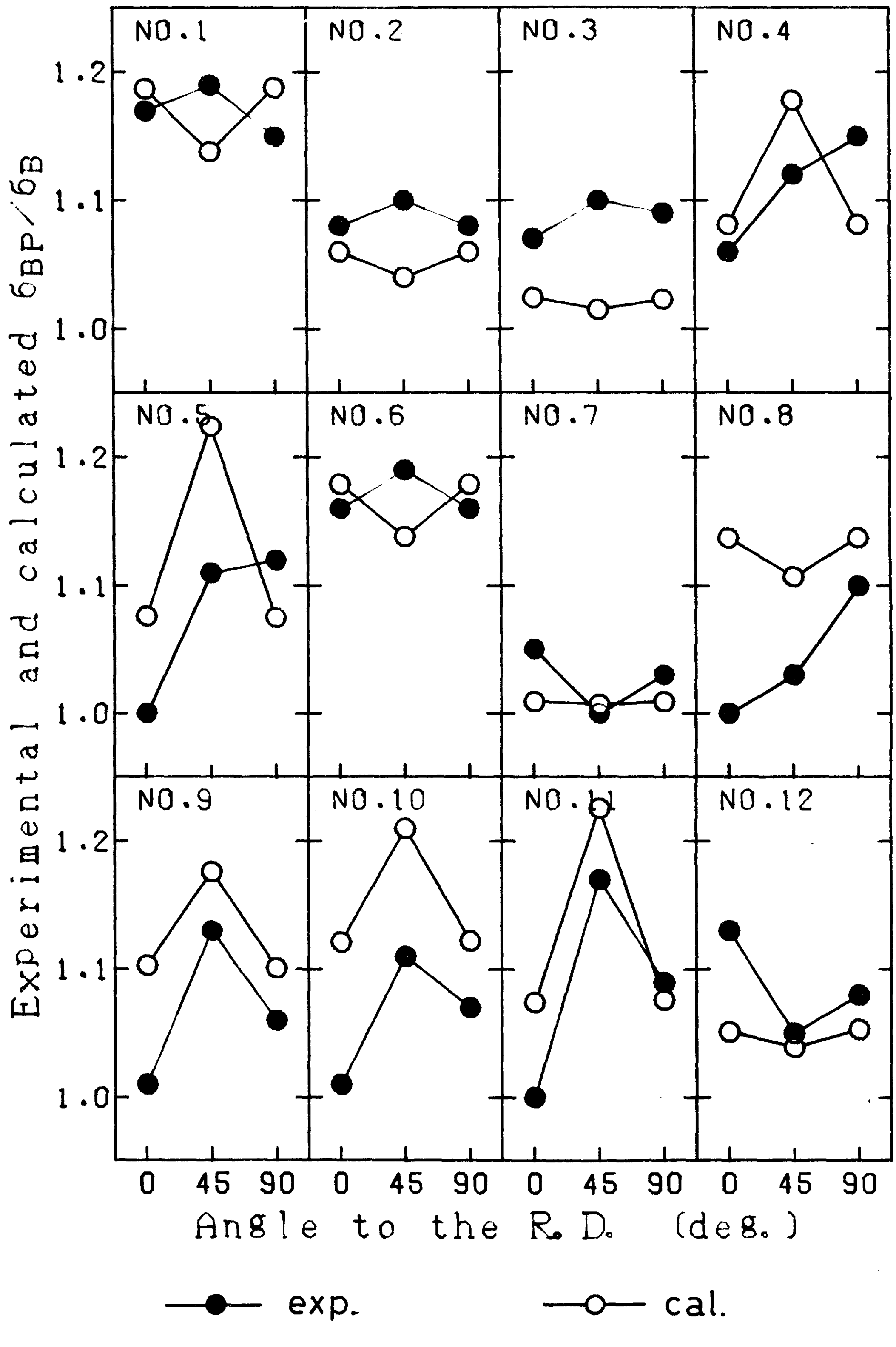


図 2.13　実験及び計算による σ_{BP}/σ_{B} の方向性

2.4 要　　約

市販の各種処理を行なった12種類のアルミニウム薄板について，引張り試験を行なって機械的諸性質を調べると同時に，平面歪引張り強さの測定法を提案しその方向性をも調べた結果，次のようなことが明らかになった。

1) 各機械的性質は異った方向性を示す。

2) r 値の方向性はほとんどの材料で $r_0 < r_{90}$ であるのに対し，r_{45} は各処理によって大きく変化する。

3) 適当な形状の溝付き試片を用いることにより，薄板材料に対する平面歪引張り強さ σ_{BP} を測定することが可能である。

4) その試験片の溝底では板縁近傍を除いた板幅の約80％が平面歪となっている。完全な平面歪状態での σ_{BP} に補正することも可能であるが，測定値をそのまま σ_{BP} としても充分である。

5) 引張り強さ σ_B からは，Hill の異方性理論によって r 値の影響を考慮しても，σ_{BP} を定量的にはもちろん，定性的にも予測することは不可能である。

第３章　円筒深絞りにおける板の変形と破断

３.１　緒　　言

薄板材料がその機械的性質において面内異方性をもつ以上，薄板を成形加工する時にもその面内異方性の影響がいろいろな形で現われるのは当然のことである。今，円形素板の円筒ポンチによる深絞りを例に考えると，素板ならびに工具が軸対称形状であっても，板の変形は軸対称にはならず，でき上がった製品には耳が生ずる。また成形限界は破断発生によって決められるが，その破断は素板円周全体では生ぜず，必ずある特定の方向で発生する。このように，円筒深絞りという単純な成形においても，そこで生ずる現象の多くは板のもつ面内異方性と深い関係があり，板の成形性を考える時どうしてもその面内異方性を無視することはできないと考えられる。しかしながら，耳の問題以外に面内異方性の影響について論じた研究[12),32),33)]は極めて少ない。

本章では，供試アルミニウム材料の限界絞り比や割れ方向及び位置を調べ，さらに深絞り成形における変形や変形力の異方性挙動を実際に把握するため，まずフランジ部および破断部周辺の歪分布を，特にその円周方向分布について詳しく測定し，次に円周方向に分割された円筒ポンチやくさび形ダイスを用いて，深絞り力及び破断力の円周方向分布を測定した。

3.2 限界絞り比と割れ方向

3.2.1 深絞り実験

実験に使用した工具及び各実験条件は表3.1に示すようであり，深絞りは万能試験機によって行なわれた。限界絞り比（L.D.R.）の決定は，ブランク径の間隔を1㎜とし，各ブランクごとに4枚づつ絞り，絞り可能なブランクと不可能なブランクの比率が1：1になる径を内分して求め，その限界ブランク径とポンチ径の比としてL.D.R.を計算した。

割れ方向は，圧延方向に対し0°，45°，90°と区別し，また割れ位置はカップ底からの高さがポンチ角半径より小さいものをポンチプロフィル部破断とし，それより大きいものをカップ壁部破断として区別した。さらに，絞ったカップの圧延方向に対し0°，45°，90°方向の壁高さをハイトゲージにて測定した。

3.2.2 実験結果

各試料のL.D.R.及び割れ方向，位置を表3.2にまとめてある。また図3.1にL.D.R.と$\bar{r}$の関係を示してある。ポンチプロフィル部破断では$\bar{r}$といくぶん相関がみられるものの，やはり薄鋼板におけるr値とL.D.R.の関係とは異なり，両者にはっきりした関係があると断定することはできない。一方割れの発生する方向と図2.2のr_{min}の方向とは多くの材料で一致している。しかしL.D.R.とr_{min}の相関関係は図3.2に見られるとおり弱いものであり，割れの発生はr値と直接関係ないものと思われる。図3.3には圧延方向に対し3方向のカップ壁高さ（h）を，3方向平均値（$\bar{h}$）で無次元化して示してある。その結果は大きく二つに分かれ，強圧延されたもの（No.4）や，強圧延後部分焼鈍（No.5，7，9）あるいは安定化処理（No.11）されたものでは大きな45°耳が発生し，それ以外のものでは0°，90°耳が生ずる。

工具	ポンチ	外径 (dp) 38 mm　角半径 (r_p) 4 mm
	ダイス	穴径 (d_d) 40 mm　肩半径 (r_d) 4 mm
潤滑	ブランク両面 ; 菜種油	
しわ押え力	$H = \frac{(\sigma_Y + \sigma_B)}{180} \cdot D_o \{(D_o - d_d - 2r_d)/to - 8\}$ (kg) σ_y ; 降伏応力 (耐力)　σ_B ; 引張強さ Do ; ブランク径　to ; 板厚	
絞り速度	約 20 mm／min	

表 3.1　深絞り条件

Alloy No.	Alloy and temper	L.D.R.	Direction and site of fracture initiation*
1	1100-0	1.96	45° (P)
2	1100-H14	1.92	0° (P)
3	1100-H16	1.91	90° (P) or 45° (P)
4	1100-H18	1.86	0° (P) or 45° (W)
5	1100-H24	2.01	0° (P) or 45° (P)
6	1050-0	1.98	0°~45° (P)
7	1050-H24	2.01	45°~90° (W)
8	5052-0	1.95	45° (P)
9	5052-H22	1.95	0° (P) or 45° (P)
10	5052-H34	1.99	0° (P) or 45° (P)
11	5052-H38	1.88	0° (W)
12	5005-H14	1.92	45° (P) or 0° (P)

* Figure : angle to the rolling direction

(P) : punch-profile

(W) : cup wall

表 3.2　限界絞り比と割れ方向，位置

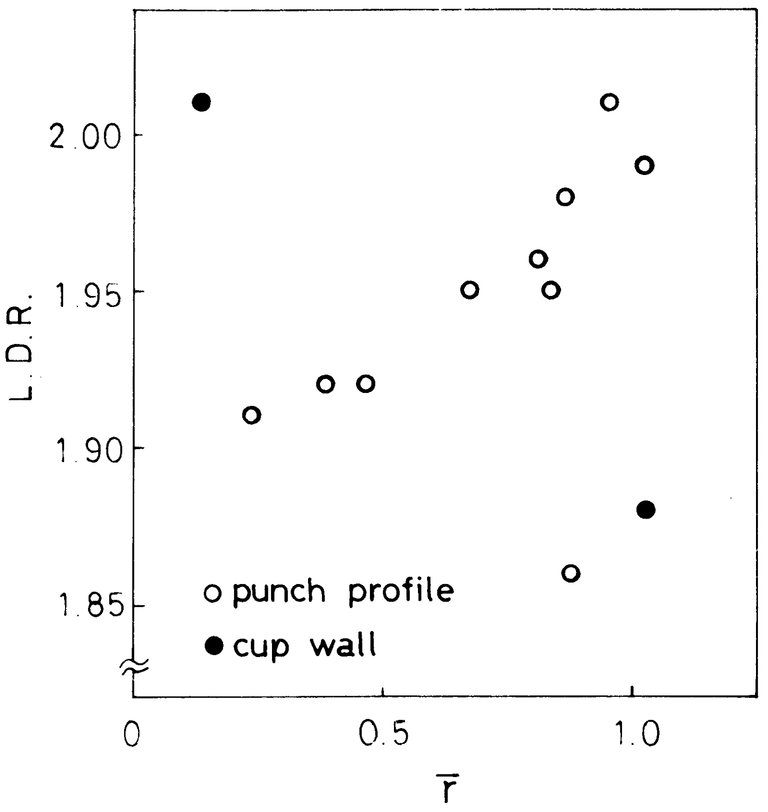


図 3.1　平均 r 値と限界絞り比の関係

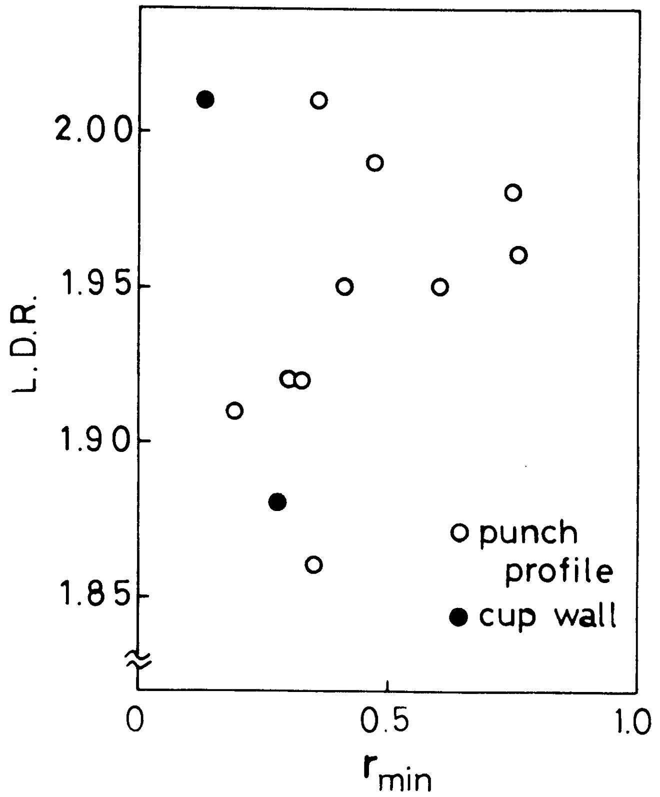


図 3.2　r_{min} と限界絞り比の関係

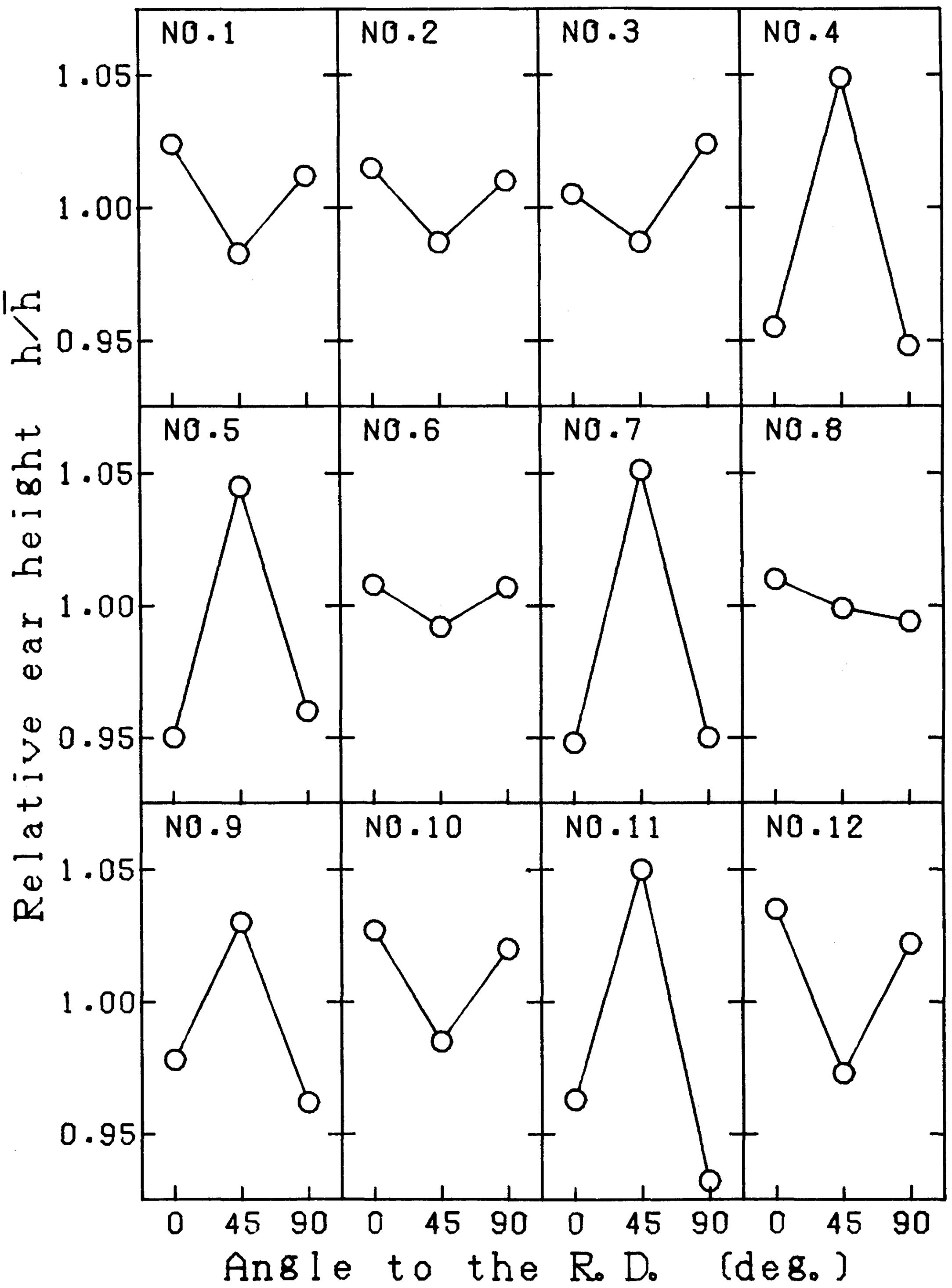


図 3. 3　各方向のカップ壁高さ

3.3 フランジ部の変形状態

3.3.1 歪分布の測定

歪測定は格子法にて行ない，歪測定の精度を良くするため表3.3に示すような深絞り工具を使用した。尚，格子線の保護のため，菜種油と供に0.0５㎜のテフロンシートで素板の両面をおおい，それ以外の絞り条件は表3.1と同じである。絞り可能な素板の4分の1円弧部の両面に，図3.4のように5°間隔の半径線と，2㎜間隔（但しポンチ底部は5㎜）の同心円弧を細針にてけがき，変形前後の格子間隔の変化をマイクロコンピュータに連結されたディジタル工具顕微鏡で測定し，円周方向歪（ε_θ）及び半径方向歪（ε_r を計算した。深絞りの全行程を3～4段階に分けて行ない，各段階で絞り変形を止め，フランジ部，カップ壁部，カップ底部は外面のみ，ダイス肩及びポンチ角部分は内外両面の歪を測定した。

3.3.2 歪の円周方向分布

測定した歪分布のうち，フランジ部の歪の円周方向分布について，ここに結果を示し検討する。図3.5，図3.6は代表的な2種類の材料について，素板初期半径の異なる3ヶ所における全絞り行程終了後の半径方向歪（ε_r）と円周方向歪（ε_θ）の円周方向分布である。フランジ部のブランク外縁より少し内にはいった部分（$R=70$ ㎜）で歪の方向による変化が最も顕著であり，しかもその付近では $\varepsilon_r \approx -\varepsilon_\theta$ で，ほぼ平面歪状態に近いことがわかる。異方性の少ない1100－Oにおいても，この付近の歪分布にははっきりとその異方性が現われている。またこの付近の ε_r の分布形状は，カップ外縁に生ずる耳形状とほぼ相似な形である。これより底に近い部分では歪の方向による差は少なくなり，しかもその変形は半径方向の一軸引張りへと近づいてゆく。一方外縁にごく近い部分では，歪の方向による差はかなり少なくなり，その変形は円周方向の一軸圧縮へと近づいてゆくことがわかる。このような歪分布の傾向は他のいずれの材料でも共通して言えることであった。

次に歪の方向による差が最も顕著な半径位置における，歪の進展状況を各材料について図3.7から図3.13に示した。絞り行程中絞り荷重が最大となるのは，それぞれ1100－O，5052－H22では第2段階，1100－H14，5005－H14では第1と第2段階の中間，その他は第1段階の付近であった。またいずれの場合も測定位置は第2段階ではダイス面上，つまりフランジ部にあり，全行程を4段階に分けたものの，第3段階ではダイス穴を通ってカップ壁となっている。歪の方向による差はすでに絞り行程の初期の段階で見られ，絞り荷重が最大となる頃にはその差ははっきりとしている。カップ壁の最終歪及びその歪の方向による差はほとんどがフランジ部での変形中に形成され，ダイス穴を通った後には ε_r がわずかに増加するものの，歪の方向による差には変化がない。

このような歪の方向による差は傾向的に前項で調べた耳形状と一致するものであり，耳形状が r 値の方向性と関係づけられるように，歪の円周方向分布は定性的には r 値の方向性と次の

ような関係がある。つまり $\Delta r = (r_0 + r_{90})/2 - r_{45}$ が正のものは0°，９０°方向の ε_r が大きく，負のものでは４５°方向の ε_r が大きい。また0°と９０°の比較では r 値の方向性とは逆で，たとえば $r_0 < r_{90}$ では $\varepsilon_{r,0} > \varepsilon_{r,90}$ となる。 このように歪の円周方向分布と r 値の方向性とが定性的に関係があるのは，いずれも変形中に生ずる歪の異方性の一現象であって，それらが共に材料の結晶学的組織（集合組織など）に関係するものであることを考えれば納得できるものである。しかし r 値は一軸引張り変形時の歪の異方性であるのに対し，フランジ部の歪の方向による差が大きい付近では平面歪に近い変形であることから，その両者を直接結び付けることは難かしいと思われる。

工具	ポンチ	外径 (dp) 98mm　角半径 (rp) 4mm
	ダイス	穴径 (dd) 100mm　肩半径 (rd) 4mm

表 3.3　深絞り条件

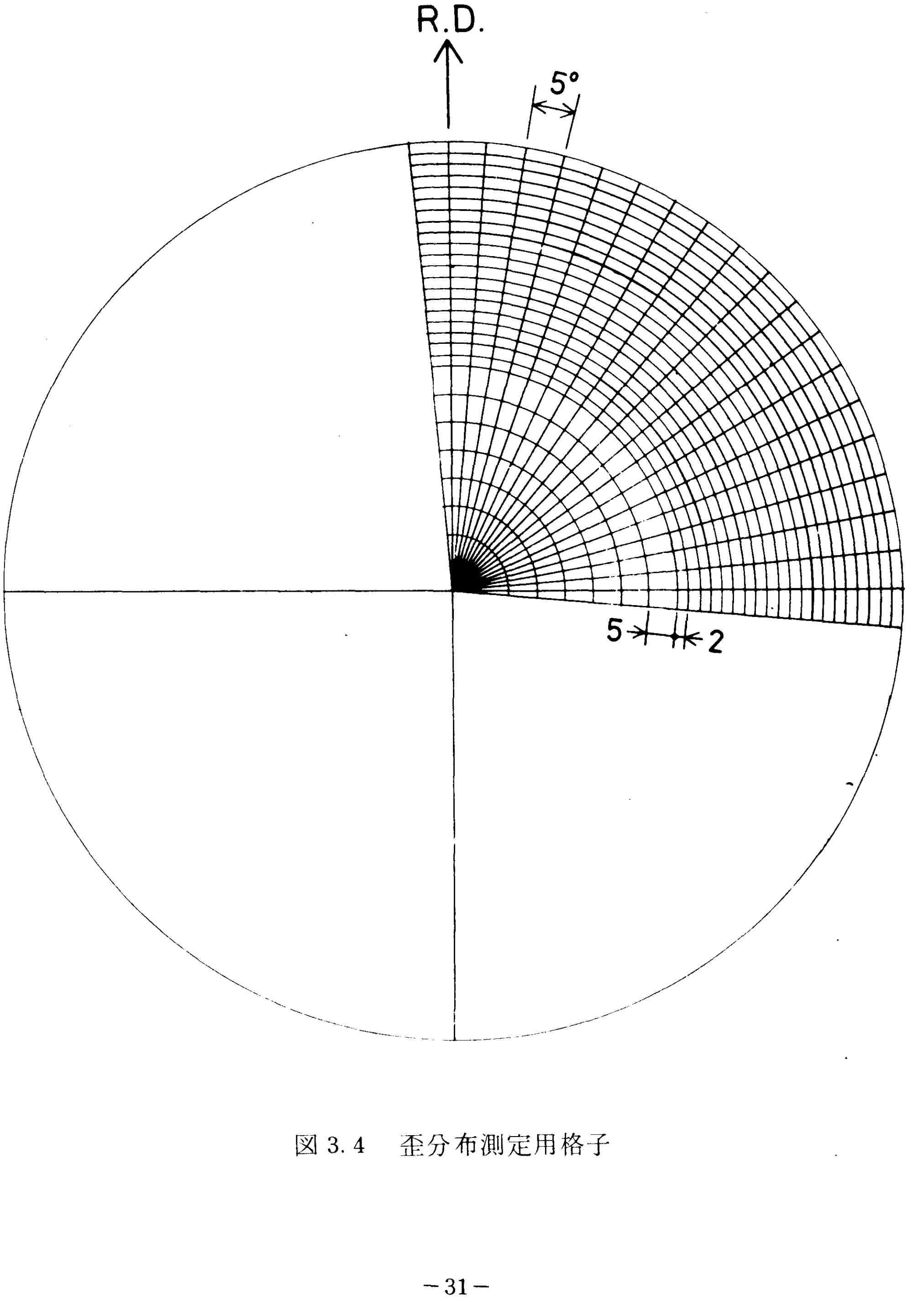


図 3.4　歪分布測定用格子

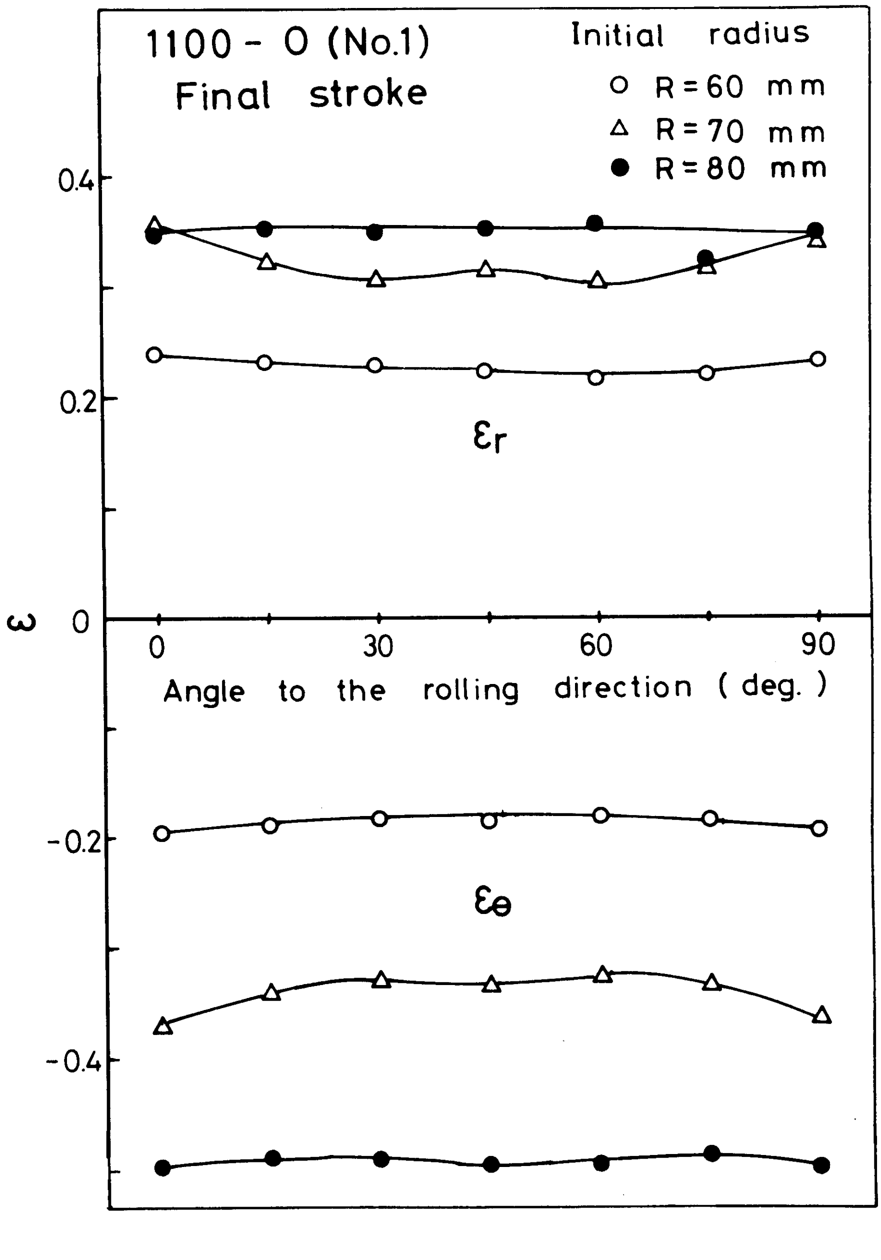


図 3.5 各半径位置における歪の円周方向分布（1100−O）

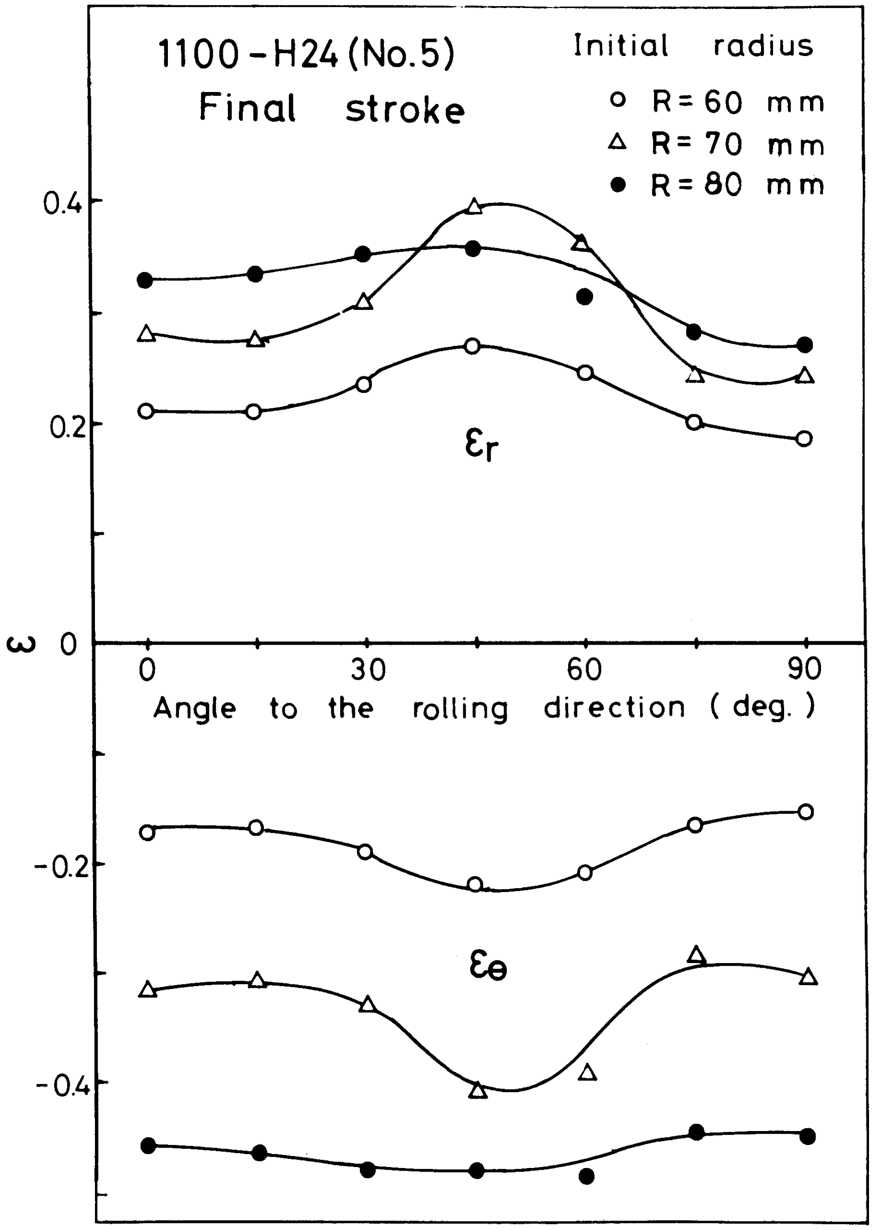


図 3. 6　各半径位置における歪の円周方向分布 (1 1 0 0−H2 4)

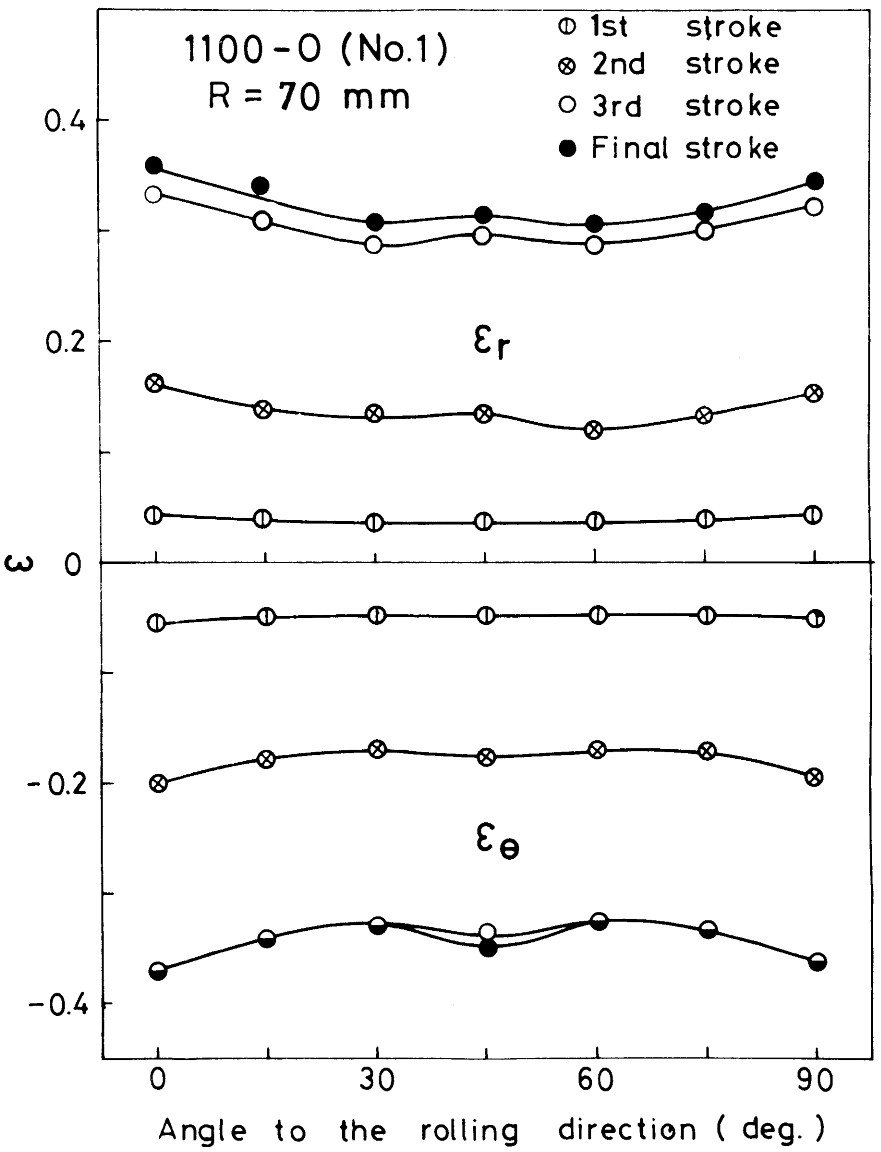


図 3. 7　各絞り段階における歪の円周方向分布（1100−O）

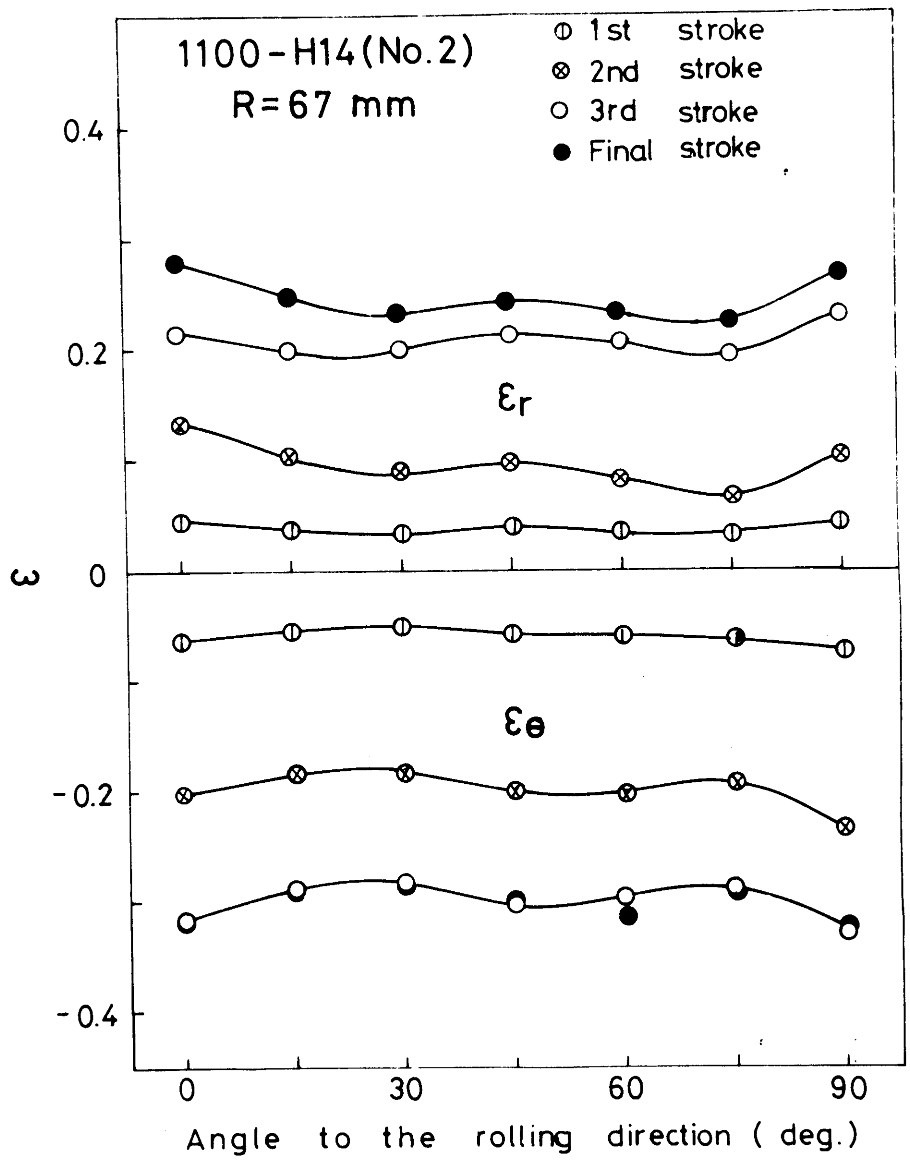


図 3.8 各絞り段階における歪の円周方向分布（1100−H14）

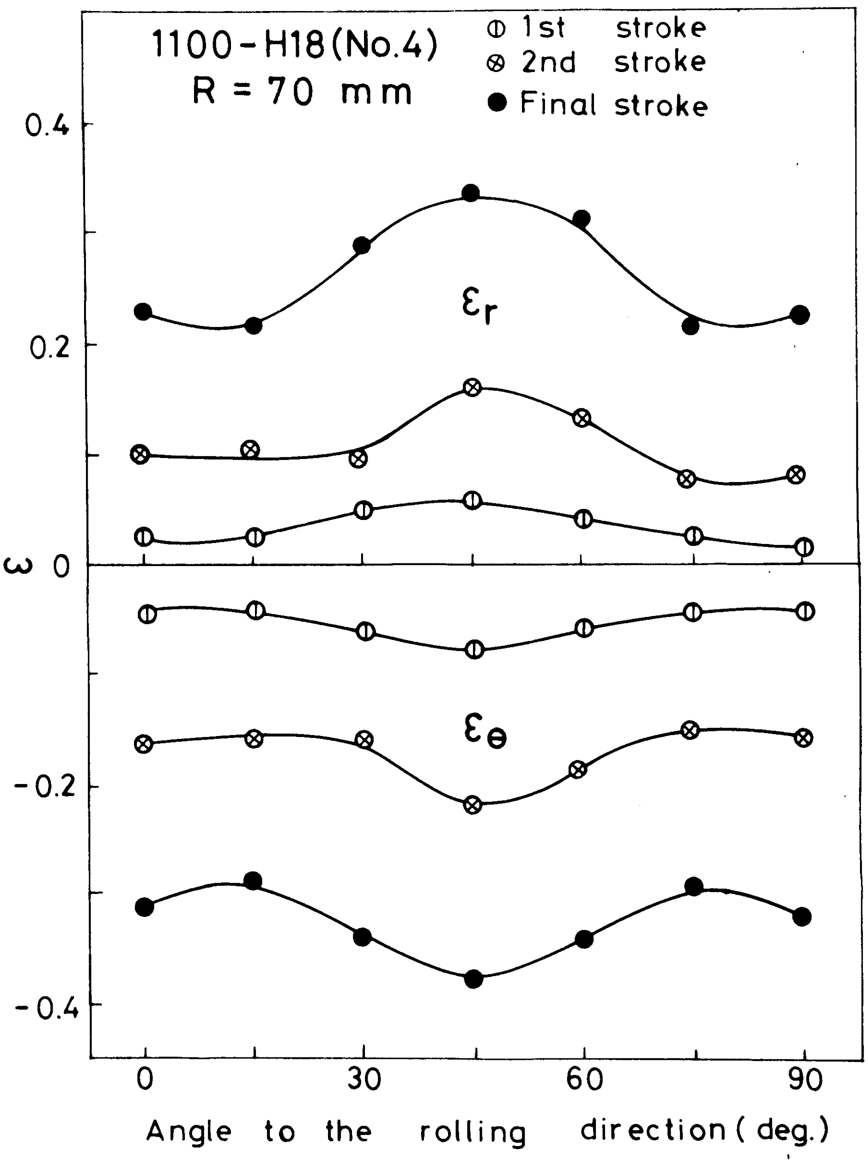


図 3. 9　各絞り段階における歪の円周方向分布 (1 1 0 0 −H1 8)

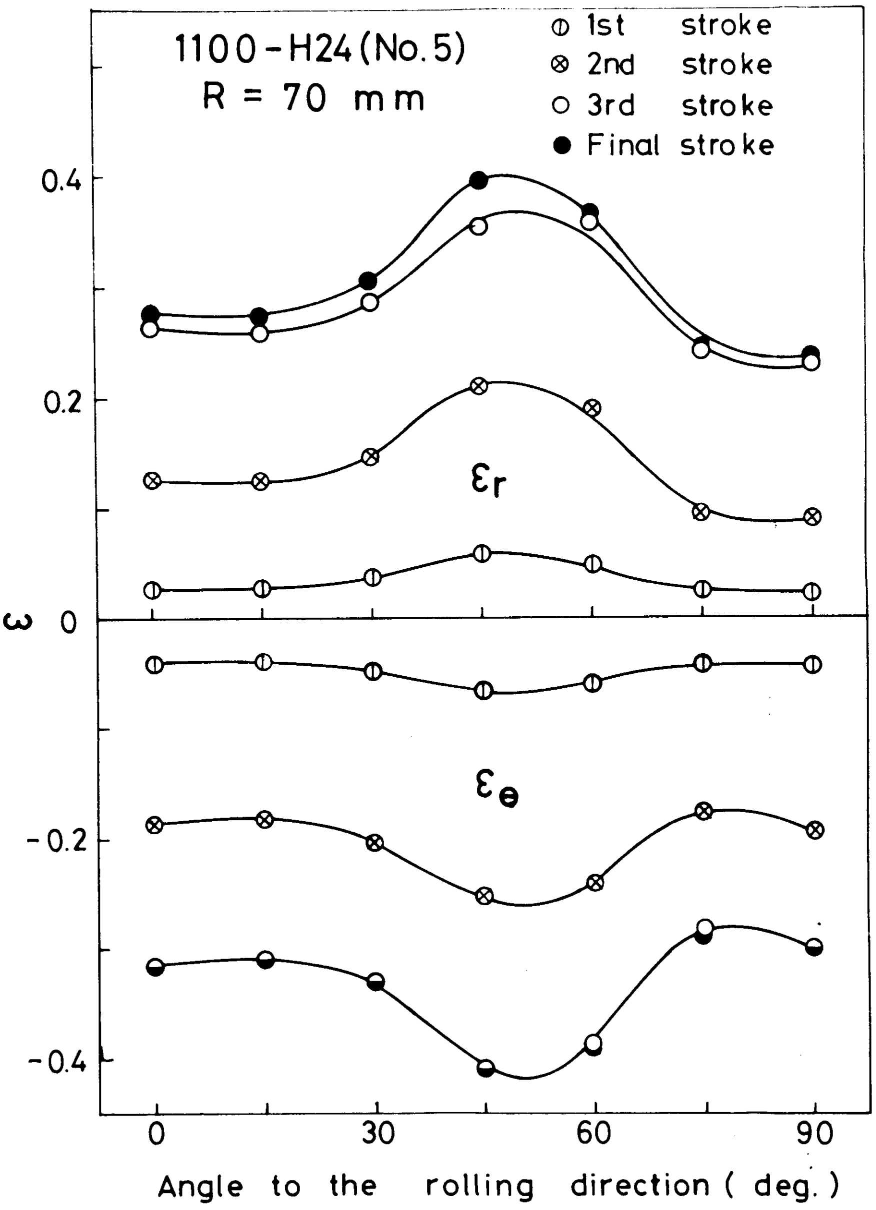


図 3.10　各絞り段階における歪の円周方向分布（1100−H24）

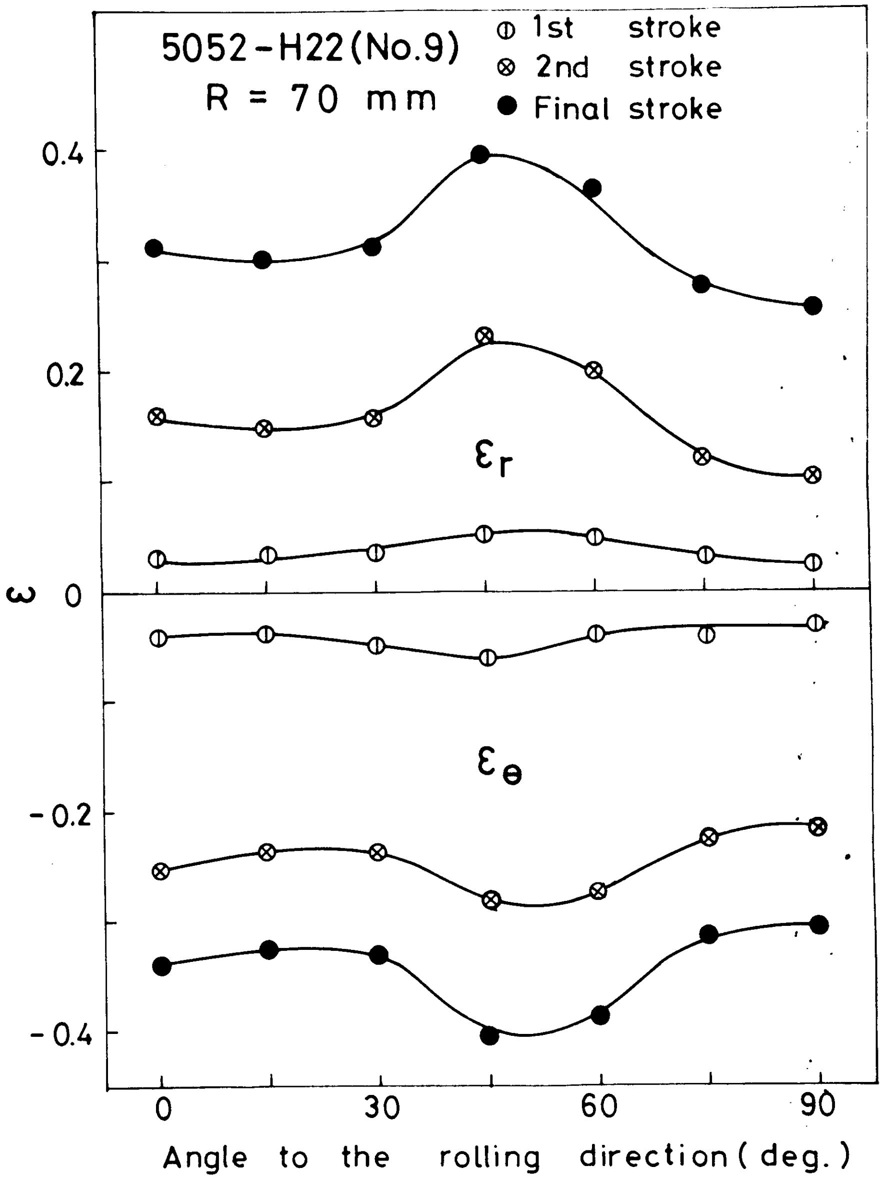


図 3. 11　各絞り段階における歪の円周方向分布 (5052−H22)

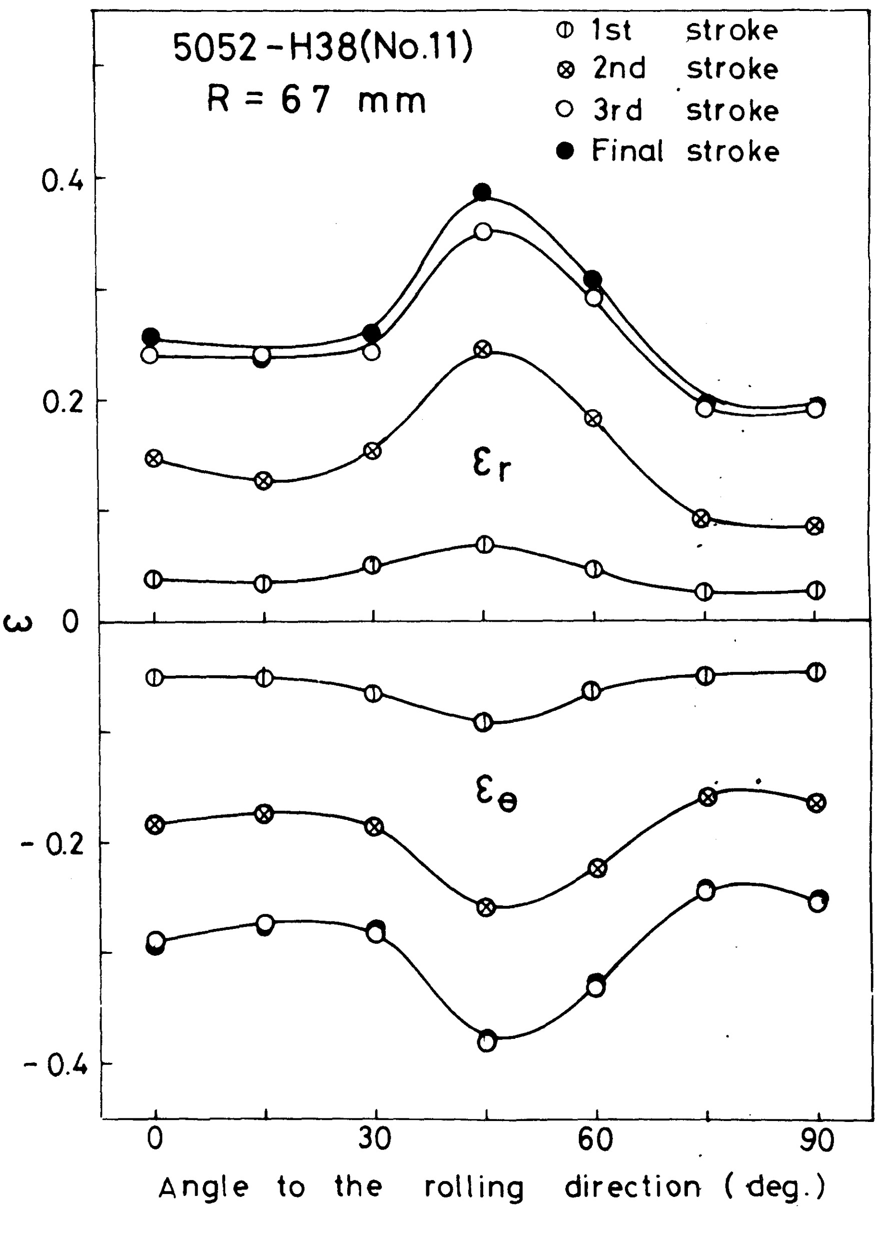


図 3. 12　各絞り段階における歪の円周方向分布（5052−H38）

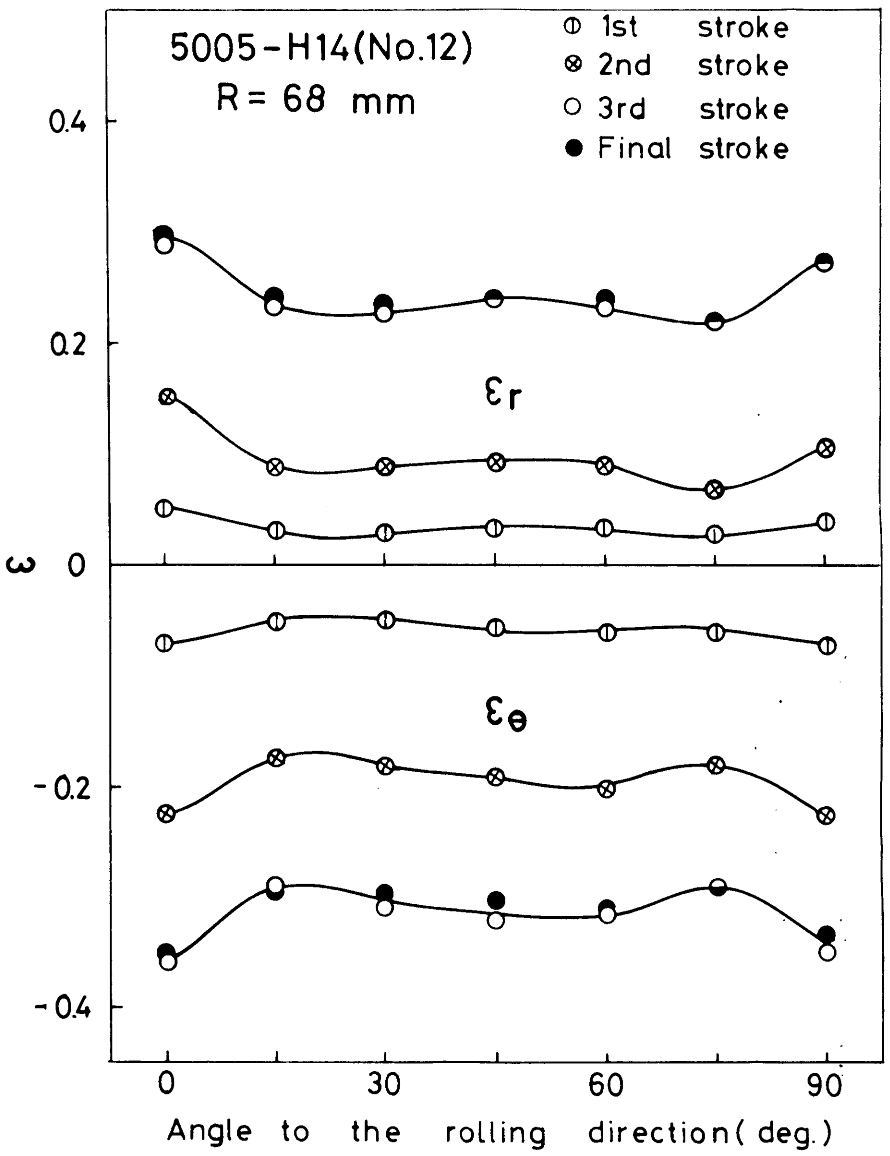


図 3. 13 各絞り段階における歪の円周方向分布 (5005 −H14)

3.4 破断部の変形状態

3.4.1 歪分布の測定

前節と同じ深絞り条件のもとで，やはり格子法によりポンチプロフィル部破断について，破断部及びその周辺の歪分布を測定した。成形初期の張出し変形時での破断を避けるため限界絞り比よりわずかに小さいブランクを用い，図3.14に示すようにブランク両面の全周にわたり2.5°間隔の3本1組の半径線を15°おきに，そしてポンチプロフィル部に接触する付近を中心に1㎜間隔の同心円をけがき，前節と同様に円周方向歪(ε_θ)及び半径方向歪(ε_r)を測定した。歪はブランク両面を測定しその平均値とした。また体積一定則を使って板厚歪(ε_{tc})を計算すると同時に，マイクロメーターによって変形前後の板厚を実測することによっても板厚歪(ε_{te})を求めた。くびれ発生後のくびれ部の半径方向歪は局部歪となって精度よく測定するのは困難である。ここではくびれをはさむ数個の標点間隔について ε_r を計算し，それより標点間隔を零に外挿してくびれ部の ε_r を求めた。深絞りはポンチストローク5㎜で一度止め（第1段階），その後最大荷重直前まで絞り（第2段階），最後にしわ押え力を増加させて荷重低下開始時点（最終段階）にて終了する。そして各段階において上記方法で歪を測定した。

3.4.2 破断部及び周辺の歪分布

図3.15，図3.16，図3.17は3種の試料について，割れ発生方向における歪の半径方向分布である。図3.15で見るように ε_{te} と ε_{tc} の一致は良く測定の精度は信頼できるものである。破断部におけるくびれ発生は，破断直前まではほとんどその徴候は見られず，破断時に急速に進展する。くびれ発生後の変形はかなり局部的に進み，周辺ではほとんど変形は進まない。くびれ発生部の ε_θ はほぼ零であり，平面歪状態で割れが発生していることがわかる。

図3.18，図3.19，図3.20はくびれの発生した半径位置における ε_θ，ε_r，ε_{te} の円周方向の分布である。尚，ε_θ は最終段階のみを示してある。やはり破断直前まではいずれの方向にもくびれの徴候は見られず，破断時に特定の方向で急速にくびれが進展している。くびれが特定の方向に局部化するのはH14よりH18の方が顕著であり，他の材料の結果からも異方性の大きなものほど局部化が鋭いようである。破断直前までの変形には，フランジ部の絞り変形のような歪の方向による差はなく，いずれの方向もほぼ均一な平面歪変形となっている。実際には曲げ変形が加わっていることを考えると，ポンチプロフィル部破断を議論する場合，素板各方向の平面歪引張り曲げ変形における強度を知る必要がある。しかし曲げ変形は比較的成形初期に進み，その後はほぼ平面歪引張り変形であると考えると例えば2.3節で検討したような素板の平面歪引張り強さによって，ポンチプロフィル部破断に対する各方向の強度を評価することもある程度可能であると考える。一方本研究の供試材料ではあまり見られなかったカップ壁部破断については歪測定を行なっていないが，3.3節の歪測定結果からわかるように，カップ壁では円周方向歪はほとんど増加せず，半径方向歪がわずかに増加する平面歪引張り変形

である。従って，絞り変形を受けた後の板の平面歪引張り強さを測定することによって，カップ壁部破断に必要な情報が得られるものと思われる。

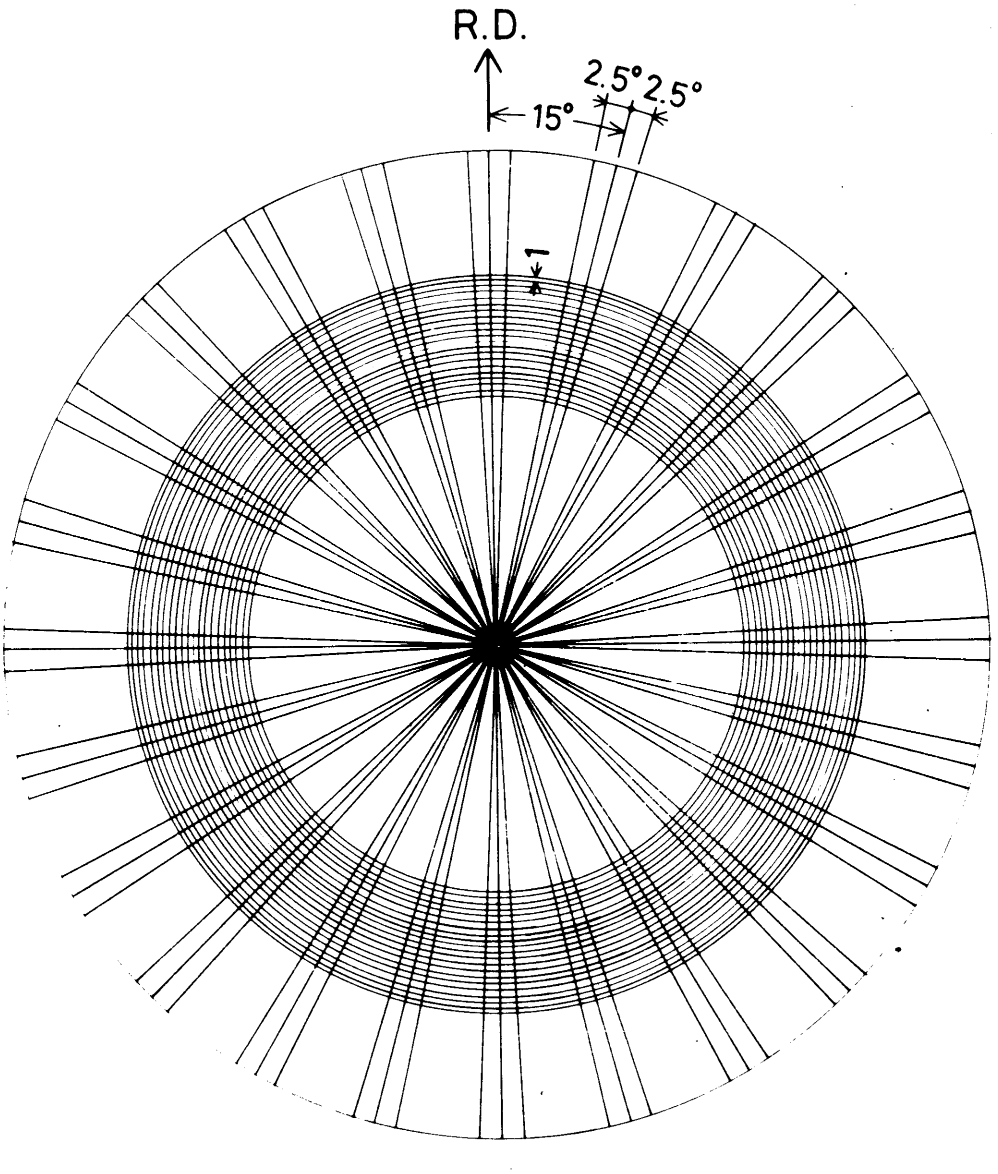


図3.14　破断部の歪分布測定用格子

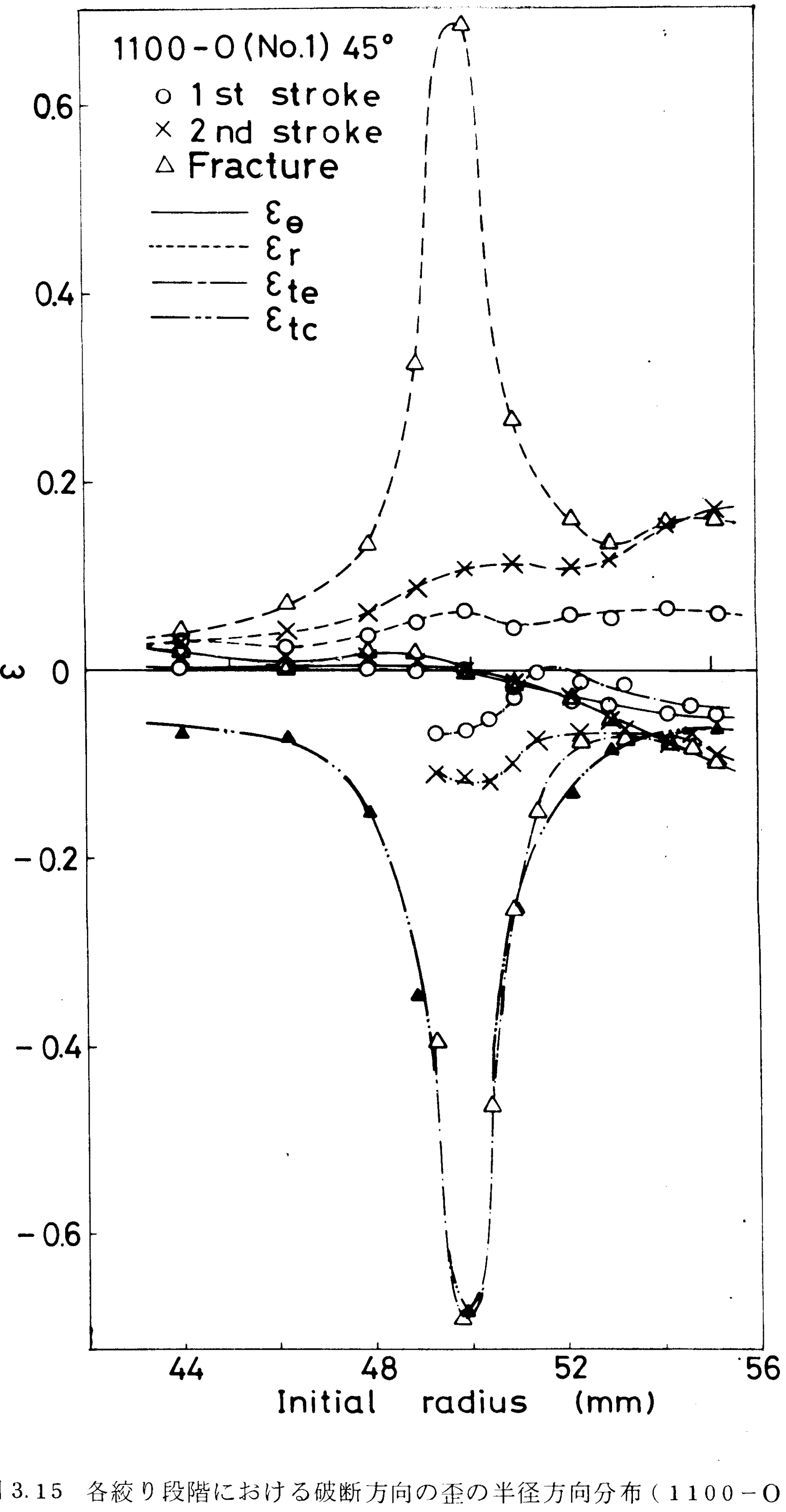


図 3.15 各絞り段階における破断方向の歪の半径方向分布（1100－O）

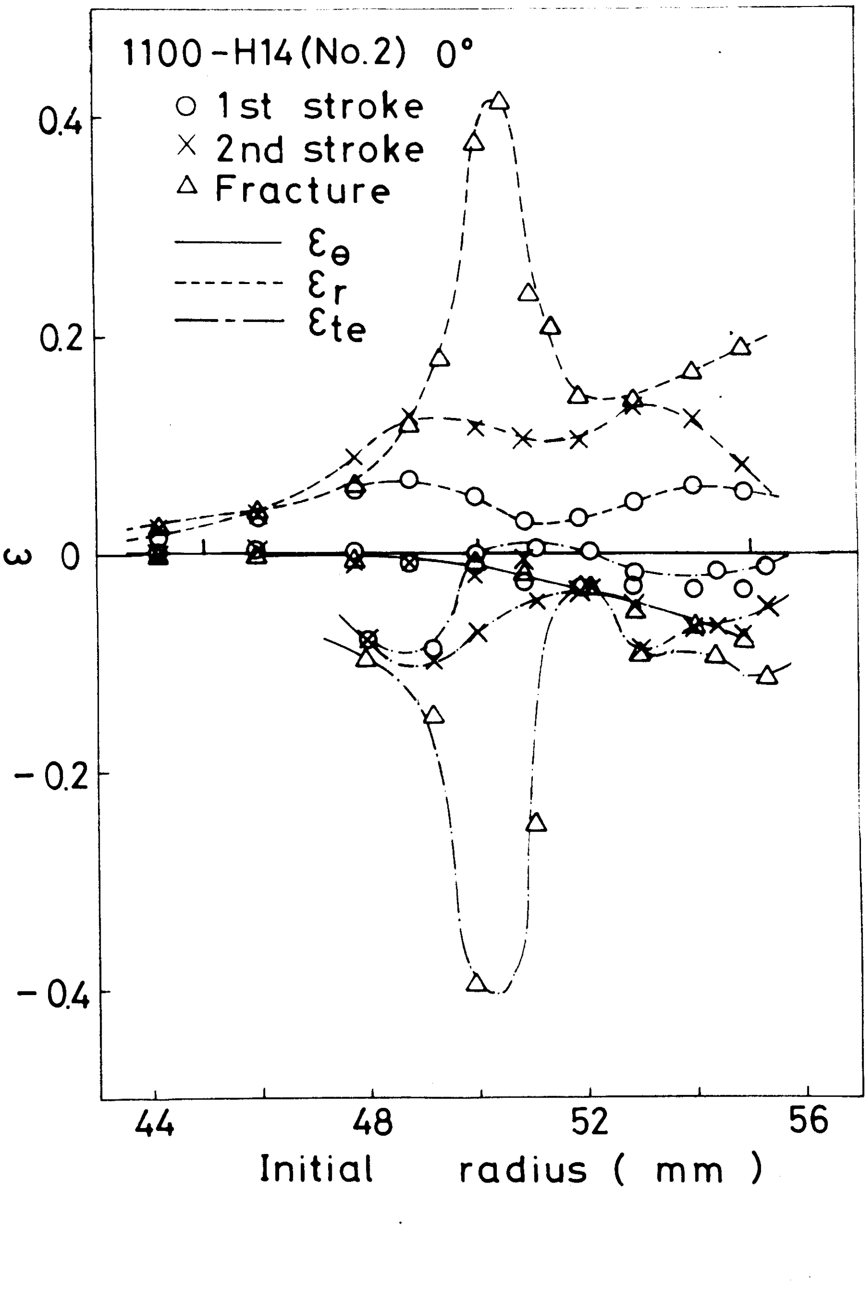


図 3.16 各絞り段階における破断方向の歪の半径方向分布（1100－H14）

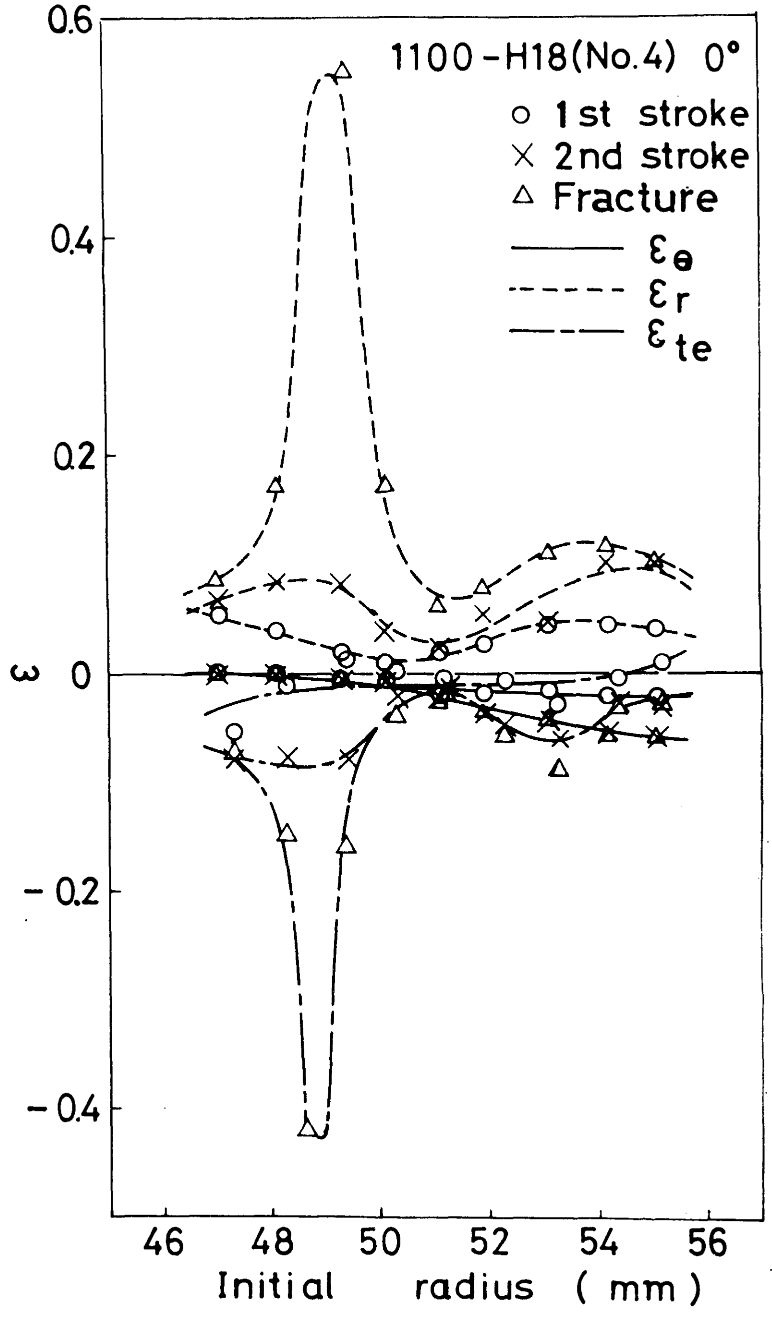


図 3. 17　各絞り段階における破断方向の歪の半径方向分布（1100-H18）

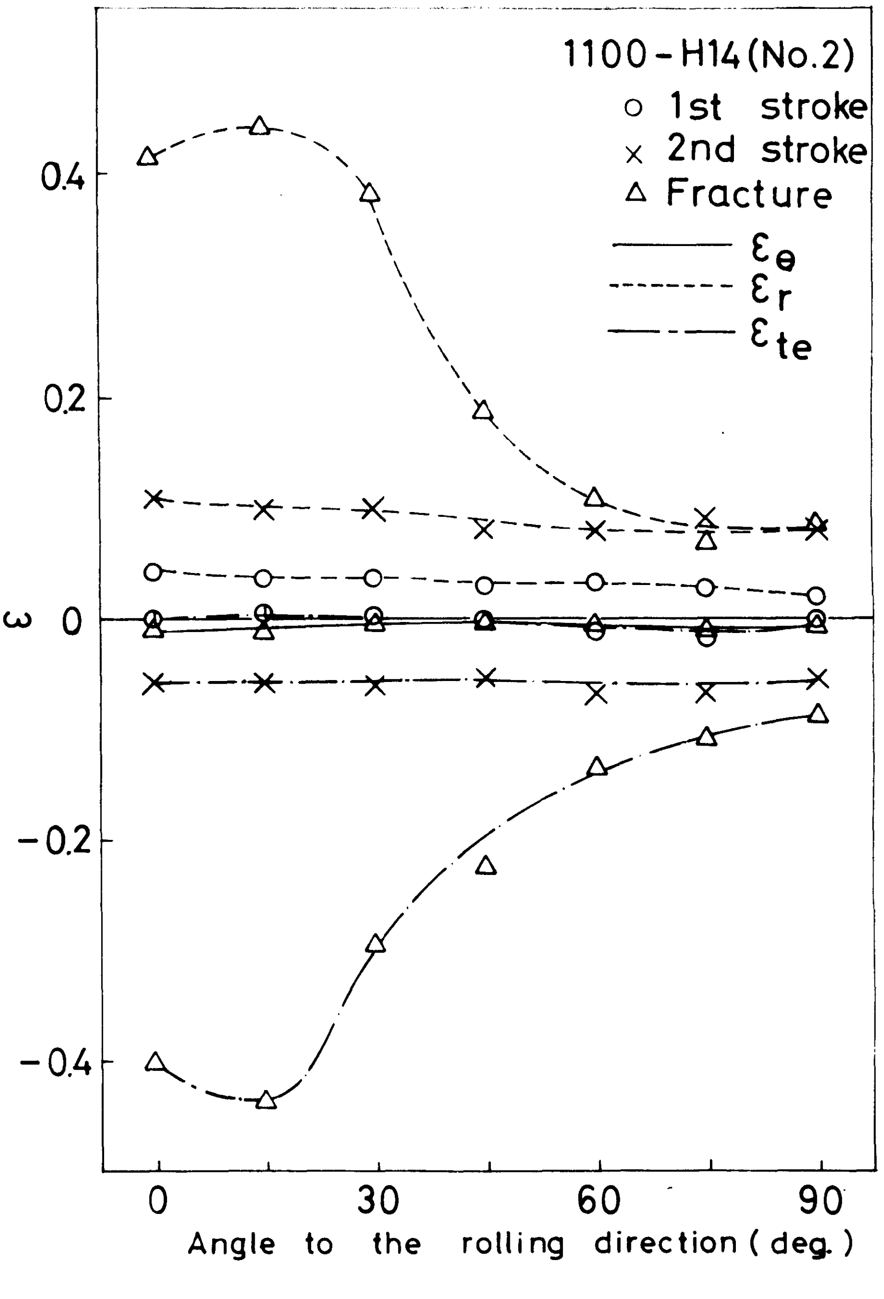


図 3.18 各絞り段階における破断部付近の歪の円周方向分布（1100－H14）

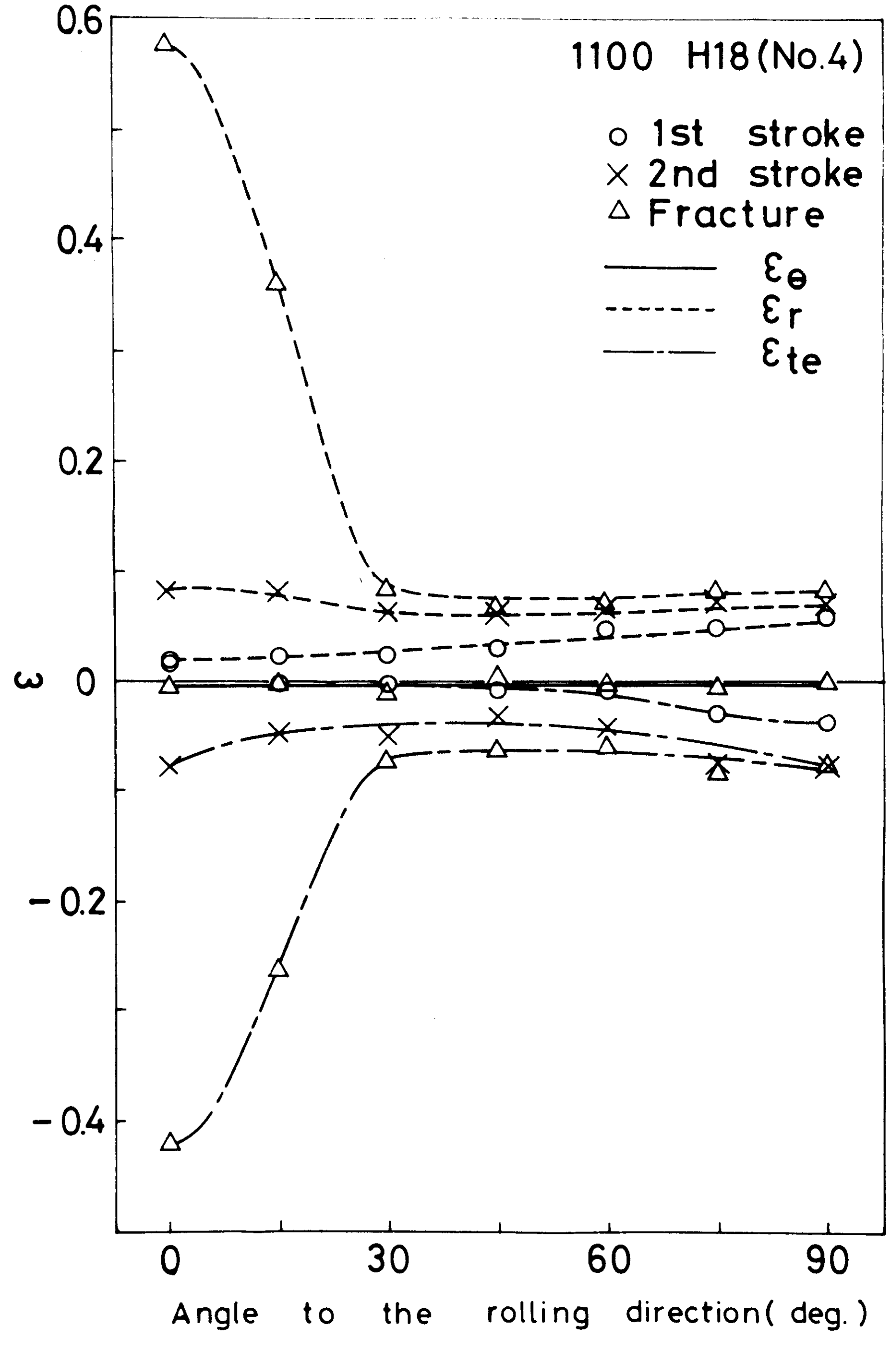


図3.19 各絞り段階における破断部付近の歪の円周方向分布（1100−H18）

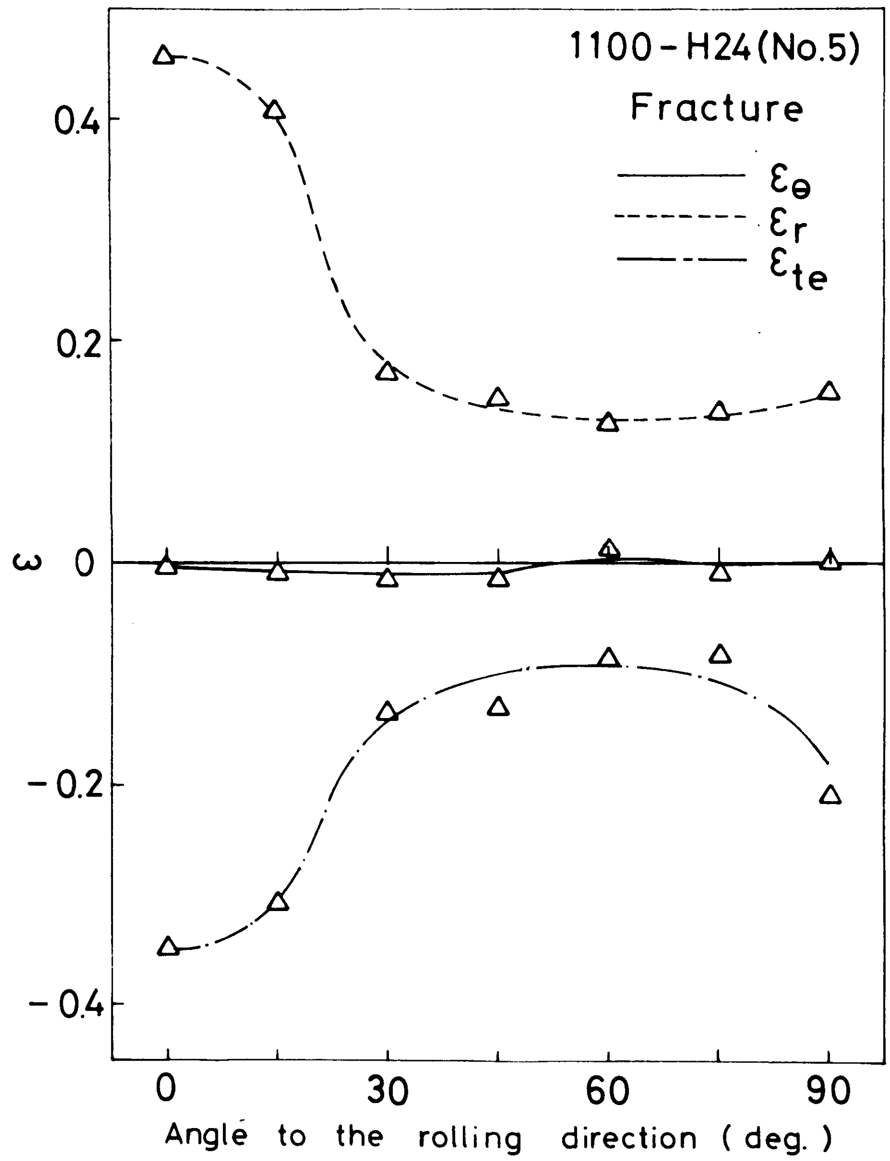


図 3.20　破断時における破断部付近の歪の円周方向分布（1100−H24）

3.5　深絞り力及び破断力の円周方向分布

3.5.1　測　定　方　法

図3.21に示した平頭ポンチを使用して深絞りを行なった。ポンチ胴体が円周方向に8分割され，個々のセグメントの裏表に歪ゲージが貼り付けてある。そして各々のセグメントに扇形のポンチ頭部を取り付け，向い合った2つを連結して半径方向のずれを無くしている。このように組立てたものを一体として研磨し最終的に仕上げてある。向い合った2つのセグメントによってその方向のポンチ荷重が測定され，従って絞り加工中の4方向のポンチ荷重が同時にポンチストロークと共に電気信号として測定でき，X－Y記録計に記録される。また全荷重－ストローク線図も別に記録される。ロードセルの校正は試験機により，4方向別々に圧縮検定して行ない，同時に個々のセグメント間の摩擦の影響は少なく，充分な精度を持っていることが確認された。ダイスは表3.3と同じものを使用し，他の試験条件は表3.1と同じである。種々の絞り比のブランクを用い，圧延方向に対し0°，45°，90°の各方向がポンチ頭部の各々の扇形の中心と一致するように深絞りを行ない，絞り力及び破断力を測定した。

円形ブランクを使用する場合，各方向の絞り力は同時に測定されるが，破断力は割れ方向のみしか測定できない。そこで各方向の破断力を測定するためには，その方向のフランジ部を大きくした不規則形状のブランクを使用した。この場合ブランク形状が適当でないと材料の流れが異なってしまい，又ブランク寸法が大き過ぎると張出し変形領域で割れを生じてしまう。従ってブランクの形や寸法は試行錯誤によって決められた。

3.5.2　最大深絞り力

図3.22に記録された各方向の荷重－ストローク線図の例を示す。3方向の曲線の形はよく似ているが，絞り力は方向によって異なることがわかる。このように測定された最大絞り力（P_D）の方向による変化を図3.23に示してある。各々3種類の絞り比における結果であるが，同一材料では絞り比によって分布形状はあまり変化しないことがわかる。

平面歪引張り強さの方向性が一軸引張り強さのそれとまったく一致しなかったのに対し，最大絞り力の方向による変化の大きなものについては，その方向性が一軸引張り強さのそれと比較的一致しており，一軸引張り強さの方向性は破断強度ではなく，むしろ絞り抵抗のそれと似ていることがわかる。しかしながら，一軸応力状態の方向性と多軸応力状態の方向性とを直接結び付けて説明することは難かしく，このような一致が有意なものかどうかは種々の応力状態における変形抵抗の測定ができて始めて解明されることである。

Hillの理論によれば面内等方性材料においては，板厚異方性（r値）が大きくなると絞り力は減少する。[6] この考え方を単純に面内異方性板に適用すると，r値の最大の方向で絞り力が最小になると考えられる。しかし実際にはそのような単純な関係は見られず，最大絞り力が最大となる方向は必ずしもr値最小の方向とは一致しない（図3.23，図2.2）。しかし最大

絞り力の方向性と耳形状（図3.3）あるいはフランジ部の歪の円周方向分布（図3.6～図3.12）とはほとんどの材料で関係づけることができ，カップ壁高さの大小あるいは半径方向歪の大小関係と，最大絞り力の大小関係とがちょうど逆になっている。このことは，カップ壁の低い所で板厚が増加し，そのためにダイスとブランクホルダーの間を絞り込まれる時の摩擦が増大することによっても説明できるが，先に述べたように r 値と耳形状あるいは歪分布との間に一つの関連があることから，最大絞り力（P_D）の方向性と r 値の方向性とを結びつけることもできる。つまり耳形状の場合とは逆の関係で，r 値と P_D の0°，90°方向の大小関係は同じで，$\Delta r=(r_0+r_{90})/2-r_{45}$ と $\Delta P_D=(P_{D,0}+P_{D,90})/2-P_{D,45}$ とは逆符号となる。

3.5.3　破断力

数種の材料について測定した破断力の方向による変化を図3.24に示す。いずれもポンチプロフィル部破断を生じており，その破断位置を測定し，そこでの接線方向荷重に補正した。この破断力の方向性は図2.11の平面歪引張り強さの方向性とよく一致しており，前節で調べたようにポンチプロフィル部破断はほぼ平面歪変形であることも考えれば，ポンチプロフィル部破断に対する破断強度の方向性を平面歪引張り強さのそれによって代表し得ることがわかる。

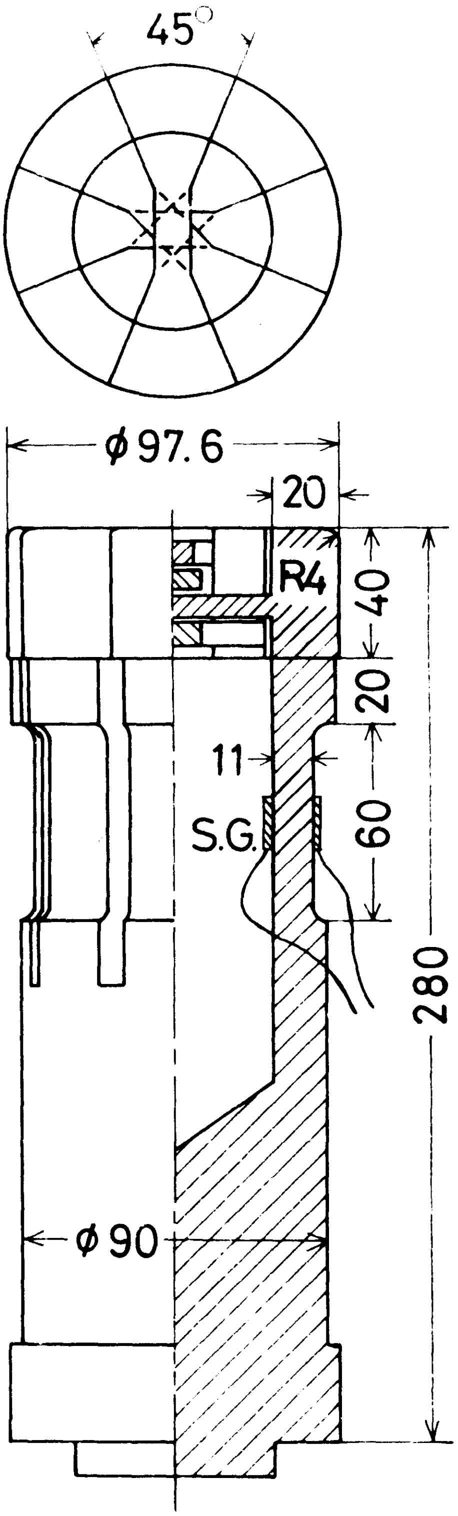


図 3.21　分割ポンチ形状

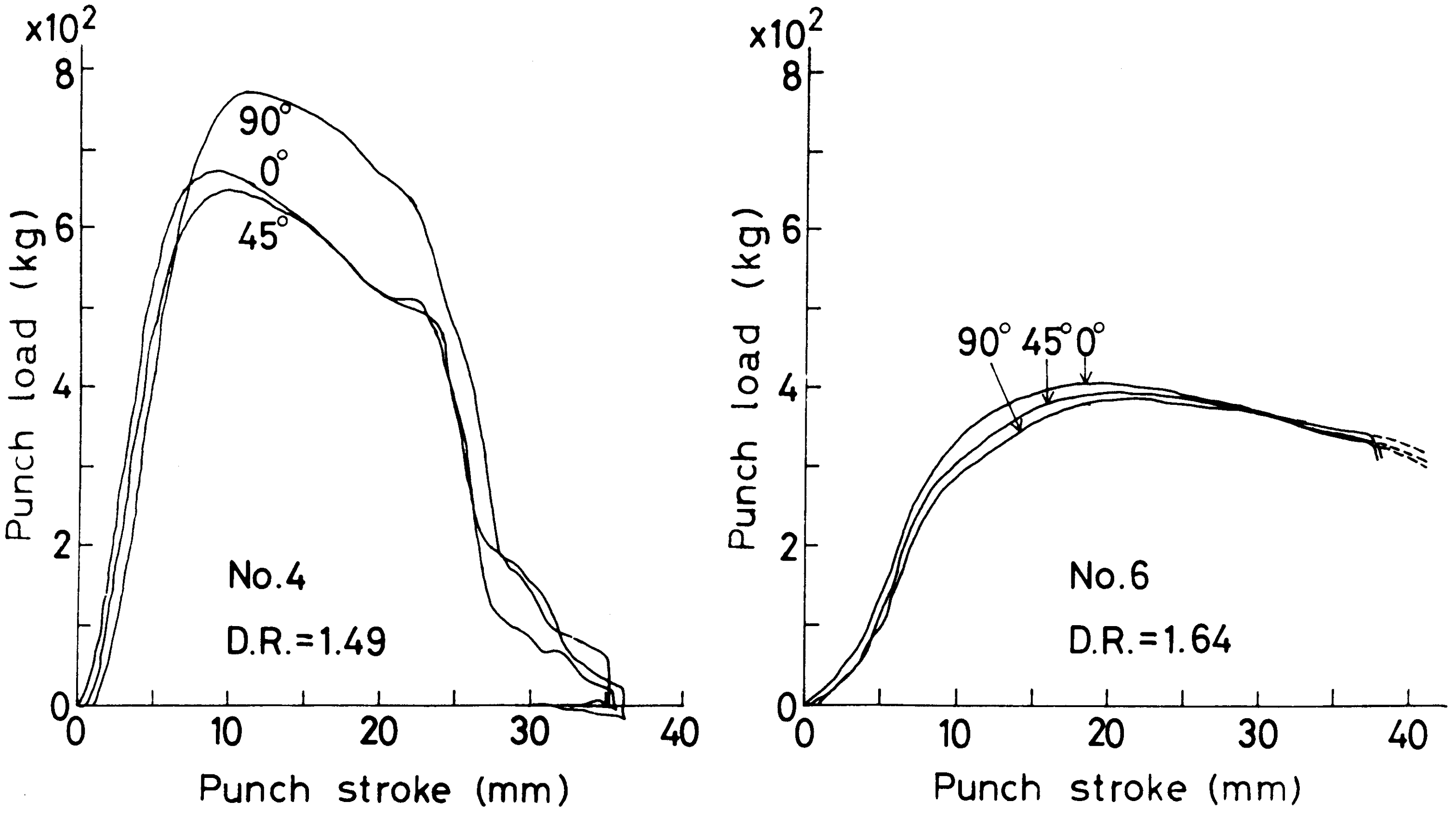


図 3.22 深絞り力分布の測定例

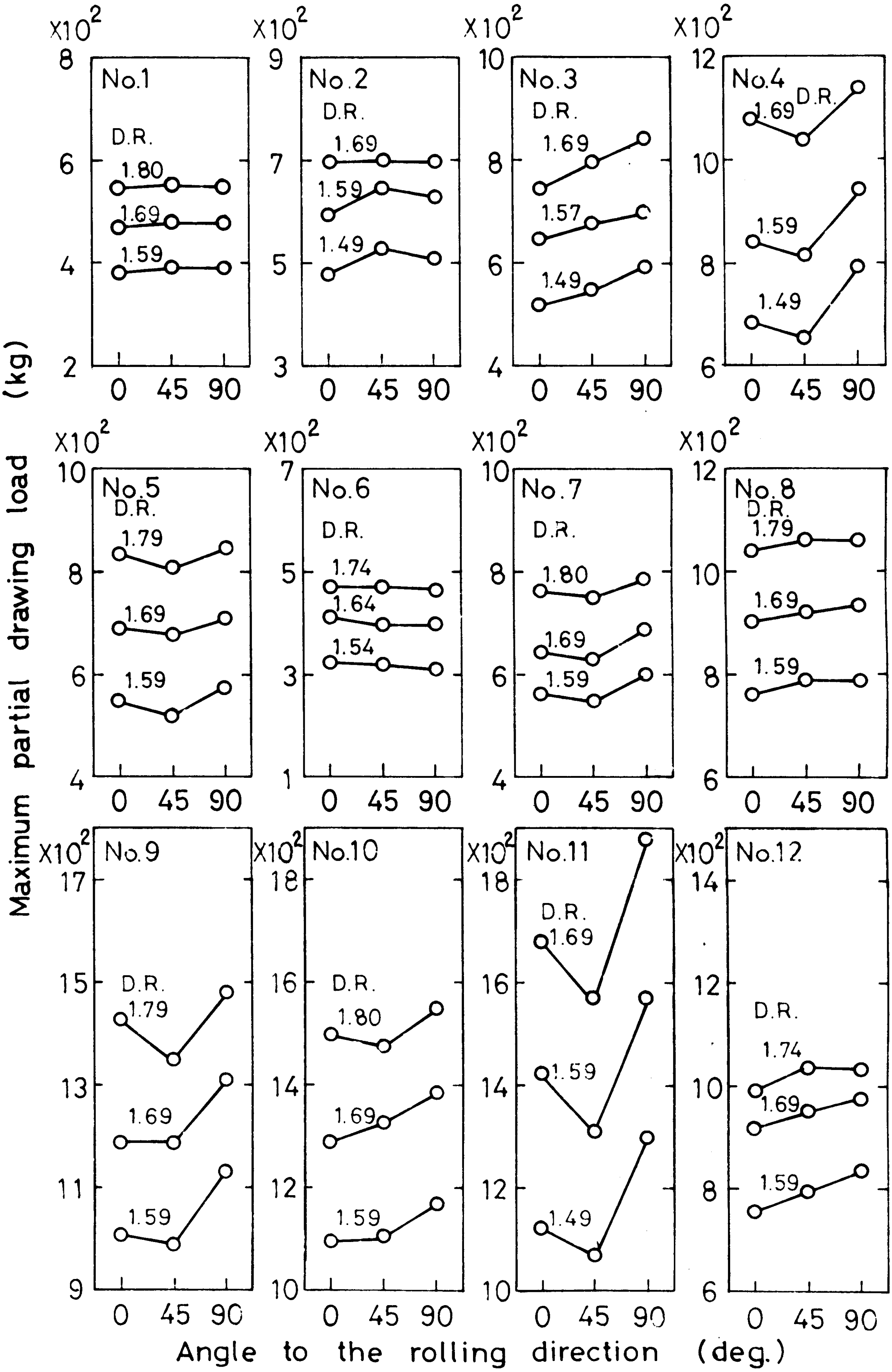


図 3. 23 各絞り比における最大深絞り力の円周方向分布

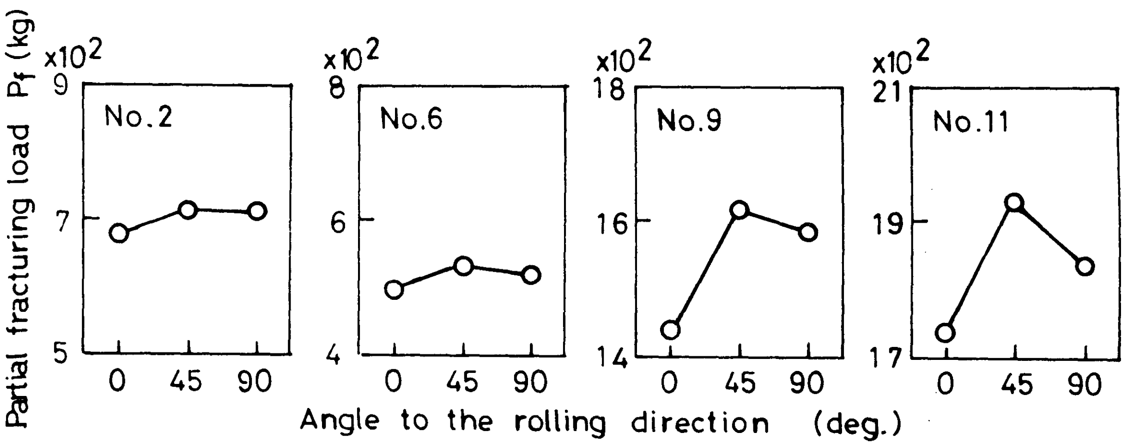


図 3. 24 破断力の円周方向分布

3.6 くさび形ダイスによる変形と絞り力

3.6.1 測定方法

古くから多くの研究において*L.D.R.* の予測を目的として使用されたくさび形引抜き試験と類似の方法により，各方向の絞り力を測定した。図3.25は試験片，図3.26はくさび形ダイスである。試験片は直径100㎜のポンチに対する種々の絞り比に相当する円形ブランクの16分の1の扇形であるが，試片製作を簡便にするため円形ブランクを正32角形ブランクで近似した。尚，この程度の近似では絞り力やその方向性，あるいは変形状態にほとんど影響は見られないことを確認している。従来の引抜き試験と異なり，本方法は絞り力の測定を目的としているので絞り可能な試片のみを用いた。一方くさび形ダイスは，絞り力の方向性を精度良く測定するために，引抜きに基づくせん断変形を少なくして，深絞り変形を正確にシミュレートできるようにする必要があり，そのためにくさび形ダイスの出口を深絞りダイス穴及びダイス肩に相当する円弧形状とし，さらにポンチ角に相当する円弧形状を持ったチャックを使って，ダイス面と直角の方向に引抜くようにした。従って引抜き後の試片はまさに円筒容器の一部分となっている。尚，これらの円弧半径は前節で使用したポンチ及びダイスと同じである。

しわ押えは，ダイスとしわ押え板との間に入れたスペーサーによって両者の間隔を一定に保つ方式を用いた。測定される絞り力やしわ発生に及ぼすその間隔の影響を，試片板厚0.8㎜に対しスペーサー板厚0.85～1.15㎜の範囲で調べた結果，絞り力にはほとんど差が無いものの，1.00㎜以上では試片にしわができた。従ってしわの発生しないことを考慮して0.96㎜とした。また潤滑剤として試片の両面にワセリンとテフロンシート（0.05㎜）を，側端面にはワセリンをそれぞれ使用した。

3.6.2 変形状態の検討

本方法で絞り変形した試片の歪分布をやはり格子法によって測定した。試片に2.5°間隔の半径線と2㎜間隔の同心円弧をけがき，変形前後の格子の変化を測定して半径方向歪（ε_r），円周方向歪（ε_θ），せん断歪（$\gamma_{r\theta}$）を計算した。さらに体積一定則により板厚歪（ε_t）を計算した。測定は全絞り行程終了後及び最大荷重時に変形を止めた試片について行なった。

図3.27は比較的異方性の小さいO材の0°方向試片について，全絞り行程後の試片中央及び側端近くの各歪の半径方向分布である。横軸は変形前の試片のくさび中心からの初期半径位置であり，せん断歪は試片中央ではいずれの半径位置においてもほぼ零であり，側端近くの結果のみ示した。一方図3.28は同一試料について前節で調べた円筒深絞り変形時の歪の半径方向分布である。この場合もせん断歪はいずれの半径位置においてもほぼ零である。くさび形試片の中央と側端付近とはそれほど歪状態に差はなく，いずれも円筒深絞りにおける歪状態とよく似た分布であることがわかる。図3.29は初期半径67.5㎜の位置における各歪の円周方向分布である。試片の円周方向に変形がほぼ一様であることがわかる。しかしながら外周近くの

歪の円周方向分布は一様ではなく，従ってくさび形試片と円形ブランクとにおける変形の唯一の違いは，くさび形試片で側端付近のしかも外周に近い場所においてせん断歪が大きくなることである。そこで図3.30にくさび形試片の最大荷重時における側端付近の歪分布を示した。この時点では初期半径約65㎜の位置がダイス肩にかかっているが，絞り完了試片と異なり，いずれの半径位置においてもせん断歪はほぼ零であることがわかる。

図3.31は異方性の大きいH18の3方向試片について全絞り行程後の各歪の半径方向分布で、測定位置はくさび半角の中央付近である。また図3.32は同試料の円筒深絞りにおける3方向の歪の半径方向分布である。両図を比較すると，前節で明らかになったように円筒深絞りでは方向による歪の差が大きく現われるが，くさび形試片では3方向ともほぼ同じ歪状態である。このことは深絞りでは円周方向応力がほぼ一定となるように各方向が変形すると考えられるのに対し，くさび形試片ではくさび形ダイスによる拘束によって変形が一定となることから納得できる。測定される絞り力に及ぼすこのような変形の違いの影響については，変形の拘束されるくさび形ダイスでは，そのために方向による絞り力の差が顕著になると考えられる。しかし一方で円筒深絞りでは，方向による板厚歪の差のために生ずるダイス面での摩擦が絞り力の方向による変化を顕著にするように影響する。従って，両絞り変形における絞り力の方向による差にはそれほど大きな違いは生じないことが期待できる。図3.33は初期半径66㎜の位置における各歪の円周方向分布である。円周方向の約3分の2の領域（0°～8°）ではほぼ一様な変形であるが，図3.31と合せて試片の側端及び外周に近い部分には大きなせん断歪が生じている。しかしながら最大荷重点まで絞った時（この時初期半径約58㎜の位置がダイス肩にある）の歪分布を示した図3.34，図3.35を見ると，その時点においては試片のいずれの場所においてもせん断歪はほとんど零であることがわかる。

以上の歪測定の結果から，くさび形ダイスによる絞り完了後の試片にはその側端あるいは外周の近くにせん断変形が生じていて，そこに円筒深絞りにおける変形との違いがあるが，特に最大荷重時にはそのせん断変形はほとんど生じておらず，ほぼ深絞り変形をシミュレートしていることがわかる。従って最大絞り力に注目する限り，それは円筒深絞りでの一円弧部分の加工所要力をほぼ近似できると思われる。

3.6.3　最大絞り力

図3.36は板面3方向（角度はくさび中心と圧延方向とのなす角）の試片をくさび形ダイスで絞り変形させた時の荷重－ストローク曲線の測定例である。曲線の形はいずれの方向ともよく似ているが絞り力は方向によって異なることがわかる。このように測定された最大絞り力（P_D）の方向による変化を図3.37に示す。各々3種類の絞り比における結果であるが，方向性の少ない材料での測定誤差の影響を除いて円筒深絞りの時と同様同一材料においては，絞り力の方向性は絞り比によってあまり変化しないことがわかる。

図3.37のくさび形ダイスによる最大絞り力の方向性と，図3.23の円筒深絞りでの最大深

絞り力の円周方向分布とを比較してみると，歪分布の測定から明らかになったような両者の変形の違いが微妙に影響して，方向による絞り力の大小関係に多少の差が見られるものの，大体において両者の方向性は一致していると言える。一方定量的には，分割ポンチによる測定値は相対する４５°の部分の絞り力であり，くさび形試片では２２.５°の部分の絞り力であることから単純には両者の比は４：１となる筈であるが，測定結果もほぼそのような関係を満たしている。

これらの結果から，くさび形ダイスを使って板面内各方向のくさび形試片を絞り変形した時の最大絞り力によって，円筒深絞りにおける最大深絞り力の円周方向分布を見積ることができることがわかる。

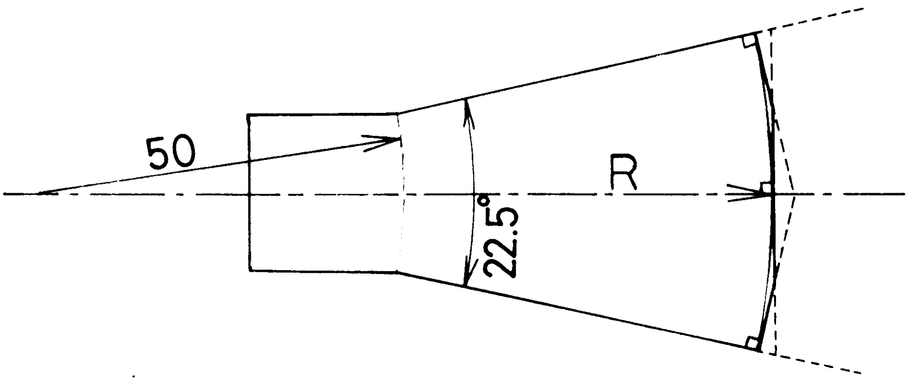


図 3.25 くさび形試片の形状

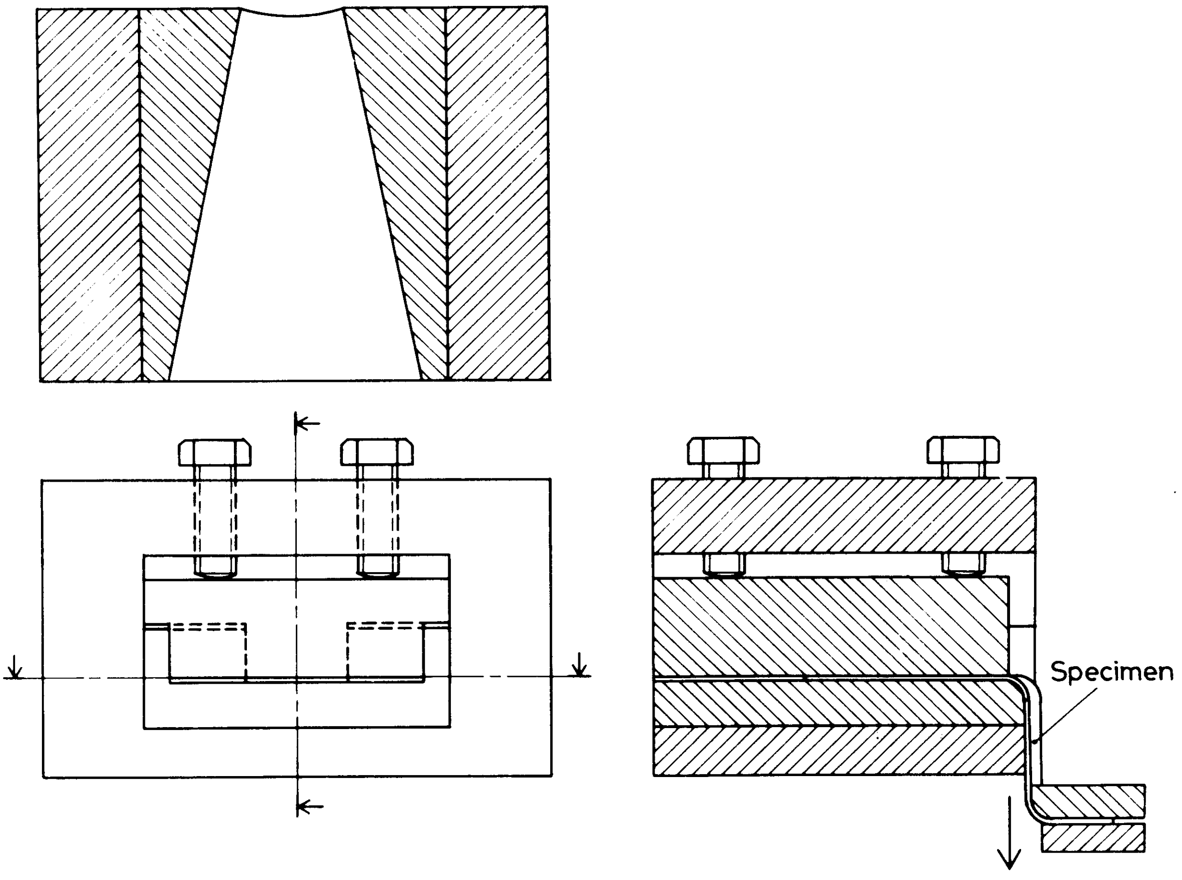


図 3.26 くさび形ダイスの形状

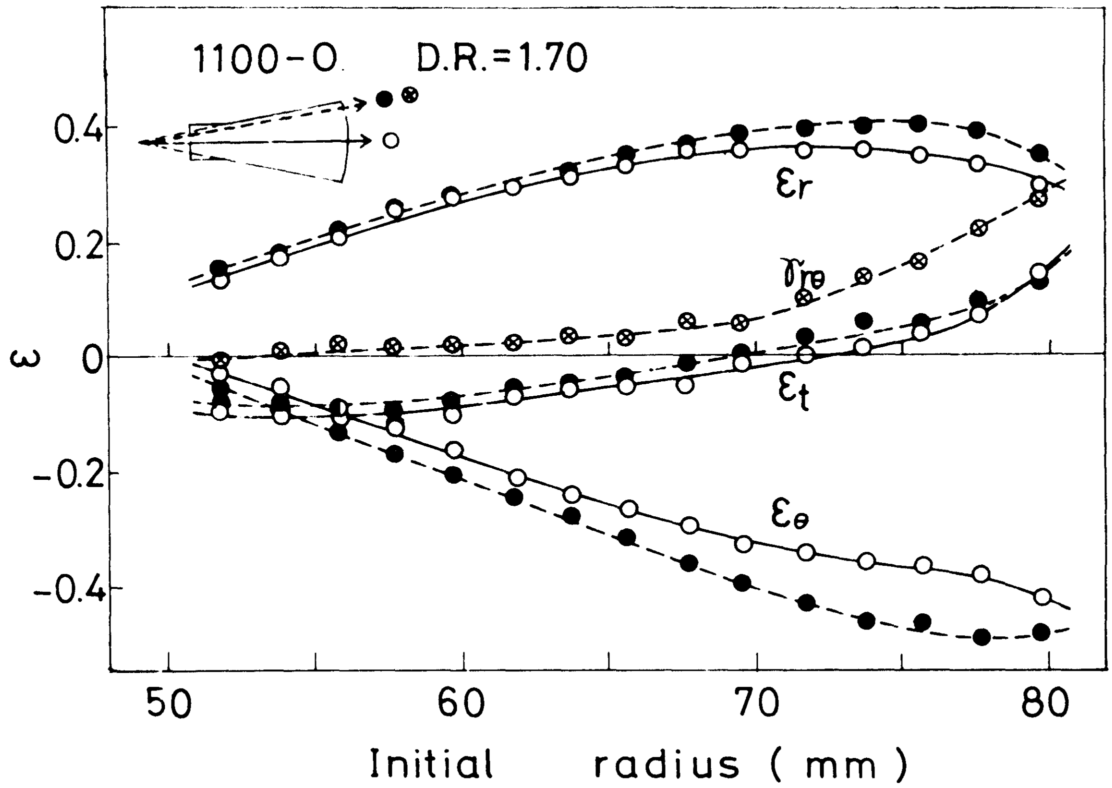


図 3.27 くさび形絞りにおける歪の半径方向分布

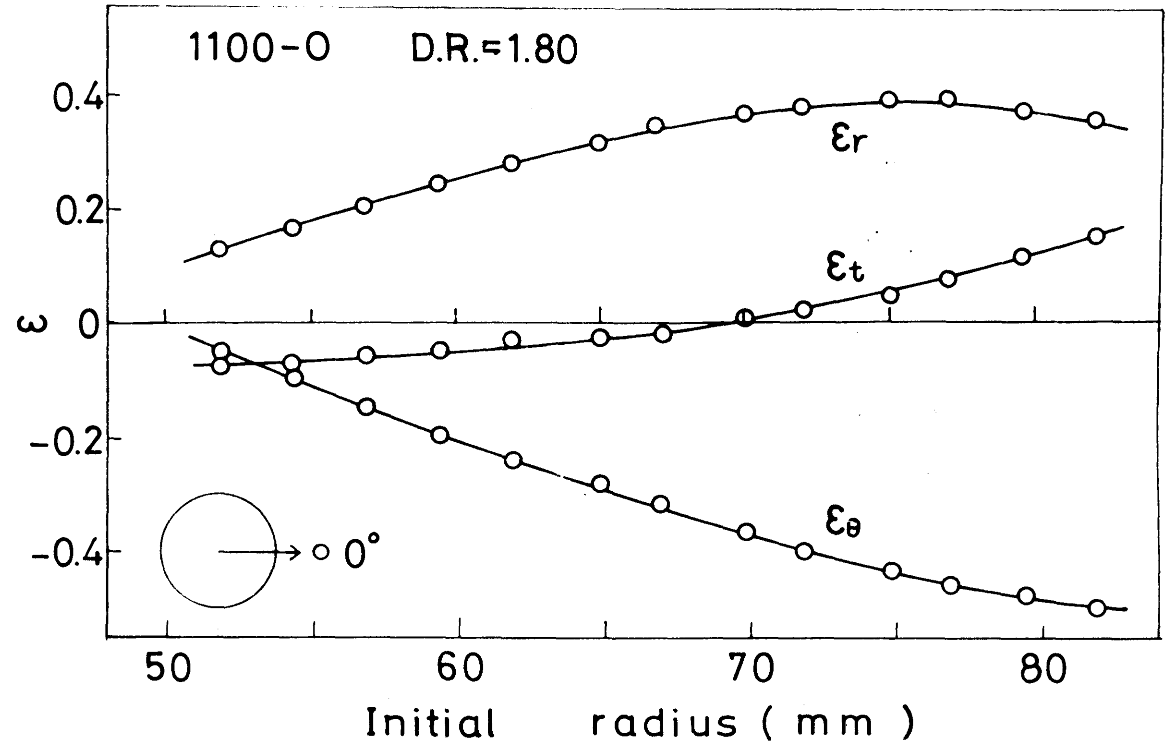


図 3.28 円筒深絞りにおける歪の半径方向分布

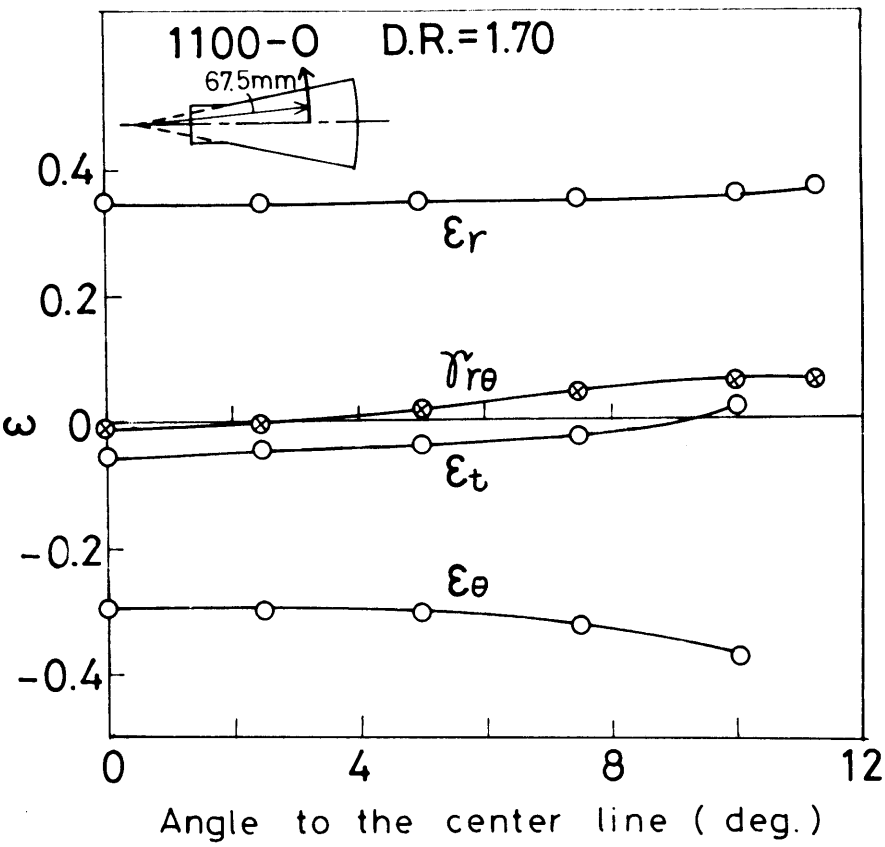


図 3.29 くさび形絞りにおける歪の円周方向分布

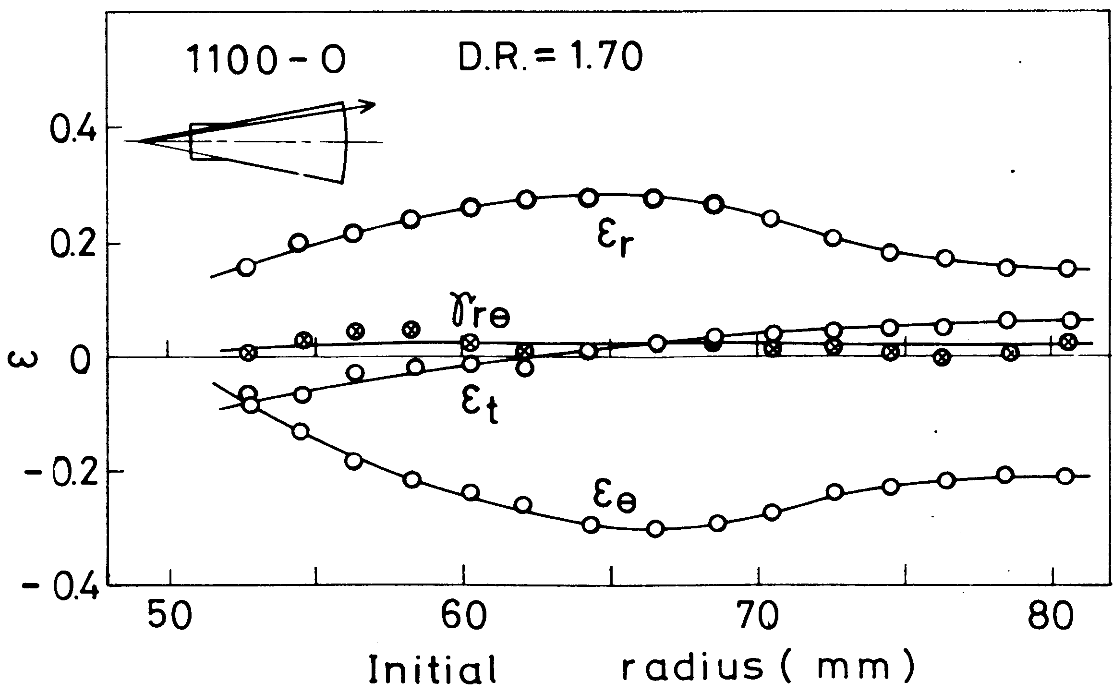


図 3.30 最大荷重時における歪の半径方向分布

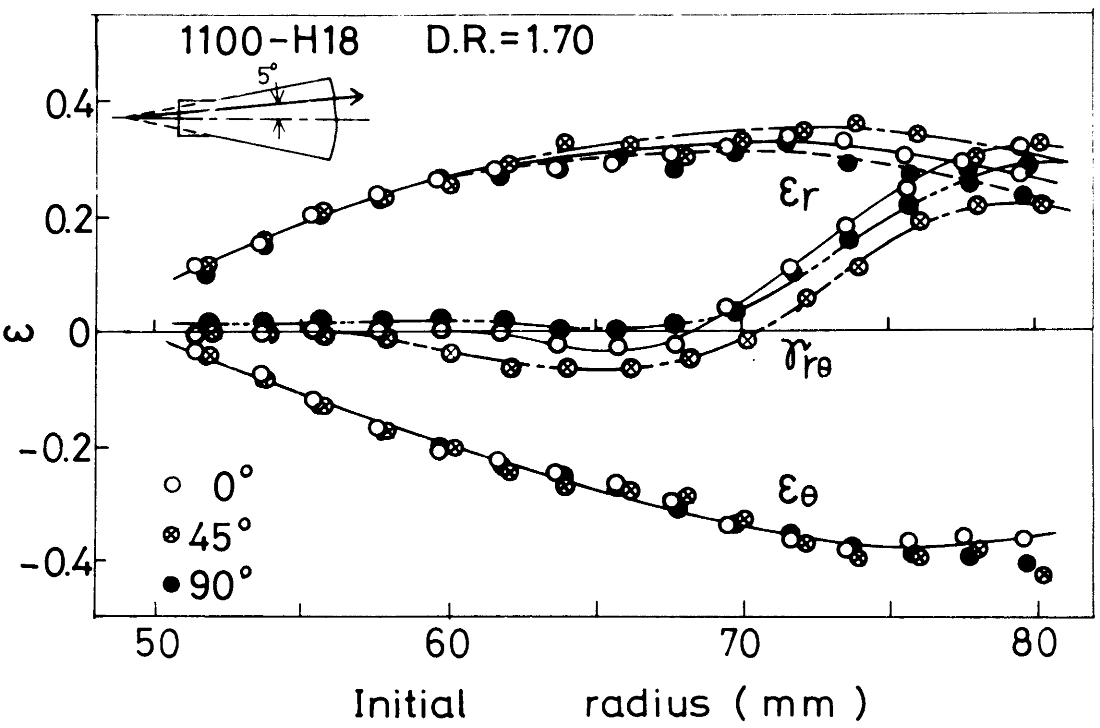


図 3.31 各方向試片のくさび形絞りにおける歪の半径方向分布

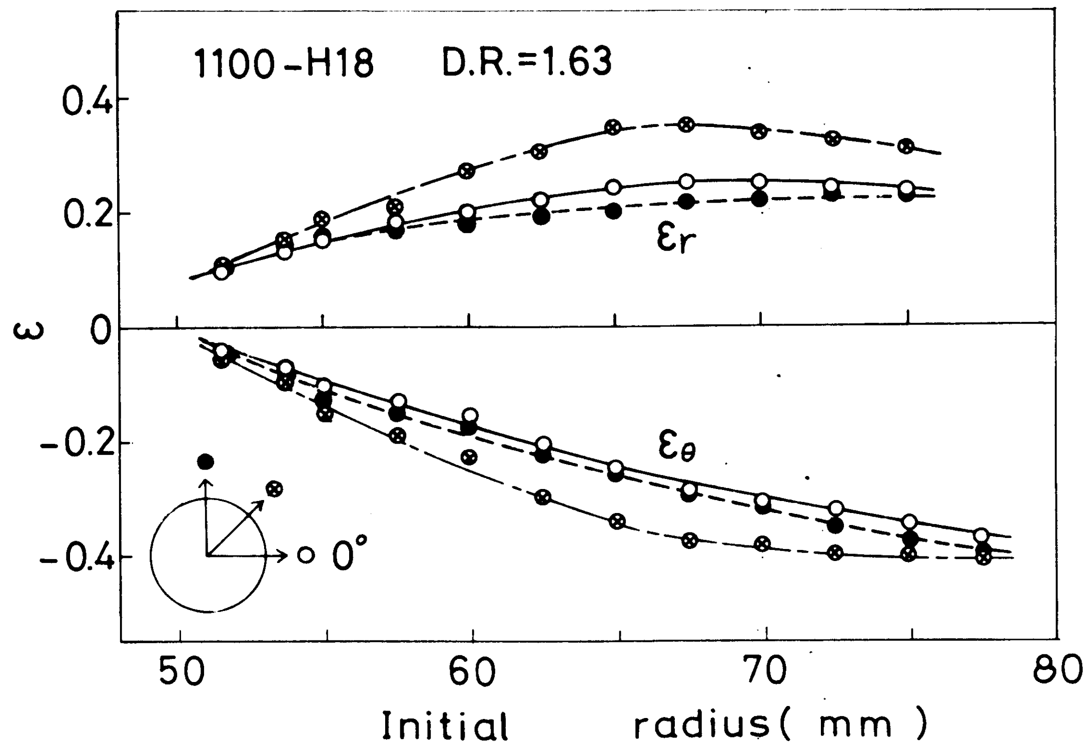


図 3.32 円筒深絞りにおける各方向の歪の半径方向分布

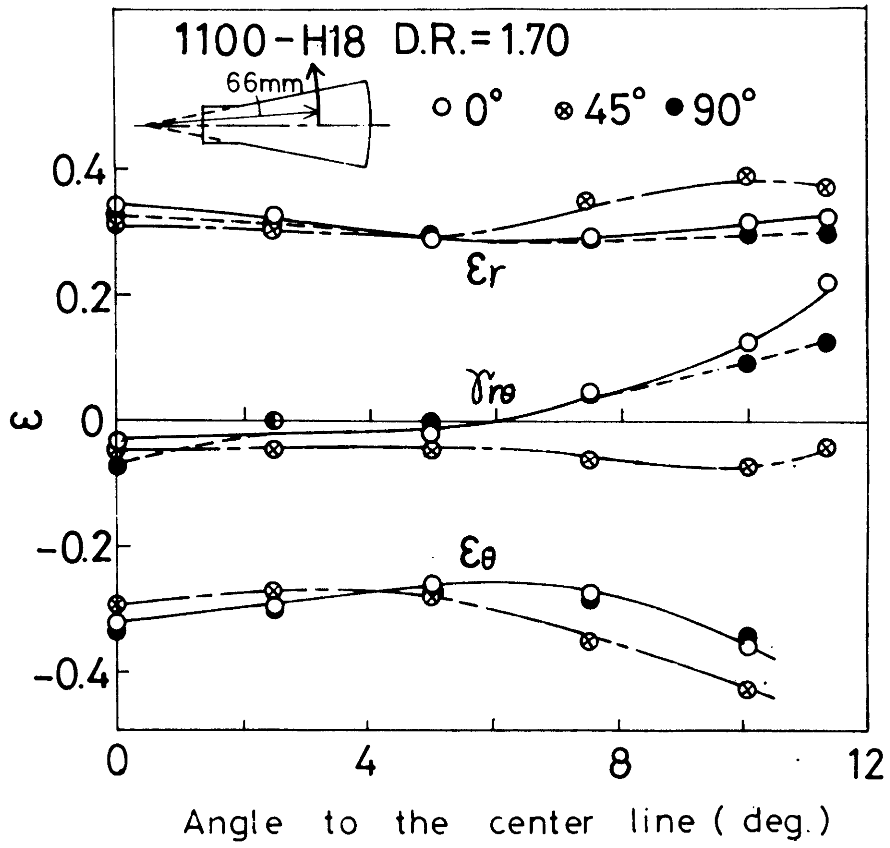


図 3. 33 各方向試片のくさび形絞りにおける歪の円周方向分布

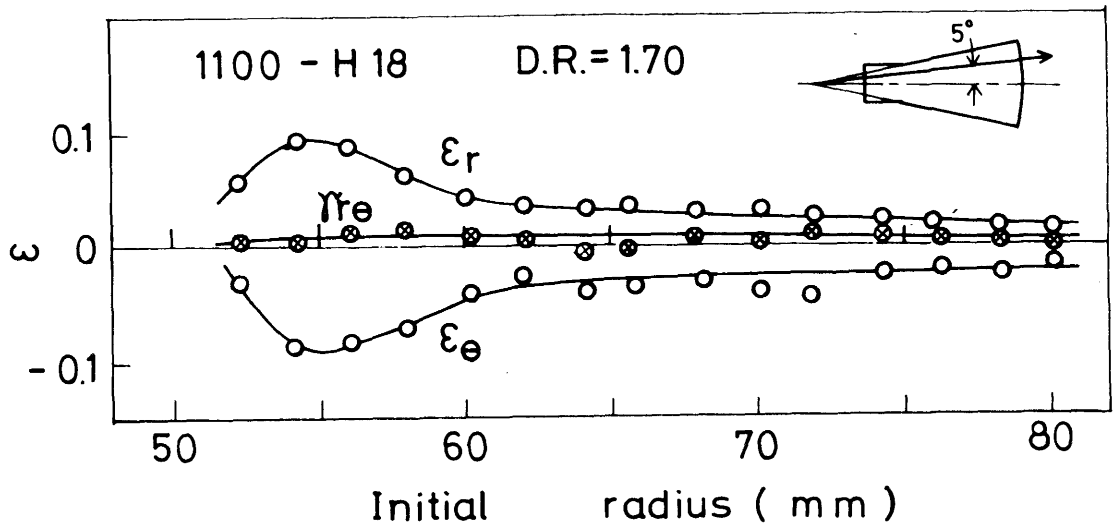


図 3. 34　最大荷重時における歪の半径方向分布

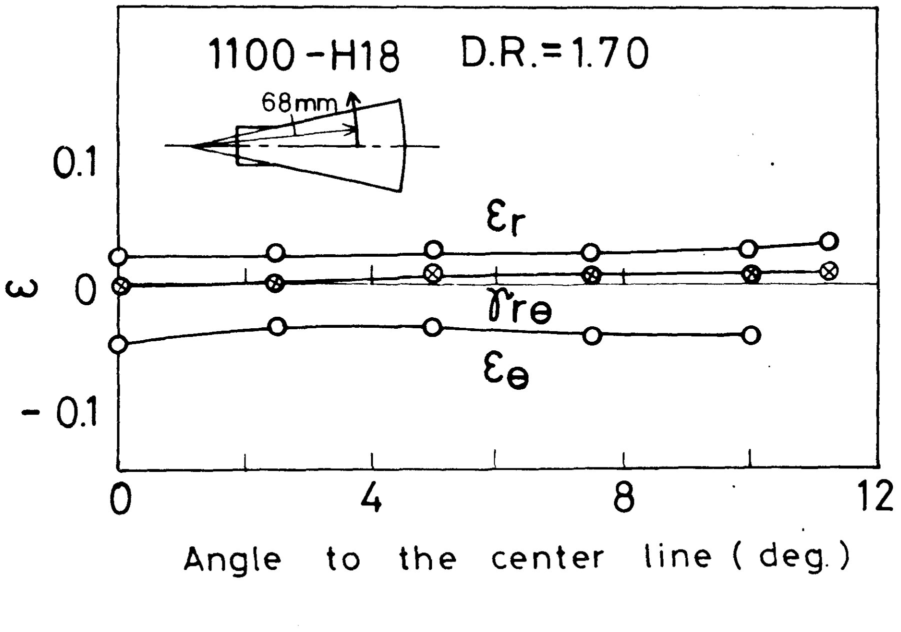


図 3. 35　最大荷重時における歪の円周方向分布

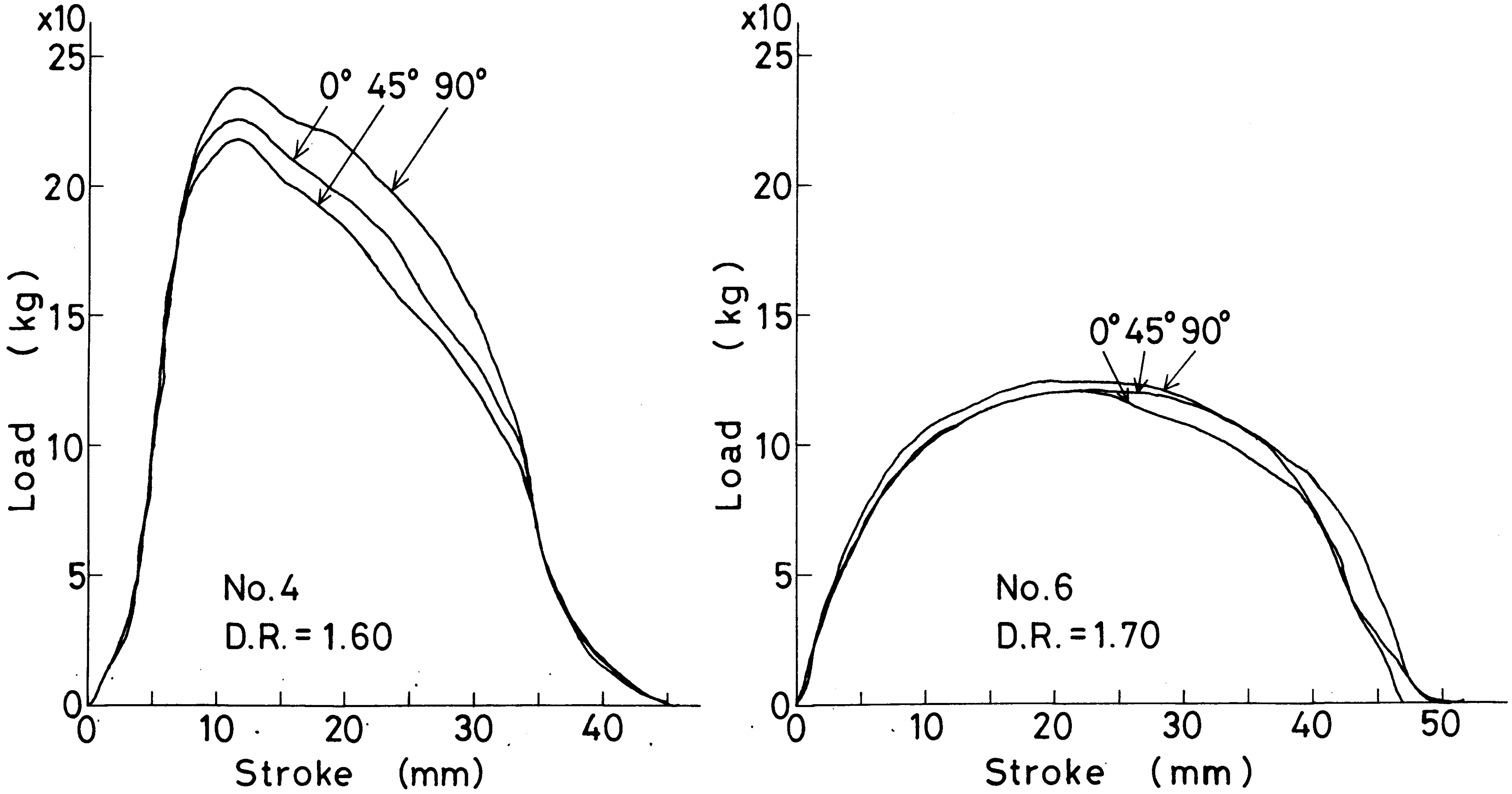


図 3.36 くさび形ダイスによる絞り力の測定例

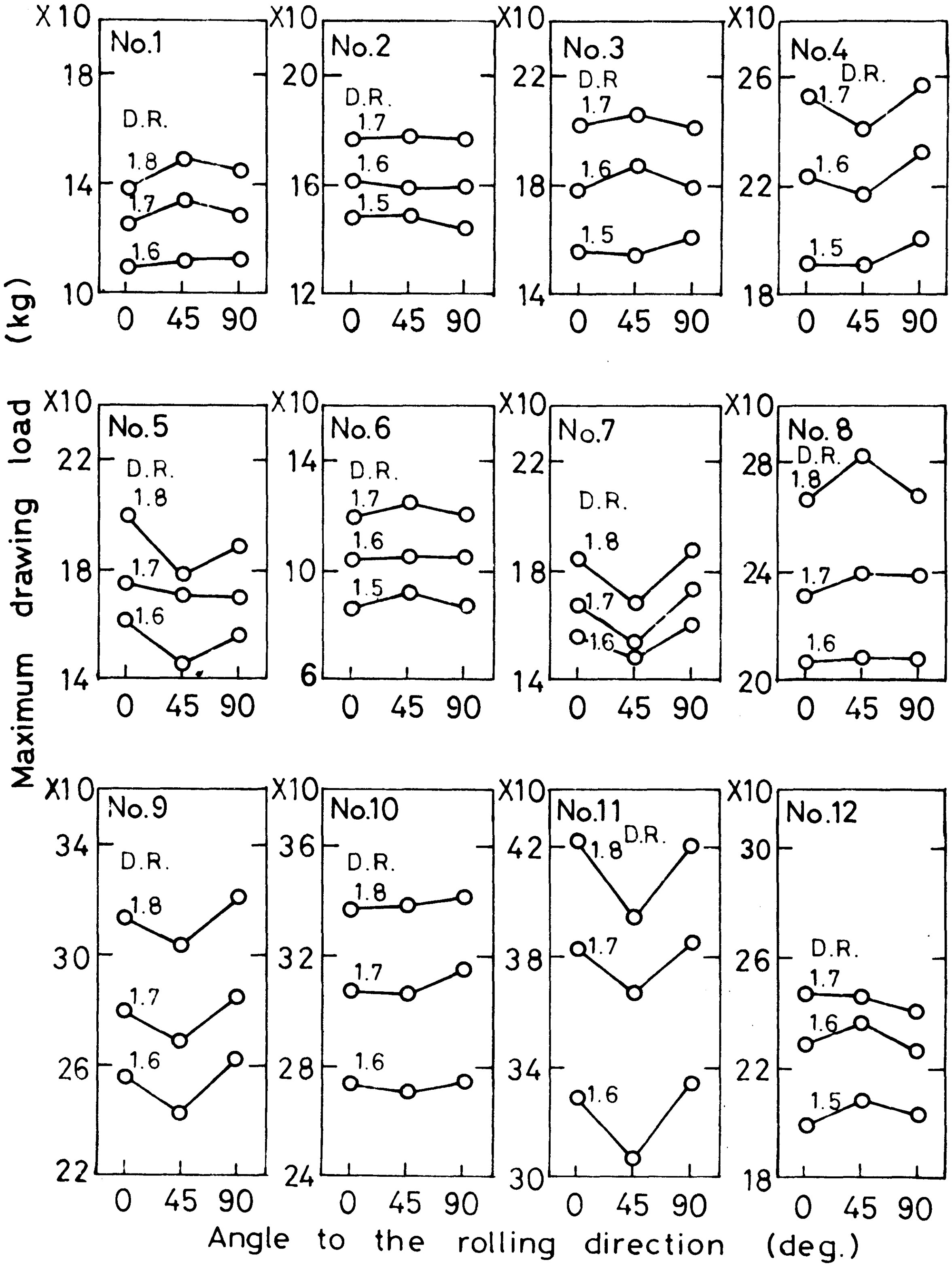


図 3.37　各絞り比における最大絞り力の方向性

3.7 考　察

最大深絞り力が円周方向で分布をもち，破断強度に相当する平面歪引張り強さも方向によって異なる事実を考えると，当然のことながら最初に割れの発生する方向はいずれか一方の方向性のみからは決まらないことが予測される。そこで絞り抵抗と破断強度との兼ね合いによる割れの発生条件を検討するために，最大絞り力（P_D）と平面歪引張り強さ（σ_{BP}）とを各々割れ発生方向の値（$(P_D)_f$，$(\sigma_{BP})_f$）で無次元化して，図3.38（分割ポンチによる P_D）及び図3.39（くさび形ダイスによる P_D）にプロットした。これらの図において割れ発生の方向では両者は等しく（＝1.0）示され，もしそれ以外の方向で $P_D/(P_D)_f$ が $\sigma_{BP}/(\sigma_{BP})_f$ より小さければ，最初に絞り抵抗が破断強度に到達した方向において割れが発生するということができる。図3.38，図3.39共に二，三の材料を除いてそのような条件を満たしている。そして破断強度の最小の方向で割れる材料が多いものの，試料 No.3，6，8 などでは絞り抵抗の方向性が割れ方向に影響していることがわかる。二，三の材料において条件を満たしていない理由としては，割れ発生部の歪状態や歪履歴が必ずしも単純な平面歪状態でないこと，割れ部分の変形がそれに隣接している部分によってある程度支持されていること，また分割ポンチで測定された絞り力分布がその方向のみの絞り力ではなく，円周の 1/8 の部分の合力すなわち平均されたものであること，一方くさび形ダイスによる変形が深絞りにおける各方向の変形と多少異なり，それが絞り力の方向性に影響することなどいろいろ考えられる。

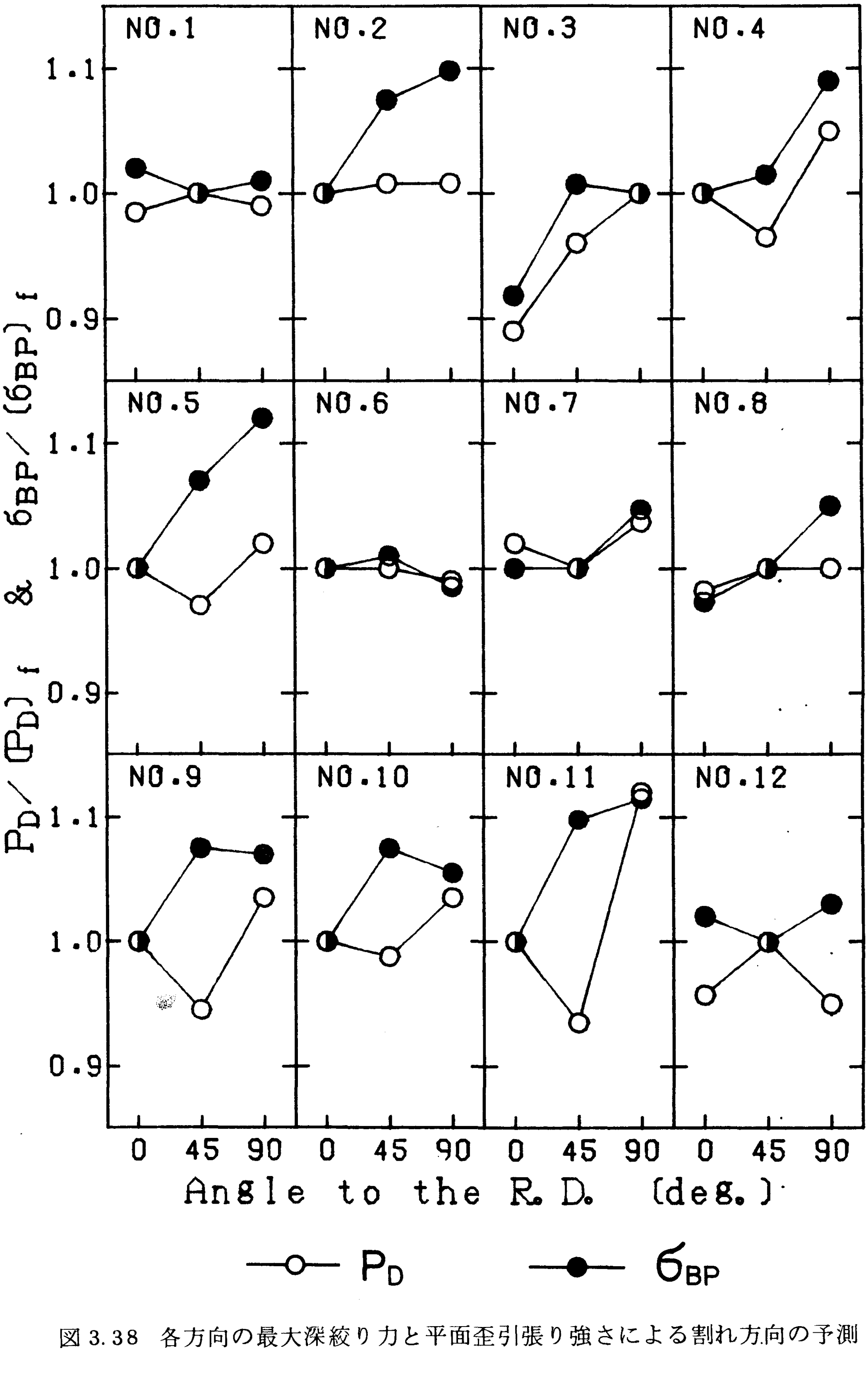


図 3.38 各方向の最大深絞り力と平面歪引張り強さによる割れ方向の予測

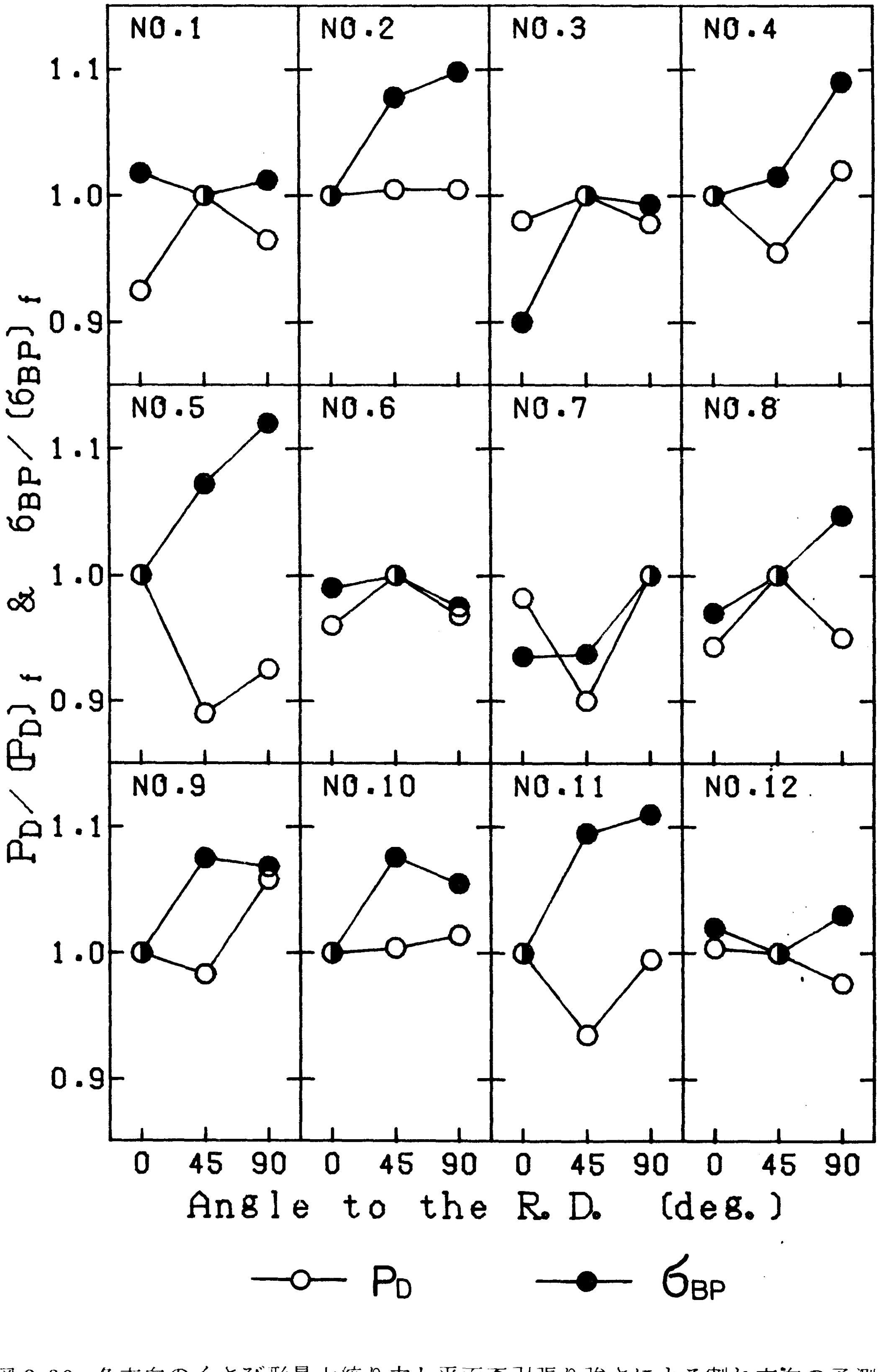


図 3.39 各方向のくさび形最大絞り力と平面歪引張り強さによる割れ方向の予測

3.8 要　約

１２種類の供試材料について深絞り実験を行ない，限界絞り比及び割れ方向，位置を調べ，さらにフランジ部及び破断部の歪の円周方向分布，そして深絞り力及び破断力の円周方向分布を調べた結果，明らかになったことをまとめると次のようである。

1） 割れ発生方向と r_{min} 方向とが一致する材料は多いものの，限界絞り比は $\bar{r}$，r_{min} いずれともはっきりした相関関係は認められない。

2） フランジ部の絞り変形は外縁より少し内部でほぼ純粋せん断変形となっており，その付近で歪の方向による差が最大となる。そして成形初期からその歪の方向による差は見られ，最大荷重時にははっきりしている。

3） この歪の円周方向の分布形状は外縁の耳の形状と定性的に一致し，さらに r 値の方向性とも一定の関係が見られる。

4） ポンチプロフィル部破断におけるくびれの発生は破断直前までほとんどその徴候は見られず，破断時に局部的に急速に進展する。

5） くびれの発生する半径位置での破断直前までの歪の円周方向分布はほとんど一様で，いずれの方向もほぼ均一な平面歪引張り曲げ変形をしており，そのまま特定方向でのくびれに至る。

6） 最大絞り力の円周方向分布は絞り比によってはほとんど変化しない。

7） 一軸引張り試験による r 値の方向性から最大絞り力の円周方向分布を予測することは難かしい。一方一軸引張り強さの方向性とは比較的一致するが，この一致を単純に説明することはできない。

8） 最大絞り力の円周方向分布は，くさび形ダイスを用いた各方向の絞り変形における最大絞り力によって見積ることが可能である。

9） ポンチプロフィル部破断に対する破断強度の方向による差は，平面歪引張り強さの方向性とほぼ同様である。

10） 最大絞り力の方向による変化と，平面歪引張り強さの方向性との兼ね合いによって，割れ発生方向の予測がほぼ可能である。

第4章　多軸応力下での変形挙動

4.1　緒　　言

前章で特に円筒深絞り成形における変形や変形力，あるいは成形限界において生ずるいろいろな異方性挙動について，その実測を通じて調べた。そしてそのような異方性挙動が引張り試験から単純に見積ることはできず，また既存の異方性塑性理論（例えばHill の理論）によっても予測できないものであることがわかった。一般の成形加工において見られる現象はそのほとんどが多軸応力下での現象であり，それを一軸応力下の材料試験値によって予測することが困難なことはむしろ当然である。そしてそれを可能にするためには，材料によりまたその製造履歴により，あるいは応力状態により異った変形挙動を示す実験事実を充分に説明できる理論が必要となる。しかしながらそのことはあまりにも大きな課題であり，また実際の変形挙動でさえ充分に把握されていないのが現状である。これは一軸応力試験に比べ多軸応力試験を行なうことはかなり難かしいためであり，しかも実際の成形加工に供する材料をそのまま試験をすることの必要性がそれを一層難かしくしている。

そこで本章では，戸澤らが提案し,[26] 多くの材料に適用している [13),34),35] 二軸圧縮試験によって，供試アルミニウム材料の多軸応力下での変形挙動を調べた。実験は特に降伏曲線を実測することに注目して行ない，さらに深絞り成形における絞り変形と破断部の変形とに関連して，その時の変形応力の方向性について考察した。

4.2 降伏曲面の測定

4.2.1 測 定 方 法

二軸圧縮試験は直方体の試片を用い，その2方向を同時に任意の負荷条件で圧縮を行ない，その時の2方向の歪と応力とを測定する試験である。本研究のような板材を供試材料とする場合は，図4.1のように板を必要な枚数だけ接着（接着材はアラルダイト）をして直方体試片を作成する。[36] 負荷を与えない方向に垂直な2面に，負荷方向の歪を測定するため歪ゲージを利用したレバー式の伸び計を瞬間接着材にて固定する。このように準備した試験片を次項に述べる二軸圧縮試験装置にて圧縮試験を行なう。

試料に設定した任意の3主応力軸（例えば圧延方向 (X)，板幅方向 (Y)，板厚方向 (Z)）に対して，図4.2のような垂直応力場を考える時，静水圧応力が材料の降状挙動には影響しないとすれば，垂直応力場上のある一つの応力状態は適当な2方向への圧縮負荷により得ることができる。従って圧縮する2方向及びその2方向の応力増分比を任意に変化させた試験を行なえば，垂直応力場全域の降伏曲線を実測することができる。さらに3主応力軸を試料に対し適当に変えることにより，あらゆる応力状態における降伏挙動を実測することができる。

この二軸圧縮試験法は他の複合負荷試験法[24),25),37)] に比べ，応力場全域の試験が可能なこと，端面の潤滑に注意すれば大きな歪までの試験が可能なことなどの利点に加え，成形加工に使用する薄板材料そのものを試験することができることが最も有益なことである。つまり実際の成形加工時に見られる種々の変形状態に即して試験を行なえることにより，この試験法が非常に有効な手段となる。

4.2.2 二軸圧縮試験装置

試験装置は戸澤ら[38)] が以前から使用していた装置にマイクロコンピュータ及びその周辺機器を導入して改良したものを使用した。図4.3にその装置の構成を示す。油圧プレスのベッド上に乗せた専用装置を使い，一つの方向はプレスにより，そして他の方向はパルスモーターと油圧式トルクコンバーターとの組合せにより負荷を与える。試験片につけた伸び計と負荷軸に直列に置いた荷重計とにより2方向の歪と荷重を測定する。これらのデータはA/Dコンバーター等を通じてマイクロコンピュータに送られ，応力，応力増分，歪増分等及び初期設定経路とのずれを計算する。そしてそのずれを修正するための制御量をパルスモーター駆動部に指令を行ないその修正を行なう。このようなサーボ系による自動制御と同時に，採取データのリストをキャラクタディスプレイに，また応力－歪曲線をグラフィクディスプレイに出力して時々刻々の試験状態をモニターし，さらに設定経路とのずれが最も少ない最良データをフロッピーディスク上のファイルに格納する。

これらの操作はすべてマイクロコンピュータの監視下で行なわれるが，図4.4にそのためのソフトウェアープログラムのフローチャートを示す。この装置では，本研究で使用したような

応力増分比一定あるいは歪増分比一定の直線経路の他に，任意の時点でその増分比を変えられる折線経路や，初期に設定した曲線経路での試験も可能である。マイクロコンピュータを使用したコントロールを行なっているため，そのコントロールプログラムを必要に応じて改良することにより，同じ装置を使って幅広い試験が可能となることは大きな利点である。

4.2.3　降伏曲面の測定結果

本研究では3主応力軸を圧延方向に対し0°方向（X），90°方向（Y），そして板厚方向（Z）とした場合（$\theta=0°$と示す），及び二つの45°方向（x，y）と板厚方向（Z）とにした場合（$\theta=45°$）について降伏曲線の測定を行なった。図4.5から図4.16までは供試材料の降伏曲線である。ここでは降伏を広義にとらえ，任意の一定歪ε（ミーゼスの相当歪）における各応力状態での変形抵抗を表わす点を結んだ曲線として示されている。12種類の供試材料は，純アルミニウムとAl－Mg 合金に区別されると同時に，その製造条件により，完全焼鈍材（O材），圧延加工材（H14，H16，H18），部分焼鈍材（H22，H24），そして安定化処理材（H34，H38）に大別される。完全焼鈍材では，$\theta=45°$の場合にσ_Z軸に垂直な方向にいくぶん長くなるものの，いずれのO材もほぼ正6角形に近い形であり，トレスカの条件に従う材料であることがわかる。圧延加工材については，$\theta=0°$の降伏曲線において時計の3時の方向に圧延変形応力ベクトルを考えると，H14，H16，H18のいずれもそのベクトルに対し180°の方向にバウシンガー効果が，またその付近にその影響が見られる。さらにそのベクトルに対し±90°付近には，白井ら[13),35)]が多くの材料で確認している過剰硬化（予変形応力ベクトル方向以上に硬化する現象）が見られる。そしてその付近で多少丸みを帯びているものの，やはり全体的にはトレスカ型（等方性，異方性に関係なく，降伏曲線の形が多角形あるいは直線的形状のものをこのように呼ぶ）である。一方$\theta=45°$においてはやはりトレスカ型の降伏曲線で，σ_Z軸の正方向付近にバウシンガー効果の影響が見られ，さらにσ_Z軸に垂直な方向に長くなるもの（H14，H16）と，いくぶん短くなるもの（H18）とがある。部分焼鈍材では，H24，H22いずれもバウシンガー効果はほとんど消えるが，それ以外はH18とよく似た形でトレスカ型がいくぶんはっきりするものの強圧延による形がそのまま残っている。安定化処理材では，バウシンガー効果や過剰硬化など処理前の形を残したままトレスカ型がいくぶんはっきりする。

アルミニウム板では強圧延加工を受けることによって，特に$\theta=45°$の降伏曲線の形に大きな変化が生じ，その形は部分焼鈍や安定化処理によってはほとんど変わらず，完全焼鈍によって正六角形に近い形へと変化する。このような現象は河合ら[28),29)]が特にr値に及ぼす圧延条件や焼鈍条件の影響を系統的に調べ，強圧延において特徴的な現象を確認していることと関係があるようにも思われる。

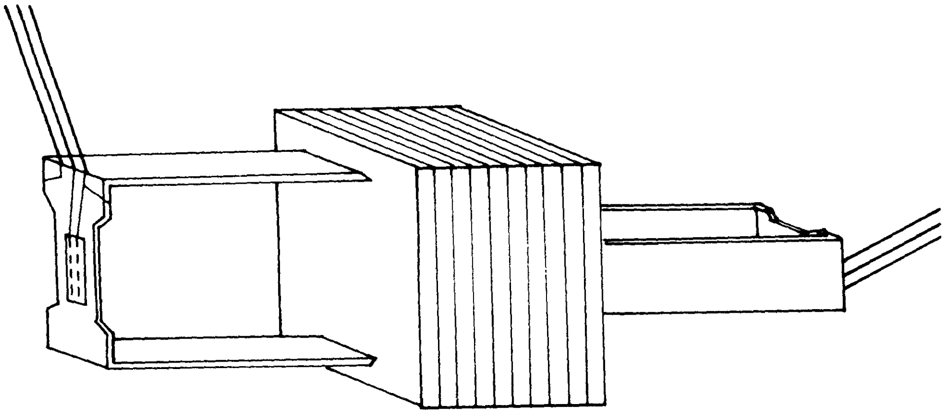


図 4. 1　二軸圧縮試験片

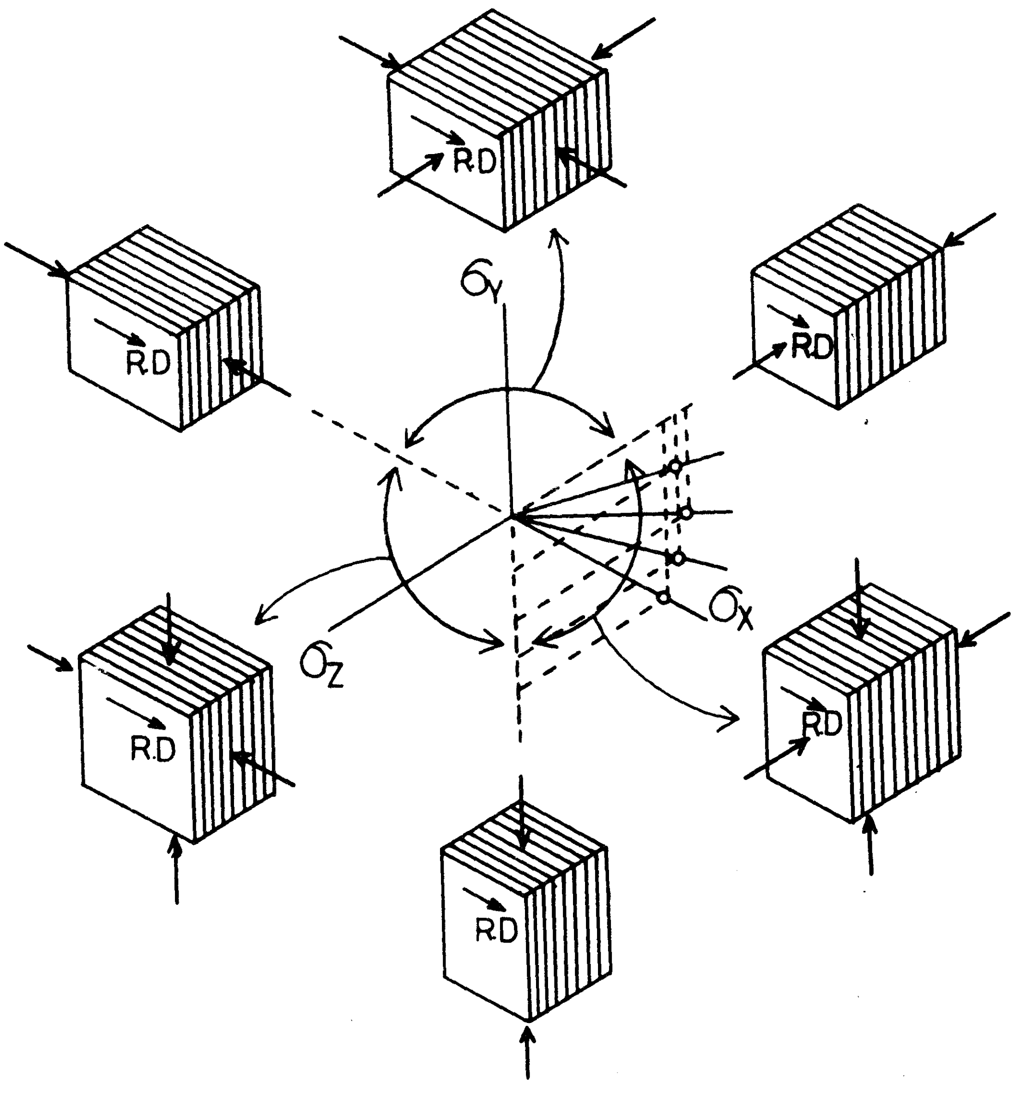


図 4. 2　降伏曲線を求める実験方法

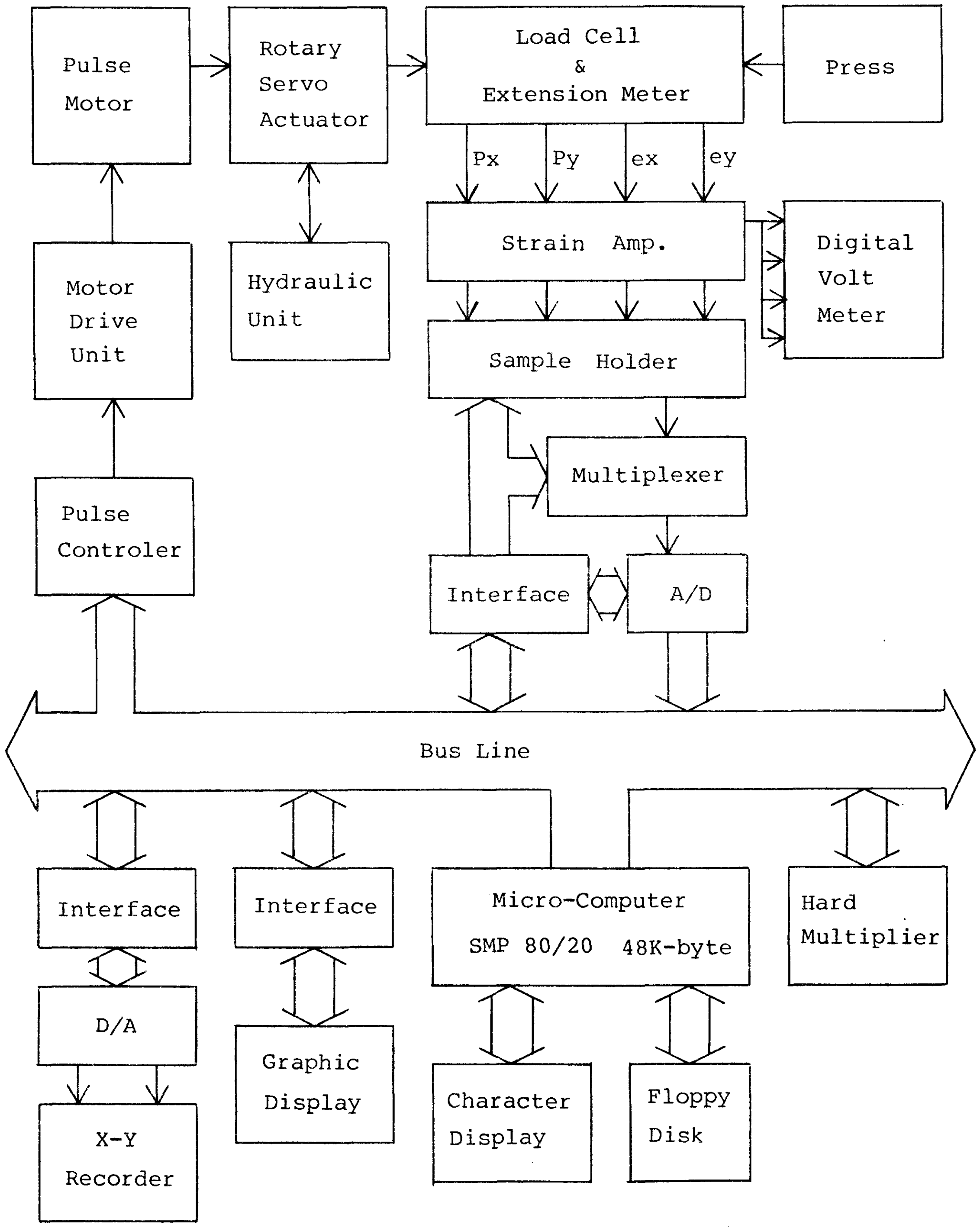


図 4.3 自動制御二軸圧縮試験装置の構成

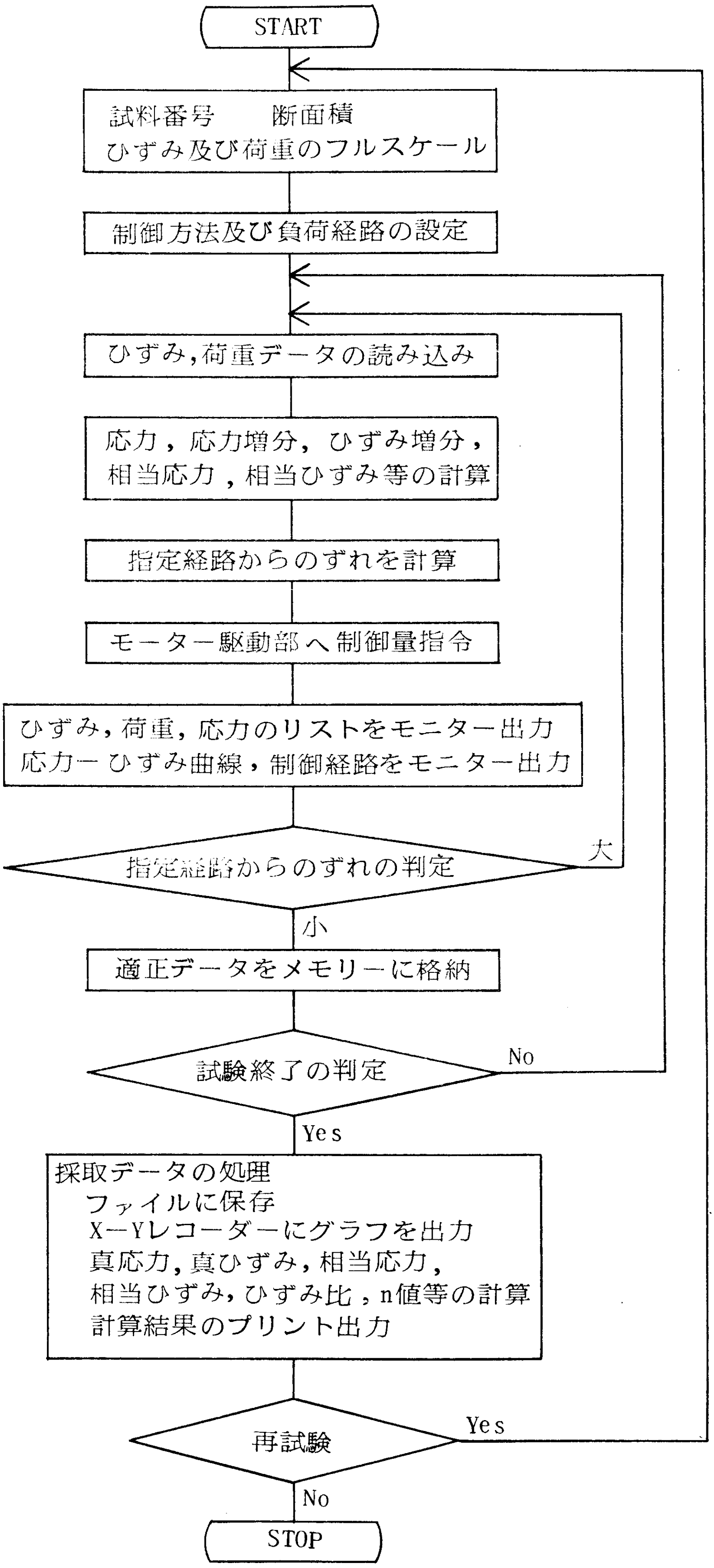


図 4. 4　制御プログラムの流れ図

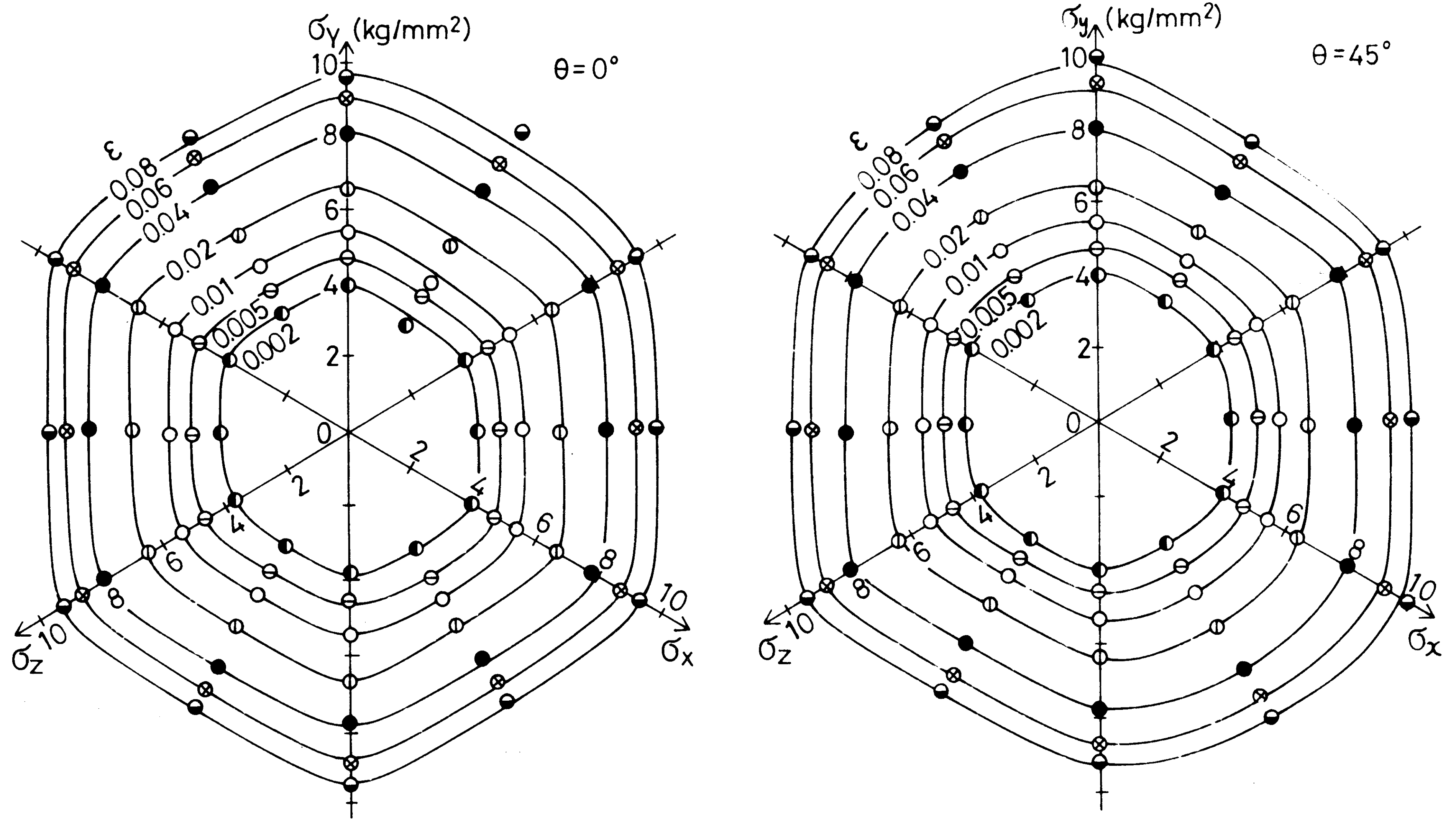


図 4.5　降伏曲線（1100−O）

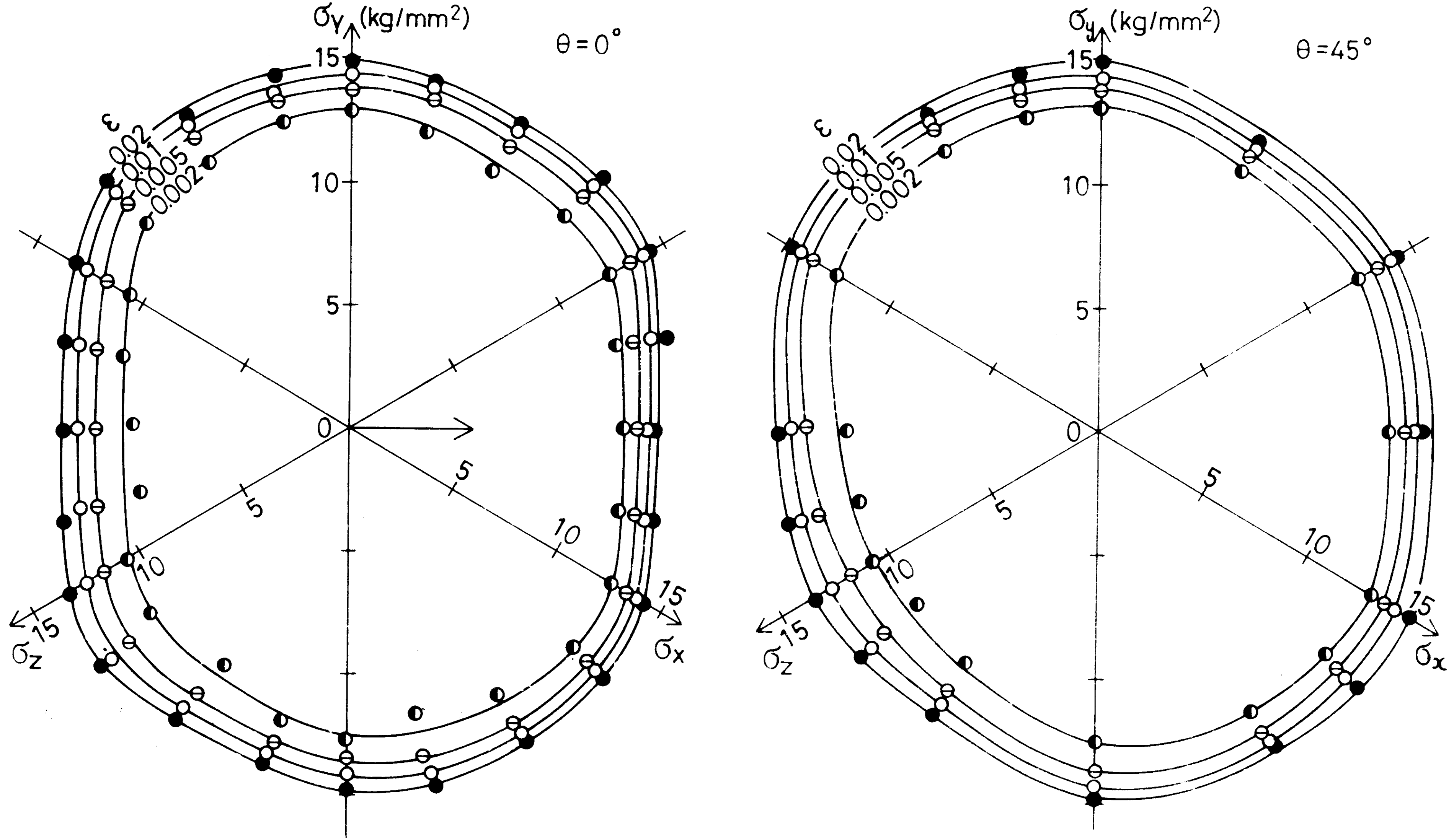


図4.6　降伏曲線（1100−H14）

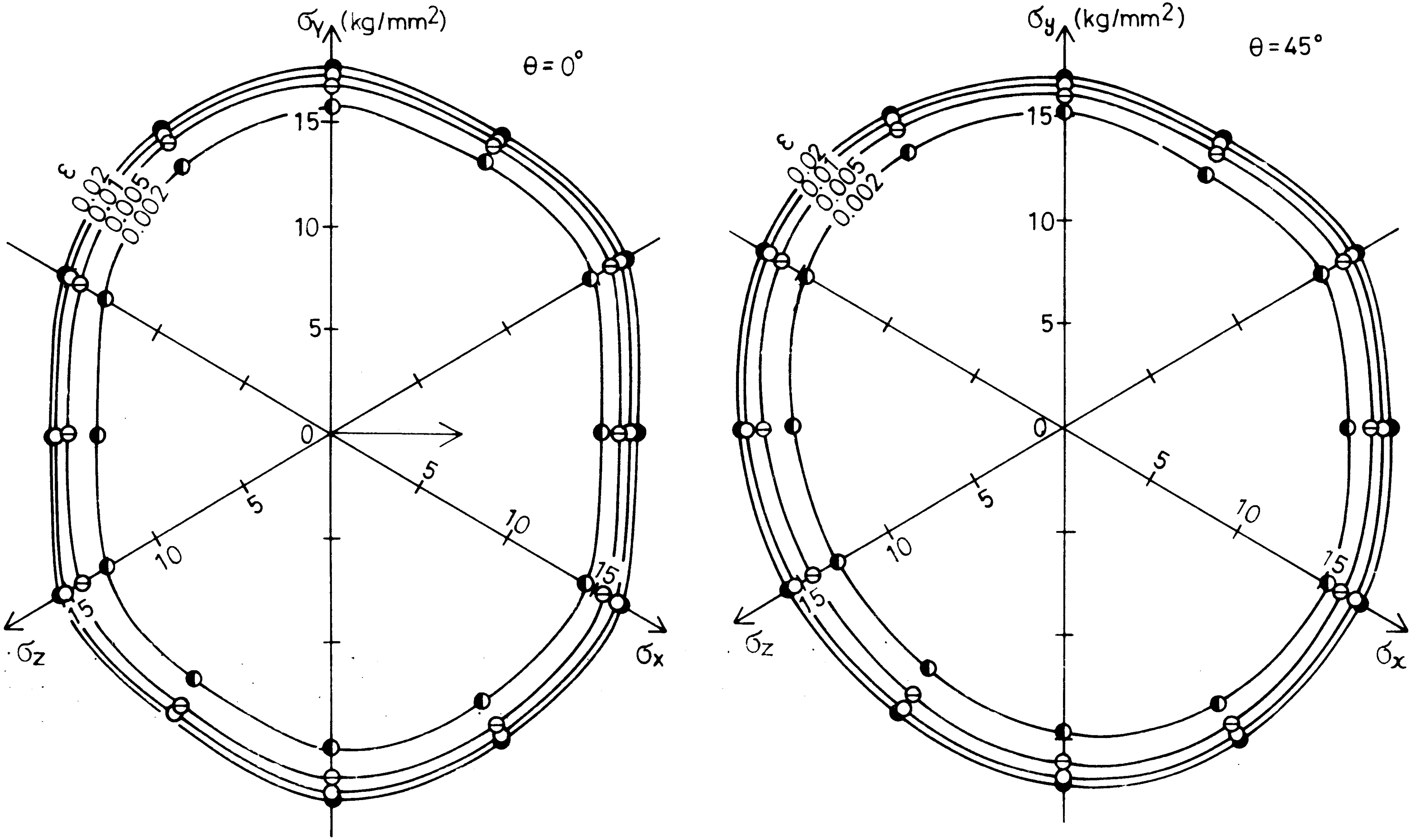


図4.7　降伏曲線（1100−H16）

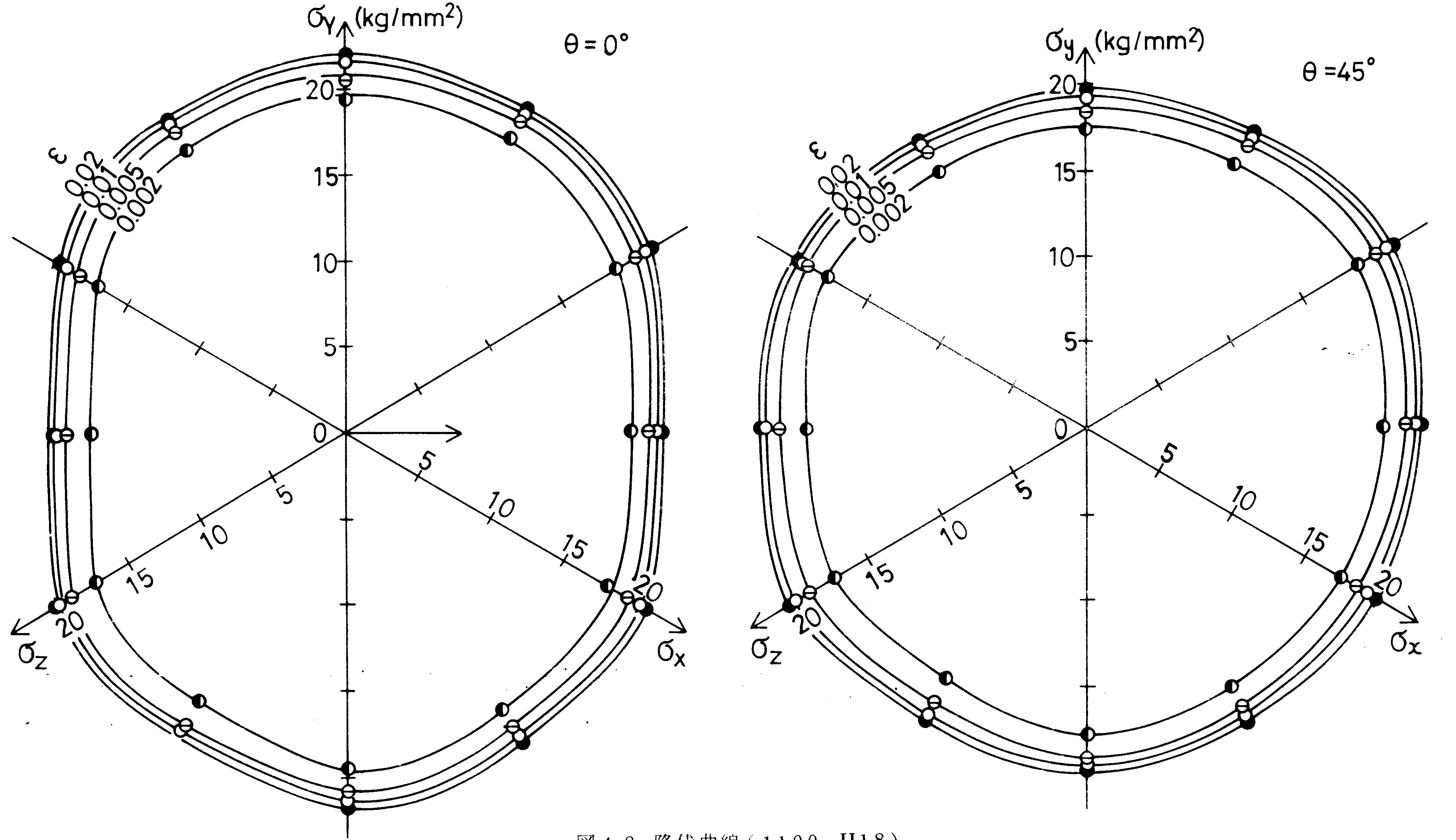


図4.8　降伏曲線（1100−H18）

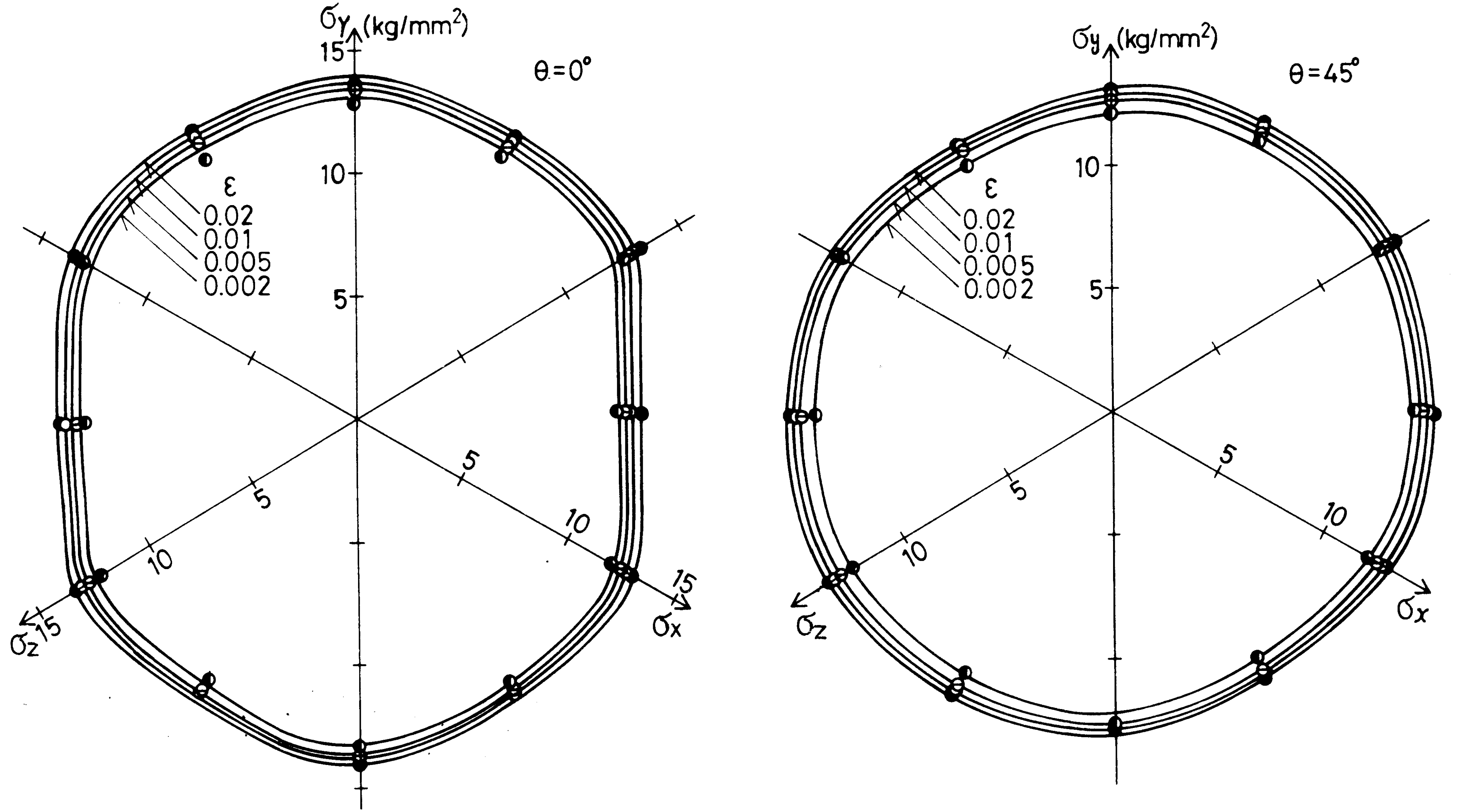


図 4.9 降伏曲線（1100−H24）

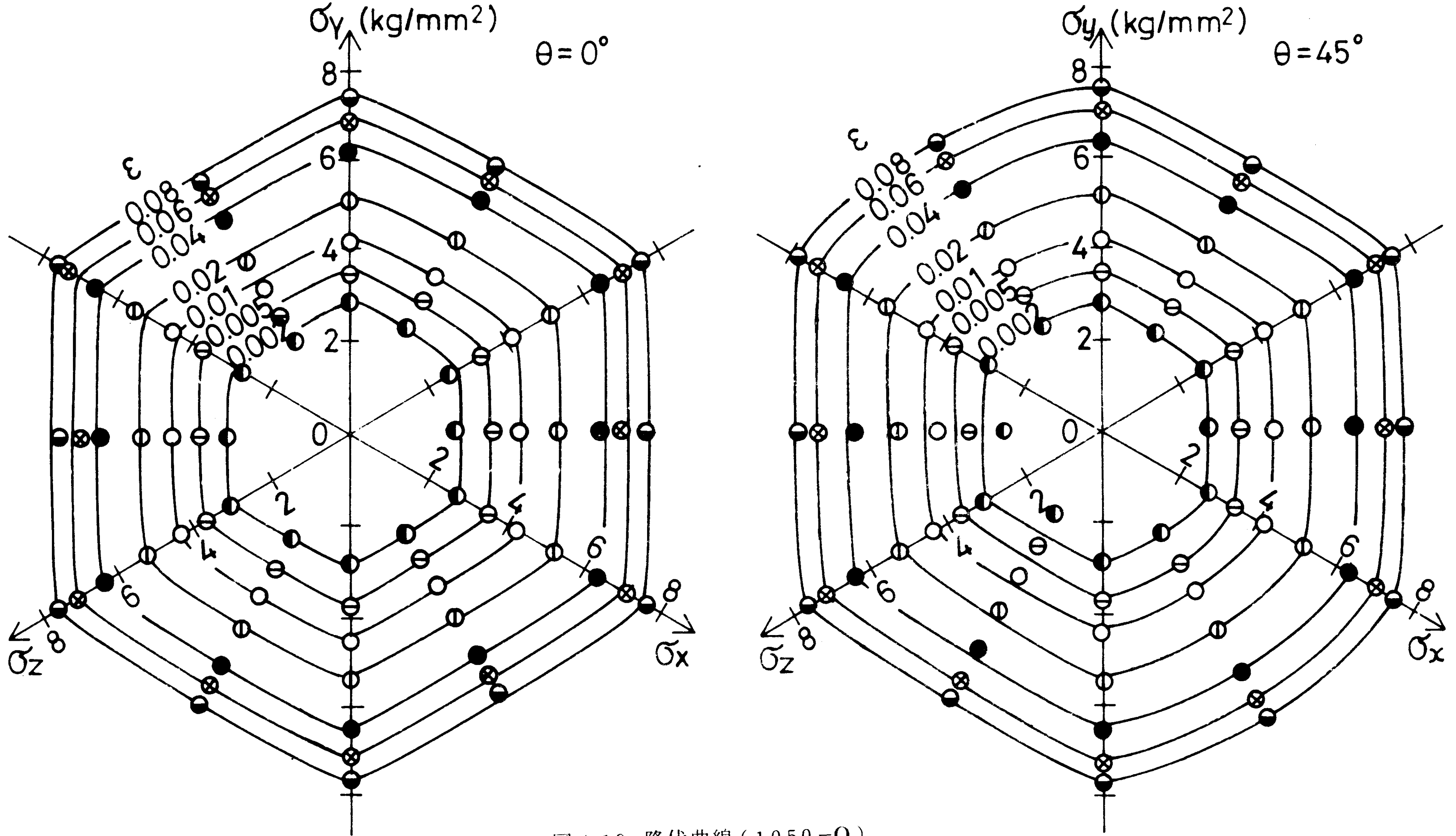


図 4.10 降伏曲線（1050−O）

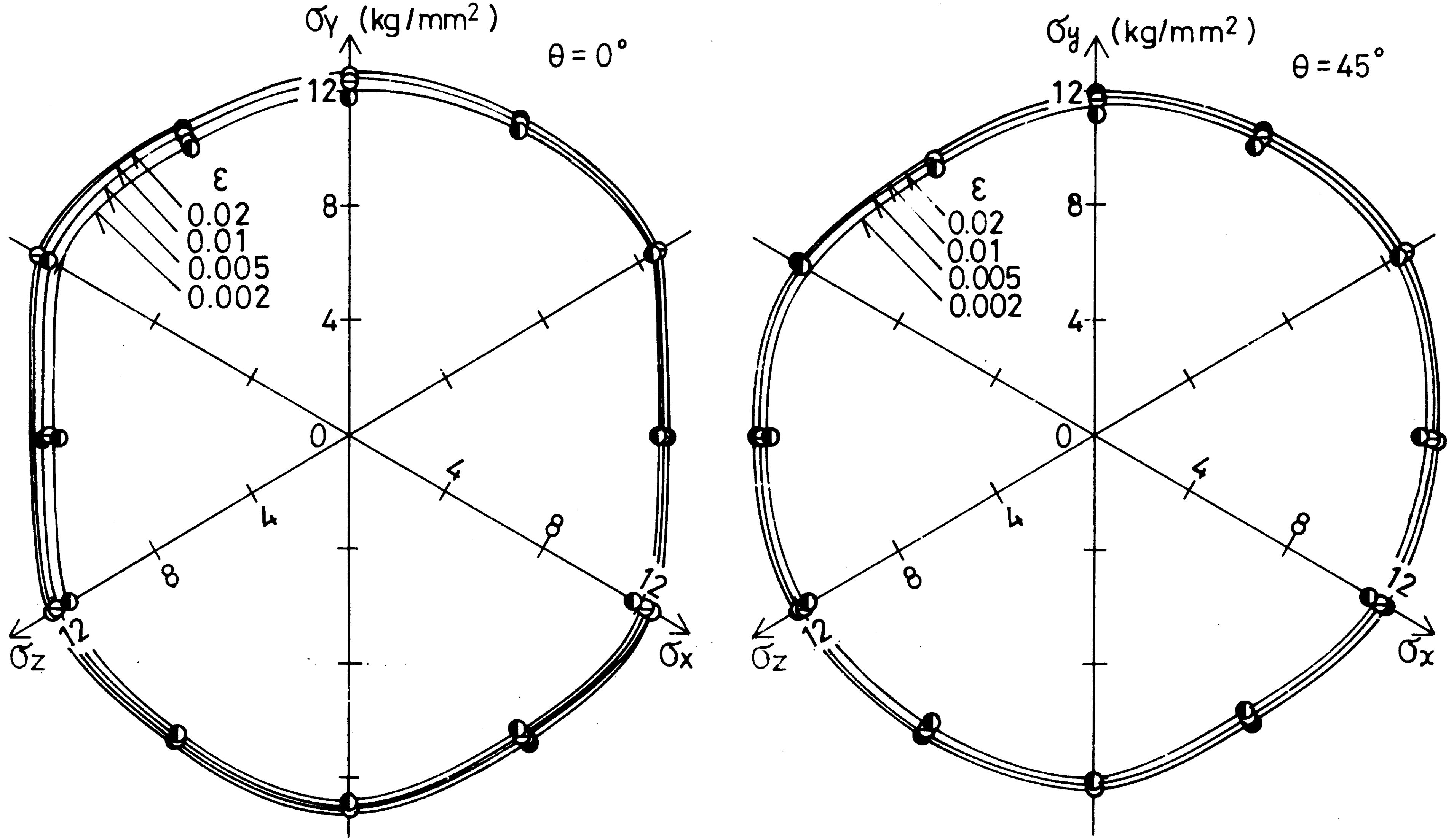


図 4.11 降伏曲線（1050−H24）

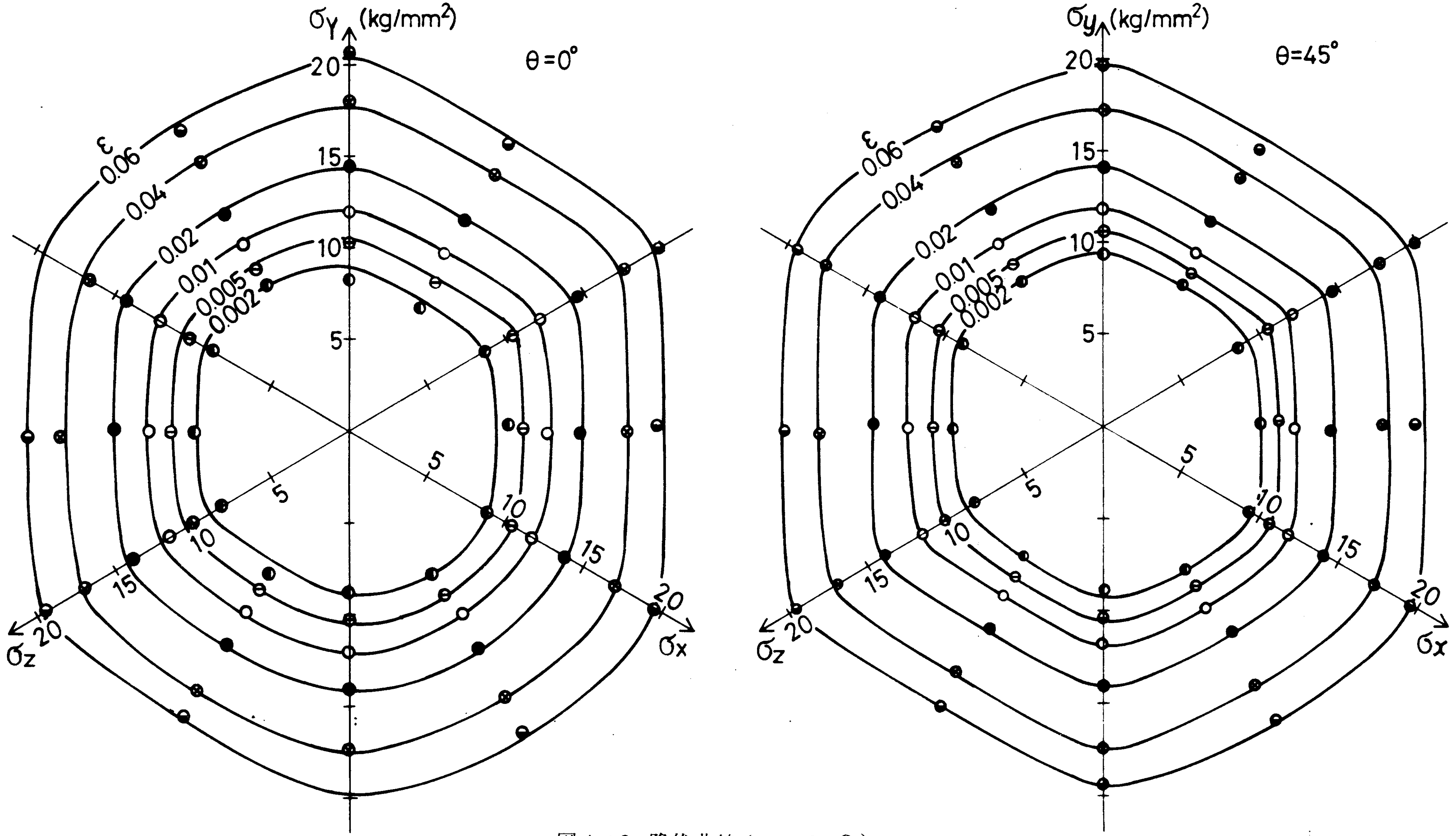


図4.12 降伏曲線（5052−O）

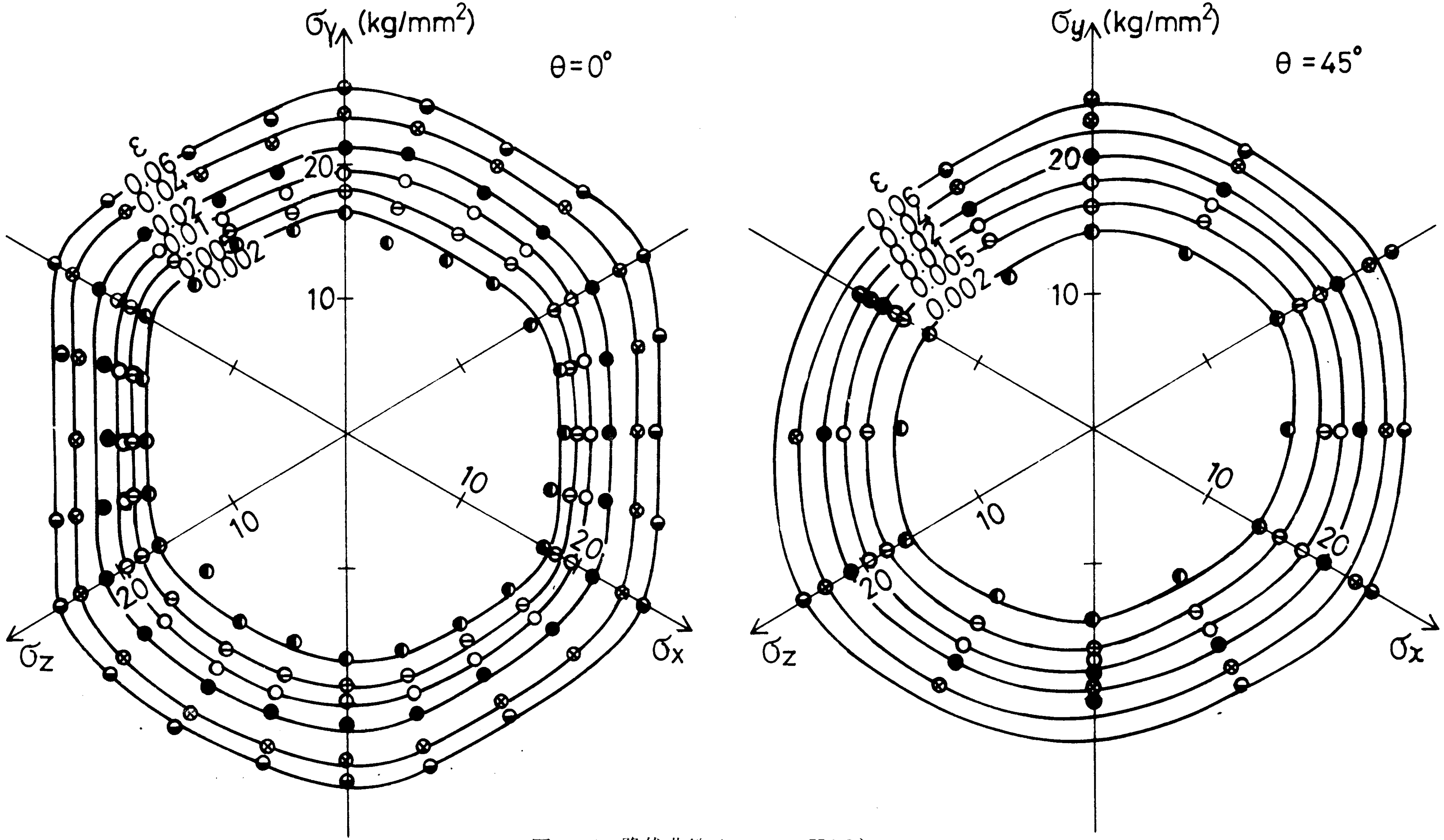


図4.13 降伏曲線（5052−H22）

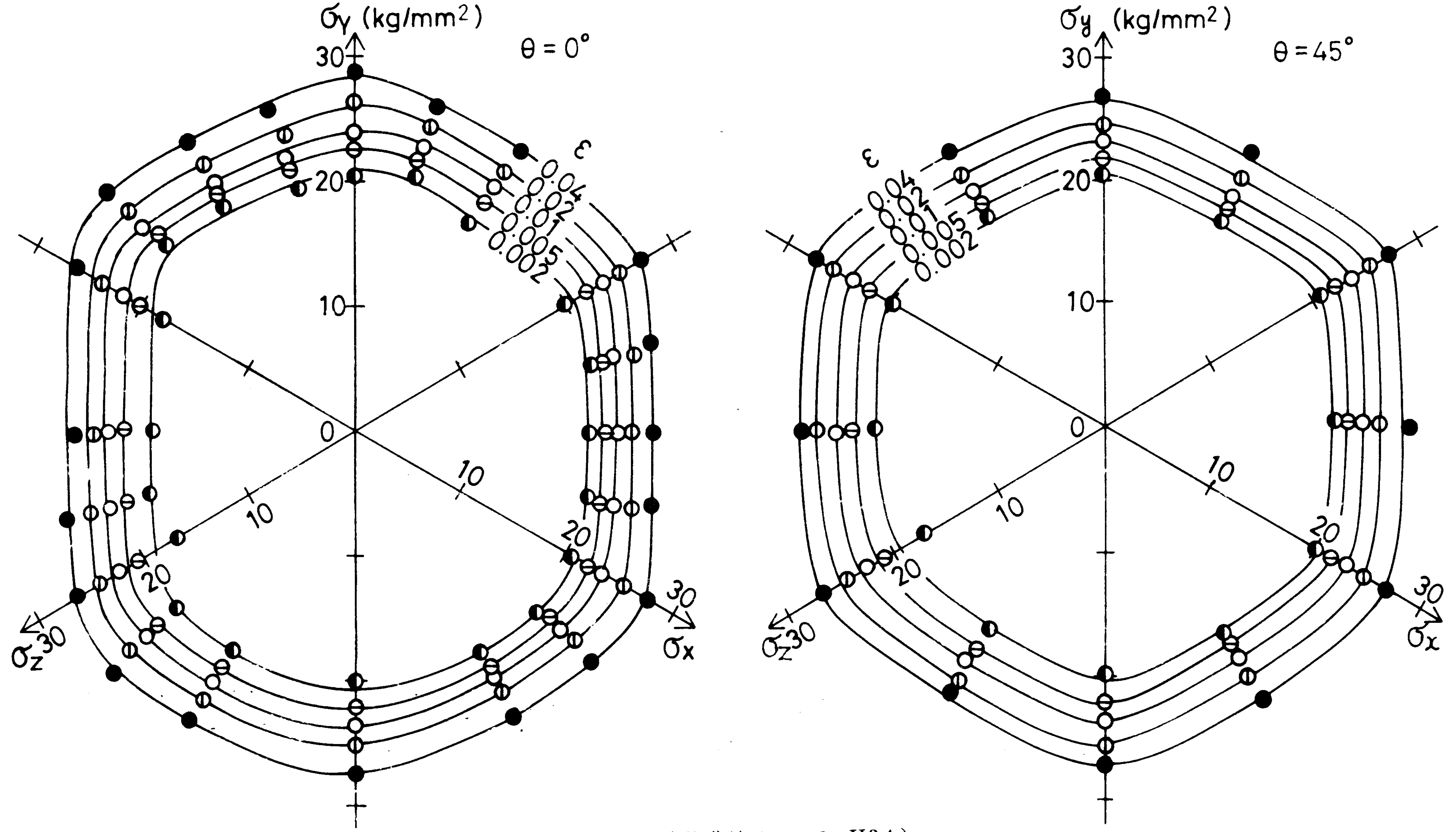


図4.14　降伏曲線（5052−H34）

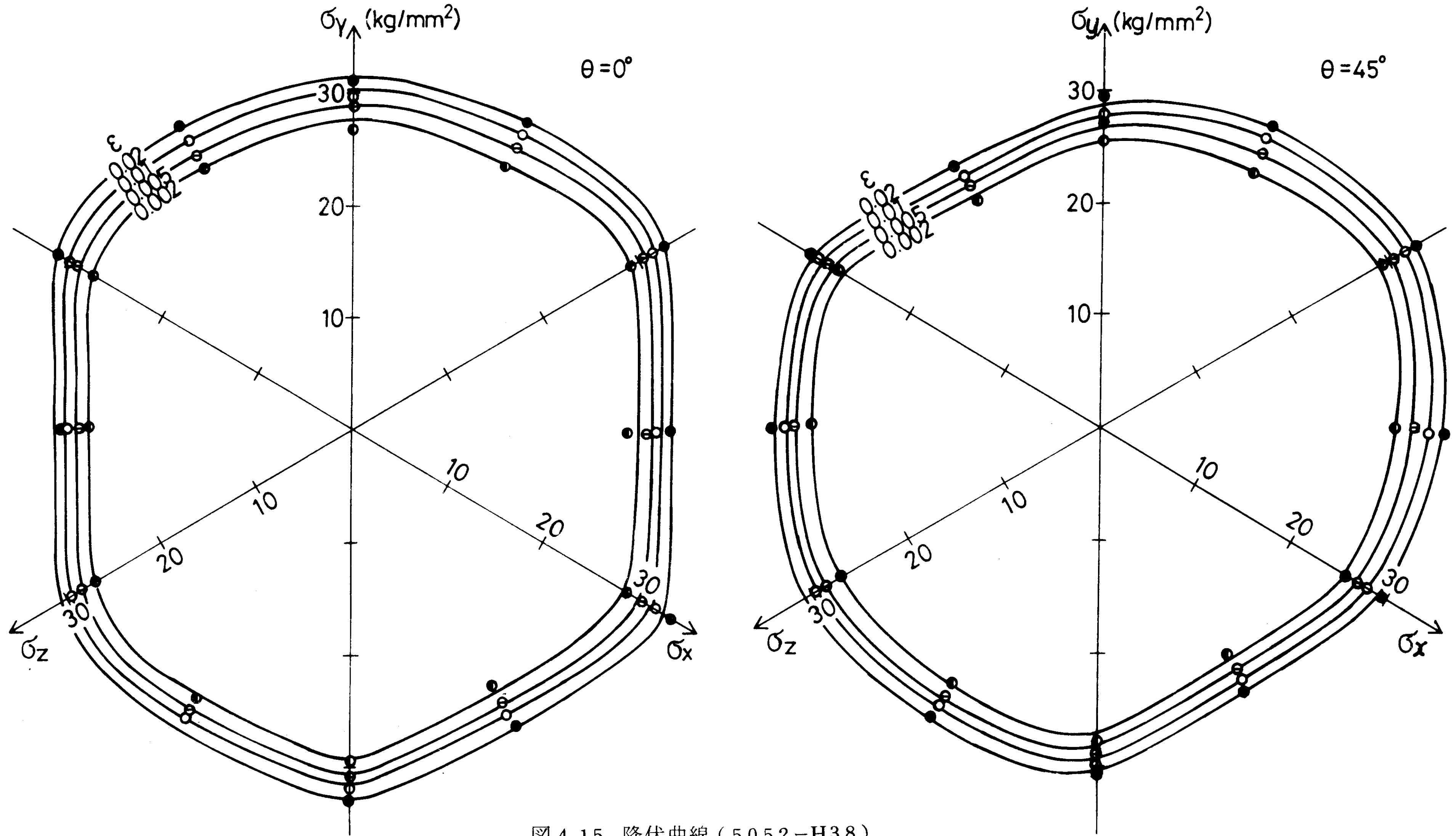
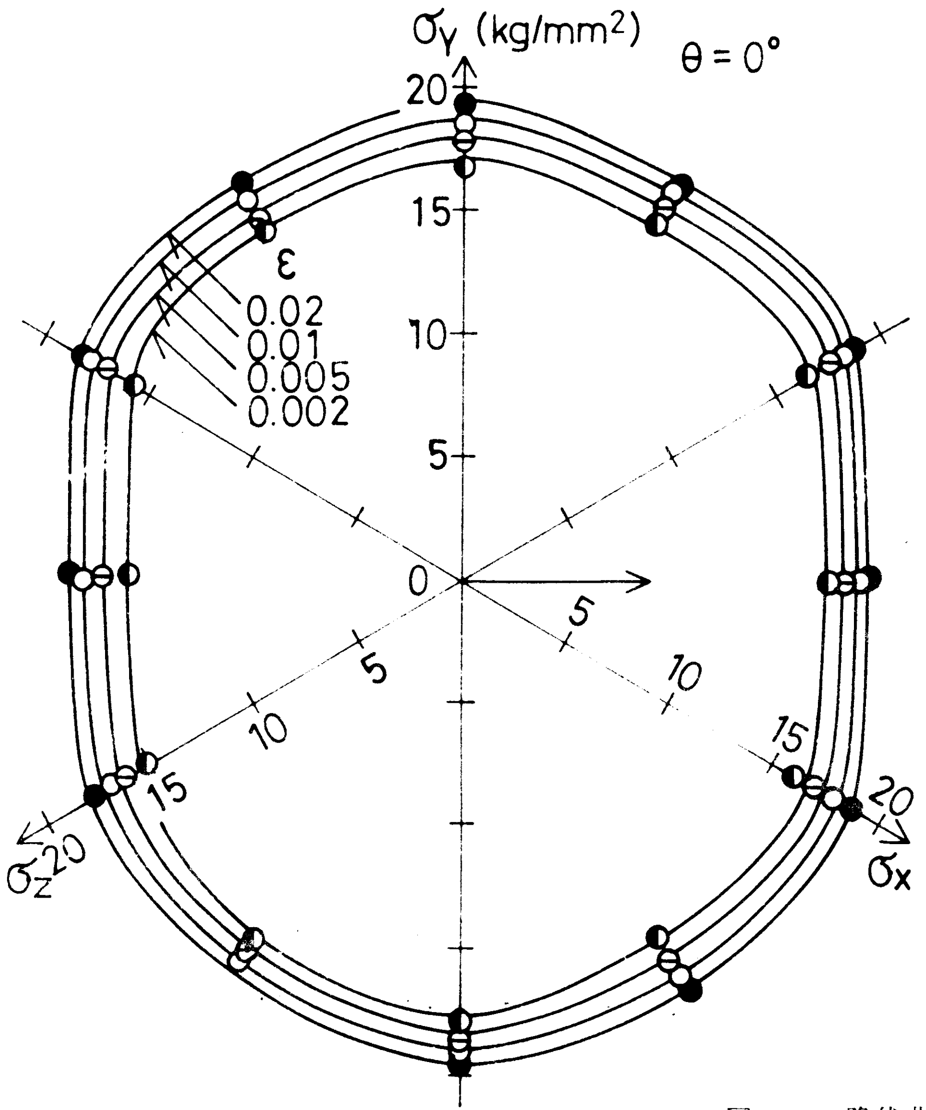


図4.15 降伏曲線（5052−H38）



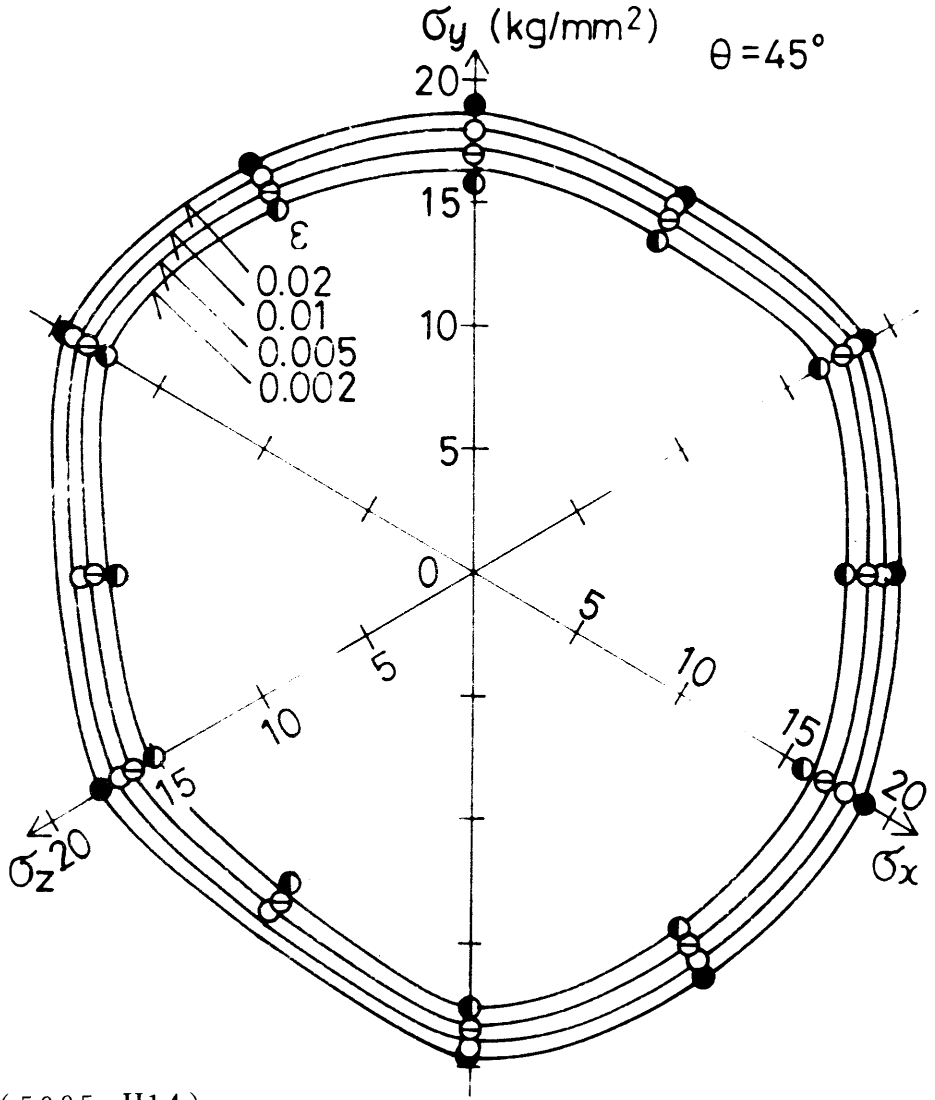


図 4.16 降伏曲線（5005−H14）

4．3　平面歪変形時の挙動

4.3.1　応力の方向性

多軸負荷状態における変形応力の方向性を詳しく調べるため，ここでは特に薄板成形時にも随所で見られる平面歪変形状態に注目して検討した。図4.17に示すように板面内の平面歪引張り変形（例えばX方向の引張り）を考え，板幅歪が零の場合（$\varepsilon_Y=0$）及び板厚歪が零の場合（$\varepsilon_Z=0$）の主引張り応力を各々σ_{WP}，σ_{TP}とする。また後者の場合は板面２方向の引張りと圧縮とによる純粋せん断変形と等価でありその場合の引張り応力をσ_{SP}とする。円筒深絞りにおける破断部とフランジ部との変形は各々上記の２種類の平面歪変形で近似することができ，その場合の半径方向応力はσ_{WP}，σ_{SP}に相当すると考えることができる。これらの応力は前節で実測した降伏曲線から直接読みとることもできるが，ここでは歪増分比を一定とした二軸圧縮試験を行ない，各々の平面歪状態における挙動を直接測定した。

図4.18，図4.19，図4.20に各々板面３方向のσ_{WP}，σ_{TP}，σ_{SP}の値を，また図4.21に一軸引張り応力σ_Uを示した。いずれも相当歪0.08の時の値である。各応力の方向性はσ_{TP}とσ_{SP}とは比較的似てはいるものの，４つの値は各々独自の方向性を示すことがわかる。σ_{WP}はほとんどが$\sigma_{WP}(0°)<\sigma_{WP}(45°)<\sigma_{WP}(90°)$であり，これは$\theta=0°$の降伏曲線において時計の２時～４時の部分がいずれの材料も直線的であるのに対し，12時～２時の部分は圧延加工を受けた材料で比較的丸みを帯びていることが直接反映した現象である。そしてこの方向性はσ_Uのそれとはっきり異なるものである。一方σ_{TP}あるいはσ_{SP}はその45°方向の値が最大となるか最小となるいずれかに分けられる。このことは降伏曲線がほぼ正６角形のＯ材を基準に，$\theta=0°$の降伏曲線においてはいずれの材料も時計の11時あるいは５時の方向に多少ふくらんだ形をしているのに対し，$\theta=45°$の降伏曲線ではその方向にふくらんだ形のものと，つぶれた形のものとが存在していたことが反映した結果である。そして45°方向が最小となる材料ではその異方性の程度も大きく，さらにσ_Uの方向性と比較的似ているものが多い。その理由は次のように考えられる。降伏曲線の形が最大塑性仕事の原理から説明されるように必ず外に凸であるとすれば，正６角形の降伏曲線の辺の部分が外にふくれる場合には，同時に両端の角が外に移動する場合と辺のみがふくれる場合とが考えられるのに対し，辺の部分が内につぶれる場合には必ず両端の角も内に移動する。従って後者の場合には，辺の部分（平面歪状態）の応力の低下と角の部分（一軸状態）の応力の低下とが直接結びつくことになる。

前にも述べたように，σ_{SP}とσ_{WP}は近似的に深絞り時の絞り抵抗と破断強度に相当させることができる。そこで前章までに調べた絞り力の方向による変化あるいは平面歪引張り強さの方向性との比較をしてみよう。まずσ_{SP}と図3.23あるいは図3.37とを比べると両者はよく一致しており，絞り力の実測結果に見られた方向による変化はほぼ純粋せん断変形におけるそれが現われていたことがわかる。そして第４章で見られたような一部の材料における絞り力の

方向による変化と σ_B のそれとの一致は，上記のような σ_{SP} と σ_U との関係を考えると納得できる。従って第3章で調べたようにフランジ部はその半径位置により異なった歪状態であるものの，その絞り抵抗に関してはフランジ中央付近の変形状態に近い純粋せん断変形によって近似できることがわかる。一方 σ_{WP} と図2.11の σ_{BP} とは変形抵抗と破断強度という違いがあるにもかかわらず両者の方向性はほぼ一致しており，変形抵抗における方向性がほぼそのまま破断強度にも現われることがわかる。さらに第1章において r 値と σ_{BP} との間に $r_0 = r_{min}$ となる材料では，$\sigma_{BP\cdot 0} = \sigma_{BP\cdot min}$ となる関係が見られたが，このことも降伏曲線の形から納得することができる。すなわちそのような材料の $\theta = 0°$ の降伏曲線では時計の2時～4時部分の直線的形状がそのまま σ_X 軸（ 0°方向一軸引張り ）を横切る付近まで続いており，σ_X 軸での接線の勾配で表わされる r 値がかなり小さい値となる。従ってその部分では σ_{BP} と r 値との強い関係が生ずるものの，他の方向あるいは他の材料では降伏曲線にそのような特徴はなく，σ_{BP} と r 値との間に強い関係が見られないのも当然である。

4.3.2　Hill の異方性理論による検討

異方性材料の挙動を理論的に扱うための異方性塑性理論がまだ充分に確立されていない中で，最も一般的に使われる理論の一つが Hill の理論[7] である。そして薄鋼板などに見られる現象のいくつかはこの理論によってうまく説明されている。そこで前述の平面歪変形時における応力の方向性について Hill の理論を用いて検討してみよう。

異方性の主軸と x，y，z 軸を一致させた場合の直交異方性材料に対する降伏条件式は，x，y，z 軸を主応力軸とした $\sigma_z = 0$ の平面応力状態に対して次式で表わされる。

$$(G+H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (F+H)\sigma_y^2 = (G+H)\sigma_{tx}^2 = (F+H)\sigma_{ty}^2 \qquad (4.1)$$

ここで，F, G, H は異方性パラメータ，σ_{tx}，σ_{ty} は主応力方向の一軸引張りの降伏応力である。降伏条件式を塑性ポテンシャルとするとつぎの応力と塑性歪増分の関係式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} d\varepsilon_x &= [(G+H)\sigma_x - H\sigma_y]\,d\lambda \\ d\varepsilon_y &= [(F+H)\sigma_y - H\sigma_x]\,d\lambda \\ d\varepsilon_z &= -[G\sigma_x + F\sigma_y]\,d\lambda \end{aligned}\right\} \qquad (4.2)$$

異方性パラメータは一軸引張り試験で測定される塑性歪比（ r 値 ）で次のように表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned} r_x &= d\varepsilon_y / d\varepsilon_z = H/G \\ r_y &= d\varepsilon_x / d\varepsilon_z = H/F \end{aligned}\right\} \qquad (4.3)$$

従って式（ 4. 1 ）は次式のようになる。

$$\sigma_x^2 - \frac{2}{H(1/r_x)}\sigma_x\sigma_y + \frac{1+(1/r_y)}{1+(1/r_x)}\sigma_y^2 = \sigma_{tx}^2 = \frac{1+(1/r_y)}{1+(1/r_x)}\sigma_{ty}^2 \qquad (4.4)$$

この式から x , y 両方向の引張り試験により， σ_{tx} , r_x , σ_{ty} , r_y を求めればそれら 4 つのうち 3 つの値から平面応力状態での挙動が計算で求められる。

そこで前出の σ_{WP} , σ_{TP} , σ_{SP} は各々板面 3 方向の r 値（ r_0 , r_{45} , r_{90} ）と一軸引張り応力 σ_U（ σ_{U0} , σ_{U45} , σ_{U90} ）を使って次のように計算される。

$$\sigma_{WP} = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{(1+r_0)(1+r_{90})}{1+r_0+r_{90}}}\cdot\sigma_{U0} & (0^\circ) \\[2ex] \dfrac{1+r_{45}}{\sqrt{1+2r_{45}}}\cdot\sigma_{U45} & (45^\circ) \\[2ex] \sqrt{\dfrac{(1+r_0)(1+r_{90})}{1+r_0+r_{90}}}\cdot\sigma_{U90} & (90^\circ) \end{cases} \qquad (4.5)$$

$$\sigma_{TP} = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{(1+r_0)(r_0+r_{90})}{r_0(1+r_0+r_{90})}}\cdot\sigma_{U0} & (0^\circ) \\[2ex] \sqrt{\dfrac{2(1+r_{45})}{1+2r_{45}}}\cdot\sigma_{U45} & (45^\circ) \\[2ex] \sqrt{\dfrac{(1+r_{90})(r_0+r_{90})}{r_{90}(1+r_0+r_{90})}}\cdot\sigma_{U90} & (90^\circ) \end{cases} \qquad (4.6)$$

$$\sigma_{SP} = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{r_0(1+r_0)}{(r_0+r_{90})(1+r_0+r_{90})}}\cdot\sigma_{U0} & (0^\circ) \\[2ex] \sqrt{\dfrac{1+r_{45}}{2(1+2r_{45})}}\cdot\sigma_{U45} & (45^\circ) \\[2ex] \sqrt{\dfrac{r_{90}(1+r_{90})}{(r_0+r_{90})(1+r_0+r_{90})}}\cdot\sigma_{U90} & (90^\circ) \end{cases} \qquad (4.7)$$

引張り試験で求めた r 値と，塑性歪 0. 0 8 における σ_U とから計算した， σ_{WP} , σ_{TP} , σ_{SP} を各々図 4. 2 2 ，図 4. 2 3 ，図 4. 2 4 に示した。図 4. 1 8 ，図 4. 1 9 ，図 4. 2 0 の実測結果と比較すると，全体的にながめてわかるように定量的にはもちろんのこと定性的な方向性に関しても実測結果との一致が見られるものはほんのわずかである。これらの計算値は 3 方向の r 値と共に 3 方向の σ_U を使った結果であるが， 1 方向のみの σ_U（たとえば σ_{U0} ）を使っての計算も可能である。しかしその結果は当然のことながらさらに実測値との差が大きくなる。このような不一致の原因の一つは，伸びの小さい材料での r 値の測定精度の問題や， r 値の歪依存性の問

題などが考えられる。しかしながらやはりこれらの材料の降伏曲線が全体的にしろ部分的にしろ，トレスカ型に近い形をしていることが最大の原因であると考える。すなわち式（ 4.4 ）で表わされる降伏曲線は図4.25のように r 値によって決められるある方向に傾いた楕円であり，とても実測した降伏曲線の形を表わし得るものではない。

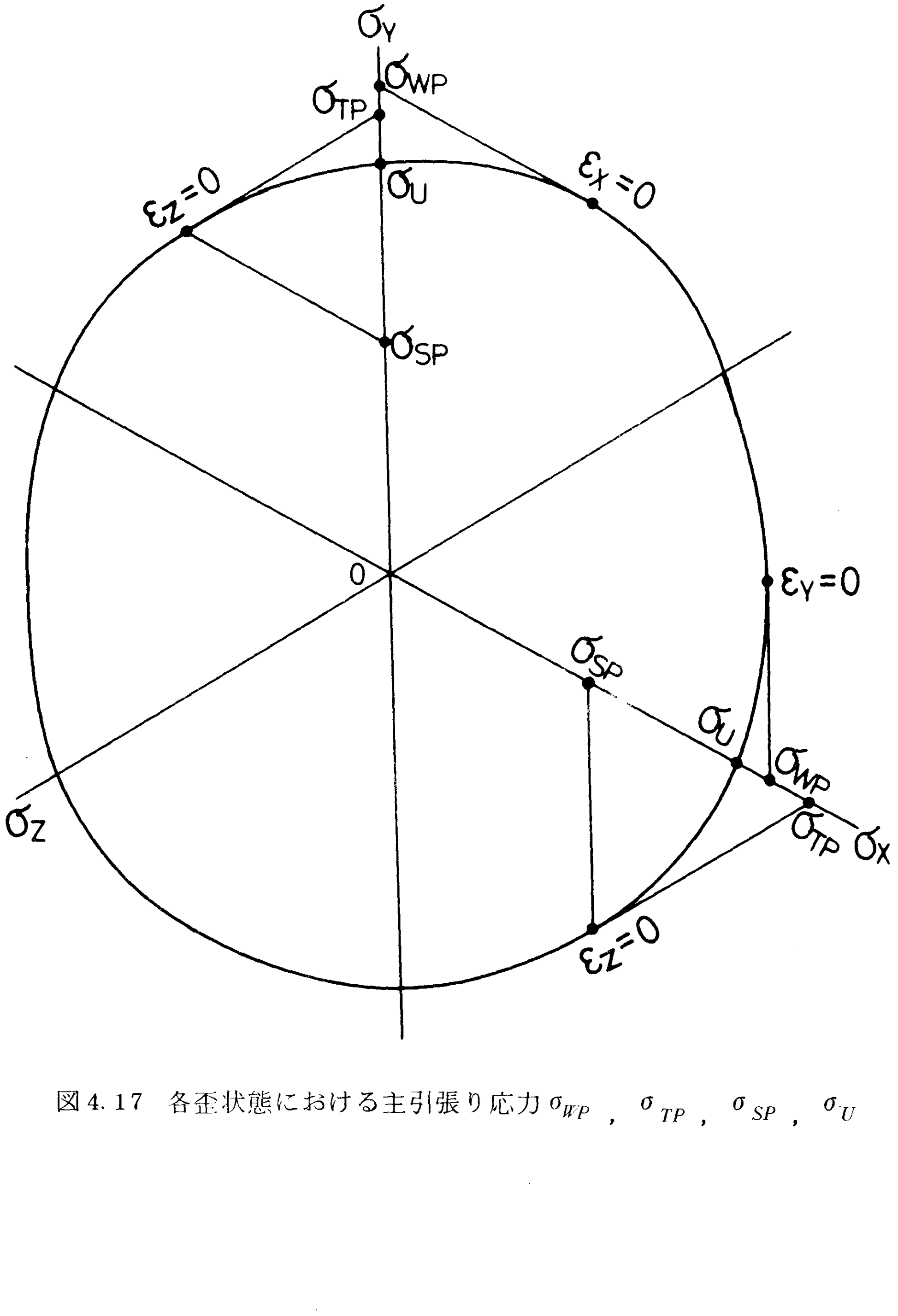


図4.17　各歪状態における主引張り応力 σ_{WP} , σ_{TP} , σ_{SP} , σ_{U}

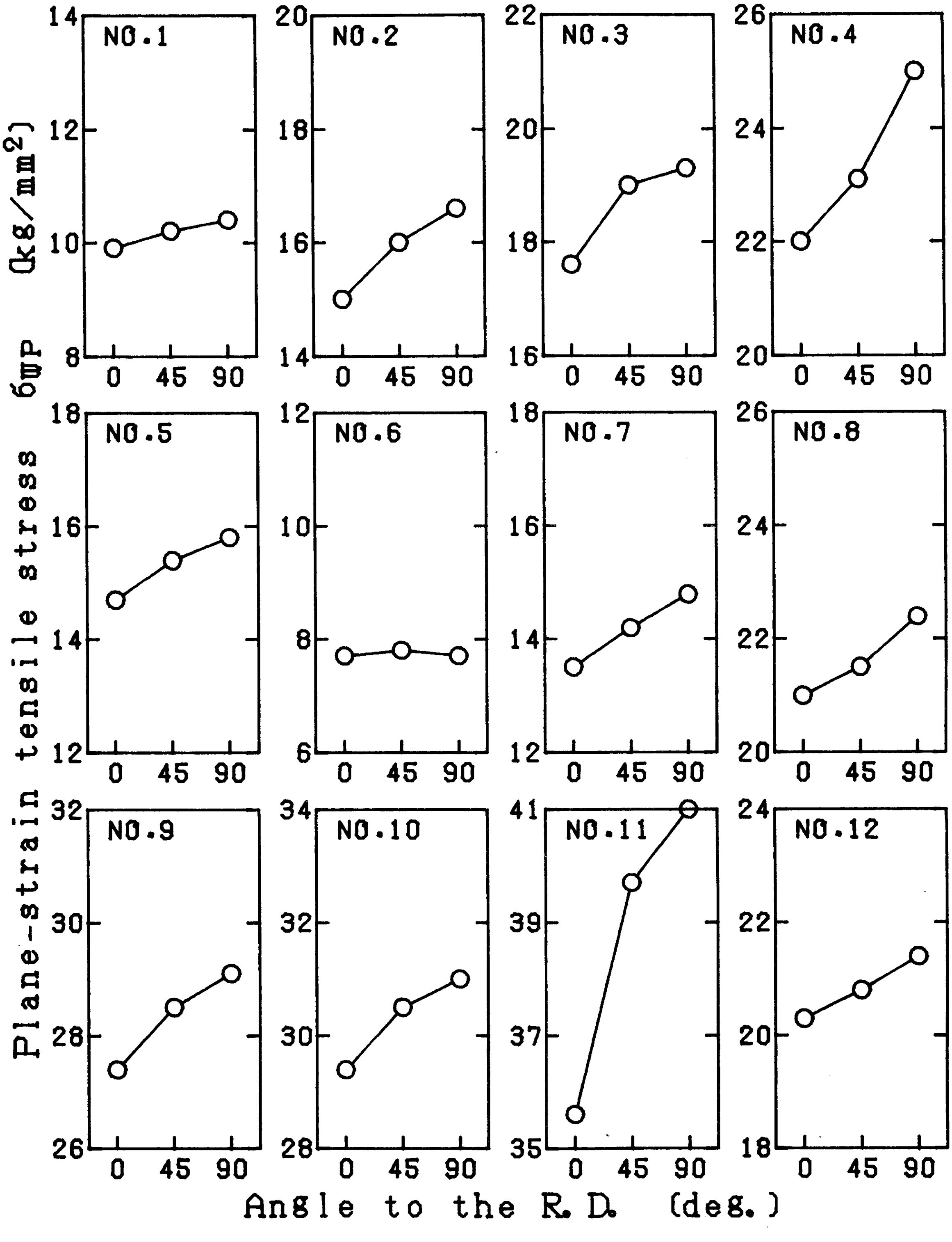


図 4.18 σ_{WP} の方向性

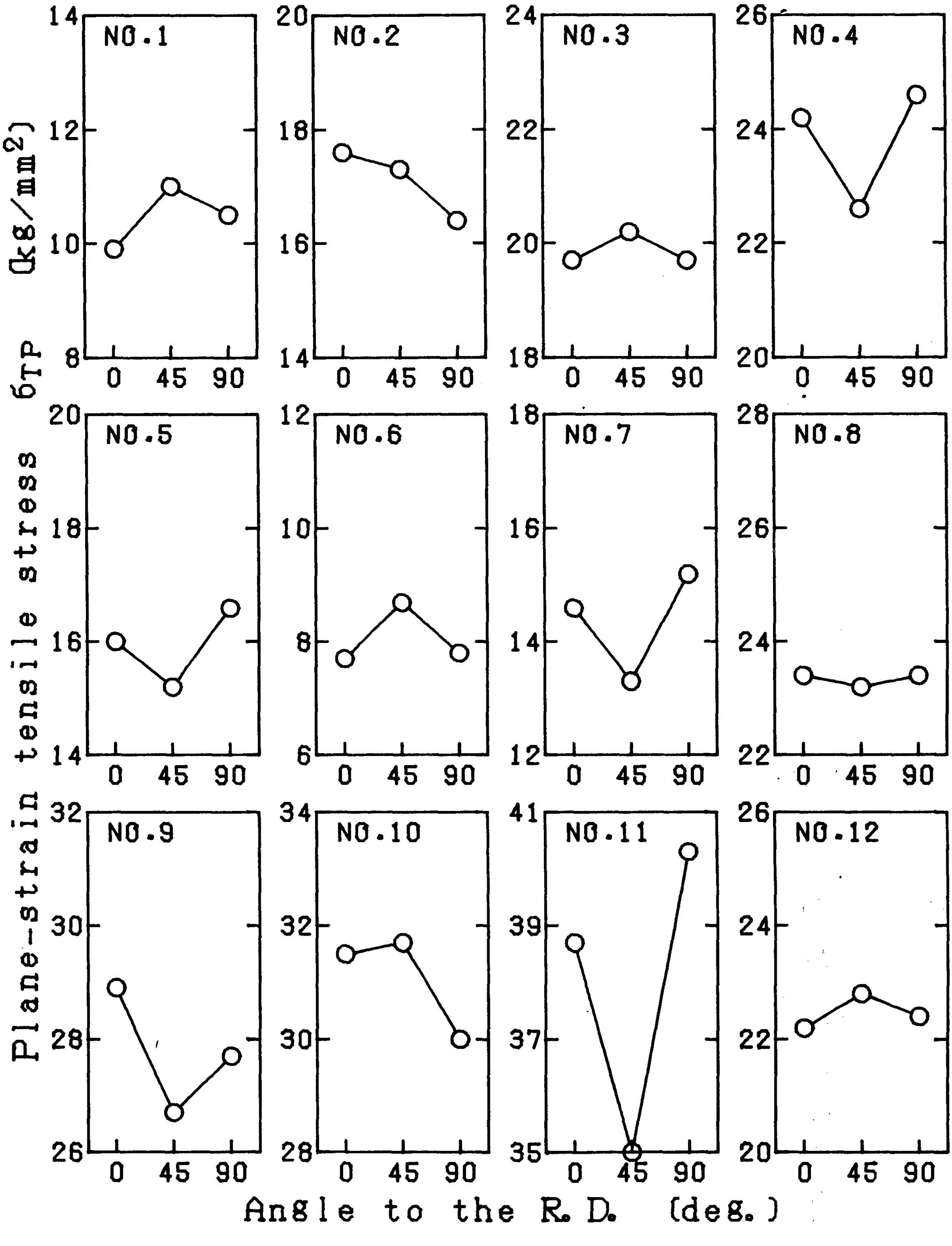


図 4.19 σ_{TP} の方向性

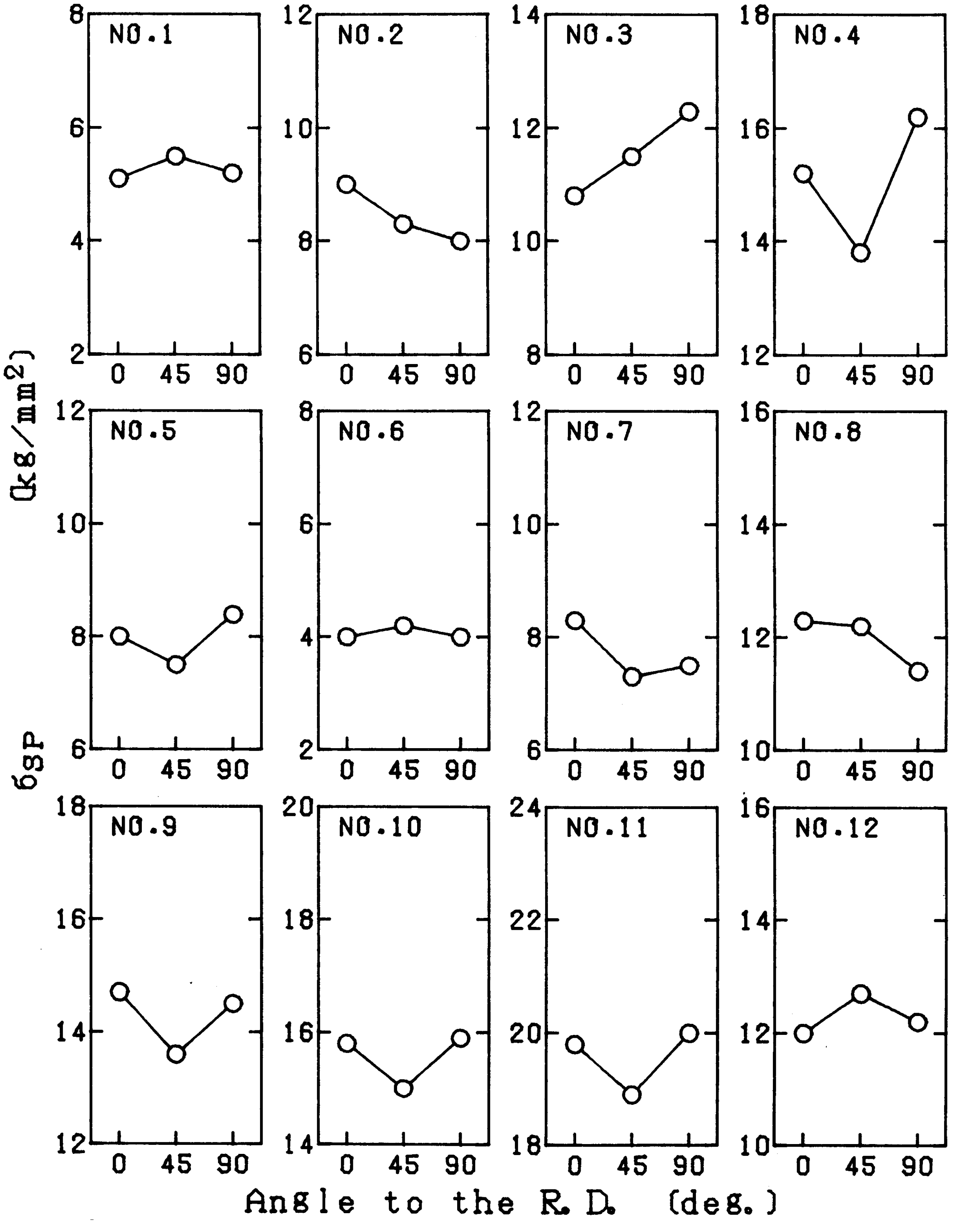


図 4.20　σ_{SP} の方向性

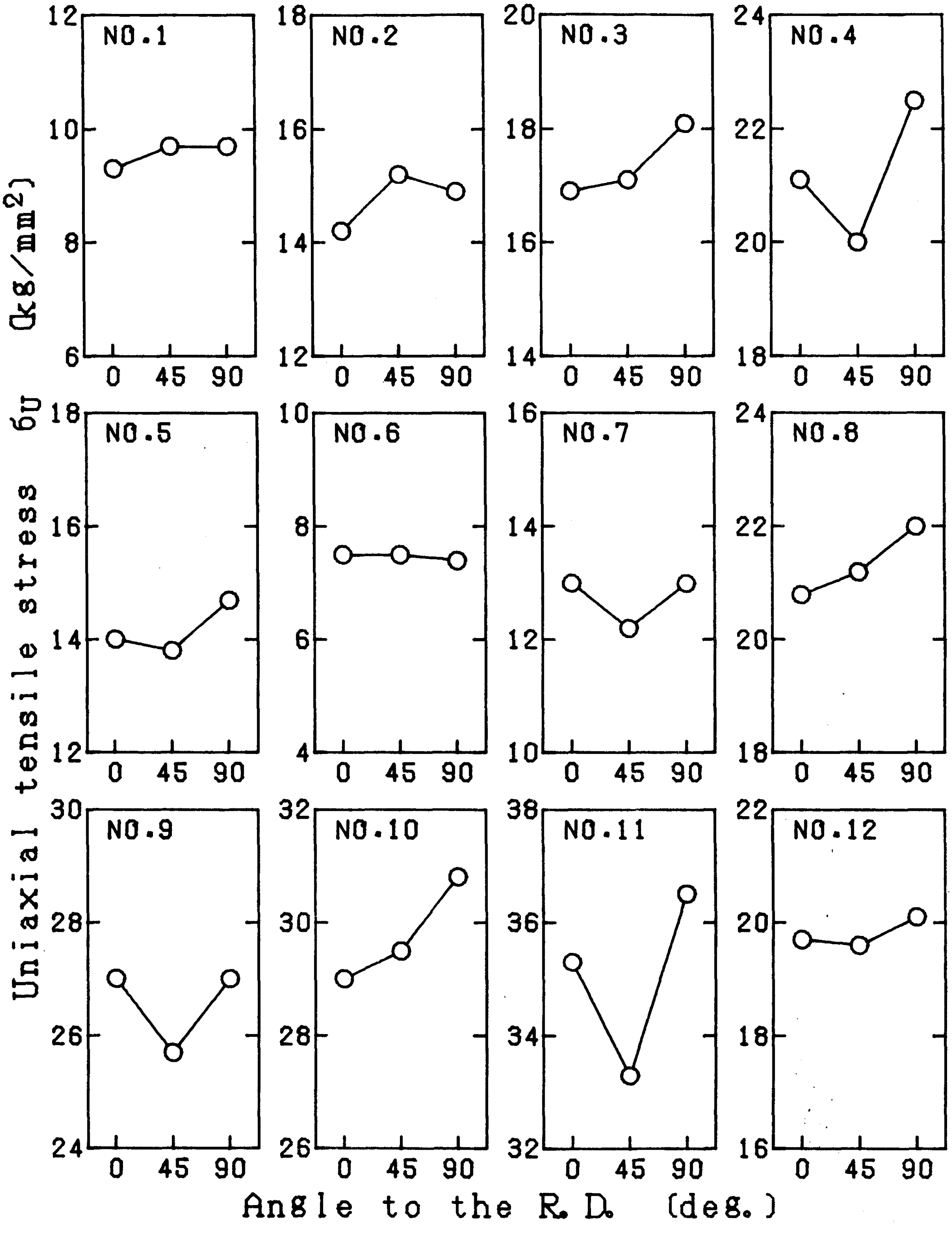


図 4.21　σ_U の方向性

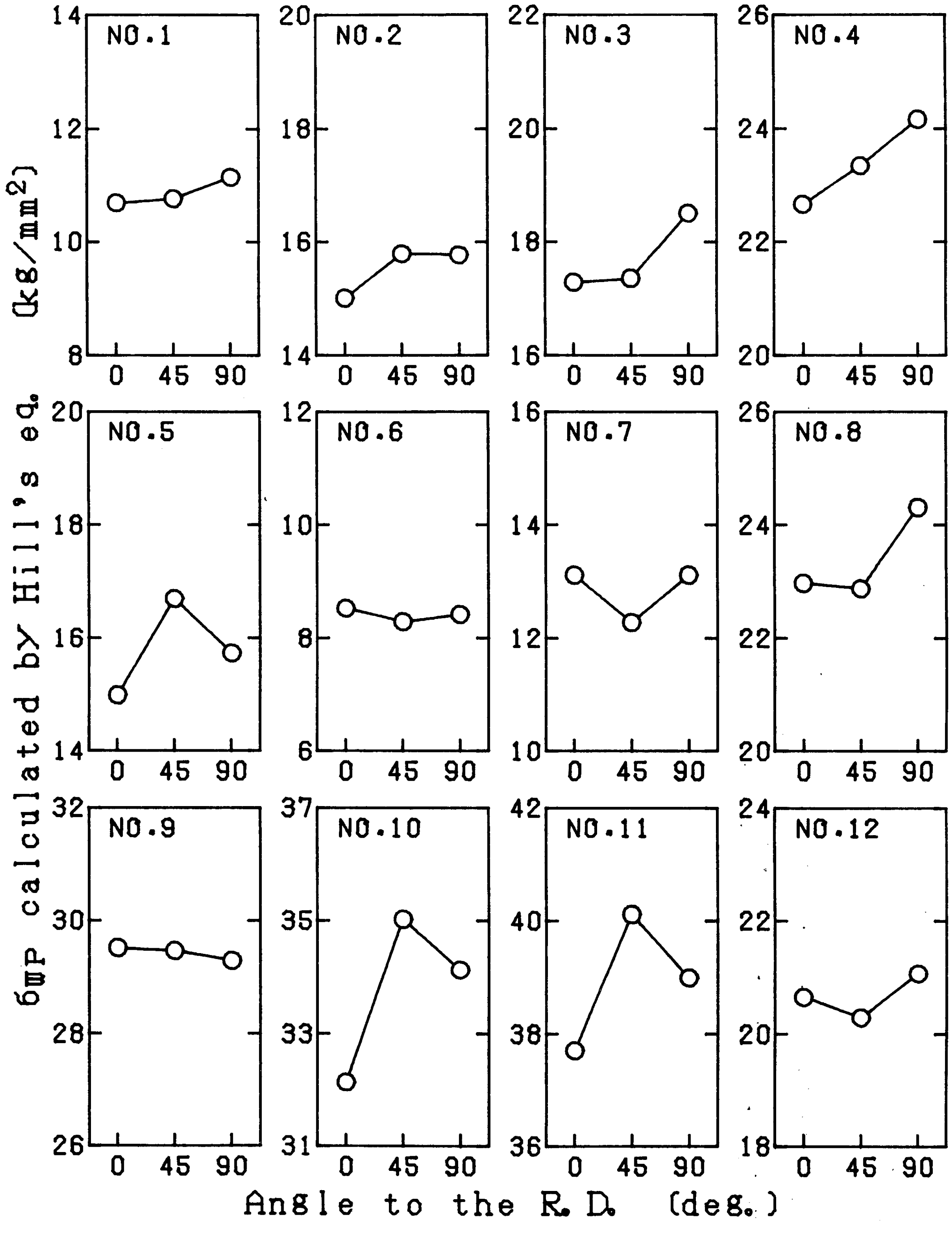


図 4.22 Hill の異方性理論による σ_{WP} の方向性

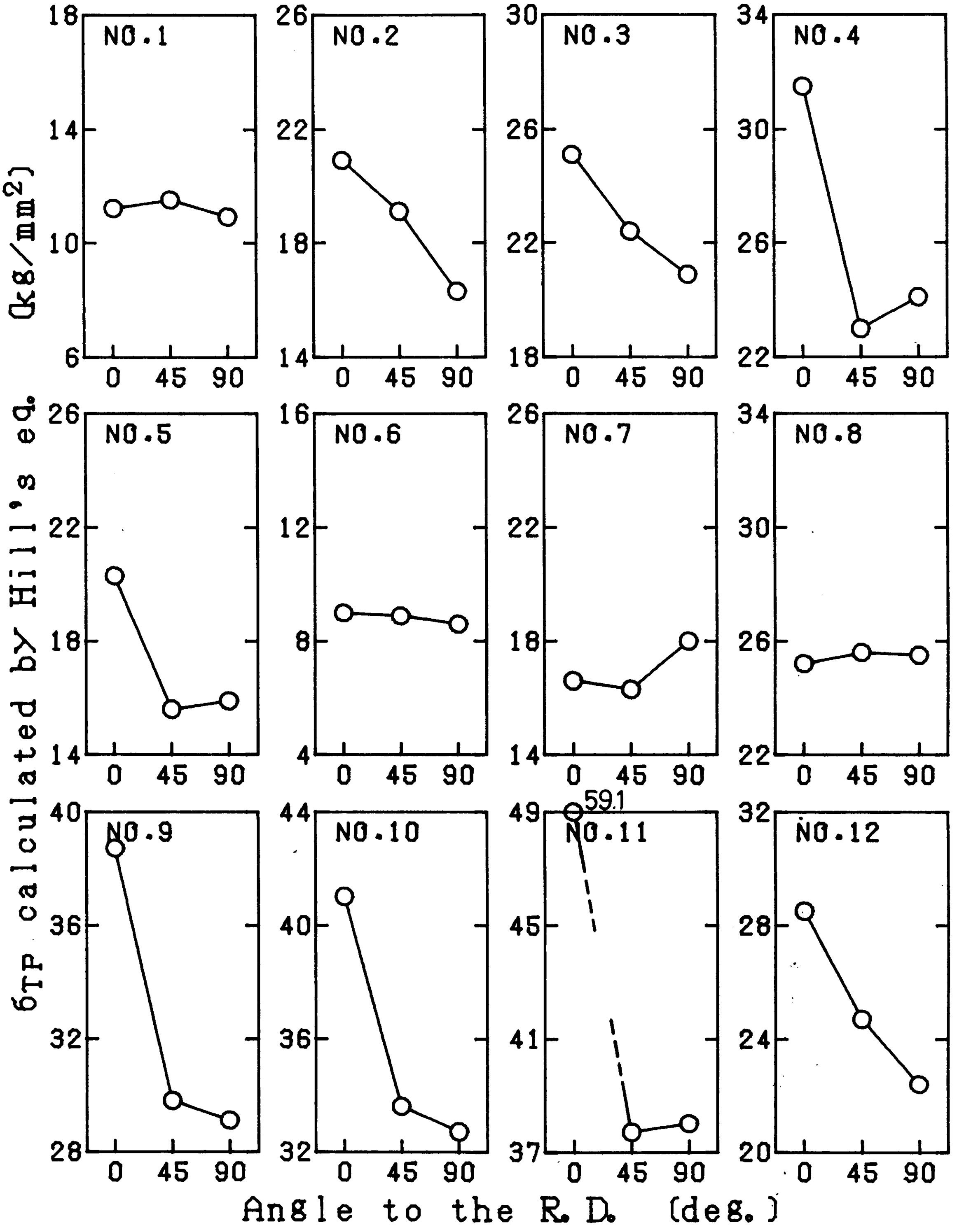


図 4.23 Hill の異方性理論による σ_{TP} の方向性

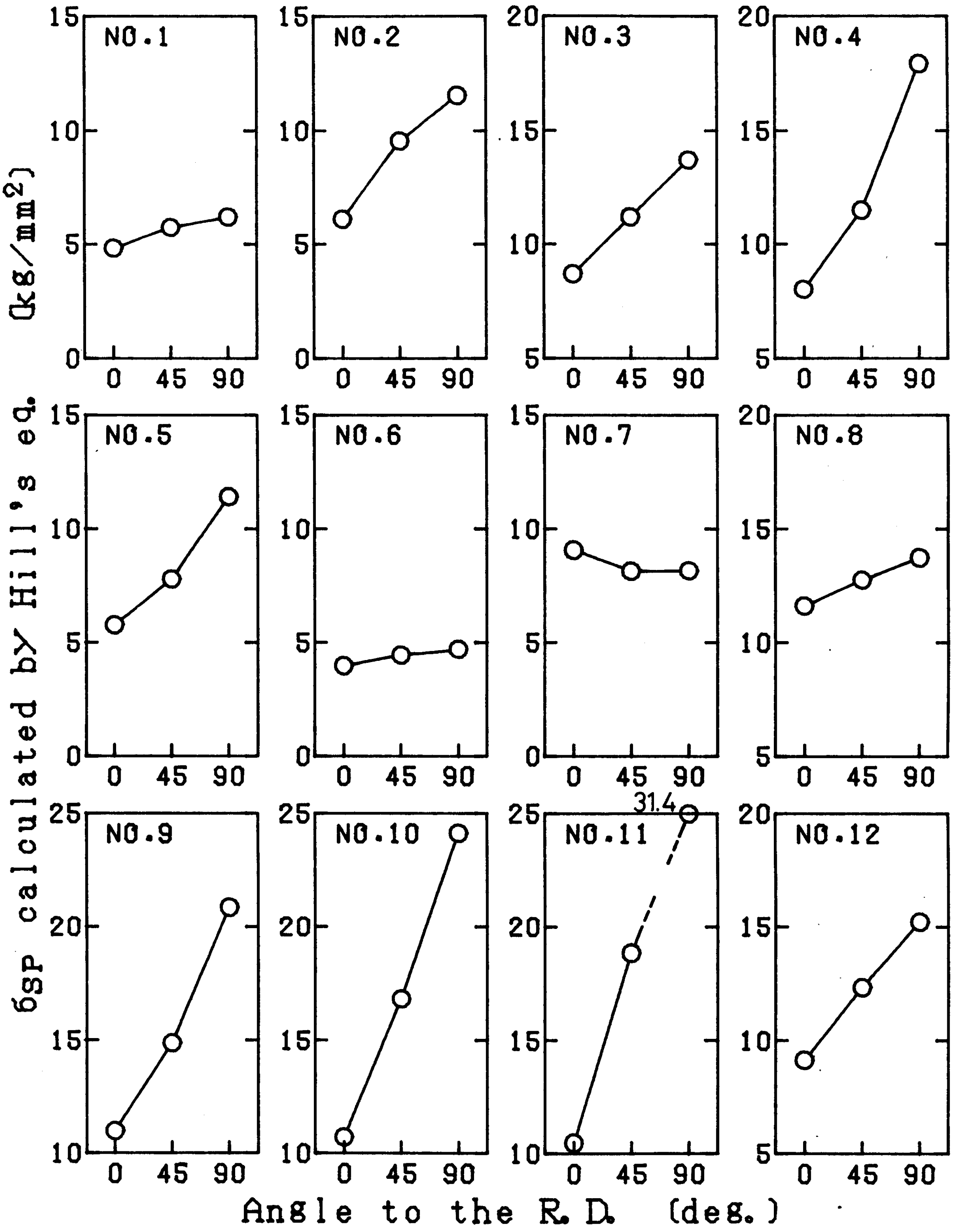


図 4.24　Hill の異方性理論による σ_{SP} の方向性

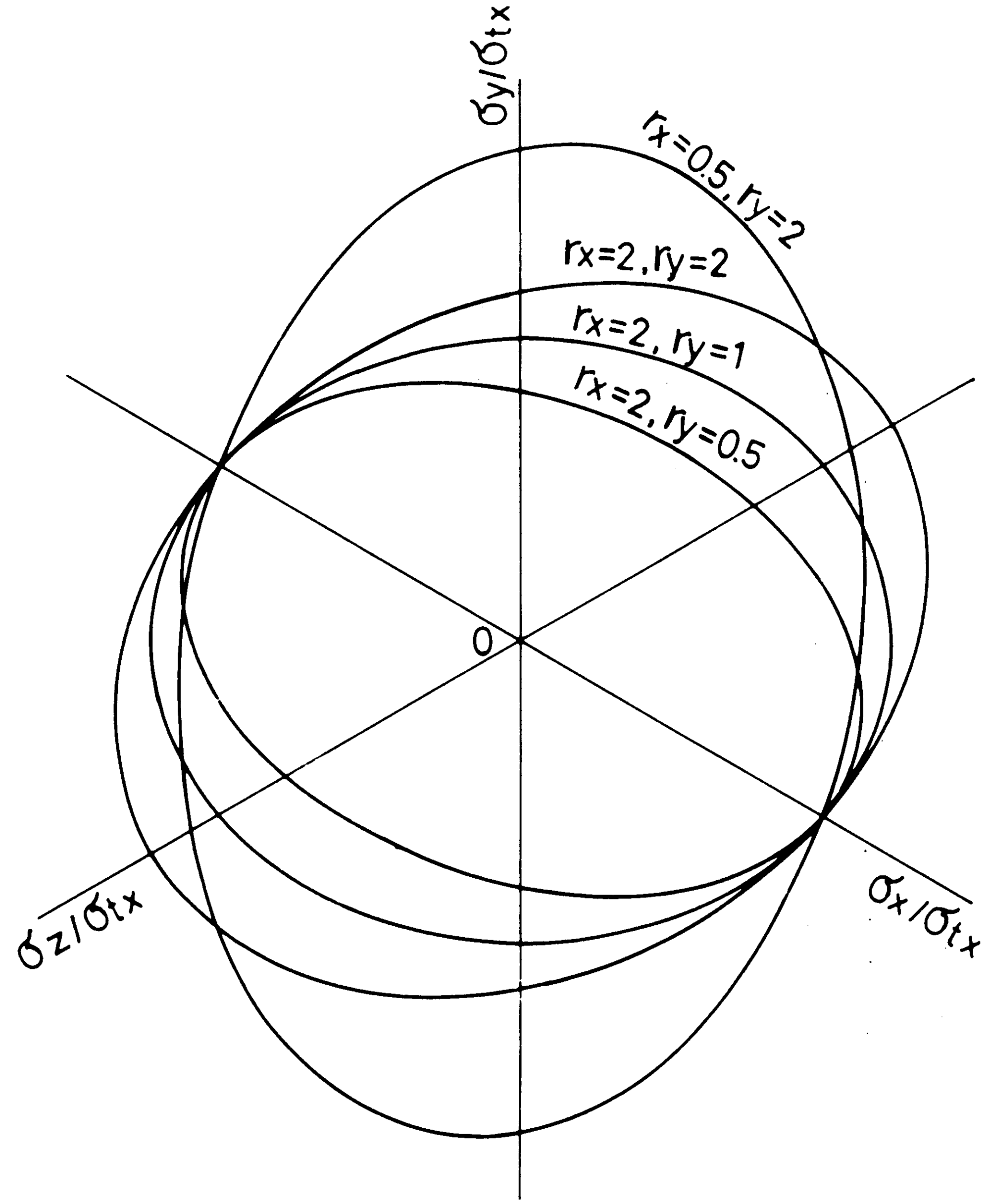


図 4.25　Hillの異方性理論による降伏曲線

4.4 考　察

深絞り時の絞り抵抗の方向による変化及び破断強度に相当する平面歪引張り強さの方向性が，それぞれ前節の σ_{SP} 及び σ_{WP} のそれとよく一致することが確認できた。そこで深絞り限界における破断について図 3.38 あるいは図 3.39 と同様の考察を σ_{SP} と σ_{WP} の方向性から調べてみよう。つまり図 4.26 に σ_{SP} と σ_{WP} を各々割れ方向の値で無次元化して示した。この図においても図 3.38 ，図 3.39 と同様の見方ができることがよくわかる。すなわち，図 4.27 に示した各方向の σ_{WP}/σ_{SP} においてその最小方向と割れ方向とがよく一致している。

一方，図 4.28 に Hill の理論より計算した σ_{WP}/σ_{SP} の方向性を示したが，実測結果とはまったく一致せず，Hill の理論を使って σ_{WP}/σ_{SP} を予測することは不可能であり，従って当然のことながら深絞りでの割れ方向と関係づけることも不可能である。これに対し σ_{SP} にかわって σ_{TP} に対する σ_{WP} の比 σ_{WP}/σ_{TP} について，図 4.29 に実測結果を，図 4.30 に r 値から Hill の式により計算した結果を示した。今までに検討してきた各種の値に比べて比較的両者の方向性が一致する材料の多いことがわかる。そしてそれらの材料では r 値そのものの方向性ともほぼ一致している。そこで改めて降伏曲線の上で r 値，σ_{WP}，σ_{TP} の意味を考えてみると，r 値は引張り軸における降伏曲線の接線の勾配であり，σ_{WP} と σ_{TP} はその両側における降伏曲線のふくらみ具合を表わす値である。従って降伏曲線がいずれの場所でも外に凸である以上，σ_{WP}/σ_{TP} の比と r 値とがよく似た傾向になることは納得できる。

これまでにも二，三ケ所で議論したように Hill の理論による降伏曲線はあくまでその形が楕円であり，その仮定のもとで r 値を使って平面歪変形応力である σ_{WP}，σ_{SP}，σ_{TP} などを計算することができる。従って降伏曲線そのものが楕円とは大きくかけはなれる材料についてはその理論はまったく無意味となる。しかしながら供試材料のようなトレスカ型の降伏曲線においても，図 4.25 に示したような r 値による降伏曲線の変化はやはり見られること，つまり r 値や σ_{WP}/σ_{TP} の値が降伏曲線の大まかな傾き具合を表わし得ることから，トレスカ型であっても楕円のようなミーゼス型であっても，r 値と σ_{WP}/σ_{TP} との間には弱いながらも正相関関係があると言えよう。

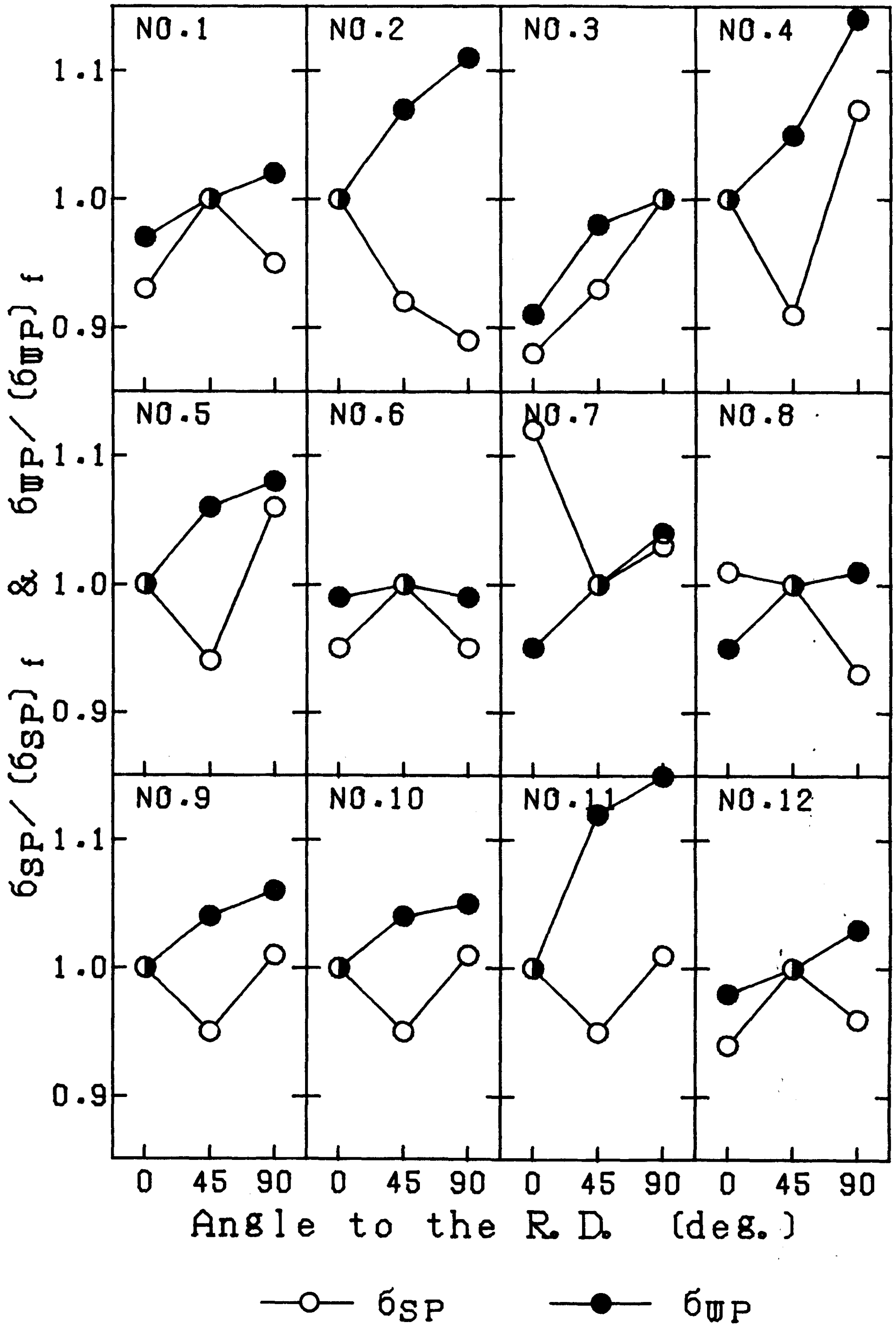


図 4.26 各方向の σ_{SP} と σ_{WP} による深絞り割れ方向の予測

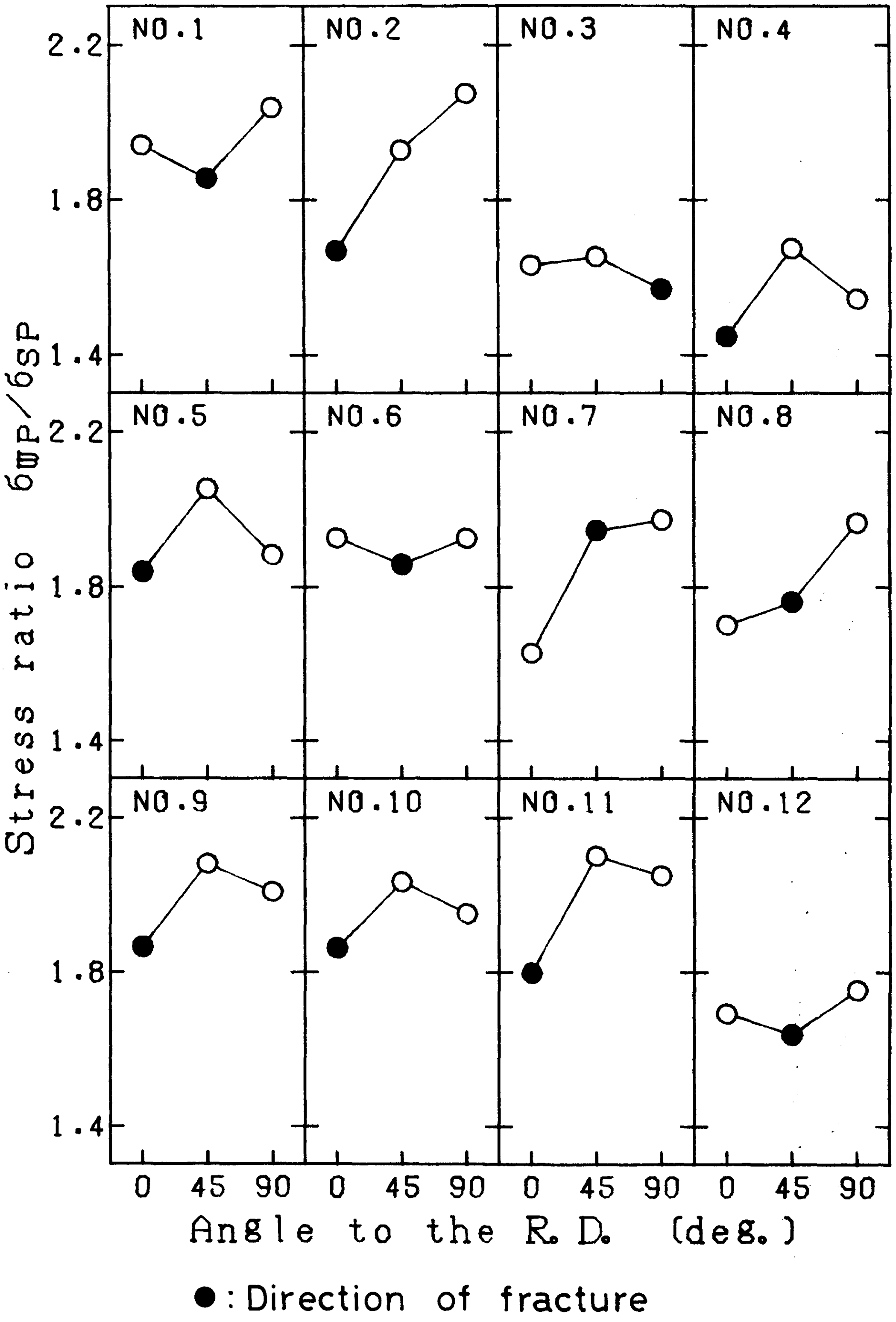


図 4.27 σ_{WP} ／ σ_{SP} の方向性

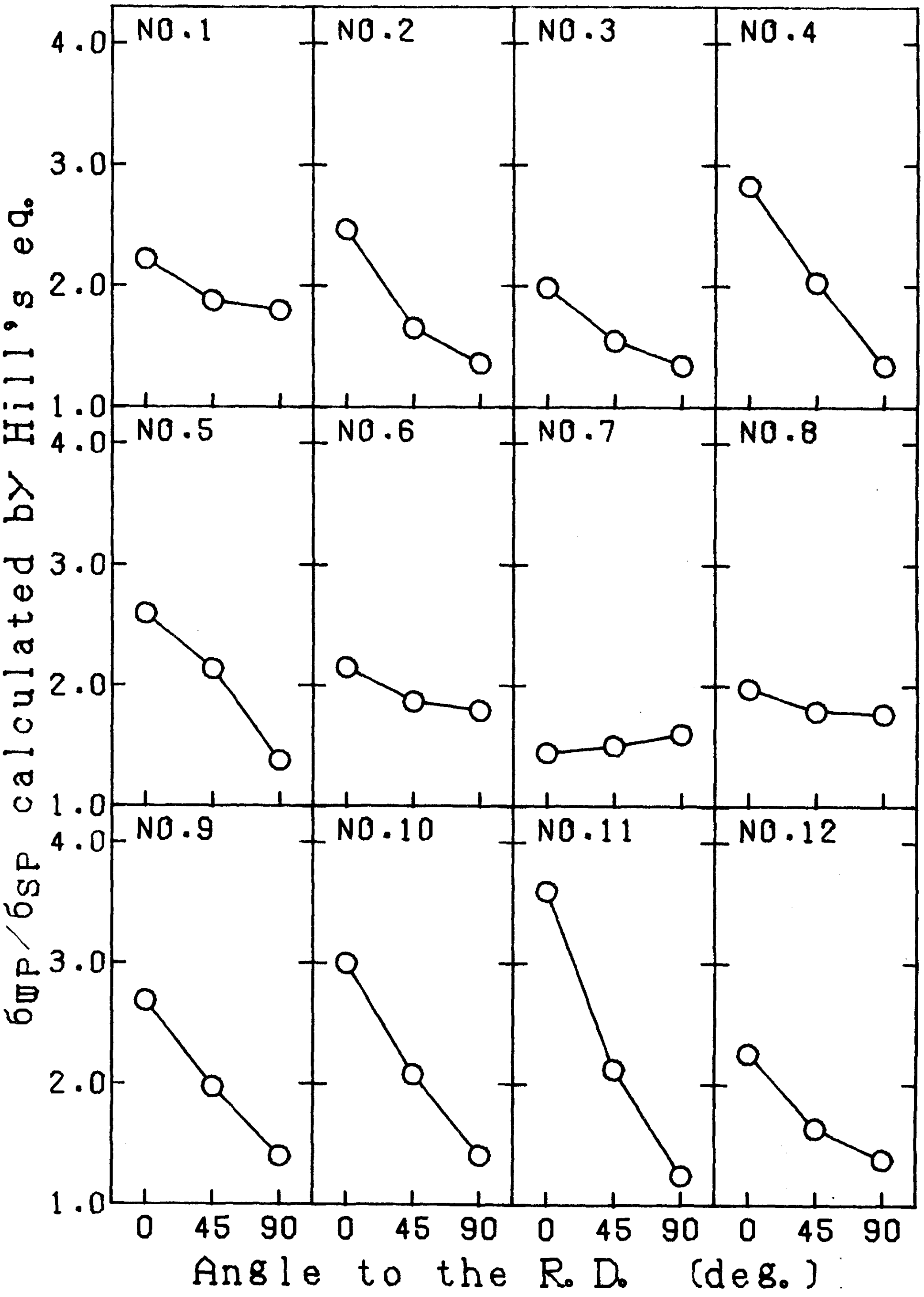


図 4.28 Hill の異方性理論による σ_{WP} ／ σ_{SP} の方向性

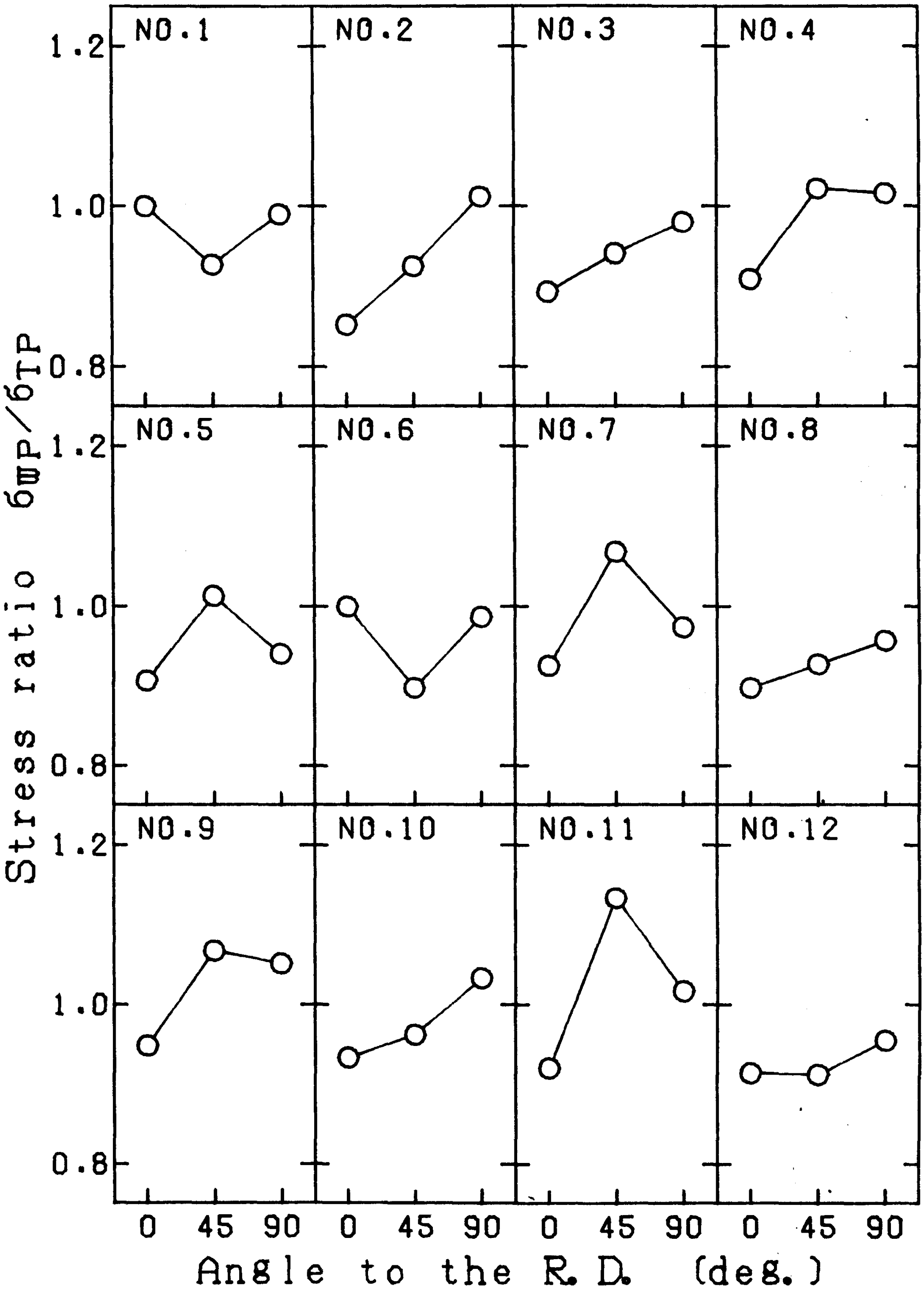


図 4.29 σ_{WP} ／ σ_{TP} の方向性

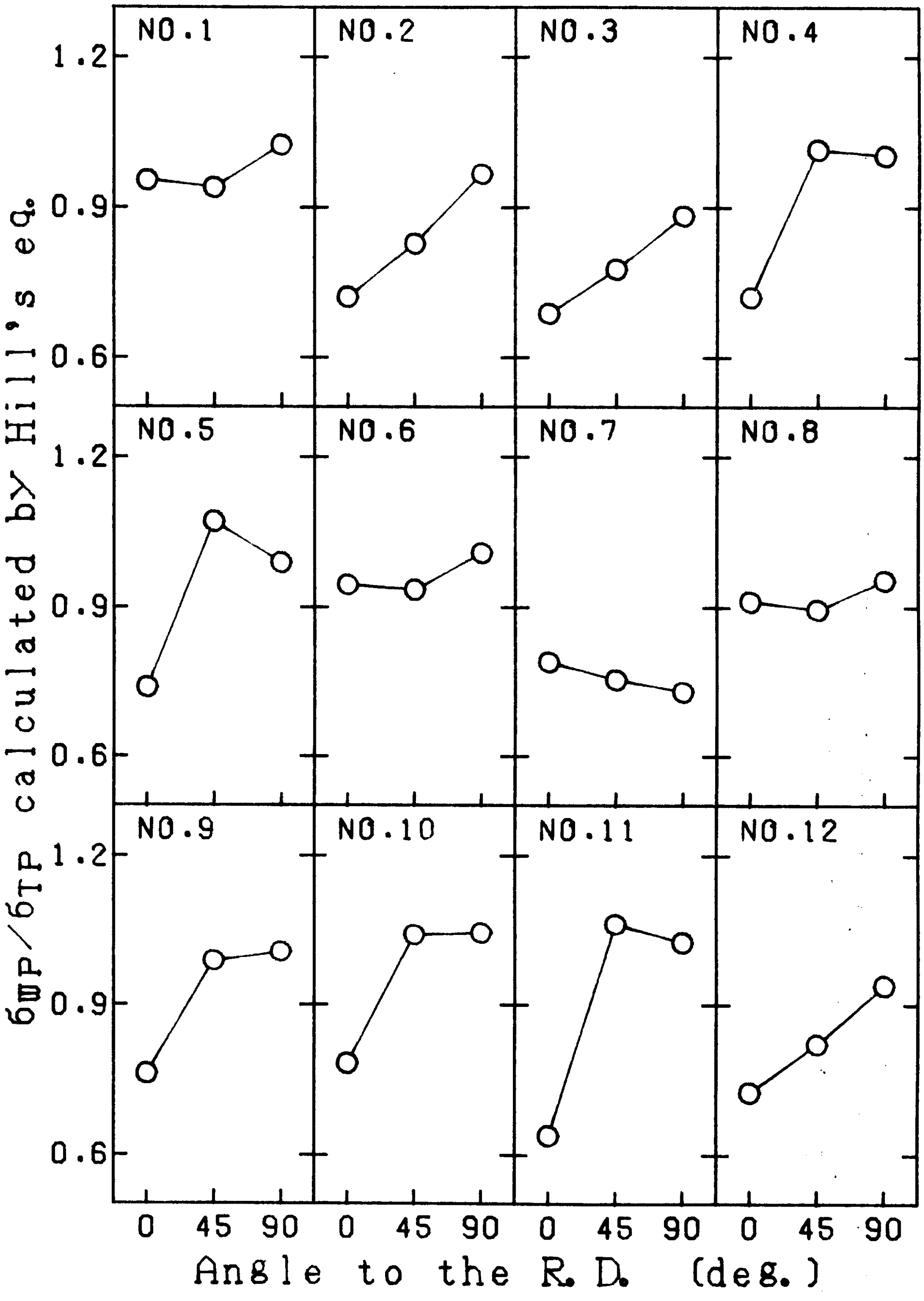


図 4.30　Hill の異方性理論による σ_{WP} ／ σ_{TP} の方向性

4.5 要　約

供試材料の降伏曲線を実測し，さらに平面歪変形時の応力の方向性について検討をした結果，明らかになったことをまとめると次のようである。

1) アルミニウム薄板の完全焼鈍材の降伏曲線はほぼ正6角形に近いトレスカ型である。

2) 圧延加工材及び熱処理材の$\theta = 0°$における降伏曲線では，圧延変形応力ベクトル方向に垂直な方向に過剰硬化が見られ，その付近で少し丸くなるが，やはりトレスカ型の降伏曲線である。

3) $\theta = 45°$の降伏曲線では強圧延材及び強圧延後熱処理を受けた材料はσ_Z軸に垂直な方向に短く，他はその方向に長い形となる。

4) 板面内の引張りに対し幅方向歪あるいは板厚方向歪を拘束した平面歪引張り変形における主引張り応力（σ_{WP}，σ_{TP}），板面内純粋せん断変形における引張り応力（σ_{SP}）そして一軸引張り応力（σ_U）は各々独自の方向性を示し，それらをHillの理論を使って予測することは不可能である。

5) σ_{SP}の方向性と絞り抵抗の方向性及びσ_{WP}の方向性と平面歪引張り強さの方向性とは各々ほぼ一致する。

6) 従って板面内でσ_{WP}/σ_{SP}が最小になる方向と深絞り時のポンチプロフィル部破断の生ずる方向とがよく一致する。

7) このσ_{WP}/σ_{SP}の方向性もHillの理論を使って予測することはできない。しかしσ_{WP}/σ_{TP}の方向性については他の値に比べ，Hillの理論による計算結果が実測結果とよく似ており，r値とσ_{WP}/σ_{TP}の値との正相関関係が予想される。

第5章　変形挙動の三次元結晶方位解析

5.1 緒　言

薄板材料のもつ異方性の要因の一つとして集合組織が考えられていることは周知の事実である。板の製造中に生ずる集合組織と異方性との関係は，特に薄鋼板を中心に古くから研究が行なわれており，引張り試験におけるr値や深絞り容器の耳形状など，歪の異方性に及ぼす集合組織の影響についてはかなり解明されている。ところが，歪の異方性に影響があれば，当然応力の異方性にもある程度の影響が考えられる。近年コンピュータの進歩に伴って集合組織の三次元方位解析の方法が普及して，集合組織を定量的に扱えるようになり，その結果三次元結晶方位分布関数を使って変形異方性を計算する手法[39)]や計算例[40),41)]など，定量的な検討を行なった論文も見られる。しかしながら，これまでは薄鋼板についてr値や弾性係数を計算している程度で，それ以外の機械的性質を系統的に計算したり，実測値との比較検討を行なった研究は極めて少ない。そして特に非鉄材料については，集合組織の測定さえ三次元方位解析を行なった例[42),43)]は少なく，その異方性との関係については優先方位から定性的に予測している[44)]のが現状である。

そこで本章では，前章までの種々の実験事実，特に降伏曲線の形や各応力の方向性に及ぼす集合組織の影響を検討するため，板のもつ集合組織を測定し，それを基にして三次元結晶方位分布関数及び結晶塑性理論を用いて，機械的性質の理論計算を試みた。

5.2　実験及び計算の手順

図 5. 1 は集合組織の測定から三次元結晶方位分布関数の解析，そして機械的性質の計算まで，本研究における処理の手順を示したものである。記録計出力のみを有するX線回折装置を使って集合組織を測定するに際し，マイクロコンピュータ及びその周辺機器を組合せて，大型計算機による計算処理が可能な，磁気ディスクあるいは紙テープにデータを出力させる。尚，測定中常に記録計及びキャラクタ・ディスプレイによって採取データのモニターを行ない，異常採取の有無を監視する。

磁気ディスクに保存されたデータはカードデータに変換され，以後の大型計算機での処理に移される。そこでは，測定値の補正，三次元分布関数の展開・合成，反転極点図の展開・合成，降伏応力の計算など一連の計算処理，及び正極点図，反転極点図，三次元方位分布図，降伏曲線などの作画までの自動処理を行なう。

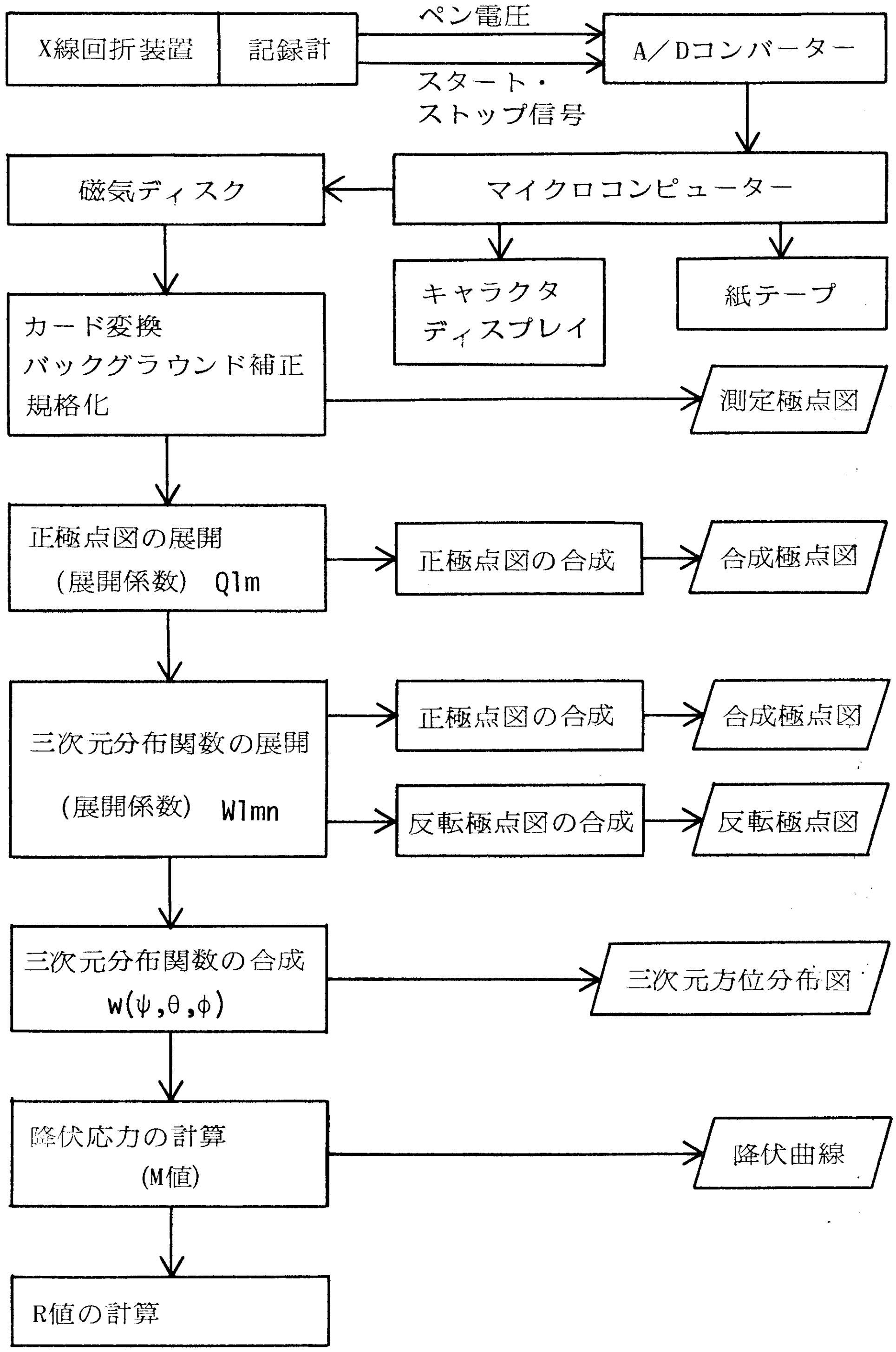


図 5. 1　集合組織の測定から機械的性質の理論計算までの流れ

5.3　集合組織の測定

5.3.1　正　極　点　図

薄板の正極点図の測定には，一般に板面に平行に採取した極薄試料を用い，透過法と反射法を組合せて全範囲の測定が行なわれている。図5.2はそのような方法で測定した1100－H18板の表面と板厚中央面の（200）正極点図であるが，試料の採取位置により極点図に差が認められる。すなわちこの方法では，透過・反射両法の接点で強度換算が必要であるのと同時に，板厚方向位置で集合組織に差がある場合は試料の採取位置により測定結果が異なるという不利がある。

本研究では，集合組織を基に巨視的な性質を議論するのが目的であり，従って板厚全体の平均的集合組織の測定されることが望ましい。そのためここでは，Schulz の反射法のみを使用して全範囲正極点図が得られる Lopata ら[45]の方法を用いた。図5.3は試料と正極点図との関係であり，この方法では4分の1象限しか測定できないが，図5.2のように圧延板はかなり対称性のよい集合組織を持つので，ほとんどの場合これで充分である。実際に使用する測定用試料の作成は，図5.4に示すように圧延方向に対して45°の長方形板をアラルダイトで接着して直方体とし，それから板面と54.74°の面で厚さ約5㎜の試片を切り出す。（実際には50°～60°の範囲で切り出して，あとで切り出し角度を測定すれば良い。）その試片をエポキシ樹脂でX線装置の試料保持台に合った形（例えば円形）に埋め込み，その後切断加工層を除去するためエメリーペーパーとバフ研磨で表面を磨き，さらに10％フッ酸で約5分間化学研磨をして試料とした。

（111），（200），（220）の3つの正極点図を，（α，β）各々5°おきに回折強度（Mo－Kα線源，Zrフィルター）を測定し，バックグラウンド補正及びランダムな場合を単位として表わすための規格化を行なった。

図5.5から図5.16は測定した正極点図であり，等密度線の間隔は0.5（ランダム強度の0.5倍）である。圧延加工材のH14，H16では，たとえば（124）〔$21\bar{1}$〕あるいは（123）〔$63\bar{4}$〕といったいわゆるS－方位と呼ばれている付近への集積と，（100）〔001〕の立方体方位への集積とが混在している。一方H18では，立方体方位はほとんど無くなり，S－方位を中心として（112）〔$11\bar{1}$〕あるいは（011）〔$21\bar{1}$〕へ広がる圧延集合組織の鋭い集積が見られる。完全焼鈍材のO材では，立方体方位付近への集積が最も強いようであるが，純アルミニウムでは圧延集合組織の残存もかなり見られる。また部分焼鈍材について，1100－H24は1100－H18とほとんど同じで，O材のような再結晶集合組織への移動は見られない。5052－H22では多少（100）〔001〕付近への集積が見られるものの，やはり圧延集合組織の残存が大部分である。最後に安定化処理をしたものについて見ると，処理前の集合組織そのものははっきりとはわからないが，1100の圧延集合組織を参考にすれば，安定

化処理による集合組織の変化はあまり無く，圧延集合組織がそのまま残存しているように思われる。以上，正極点図をながめた範囲では，今までの研究[46)〜50)]で確認されていた集合組織とほぼ同様のものが認められる。しかしながら，個々の集合組織の分離や各々の存在密度などの細かい分析は極めて難かしい。

5.3.2　三次元結晶方位分布

試料に固定した座標系と結晶に固定した座標系との相対方位関係をオイラー角ψ，θ，φで表わすと，結晶の三次元方位分布はこれらの関数$w(\psi,\theta,\varphi)$として表わされ，かつこの関数は

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} w(\psi,\theta,\varphi)\sin\theta\, d\theta\, d\psi\, d\varphi = 1 \qquad (5.1)$$

と規格化すれば方位密度として表現できる。そこで測定した3つの正極点図を基に，Bunge[51)]，Roe[52)]らの級数展開法によりこの三次元結晶方位分布関数を解析した。[53),54)]

測定した極点図（任意に付けた番号をjとする）は逆格子ベクトルの方位分布を示す関数で，このベクトルの方位を試料に固定した座標系における緯角χ，経角ηによって表わせば，極点図は極密度分布関数$q_j(\chi,\eta)$，$(0\leq\chi\leq\pi,\ 0\leq\eta\leq 2\pi)$で表わされる。この関数は球面関数であり球面調和関数によって次のように級数展開することができる。

$$q_j(\chi,\eta) = \sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell} Q_{\ell m}^{j} P_{\ell m}(\cos\chi)\, e^{-im\eta} \qquad (5.2)$$

ここで$P_{\ell m}$はLegendreの陪関数である。式（5.2）において極密度分布関数$q_j(\chi,\eta)$の値に応じて変化するのは展開係数$Q_{\ell m}^{j}$のみであり，従って極点図に表示されている結晶方位分布に関する情報は全て$Q_{\ell m}^{j}$に含まれる。そこで展開係数$Q_{\ell m}^{j}$は測定極点図より次式によって求められる。

$$Q_{\ell m}^{j} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} q_j(\chi,\eta)\, P_{\ell m}(\cos\chi)\, e^{im\eta}\sin\chi\, d\chi\, d\eta \qquad (5.3)$$

また式（5.2）と同様に分布関数も球面調和関数によって次のように展開する。

$$w(\psi,\theta,\varphi) = \sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\sum_{n=-\ell}^{\ell} W_{\ell mn}\, Z_{\ell mn}(\cos\theta)\, e^{-im\varphi}\, e^{-im\psi} \qquad (5.4)$$

ここで$Z_{\ell mn}$は重み関数を考慮したJacobiの多項式である。つまり式（5.2）と同様，展開係数$W_{\ell mn}$が決定されれば三次元結晶方位分布関数$w(\psi,\theta,\varphi)$を求めることができるわけで，測定極点図からこの$W_{\ell mn}$を決定することになり，$Q_{\ell m}^{j}$と$W_{\ell mn}$とは次式で関係づけ

られる。

$$Q_{\ell m}^{j} = 2\pi\sqrt{2/(2\ell+1)}\sum_{n=-\ell}^{\ell} W_{\ell mn}\, P_{\ell n}(\cos\Theta_j)\, e^{-in\Phi_j} \qquad (5.5)$$

但し Θ_j，Φ_j は，試料座標系に対し緯角 χ，経角 η に方位している逆格子ベクトルの結晶座標系（試料座標系に対し ψ，θ，φ なる回転関係にある）に対する緯角と経角である。すなわち，三次元結晶方位分布関数 $w(\psi, \theta, \varphi)$ は極点図を基に式（5.3）から求めた $Q_{\ell m}^{j}$ を式（5.5）に代入し，得られた $W_{\ell mn}$ を式（5.4）に代入して求めることができる。実際には立方晶の持つ対称性と，圧延加工の持つ対称性とにより，$\ell=22$ では２種類の極点図のみから解析が可能であり，本研究では３種類の極点図から最小二乗法によって２２次までの展開係数 $Q_{\ell m}^{j}$ 及び $W_{\ell mn}$ を求めた。

式（5.4）で計算される $w(\psi, \theta, \varphi)$ は，立方晶系では $0 \leq \psi, \theta, \varphi \leq \pi/2$ の範囲で計算すればあらゆる結晶方位の密度分布を解析表示できる。ここでは ψ，θ，φ いずれも 5° 間隔で計算し，φ ＝一定の断面で図示する。

式（5.3）で求めた $Q_{\ell m}^{j}$ から逆に式（5.2）を使って正極点図を合成することができ，また $W_{\ell mn}$ からも逆に式（5.5）と式（5.2）を使って正極点図を合成することができる。図5.17，図5.18にそれらの合成極点図を示す。この試料は比較的集積度の鋭い集合組織を持つ材料であるが，測定極点図との一致は良く，測定のピッチや展開次数はほぼ妥当なものであり，この解析は信用できるものであると考える。

図5.19から図5.30に供試材料の結晶方位分布を示す。図はオイラー角（ψ，θ，φ）の $\varphi = 5^\circ$ おきの断面図で，各々縦軸下向きに ψ を，横軸右向きに θ をとり，等密度線の間隔は２（ランダム強度の２倍）である。また表5.1に主な優先方位のオイラー角を示してある。まず圧延加工材について検討すると，H14とH16では立方体方位と圧延集合組織とによる２本のスケルトンの存在がはっきりわかる。そして1100では圧延集合組織の方が高密度であるが，5005では立方体方位の方が高密度であり，Al－Mg 合金の立方体方位は純アルミニウムに比べ安定であるようにも思われる。また圧延集合組織の内では，いずれも $\varphi = \psi = \theta = 25 \sim 30^\circ$ 付近及び $\varphi = 60^\circ \sim 65^\circ$，$\psi = 30^\circ \sim 35^\circ$，$\theta = 75^\circ \sim 85^\circ$ あるいは $\varphi = 70^\circ \sim 75^\circ$，$\psi = \theta = 60^\circ \sim 65^\circ$ 付近に最大密度が見られ，S－方位が主流であることがわかる。一方H18では立方体方位はほとんど無く，(112)〔$11\bar{1}$〕から(011)〔$21\bar{1}$〕へとつながる圧延集合組織によるスケルトンが１本見られるだけである。そして最高密度はやはりS－方位付近であるが，H14，H16に比らべ(011)〔$21\bar{1}$〕の方へずれており，また(112)〔$11\bar{1}$〕より(011)〔$21\bar{1}$〕の方が高密度であって，強圧延によって集合組織が合金型へ移動する様子がうかがえる。次に完全焼鈍材について，純アルミニウムでは立方体方位と圧延集合組織との２本のスケルトンが見られるが，その主流は立方体方位であり，圧延集合組織では(011)〔$21\bar{1}$〕

はまったく無く，(112)〔11$\bar{1}$〕からS－方位にかけての集積であることがわかる。つまり圧延集合組織の内特に(011)〔21$\bar{1}$〕付近の方位が再結晶組織の(100)〔001〕に移動したと考えられ，(112)〔11$\bar{1}$〕方位は比較的安定であると思われる。一方5052－Oではそのほとんどが立方体方位であり，圧延集合組織では(011)〔21$\bar{1}$〕付近にその残存が認められる。つまりAl－Mg 合金では圧延集合組織の大部分が再結晶組織となるが，その内でも純アルミニウムとは逆に(011)〔21$\bar{1}$〕の方が(112)〔11$\bar{1}$〕より安定であると思われる。部分焼鈍材については，まずH24ではそのスケルトンの形はH18とほとんど同じで，集合組織の変化はあまり認められないが，H18でわずかに認められた立方体方位付近への集積がほとんど無くなっており，その分S－方位付近の集積密度がわずかに高くなっていて，部分焼鈍ではむしろ圧延集合組織がさらに鋭くなる傾向が見られる。　5052－H22もやはり圧延集合組織によるほぼ1本のスケルトンであるが，その集積は(011)〔21$\bar{1}$〕に近いほど高密度であり，部分焼鈍では圧延集合組織があまり変化しないと考えると，Al－Mg 合金では(011)〔21$\bar{1}$〕が圧延集合組織の主流であると考えられる。最後に安定化処理材について，まずH34はH14と同じく2本のスケルトンが見られるが，両者はほぼ同密度であって，安定化処理による再結晶化は見られないようである。またH38では立方体方位はほとんど見られず圧延集合組織のみであり，安定化処理による圧延集合組織の変化はむしろそれの鮮鋭化であるように思われる。さらにH22と同様(011)〔21$\bar{1}$〕に近いほど高密度であり，Al－Mg 合金ではやはり(211)〔11$\bar{1}$〕の純金属型よりむしろ(011)〔21$\bar{1}$〕の合金型の方が安定であることがわかる。

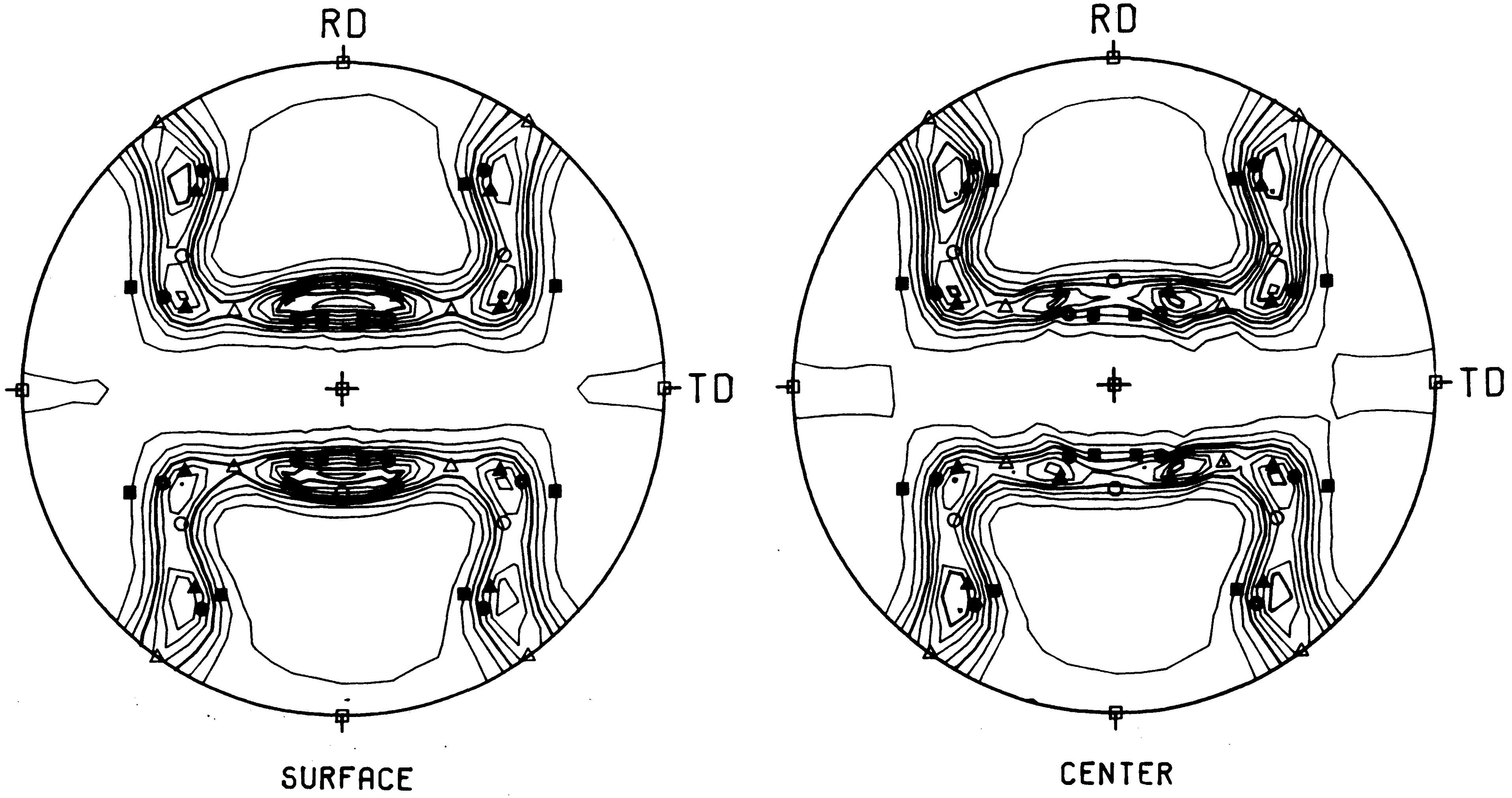


図 5.2　1100−H18板の表面と板厚中央面の（200）正極点図

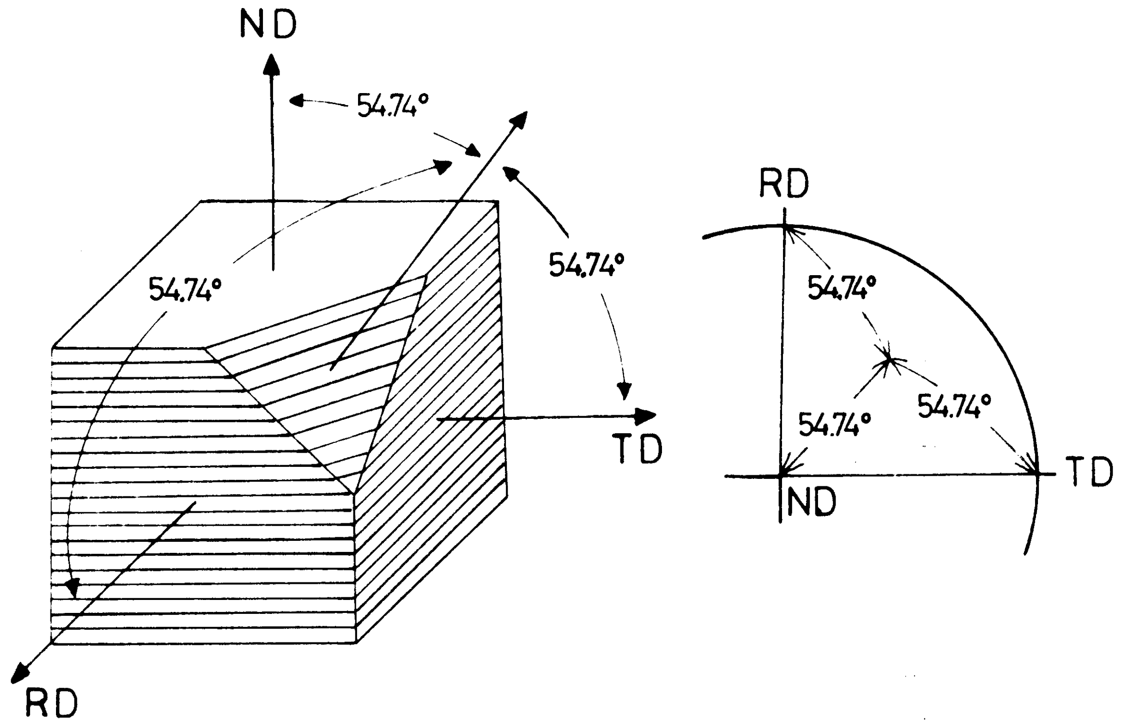


図 5. 3　試料と正極点図の関係

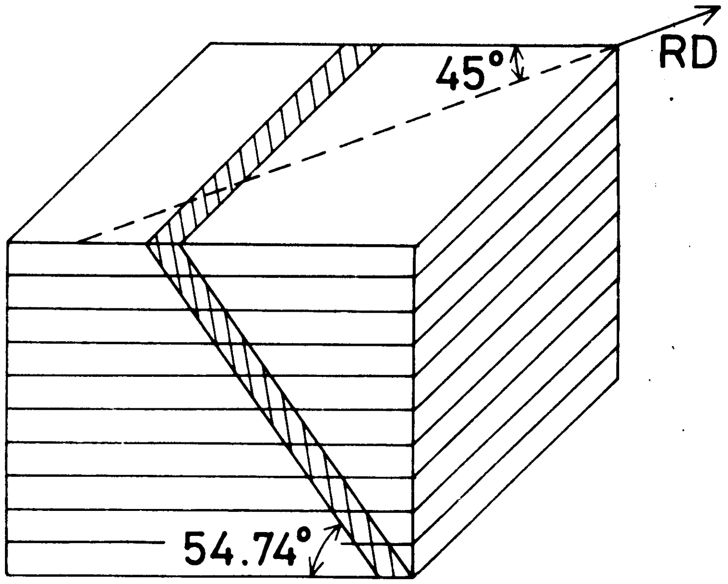


図 5. 4　試料作成法

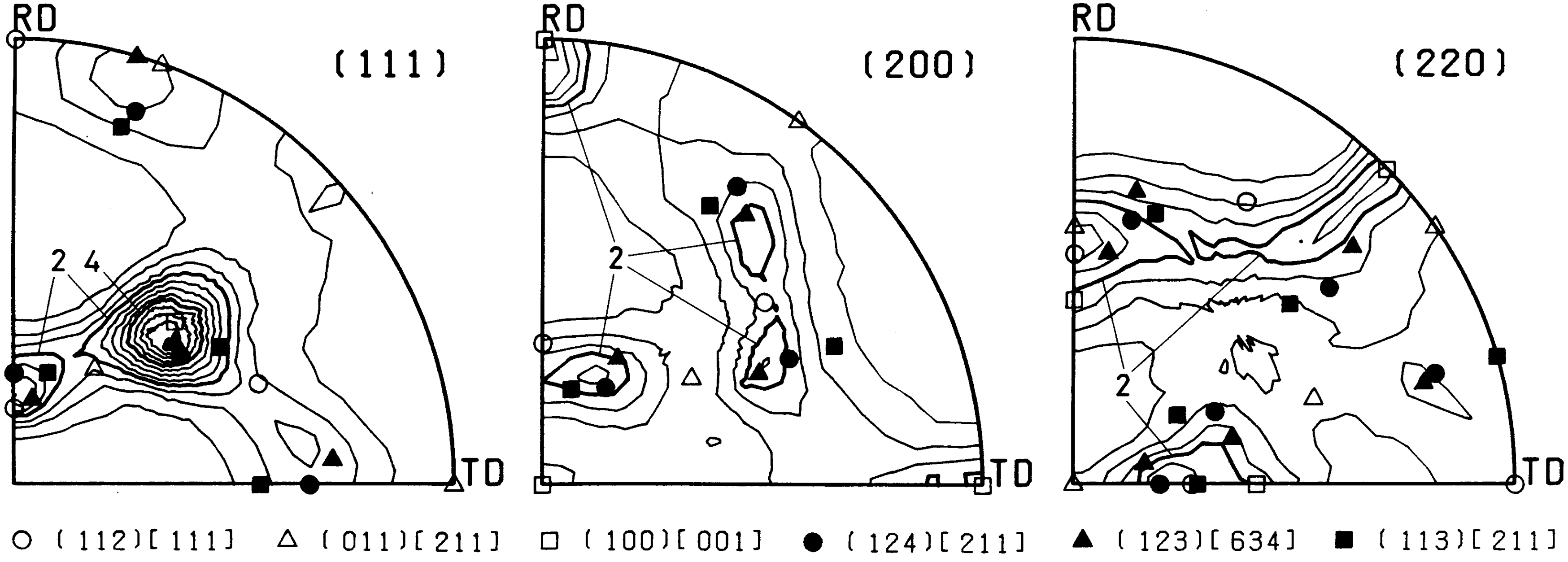


図5.5　正極点図（1100−O）

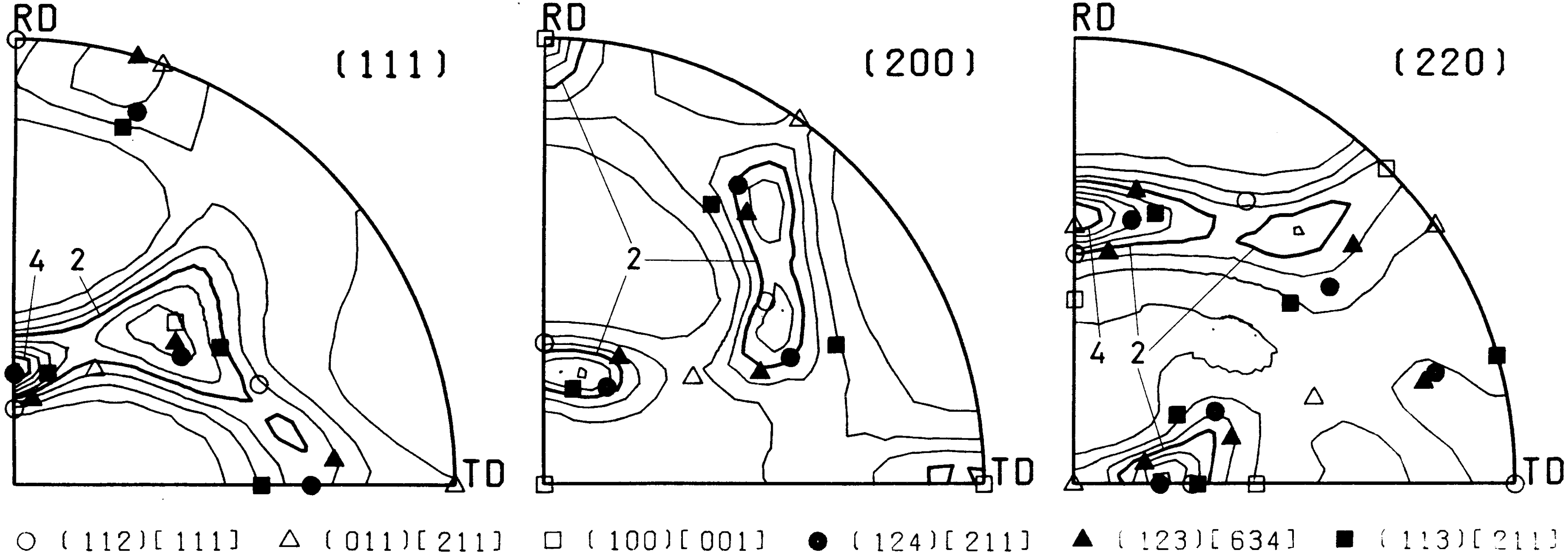


図5.6 正極点図(1100−H14)

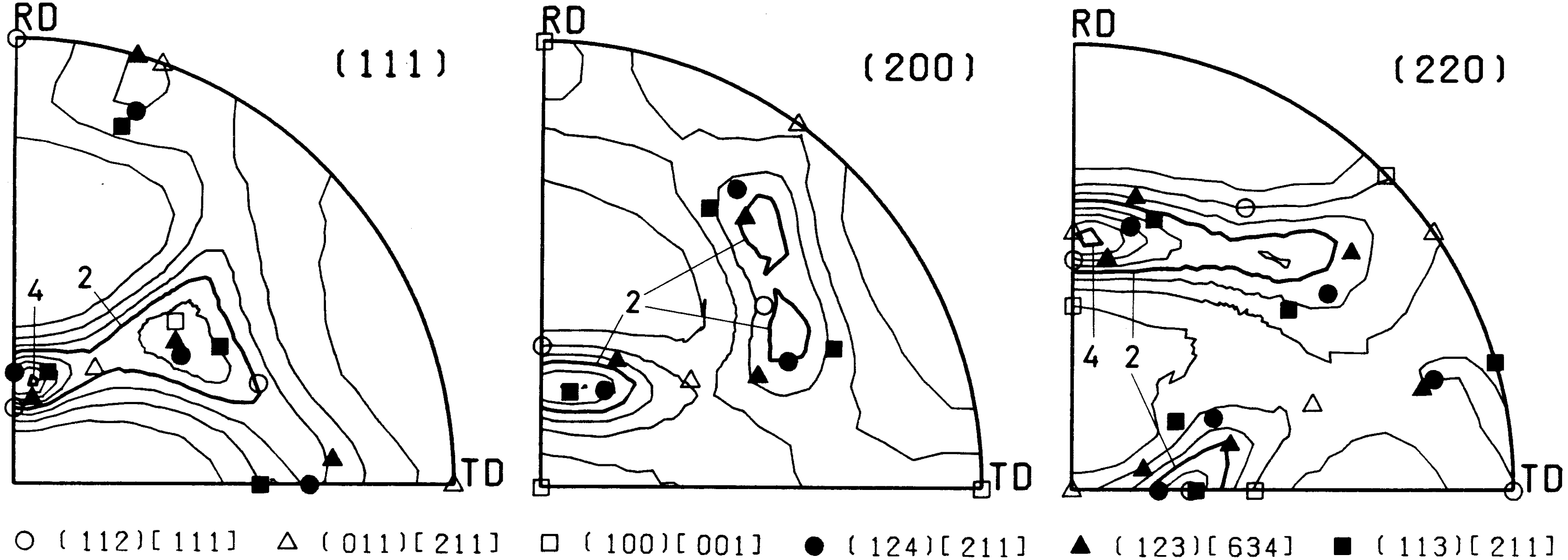


図5.7　正極点図(1100−H16)

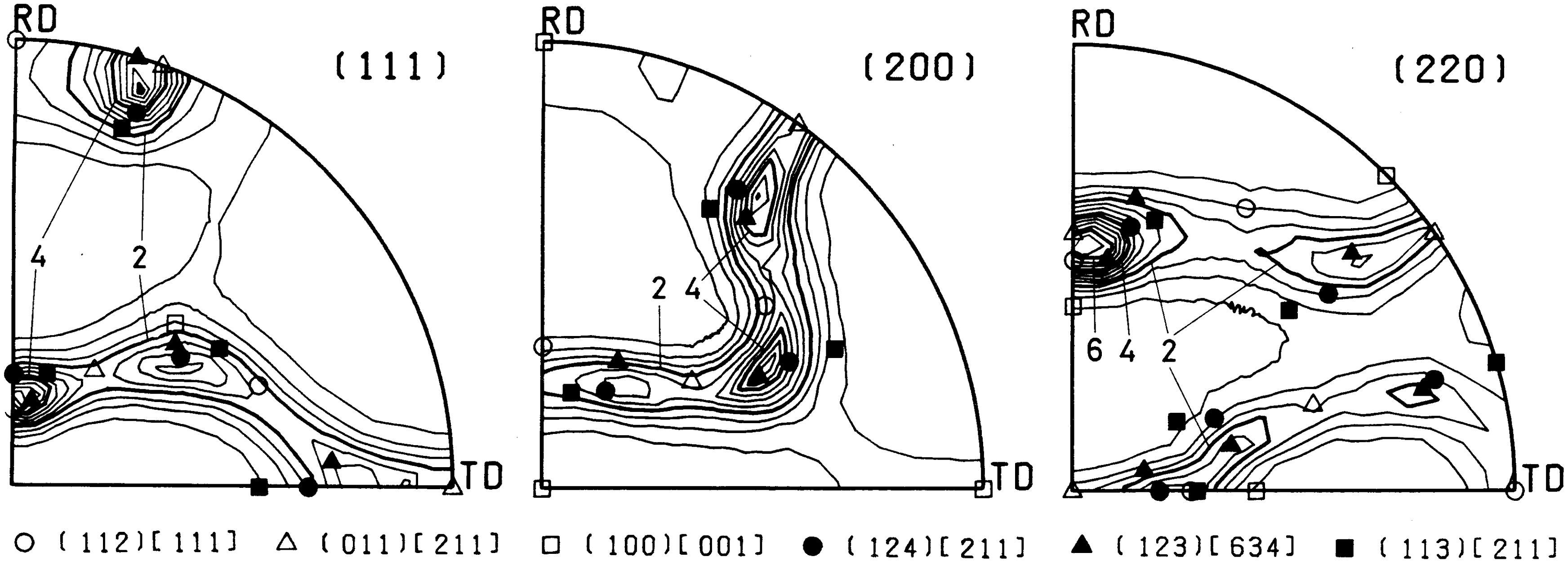


図5.8　正極点図（1100−H18）

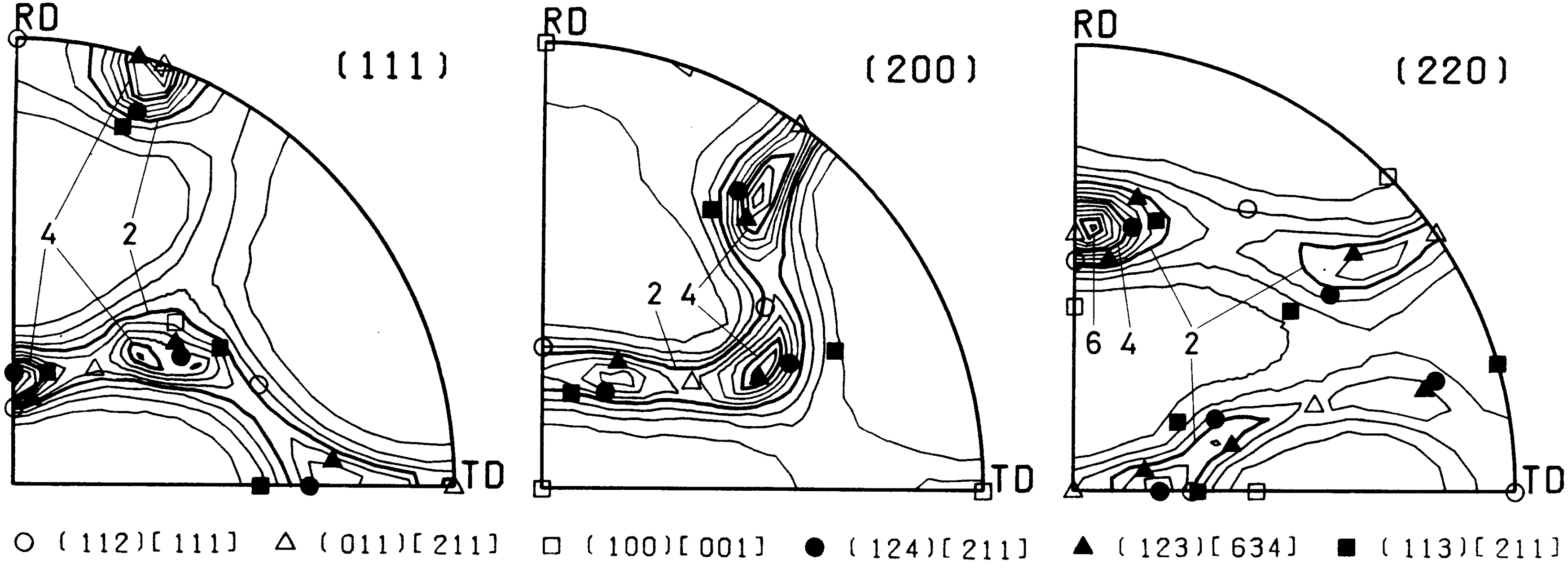


図5.9　正極点図（1100−H24）

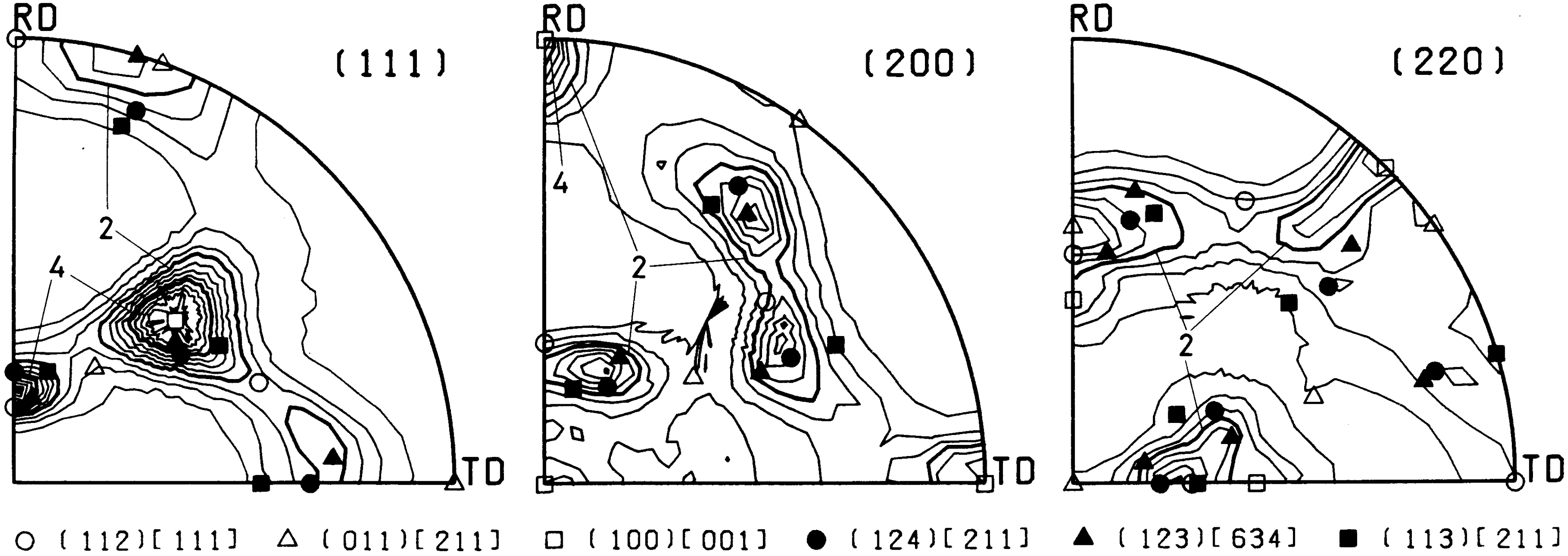
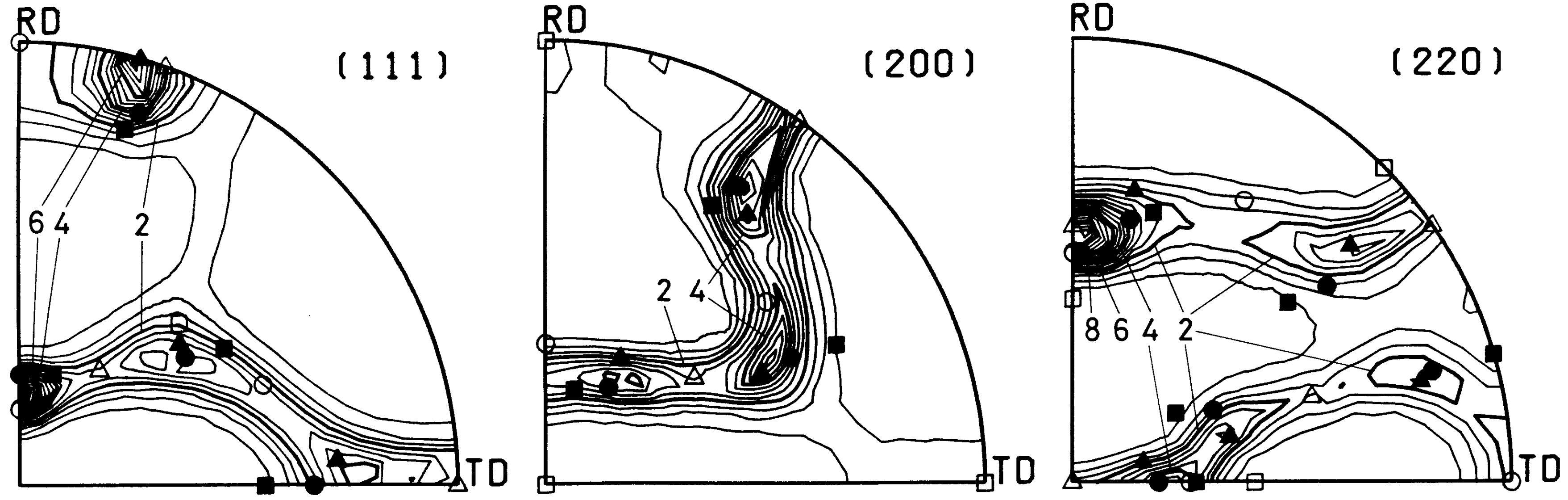
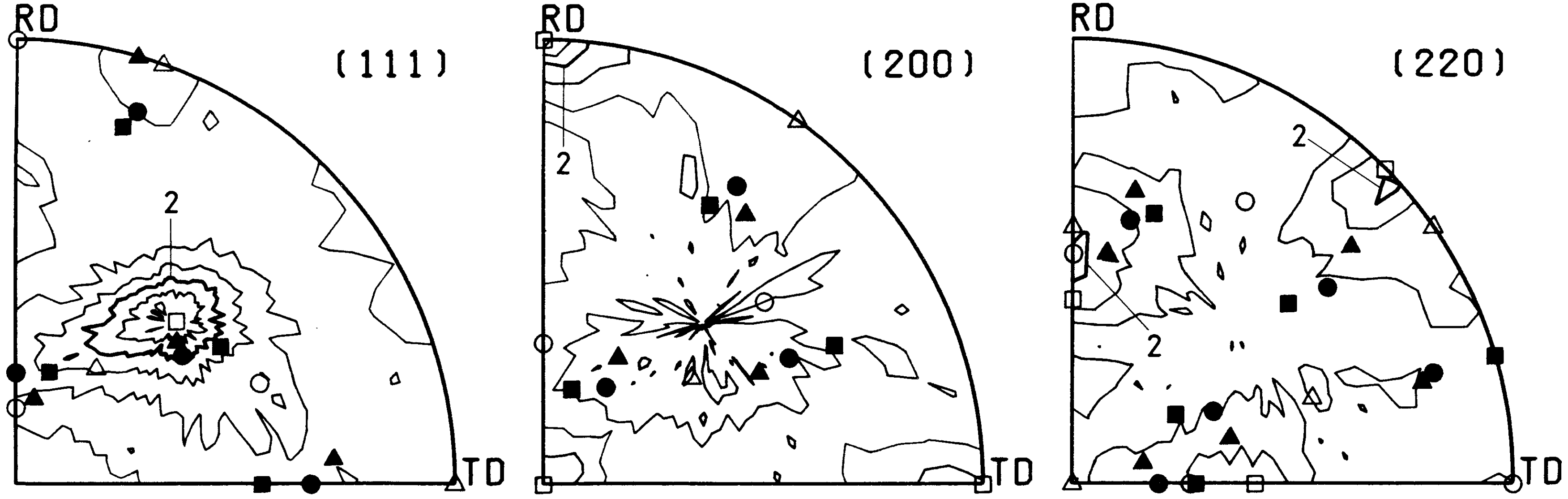


図5.10 正極点図（1050−O）



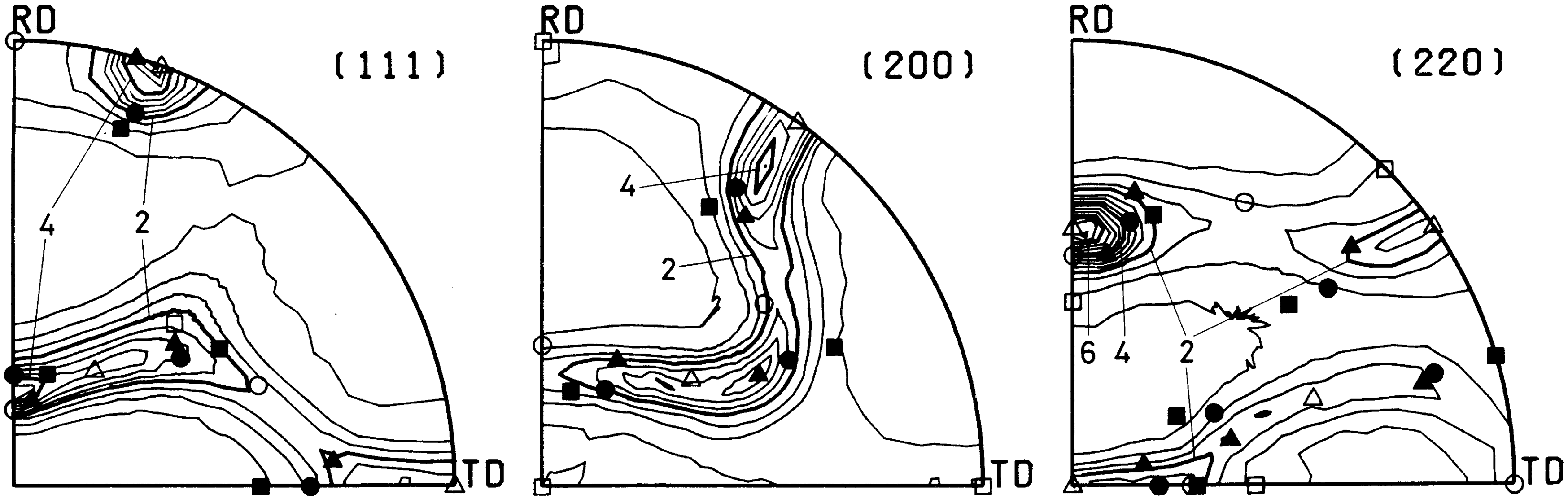
○ (112)[111]　△ (011)[211]　□ (100)[001]　● (124)[211]　▲ (123)[634]　■ (113)[211]

図5.11 正極点図(1050−H24)



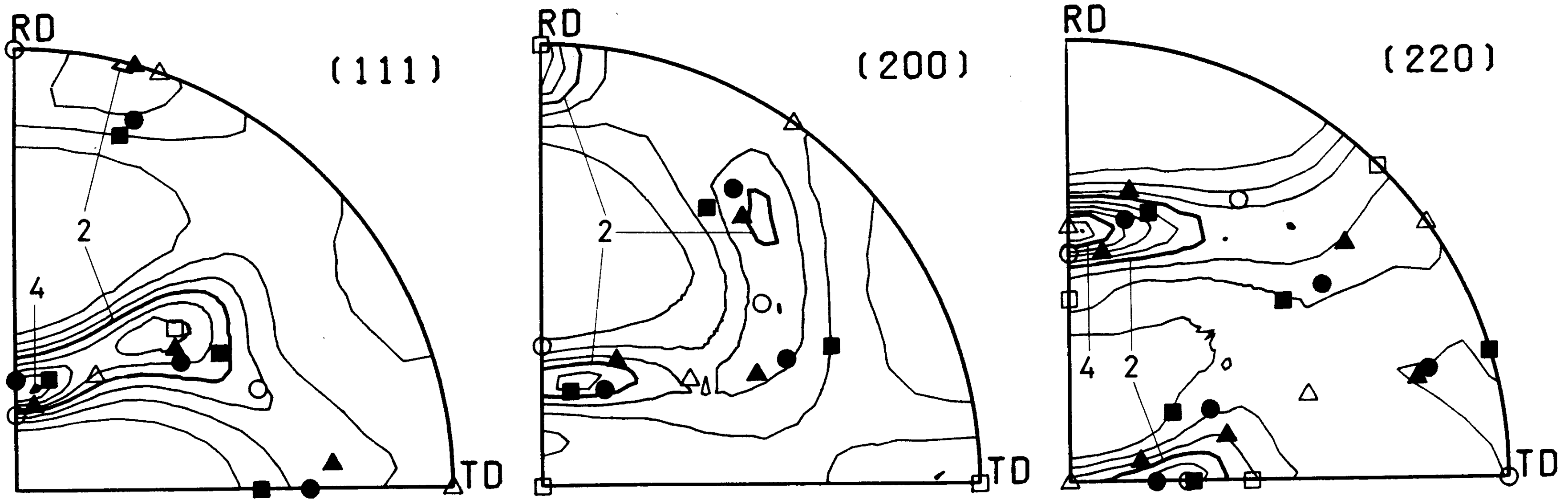
○ (112)[111] △ (011)[211] □ (100)[001] ● (124)[211] ▲ (123)[634] ■ (113)[211]

図5.12 正極点図(5052−O)



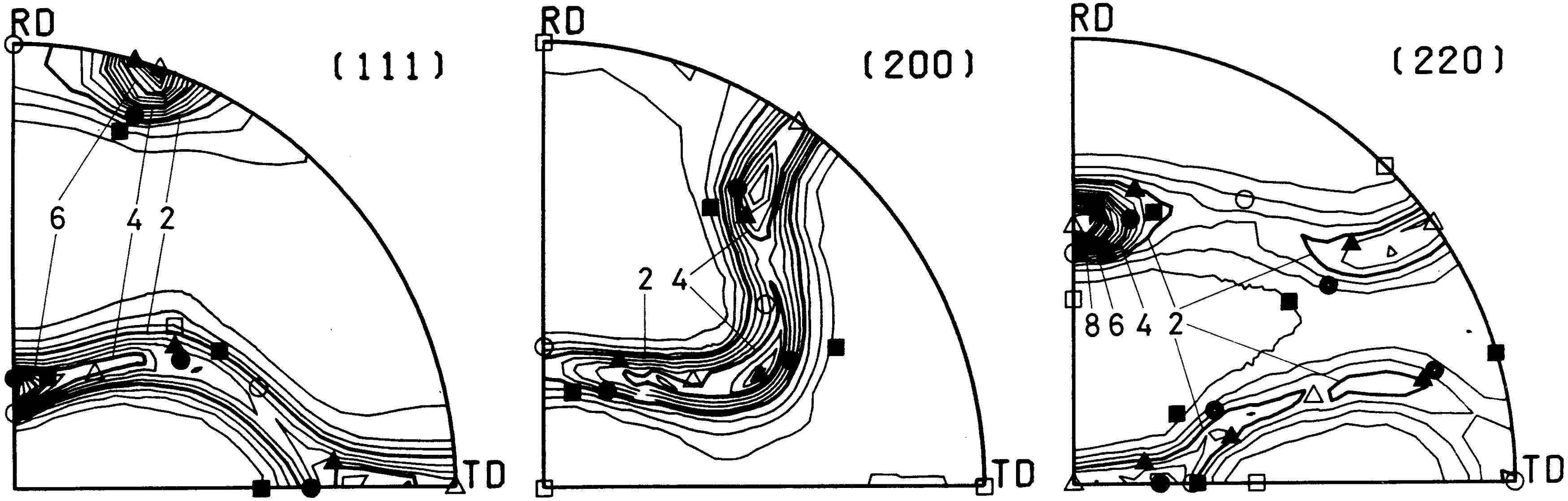
○ (112)[111]　△ (011)[211]　□ (100)[001]　● (124)[211]　▲ (123)[634]　■ (113)[211]

図5.13　正極点図(5052−H22)



○ (112)[111]　△ (011)[211]　□ (100)[001]　● (124)[211]　▲ (123)[634]　■ (113)[211]

図 5.14　正極点図（5052−H34）



○ (112)[111]　△ (011)[211]　□ (100)[001]　● (124)[211]　▲ (123)[634]　■ (113)[211]

図 5.15　正極点図（5052−H38）

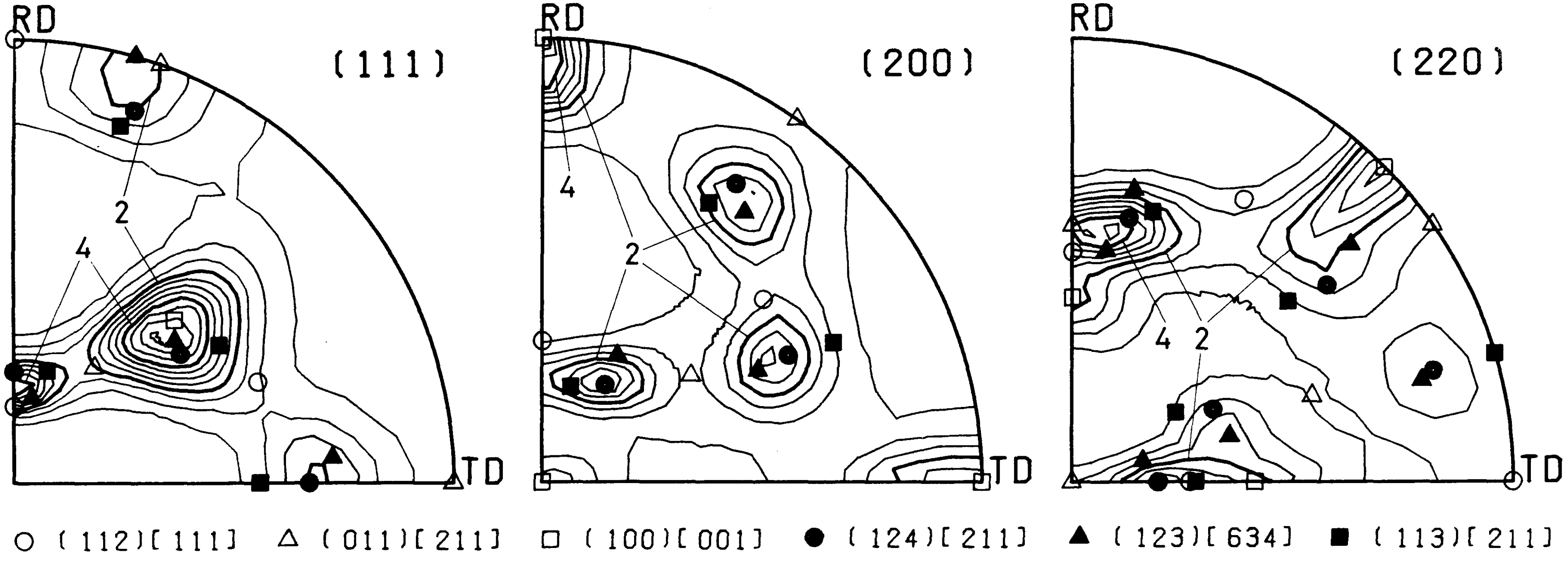


図5.16 正極点図(5005-H14)

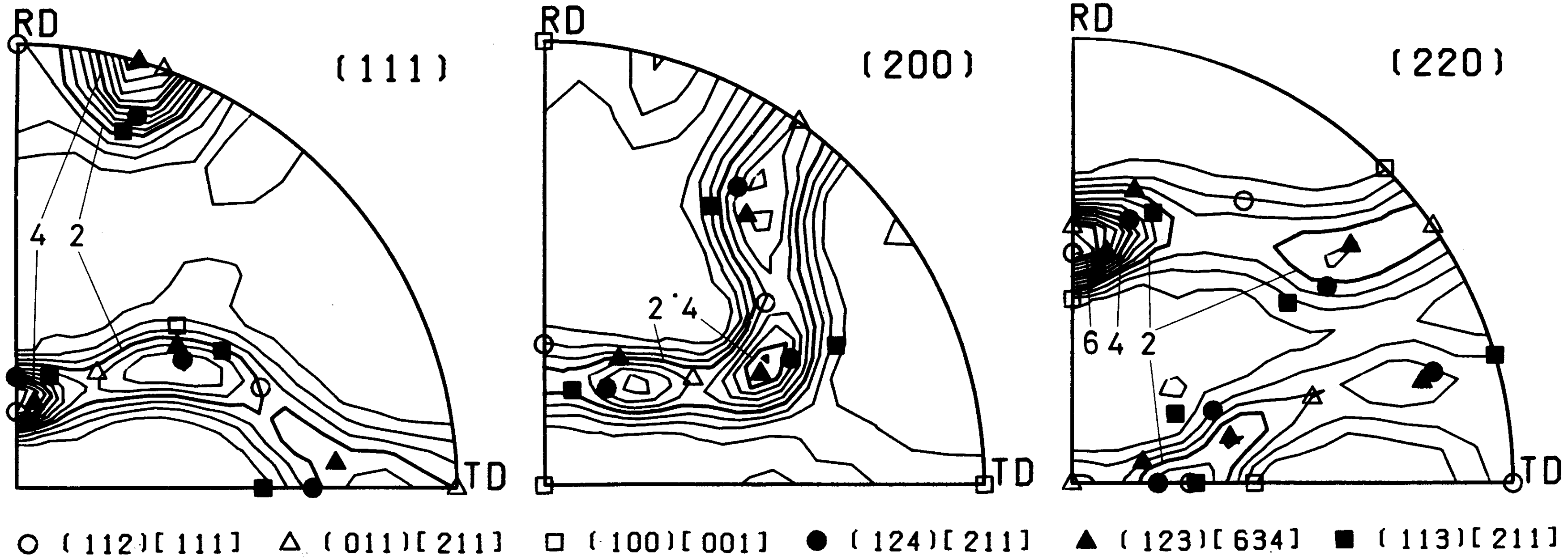


図5.17 正極点図の展開係数より合成した正極点図(1100−H18)

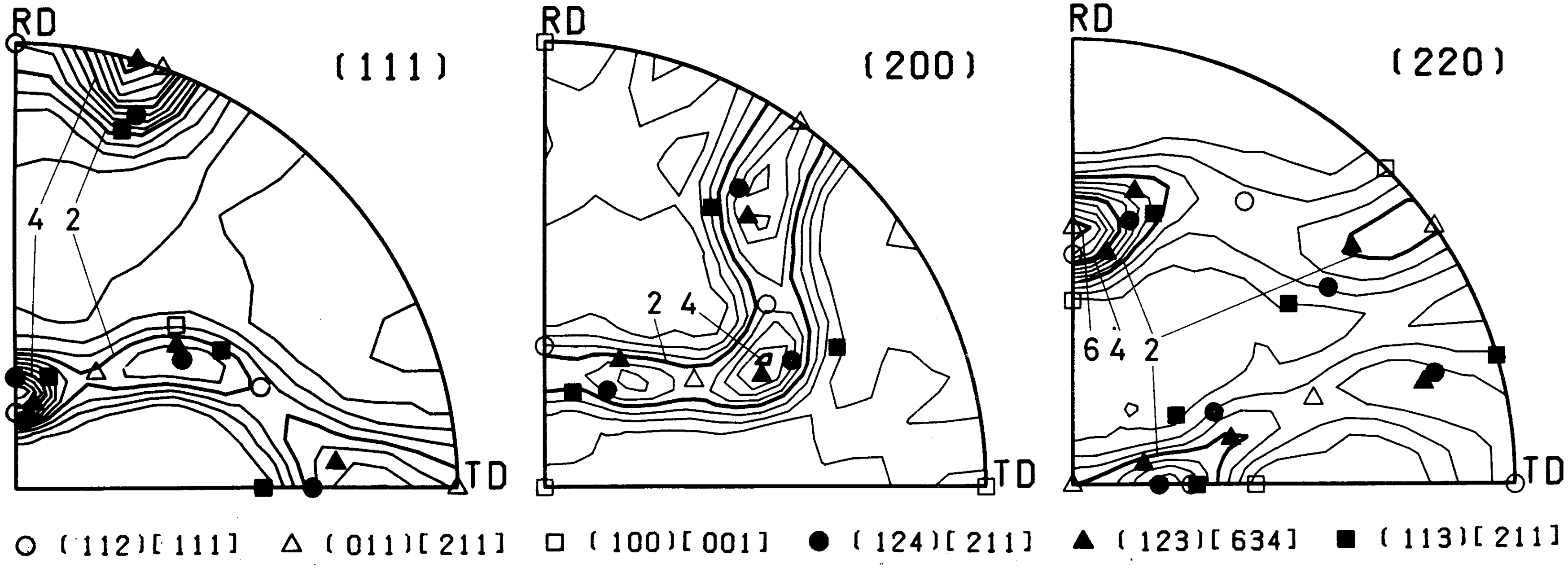


図 5.18 分布関数の展開係数より合成した正極点図（1100−H18）

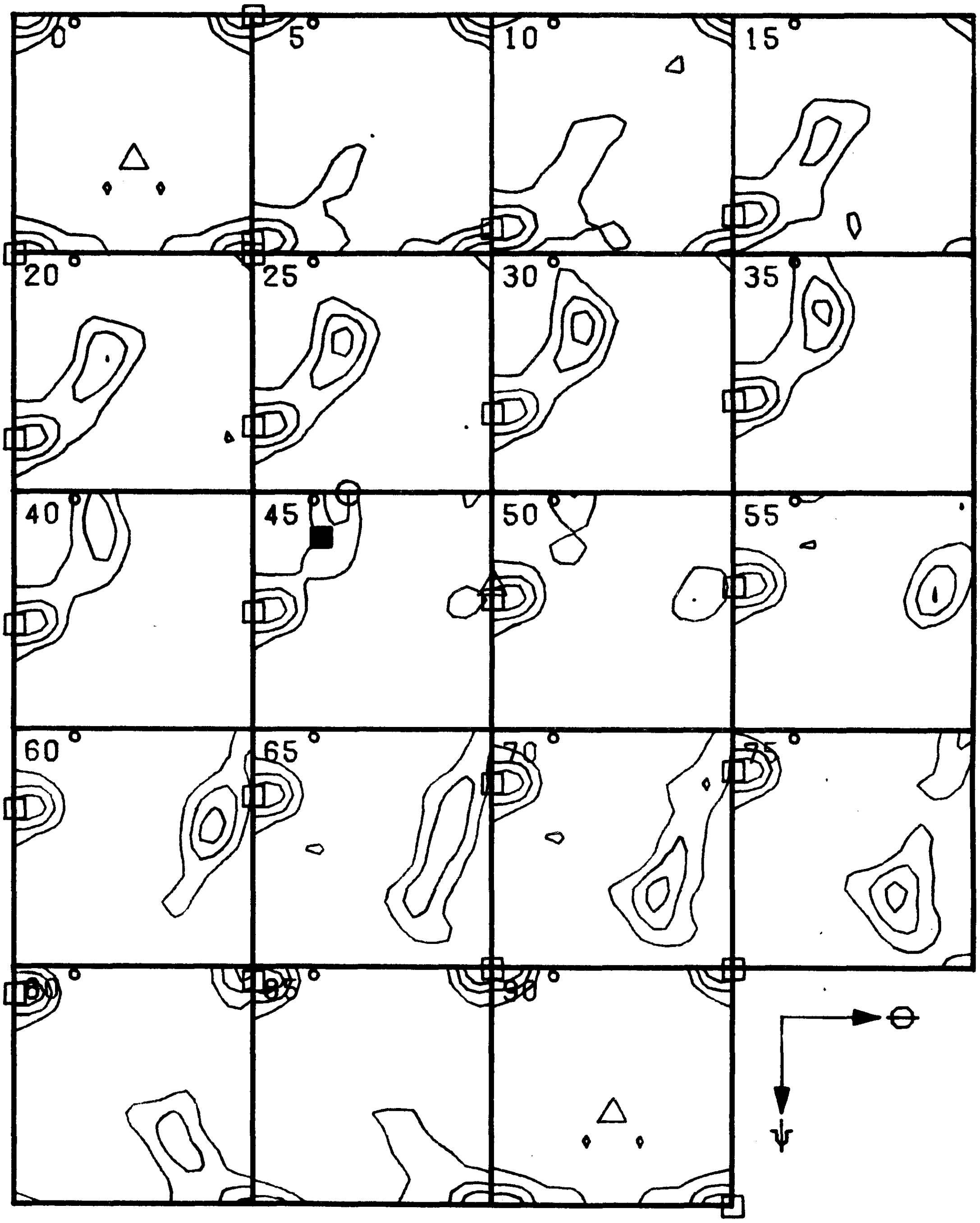


図5.19　結晶方位分布（1100－O）

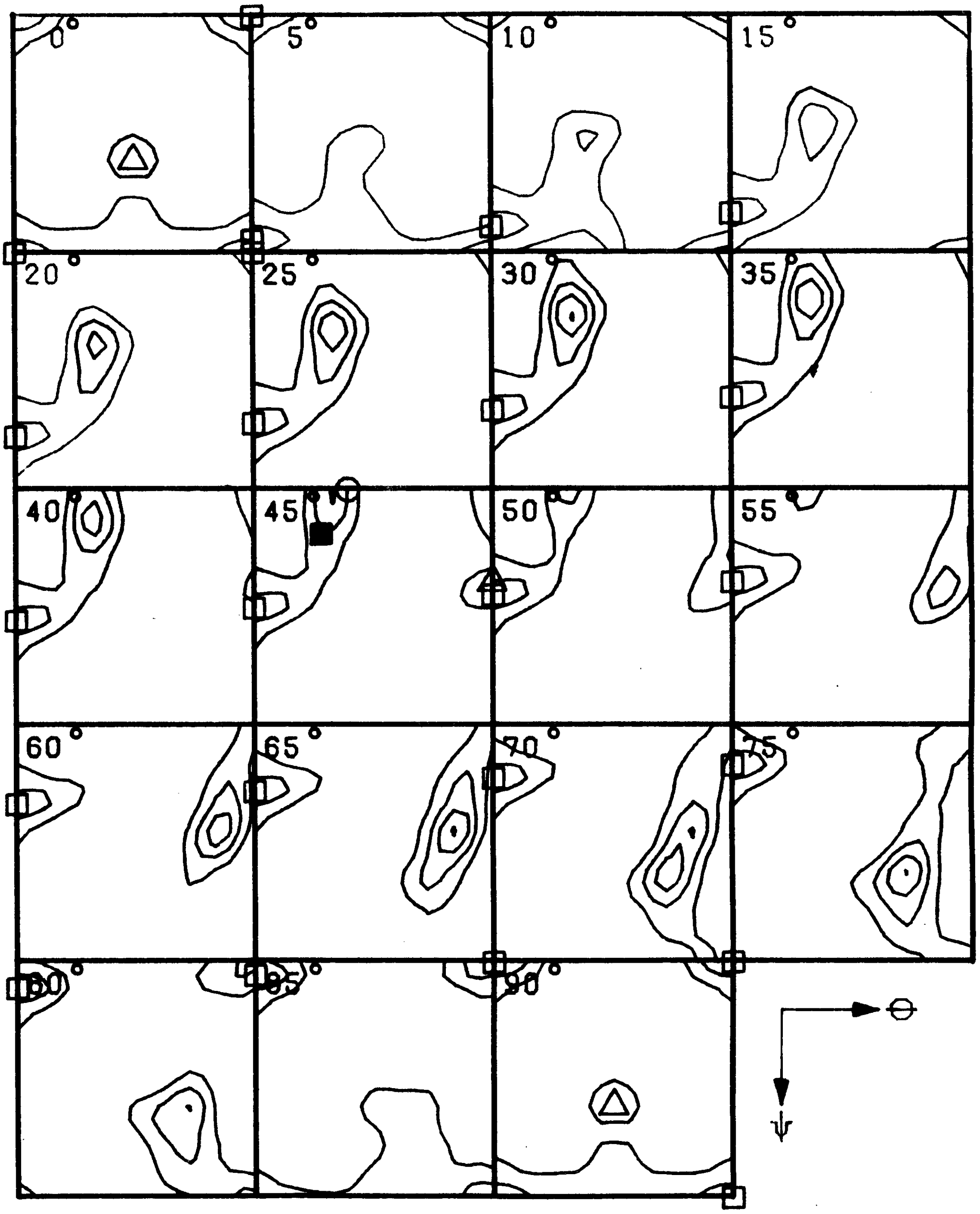


図 5. 20　結晶方位分布（1100−H14）

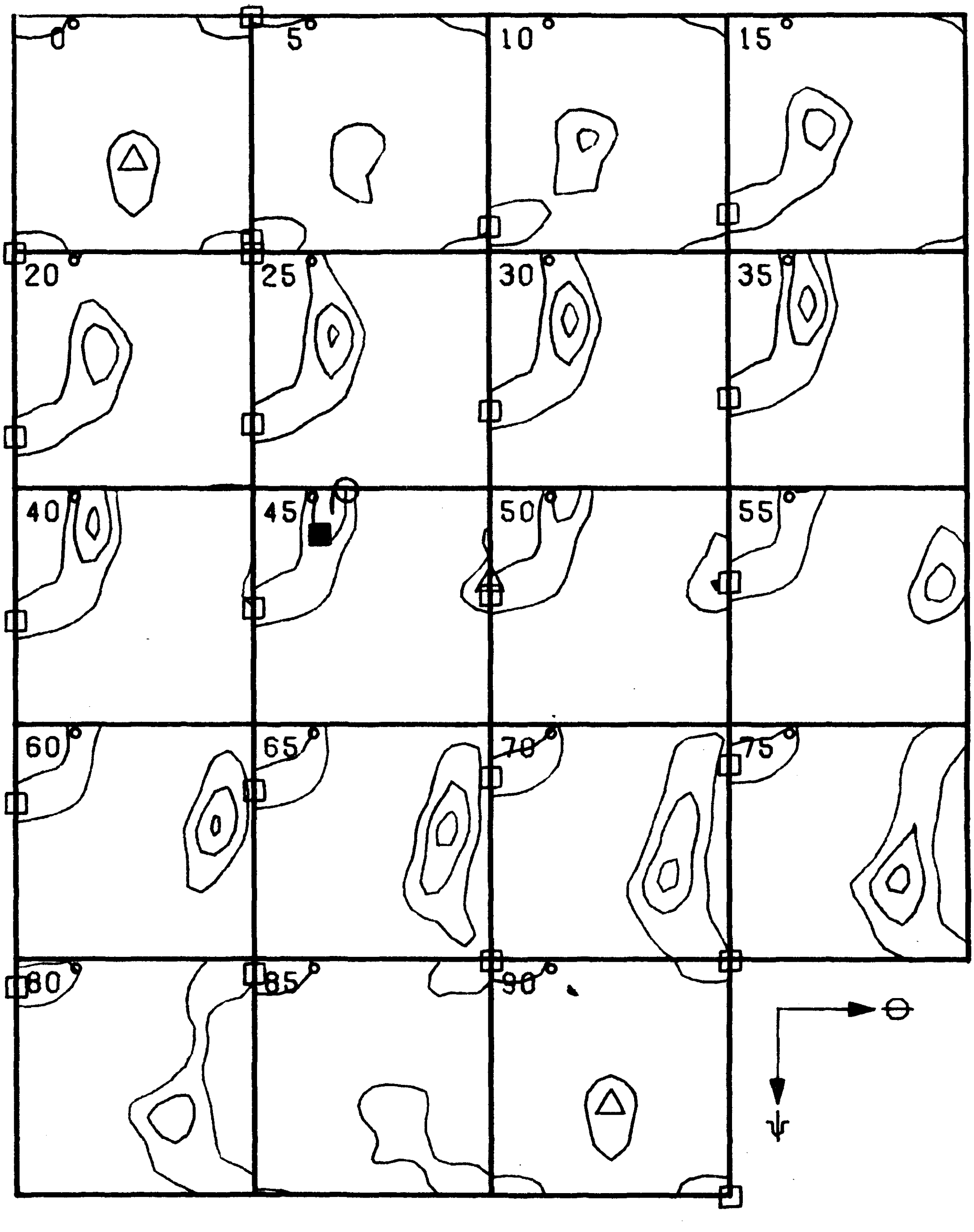


図5.21　結晶方位分布（1100－H16）

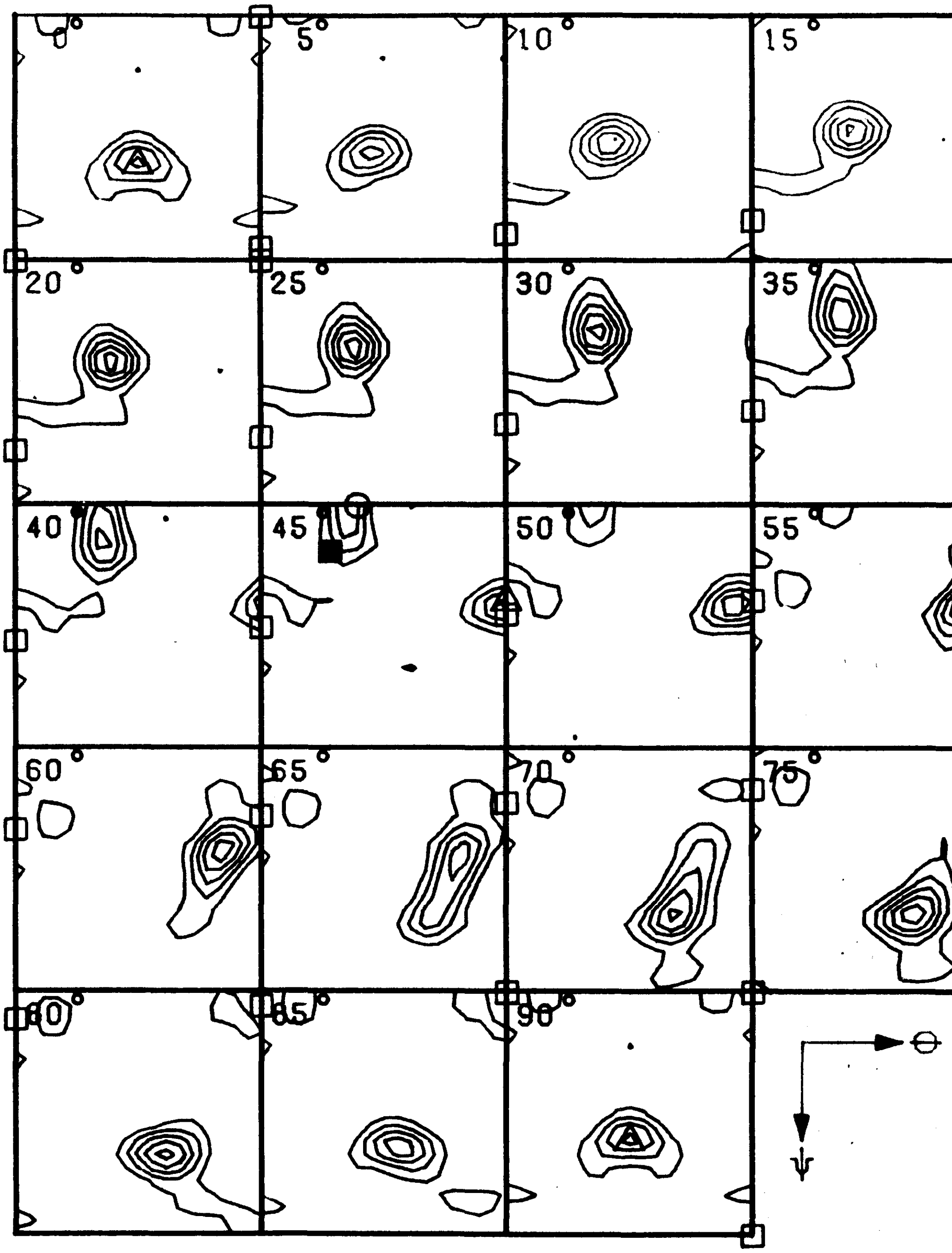


図 5. 22　結晶方位分布（1100－H18）

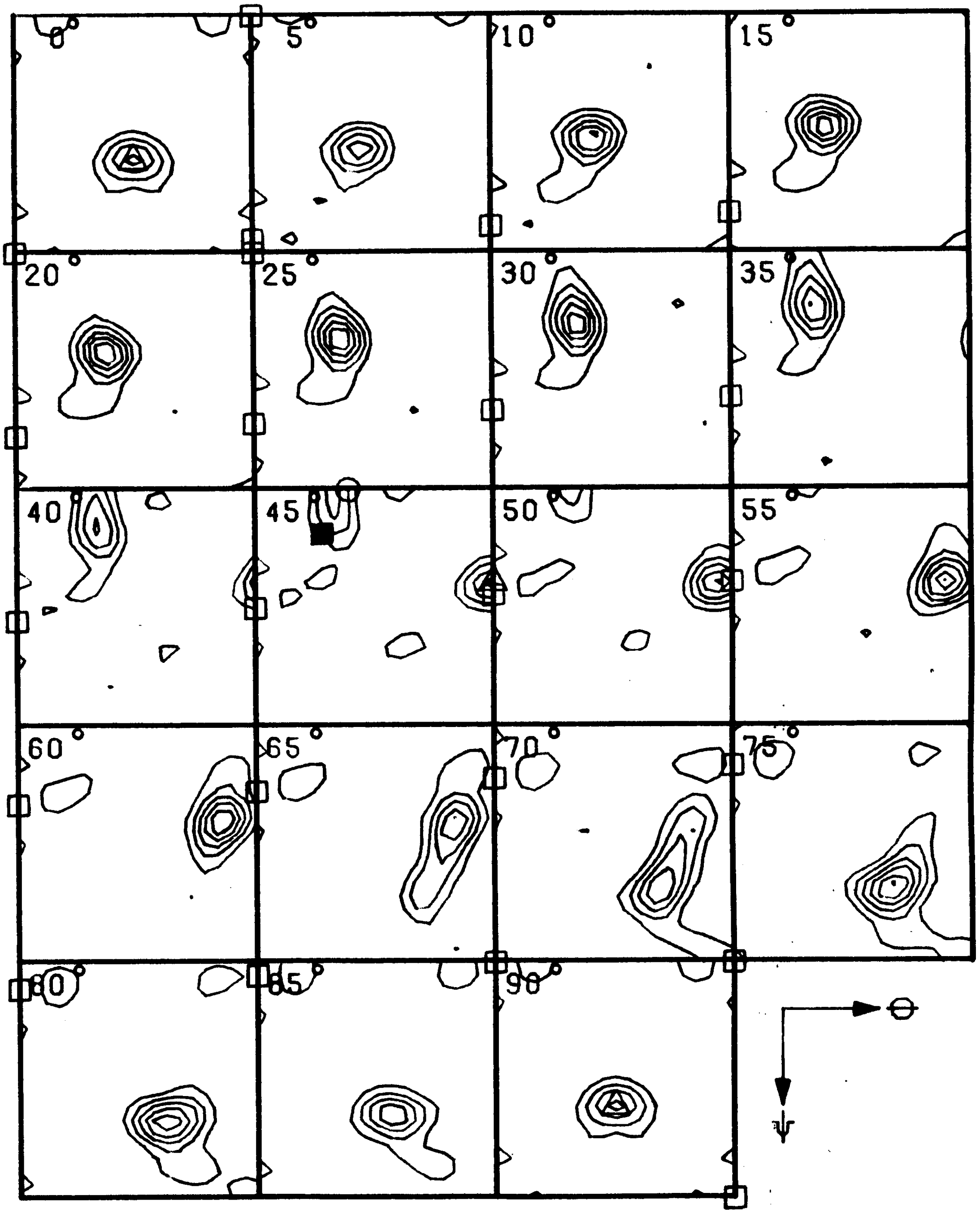


図 5.23 結晶方位分布（1100−H24）

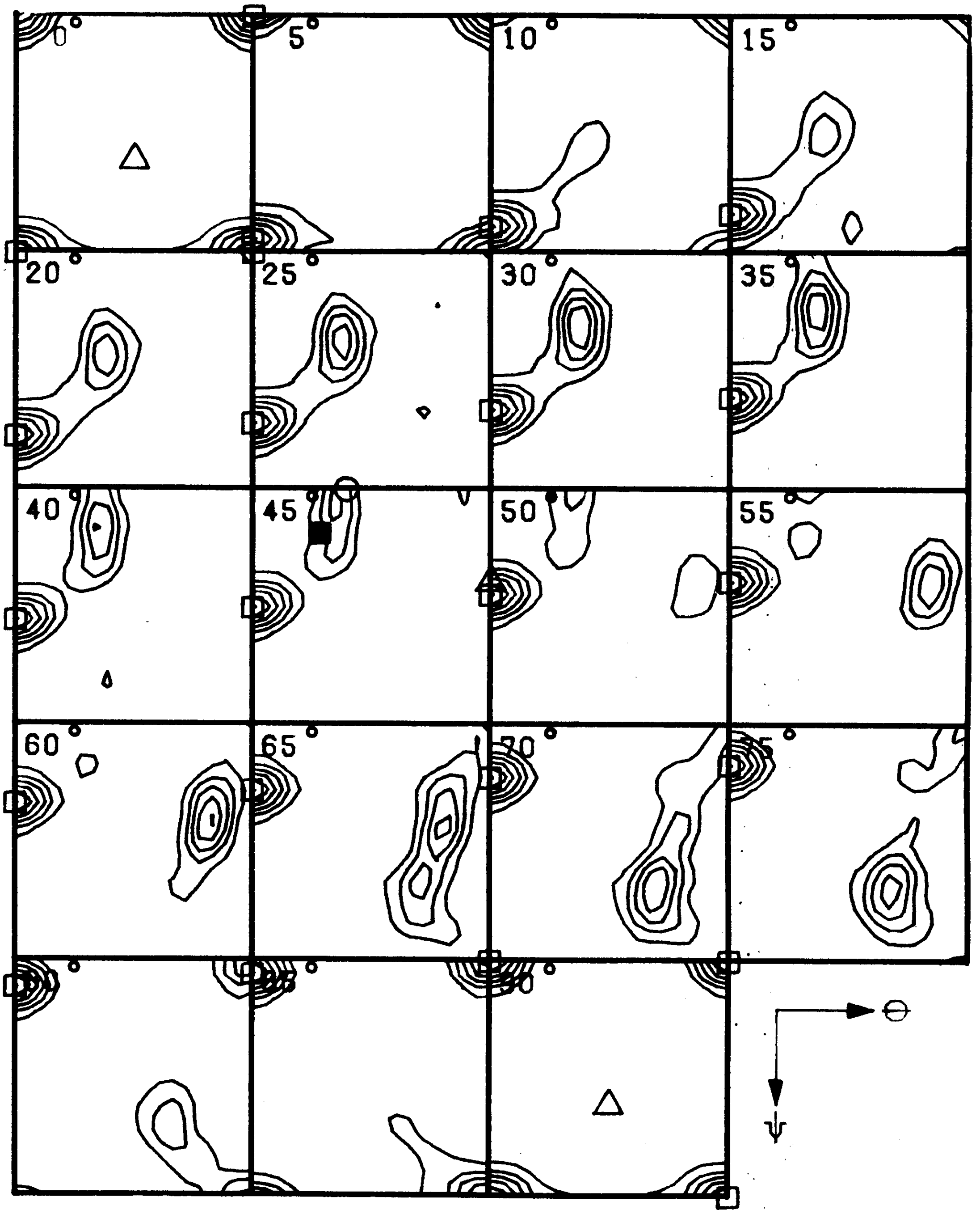


図 5. 24　結晶方位分布（1050−O）

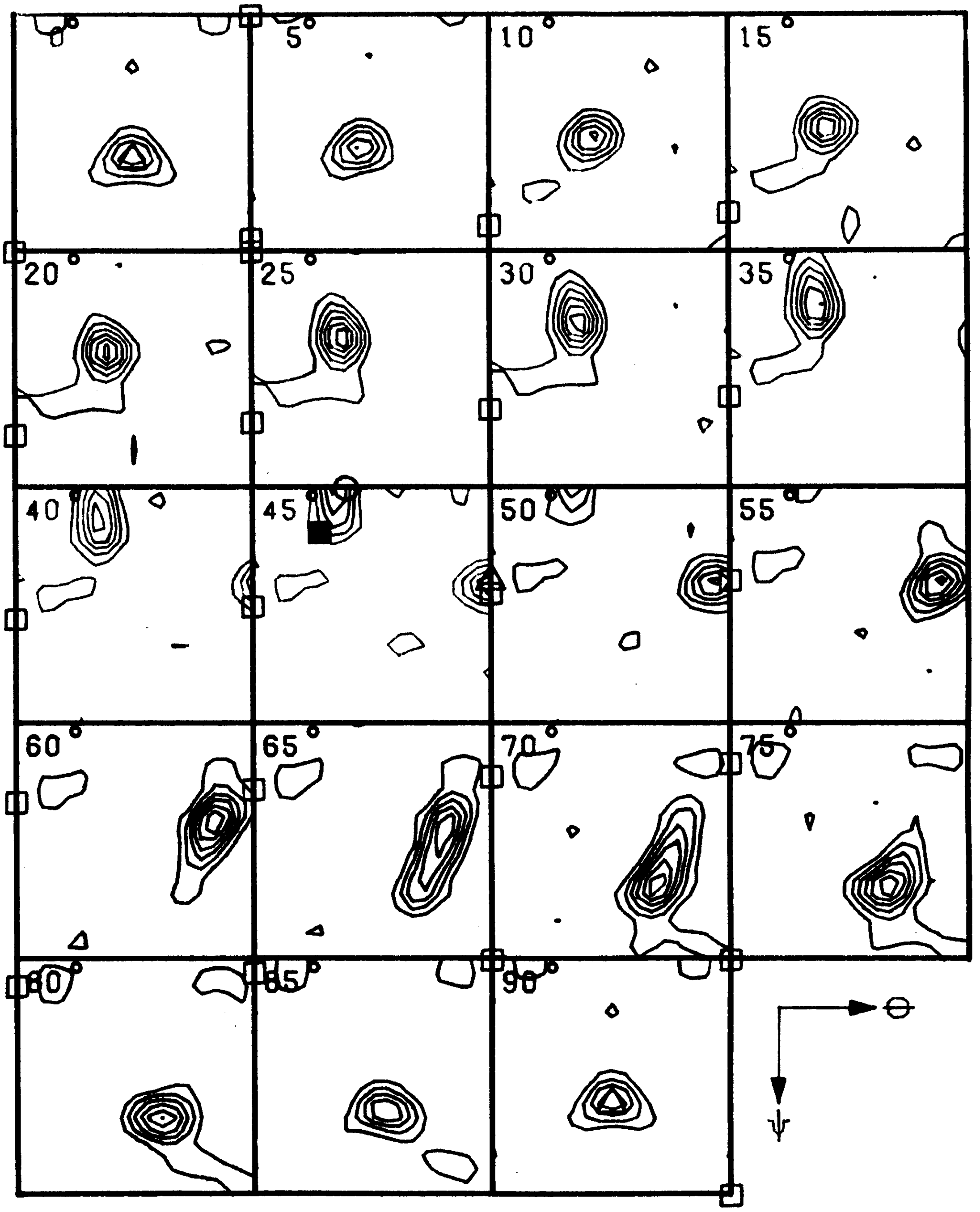


図 5.25　結晶方位分布（1050－H24）

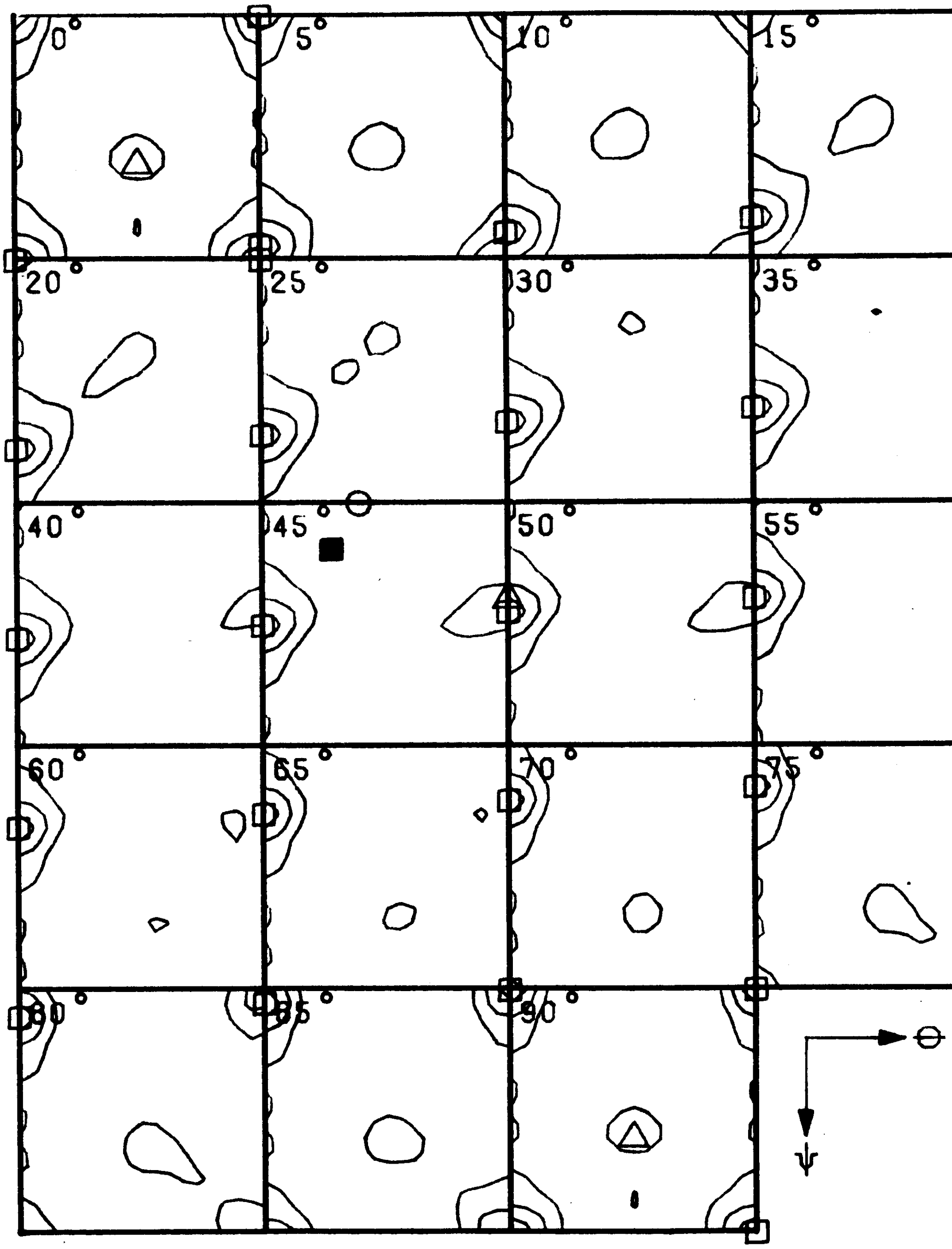


図 5.26 結晶方位分布（5052−O）

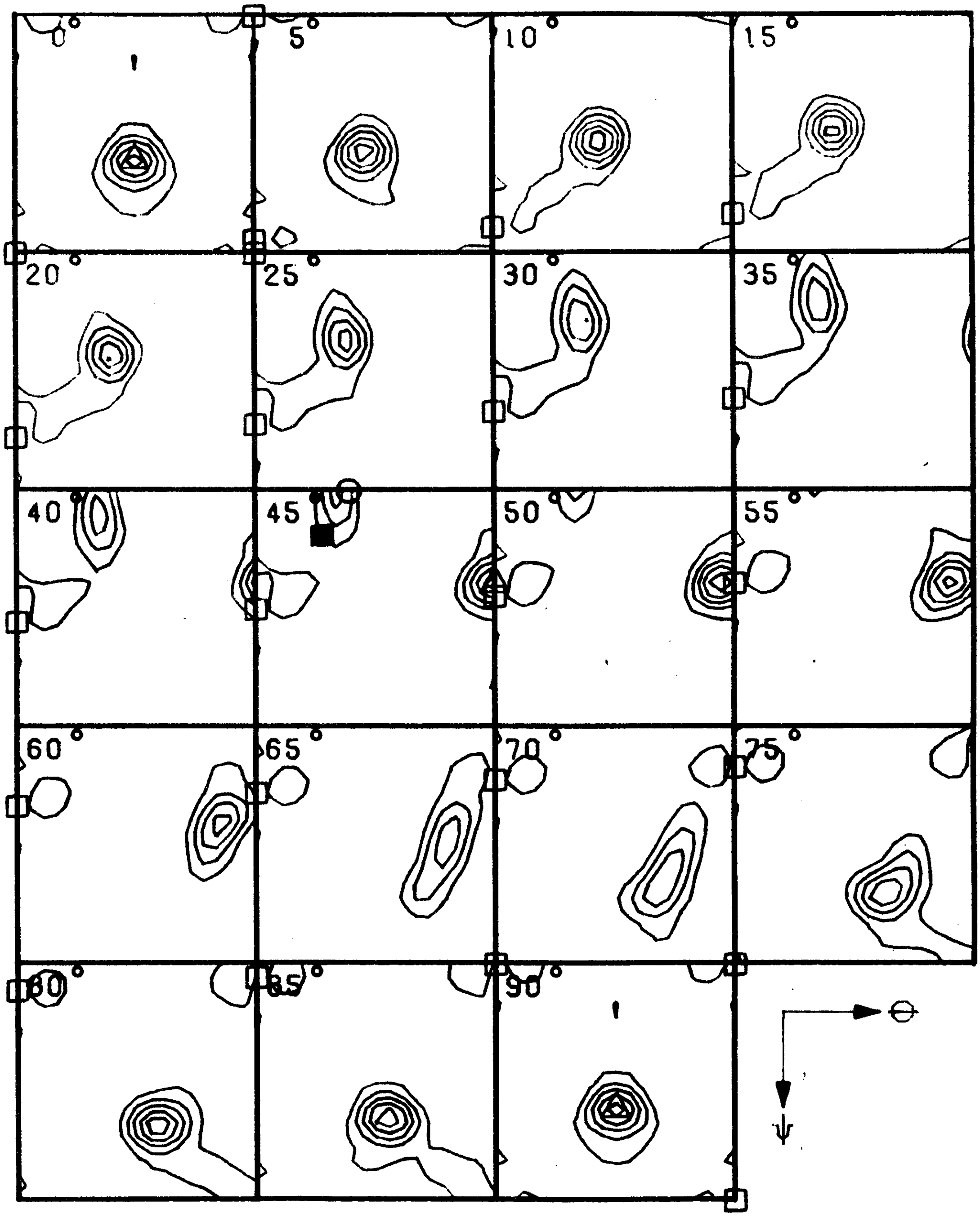


図 5.27 結晶方位分布（5052−H22）

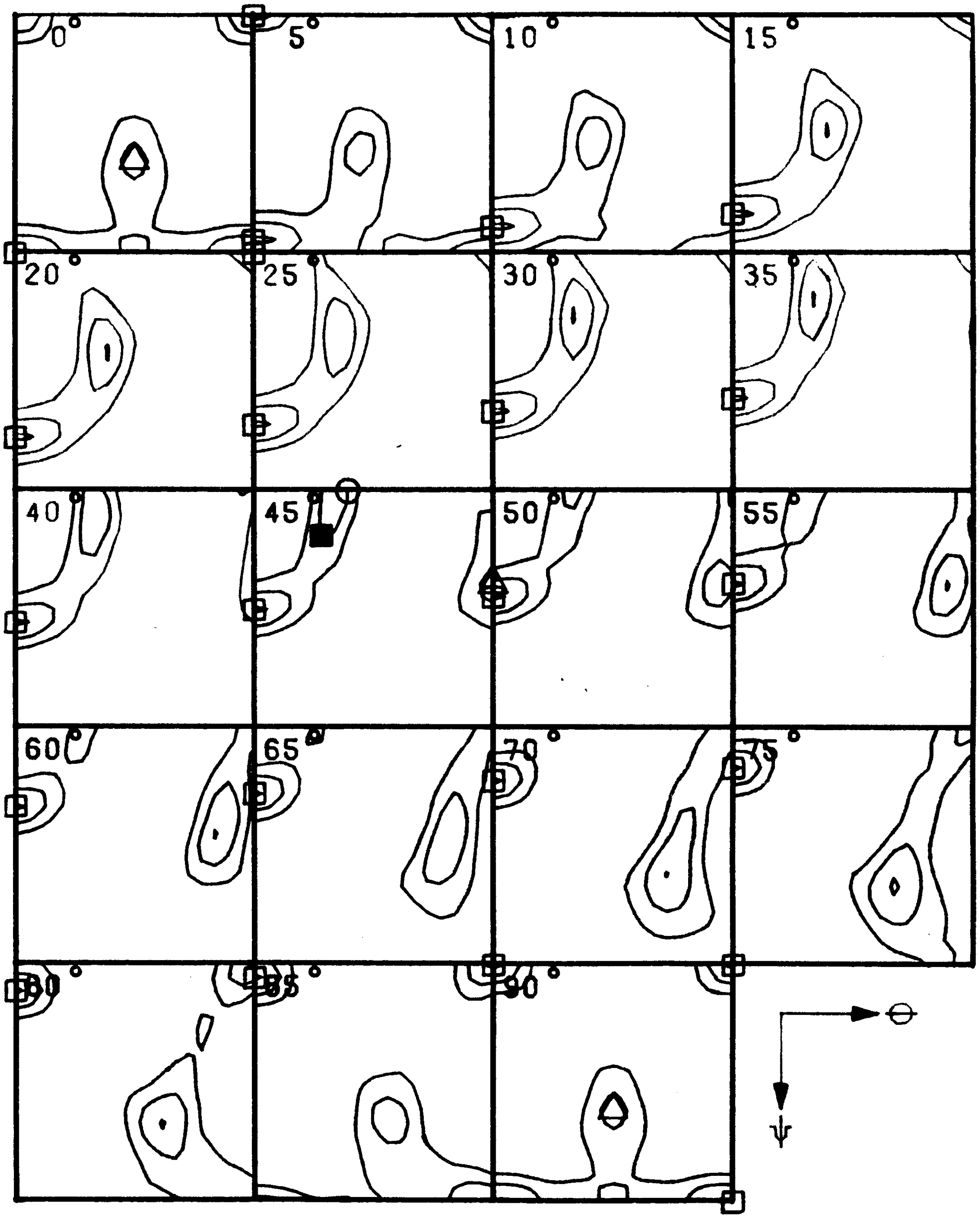


図 5. 28　結晶方位分布（5052−H34）

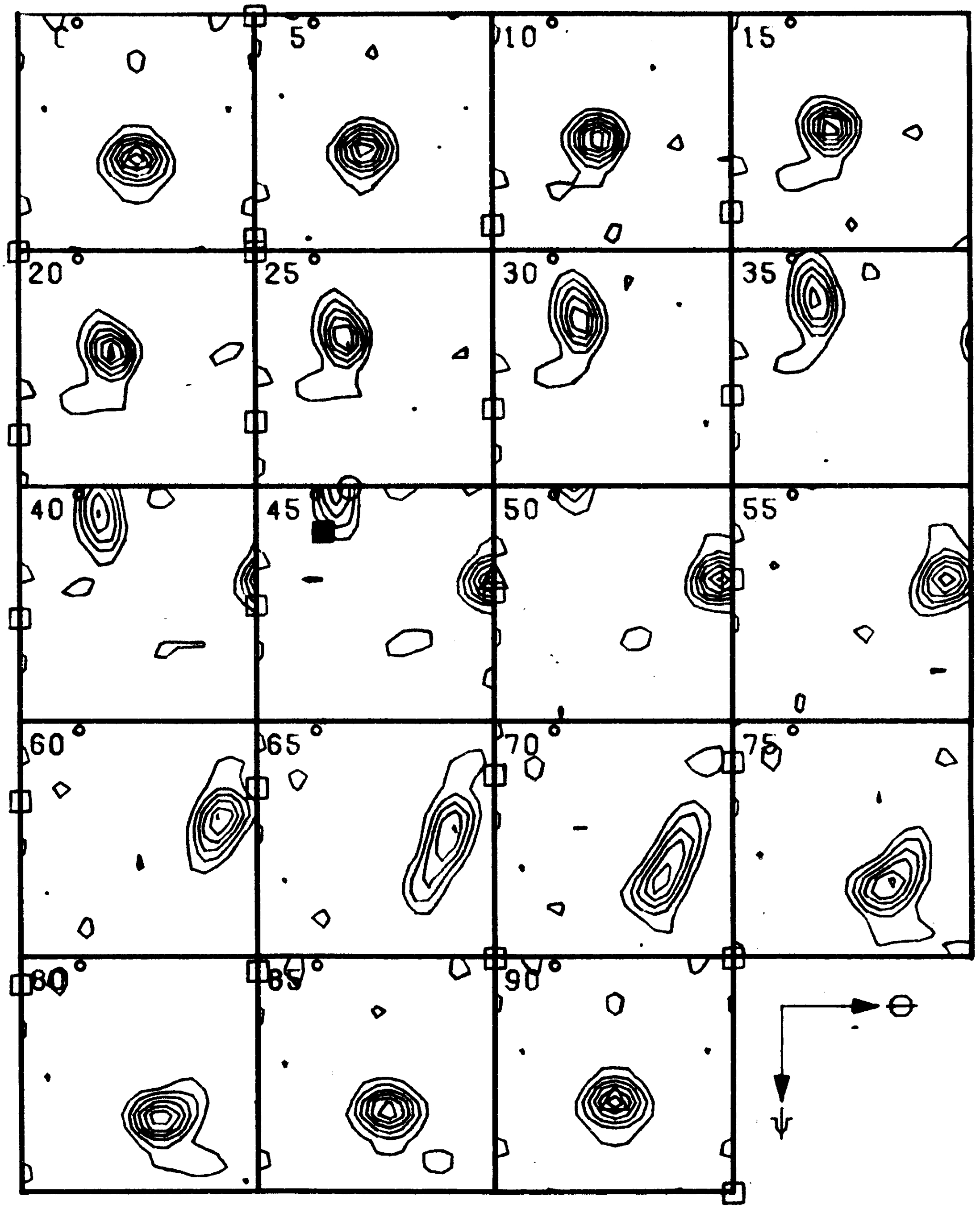


図 5. 29　結晶方位分布（5052－H38）

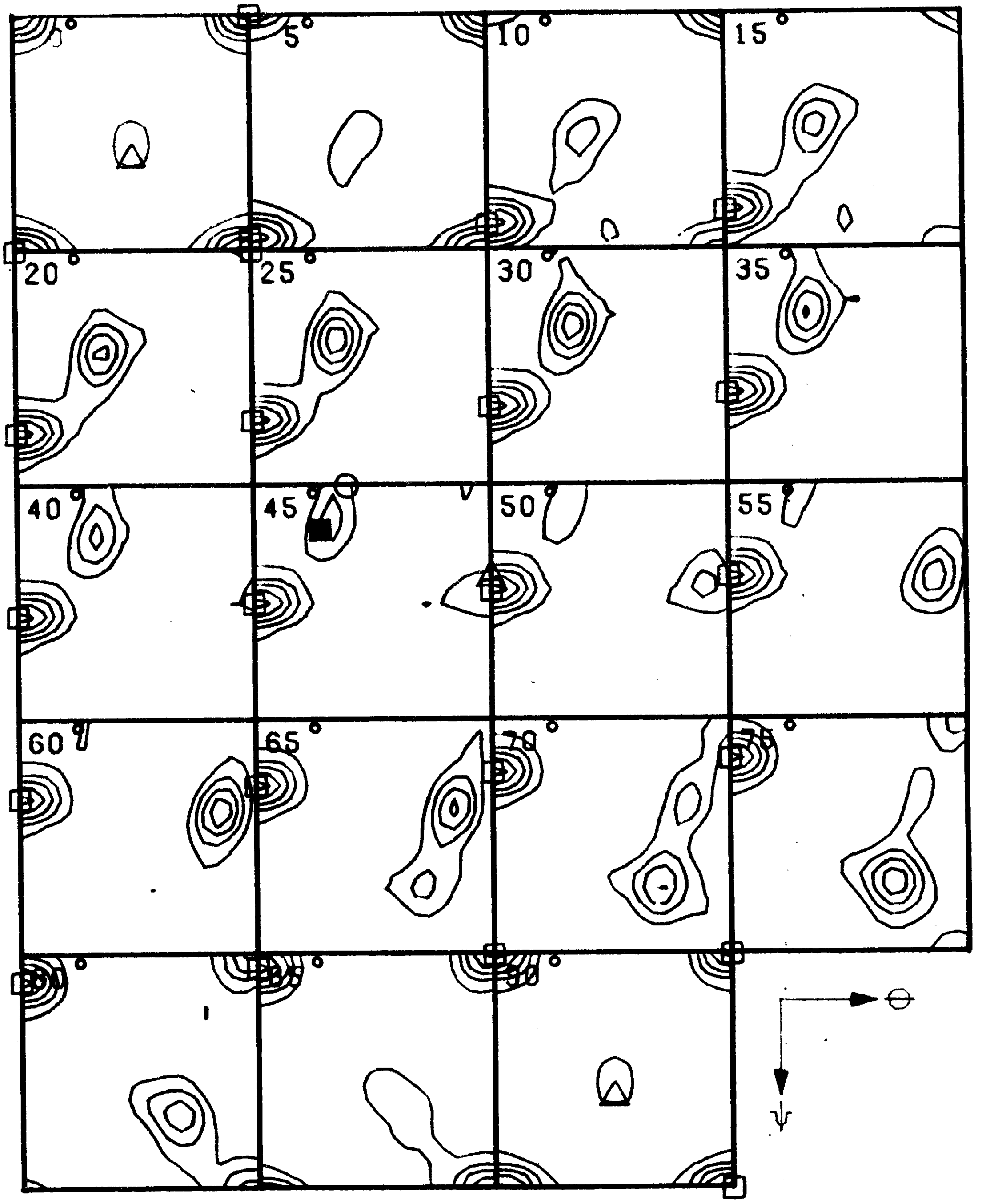


図 5. 30　結晶方位分布（5005−H14）

	ψ	θ	ϕ
$(\bar{1}12)$ $[1\bar{1}1]$	0.0	35.3	45.0
$(\bar{1}21)$ $[\bar{1}\bar{1}1]$	50.8	65.9	63.4
$(\bar{2}11)$ $[111]$	50.8	65.9	26.6
(011) $[2\bar{1}1]$	54.7	45.0	90.0
$(\bar{1}10)$ $[112]$	35.3	90.0	45.0
(101) $[\bar{1}21]$	54.7	45.0	0.0
$(\bar{1}24)$ $[2\bar{1}1]$	33.2	29.2	63.4
$(\bar{2}41)$ $[\bar{1}12]$	33.2	77.4	63.4
$(\bar{4}12)$ $[\bar{1}12]$	63.2	64.1	14.0
$(\bar{1}42)$ $[\bar{2}\bar{1}1]$	63.0	64.1	76.0
$(\bar{4}21)$ $[112]$	33.2	77.4	26.6
$(\bar{2}14)$ $[1\bar{2}1]$	33.2	29.2	26.6
$(\bar{1}23)$ $[6\bar{3}4]$	31.0	36.7	63.4
$(\bar{2}31)$ $[\bar{3}\bar{4}6]$	37.1	74.5	56.3
$(\bar{3}12)$ $[463]$	63.0	57.7	18.4
$(\bar{1}32)$ $[\bar{6}\bar{4}3]$	63.0	57.7	71.6
$(\bar{3}21)$ $[436]$	37.1	74.5	33.7
$(\bar{2}13)$ $[3\bar{6}4]$	31.0	36.7	26.6
$(\bar{1}13)$ $[2\bar{1}1]$	16.8	25.2	45.0
$(\bar{1}31)$ $[\bar{2}\bar{1}1]$	64.7	72.5	71.6
$(\bar{1}31)$ $[\bar{1}\bar{1}2]$	31.1	72.5	71.6
$(\bar{3}11)$ $[121]$	64.7	72.5	18.4
$(\bar{3}11)$ $[112]$	31.1	72.5	18.4

表 5. 1　主な優先方位のオイラー角

5.4 変形挙動の理論計算

すべり変形する立方金属の拘束条件下での塑性変形の問題は Taylor[55] が最初に扱い，その後 Bishop と Hill[56] 及び Bishop[57] はそれを発展させ，単結晶についての最大塑性仕事の原理と最小せん断の原理を導くと共に，結晶粒の性質から多結晶の塑性条件を求めた。さらに大久保[58],[59] はこの問題を線形計画問題と解釈することにより，この理論を種々の問題に見通しよく適用できるようにしている。本研究では，この理論を使って降伏曲面及び r 値の計算を行った。

5.4.1 単結晶の降伏曲面

立方晶の塑性変形を次のようにモデル化する。

(1) 変形の素過程はすべり系上の単純せん断であって，二つ以上のすべり系が活動する時の変形はそれぞれの単純せん断の重ね合せとする。

(2) 活動するすべり系上のせん断応力は臨界せん断応力に等しく，活動しないすべり系ではそれを越えない。

(3) 方位回転と加工硬化を無視し，方位と臨界せん断応力が与えられた状態での微小変形を考える。

(4) 面心立方金属のすべり系は{111}<110>とする。

いま試料に固定した座標系を（X_1 ,X_2 ,X_3 ）とし，結晶に固定した座標系を（x_1 ，x_2 ，x_3 ）とする。またすべり系に適当な順序で一連の番号（ $k=1,2,\cdots\cdots,m$ ）を付ける。

試料座標系及び結晶座標系について

応力成分	: S_{ij} , σ_{ij}
歪増分の成分	: dE_{ij} , $d\varepsilon_{ij}$
すべり面の単位法線ベクトル成分	: — , n_i^k
すべり方向の単位ベクトル成分	: — , b_i^k

すべり系について

すべり面すべり方向のせん断応力	: τ^k
臨界せん断応力	: τ_c

とする。

一様な応力状態 σ_{ij} の下で，すべてのすべり系においてせん断応力が臨界せん断応力を越えないという条件は

$$\tau_c \geq \tau^k = \sum_{i,j}^{3} n_i^k \, b_j^k \, \sigma_{ij} \qquad (5.6)$$

と書ける。またその時結晶になされる塑性仕事は

$$dW=\sum_{i,j}^{3}\sigma_{ij}\,d\varepsilon_{ij} \tag{5.7}$$

であり，式(5.6)を満足する σ_{ij} の内 dW を最大とする σ_{ij} を求めればよい。一方式(5.7)の dW は外部からなされた仕事に等しく，

$$dW=\sum_{i,j}^{3}S_{ij}\,dE_{ij} \tag{5.8}$$

X_i と x_j との方向余弦を ℓ_{ij} とすれば

$$d\varepsilon_{ij}=\sum_{k,\ell}^{3}\ell_{ki}\cdot\ell_{\ell j}\cdot dE_{k\ell} \tag{5.9}$$

であるから，dE_{ij}、で与えられる変形を生ずるのに必要な S_{ij} を計算することができる。

5.4.2　多結晶体の降伏曲面

Bishop と Hill[56] は，多結晶体がある指定された巨視的な歪増分 dE_{ij} で変形する時になされる仕事 dW は，粒界すべりなど粒界の影響を無視し，結晶粒内でのすべり変形のみを考えれば，各結晶粒が dE_{ij} と同じ変形をしたと想定して計算した仕事の総和に等しくなるという関係を導びいた。すなわち

$$dW=\sum_{i,j}^{3}S_{ij}\,dE_{ij}=\sum_{i,j}^{3}\overline{\sigma_{ij}^{*}}\,dE_{ij} \tag{5.10}$$

$\overline{\sigma_{ij}^{*}}$ は各結晶粒に dE_{ij} を生じさせるのに必要な応力 σ_{ij}^{*} の多結晶体全体での平均，つまり多結晶体を構成する結晶粒を方位ごとに分け，各方位の結晶粒について応力を計算し，次いで各方位の存在比の重みを付けて平均したものである。今各方位の存在比として三次元分布関数 $w(\psi,\theta,\varphi)$ を使えば，

$$\overline{\sigma_{ij}^{*}}=\frac{1}{8\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sigma_{ij}^{*}(\psi,\theta,\varphi)\,w(\psi,\theta,\varphi)\sin\theta\,d\theta\,d\psi\,d\varphi \tag{5.11}$$

となる。

一方 S_{ij}，dE_{ij} と降伏曲面との関係は，最大塑性仕事の原理を適用すると図5.31のように示され，ベクトル dE_{ij} はこれに対応する応力 S_{ij} を表わす降伏曲面上の点において，降伏曲面の外向き法線に平行となる。従って原点から降伏曲面上の点 S_{ij} での切平面までの距離 P は，ベクトル S_{ij} のベクトル dE_{ij} 方向への正射影であり式(5.10)より，

$$P=\frac{S_{ij}\,dE_{ij}}{(dE_{ij}\,dE_{ij})^{1/2}}=\frac{\overline{\sigma_{ij}^{*}}\,dE_{ij}}{(dE_{ij}\,dE_{ij})^{1/2}} \tag{5.12}$$

と計算される。dE_{ij} の一連の値について P を求め切平面を書けば，降伏曲面はその包絡面と

して求めることができる。

図5.32から図5.43に降伏曲線の計算結果を示す。図のθの意味は第4章の実測結果の場合と同様であるが，応力の値は臨界せん断応力で無次元化したM値（$M=S/\tau_c$）として表わしてある。従って実測結果との定量的な比較はできないものの，まず降伏曲線の形そのものがトレスカ型であることがよく似ている。また実測結果に見られたようなバウシンガー効果や過剰硬化による形の変化，あるいは$\theta=45°$における処理条件による形の変化の内，バウシンガー効果以外の降伏曲線の形の変化は計算結果にもはっきりと現われており，これらの現象は集合組織と関係があることがわかる。そしてこの降伏曲線の形に及ぼす集合組織の影響は，本研究のような理論計算を通じてある程度説明ができる。

5.4.3 r値

単結晶や優先方位の知られている多結晶体のr値の計算は，特に体心立方金属である薄鋼板について多く行なわれている。集合組織からr値を計算する方法には，長島ら[60]のすべり系に作用するせん断応力とその系でのすべり量との間にある定量的仮定を置いて，一軸引張り応力状態における変形を計算する方法と，Hosford ら[61]のように前記の Bishop と Hill の考え方によって可能な一連の変形について塑性仕事つまり変形応力を計算し，それが最小となる時の変形からr値を求める方法がある。

本研究では後者に類似した方法として，前項で計算した降伏曲線を利用してr値を求めることにした。前項でも述べたように最大塑性仕事の原理によれば，ある応力状態における歪増分ベクトル方向は，その点における降伏曲面の法線方向と一致する。従ってr値は，一軸引張り応力状態（例えばX方向の引張り）における歪増分ベクトル（dE）の他の2方向への成分（dE_Y，dE_Z）から，$r=dE_Y/dE_Z$として計算できる（図5.31）。

図5.44は各材料の板面3方向の計算結果である。実測結果は図2.2に示したが，先にも述べたように伸びの小さい材料のr値の測定はかなり困難でありその信頼性は少ない。そこで一軸引張り試験と等価な変形である等二軸応力圧縮試験によって，r値に相当する塑性歪比を測定した。図5.45はその結果である。実測結果と計算結果とを比較すると定量的には多少差が見られるものの，その方向性に関しては一，二の例外を除いて一致している。従ってアルミニウム材料のr値も特にその方向性は，集合組織を基にした本手法によってほぼ予測可能であることがわかる。

5.4.4 応力の方向性

図4.17で考えたσ_{WP}，σ_{TP}，σ_{SP}そしてσ_Uに相当する値を各々M_{WP}，M_{TP}，M_{SP}そしてM_Uとする。図5.46，図5.47，図5.48，図5.49にそれらの計算値を板面3方向について示した。計算値は無次元量であるため実測値との定量的な比較はできないので，その方向性についてのみ比較を行なうと，M_{WP}（σ_{WP}），M_{TP}（σ_{TP}），M_U（σ_U）の3つについては両者の方向性はよく一致しており，M_{SP}（σ_{SP}）だけはまったく一致しないことがわかる。そしてM_{SP}はむ

しろHillの理論を使って計算した σ_{SP} と一致している。従って図5.50及び図5.51に示した M_{WP}/M_{SP} ,M_{WP}/M_{TP} の値についても当然のこと，後者は実測と一致するが前者は一致が見られない。このように本手法で検討した範囲では，ある特定の変形状態における応力の方向性についてはかなり実測結果との一致が見られ，集合組織の影響を見ることができるものの，変形状態によってはそのような見方のまったくできないものもあるようである。そして M_{WP} (σ_{WP}) や M_{TP} (σ_{TP}) が降伏曲線のある部分のふくらみ具合を表わしていることを考えると，少なくとも降伏曲線のある方向へのふくらみやつぶれといった，形の変化に起因する応力の方向性に及ぼす集合組織の影響は，本計算手法によって予測できることがわかる。

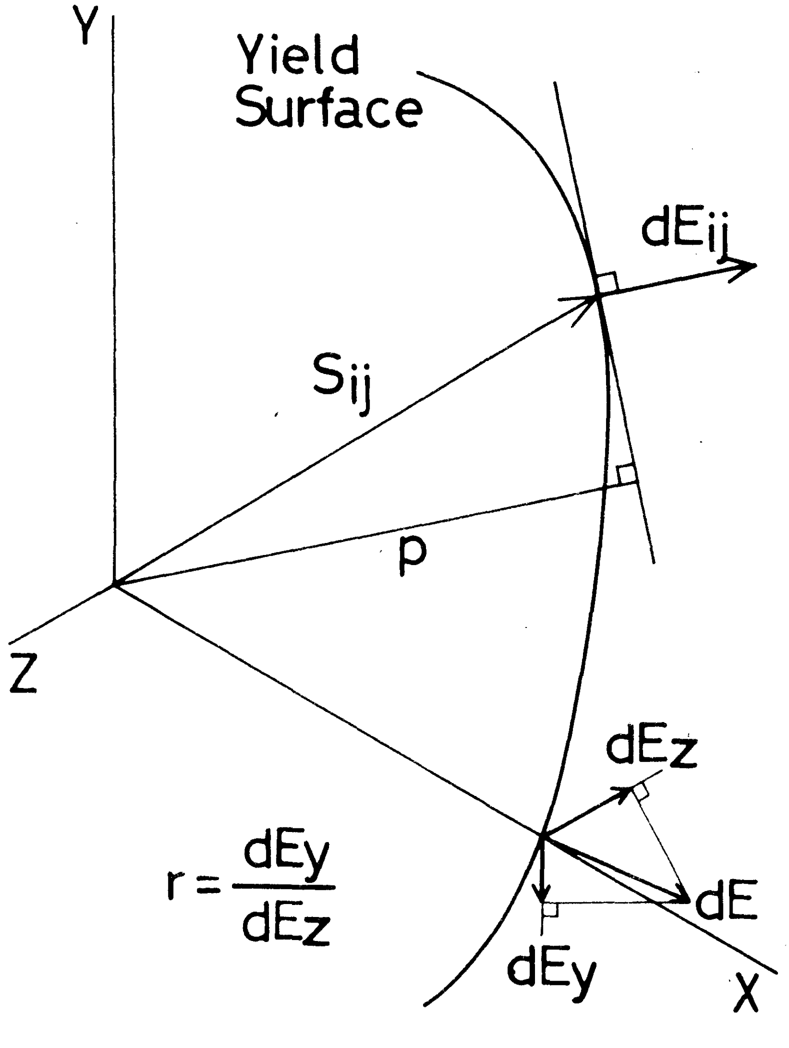


図 5. 31 応力場における S_{ij} と dE_{ij} の関係及び r 値の計算方法

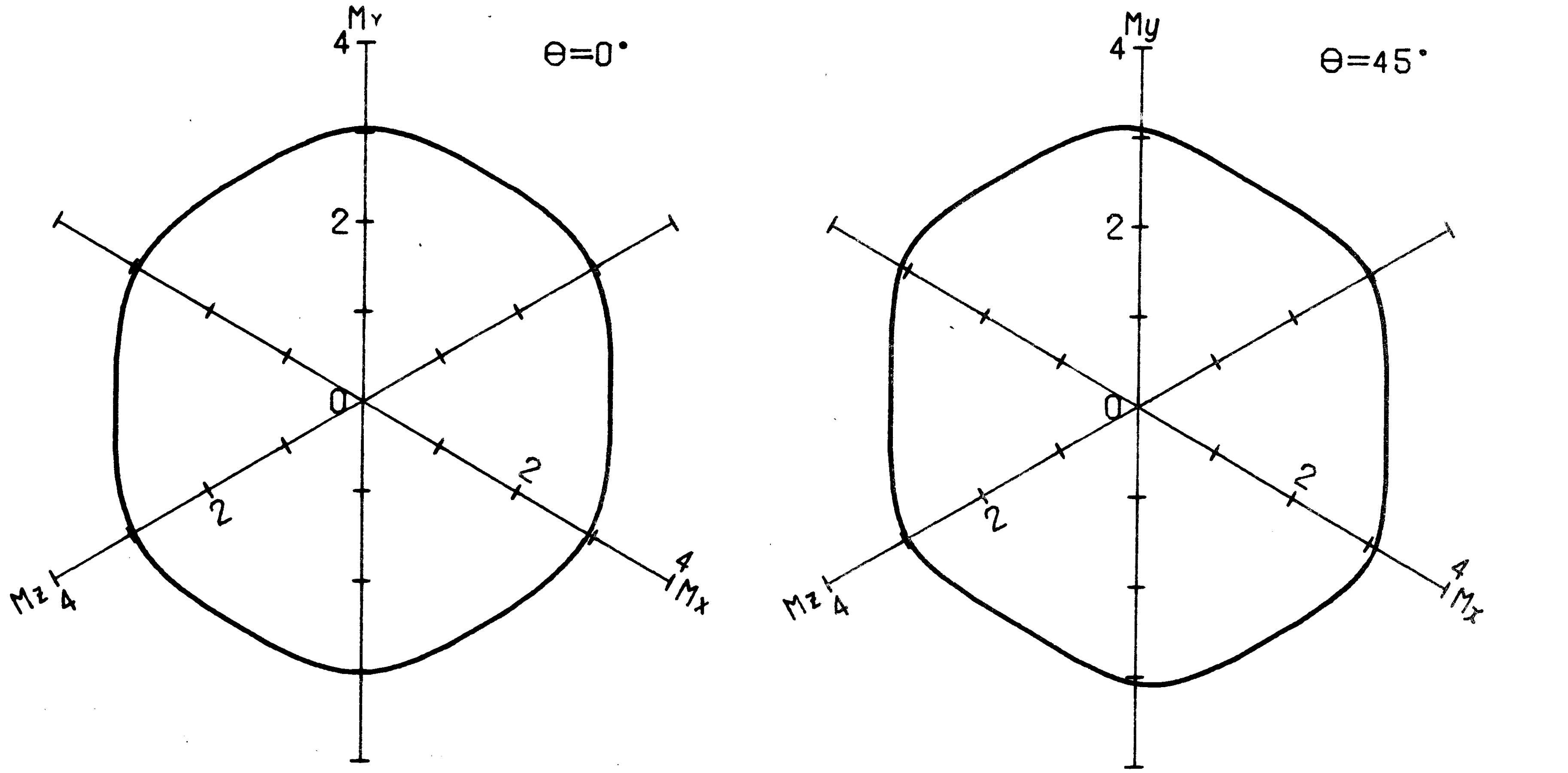


図 5. 32 理論降伏曲線（1100−O）

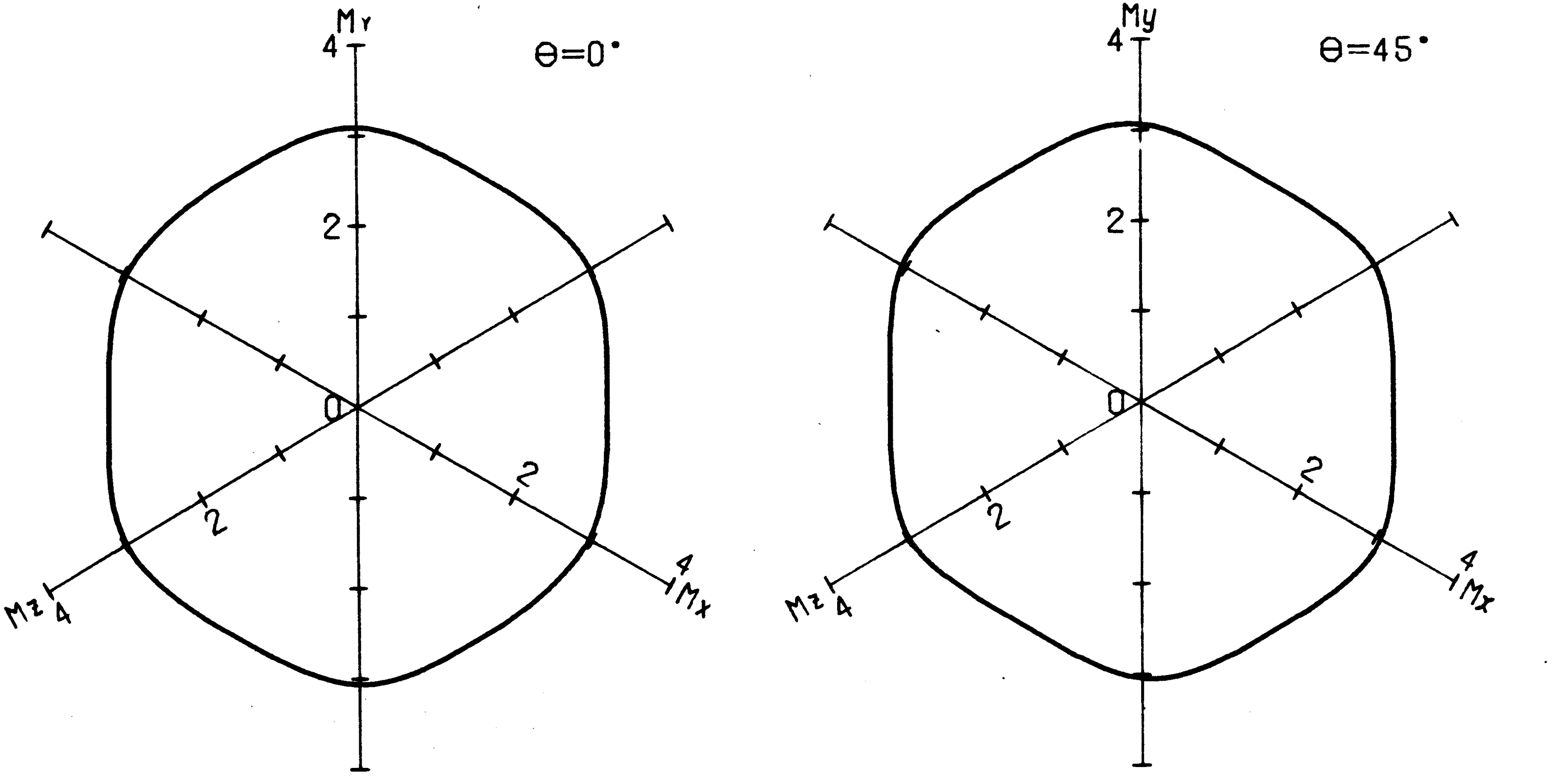
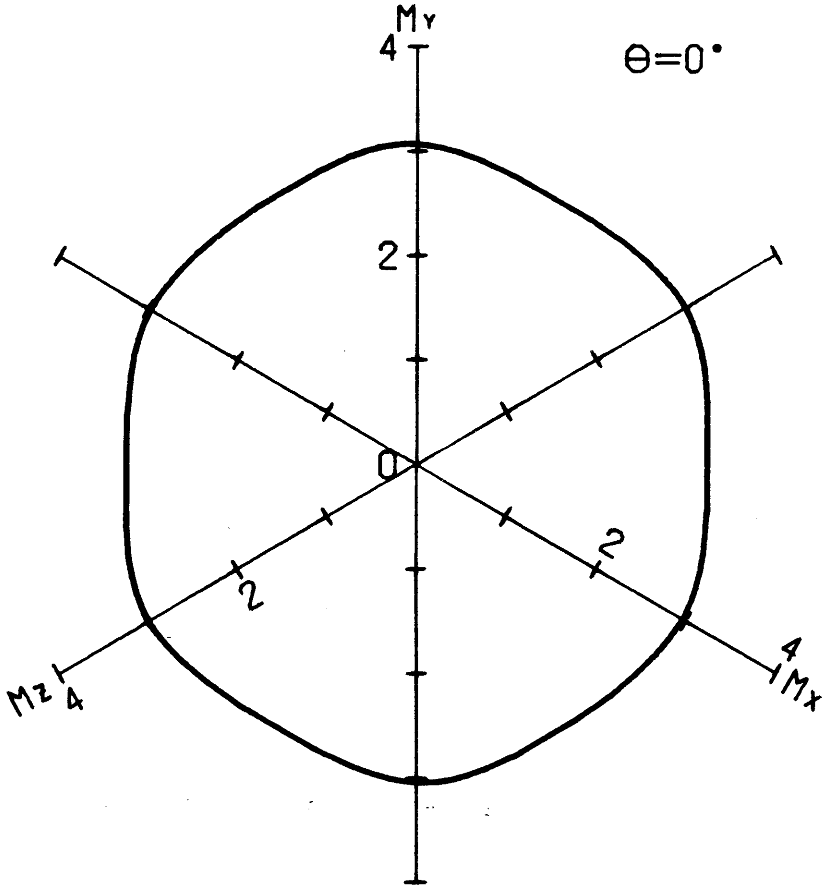


図 5. 33　理論降伏曲線（1 1 0 0 −H1 4）



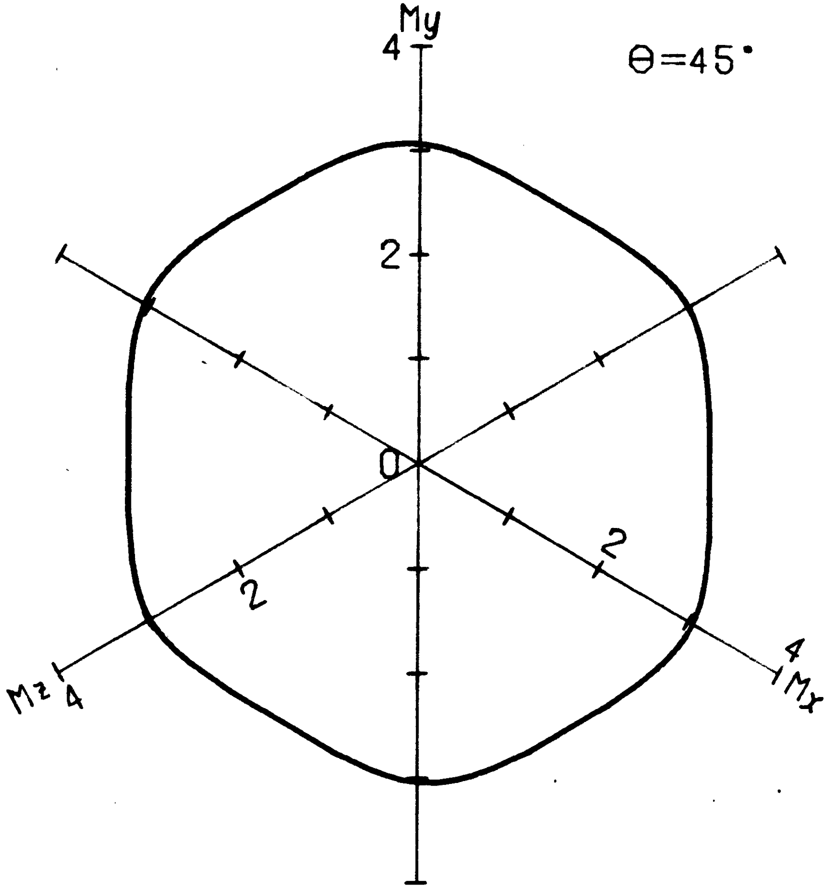


図 5. 34　理論降伏曲線（1100−H16）

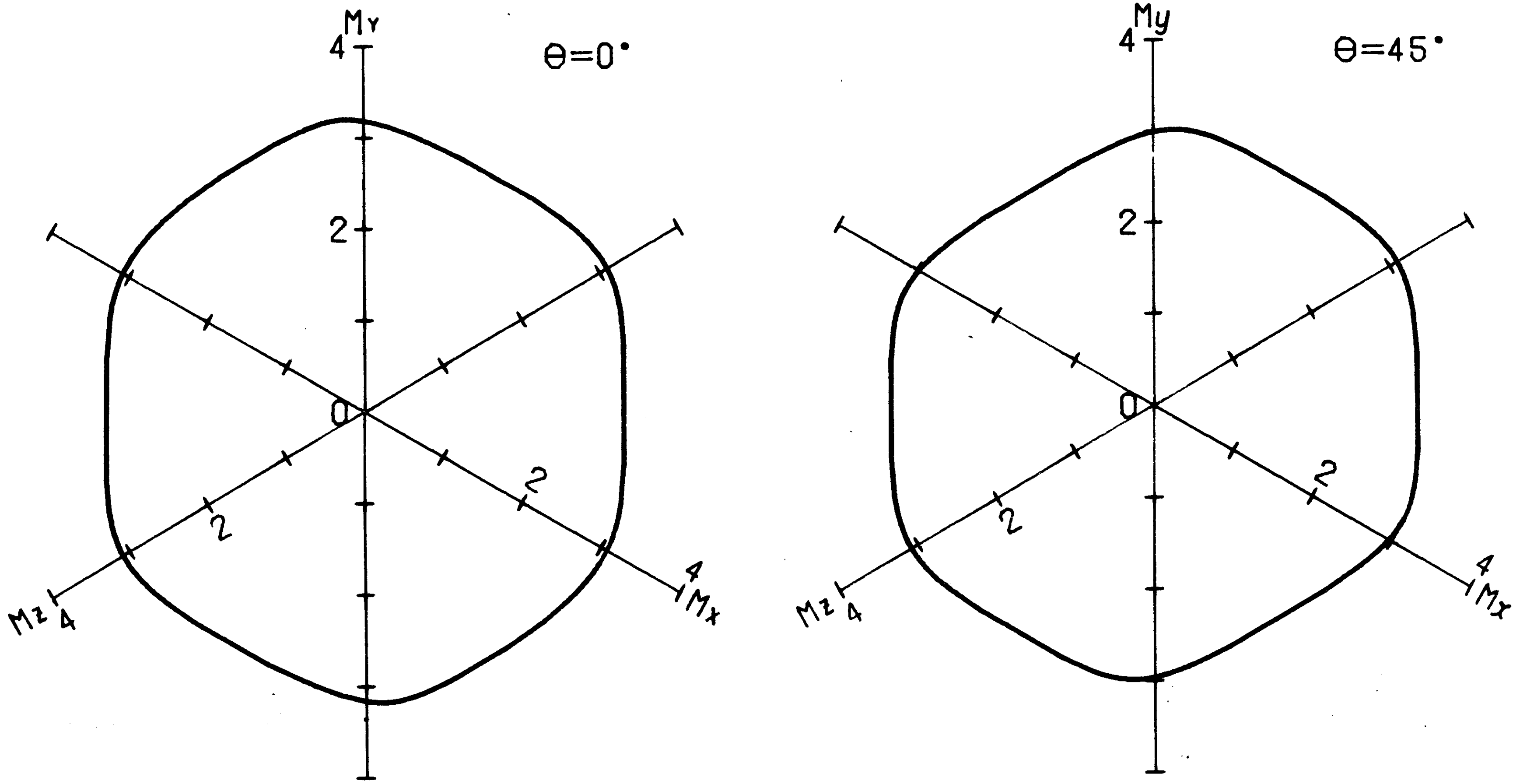


図 5. 35　理論降伏曲線（1100−H18）

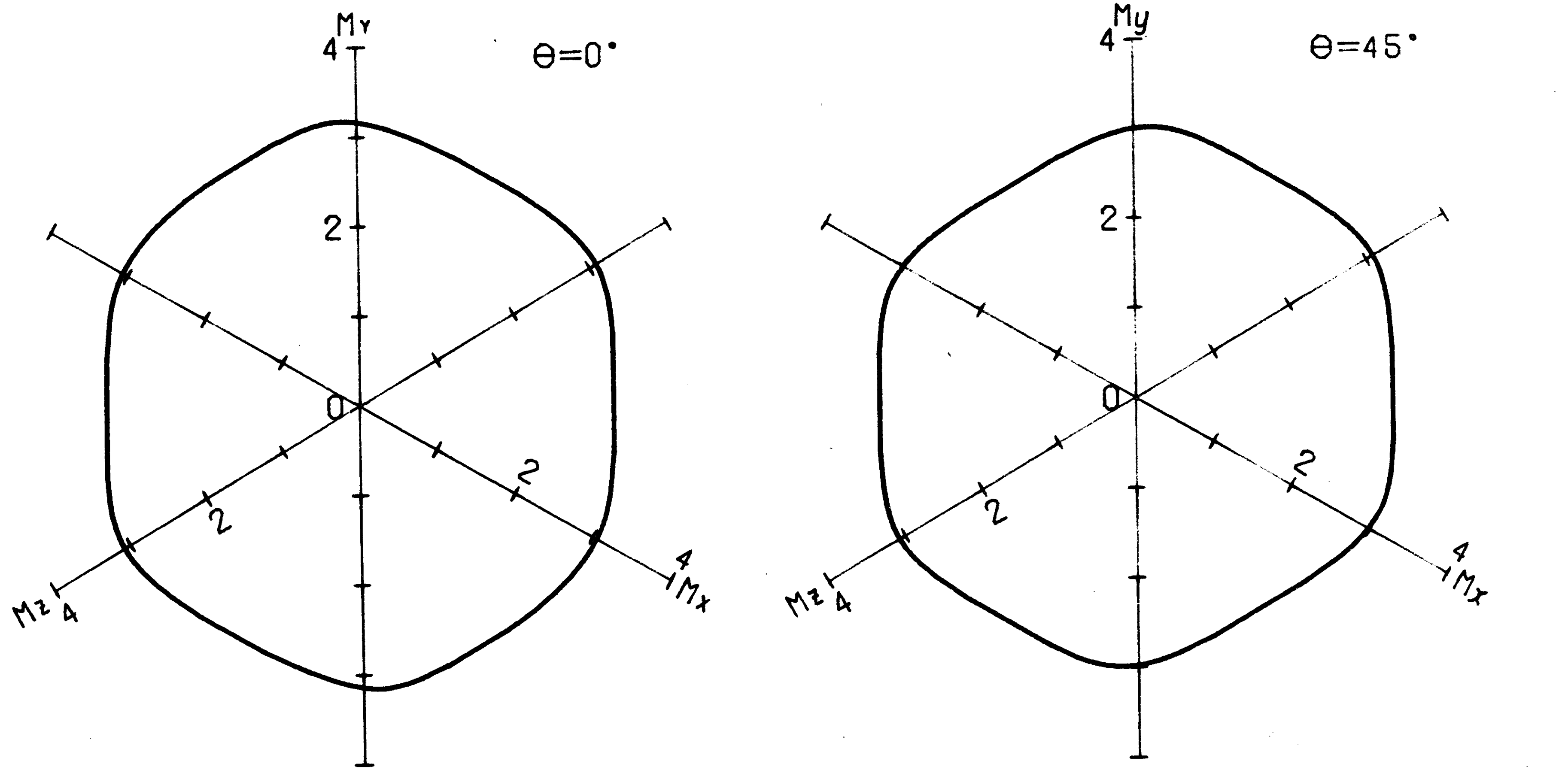


図 5. 36　理論降伏曲線（1100－H24）

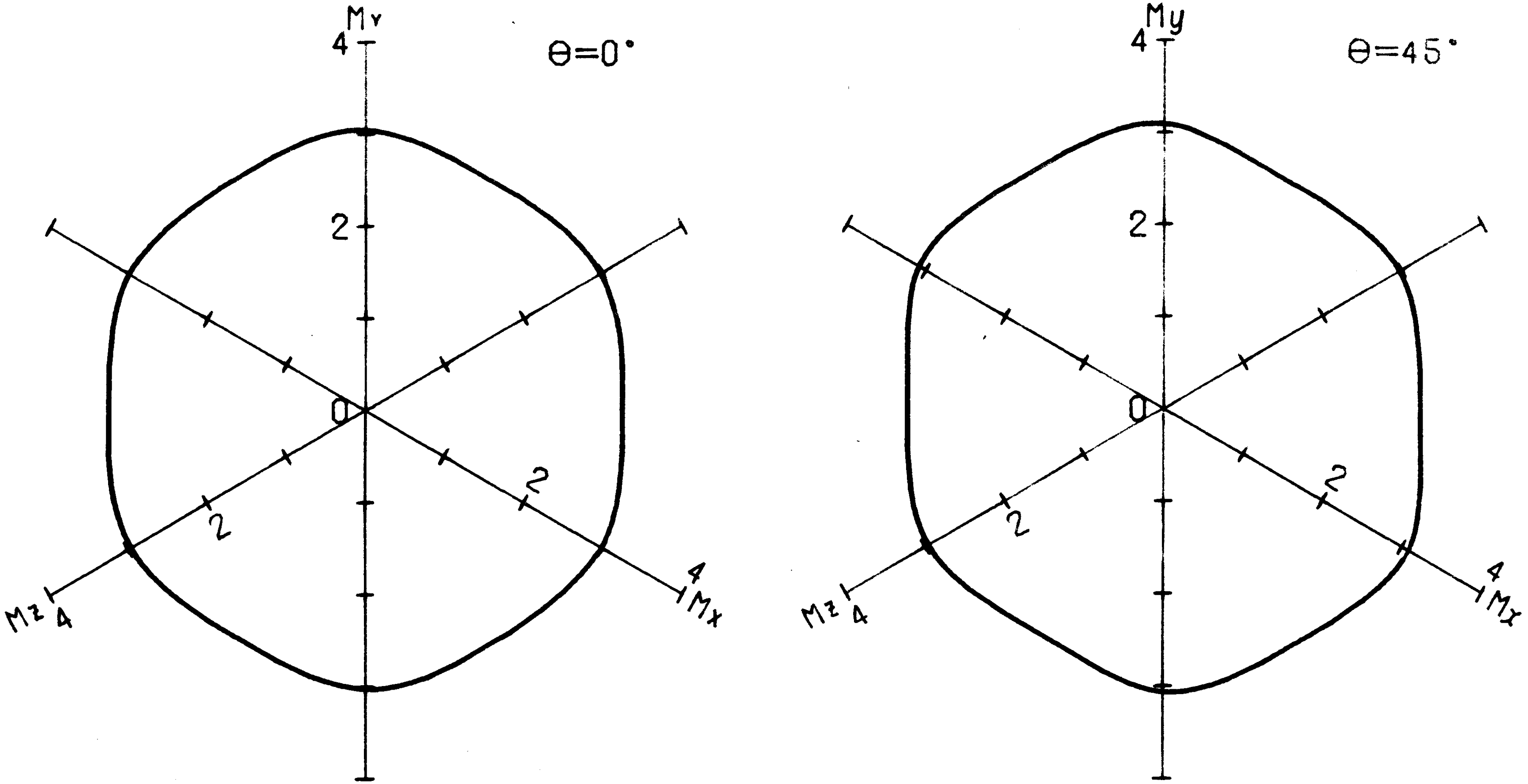


図 5. 37　理論降伏曲線（1050−O）

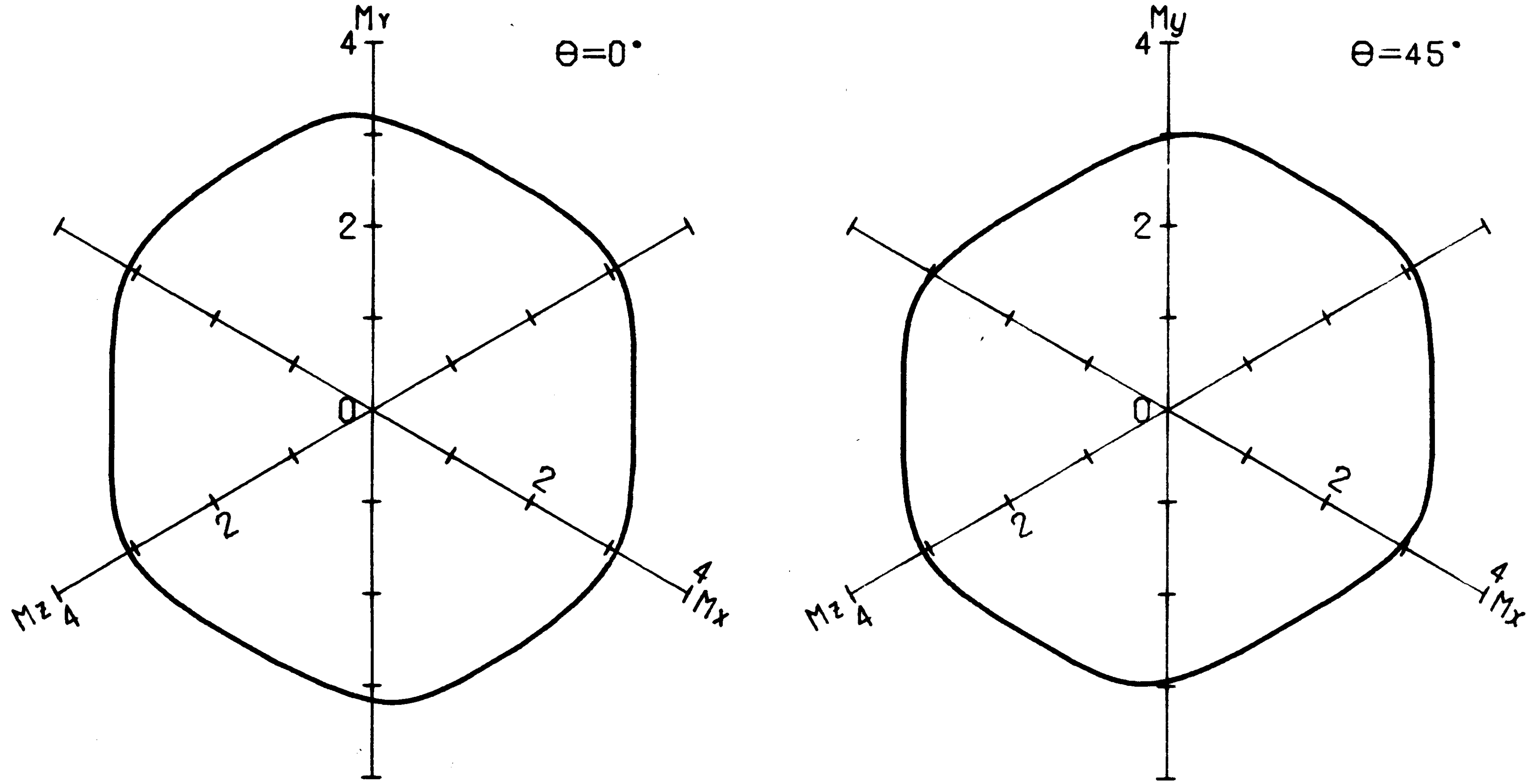


図 5. 38　理論降伏曲線（1050−H24）

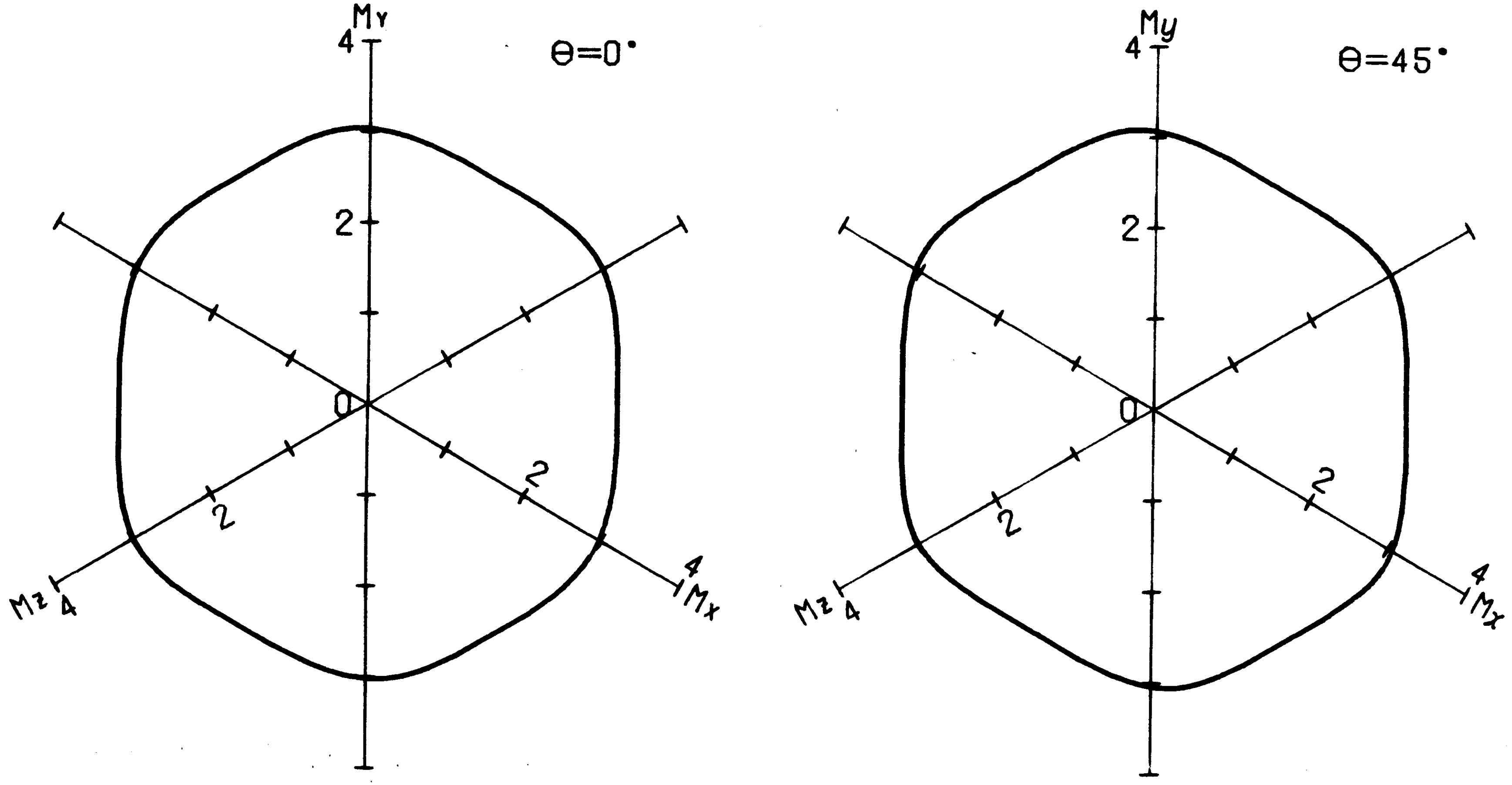


図 5.39 理論降伏曲線（5052−O）

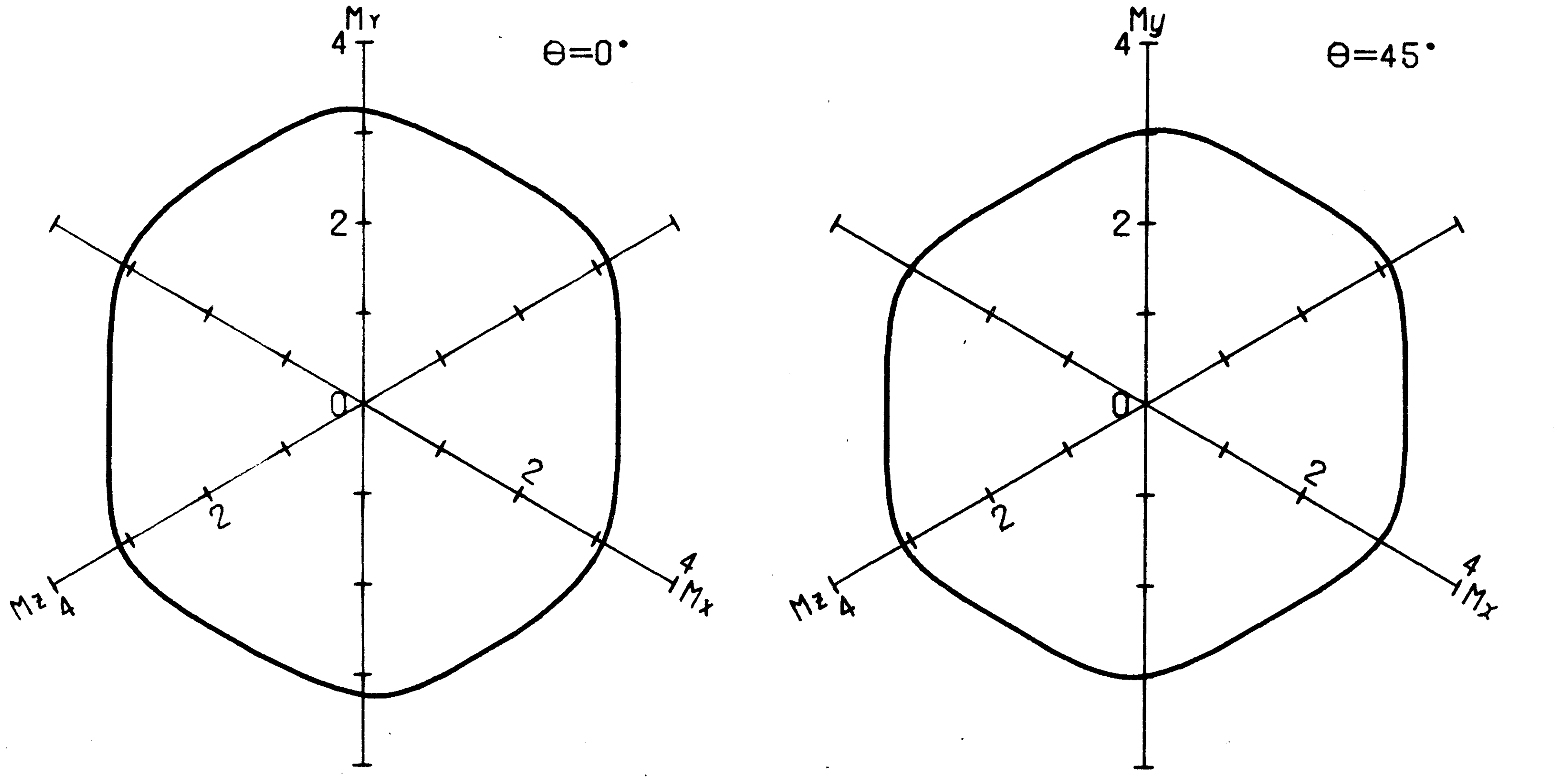


図 5. 40　理論降伏曲線（5052−H22）

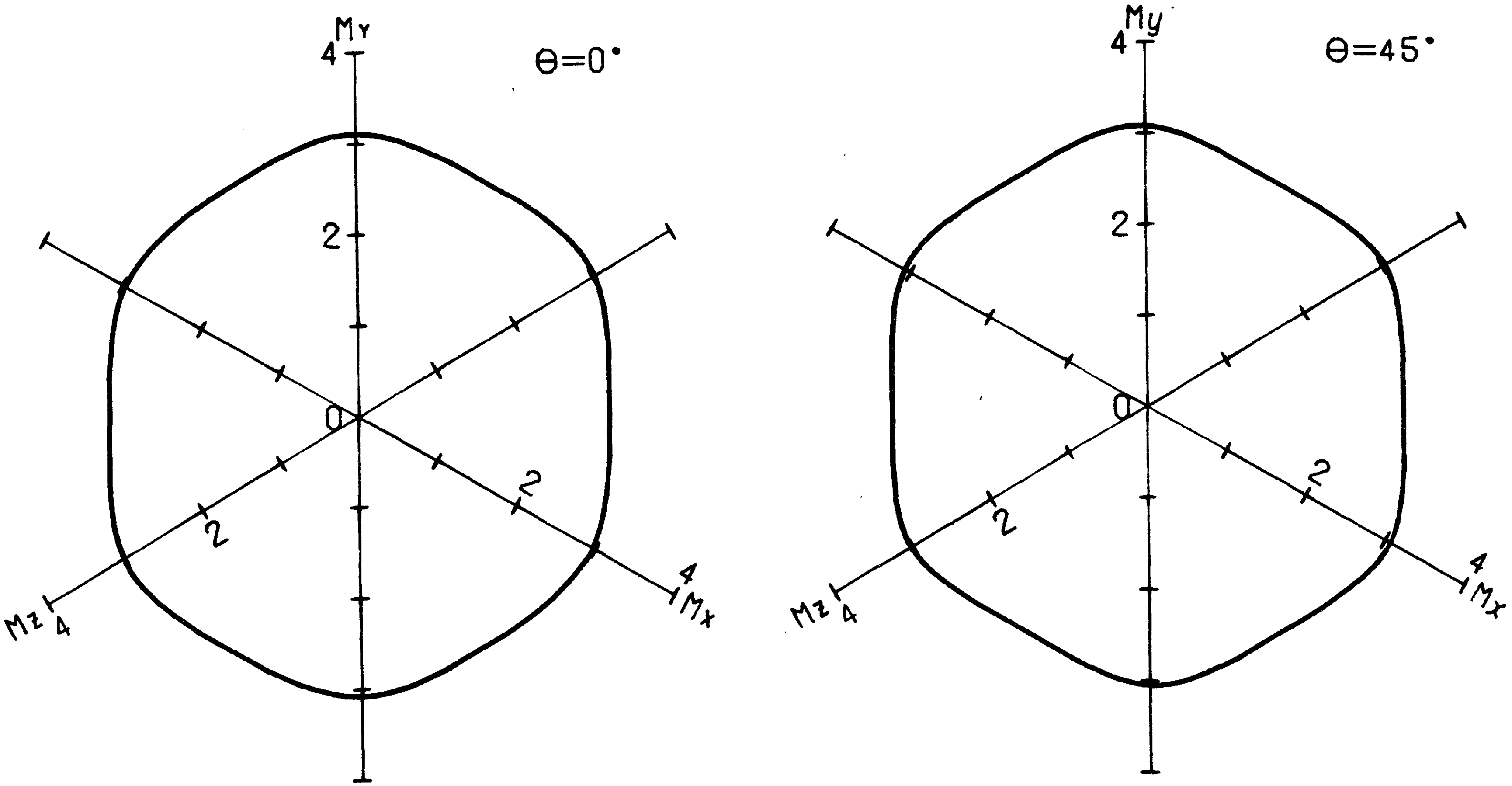


図 5.41　理論降伏曲線（5052−H34）

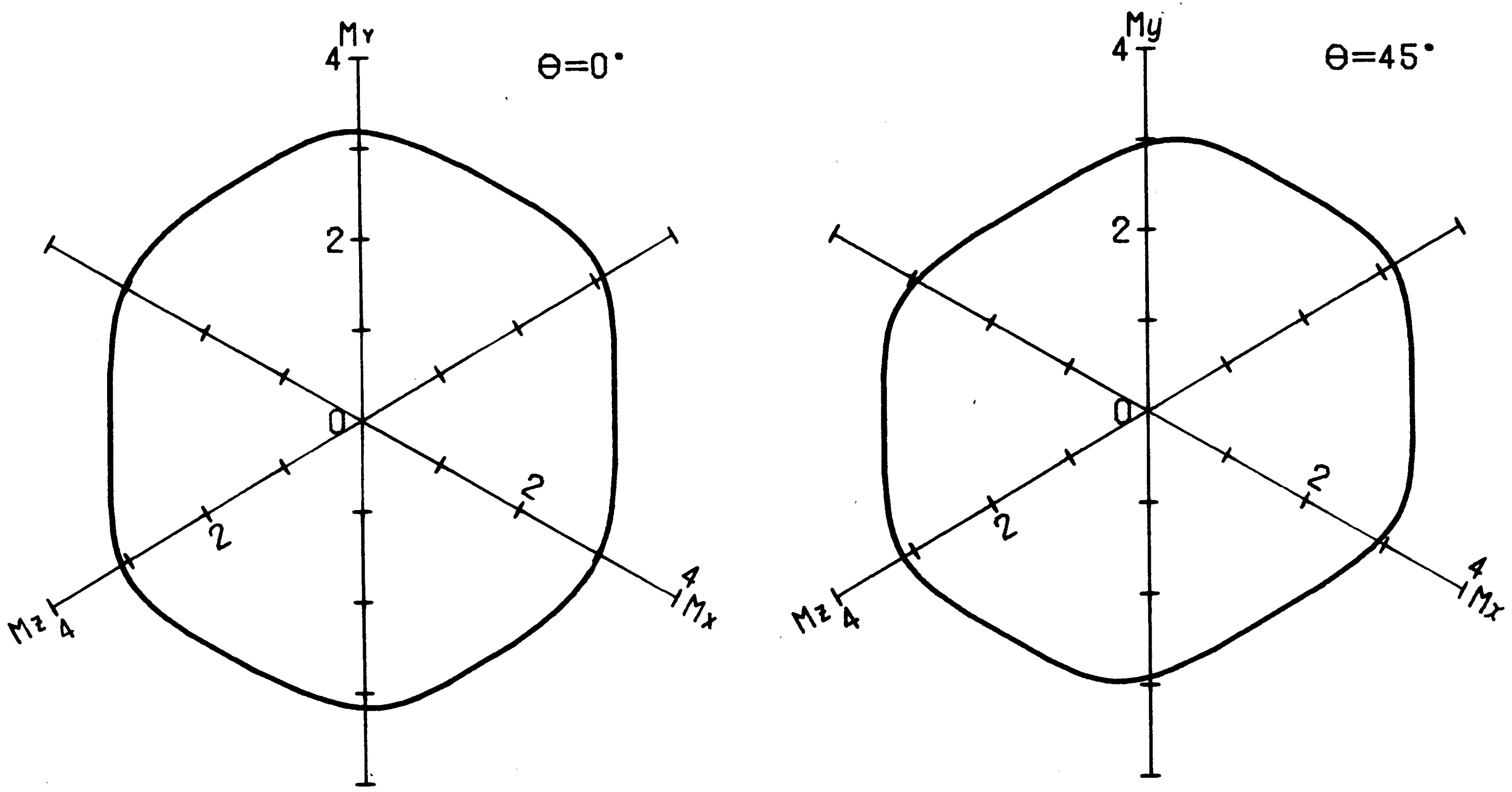


図 5.42 理論降伏曲線（5052−H38）

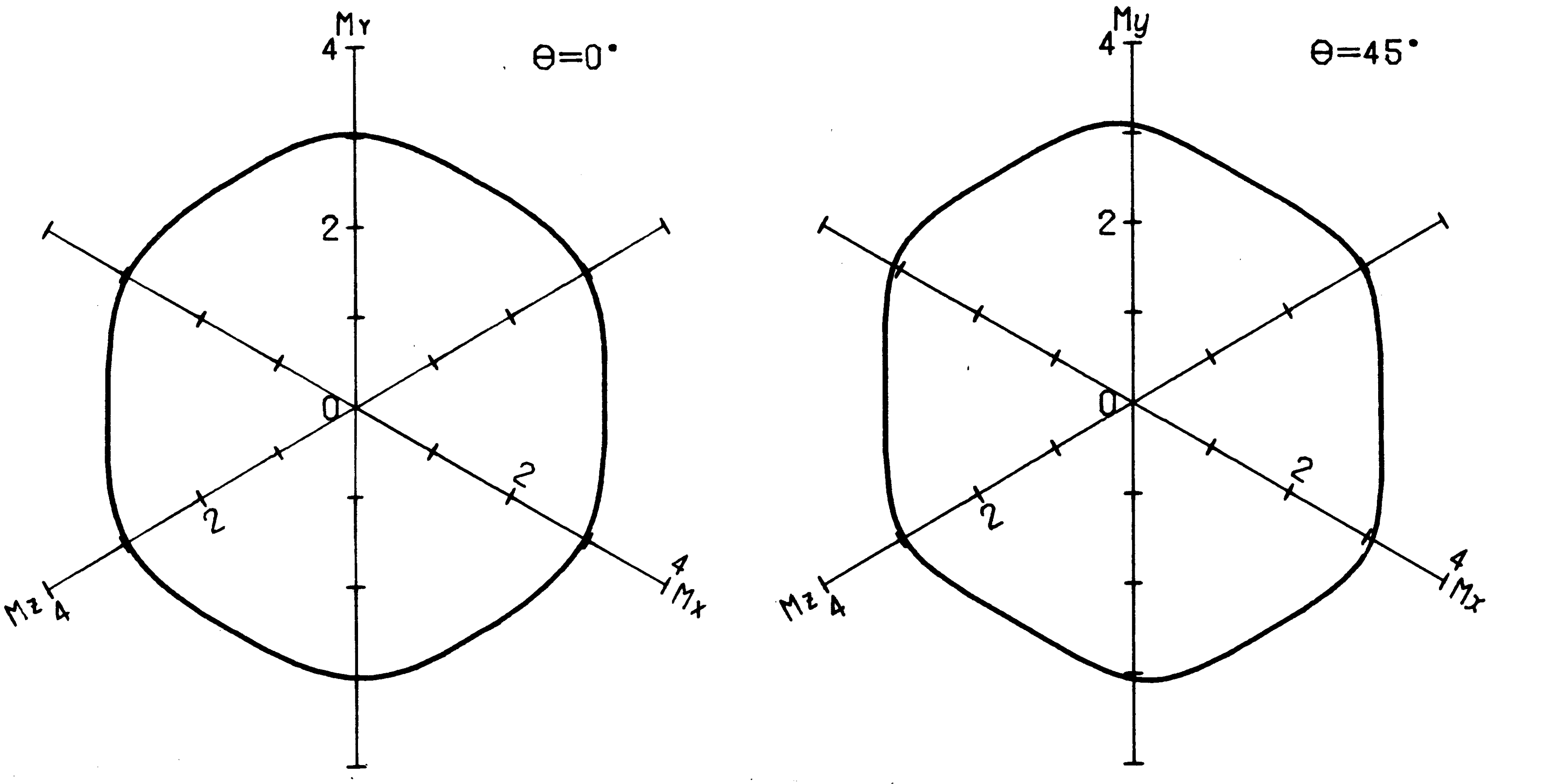


図 5.43　理論降伏曲線（5005−H14）

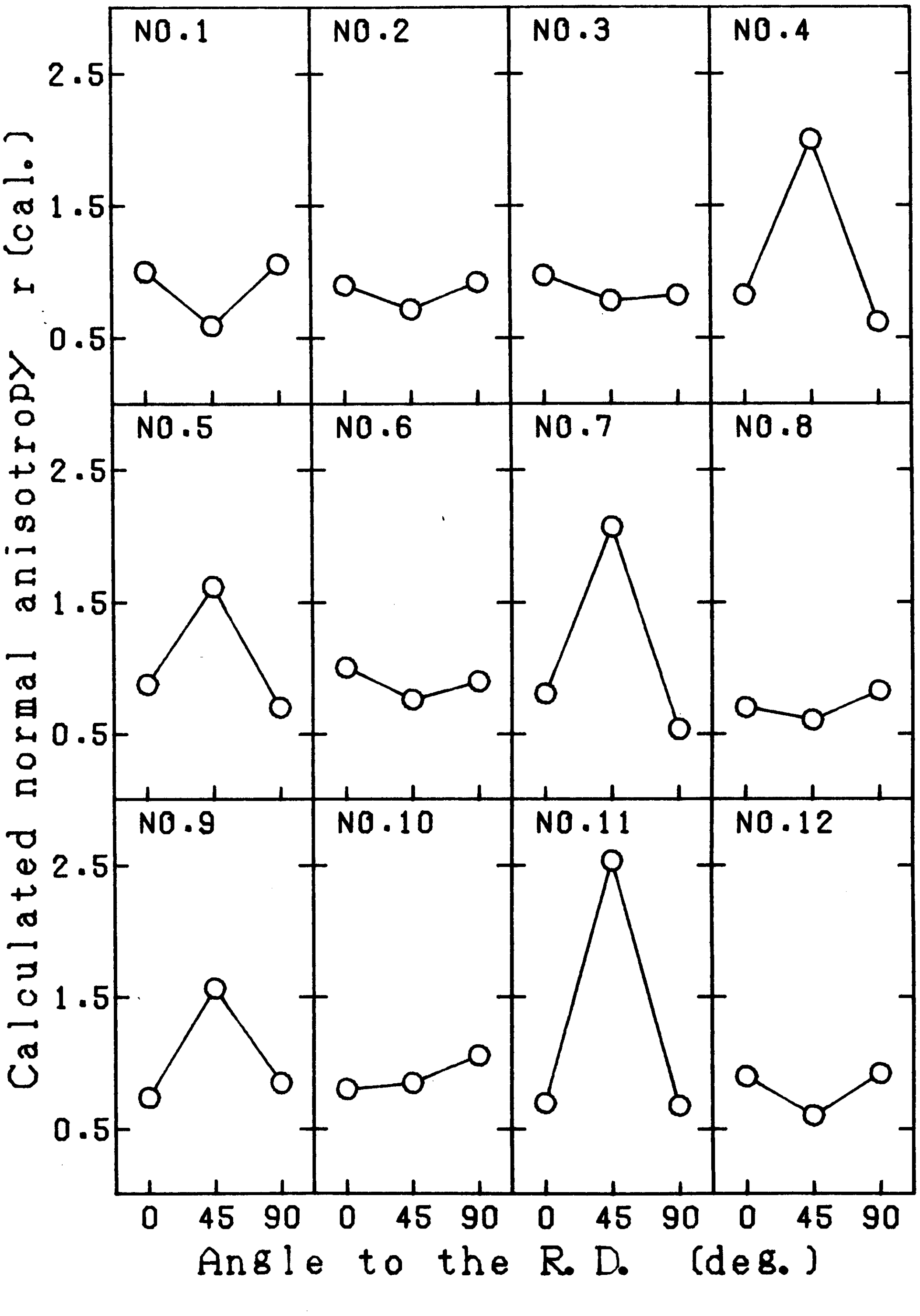


図 5.44 結晶理論による r 値の方向性

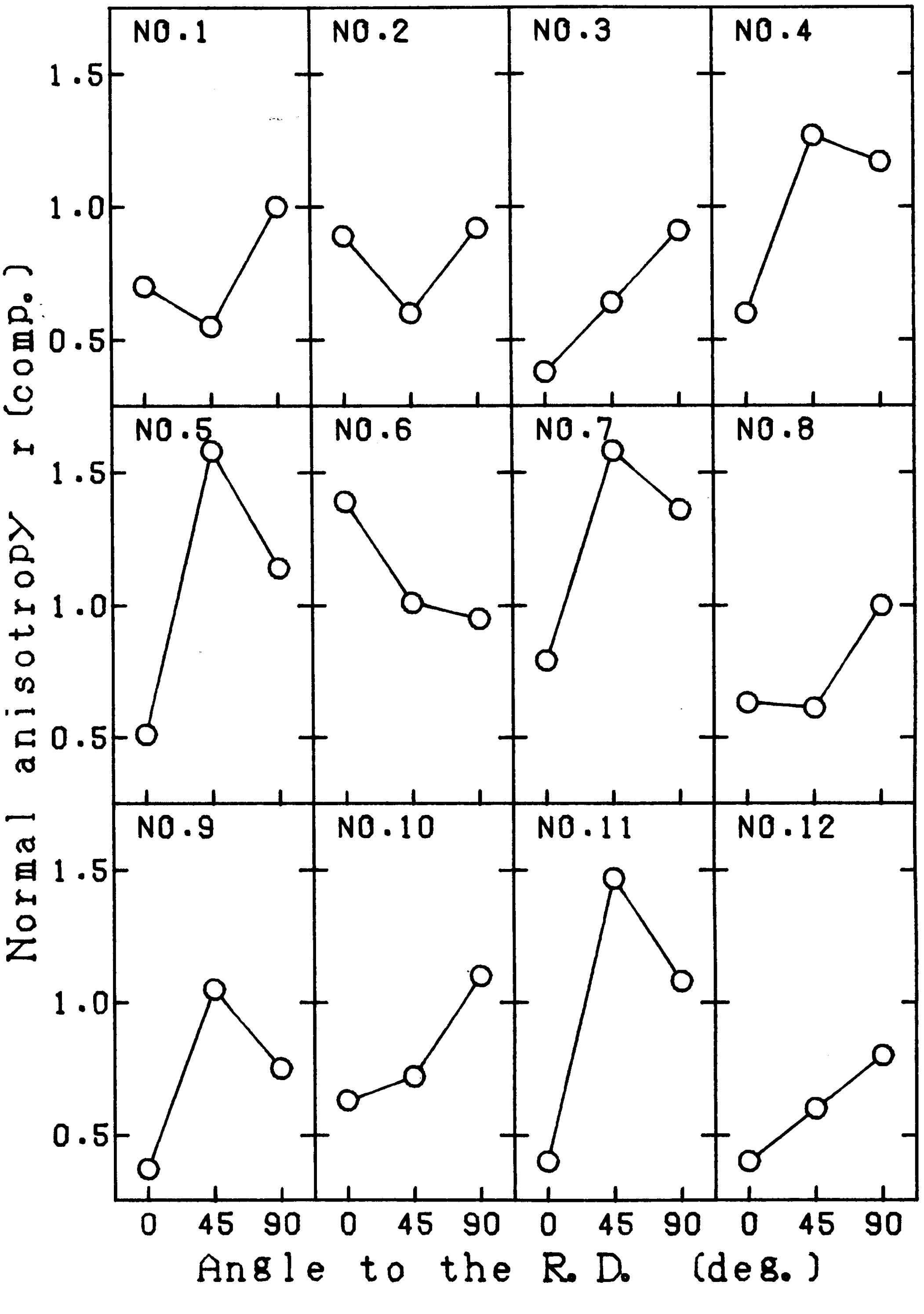


図 5.45 等二軸応力圧縮試験による r 値の方向性

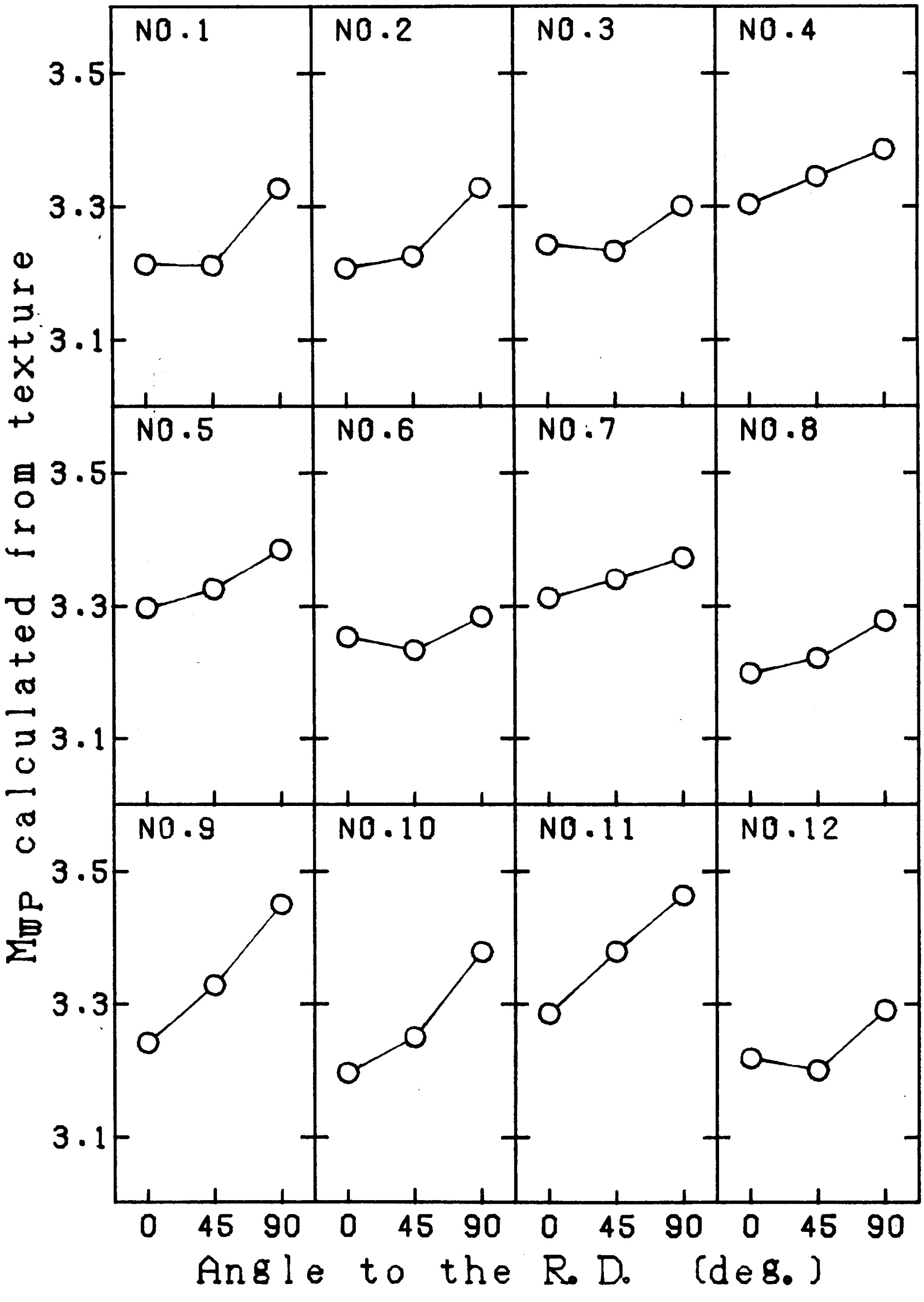


図 5. 46 M_{WP} の方向性

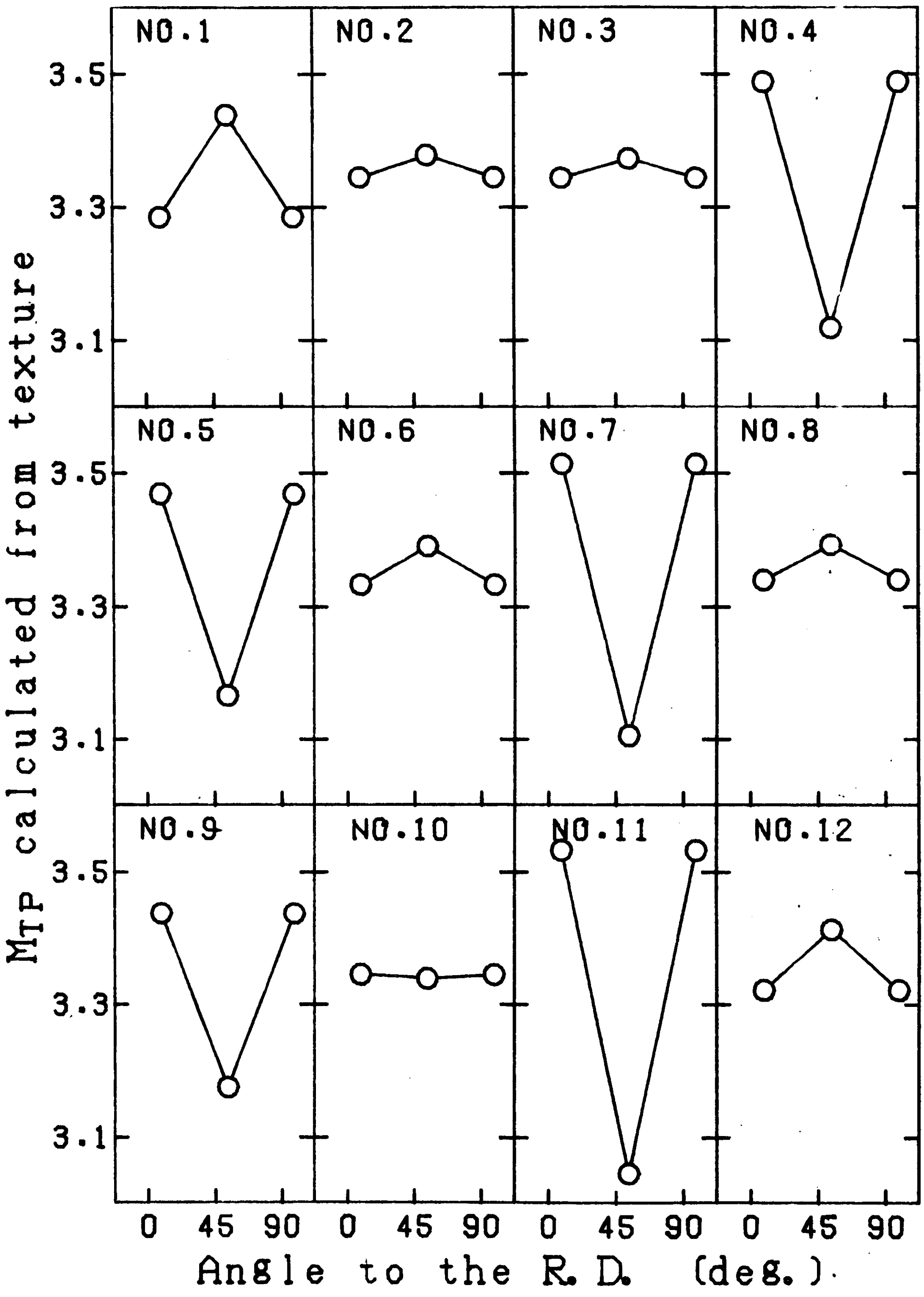


図 5.47　M_{TP} の方向性

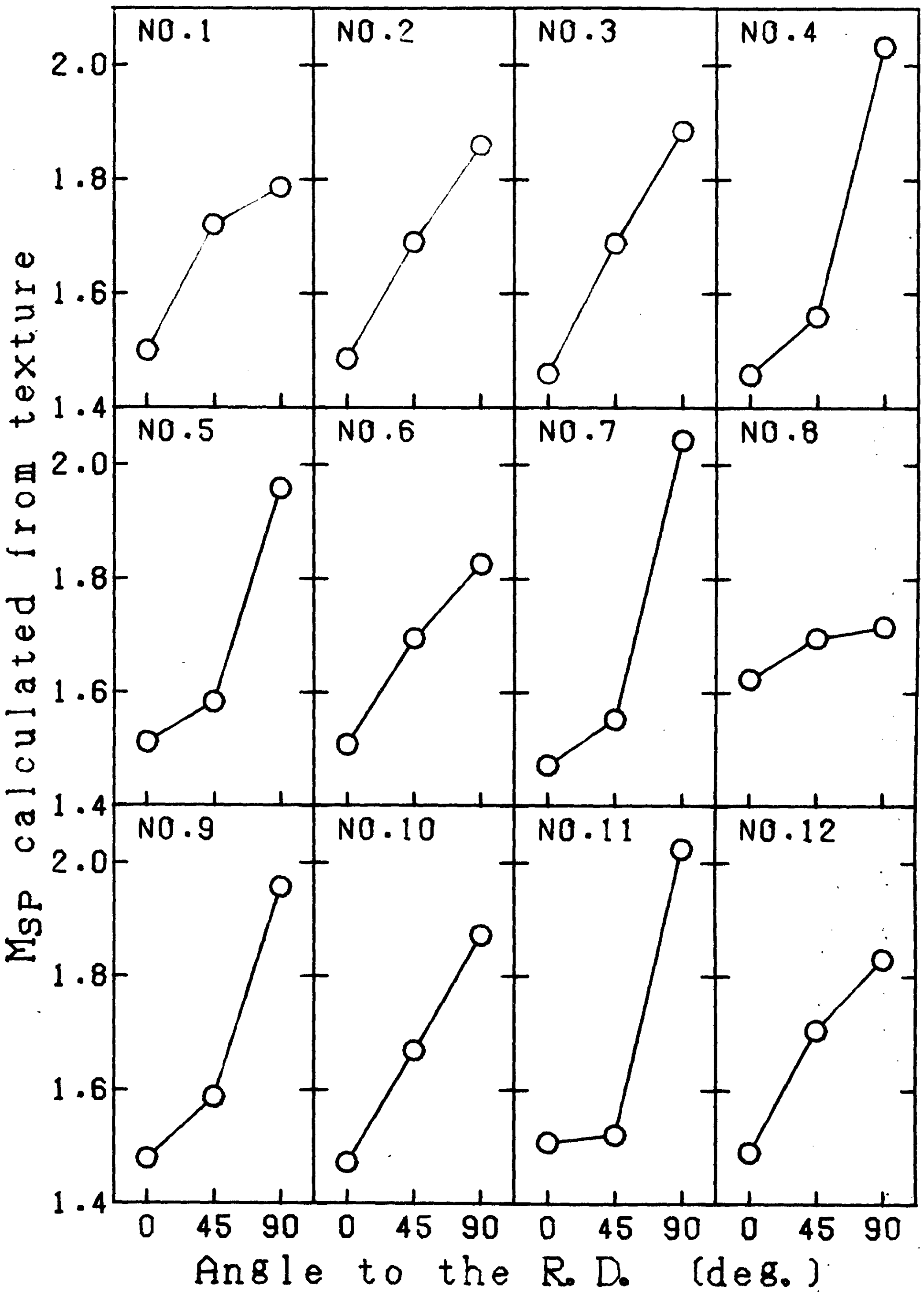


図 5.48 M_{SP} の方向性

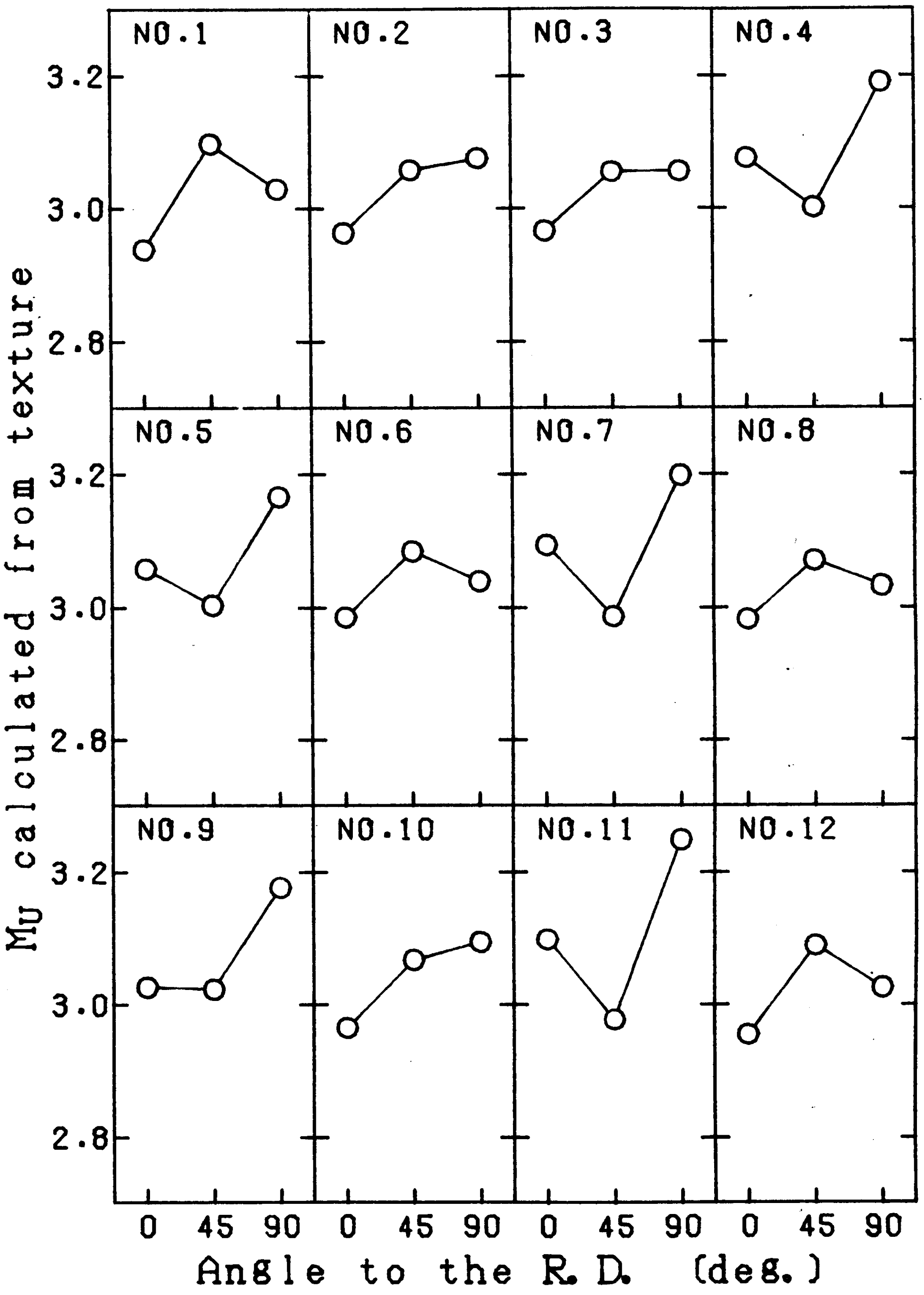

NO.1
NO.2
NO.3
NO.4
NO.5
NO.6
NO.7
NO.8
NO.9
NO.10
NO.11
NO.12
3.2
3.0
2.8
Mu calculated from texture
0 45 90
Angle to the R. D. (deg.)

図 5.49　M_U の方向性

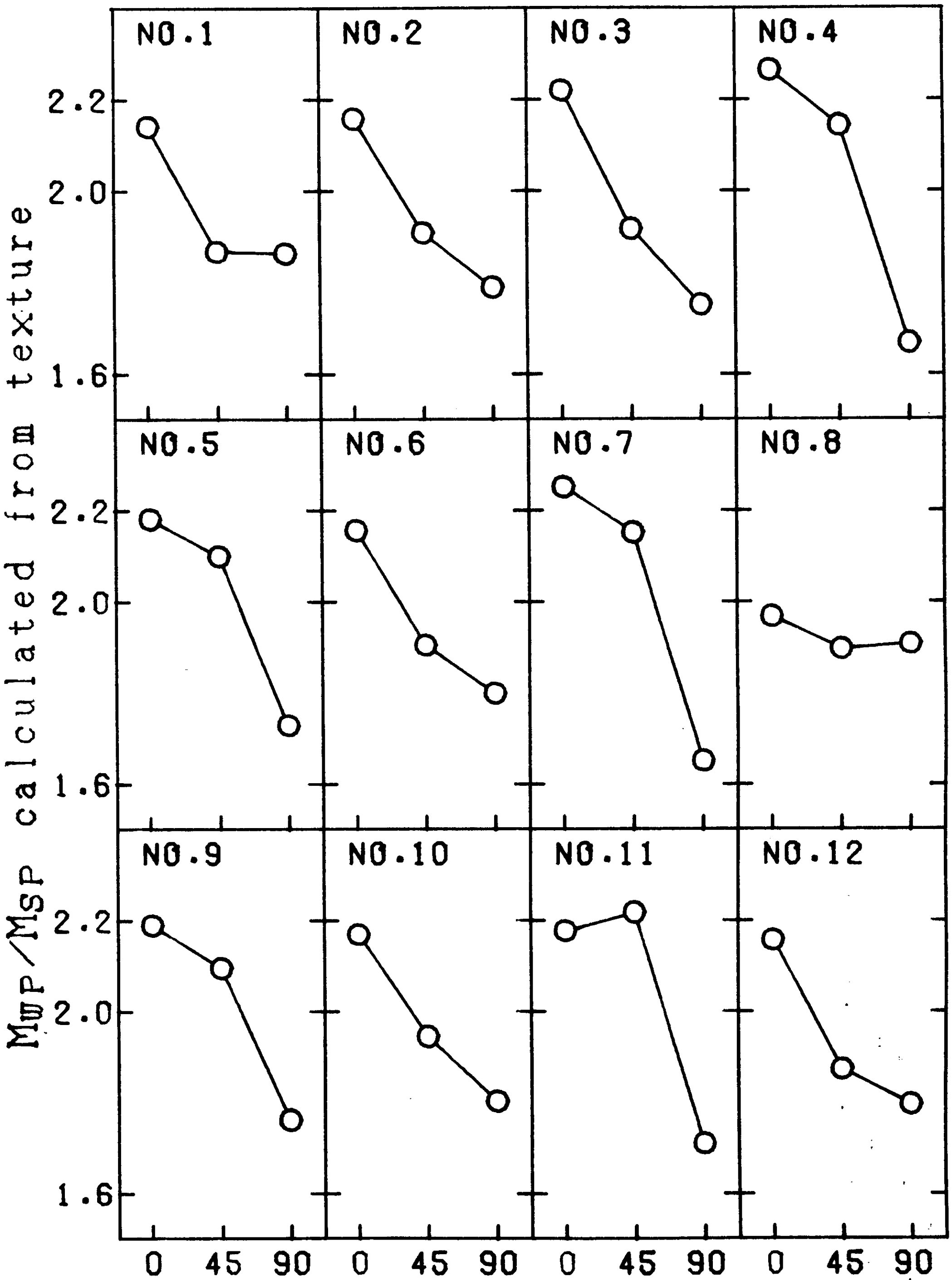


図 5.50 M_{WP} ／M_{SP} の方向性

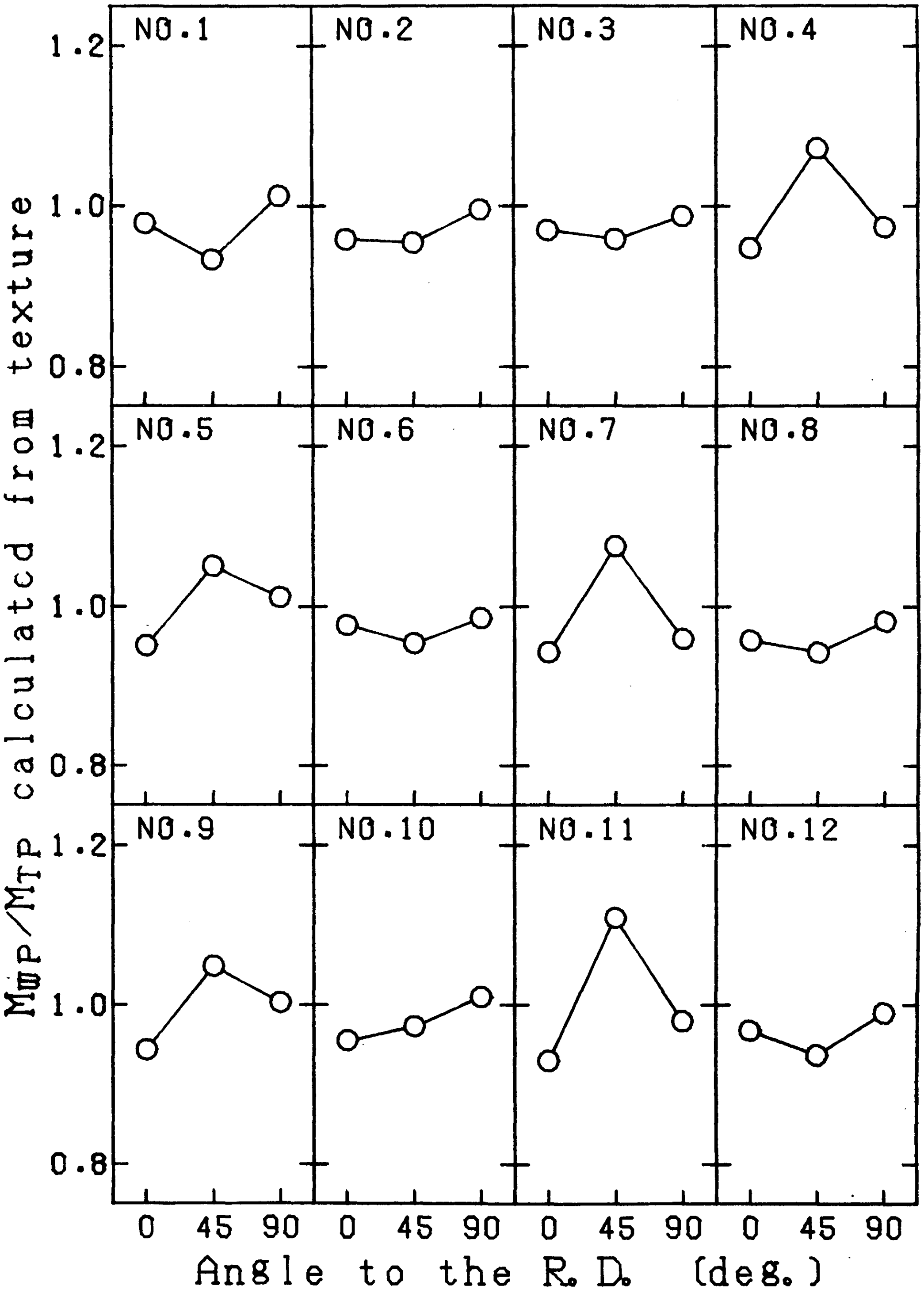


図 5.51 M_{WP} ／M_{TP} の方向性

5.5 考　察

ここで行なった理論計算ではすべり面上のすべり変形のみを考えているが，その計算による降伏曲線の形はトレスカ型に近いアルミニウムの実測結果とよく似ている。このことはアルミニウムのようにF.C.C.金属で積層欠陥エネルギーの高い金属では，その変形の大部分がすべり変形であると言われている[48),49)]ことから納得できる。

強圧延されたH18とその後部分焼鈍されたH24とを比較すると，実測した降伏曲線の形は，バウシンガー効果の影響に差がある以外はよく似ており，一方集合組織は両者にほとんど差がないことから，バウシンガー効果は集合組織と無関係であるのに対し，過剰硬化や$\theta=45°$での形の変化には集合組織がかなり関係していることがわかる。そして図5.52，図5.53，図5.54に示したような理想的な集合組織に相当する単結晶の計算結果を基に考えると，定性的に次のようなことがわかる。$\theta=0°$の場合，立方体方位の降伏曲線は正6角形で形のゆがみには関係なく，圧延集合組織のそれはいずれも時計の11時～1時及び5時～7時の方向に長い形となり，この組織の増加によってその付近に過剰硬化の現われることが予想される。一方$\theta=45°$の場合，立方体方位と圧延集合組織の降伏曲線はσ_Z軸に対してちょうど逆の形となり，前者ではσ_Z軸に垂直な方向に長く，後者では短くなる。従ってO材，H14のように立方体方位の多い材料ではその方向に長く，H18，H24，H38のように強圧延を受けた材料では短くなる。そしてH34のように両者が同程度存在する材料ではほぼ等方的となることが理解できる。このようにアルミニウムの場合，降伏曲線の形に及ぼす集合組織の影響は特に$\theta=45°$の場合に大きく現われ，優先方位だけでもその傾向はある程度わかるものの，その形はあまりにも実測結果と異っており，結晶方位分布関数を用いた計算がかなり有効であると思われる。

従来よりr値の方向性に対する集合組織の影響は実験的にも理論的にも確認されているが，そのような歪の異方性だけでなく応力の異方性に対する影響も確認することができた。そして一軸応力だけでなく，一軸試験値からは簡単に予測できない多軸負荷状態での応力の方向性も，本研究のような理論計算によってある程度予測可能であることがわかった。しかしながら応力状態によってはその計算予測が不可能な場合があり，その理由としては，本計算では多結晶を単純な単結晶の集まりと考え，すべり面でのすべり変形のみを考えて粒界など他の影響をまったく無視していること，あるいはバウシンガー効果も考慮していないことなど計算において設定した仮定が考えられる。従って降伏曲線の形自体厳密には本計算によって表わし得ないことを考えれば，あらゆる変形状態における応力の方向性を予測するためには，さらに精度の高い解析が必要であろう。そして将来それによって集合組織を基に降伏曲線や応力の方向性をかなり忠実に計算予測することが可能になるであろうことは，本研究の結果から予想されることである。

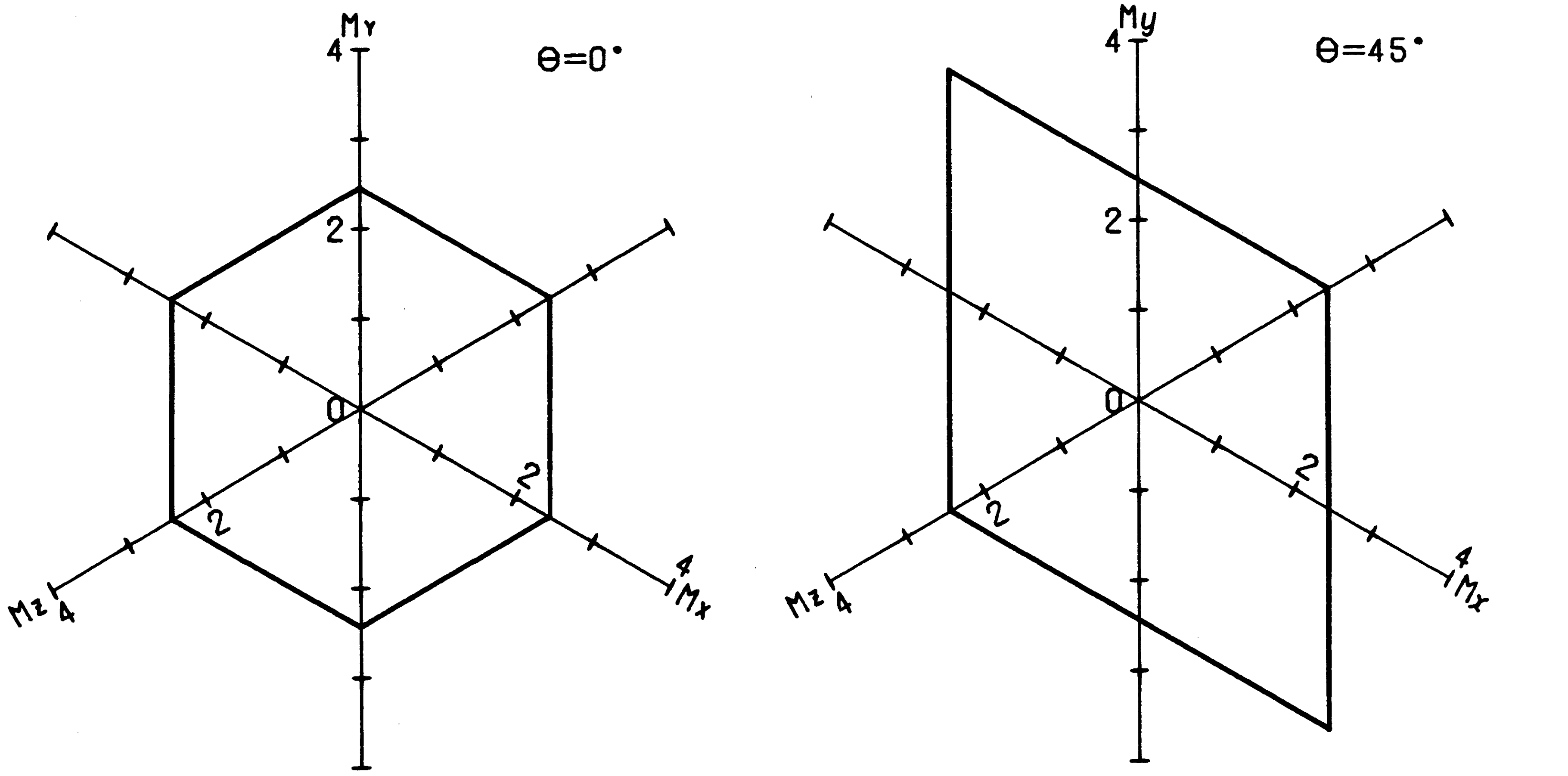


図 5.52　単結晶（100）〔001〕の降伏曲線

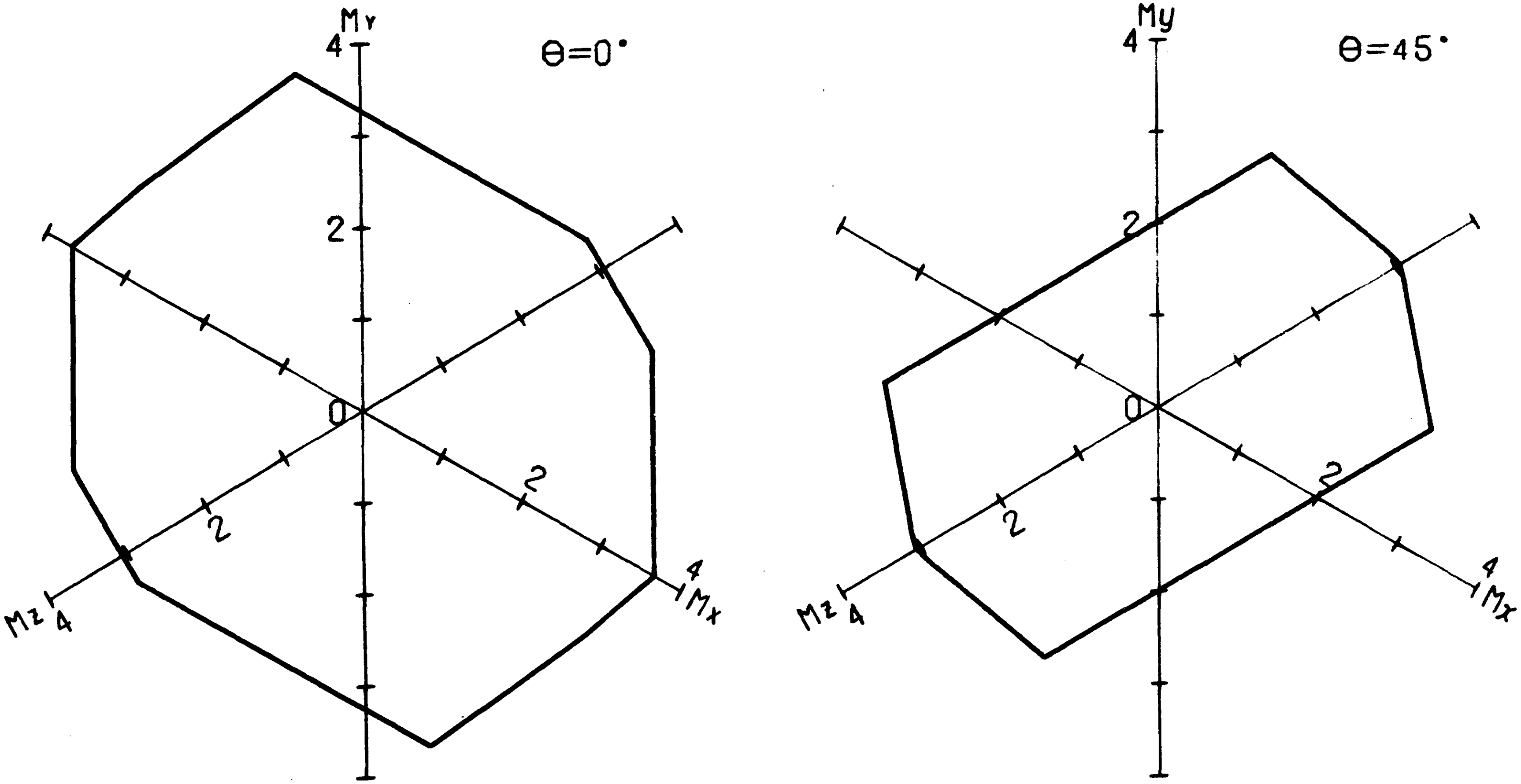


図 5. 53　単結晶 (112)〔 11 $\bar{1}$ 〕の降伏曲線

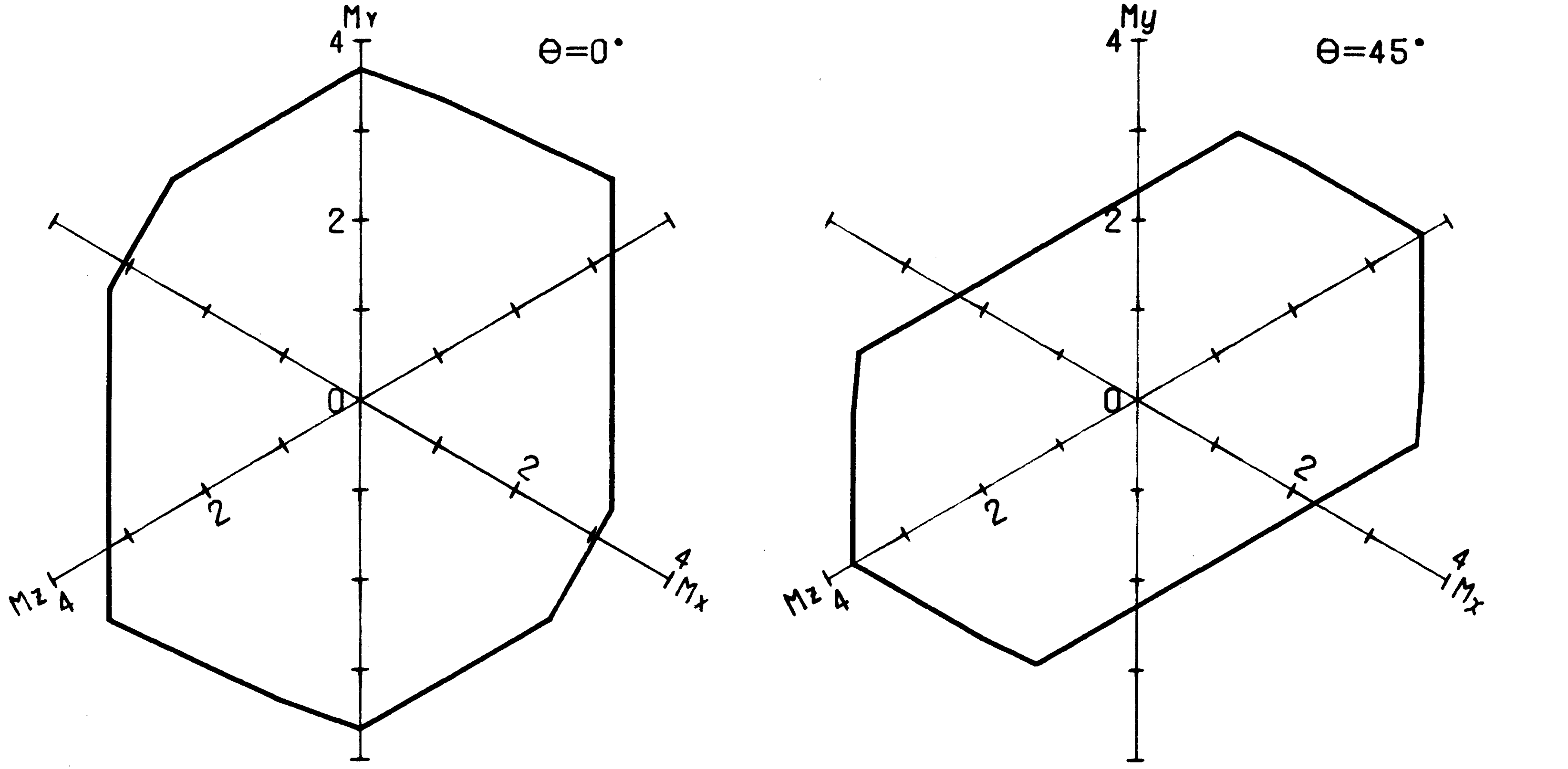


図 5. 54　単結晶（011）〔21$\bar{1}$〕の降伏曲線

5.6 要　約

供試材料の集合組織を測定して，三次元結晶方位分布の解析を行なって集合組織の細かい分析をすると同時に，それを基に降伏曲線を中心とした力学的性質を結晶学的に理論計算した結果，明らかになったことは次のようである。

1) アルミニウムの再結晶集合組織は(100)〔001〕の立方体方位であり，圧延集合組織は(112)〔$11\bar{1}$〕からS－方位(たとえば(124)〔$21\bar{1}$〕あるいは(123)〔$63\bar{4}$〕)を経て(011)〔$21\bar{1}$〕に至る方位である。

2) 圧延材では両者が共存しているが，強圧延材では立方体方位がほとんど無くなっている。

3) 完全焼鈍材は立方体方位が主流であるものの，圧延集合組織も残存している。しかし Al－Mg 合金ではその残存はわずかである。

4) 部分焼鈍材及び安定化処理材では，圧延集合組織の変化はほとんど無く，むしろいくぶん鮮鋭化される傾向にある。

5) 圧延集合組織のうち，純アルミニウムではS－方位が主流であるが，強圧延により(011)〔$21\bar{1}$〕方位へ遷移する。一方 Al－Mg 合金では(011)〔$21\bar{1}$〕方位が主流である。

6) 実測した降伏曲線に見られる種々の形の変化の内，バウシンガー効果以外の過剰硬化や $\theta=45^\circ$ における形の変化などは計算結果にも現われ，降伏曲線の形に及ぼす集合組織の影響が確認できた。

7) その影響は特に $\theta=45^\circ$ の場合に大きく，再結晶集合組織と圧延集合組織の存在比率により降伏曲線の形が大きく変化する。

8) r 値の方向性と同様，応力の方向性にも集合組織の影響が見られ，r 値や一軸応力のみならず特定の多軸負荷状態における応力の方向性をも計算予測することができた。

第6章　結　　論

薄鋼板におけるはなばなしい研究成果のために，深絞り限界と r 値との正相関関係は絶対的なものだとさえ考えられていた中で，非鉄材料を対象とした研究が進むにつれてその“定理”が少しづつ疑問視されるようになってきた。一方多軸応力下での変形挙動を実測する研究も徐々に行なわれ，その疑問を裏付ける報告も現われるようになって，従来の“定理”を乗り越えられる新しい深絞り性評価尺度の要求が高まってきた。そのような中で，深絞り限界は絞り抵抗と破断強度との兼ね合いで決まるという深絞りの原点に戻り，しかも特定方向の割れ発生によって深絞り限界が決定される以上，板の面内異方性を考慮することが重要なことであるという考えのもとに，本研究はいろいろな形で現れる面内異方性挙動を忠実に把握して，成形性の議論に対して一つの糸口を与えることを目的として進められた。

まず円筒深絞りにおける歪状態や絞り力及び破断強度の円周方向分布の実測を試み，さらに多軸応力下での変形挙動を実測し降伏曲線に表現し，特に平面歪変形抵抗の方向性に注目して深絞り時の変形挙動との関連を考察した。そして最後に実測された変形挙動の異方性に及ぼす集合組織の影響を結晶学的な理論計算によって検討した。これらの結果として次のような成果が得られた。

本研究に供した１２種類のアルミニウム薄板では，円筒深絞りにおける割れ発生方向と r_{min} 方向とが一致する材料は比較的多く見られたものの，その限界絞り比は $\bar{r}$，r_{min} のいずれともやはりはっきりとした相関関係は認められなかった。

絞り変形部の歪はカップ外縁の耳形状と似た円周方向分布を示し，外縁より少し内部で方向による差が最大となる。そしてそのような歪分布の方向性は成形初期から現われ，最大荷重時にはすでにはっきりとしている。またその方向による差が最大となる付近の変形状態はほぼ純粋せん断変形に近い。従ってこのような絞り変形の非軸対称性により，最大絞り力が円周方向に一様には分布しないことが予想され，しかもそれは純粋せん断変形抵抗の方向性と似ているであろうことが期待された。円周方向に分割した円筒ポンチを用いて絞り力の円周方向分布を実際に測定した結果は，最大絞り力が不均一分布をすることを示し，その分布形状は耳形状といくぶん関連があるようだが，r 値の方向性などからそれを予測することはできない。さらにこの絞り力の分布状態は，板の各方向に採取したくさび形試片をくさび形ダイスによって絞り変形する時の絞り力の方向性によって近似的に見積ることができる。

一方ポンチプロフィル破断部の変形は，円周方向にほぼ均一な平面歪引張り曲げ変形であり，曲げ変形は比較的変形初期に生ずると考えれば，ほぼ平面歪引張り変形のもとである特定の方向にくびれが発生すると考えられる。そしてやはり分割ポンチによって実測した結果，各方向の破断強度には差があり，その方向性は幅方向の歪を拘束した平面歪引張り試験における引張

り強さの方向性とほぼ一致することがわかった。

深絞り限界における割れ方向と破断強度最小の方向とが一致する材料は多いものの，やはり絞り抵抗と破断強度のいずれか一方の方向性のみからは割れ発生方向は決まらず，最初に絞り抵抗が破断強度に到達した方向で割れが発生することが，実測した最大絞り力の分布状態と平面歪引張り強さの方向性との兼ね合いから確認できた。

深絞り実験において以上のような現象を示した供試材料の降伏曲線を実測した結果，バウシンガー効果や過剰硬化を始めその他製造条件により形が多少異なるが，いずれの材料も多角形的なトレスカ型の降伏挙動を示した。従って楕円の降伏曲線を前提とした Hill の異方性理論に基づく，r 値と絞り限界との正相関関係が存在しないのも当然のことであった。

一軸引張り変形における変形抵抗を始め，いくつかの平面歪変形における変形抵抗はそれぞれ独自の方向性を示し，平面歪変形抵抗の方向性を一軸変形抵抗や r 値など一軸試験値のそれから直接予測することはもちろん，Hill の異方性理論を使って間接的に計算予測することも不可能であった。これらの変形抵抗の方向性の内，板面内の純粋せん断変形における引張り応力（σ_{SP}）の方向性が円筒深絞りにおける最大絞り力のそれとよく一致し，一方幅方向の歪を拘束した板面内の平面歪引張り変形における主引張り応力（σ_{WP}）の方向性が，同じ変形状態での破断強度のそれとやはり一致している。そしてポンチプロフィル部破断をする材料において，σ_{WP}/σ_{SP} の値が最小となる方向が割れ方向と一致していることがわかった。しかしながらこの σ_{WP}/σ_{SP} の方向性も実測する以外に予測することは難かしい。このように多軸負荷状態での応力の方向性が板の成形性に対し一つの重要な因子となることが予想されるものの，その方向性を知るためにはそれを実測する以外に方法の無いのが現状であり，実際の降伏曲線の形を忠実に表現できる塑性理論の確立が大きな課題として再確認された。

この課題に対する一つの手がかりとして，板の持つ集合組織を基にした結晶塑性学的な理論計算を試みた結果，降伏曲線の形について，特にアルミニウムに対してはトレスカ型であることを始め，ある方向へのふくらみやつぶれのような，バウシンガー効果以外の形の大きな変化を計算予測することができた。そして圧延方向に対し45°の2方向と板厚方向とを主応力軸にした場合の降伏曲線の形は，再結晶集合組織と圧延集合組織との存在比率によって大きく変化することが，計算結果を通じて確認できた。

応力の方向性についても，一軸応力だけでなく，一軸試験値からは簡単に予測できない多軸負荷状態での応力の方向性も，この理論計算によってある程度予測可能であることがわかった。しかしながら本計算はまだまだ大きな仮定に基づくものであり，従って降伏曲線の形自体厳密には本計算によって表わし得ないことを考えれば，あらゆる変形状態における応力の方向性を予測するためには，粒界の挙動に関する詳細な情報など材料学的分野での問題解明と，それらを考慮したさらに精度の高い解析が必要であると思われる。

以上のようないくつかの成果を通じて，アルミニウム板の成形性に対しその板のもつ面内異

方性が重要な因子であることが確認でき，今後において特に多軸応力下での面内異方性の予測が一つの課題となり，集合組織を考慮した巨視的理論解析がその手がかりとなることを指し示すことができたと確信する。

謝　　　　　辞

この研究は名古屋大学工学部教授戸澤康壽博士の終始変らぬ御指導のもとに行なわれたものであり，論文をまとめるに当たって，名古屋大学工学部教授井村徹博士ならびに上田俶完博士から貴重な御助言と御指導を賜わりました。ここに深甚の謝意を表します。

研究遂行に当り，御助言と御鞭撻をいただいた当時名古屋大学工学部助教授であられた豊橋技術科学大学助教授中村雅勇博士，名古屋大学工学部加藤隆助手，同じく石川孝司助手，ならびに実験に協力していただいた加藤登技官を始め戸澤研究室関係諸氏にあわせて厚く感謝いたします。

参 考 文 献

1) W.T. Lankford, S.C. Snyder, J.A. Bauscher : Trans. ASM, 42(1950), 1197

2) R.L. Whiteley : Trans. ASM, 52 (1960), 154

3) R.L. Whiteley, D.E. Wise, D.J. Blickwede : Sheet Metal Ind., 38 (1961), 349

4) L.Lilet, M.Wybo : Sheet Metal Ind., 41 (1964), 783

5) M.Atkinson, I.M.Maclean : Sheet Metal Ind., 42 (1965), 290

6) 山田：塑性と加工, 5-38 (1964-3), 183

7) R.Hill : The Mathematical Theory of Plasticity, (1950), 317, Oxford Press

8) J.C.Wright : Sheet Metal Ind., 39 (1962), 887

9) R.Grimes, J.C.Wright : Sheet Metal Ind., 44 (1967), 391

10) B.A.Riggs : Sheet Metal Ind., 50 (1973), 620

11) 五弓，鈴木，田辺，赤坂：日本金属学会誌, 30-6 (1966), 591

12) 河合，遠又，藤村：日本機械学会論文集, 35-270 (昭44-2), 449

13) 白井，戸澤：塑性と加工, 16-178 (1975), 1041

14) S.Y.Chung, H.W.Swift : Proc. Inst. Mech. Engrs., Appl. Mech., 165-68 (1951), 199

15) H.W.Swift : Sheet Metal Ind., 31-330 (1954), 817

16) 山田：東京大学生産技術研究所報告, 11-5 (昭36-12), 240

17) Budiansky, N.M.Wang : J.Mech. Phys. Solids, 14 (1966), 357

18) D.C.Chiang, S.Kobayashi : Trans. ASME, Ser. B, 88-4 (1966-11), 443

19) 吉田：理化学研究所報告, 35-3 (昭34-5), 713

20) 河合，平岩：日本機械学会誌, 67-542 (昭39-3), 431

21) 河合，平岩，荒川：日本機械学会論文集, 36-284 (昭45-4), 681

22) 河合，前田：日本機械学会論文集, 36-284 (昭45-4), 689

23) 河合，後藤，黒崎：日本機械学会論文集, 40-338 (昭49-10), 2956

24) P.B.Mellor : J.Mech. Phys. Solids, 5 (1956), 41

25) 白鳥，池上：材料, 16-165 (1967), 433

26) 戸澤，中村：塑性と加工, 13-138 (1972-7), 538

27) 加藤，花木，大谷：第２４回塑性加工連合講演会論文集, (1973), 269

28) サラ・オーウィス，青山，済木，河合：塑性と加工, 16-178 (1975-11), 1057

29) サラ・オーウィス，小林，済木，河合：塑性と加工, 16-179 (1975-12), 1117

30) D.A.Corrigan, R.E.Travis, V.P.Ardito, C.M.Adams, Jr.,: Welding J., Res. Suppl., (1962-3), 1

31) 戸澤，他５名：塑性加工力学，(1974), 236，コロナ社

32) J.Woodthorpe, R.Pearce : Sheet Metal Ind., 46-12 (1969), 1061

33) 河合，後藤，黒崎：日本機械学会講演論文集，No.710-18, (1971-12), 9

34) 戸澤，中村：日本機械学会誌，75-639 (1972), 541

35) 白井，戸澤：塑性と加工，16-175 (1975), 645

36) 戸澤，中村：塑性と加工，8-79 (1967), 444

37) E.A.Davis : Trans. ASME, 62 (1940), 577

38) 戸澤，中村：第２４回塑性加工連合講演会論文集，(1973), 401

39) 大久保：日本機械学会講演論文集，No.710-18 (1971), 41

40) 北川，片山：鉄と鋼，62-10 (1976), 33

41) C.S.C.Viana, J.S.Kallend, G.J.Davies : Int. J.Mech. Sci., 21 (1979), 355

42) J.Pospiech, K.Lücke : Acta Meta., 23 (1975), 997

43) G.J.Davies, J.S.Kallend, P.P.Morris : Acta Meta., 24 (1976), 159

44) N.L.Svenson : Trans. AIME, 236 (1966), 1004

45) S.L.Lopata, E.B.Kula : Trans. AIME, 224 (1962), 865

46) 高橋，橋本，村上：軽金属，23-10 (1973), 425

47) 伊藤：軽金属，26-1 (1976), 44

48) P.Öström : Scand. J. Metallurgy, 8 (1976), 277

49) 関根，吉村：金属学会誌，41 (1977), 535

50) 高橋，村上，宮川：軽金属，29-12 (1979), 568

51) H.J.Bunge : Z.Metallke., 56 (1965), 872

52) R.J.Roe : J.Appl. Phys., 36 (1965), 2024 ; 同,37 (1966), 2069

53) 松尾，速水，谷：製鉄研究，276 (1972),21

54) 武智：X線材料強度学（日本材料学会編），(1973), 288，養賢堂

55) G.I.Taylor : J.Inst., 62 (1938),307

56) J.F.W.Bishop, R.Hill : Phil. Mag., 42 (1951), 414, 1298

57) J.F.W.Bishop : Phil. Mag., 44 (1953), 51

58) 大久保：塑性と加工，11-109 (1970), 152

59) 大久保：塑性と加工，11-110 (1970), 223

60) 長島，武智，加藤：日本金属学会誌，29 (1965), 393

61) W.E.Hosford, W.A.Backofen : Fundamentals of deformation processing, Syracuse Univ. Press., (1964), 259