

図・本館

非ニュートン流体の汜過に関する研究

昭和五十六年

入 谷 英 司

名古屋大学図書	
和	846941

目 次

	頁
目 次	i
序 章	1
第一章 近代汙過理論の概説および 非ニュートン流体の汙過に関する既往の研究	
1-1 緒 言	4
1-2 近代汙過理論の概説	4
1-3 非ニュートン流体の汙過に関する既往の研究	10
第二章 非ニュートン流体の定圧汙過の総括的汙過性状	
2-1 緒 言	17
2-2 実験装置および方法	17
2-3 汙過ケーブ内の非ニュートン流体の流動基礎式	20
2-4 非ニュートン流体の汙過速度式	26
2-5 実験結果および考察	35
2-6 総 括	42
第三章 非ニュートン流体の定圧汙過の液圧分布	
3-1 緒 言	44
3-2 実験装置および方法	44
3-3 汙過ケーブ内の非ニュートン流体の流動基礎式	46
3-4 非ニュートン流体の汙過速度式	49
3-5 汙過ケーブ内の非ニュートン流体の汙液流速分布式	53
3-6 汙過ケーブ内の非ニュートン流体の液圧分布式	54
3-7 実験結果および考察	61

3-8	総括	71
第四章 非ニュートン流体の定速および変圧変速汙過		
4-1	緒言	73
4-2	実験装置および方法	74
4-3	定速および変圧変速汙過過程の推定方法	75
4-4	定速汙過実験結果および考察	79
4-5	変圧変速汙過実験結果および考察	85
4-6	総括	92
第五章 非ニュートン流体の開塞汙過法則		
5-1	緒言	94
5-2	標準開塞法則	95
5-3	完全開塞法則	98
5-4	ケーク汙過法則	100
5-5	汙過特性式の一般化および汙過法則の図的判別法	102
5-6	総括	108
結言		110
主要記号表		112
引用文献		116
謝辞		119

序 章

各種の固液分離操作のうち、濾過操作については、Ruthの研究を基礎に Carman, Grace を経て白戸, Tiller のいわゆる近代濾過理論に至る数多くの研究が既に行われており、濾過ケーキの圧縮性の影響を厳密に考慮してケーキ内部の流動機構が解明されてきた。これらの研究はいずれもニュートン流体の濾過に関するものであるが、最近の石油化学工業などの急速な発展に伴い、非ニュートン性を示す高分子溶液を取扱う操作はますます増大し、非ニュートン流体の濾過操作もきわめて重要な問題となっており、その濾過過程の解析に一般に適用できる理論的方法の確立が強く要望される。しかしながら、非ニュートン流体の濾過操作については、最近におけるその重要性にもかかわらず、実験的・理論的研究はきわめて少なく、Kozicki による研究を始めとする若干の研究が行われているにすぎない現状である。

本研究は主として、ニュートン流体の濾過における濾過ケーキ内部の圧縮性を考慮したいわゆる近代濾過理論を基礎に、工業的に取扱われる非ニュートン流体のうち特に重要な指数法則流体を対象として、従来の濾過理論を再吟味し、ニュートン流体と非ニュートン流体の両者に適用できる一般化した濾過理論を提示し、定圧・定速・変圧変速のケーキ濾過および清澄濾過過程の解析法を確立させることを目的として行った。

本論文の第一章においては、近代濾過理論について概説し、さらに非ニュートン流体の濾過に関する既往の研究について述べた。濾過ケーキの圧縮性を考慮した白戸, Tiller のいわゆる近代濾過理論により、濾過理論は一段と厳密さを増しており、本論文はこの理論に立脚して非ニュートン流体の濾過理論を発展させているので、まず近代濾過理論について概説した。つづいて Kozicki の研究を中心に

非ニュートン流体の濾過に関する既往の研究を、管内流動、粒状層内流動に関する研究を含めて概説した。

第二章においては、非ニュートン流体の定圧濾過過程における総括的濾過性状について述べた。ニュートン流体に対する従来の濾過理論を指数法則非ニュートン流体の見地から再吟味し、圧縮性が比較的小さいスラリーを対象として、ニュートン流体と非ニュートン流体の両者に適用できる一般化した濾過理論を提出した。この理論は、濾過ケーキ内の流動基礎式、圧縮圧力分布式、濾過速度式などの諸式を含む。この理論に基づき、圧縮透過実験結果を用いて、非ニュートン流体の定圧濾過過程におけるケーキの平均濾過比抵抗などの総括的濾過性状の推定を行い、実験結果との比較検討を試みることも、濾液の非ニュートン性の度合いが濾過諸特性値に及ぼす影響を明らかにした。さらに、定圧濾過期間中の濾過速度や濾液量の時間的变化についても検討した。

第三章においては、非ニュートン流体の定圧濾過過程における濾過ケーキ内の液圧分布などの内部状態について述べた。第二章では、圧縮性が比較的小さいスラリーを対象として、非ニュートン流体の定圧濾過過程の濾過諸特性値を推定した。本章では、第二章で提出した濾過理論をさらに発展させ、近代濾過理論に基づき濾過ケーキの圧縮性の影響を厳密に考慮して、濾過ケーキ内の濾液流速分布式、液圧分布式などの諸式を提出し、より正確な非ニュートン流体の定圧濾過過程の推定法を与えた。濾過ケーキ内の液圧分布を実測することにより、濾過ケーキの総括的性状だけでなく、内部状態についても考察し、理論の妥当性を検討した。また、本章で述べた推定法は、従来伝統的に固定座標を用いて解析されてきた濾過操作と、移動座標により解析されてきた圧搾および濃厚スラリーの圧密沈降操作との両者の統一的な取扱いを可能にするため、ケーキ内の固体粒子とともにその位置が移動していく移動座標に基づいている。

第四章においては、非ニュートン流体の定速および変圧変速濾過について述べた。濾過操作の様式は濾過圧力と濾過速度の時間的变化に着目すれば、大別して定圧・定速および変圧変速濾過の3つに分類されるが、第二章および第三章では、まず定圧濾過過程の濾過諸特性値の推定法について述べた。定速および変圧変速濾過操作は定圧濾過操作と比べてより一般的な濾過操作であり、特に変圧変速濾過操作は渦巻ポンプなどを用いてスラリーを濾過器に圧入する方式で工業的にも広く行われており、その理論解析の確立が強く望まれている。本章では、定速および変圧変速濾過条件下での濾過ケーキ内の濾液流速分布式を与えるとともに、第二章および第三章で示した定圧濾過過程の推定式を拡張することにより、非ニュートン流体の定速および変圧変速濾過過程をも推定できることを示し、濾過ケーキの総括的性状および内部状態について、実験結果との比較検討を行った。さらに、ポンプの吐き出し特性が与えられたときの変圧変速濾過過程の濾液量の時間的変化を推定する方法を示し、定速濾過実験データを用いた近似推定法についても述べた。

第五章においては、清澄濾過に関して非ニュートン流体の閉塞濾過法則を提出した。第二章～第四章においては、比較的多量の固体物質を含むスラリーを濾別するいわゆるケーキ濾過について述べたが、固体物質の含有率が容積基準で0.1%以下の希薄スラリーを濾別するいわゆる清澄濾過も工学的に非常に重要な操作である。本章では、非ニュートン流体の清澄濾過操作の簡便な解析法を得ることを目的として、Hermans-BredéeおよびGraceによって提出された従来の閉塞濾過法則に基づき、指数法則モデルを用いて、ニュートン流体と非ニュートン流体の両者に適用できる一般化閉塞法則を提出した。

第一章 近代汙過理論の概説および

非ニュートン流体の汙過に関する既往の研究

1-1 緒言

汙過操作は、工業的には比較的古くから行われていたが、その理論的研究が始められたのは今世紀にはいつてからである。Ruth^{25,26,27)}による研究は以後の汙過理論の基礎となり、Carman^{2,3)}, Grace^{7,8)}らによる理論的發展を経て、白戸^{28,30)}, Tiller⁴⁶⁾のいわゆる近代汙過理論に至ってますます厳密な理論的取扱いが行われるようになった。以上の研究は、いずれもニュートン流体の汙過に関する研究であるが、最近の工業の急速な發展に伴い、非ニュートン性を示す高分子溶液を取扱う石油化学工業や食品工業などの工業の広範な分野において、非ニュートン流体の汙過操作がきわめて重要な操作となっており、その理論的解明と工学的な取扱いを確立させることが強く望まれている。しかしながら、非ニュートン流体の汙過に関する実験的・理論的研究は非常に少なく、Kozicki^{19,20)}の研究を始めとする若干の研究^{1,15,47,48)}が行われているにすぎない。本論文の目的は、従来の近代汙過理論に基づいてニュートン流体と非ニュートン流体の両者に適用できる一般的な汙過理論を確立することであり、本章では、まずその基礎となる近代汙過理論を概説し、次に、非ニュートン流体の汙過に関する既往の研究とその問題点について述べる。

1-2 近代汙過理論の概説

Ruth^{25,26,27)}, Carman^{2,3)}, Grace^{7,8)}などのこれまでの研究は、汙過ケーブ内部の汙液流速を一定と取扱って解析されてきたが、この取扱いは圧縮性の小さなスラリーあるいは希薄スラリーを対象とする汙過についてのみ成立する。実際には、汙過が進行し汙過ケーブが成長するにつれ、ケーブ内の任意の位置 x [m] における

ケーキ圧縮圧力 P_s [Pa] は徐々に増大するため、空隙率 ε [-] は減少しその空隙の減少分だけ滲液がしぼり出される、いわゆる squeezing action が起る。したがって、滲液流速は滲材面に近づくにつれ徐々に増大し、一方、ケーキ固体粒子は滲材面に向かって移動し滲過ケーキは徐々に圧縮される。この滲過ケーキの圧縮性を厳密に考慮した、いわゆる近代滲過理論が、白戸^{28,30)}, Tiller⁴⁶⁾ によって提出されている。

ケーキ内の位置 x における滲液の見掛け速度を q_x [m/s], 固体粒子の見掛け移動速度を v_x [m/s] とすれば、滲液の真速度は (q_x/ε) , 固体粒子の真速度は $v_x/(1-\varepsilon)$ とけるので、固体粒子に対する滲液の相対速度 U [m/s] は次式で表せる。

$$U = \frac{q_x}{\varepsilon} - \frac{v_x}{1-\varepsilon} \quad (1-1)$$

したがって、固体粒子に対する滲液の見掛け相対速度 u [m/s] は次式で表せる。

$$u = \varepsilon U = \varepsilon \left(\frac{q_x}{\varepsilon} - \frac{v_x}{1-\varepsilon} \right) = q_x - e v_x \quad (1-2)$$

ここに、 $e \equiv \varepsilon/(1-\varepsilon)$ [-] は部分空隙比である。この滲液の見掛け相対速度の概念に基づけば、粒子移動を考慮した滲過ケーキ内の滲液の流動基礎式として次式が得られる。

$$q_x - e v_x = \frac{1}{\mu \alpha_x} \frac{\partial P_L}{\partial w_x} \quad (1-3)$$

ここに、 μ [Pa·s] は滲液の粘度, P_L [Pa] は部分液圧, w_x [kg/m²] は滲材面からケーキ内の任意の位置 x までの単位滲過面積あたりの滲過ケーキ固体質量, α_x [m/kg] は部分滲過比抵抗であり、次式で定義できる値である。

$$\alpha_x \equiv \frac{k S_0^2 (1-\varepsilon)}{\beta_s \varepsilon^3} \quad (1-4)$$

ここに、 k [-]はKozeny定数、 S_0 [m^2/m^3]は粒子の有効比表面積、 ρ_s [kg/m^3]は固体粒子の真密度である。ケーキ内の位置 x における微小固体質量 dW_x と微小ケーキ厚さ dx との間には、次式

$$dW_x = \rho_s(1-\varepsilon)dx \quad (1-5)$$

の関係が成立するので、(1-5)式を(1-3)式に代入すれば、液体流動基礎式は次式のように書ける。

$$q_x - e r_x = \frac{1}{\mu \alpha_x \rho_s (1-\varepsilon)} \cdot \frac{\partial P_L}{\partial x} \quad (1-6)$$

液圧 P_L とケーキ圧縮圧力 P_s との間には次の関係が成立する。

$$\frac{\partial P_L}{\partial x} + \frac{\partial P_s}{\partial x} = 0 \quad (1-7)$$

(1-7)式を積分すれば、次式が得られる。

$$P_L + P_s = P \quad (1-8)$$

ここに、 P [Pa]は炉過圧力である。(1-7)式を(1-3)および(1-6)式に代入すれば、それぞれ次式を得る。

$$q_x - e r_x = - \frac{1}{\mu \alpha_x} \cdot \frac{\partial P_s}{\partial W_x} \quad (1-9)$$

$$q_x - e r_x = - \frac{1}{\mu \alpha_x \rho_s (1-\varepsilon)} \cdot \frac{\partial P_s}{\partial x} \quad (1-10)$$

炉過ケーキ内部の液圧分布を求めるため、(1-10)式を $x=0$ のケーキ底面からケーキ内部の任意の位置 x にかけて積分すれば、次式を得る。

$$\int_{P_s}^{P-P_m} \frac{1}{\alpha_x} dP_s = \mu q_1 L \rho_s (1-\varepsilon) \int_0^{x/L} \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right) d\left(\frac{x}{L}\right) \quad (1-11)$$

同様に区間 $[0, L]$ にかけて積分すれば、次式

$$\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\alpha_x} dP_s = \mu q_1 L P_s (1-\varepsilon) \int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right) d\left(\frac{x}{L}\right) \quad (1-12)$$

が書け、(1-11) および(1-12)式の比をとれば、次式が得られる。

$$1 - \frac{\int_0^{P_s} \frac{1}{\alpha_x} dP_s}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\alpha_x} dP_s} = \frac{\int_0^{x/L} \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right) d\left(\frac{x}{L}\right)}{\int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right) d\left(\frac{x}{L}\right)} \quad (1-13)$$

あるいは、

$$\frac{P_L - P_m}{P - P_m} = 1 - \frac{P_s}{P - P_m} = \frac{\int_0^{x/L} \alpha_x \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right) d\left(\frac{x}{L}\right)}{\int_0^1 \alpha_x \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right) d\left(\frac{x}{L}\right)} \quad (1-14)$$

ここに、 P_m [Pa] は汙材による圧力損失、 q_1 [m/s] は汙過速度、 L [m] はケーキ厚さである。

(1-13) および(1-14)式中の汙液流速分布(q_x/q_1) および粒子移動速度分布(r_x/q_1) は次のようにして求まる。汙過ケーキ内の x 面と $(x+dx)$ 面とで囲まれた体積素片 dx を考え、素片 dx に対して流入、流出する汙液および固体粒子の物質収支をとれば、それぞれ次式を得る。

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} \quad (1-15)$$

$$\frac{\partial r_x}{\partial x} = - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} \quad (1-16)$$

ここに、 θ [s] は汙過時間である。また、(1-15) および(1-16)式より次式が得られる。

$$q_x + r_x = q_1 \quad (1-17)$$

定圧汙過過程においては、空隙率 ε は x/L のみの関数であり、し

たがって、滲過ケーブの湿乾質量比 $m[-]$ およびケーブ全体の平均空隙率 $\varepsilon_{av}[-]$ が一定であるという仮定を設ければ、(1-15)式を解析的に解くことができ滲液流速分布 (q_x/q_1) が求まる。(1-15)式を $x=0$ のケーブ底面からケーブ内の任意の位置 x にかけて積分すれば、次式を得る。

$$\frac{q_x}{q_1} = 1 + \frac{1}{q_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^x \varepsilon dx \quad (1-18)$$

$x=0 \sim x$ 間のケーブの平均空隙率 $\varepsilon_{avx}[-]$ を次式

$$\varepsilon_{avx} \equiv \frac{1}{x} \int_0^x \varepsilon dx = \frac{1}{(x/L)} \int_0^{x/L} \varepsilon d\left(\frac{x}{L}\right) \quad (1-19)$$

で定義すると、(1-18)式は次式のように書ける。

$$\frac{q_x}{q_1} = 1 - \frac{1}{q_1} \cdot \frac{dL}{d\theta} \cdot \frac{x}{L} (\varepsilon - \varepsilon_{avx}) \quad (1-20)$$

次式

$$w = \frac{\rho S}{1 - mS} v = \rho_s (1 - \varepsilon_{av}) L \quad (1-21)$$

で表される物質収支式と、湿乾質量比 m の定義式

$$m \equiv 1 + \frac{\rho}{\rho_s} \cdot \frac{\varepsilon_{av}}{1 - \varepsilon_{av}} \quad (1-22)$$

を用いれば、滲過ケーブの厚さ L と単位滲過面積あたりの滲液量 $v [m^3/m^2]$ との関係は次式で表せる。

$$L = \frac{(m-1) S}{\varepsilon_{av}(1-mS)} v \quad (1-23)$$

ここに、 $w [kg/m^2]$ は単位滲過面積あたりの全ケーブ固体質量、 $\rho [kg/m^3]$ は滲液密度、 $S [-]$ はスラリー中の固体の質量分率である。(1-23)式を滲過時間 θ について微分し(1-20)式に代入すれば、次式で表される滲液流速分布式が得られる。

$$\frac{q_x}{q_1} = 1 - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{avx})(m-1)}{\varepsilon_{av}(1-mS)} S \frac{x}{L} \quad (1-24)$$

(1-24)式に(1-17)式を代入すれば、次式で表される粒子移動速度分布式が得られる。

$$\frac{r_x}{q_1} = \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{avx})(m-1)}{\varepsilon_{av}(1-mS)} S \frac{x}{L} \quad (1-25)$$

濾過ケーキ内部の圧縮圧力 P_s 分布を適当に仮定すれば、 ε vs. P_s , α_x vs. P_s で表された圧縮透過実験結果を利用して(1-24)および(1-25)式により濾液流速分布、粒子移動速度分布が得られるので、(1-13)あるいは(1-14)式により P_s 分布が新たに計算される。得られた P_s 分布を用いて同様の計算を計算前と後の P_s 分布が所定の精度内で一致するまでくり返せば、 P_s 分布等の濾過ケーキの内部状態を推定できる。

また、濾過速度式は(1-9)式を積分することによって得られる。(1-9)式を $w_x=0$ のケーキ底面から $w_x=w$ のケーキ表面にあたって積分すると、次式を得る。

$$\int_0^w (q_x - e r_x) dw_x = \frac{1}{\mu} \int_0^{P-P_m} \frac{1}{\alpha_x} dP_s \quad (1-26)$$

すなわち、

$$q_1 \equiv \frac{dv}{d\theta} = \frac{P-P_m}{\mu \alpha_{av} w} = \frac{P}{\mu(\alpha_{av} w + R_m)} \quad (1-27)$$

ここに、 $R_m [m^{-1}]$ は濾材抵抗、 $\alpha_{av} [m/kg]$ は平均濾過比抵抗であり次式で定義できる値である。

$$\alpha_{av} \equiv \int_R \alpha_R \quad (1-28)$$

ここに、

$$\int_R \equiv \int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right) d\left(\frac{w_x}{w}\right) \quad (1-29)$$

$$\alpha_R \equiv \frac{P - P_m}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\alpha_x} dP_s} \quad (1-30)$$

α_R [m/kg] は、Ruth²⁷⁾ の平均汙過比抵抗で非圧縮性の汙過ケーブに対する比抵抗値を表す。また、 J_R [-] は補正係数であり、この補正係数を α_R に乗ずることにより汙過ケーブの圧縮性を考慮した真の比抵抗値 α_{av} が得られる。

1-3 非ニュートン流体の汙過に関する既往の研究

非ニュートン流体の汙過に関する実験的・理論的研究は非常に少なく、Kozicki^{19,20)} の研究を始めとする若干の研究^{1,15,47,48)} が行われているにすぎない。本節では、主として Kozicki^{16,17,18,19,20)} の研究について、非ニュートン流体の管内流動より始めて、粒状層内流動、汙過の順に述べる。

ニュートン流体と時間に依存しない非ニュートン流体との円管内流動に関して、Rabinowitsch-Mooney²⁴⁾ は次式を提出している。

$$-\left(\frac{du}{dr}\right)_w = \frac{3Q}{\pi r_w^3} + \frac{r_w P}{2l} \frac{d(Q/\pi r_w^3)}{d(r_w P/2l)} \quad (1-31)$$

ここに、 u [m/s] は管内の半径方向の位置 r [m] における流速、 $-(du/dr)_w$ [s⁻¹] は管壁での剪断速度、 Q [m³/s] は流量、 r_w [m] は管半径、 P [Pa] は圧力損失、 l [m] は管の長さである。さらに、管内流動に関し、Fredrickson-Bird⁶⁾ による指数法則流体の二重円管内流動、Schechter⁴²⁾ による長方形断面をもつ管内の指数法則流体の流動、木村²³⁾ による楕円形の断面をもつ管内の指数法則流体の流動についての研究などが行われた。Kozicki^{16,17)} は、任意断面形状の管内流動に適用できる、次式で表される Rabinowitsch-Mooney 式の拡張式を提出した。

$$-\left(\frac{du}{dr}\right)_w = a\tau_w \frac{d\left\{\frac{2(U_e - U_s)}{r_H}\right\}}{d\tau_w} + \theta\left\{\frac{2(U_e - U_s)}{r_H}\right\} \quad (1-32)$$

ここに、 τ_w [Pa] は管壁での剪断応力、 U_e [m/s] は平均流速、 U_s [m/s] は管壁での平均スリップ速度、 r_H [m] は水力半径である。また、 a 、 θ [-] は“幾何学パラメータ”と呼ばれ、管横断面形状に依存する値であり、断面が比較的単純な形状の場合における若干の例を Table 1-1 に示した。

粒状層を多数の毛細管の集合とみれば (1-32) 式は粒状層内の流動にも適用でき、(1-32) 式を積分し次式を得る。

$$\frac{U - U_s}{r_H} = \frac{1 + \xi}{K_0} \tau_w^{-\xi} \int_0^{\tau_w} \frac{\tau^\xi}{\eta} d\tau \quad (1-33)$$

ここに、 K_0 、 ξ [-] はそれぞれ次式で定義され、流路の断面形状に依存する値であり、Kozicki⁽¹⁸⁾ は粒状層内流動において、 $K_0 = 4.8$ 、 $\xi = 3.0$ の値を採用している。

Table 1-1 Geometrical constants for various duct cross sections

Cross sectional shape of duct	a	θ
Circular	$1/4$	$3/4$
Parallel plates	$1/2$	1
Equilateral triangular	0.2121	0.6766
Square	0.1875	0.6462

$$k_0 \equiv \varepsilon (a + \theta) \quad (1-34)$$

$$\xi \equiv \frac{\theta}{a} \quad (1-35)$$

また、 η [Pa·s] は非ニュートン流体の粘度で次式で定義される値である。

$$\eta \equiv \frac{\tau}{-(du/dr)} \quad (1-36)$$

Kozicki¹⁸⁾ は、(1-33)式に基づき粒状層内流動における見掛け流速 q_1 [m/s] を次式で表した。

$$q_1 = q_s + \frac{\varepsilon \gamma_H \tau_w}{k_0 \eta_{ap}} \quad (1-37)$$

ここに、 q_s [m/s] は見掛けのスリップ速度、 ε [-] は空隙率、 η_{ap} [Pa·s] は見掛け粘度で次式で定義される値である。

$$\eta_{ap} \equiv \frac{\tau_w^{1+\xi}}{(1+\xi) \int_0^{\tau_w} \frac{\tau^\xi}{\eta} d\tau} \quad (1-38)$$

粒状層内の非ニュートン流体の流動については、Kozicki の他に、Sadowski⁴¹⁾ による Ellis 流体の粒状層内流動、Christopher - Middleman⁴²⁾ による指数法則流体の修正 Kozeny 式、Mckinley⁵⁾²²⁾ による Darcy 式の非ニュートン流動への拡張などに関する研究がみられる。

Kozicki¹⁹⁾ は、粒状層内流動における (1-37) 式を基礎に、次式

$$\frac{1}{\eta} = \left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{N}} \tau^{\frac{1}{N}-1} \quad (1-39)$$

で表せる指数法則流体の戸過に関して、次式を提出した。

$$-\frac{dP_s}{dx} = \left(1 - \frac{q_s}{q_1}\right)^N q_1^N \frac{k}{A} dW_x \quad (1-40)$$

$\kappa = K$ 、 $K [\text{Pa} \cdot \text{s}^N]$ は流体の粘稠度係数、 $N [-]$ は流動特性指数、 $P_s [\text{Pa}]$ はケーキ圧縮圧力、 $q_1 [\text{m}/\text{s}]$ は滲液の見掛け流速、 $A [\text{m}^2]$ は滲過面積、 $W_x [\text{kg}]$ はケーキ底面からケーキ内の任意の位置 $x [\text{m}]$ までのケーキ固体質量である。また、 $\gamma_x [\text{m}^{2-N}/\text{kg}]$ は指数法則流体の部分滲過比抵抗であり、次式で定義できる値である。

$$\gamma_x \equiv \alpha_x \left(\frac{K_0}{\varepsilon \gamma_H} \right)^{N-1} \left\{ \frac{1 + \xi N}{(1 + \xi) N} \right\}^N \quad (1-41)$$

二二に、

$$\alpha_x \equiv \frac{K_0 S_0^2 (1 - \varepsilon)}{\rho_s \varepsilon^3} \quad (1-42)$$

$\alpha_x [\text{m}/\text{kg}]$ はニュートン流体の部分滲過比抵抗、 $S_0 [\text{m}^2/\text{m}^3]$ は固体粒子の有効比表面積、 $\rho_s [\text{kg}/\text{m}^3]$ は固体粒子の真密度である。(1-40)式に基づけば、次式で表される滲過速度式が得られる。

$$d\theta = \left(\frac{K C \gamma_R}{P} \right)^{\frac{1}{N}} \left(1 - \frac{q_s}{q_1} \right) \left(\frac{\nabla}{A} + \frac{R_m}{C \gamma_R} \right)^{\frac{1}{N}} d \left(\frac{\nabla}{A} \right) \quad (1-43)$$

二二に、 $\theta [\text{s}]$ は滲過時間、 $C [\text{kg}/\text{m}^3]$ は単位滲液量あたりのケーキ固体質量、 $P [\text{Pa}]$ は滲過圧力、 $\nabla [\text{m}^3]$ は滲液量、 $R_m [\text{m}^{-N}]$ は滲材抵抗である。また、 $\gamma_R [\text{m}^{2-N}/\text{kg}]$ は指数法則流体の平均滲過比抵抗で次式で定義される値である。

$$\gamma_R \equiv \frac{P - P_m}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_x} dP_s} \quad (1-44)$$

二二に、 $P_m [\text{Pa}]$ は滲材による圧力損失である。 P が一定の定圧滲過の条件下で、しかも $(R_m / C \gamma_R)$ が無視できると仮定すれば、(1-43)式を積分して次式を得る。

$$\theta = \frac{N}{N+1} \left(\frac{K C}{P} \right)^{\frac{1}{N}} \chi \left(\frac{\nabla}{A} \right)^{\frac{N+1}{N}} \quad (1-45)$$

二二に、 $\chi [\text{m}^{\frac{2-N}{N}}/\text{kg}^{\frac{1}{N}}]$ は次式で定義される値である。

$$\chi \equiv \gamma k \frac{1}{N} \left(1 - \frac{q_s}{q_i}\right) \quad (1-46)$$

また、 χ と $(P-P_m)$ との関係が次式

$$\chi = \chi_0 (P-P_m)^r \quad (1-47)$$

で近似できるとすれば、 $(\nabla/A\theta)$ が一定の定速滲過の条件下では、次式が書ける。

$$\log \theta = (1-Nr) \log (P-P_m) - \log K_r \quad (1-48)$$

二二に、

$$K_r \equiv K_c \chi_0^N \left(\frac{\nabla}{A\theta}\right)^{1+N} \quad (1-49)$$

また、 χ_0, r は実験定数である。Kozicki¹⁹⁾は非ニュートン性がそれほど顕著でない希薄CMC水溶液に炭酸カルシウムを懸濁させたスラリーを用いて滲過実験を行い、定圧滲過に対して、(1-45)式から明らかのように $\theta \left(\frac{N+1}{N}\right) \left(\frac{P}{K_c}\right)^{1/N}$ vs. $(\nabla/A)^{(N+1)/N}$ が直線関係を示すことを報告した。また、定速滲過に対して、(1-48)式から明らかのように $\log \theta$ vs. $\log (P-P_m)$ が直線関係を示すことも報告した。

さらに、最近になってKozicki²⁰⁾は滲過ケーキの圧縮性を考慮することにより、非ニュートン流体の滲過における滲液流動基礎式として次式を得た。

$$\frac{dP_s}{d\omega_x} = -\eta_{ap} \alpha_x (q_x - eY_x - q_s) \quad (1-50)$$

二二に、 ω_x [kg/m²]は滲材面からケーキ内の任意の位置 x [m]までの単位滲過面積あたりのケーキ固体質量、 q_x [m/s]はケーキ内の任意の位置 x における滲液の見掛け流速、 e [-]は空隙比、 Y_x [m/s]は固体粒子の見掛け移動速度、 q_s [m/s]は見掛けのスリップ速度である。また、 η_{ap} [Pa·s]は見掛けの粘度で指数法則流体の場合、次

式で表される。

$$\eta_{ap} = K \left\{ \frac{1 + \xi N}{(1 + \xi)N} \right\}^N \left(\frac{K_0}{\epsilon \gamma_H} \right)^{N-1} (q_x - e r_x - q_s)^{N-1} \quad (1-51)$$

(1-51)式を(1-50)式に代入し積分すれば、指数法則流体の滲過速度式として次式を得る。

$$\begin{aligned} q_1^N &= \left(\frac{dv}{d\theta} \right)^N = \frac{P - P_m}{K \gamma_{av} \omega} \\ &= \frac{P}{k (\gamma_{av} \omega + R_m)} \end{aligned} \quad (1-52)$$

ここに、 q_1 [m/s] は滲過速度、 v [m³/m²] は単位滲過面積あたりの滲液量、 ω [kg/m²] は単位滲過面積あたりの全ケーキ固体質量、 R_m [m^{-N}] は滲材抵抗である。また、 γ_{av} [m^{2-N}/kg] は指数法則流体の平均滲過比抵抗で次式で定義される値である。

$$\gamma_{av} \equiv J_R \alpha_R \quad (1-53)$$

ここに、

$$J_R \equiv \int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} - \frac{q_s}{q_1} \right)^N \left\{ \frac{1 + \xi N}{(1 + \xi)N} \right\}^N \left(\frac{K_0}{\epsilon \gamma_H} \right)^{N-1} d \left(\frac{\omega_x}{\omega} \right) \quad (1-54)$$

$$\alpha_R \equiv \frac{P - P_m}{\int_0^{P - P_m} \frac{1}{\alpha_x} dP_s} \quad (1-55)$$

J_R [-] は補正係数であり、この補正係数をニュートン流体の Ruth²⁷⁾ の平均滲過比抵抗 α_R [m/kg] に乗ずれば、指数法則流体の比抵抗値 γ_{av} が求まる。Kozicki²⁰⁾ は、hydroxyethyl cellulose 水溶液に炭酸カルシウムを懸濁させたスラリーを用いて定圧滲過を行い、以上の理論に基づき流動特性指数 N の値の推定を行った。非ニュートン流体の滲過については、Kozicki の他に、Berndt¹⁾、Wronski^{47,48)}、Kaplan¹⁵⁾ などの研究がみられる。

濾過ケーキの圧縮性を考慮した近代濾過理論に基づき、非ニュートン流体の濾過に関し、(1-50) および(1-52) 式などの諸式が提出されているが、さらに厳密な解析を行うことにより非ニュートン流体の濾過推定法の確立が望まれる。すなわち、ニュートン流体の濾過過程と同様に、空隙率 ε vs. ケーキ圧縮圧力 P_s および部分濾過比抵抗 α_s vs. P_s の圧縮透過実験結果が与えられれば、平均濾過比抵抗などの濾過ケーキの総括的濾過性状および濾過ケーキの液圧分布などの内部状態を非ニュートン性の著しい濾液をもつ濾過過程においても推定できることが必要となる。

第二章 非ニュートン流体の定圧滲過の総括的滲過性状

2-1 緒言

非ニュートン流体の滲過操作は、非ニュートン性を示す高分子溶液を取扱う石油化学工業や食品工業などの工業の広範な分野において、きわめて重要な操作である。しかしながら、その実験的・理論的研究は非常に少なく、滲液の非ニュートン性がそれほど顕著でないスラリーを対象とする滲過に関する Kozicki^{19,20)} の研究を始めとする若干の研究^{1,15,47,48)} が行われているにすぎない。

本章においては³⁶⁾、ニュートン流体に対する従来の滲過理論を、指数法則非ニュートン流体の見地から再吟味し、圧縮性が比較的小さいスラリーを対象として、ニュートン流体と非ニュートン流体の両者に適用できる一般化した滲過理論を提示した。すなわち、指数法則流体についての流動基礎式、滲過ケーブ内の圧縮圧力分布式、滲過速度式、平均滲過比抵抗の定義式などの諸式を提出した。この一般化滲過理論と圧縮透過実験結果とを用いて、非ニュートン流体の定圧滲過におけるケーブの平均滲過比抵抗などの総括的滲過性状の推定を、非ニュートン性のかなり著しい場合に対して行った。さらに、定圧滲過期間中の滲過速度や滲液量の時間的变化について考察した。

2-2 実験装置および方法

実験装置の概要を Fig. 2-1 に示した。滲過器本体は、アクリル樹脂製シリンダー(内径 130 mm)と上下2枚のフランジとからなり、上部フランジには、圧力導入口、スラリー供給口が設けられ、また、下部フランジには、アクリル樹脂製多孔板がはめ込まれており、その上にガラス繊維滲紙(東洋滲紙 GA100)をはって滲材とした。非ニュートン流体としては、電気比抵抗が $1000 \times 10^4 \Omega \cdot \text{cm}$ 以上のイ

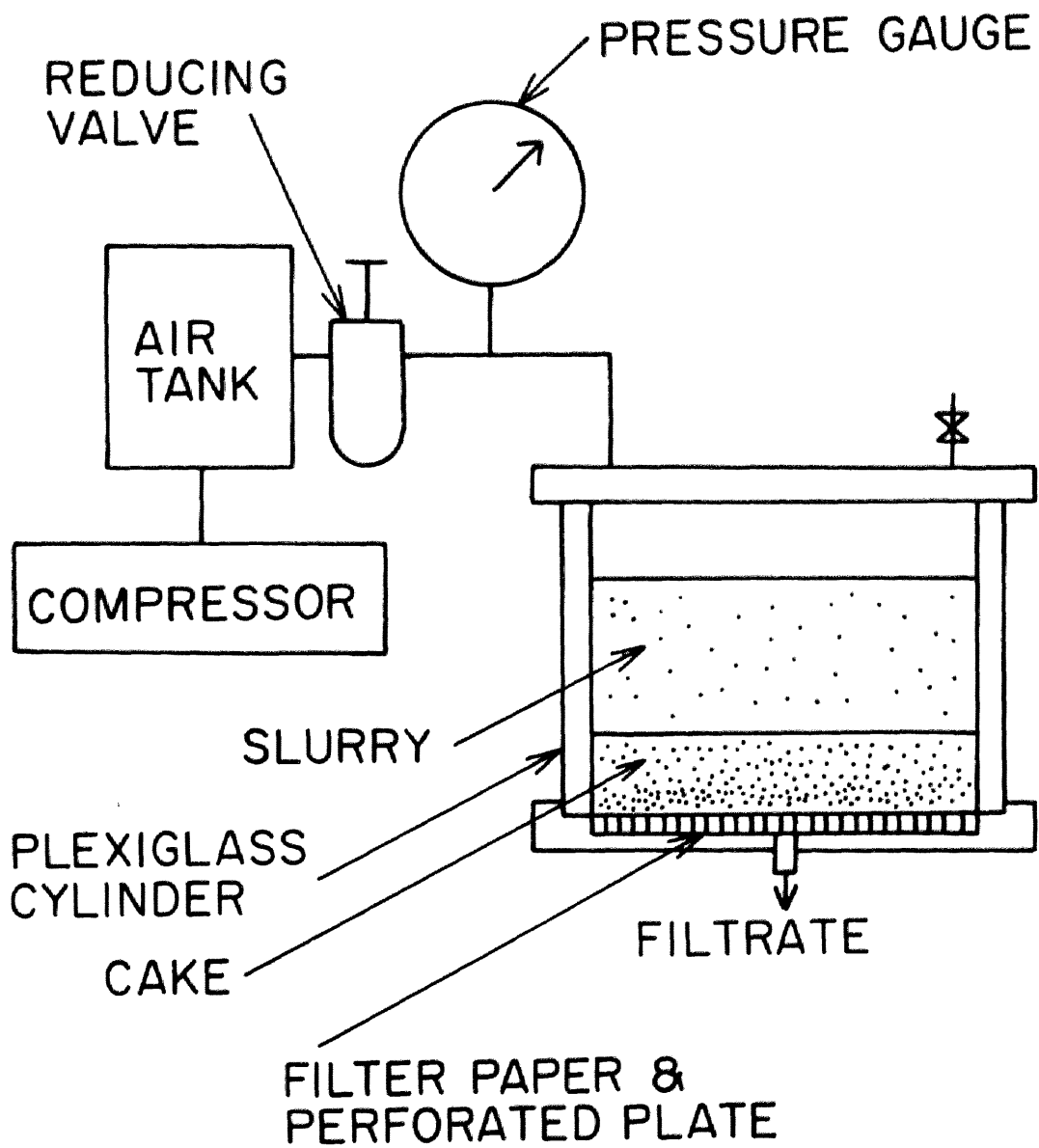


Fig.2-1 Schematic diagram of experimental apparatus

オン交換水溶液に、0.2~0.3 wt% のポリアクリル酸ナトリウムを、2~3 日間、減圧脱気しつつ攪拌しながら溶解させたものを用いた。この水溶液は擬塑性流体となり、指数法則モデルが適用でき、ごく希薄な水溶液でも著しい非ニュートン性を示す。スラリー中の固体物質としては、水中に懸濁させた場合と非ニュートン流体中に懸濁させた場合とで、固体粒子の凝集状態に差異が認められないものを選定した。これは、従来、水に固体物質を懸濁させたスラリーを用いて、通常行われてきた圧縮透過実験結果を、非ニュートン流体に固体物質を懸濁させたスラリーによる透過実験結果の推定に利用できるようにするためである。御作蛙目粘土、原蛙目粘土、朝鮮カオリン、フィルターセル、スタンダードスーパーセル、ラジオライト、ハイフロスーパーセルなど数種類のスラリーに対して比較した結果、ラジオライト(#1100)とハイフロスーパーセルがこの基準を満たすため、ラジオライト(#1100, 昭和化学工業K.K., けいそう土透過助剤, 真密度 $\rho_s = 2.30 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) をスラリー中の固体物質として使用した。このラジオライトをポリアクリル酸ナトリウム水溶液中に懸濁させ、スラリー濃度 $S[-]$ を 0.1 に調整し、減圧脱気しながら約 1 時間攪拌して実験に使用した。

透過器に約 1500 CC のスラリーを満たした後、減圧弁で制御した一定の圧縮空気圧を作用させ、98 ~ 294 kPa の圧力範囲で定圧透過実験を行い、適当な時間ごとに次々にフラスコを代えて滲液を採取し、これらを秤量することにより、滲液量および透過速度の時間的变化を測定した。また、透過期間中の種々の時点における滲液の粘度特性を、コーン・プレート型の回転粘度計により測定した。ラジオライト(#1100)をイオン交換水に懸濁させた $S=0.1$ のスラリーを用いて、別に圧縮透過実験^{7, 8, 25, 26, 27, 29)}を行い、その結果に基づいて、非ニュートン流体の定圧透過過程の推定を行った。

2-3 炉過キーク内の非ニュートン流体の流動基礎式

半径 r_w [m] の円管内流動について、Fig. 2-2 に示すように、流体中に半径 r [m]、長さ dx [m] の円柱部を考え、円柱曲面に作用する剪断応力による力と円柱前後の圧力差による力のつり合いから、次式を得る。

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{\partial P_L}{\partial x} \quad (2-1)$$

ここに、 τ [Pa] は半径 r での剪断応力、 P_L [Pa] は位置 x [m] での液圧である。半径 r_w の円柱部を考えれば、同様にして次式を得る。

$$\tau_w = \frac{r_w}{2} \frac{\partial P_L}{\partial x} \quad (2-2)$$

(2-1) と (2-2) 式との比をとれば、次式

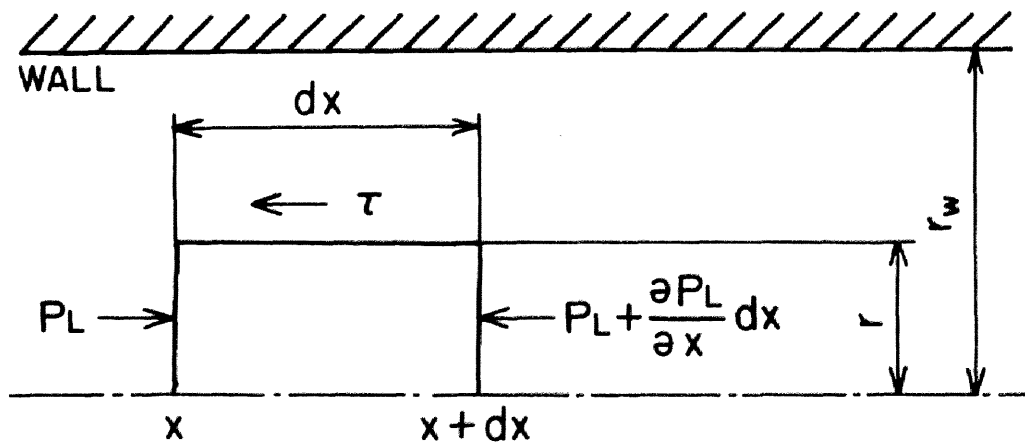


Fig.2-2 Schematic diagram of forces in flow

$$\tau = \frac{\tau_w}{r_w} r \quad (2-3)$$

となり、上式を r について微分すると次式が得られる。

$$d\tau = \frac{\tau_w}{r_w} dr \quad (2-4)$$

円管内の平均流速 U_e [m/s] は、半径 r での流速を u_r [m/s] とすると、次式

$$U_e \equiv \frac{1}{\pi r_w^2} \int_0^{r_w} 2\pi r u_r dr \quad (2-5)$$

で定義されるので、(2-3)および(2-4)式を用いて上式を部分積分すれば、ニュートン流体と、粘度特性が時間に依存しない非ニュートン流体に関して、次式が得られる。

$$U_e = \frac{r_w}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (2-6)$$

ここに、 f [s⁻¹] は次式で定義され、ニュートン流体と時間に依存しない非ニュートン流体については、剪断応力 τ のみの関数となる。

$$f = \dot{\gamma} = -\frac{du_r}{dr} \quad (2-7)$$

ここに、 $\dot{\gamma}$ [s⁻¹] は半径 r での剪断速度である。(2-6)式を τ_w について微分すれば、次の Rabinowitsch-Mooney 式が得られる²⁴⁾。

$$f(\tau_w) = \frac{1}{4} \tau_w \frac{d(8U_e/D)}{d\tau_w} + \frac{3}{4} \left(\frac{8U_e}{D} \right) \quad (2-8)$$

ここに、 D [m] は管直径である。(2-8)式右辺の係数 $1/4$, $3/4$ をそれぞれ a , b でおきかえ、 D のかわりに相当直径 $D_e \equiv 4r_H$ [m] を用いて上式を一般化すると次式を得る^{16, 17, 18)}。

$$f(\tau_w) = a \tau_w \frac{d(2U_e/r_H)}{d\tau_w} + b \left(\frac{2U_e}{r_H} \right) \quad (2-9)$$

ここに、 r_H [m] は水力半径である。(2-9)式は Rabinowitsch-Mooney

式の拡張式であり、管壁でのスリップ速度が無視できる場合のニュートン流体および時間に依存しない非ニュートン流体の任意断面形状の管内層流流動における平均流速 U_e と流体の粘度特性との関係を表す。 $\alpha, \beta [-]$ は“幾何学パラメータ”と呼ばれ、流路の断面形状に依存する値で、たとえば、円管内流動の場合には、 $\alpha = 1/4, \beta = 3/4$ 、平行平板内の流れに対しては、 $\alpha = 1/2, \beta = 1$ とける。(2-9) 式を積分すれば、平均流速 U_e は次式で表せる。

$$U_e = \frac{\gamma_H(1+\xi)}{K_0} \tau_w^{-\xi} \int_0^{\tau_w} \tau^{\xi-1} f(\tau) d\tau \quad (2-10)$$

ここに、 $K_0, \xi [-]$ はそれぞれ次式で定義され、流路の断面形状に依存する値である。

$$K_0 \equiv 2(\alpha + \beta) \quad (2-11)$$

$$\xi \equiv \frac{\beta}{\alpha} \quad (2-12)$$

指数法則流体では、流動特性式 $f(\tau)$ は次式

$$f(\tau) = (\tau/K)^{\frac{1}{N}} \quad (2-13)$$

で与えられ、(2-10) 式に代入すれば、指数法則流体の任意断面形状をもつ管内流動における平均流速 U_e は、次式で表せる。

$$U_e = \left\{ \frac{(1+\xi)N}{1+\xi N} \right\} \left(\frac{\gamma_H}{K_0} \right) \left(\frac{\tau_w}{K} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (2-14)$$

ここに、 $K [Pa \cdot s^N]$ は流体の粘稠度係数、 $N [-]$ は流動特性指数である。

濾過ケーキは非常に複雑な断面形状をもつ、複雑に屈曲した多数の毛細管からなるが、その流路内の濾液流動に対しても、(2-14) 式を適用するこができる。(2-14) 式中の U_e は、ケーキ内の流路に沿った実際の濾液流速を表し、濾過ケーキの成長と反対方向の直

線流速 U [m/s] との間、次式の関係が成立する。

$$U_e = T U \quad (2-15)$$

ここに、 T [-] は屈曲率と呼ばれ、粒状層内流動における T の値として、Carman^{2,3)} は $\sqrt{\varepsilon}$ を提案している。(2-15) 式を(2-14) 式に代入すれば、 U として次式が書ける。

$$U = \left\{ \frac{(1+\xi)N}{1+\xi N} \right\} \left(\frac{Y_H}{TK_0} \right) \left(\frac{\tau_w}{K} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (2-16)$$

Kozicki¹⁸⁾ は円管内流動と同様に通常の粒子充てん層内流動に対しても、 $\xi=3.0$ とすることを報告している。また、 K_0 は Kozeny 定数 k [-] と次式の関係をもつ^{2,3)}。

$$k = T^2 K_0 \quad (2-17)$$

Kozeny 定数は、通常の粒子充てん層に対して、一般に $k=5.0$ の値が用いられている²⁾。

濾過の進行とともに、ケーキ内の任意の位置 x [m] における圧縮圧力が増大し、空隙率が減少して液体がしぼり出される。いわゆる Squeezing action が起り、その空隙の減少分だけ固体粒子が濾材方向に移動する。この移動しつつある粒子の間隙を濾液が流れるため、(2-16) 式の U は、固体粒子に対する濾液の相対速度を表すと考えられる。ケーキ内の位置 x における濾液の見掛け速度を q_x [m/s]、空隙率を ε [-]、粒子の見掛け移動速度を v_x [m/s] とすると、 U を次式で表すことができる。

$$U = \frac{q_x}{\varepsilon} - \frac{v_x}{1-\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} (q_x - e v_x) \quad (2-18)$$

ここに、 $e \equiv \varepsilon / (1-\varepsilon)$ [-] は部分空隙比である。濾過ケーキ内に厚さ dx の層をとり、この層内の長さ dx' の毛細管流路について、(2-2) 式と同様の力のつり合いを考えれば、次式が得られる。

$$\tau_w = \gamma_H \frac{\partial P_L}{\partial x'} = \frac{\gamma_H}{T} \cdot \frac{\partial P_L}{\partial x} \quad (2-19)$$

ここに、水水深 γ_H [m] は次式

$$\gamma_H \equiv \frac{\varepsilon}{S_0(1-\varepsilon)} \quad (2-20)$$

で定義され、 P_L [Pa] は ケーク内の位置 x における液圧、 S_0 [m²/m³] は粒子の有効比表面積である。また、厚さ dx のケーク内に含まれる単位濾過面積あたりの固体質量を dW_x [kg/m²] とすると、次の関係が成立する。

$$dW_x = \rho_s(1-\varepsilon)dx \quad (2-21)$$

ここに、 ρ_s [kg/m³] は固体粒子の真密度である。(2-18)~(2-21) 式を(2-16)式に代入すれば、指数法則非ニュートン流体の濾過における濾液流動基礎式として、次式を得る。

$$(q_x - e\gamma_x)^N = \frac{1}{K\gamma_x} \frac{\partial P_L}{\partial W_x} = -\frac{1}{K\gamma_x} \frac{\partial P_s}{\partial W_x} \quad (2-22)$$

ここに、

$$\gamma_x \equiv \left\{ \frac{1+\xi N}{(1+\xi)N} \right\}^N \left\{ \frac{T\varepsilon^2}{\rho_s S_0(1-\varepsilon)} \right\}^{1-N} \alpha_x \quad (2-23)$$

$$\alpha_x \equiv \frac{T^2 K_0 S_0^2 (1-\varepsilon)}{\rho_s \varepsilon^3} = \frac{\rho_s S_0^2 (1-\varepsilon)}{\rho_s \varepsilon^3} \quad (2-24)$$

γ_x [m^{2-N}/kg] は指数法則流体の部分濾過比抵抗であり、流体の流動特性や濾過ケークの構造に依存する値、 α_x [m/kg] はニュートン流体の従来の部分濾過比抵抗である^{8,44)}。 γ_x の定義式で流動特性指数 $N=1$ とおけば、ニュートン流体の部分濾過比抵抗 α_x と一致する。また、 W_x [kg/m²] は濾材面からケーク内の位置 x までの単位濾過面積あたりの固体質量、 P_s [Pa] はケーク内の位置 x におけるケーク圧縮圧力であり、部分液圧 P_L との間次関係をもつ³¹⁾。

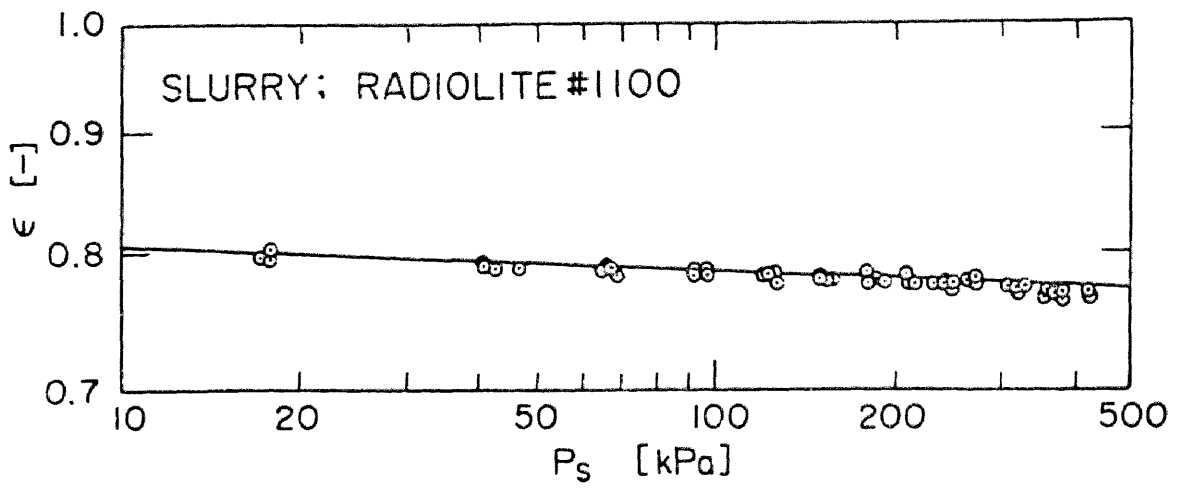


Fig.2-3 Compression test results

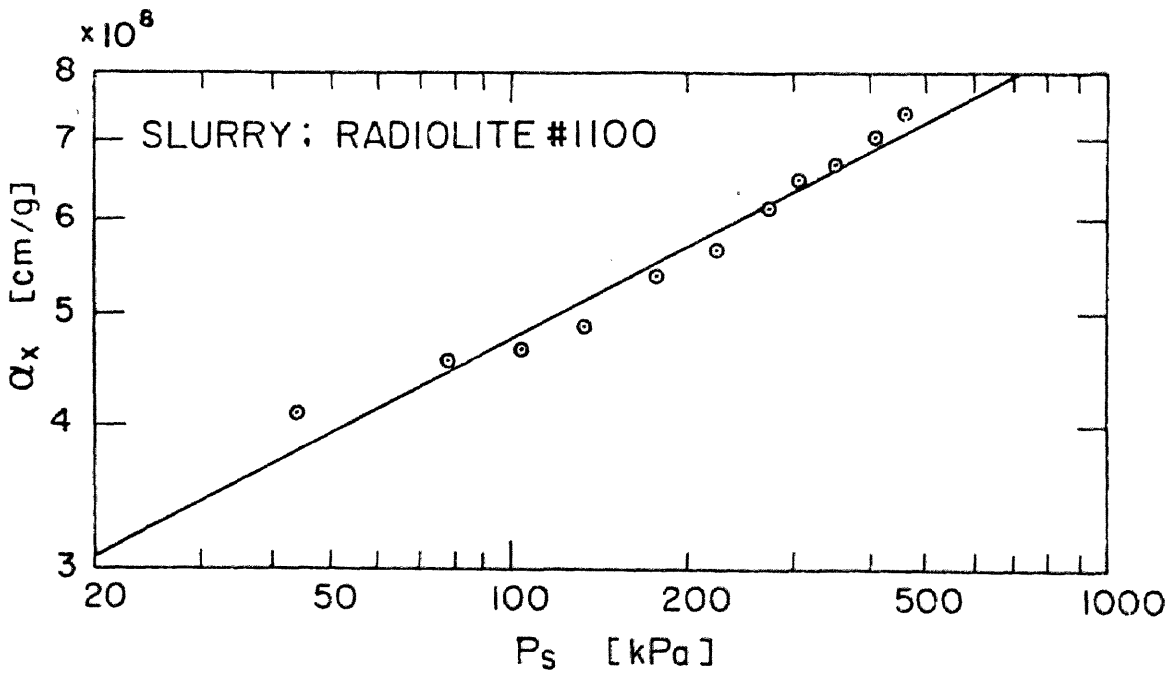


Fig.2-4 Permeability test results

$$dP_L + dP_S = 0 \quad (2-25)$$

(2-25) 式を積分すれば、次式が得られる。

$$P_L + P_S = P \quad (2-26)$$

ここに、 P [Pa] は圧過圧力である。

ε および α_x は、圧縮透過実験結果より P_S のみの関数として表されるので、(2-24) 式を用いれば、 S_0 の値が求まる。したがって、 ε , T , R および N の値が与えられれば、 γ_x vs. P_S は圧縮透過実験結果を利用して求まる。この計算にあたって、 ε は Kozicki¹⁸⁾ によって報告された 3.0 の値、 T は Carman^{2,3)} によって提唱された $\sqrt{2}$ の値、 R は従来から使われてきた 5.0 の値²⁾ を用いた。Figs. 2-3 および 2-4 にラジオライト (#1100) - イオン交換木懸濁スラリーの圧縮透過実験結果を示した。Fig. 2-3 には、部分空隙率 ε vs. P_S 、Fig. 2-4 には、部分圧過比抵抗 α_x vs. P_S の実験結果が示されている。ラジオライト (#1100) の場合には、水中に懸濁させた場合と、ポリアクリル酸ナトリウム水溶液中に懸濁させた場合とで、粒子の凝集状態に差異が認められたため、上記の圧縮透過実験結果を非ニュートン流体の圧過過程の推定に利用した。両者の間に粒子の凝集状態の差異が認められる場合には、圧過実験に用いた非ニュートン流体を使って、同一の粘度特性の条件下で圧縮透過実験を行い、部分空隙率 ε vs. P_S 、部分圧過比抵抗 α_x vs. P_S の関係を求める必要がある。

2-4 非ニュートン流体の圧過速度式

Fig. 2-5 のように、ケーキ圧縮圧力 P_S は、 $w_x = w$ のケーキ表面で 0、 $w_x = 0$ のケーキ底面での最大値 $(P - P_m)$ となるので、(2-22) 式をケーキ全体にわたって積分すれば、次式が得られる。

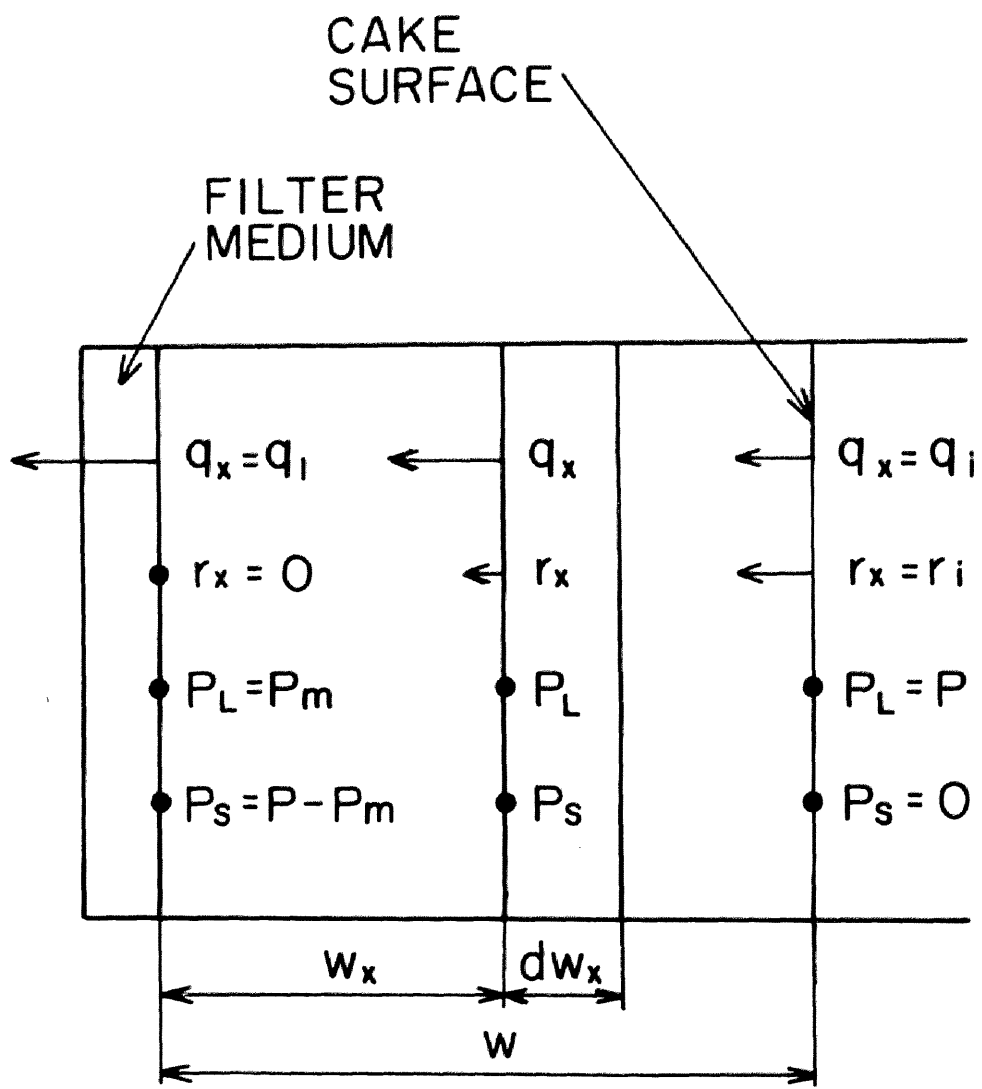


Fig.2-5 Schematic diagram of cake structure

$$\int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right)^N d\left(\frac{w_x}{w}\right) = \frac{1}{k q_1^N w} \int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_x} dP_s \quad (2-27)$$

＝に、 q_1 [m/s] は汙過速度、 w [kg/m²] は単位汙過面積あたりの全ケーク固体質量、 P_m [Pa] は汙材による圧力損失である。(2-27)式を変形・整理すると、汙過速度 q_1 は次式で表せる。

$$\begin{aligned} q_1^N &\equiv \left(\frac{dw}{d\theta} \right)^N \\ &= \frac{P - P_m}{k \left[\left\{ \int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right)^N d\left(\frac{w_x}{w}\right) \right\} \left(\frac{P - P_m}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_x} dP_s} \right) \right]} w \\ &= \frac{P - P_m}{k \gamma_{av} w} \end{aligned} \quad (2-28)$$

＝に、 v [m³/m²] は単位汙過面積あたりの汙液量、 θ [s] は汙過時間、 γ_{av} [m^{2-N}/kg] は指数法則流体の平均汙過比抵抗であり、次式で定義できる値である。

$$\gamma_{av} \equiv J \cdot \gamma_k = \int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right)^N d\left(\frac{w_x}{w}\right) \cdot \frac{P - P_m}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_x} dP_s} \quad (2-29)$$

＝に、

$$\begin{aligned} J &\equiv \int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - e \frac{r_x}{q_1} \right)^N d\left(\frac{w_x}{w}\right) \\ &= \frac{1}{1 - \varepsilon_{av}} \int_0^1 \left(\frac{q_x}{q_1} - \varepsilon \right)^N (1 - \varepsilon)^{1-N} d\left(\frac{x}{L}\right) \end{aligned} \quad (2-30)$$

$$\gamma_k \equiv \frac{P - P_m}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_x} dP_s} \quad (2-31)$$

式中の γ_k [m^{2-N}/kg] は Kozicki 5⁽¹⁹⁾ によって提案された指数法則

流体の平均滲過比抵抗, δ [-] は δ_R と指数法則流体の真の平均滲過比抵抗 δ_{av} との比として定義される補正係数, ϵ_{av} [-] は全ケークの平均空隙率, x [m] は滲材からの距離, L [m] はケーク厚さである。

いわゆる近代滲過理論によれば、希薄スラリーあるいは本章の実験に用いたような圧縮性の低いスラリーの滲過については、滲過ケーク内の滲液流速分布は無視できるほど小さく、 $q_x \approx q_1$ とおけるので、 $\delta \approx 1$ となる。また、簡便な工業的取扱いを容易にするために、ニュートン流体の場合の従来^{25,26,27)}の $Ruth$ の概念に従い、滲材抵抗を滲過ケークの抵抗と同じように取扱えば、非ニュートン流体の滲過式はさらに簡単化される。ニュートン流体の場合、滲材抵抗と滲過ケークの抵抗とをあおせた全抵抗は $\alpha_{av}W + R_m = \alpha(W + W_m)$ と表せるので、同様にすれば非ニュートン流体の場合の全抵抗は $\delta_{av}W + R_m = \delta(W + W_m)$ と書ける。 α_{av} [m/kg] と δ_{av} [m^{2-N}/kg] は、それぞれニュートン流体と指数法則流体に対する滲過ケークの平均滲過比抵抗で $(P - P_m)$ の関数、 α [m/kg] と δ [m^{2-N}/kg] は、同様にそれぞれニュートン流体および指数法則流体の滲材を含めた滲過ケークの平均滲過比抵抗で P の関数、 R_m [m^{-N}] は滲材抵抗、 W_m [kg/m²] は滲材抵抗に相当する仮想ケーク固体質量である。以上のことを考慮すれば、(2-29)式は次式のように表せる。

$$\delta \equiv \frac{P}{\int_0^P \frac{1}{\delta_x} dP_s} = \left\{ \frac{1 + \xi N}{(1 + \xi)N} \right\}^N \frac{P}{\int_0^P \frac{1}{\left\{ \frac{\tau \epsilon^2}{k S_0 (1 - \epsilon)} \right\}^{1-N} \alpha_x} dP_s} \quad (2-32)$$

Fig. 2-6には、(2-32)式と圧縮透過実験結果とを用いて得た平均

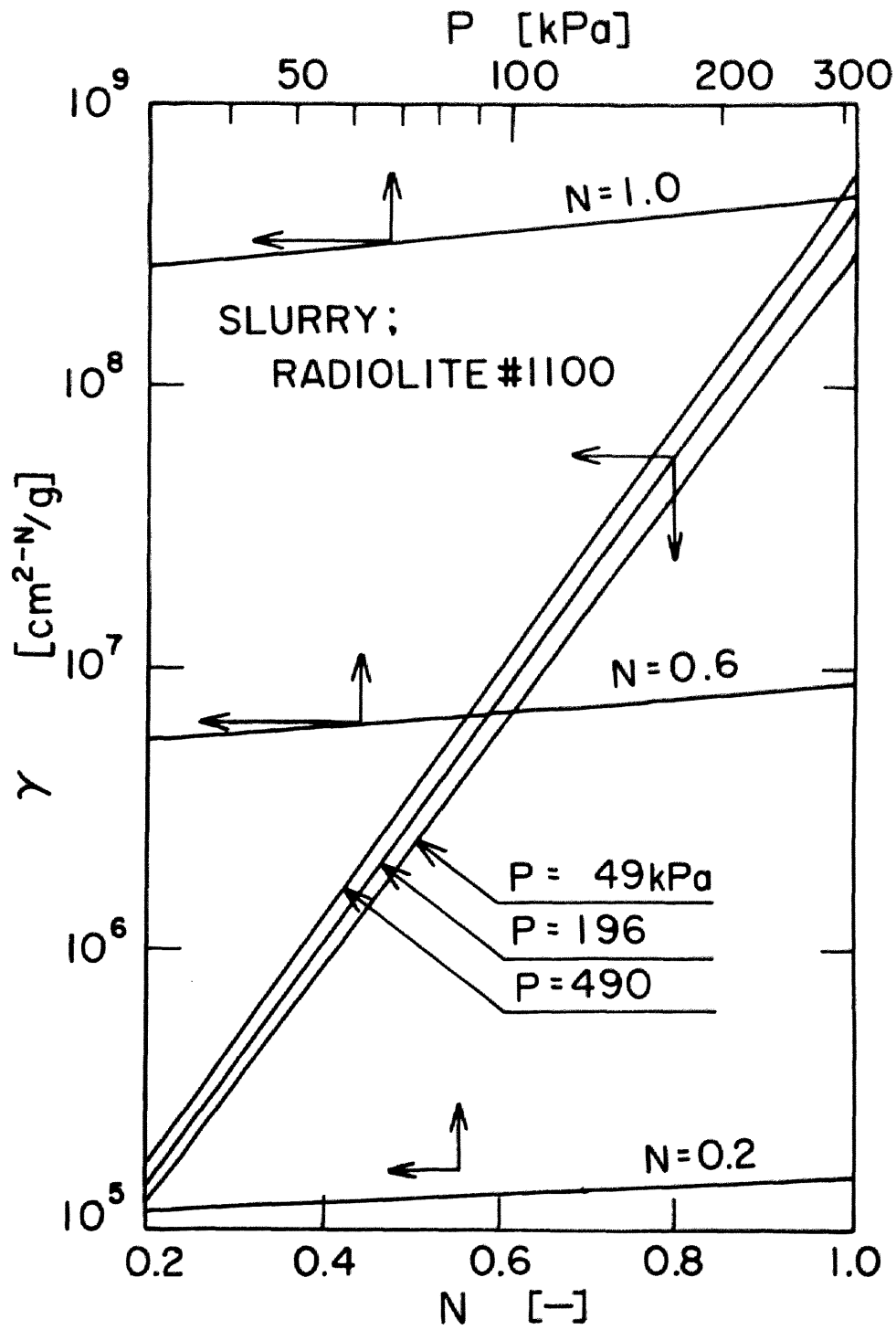


Fig.2-6 Effect of N and P on γ

汙過比抵抗 δ の推定値を示す。図から明らかかたように、 δ は汙液の流動特性指数 N および汙過圧力 P によって変化するが、 N による影響が著しく、 N が1から減少するにつれ、 δ は急激に減少し、 P による変化は小さい。

(2-28)式に従えば、指数法則流体の場合の汙材抵抗 $R_m [m^{-N}]$ は次式で定義できる。

$$q_1^N \equiv \left(\frac{dv}{d\theta}\right)^N = \frac{P_m}{KR_m} \quad (2-33)$$

(2-28)式と(2-33)式とから P_m を消去すれば、指数法則流体の汙過速度式として次式を得る。

$$\begin{aligned} q_1^N &\equiv \left(\frac{dv}{d\theta}\right)^N = \frac{P}{K(\gamma_{av}\omega + R_m)} \\ &= \frac{P}{K\gamma(\omega + \omega_m)} \end{aligned} \quad (2-34)$$

ニュートン流体の場合、(2-34)式において、 $N=1$ 、 $K=\mu$ 、 $\gamma=\alpha$ とおけば、次式で表される従来のRuth^{25,26)}の汙過速度式と一致する。

$$q_1^N = \frac{P}{\mu\alpha(\omega + \omega_m)} \quad (2-35)$$

ここに、 $\mu [Pa \cdot s]$ はニュートン流体の粘度である。(2-35)式中の ω 、 ω_m はそれぞれ次式によって、 v 、 v_m と関係づけられる。

$$\omega = \frac{\rho S}{1-mS} v \quad (2-36)$$

$$\omega_m = \frac{\rho S}{1-mS} v_m \quad (2-37)$$

ここに、 $\rho [kg/m^3]$ は汙液密度、 $S [-]$ はスラリー中の固体の質量分率、 $m [-]$ はケーキの湿乾質量比、 $v_m [m^3/m^2]$ は単位汙過面積あたりの汙材抵抗に相当する仮想汙液量である。(2-36)と(2-37)

式を(2-35)式に代入すると、次式を得る。

$$\left(\frac{1}{\rho_1}\right)^N \equiv \left(\frac{d\theta}{dv}\right)^N = \frac{K\gamma\rho S}{P(1-mS)} (v + v_m) \quad (2-28)$$

定圧滲過過程では、 γ と m とはほぼ一定とみかたしうるので、(2-38)式に従い、 $(d\theta/dv)^N$ vs. v は直線関係を与える。P, γ , m が一定の定圧滲過の条件下で(2-38)式を積分すれば、指数法則流体の定圧滲過式(2-39)を得る。

$$(v + v_m)^{\frac{1+N}{N}} = K_N (\theta + \theta_m) \quad (2-39)$$

ここに、 $K_N [m^{\frac{1+N}{N}}/s]$ は指数法則流体の定圧滲過係数で、次式で定義される値である。

$$K_N \equiv \frac{1+N}{N} \left\{ \frac{P(1-mS)}{K\gamma\rho S} \right\}^{\frac{1}{N}} \quad (2-40)$$

また、 $\theta_m [s]$ は v_m を得るのに要する仮想滲過時間で、次式で定義される値である。

$$\begin{aligned} \theta_m &\equiv \frac{N}{1+N} \left\{ \frac{K\gamma\rho S}{P(1-mS)} \right\}^{\frac{1}{N}} v_m^{\frac{1+N}{N}} \\ &= K_N^{-1} v_m^{\frac{1+N}{N}} \end{aligned} \quad (2-41)$$

希薄スラリーあるいは圧縮性の低いスラリーの滲過については、近似的に $\rho_x \equiv \rho_1$, $\gamma_x \equiv 0$ とかけ、滲液流動基礎式(2-22)は次式のように表せる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{dv}{d\theta}\right)^N &\equiv \frac{1}{K\gamma_x} \cdot \frac{\partial P_L}{\partial w_x} = -\frac{1}{K\gamma_x} \cdot \frac{\partial P_s}{\partial w_x} \\ &= -\frac{1}{K\rho_s \gamma_x (1-\varepsilon)} \frac{\partial P_s}{\partial x} \end{aligned} \quad (2-42)$$

滲過ケーブの $[0, x]$ および $[0, L]$ の区間にあたって(2-42)式をそれぞれ積分し、その比をとれば次式が得られる。

$$\frac{x}{L} = \frac{\int_{P_s}^P \frac{dP_s}{\gamma_x(1-\varepsilon)}}{\int_0^P \frac{dP_s}{\gamma_x(1-\varepsilon)}} = 1 - \frac{\int_0^{P_s} \frac{dP_s}{\gamma_x(1-\varepsilon)}}{\int_0^P \frac{dP_s}{\gamma_x(1-\varepsilon)}} \quad (2-43)$$

(2-23)と(2-43)式とから明らかのように、滲過ケーキ内の圧縮圧力 P_s 分布は、流路の形状や複雑さによって定まるが、 K_0 , T の値に依存しない。Fig. 2-7には、種々の流動特性指数 N に対して、(2-43)式に基づいて計算された P_s 分布を示す。 N が小さくたり、非ニュートン性が顕著になるにつれ、 P_s は大きくなり、より緻密なケーキができる。 P_s 分布がわかれば、圧縮透過実験結果より空隙率 ε 分布を求めることができ、したがって平均空隙率 ε_{av} 、さらに次式により湿乾質量比 m を推定できる。

$$m = 1 + \frac{\rho \varepsilon_{av}}{\rho_s(1-\varepsilon_{av})} \quad (2-44)$$

Table 2-1に、種々の圧力($P-P_m$)、流動特性指数 N に対する湿乾質量比 m の推定値を表示した。

Table 2-1 Predicted values of m

N [-] $P-P_m$ [kPa]	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
49	2.769	2.771	2.774	2.776	2.779
98	2.712	2.715	2.718	2.721	2.725
294	2.626	2.629	2.632	2.635	2.639
588	2.575	2.578	2.581	2.584	2.588

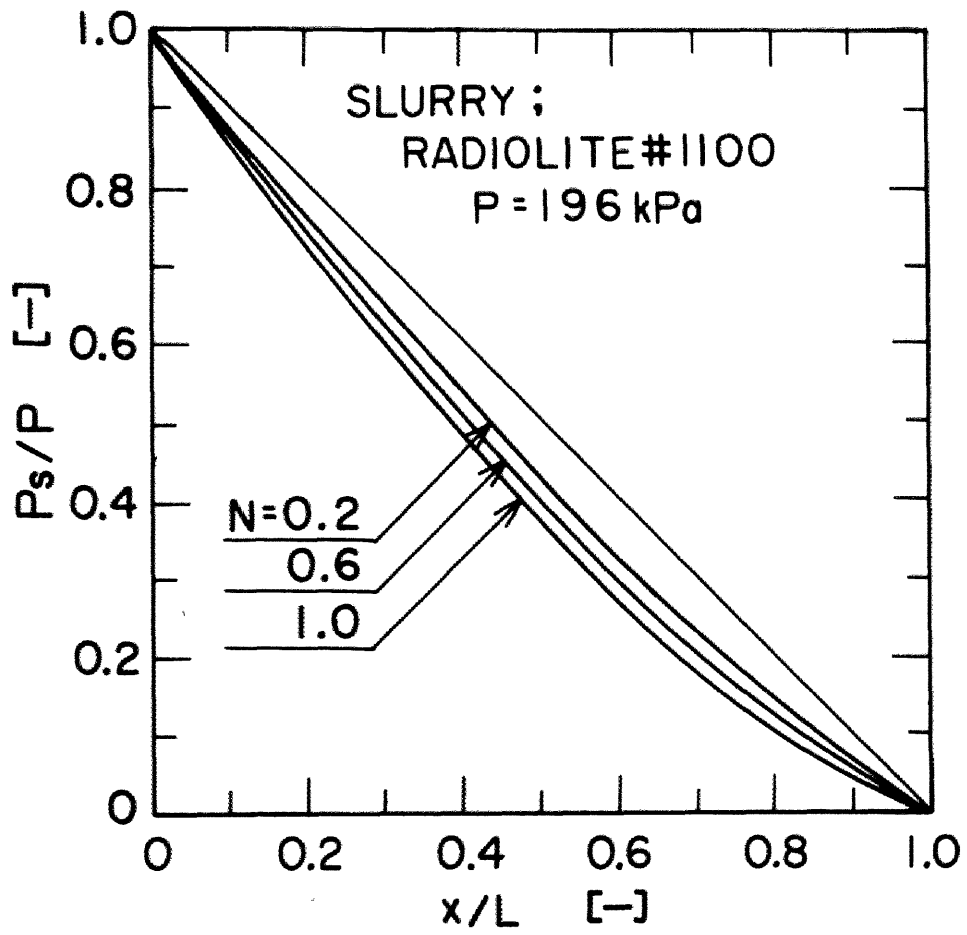


Fig.2-7 Effect of N on P_s -distributions in cake

比較的圧縮性の低いスラリーのため、 m の値は N 、 $(P-P_m)$ の値が変化してもあまり変わらない。

2-5 実験結果および考察

Fig. 2-8には、定圧濾過期間中の種々の時点で得られた濾液に対する、コーン・フレート型の回転粘度計による粘度特性の測定結果を示した。図中の実線は、濾液の粘度特性、破線は、スラリー原料を投入する前の非ニュートン流体原液に対する粘度特性である。濾液の粘度特性と非ニュートン流体原液の粘度特性との間には、大きな相違がみられるが、これは、非ニュートン流体中の高分子の一部が粒子表面に吸着されたためか、あるいは、粒子から溶出したわずかの夾雑イオンによって化学的に影響されたためか、そのいずれかと思われる⁴⁷⁾。図中には、濾過期間中の種々の濾液量 v を得た時点での N 、 K の値を表示したが、濾過の進行に伴う濾液の粘度特性の変化はきわめて小さく、濾過の全期間を通して一定と考えてさしつかえない。

Fig. 2-9, 2-10に $(d\theta/dv)$ vs. v , $(d\theta/dv)^N$ vs. v の実験値をそれぞれ点綴した。 $(d\theta/dv)$ vs. v は、 $N=1$ のニュートン流体の場合、圧縮性の小さいスラリーに対しては直線関係を示すが、 $N<1$ の擬塑性流体の場合には、下に凸の曲線関係を示す。一方、(2-38)式から推測されるように、 $(d\theta/dv)^N$ vs. v は、指数法則流体の場合には、濾過初期を除いて直線関係を示した。したがって、濾材抵抗を濾過ケーキの抵抗と同じように取扱う Ruth^{25,26,27)} の概念は、非ニュートン流体の工業濾過に対しても適用できると考えられる。(2-38)式にしたがい、Fig. 2-10の直線の横軸切片から仮想濾液量 v_m の値が求められ、また、 m の推定値を利用すれば、直線勾配から平均濾過比抵抗の実験値 γ_{exp} が得られる。このようにして得た v_m と γ_{exp} の値を、Table 2-2に P 、 N 、 K の実験条件とともに一括

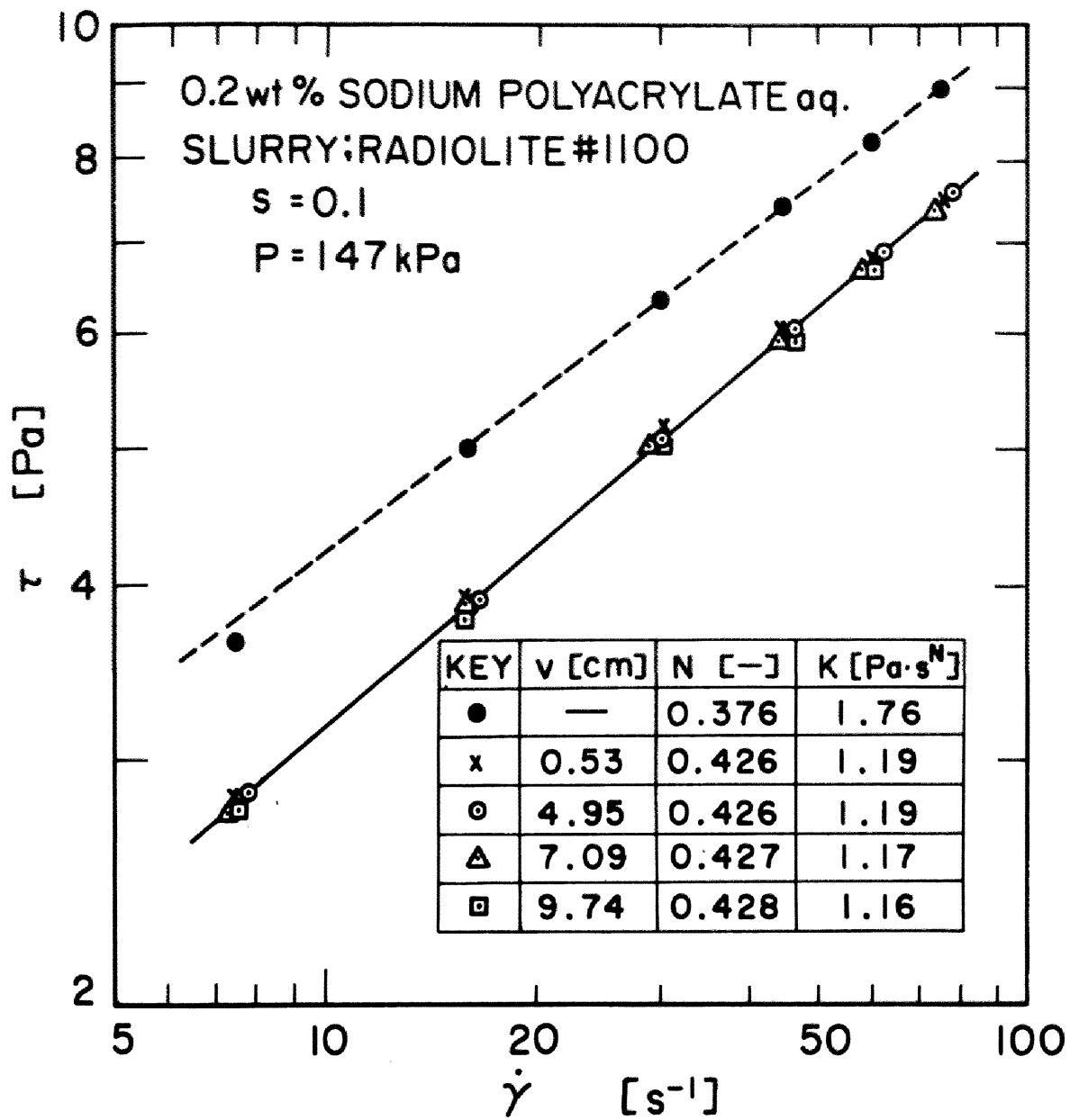


Fig.2-8 Viscous characteristics of filtrate

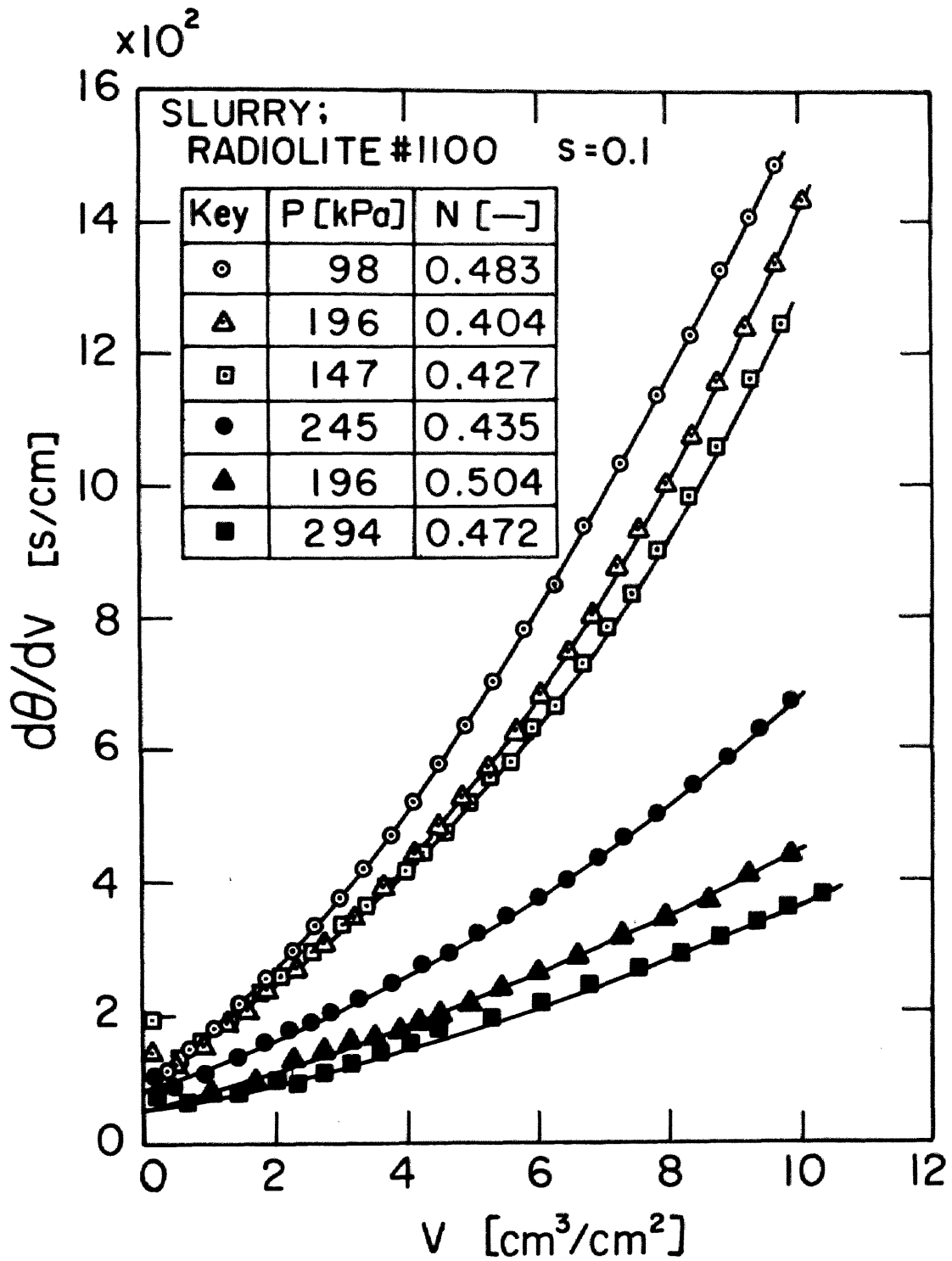


Fig.2-9 $d\theta/dv$ vs. v

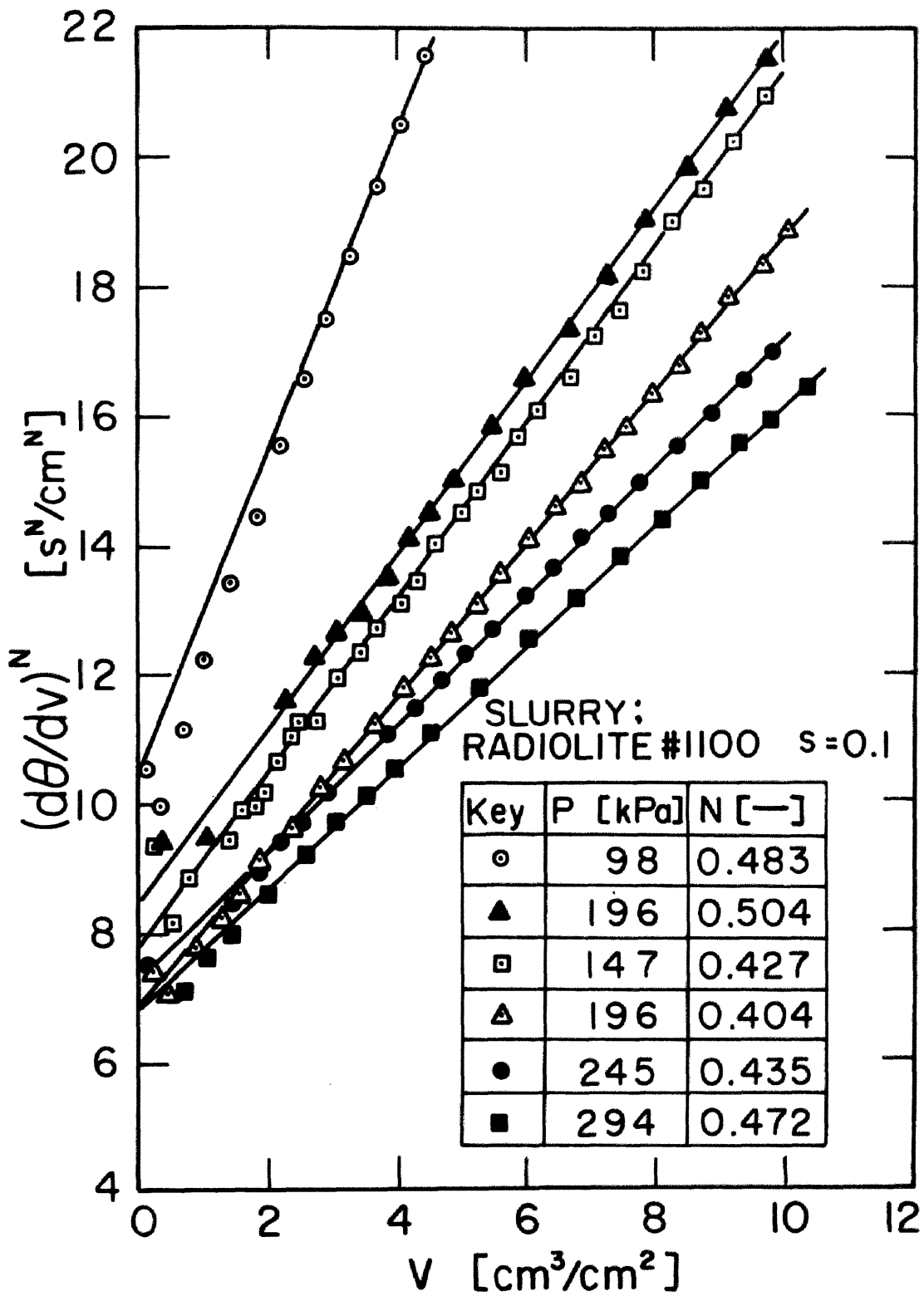


Fig.2-10 $(d\theta/dv)^N$ vs. v

Table 2-2 Filtration characteristics values under various conditions

P [kPa]	N [-]	K [Pa·s ^N]	Slope [S ^N /cm ^{N+1}]	U _m [cm]	γ _{exp} [cm ^{2-N} /g]	γ [cm ^{2-N} /g]	(γ-γ _{exp})/γ ×10 ² [%]	m [-]
98	0.483	0.875	2.489	4.16	2.03×10 ⁶	2.22×10 ⁶	8.6	2.716
147	0.427	1.172	1.351	5.75	1.24×10 ⁶	1.37×10 ⁶	9.5	2.683
147	0.437	1.072	1.475	5.38	1.48×10 ⁶	1.51×10 ⁶	2.2	2.683
147	0.498	0.693	1.560	3.85	2.42×10 ⁶	2.77×10 ⁶	12.6	2.684
196	0.404	1.758	1.192	5.74	0.98×10 ⁶	1.14×10 ⁶	14.7	2.660
196	0.504	0.656	1.338	6.27	2.94×10 ⁶	3.10×10 ⁶	5.2	2.661
245	0.435	1.260	0.983	7.39	1.41×10 ⁶	1.62×10 ⁶	13.2	2.643
294	0.472	0.983	0.928	7.35	2.05×10 ⁶	2.42×10 ⁶	15.5	2.630

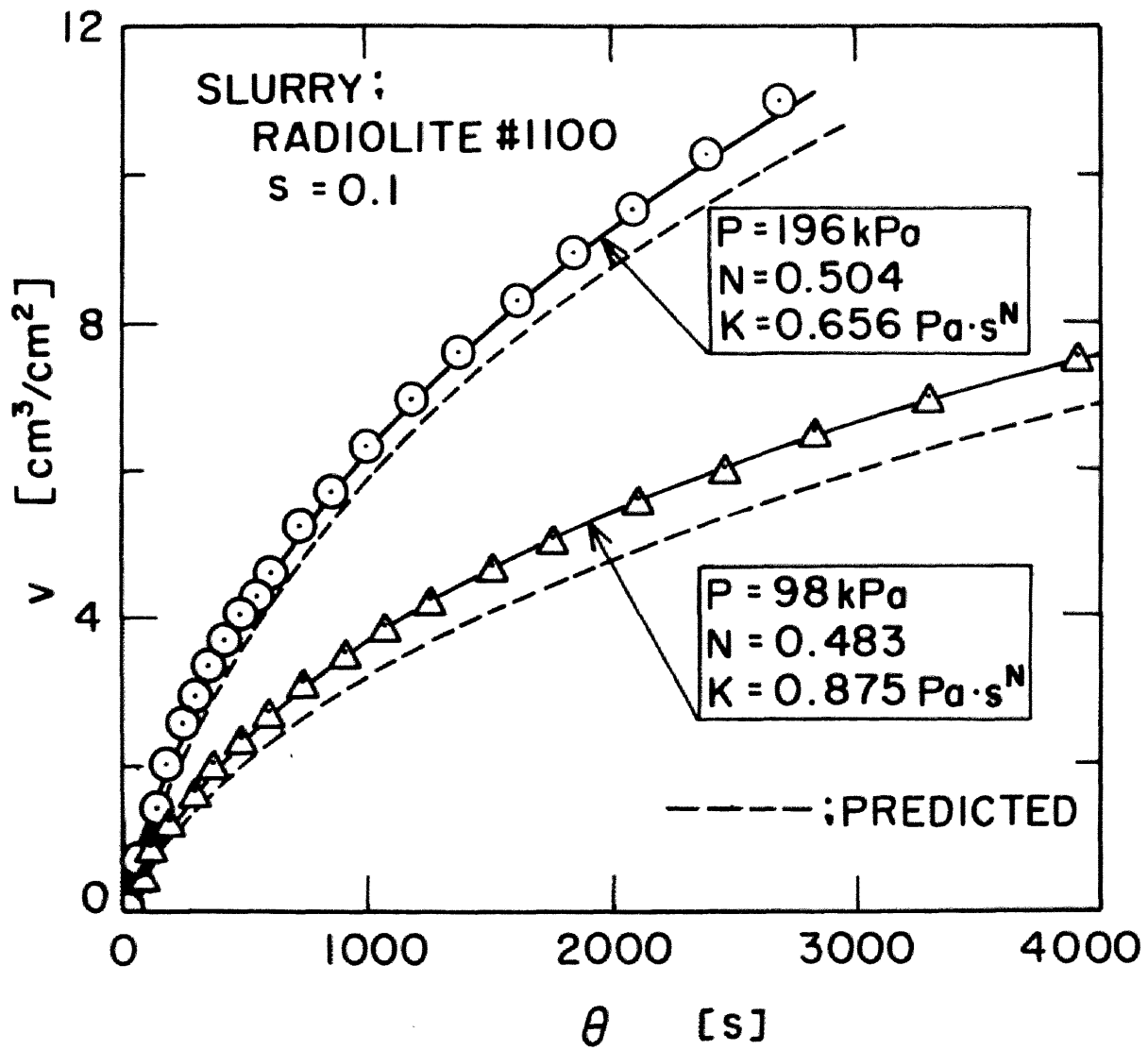


Fig.2-11 v vs. θ

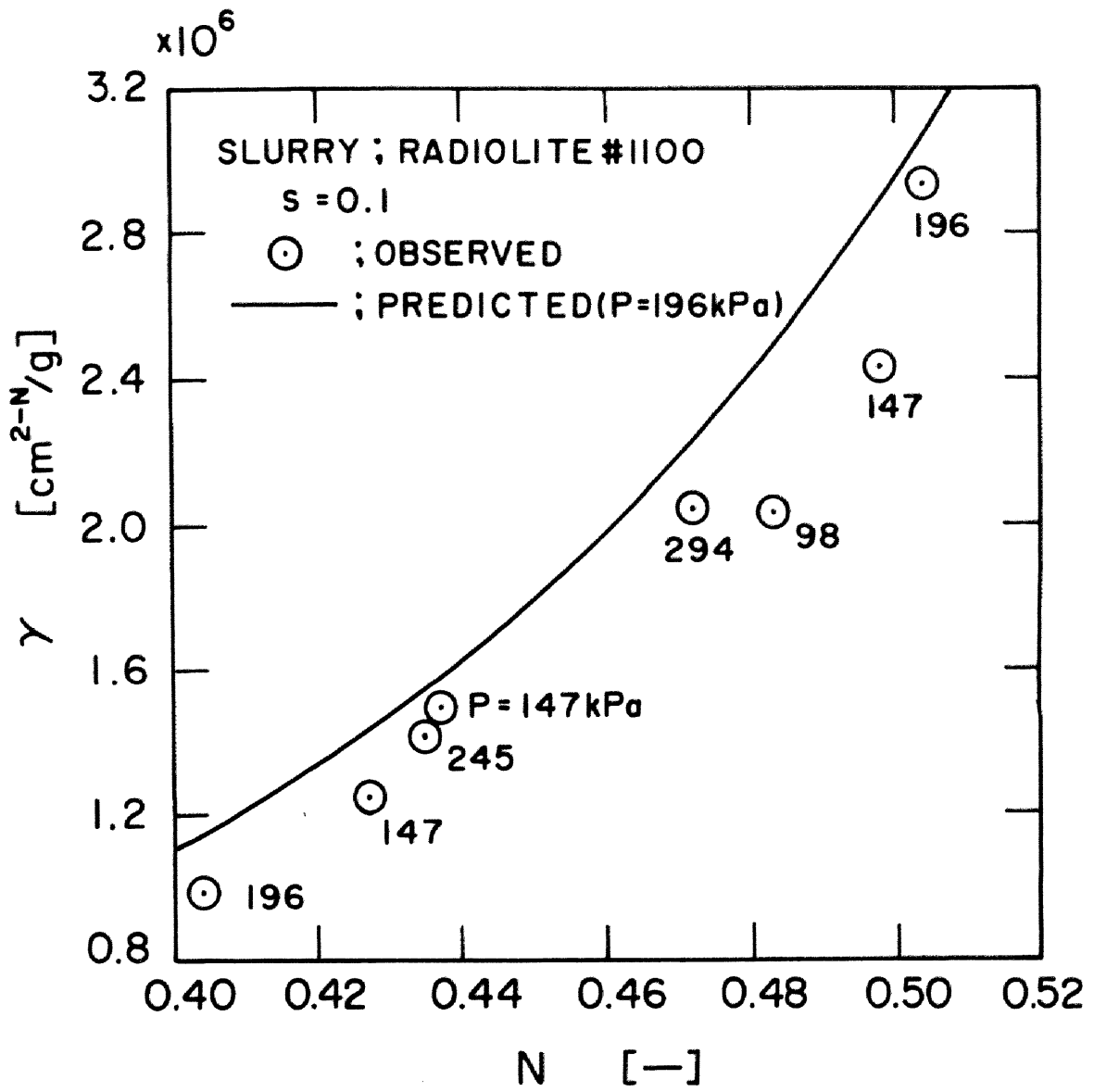


Fig.2-12 γ vs. N

表示し、 γ と m の推定値も併記した。圧縮透過実験結果に基づき、(2-32)式によって計算された平均汙過比抵抗値 γ は、実測値に比べ全般的に若干大きく持っているが、ほぼ16%以内の精度で推定できることが明らかである。Fig. 2-11には、 v_m の実測値と γ 、 m の推定値を用いて、(2-39)式に基づいて得た v vs. θ の推定線を実測値とともに示した。 v vs. θ の推定値は実測値と比べてやや低い値を示しているが、実測値の傾向をよく表している。Fig. 2-12には、汙過圧力 P の相違を無視して γ vs. N を点綴した。図中の各点に対応して記されている数字は、汙過圧力 P を示している。また、実線は $P=196 \text{ kPa}$ での平均汙過比抵抗 γ の推定線である。図から明らかになるように、流動特性指数 N のおよそかな変化が γ の値に大きく影響するが、 P の影響はさわめて小さい。

2-6 総括

工業的に取扱われる非ニュートン流体のうち、特に重要な指数法則流体について、比較的圧縮性の小さいスラリーを対象とした、定圧汙過理論の確立と実験的検討を試みた結果、次の結論を得た。

1) Rabinowitsch-Mooney 式の拡張式に基づき、指数法則流体の定圧汙過理論を提示し、流動基礎式、汙過ケーブ内の圧縮圧力分布式、汙過速度式、平均汙過比抵抗の定義式などの諸式を提出した。本章で示した諸式は、流動特性指数 $N=1$ とし、流体粘稠度係数 K の代わりにニュートン流体の粘度 μ を用いると、従来のニュートン流体の汙過式と一致する。

2) 従来の圧縮透過実験の手法を用いて、非ニュートン流体の定圧汙過過程における諸特性値の推定法を提示し、推定値が実験結果と比較的によく一致することを示した。

3) 汙液の流動特性指数 N が、平均汙過比抵抗 γ に対し、著しい影響を及ぼすことを理論的にも実験的にも明らかにし、さらに、

滲液の流動特性指数 N が小さくなり、非ニュートン性が顕著になるにつれ、より緻密な滲過ケーキが形成されることを理論的に示した。

本章は、Journal of Chemical Engineering of Japan, 10, NO.1, 54 (1977) に発表されたものである。

第三章 非ニュートン流体の定圧濾過の液圧分布

3-1 緒言

第二章では³⁶⁾、工業的に取扱われる非ニュートン流体のうち、特に重要な指数法則流体の定圧濾過についての基礎理論を提示し、圧縮透過実験結果に基づいた近似解法により、濾過速度や平均濾過比抵抗などの総括的濾過性状を比較的精度よく推定できることを示した。本章では³⁹⁾、濾過ケーキの圧縮性の影響を厳密に考慮した、より正確な濾過過程の推定法を与え、総括的濾過性状だけでなく、濾過ケーキの内部状態をも実測することにより、理論の妥当性をさらに詳しく検討した。

濾過の研究では、濾過ケーキ内部の位置を表す座標として、伝統的に固定座標を用いてきたが、圧搾^{35, 37)}、濃厚スラリーの圧密沈降³³⁾に関する最近の研究では、固定座標のかわりに移動座標を用いて解析される。圧搾操作では、濾過期間およびそれに引き続いて起こる圧密期間とが分り、したがって濾過期間と圧密期間の両者を解析するため、共通の座標を用いる方が便利であると考えられる。本章では、このような観点から移動座標に基づいて、指数法則非ニュートン流体の定圧濾過理論を再吟味した。

3-2 実験装置および方法

実験装置の概要を Fig. 3-1 に示した。実験装置は、基本的には第二章で示したものと同一であり、濾過器本体は、アクリル樹脂製シリンダー（内径 130 mm）と上下二枚のフランジとからなるが、上部フランジには長さが異なる 6 本のしんちゅう製の液圧測定用細管（内径 3 mm）がとり付けられており、濾過ケーキ内部の種々の位置の液圧が測定できるよう工夫されている。すなわち、各液圧測定用細管の上端に歪抵抗線式圧力変換器が取り付けられ、スイッチ、

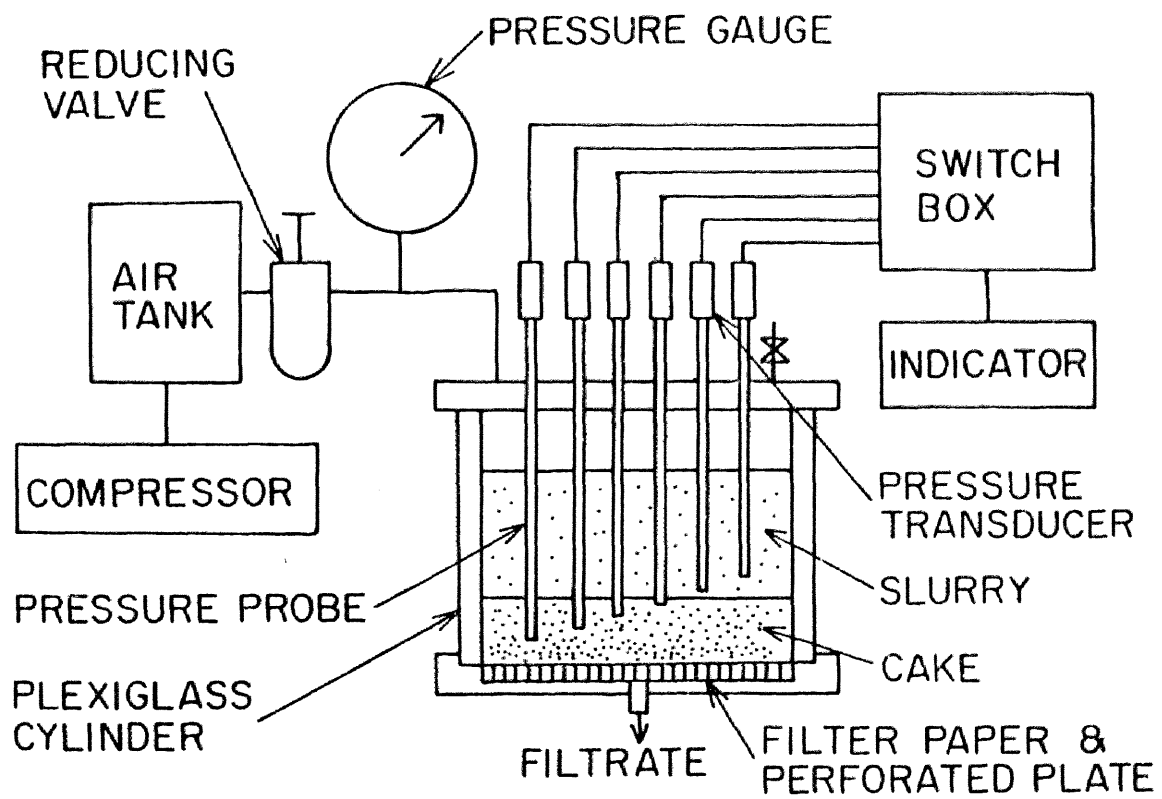


Fig.3-1 Schematic diagram of experimental apparatus

ボックスを経てインジケータに接続され、圧力が読み取られる。なお、細管下端に作用する正確な液圧を得るために、圧力変換器内の圧力受感部から細管の下端に至る管内を完全にイオン交換水で満たした。また、細管表面を通しての圧力の漏れを防ぐため、細管表面に木綿糸をむらなく巻きつけた。下部フランジには、アクリル樹脂製多孔板がはめ込まれ、その上にガラス繊維濾紙(東洋濾紙GA100)をはって濾材とした。

実験に用いた非ニュートン流体は、0.1~0.3 wt%のポリアクリル酸ナトリウムイオン交換水溶液で、イオン交換水中にポリアクリル酸ナトリウムを少量ずつ混ぜ、約5時間攪拌して溶解させた。スラリー中の固体物質としては、けいそう土の一種であるハイフロスーパーセル($\rho_s = 2.28 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)を用い、高分子溶液中に懸濁させ、約1時間攪拌した後、約5分間の脱気を行った。

濾過圧力 $P = 98 \sim 294 \text{ kPa}$, 濾液の流動特性指数 $N = 0.342 \sim 0.766$, スラリー濃度 $S = 0.1 \sim 0.15$ の種々の条件下で、定圧濾過実験を行い、濾液量および濾過ケーキ内部の種々の位置における液圧の時間的变化を実測した。得られた濾液について、コーン・プレート型の回転粘度計により、粘度特性の測定を行った。また、ハイフロスーパーセルをイオン交換水中に懸濁させたスラリーを用いて、別に圧縮透過実験を行った。

3-3 濾過ケーキ内の非ニュートン流体の流動基礎式

圧搾や濃厚スラリーの圧密沈降との統一的处理を可能にするため、濾過過程の解析においても、濾過ケーキ内部の位置を表す座標として、従来から使用されてきた固定座標、すなわち、ケーキ底面からの距離 x [m] を変数とする x 座標に代えて、ケーキ底面から任意の位置までに存在する単位濾過面積あたりの固体体積 ω [m^3/m^2] を変数とする ω 座標を使用する。圧縮性をもつスラリーを対象とし

たケーキ滷過では、滷過の進行につれて固体粒子はケーキ底面に向かって移動し、したがって、任意の ω によって与えられるケーキ内部の位置は滷過時間とともに変化し、 ω 座標は一種の移動座標であると考えられる³⁵⁾。

非ニュートン流体のうちで、工学的に特に重要な指数法則流体の流動特性式 $f(\tau)$ は次式によって与えられる。

$$f(\tau) = (\tau/k)^{\frac{1}{N}} \quad (2-13)$$

ニニに、 $f(\tau) \equiv \dot{\gamma} [S^{-1}]$ は剪断速度、 $\tau [Pa]$ は剪断応力、 $k [Pa \cdot s^N]$ は流体の粘稠度係数、 $N [-]$ は流動特性指数である。管壁近傍での流体の異常挙動に起因する、いわゆるスリップ速度 $U_s [m/s]$ を考慮すれば、Rabinowitsch-Mooney式の拡張式^{16, 17, 18, 24)}は、(2-10)式に於いて、次式

$$U_e - U_s = \frac{\gamma_H(1+\xi)}{K_0} \tau_w^{-\xi} \int_0^{\tau_w} \tau^{\xi-1} f(\tau) d\tau \quad (3-1)$$

で表されるので、(2-13)式を(3-1)式に代入して次式を得る。

$$U_e - U_s = \left\{ \frac{(1+\xi)N}{1+\xi N} \right\} \left(\frac{\gamma_H}{K_0} \right) \left(\frac{\tau_w}{k} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (3-2)$$

ニニに、 $U_e [m/s]$ は滷過ケーキ内の流路に沿った実際の滷液流速、 $\gamma_H [m]$ は木カ木深、 ξ 、 $K_0 [-]$ は流路の横断面形状に依存する幾何学パラメータ¹⁸⁾、 $\tau_w [Pa]$ は流路の壁面、すなわち、固体粒子表面での剪断応力である。いわゆる屈曲率の概念^{2, 3)}を用いれば、 U_e は、ケーキの成長と反対方向の直線的滷液流速 $U [m/s]$ と次式によって関係づけられる。

$$U_e = T U = T \frac{u}{\varepsilon} \quad (3-3)$$

ニニに、 $T [-]$ は屈曲率で、ケーキ厚さに対する実際の滷液流路の長さの比として定義される値、 $u [m/s]$ は見掛けの滷液流速、 $\varepsilon [-]$

は空隙率である。同様にして、見掛けのスリップ速度 u_s [m/s] は、次式によって定義される。

$$U_s = T \cdot \frac{u_s}{\varepsilon} \quad (3-4)$$

(3-1) ~ (3-4) 式中のすべての滲液流速は、移動しつつある固体粒子に対する相対的滲液流速を表す。 S_0 [m²/m³] を固体粒子の有効比表面積とすれば、ホカホ深 γ_H は次式で表される。

$$\gamma_H = \frac{\varepsilon}{S_0(1-\varepsilon)} \quad (2-20)$$

また、滲過ケーキの微小区間 $d\omega$ に相当するケーキ厚さは $d\omega/(1-\varepsilon)$ であり、滲液流路の実際の長さ $d\ell'$ [m] は $Td\omega/(1-\varepsilon)$ となるので、この微小長さ $d\ell'$ において流路の壁面での剪断応力 τ_w と液圧 P_L の勾配との間で力のバランスを考えれば、次式が得られる。

$$\tau_w = \gamma_H \frac{\partial P_L}{\partial \ell'} = \frac{\gamma_H(1-\varepsilon)}{T} \cdot \frac{\partial P_L}{\partial \omega} \quad (3-5)$$

ここに、 P_L [Pa] はケーキ内の位置 ω での部分液圧である。(3-3), (3-4), (2-20) および (3-5) 式を (3-2) 式に代入すれば、指数法則非ニュートン流体の滲液流動基礎式として次式が得られる。

$$(u - u_s)^N = \frac{1}{K\gamma_\omega \rho_s} \cdot \frac{\partial P_L}{\partial \omega} = - \frac{1}{K\gamma_\omega \rho_s} \cdot \frac{\partial P_s}{\partial \omega} \quad (3-6)$$

ここに、 ρ_s [kg/m³] は固体粒子の真密度、 P_s [Pa] はケーキ内の位置 ω での部分ケーキ圧縮圧力であり、後に詳述するように、滲過圧力も P [Pa] とすると、次式

$$P_L + P_s = P \quad (3-7)$$

によって液圧 P_L に関係づけられる。また、(3-6) 式中の γ_ω [m²-N/kg] は指数法則流体の部分滲過比抵抗で次式で定義される値である。

$$\gamma_{\omega} \equiv \left\{ \frac{1 + \xi N}{(1 + \xi)N} \right\}^N \left\{ \frac{T \varepsilon^2}{k S_0 (1 - \varepsilon)} \right\}^{1-N} \alpha_{\omega} \quad (3-8)$$

$$\alpha_{\omega} \equiv \frac{T^2 K_0 S_0^2 (1 - \varepsilon)}{\rho_s \varepsilon^3} = \frac{k S_0^2 (1 - \varepsilon)}{\rho_s \varepsilon^3} \quad (3-9)$$

ここに、 α_{ω} [m/kg] は、ニュートン流体の従来の部分透過比抵抗、 k [-] は Kozeny 定数で K_0 と次の関係をもつ値である^{2,3)}。

$$k = T^2 K_0 \quad (2-17)$$

3-4 非ニュートン流体の透過速度式

$\omega = \omega_0$ の透過ケーキ表面で $P_s = 0$, $\omega = 0$ のケーキ底面で $P_s = P - P_m$ であるので、(3-6) 式をケーキ全体にわたって積分すれば、次式を得る。

$$\int_0^1 \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N d\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) = \frac{1}{K u_1^N \rho_s \omega_0} \int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_{\omega}} dP_s \quad (3-10)$$

ここに、 u_1 [m/s] は透過速度、 ω_0 [m³/m²] は単位透過面積あたりの全ケーキ固体体積、 P_m [Pa] は濾材による圧力損失である。(3-10) 式右辺の u_1^N について解けば、指数法則流体の透過速度式として、次式が得られる。

$$\begin{aligned} u_1^N &\equiv \left(\frac{dv}{d\theta} \right)^N = \frac{P - P_m}{K \gamma_{av} \rho_s \omega_0} \\ &= \frac{P}{K (\gamma_{av} \rho_s \omega_0 + R_m)} \end{aligned} \quad (3-11)$$

ここに、 v [m³/m²] は単位透過面積あたりの濾液量、 θ [s] は透過時間、 R_m [m^{-N}] は濾材抵抗、 γ_{av} [m^{2-N}/kg] は指数法則流体の平均透過比抵抗で次式で定義できる値である。

$$\gamma_{av} \equiv J_{gen} \cdot \gamma_k = \int_0^1 \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N d\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \frac{P - P_m}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_{\omega}} dP_s} \quad (3-12)$$

二二に、

$$J_{gen} \equiv \int_0^1 \left(\frac{u}{u_i} - \frac{u_s}{u_i} \right)^N d\left(\frac{w}{w_0}\right) \quad (3-13)$$

$$J_R \equiv \frac{P - P_m}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_w} dP_s} \quad (3-14)$$

$J_R [m^{2-N}/kg]$ は非圧縮性の汙過ケーキに対する平均汙過比抵抗で Kozicki ¹⁹⁾ によって提出された比抵抗値と一致する。 $J_{gen} [-]$ は補正係数であり、この補正係数を J_R に乗ずることにより、汙過ケーキの圧縮性を考慮した真の平均汙過比抵抗値 γ_{av} が得られる。また、ニュートン流体における従来の Ruth ²⁷⁾ の平均汙過比抵抗を $\alpha_R [m/kg]$ とすれば、 γ_{av} は次式によっても定義できる。

$$\gamma_{av} \equiv J_R \cdot \alpha_R \quad (3-15)$$

二二に、

$$J_R \equiv \int_0^1 \left(\frac{u}{u_i} - \frac{u_s}{u_i} \right)^N \left\{ \frac{1+\xi N}{(1+\xi)N} \right\}^N \left\{ \frac{T \varepsilon^2}{R S_0 (1-\varepsilon)} \right\}^{1-N} d\left(\frac{w}{w_0}\right) \quad (3-16)$$

$$\alpha_R \equiv \frac{P - P_m}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\alpha_w} dP_s} \quad (3-17)$$

$J_R [-]$ は補正係数であり、この補正係数をニュートン流体の比抵抗値 α_R に乗ずることにより、指数法則流体の比抵抗値 γ_{av} が求められる。Fig. 3-2には、(3-13)式によって定義された補正係数 J_{gen} vs. N を、スラリー濃度 S および汙過ケーキにかかる圧力 $(P - P_m)$ をパラメータとして示した。 J_{gen} の値は、1.0 より小さく S の増大とともに減少し、その傾向は N の値が 1.0 付近おちニュートン流体に近いほど顕著であるが、圧力 $(P - P_m)$ の影響はそれほど大きくない。Fig. 3-3には、平均汙過比抵抗 γ_{av} の推定値を示した。 γ_{av} は

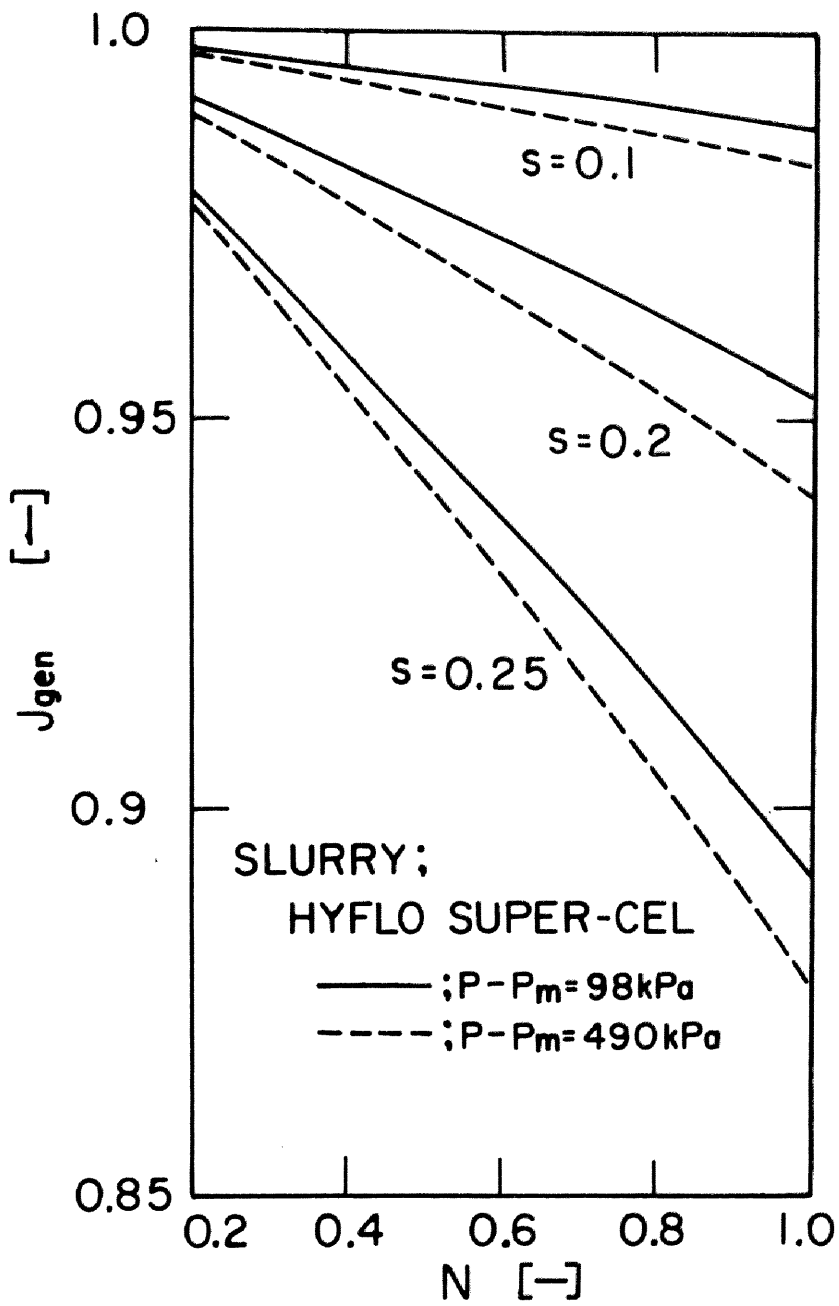


Fig.3-2 Effect of N , s and $(P - P_m)$ on J_{gen}

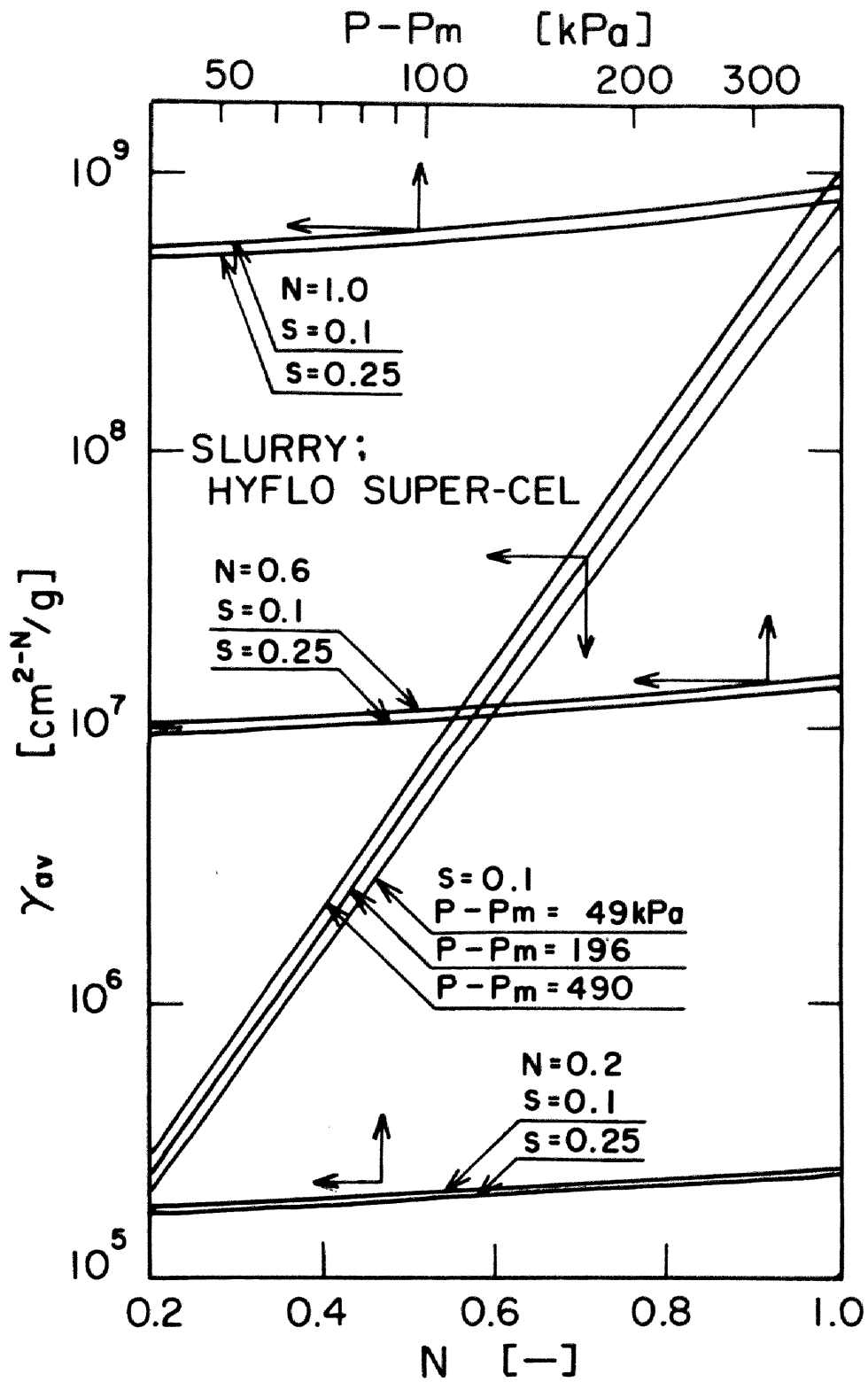


Fig.3-3 Effect on N, s and (P-P_m) on γ_{av}

s および $(P - P_m)$ の影響は小さいが、 N によって著しく変化する。

3-5 滲過ケーキ内の非ニュートン流体の滲液流速分布式

滲過ケーキ内の w 面と $(w + dw)$ 面とで囲まれた体積素片 dw を考え、素片 dw に対して流入、流出する滲液の物質収支をとれば、次式を得る。

$$\left(u + \frac{\partial u}{\partial w} dw\right) d\theta - u d\theta = \frac{\partial e}{\partial \theta} d\theta dw \quad (3-18)$$

すなわち、

$$\frac{\partial u}{\partial w} = \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (3-19)$$

ここに、 $e \equiv \varepsilon / (1 - \varepsilon) [-]$ は、部分空隙比であり、固体単位体積あたりの空隙体積を表す。

(3-19) 式を定圧滲過の条件下で解析的に解くため、部分空隙比 e は w/w_0 のみの関数であり、したがって、滲過ケーキの湿乾質量比 m およびケーキ全体の平均空隙比 $e_{av} [-]$ は滲過時間に関係なく一定であるという仮定を設ける³⁹⁾。(3-19) 式を $w = 0$ のケーキ底面からケーキ内の任意の位置 w にかけて積分すれば、次式が得られる。

$$u - u_1 = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^w e dw \quad (3-20)$$

ここで、 $w = 0 \sim w$ 間のケーキの平均空隙比 e_{avw} を次式

$$e_{avw} \equiv \frac{1}{w} \int_0^w e dw = \frac{1}{(w/w_0)} \int_0^{w/w_0} e d\left(\frac{w}{w_0}\right) \quad (3-21)$$

で定義すれば、(3-21) 式を (3-20) 式に代入して、次式を得る。

$$u - u_1 = - \frac{dw_0}{d\theta} \cdot \frac{w}{w_0} (e - e_{avw}) \quad (3-22)$$

(3-21)式と同様にして、ケーキ全体の平均空隙比 $e_{av}[-]$ は、次式

$$e_{av} \equiv \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\omega_0} e d\omega = \int_0^1 e d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (3-23)$$

で定義され、ケーキの湿乾質量比 m との間次式が成り立つ。

$$m = 1 + \frac{\rho}{\rho_s} e_{av} \quad (3-24)$$

ここに、 ρ [kg/m^3] は液体密度である。(3-22)式中の $d\omega_0/d\theta$ を消去するため、次式で表される物質収支を利用する。

$$\frac{d\omega_0}{d\theta} = \frac{(m-1)S}{e_{av}(1-mS)} \frac{dV}{d\theta} = \frac{(m-1)S}{e_{av}(1-mS)} u_1 \quad (3-25)$$

(3-25)式を(3-22)式に代入すれば、液過ケーキ内の液体流速分布式として、次式を得る。

$$\frac{u}{u_1} = 1 - \frac{(e - e_{av}\omega)(m-1)}{e_{av}(1-mS)} S \frac{\omega}{\omega_0} \quad (3-26)$$

(3-26)式は部分空隙比 e が ω/ω_0 のみの関数であり、したがって平均空隙比 e_{av} および湿乾質量比 m は一定であるという仮定に基づいている。この仮定は、液過ケーキにおける圧力損失 ($P - P_m$) が一定の場合、あるいは、濾材抵抗が無視できるほど小さい場合についてのみ成り立ち、通常行われる実際の液過操作では厳密には成り立たず、したがって、(3-26)式は液体流速分布の近似式と考えられる。しかしながら、液体流速分布式に及ぼす ($P - P_m$) の影響を厳密に考慮することは、数値計算をさらに複雑化するばかりで、精度の向上はそれほど期待できないと考えられる。

3-6 液過ケーキ内の非ニュートン流体の液圧分布式

液過ケーキ内の液圧とケーキ圧縮圧力との関係については、Tiller⁴³⁾, Collins⁵⁾ 5) により、既に報告されているが、ここでは、 ω 座標の概念に基づいて再吟味する。液過ケーキ内に、 ω 面と($\omega +$

dw 面とで囲まれた微小ケーブ薄層 dw を考える。流体が圧縮ケーブ内を流動するにつれ、固体粒子に及ぼす粘性抗力がケーブ圧縮圧力を生み出し、流体方向に向かっている空隙率の減少を引き起こす。 w 面に作用するこのケーブ圧縮圧力を F_w [N] とする。また、固体粒子には液圧が作用し、固体粒子が十分小さく粒子相互が点接触していると仮定すれば、液圧に起因した固体に作用する力は、 w 面で $(1-\varepsilon)P_L$ とする。 $(w+dw)$ 面では、ケーブ圧縮圧力と液圧に起因する力は、それぞれ $(\partial F_w / \partial w) dw$ と $[\partial \{(1-\varepsilon)P_L\} / \partial w] dw$ だけ増加し、これらの力は w 面での力と反対方向に作用する。さらに、素片 dw 内の固体粒子に作用する固体単位体積あたりの粘性抗力を R [N/m³] とすれば、素片 dw 内で固体に作用する力のバランスをとり、次式を得る。

$$\frac{\partial F_w}{\partial w} dw + A \frac{\partial}{\partial w} \{(1-\varepsilon)P_L\} dw + AR dw = 0 \quad (3-27)$$

ここに、 A [m²] は流体過面積である。同様に、素片 dw 内の液体に作用する力のバランスをとれば、次式が得られる。

$$A \frac{\partial}{\partial w} (\varepsilon P_L) - AR dw = 0 \quad (3-28)$$

ケーブ圧縮圧力を $P_s \equiv F_w / A$ [Pa] で定義すれば、(3-27) および (3-28) 式から、次式が得られる。

$$\frac{\partial P_L}{\partial w} + \frac{\partial P_s}{\partial w} = 0 \quad (3-29)$$

(3-29) 式を積分すると、液圧とケーブ圧縮圧力との関係式として、次式が書ける。

$$P_L + P_s = P \quad (3-7)$$

流体過ケーブ内部の液圧分布を求めるために、(3-6) 式を $w=0$ のケーブ底面からケーブ内部の任意の位置 w にかけて積分すれば、

次式を得る。

$$\int_{P_s}^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_\omega} dP_s = K u_1^N P_s \omega_0 \int_0^{\omega/\omega_0} \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (3-30)$$

同様く、区間 $[0, \omega_0]$ にわたって積分し、次式が書ける。

$$\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_\omega} dP_s = K u_1^N P_s \omega_0 \int_0^1 \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (3-31)$$

したがって、(3-30)および(3-31)式の比をとれば次式を得る。

$$1 - \frac{\int_0^{P_s} \frac{1}{\gamma_\omega} dP_s \int_0^{\omega/\omega_0} \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_\omega} dP_s \int_0^1 \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} = \quad (3-32)$$

以下においては、見掛けのスリップ速度 u_s は見掛けの滲液流速 u と比べ無視できるほど小さいと仮定して取扱ひ、(3-32)式中の $u_s/u = 0$ において、次式を得る。

$$1 - \frac{\int_0^{P_s} \frac{1}{\gamma_\omega} dP_s \int_0^{\omega/\omega_0} \left(\frac{u}{u_1} \right)^N d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_\omega} dP_s \int_0^1 \left(\frac{u}{u_1} \right)^N d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} = \quad (3-33)$$

(3-33)式を書き換え、(3-7)式を利用すれば、滲過ケーキ内部の滲液分布式あるいはケーキ圧縮圧力分布式として、次式が得られる。

$$\frac{P_L - P_m}{P - P_m} = 1 - \frac{P_s}{P - P_m} = \frac{\int_0^{\omega/\omega_0} \left(\frac{u}{u_1} \right)^N \gamma_\omega d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\int_0^1 \left(\frac{u}{u_1} \right)^N \gamma_\omega d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} \quad (3-34)$$

ケーキ内の圧縮圧力 P_s 分布が与えられれば、 γ_ω 分布は(3-8)式から、また、 u/u_1 分布は(3-26)式からそれぞれ求められるので、(3-33)あるいは(3-34)式は与えられた $(P - P_m)$ の条件下でのケーキ圧縮圧力 P_s と部分固体体積 ω/ω_0 との間の関係を表す。滲液流速分布式

(3-26) と Figs. 3-4 および 3-5 に示した圧縮透過実験結果を利用すれば、(3-33)あるいは(3-34)式により、任意の滲過圧力、スラリー濃度、滲液の粘度特性の条件下での定圧滲過過程における滲過ケーキの内部状態を推定することができる。まず、滲過ケーキ内部の P_s 分布を適当に仮定すれば、(3-26)式を用いて u/u_1 vs. w/w_0 が求まり、この u/u_1 分布を(3-33)あるいは(3-34)式に代入すれば、 P_s 分布が新たに計算される。得られた P_s 分布を用いて、同様の計算を計算前後の P_s 分布が所定の精度内で一致するまでくり返せば、 P_s 分布等の滲過ケーキの内部状態を推定できる。Fig. 3-6には、このようにして得たケーキ圧縮圧力分布 $P_s/(P-P_m)$ vs. w/w_0 の計算結果の一例を示した。圧縮性の低いスラリーあるいは希薄スラリーを滲過する場合には、近似的に $u/u_1 \cong 1$ とおけるので、(3-33)式は次式のごとくなる。

$$1 - \frac{\int_0^{P_s} \frac{1}{\gamma_w} dP_s}{\int_0^{P-P_m} \frac{1}{\gamma_w} dP_s} = \frac{w}{w_0} \quad (3-35)$$

したがって、(3-35)式はケーキ圧縮圧力分布の近似式、あるいは(3-7)式を利用すれば、液圧分布の近似式と考えられる。液圧分布の実測値は従来から w/w_0 ではなく x/L に対して決定されてきたので、(3-33) および (3-35) 式の妥当性を実験的に検証するため、次式によって w/w_0 を x/L に変換するのが便利である。

$$\frac{x}{L} = \frac{\int_0^{w/w_0} (1+e) d\left(\frac{w}{w_0}\right)}{\int_0^1 (1+e) d\left(\frac{w}{w_0}\right)} \quad (3-36)$$

ここに、 L [m] は全ケーキ厚さである。次に示す実験式で表された圧縮実験結果に基づけば、液圧分布の近似実験式が誘導できる。

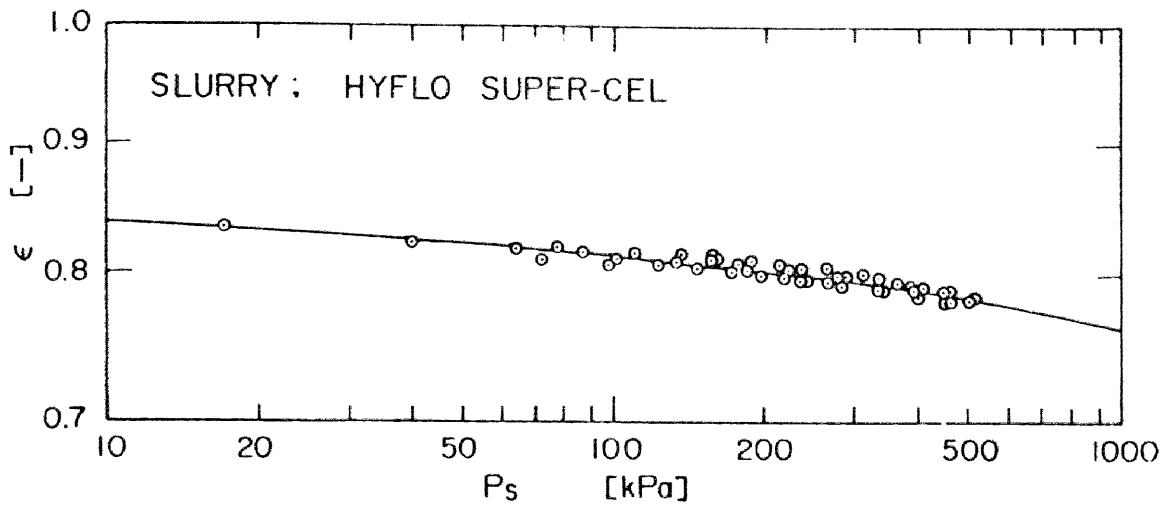


Fig.3-4 Compression test results

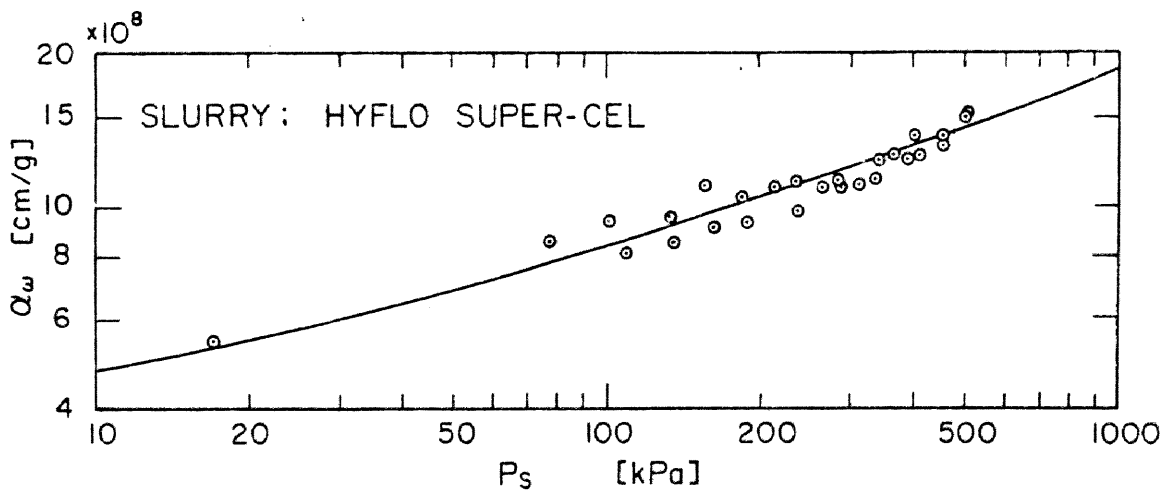


Fig.3-5 Permeability test results

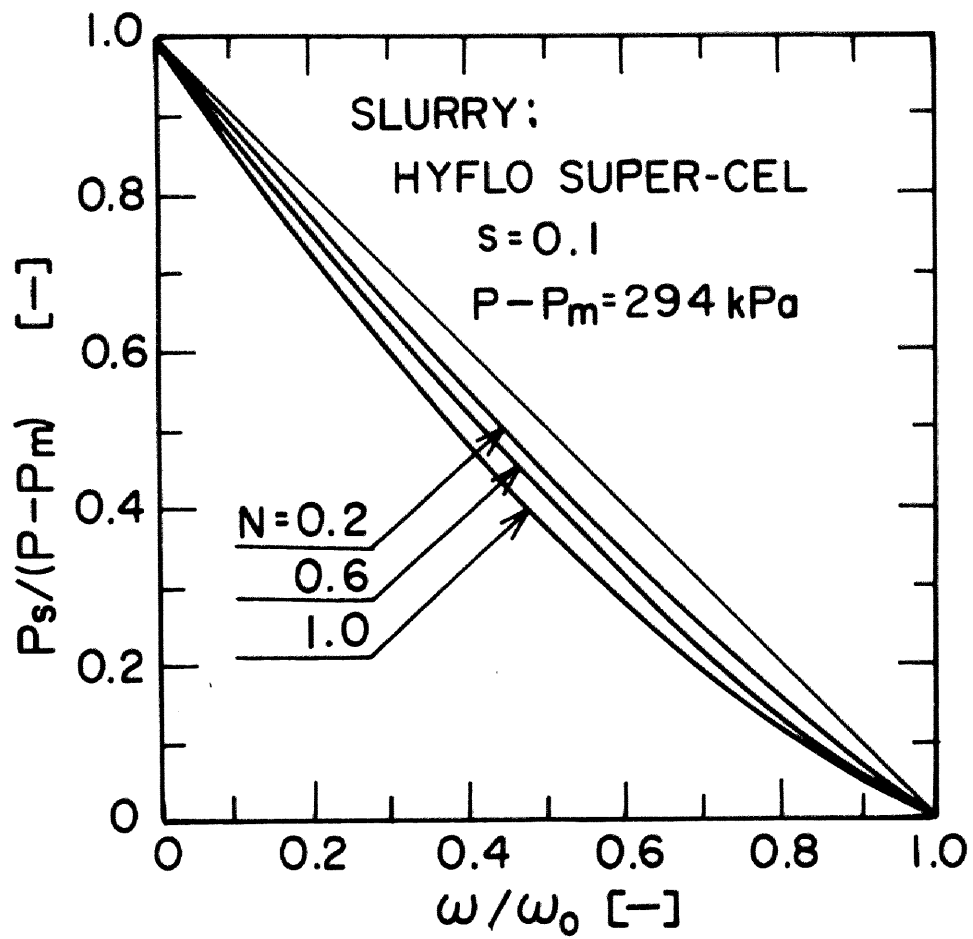


Fig.3-6 Effect of N on P_s -distributions in cake

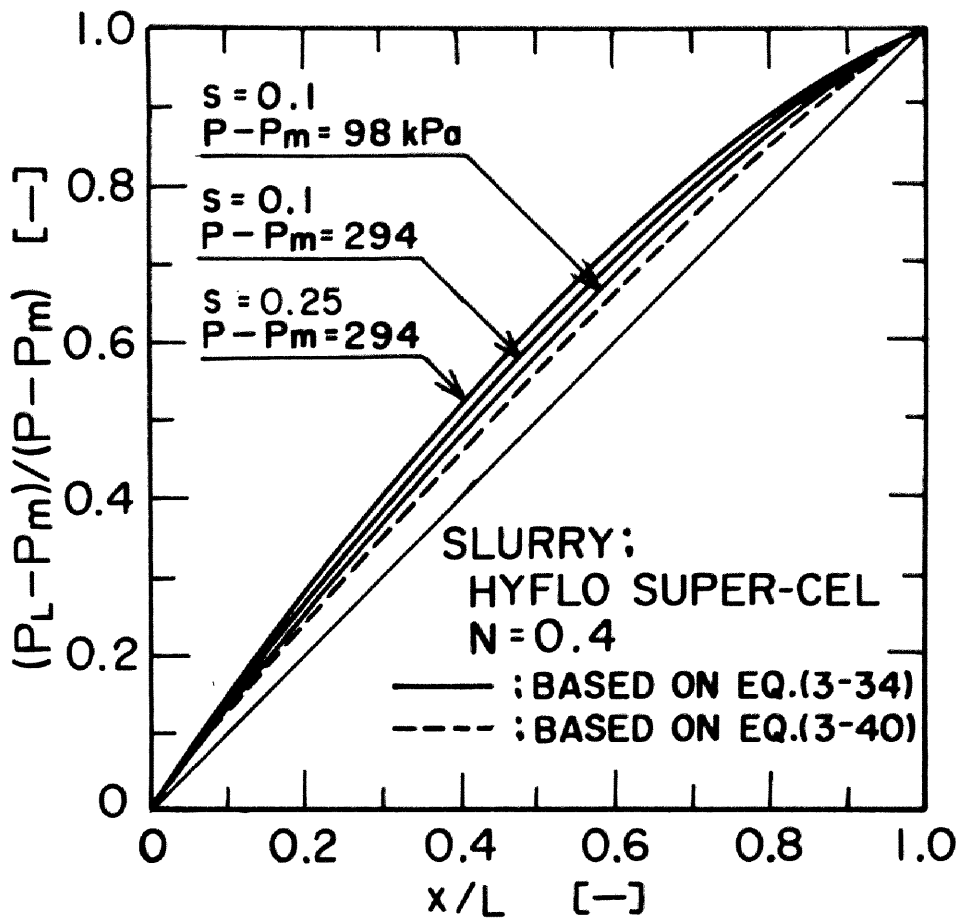


Fig.3-7 P_L -distribution

$$\varepsilon = \varepsilon_0 P_S^{-\lambda} \quad (P_S \geq P_i) \quad (3-37)$$

$$1 - \varepsilon = B P_S^{\nu} \quad (P_S \geq P_i) \quad (3-38)$$

ここに、 ε_0 , λ , B , ν [-] は実験定数、 P_i [Pa] は滲過ケーキ表面のケーキ圧縮圧力である。ケーキ内の滲液流速および S_0^2 が一定で、 $P_i/(P - P_m)$ が無視できるほど小さいと仮定すれば、(3-37)、(3-38)式を(3-35)式に代入して次式を得る。

$$\left(1 - \frac{P_L - P_m}{P - P_m}\right)^{1 - \lambda(2N+1) - \nu N} = 1 - \frac{\omega}{\omega_0} \quad (3-39)$$

(3-36)式を用いて(3-39)式を書き換えれば、液圧分布は x/L に対して次式のように表される。

$$\left(1 - \frac{P_L - P_m}{P - P_m}\right)^{1 - \lambda(2N+1) - \nu(N+1)} = 1 - \frac{x}{L} \quad (3-40)$$

厳密には、数学的に(3-37)と(3-38)式とが同時に成立することはありえないが、便宜上そのような仮定をおいてもさしつかえはないと考えられる。Fig. 3-7には、液圧分布、 $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L を示すが、図中の実線は(3-39)式に基づく推定線、破線は(3-40)式に基づく推定線を表す。

3-7 実験結果および考察

ポリアクリル酸ナトリウム水溶液にハイフロスーパーセルを懸濁させたスラリーを用いて、種々の条件下で定圧滲過実験を行い、その結果の一例をFig. 3-8に示した。図中には、ケーキ底面からの距離 x の異なる6つの測定点での液圧 P_L が、単位滲過面積あたりの滲液量 V に対して点綴されている。滲過が進行するにつれ、ケーキは徐々に成長していくが、ケーキ表面が液圧測定用細管の先端に到達するまでは、その測定点での液圧 P_L は滲過圧力 P に等しい。さら

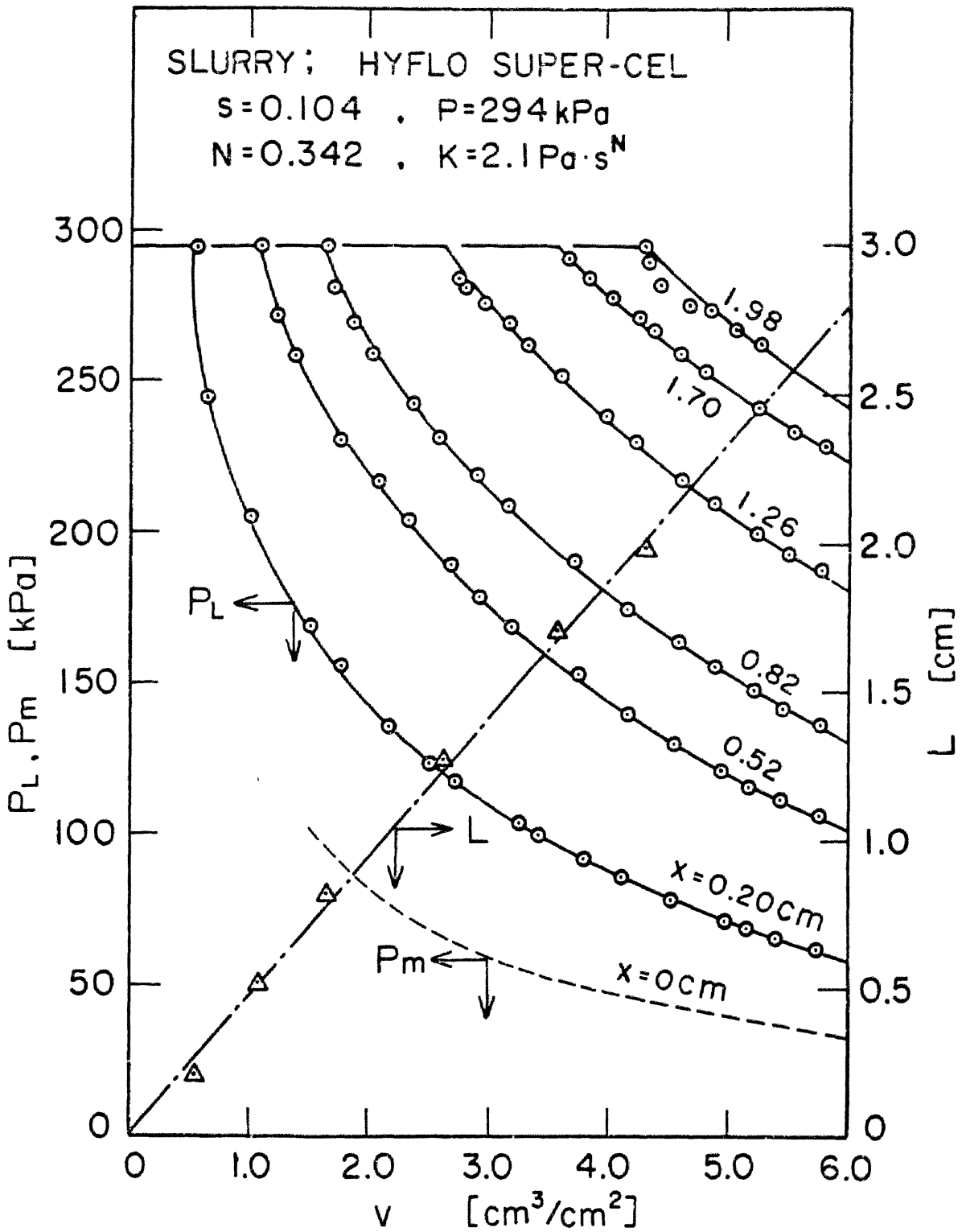


Fig.3-8 Experimental P_L - and L -variations

K、ケーキが成長し、ケーキ表面が液圧測定点に到達すると、その瞬間から液圧は徐々に減少し始める。図から滲過期間中の各時点において、 P_L vs. x の関係が決定できるので、この曲線関係を $x=0$ に外挿すれば、図中に破線以示したように滲過期間中の滲材による圧損 P_m の変化が求まる。各液圧測定点の滲材面からの距離 x とその測定点での液圧 P_L が減少し始める瞬間の滲液量 v の値を利用すれば、図中に1点鎖線以示したようにケーキ厚さ L vs. v の関係が実験的に求まる。

Fig. 3-8 の実験結果から、滲過期間中の任意の時点において、無次元化した液圧 $(P_L - P_m) / (P - P_m)$ vs. 滲過ケーキ内部の無次元化距離 x/L の関係が求まる。Figs. 3-9 (a), (b) および (c) は、滲過圧力がそれぞれ $P = 98, 196, 294$ kPa, また、滲液の流動特性指数 N が約 0.35 と非常に小さく、顕著な非ニュートン性を示す 0.35 wt% のポリアクリル酸ナトリウム水溶液を用いた場合の滲過ケーキ内部の液圧分布の実験結果と推定結果とを比較した結果である。図中の実線は、(3-33)あるいは(3-34)式に基づいた推定線である。一方、Fig. 3-10 (a)には、 N の値が約 0.77 と比較的大きく、非ニュートン性があまり著しくない場合についての液圧分布を示した。この場合の非ニュートン流体としては、ポリアクリル酸ナトリウム水溶液にシヨ糖水溶液を混合させた溶液を使用した。また、Fig. 3-10 (b) は $N=1$ のニュートン流体の場合の液圧分布である。ニュートン流体としては、滲過期間中の固体粒子の沈降を防ぐため、高粘性のシヨ糖水溶液を用いた。Figs. 3-9 および 3-10 とともに、推定線と実測値との間には比較的よい一致がみられ理論の妥当性が確かめられた。また、図から明らかのように、滲液の流動特性指数 N が小さくなり、非ニュートン性が顕著になるにつれて、液圧分布は図中の対角線に近づきより低い液圧を示す。したがって、非ニュートン性が著しいほど、ケーキ圧縮圧力は高くなり空隙率の小さい緻密なケーキが形

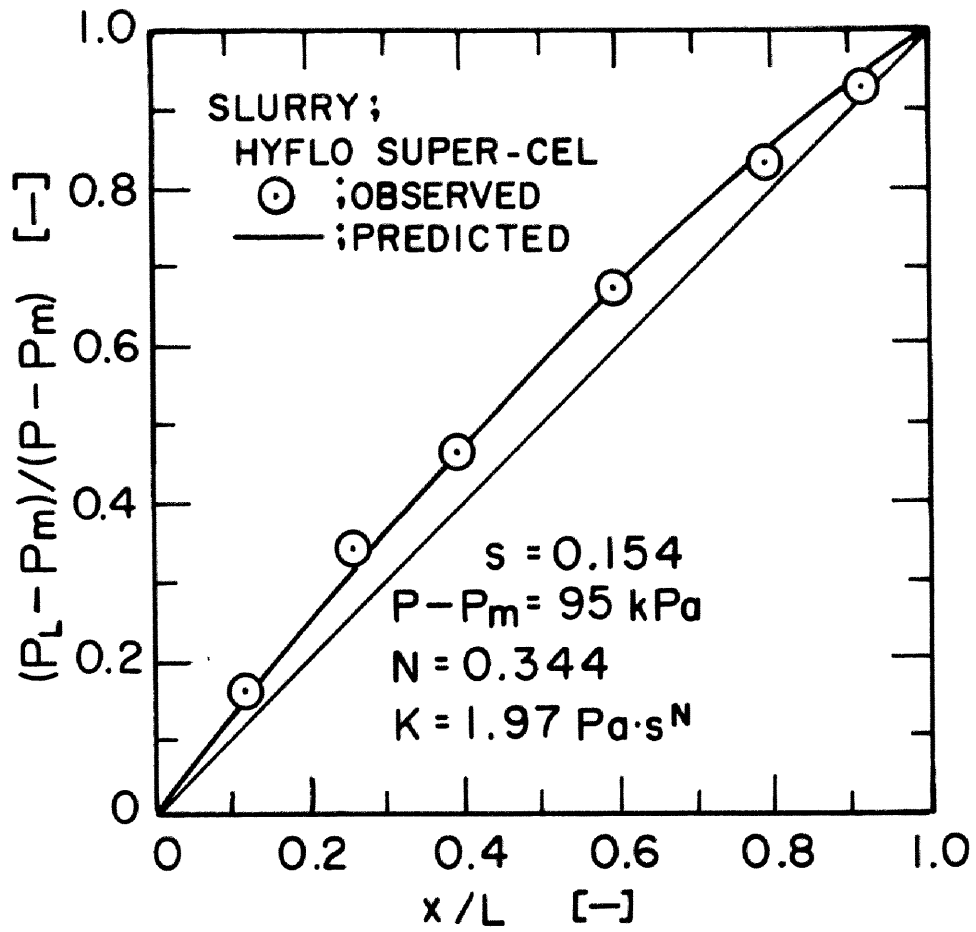


Fig.3-9 (a) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L ($P = 98 \text{ kPa}$)

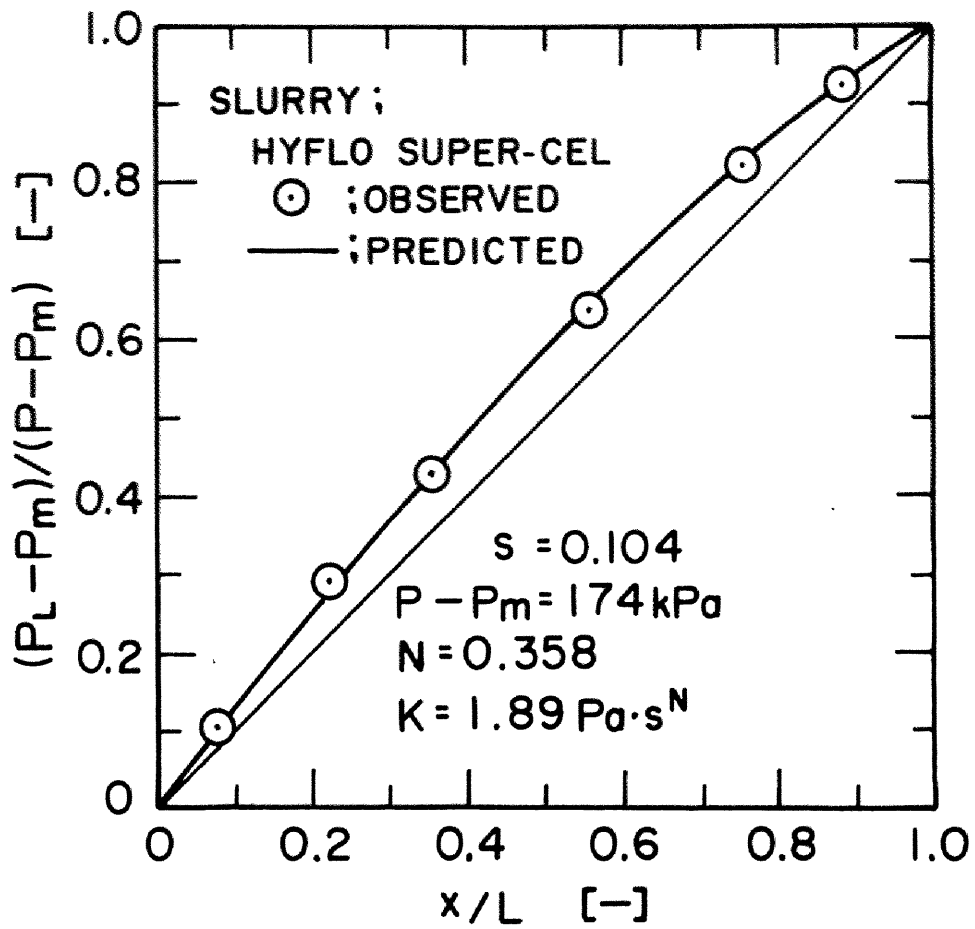


Fig.3-9 (b) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L ($P = 196 \text{ kPa}$)

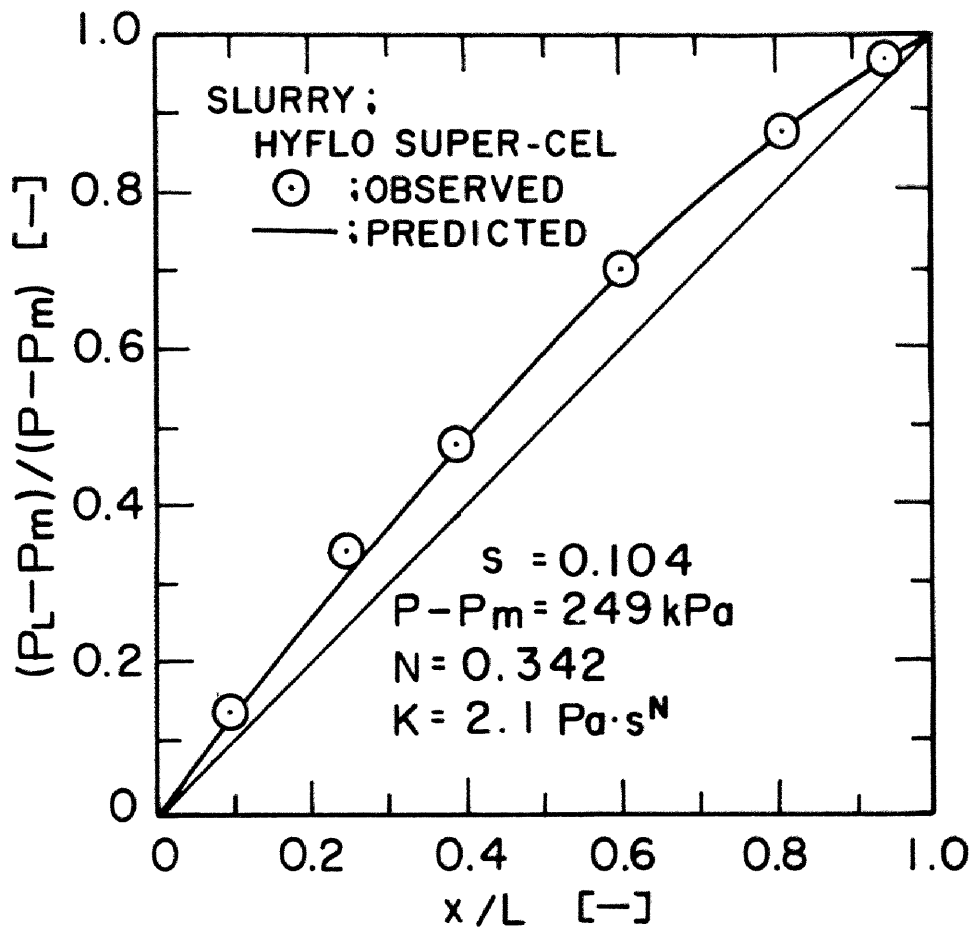


Fig.3-9(c) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L ($P = 294 \text{ kPa}$)

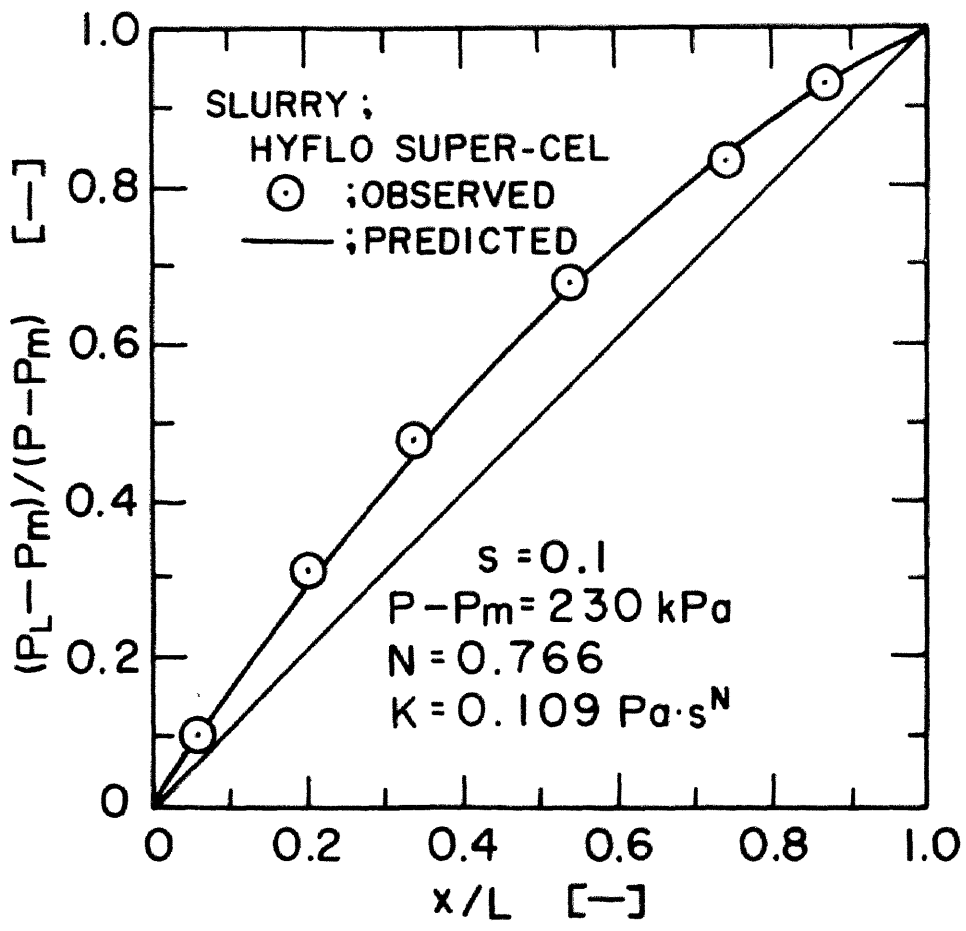


Fig.3-10(a) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L ($N=0.766$)

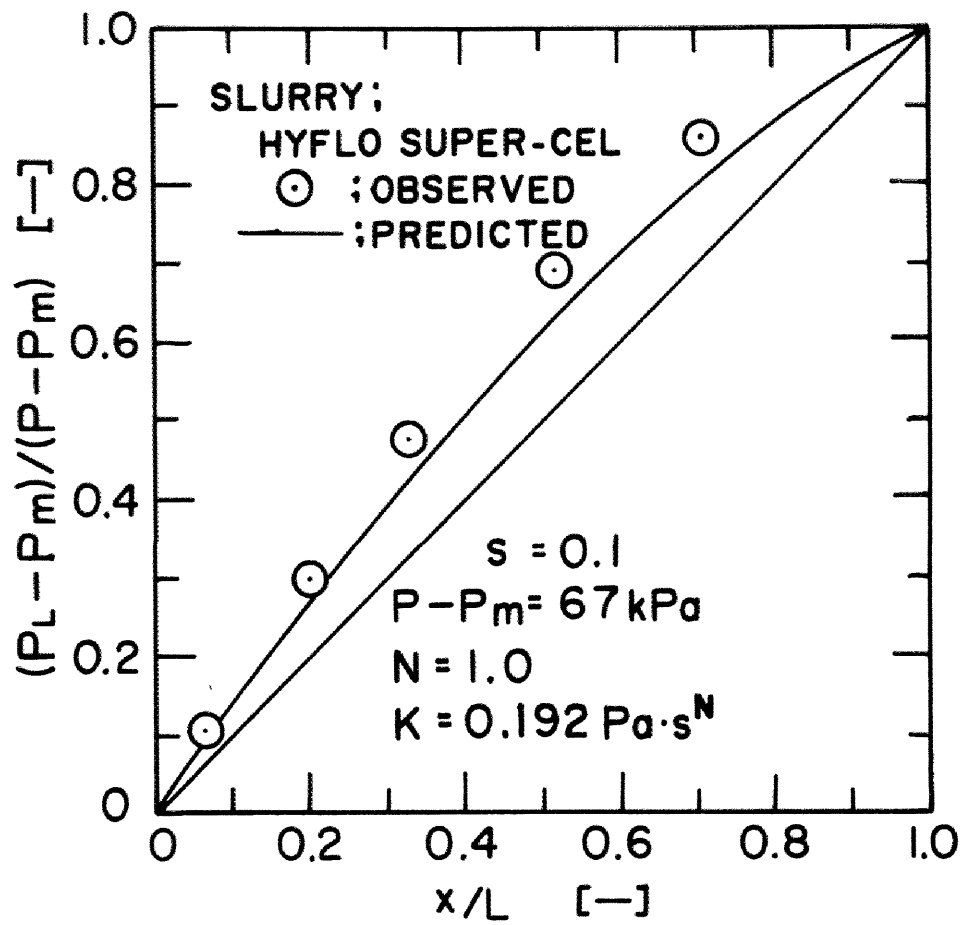


Fig.3-10 (b) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L ($N=1.0$)

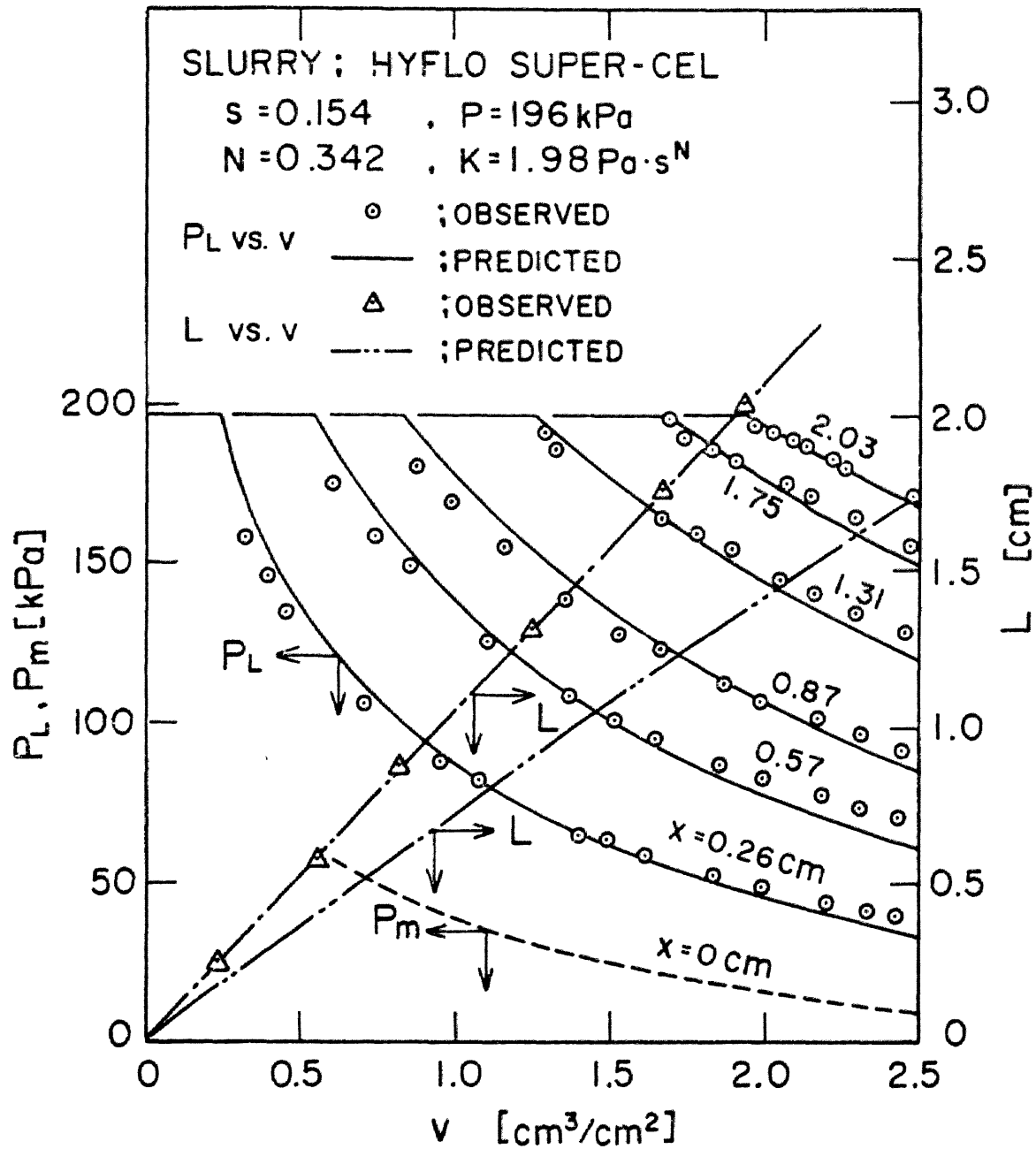


Fig.3-II Comparison of theoretical P_L -variations and experimental results

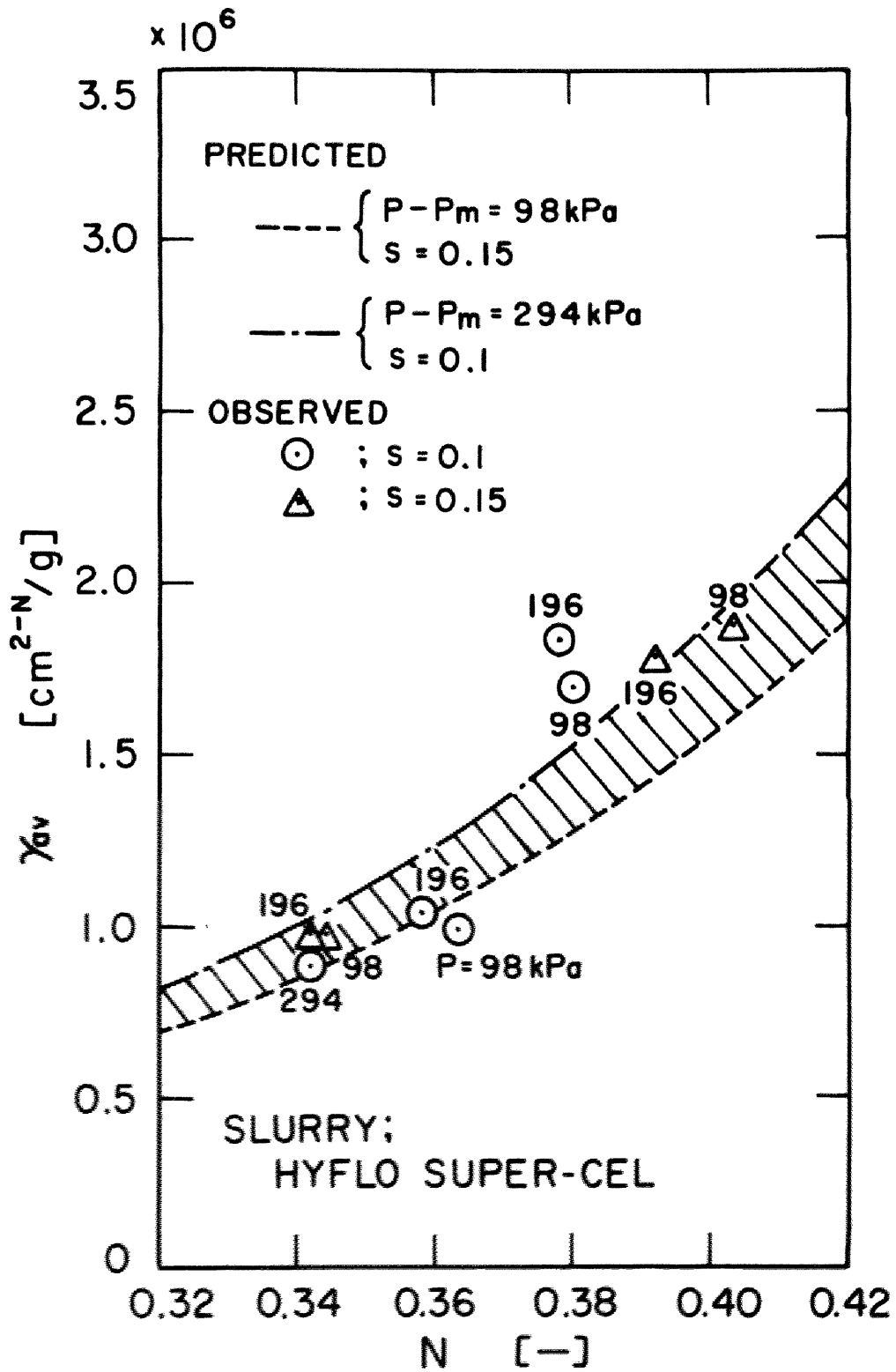


Fig.3-12 γ_{av} vs. N

成される。

濾材での圧損 P_m が与えられれば、液圧 P_L を濾過時間と濾過ケーキ内の位置との関数として理論的に推定できる。ケーキ内の6つの相異なる位置 x での液圧 P_L の時間的变化を Fig. 3-11 に示したが、推定線は実測値とかなりよく一致している。また、ケーキ厚さ L vs. t の実験線と推定線を、図中にそれぞれ1点鎖線と2点鎖線以示した。両者の間には、あまりよい一致がみられないが、これは固体粒子による高分子物質の吸着の影響のためではないかと考えられる。

Fig. 3-12 は、平均濾過比抵抗 γ_{av} vs. N を示す。ごくわずかな N の変動に対しても、 γ_{av} の値は大きな影響を受けることが明らかである。図中の斜線部分は、図中の実験条件に対する γ_{av} の推定値のとりうる範囲を示す。

3-8 総括

第二章では、工業的に取扱われる非ニュートン流体のうち、特に重要な指数法則流体の定圧濾過についての基礎理論を提示し、濾過ケーキの総括的濾過性状を推定した。本章では、濾過ケーキの圧縮性の影響を厳密に考慮したより正確な濾過過程の推定法を、ケーキ内の固体粒子とともに、その位置が移動していく ω 座標の観点から与え、濾過ケーキの内部状態を実測することにより、理論の妥当性を検討し、次の結論を得た。

1) ω 座標の観点から指数法則非ニュートン流体の定圧濾過理論を提示し、流動基礎式、濾過速度式、濾過ケーキ内の濾液流速分布式、液圧分布式などの諸式を提出した。

2) 圧縮透過実験結果に基づいて、濾過ケーキの圧縮性の影響を厳密に考慮した濾過推定法を示した。

3) 濾過ケーキ内部の液圧分布の実測値は推定値とさあめてよ

一致を示した。

本章は、Journal of Chemical Engineering of Japan, 13, NO.1, 61(1980)に発表されたものである。

第四章 非ニュートン流体の定速および変圧変速濾過

4-1 緒言

濾過操作の型式は、理論解析のために濾過圧力と濾過速度の時間的变化に着目すると、大別して定圧濾過・定速濾過・変圧変速濾過の3つに分類される。非ニュートン流体の濾過操作は、近年、高分子化学工業の急速な発展に伴い非常に重要な操作となっているが、数学的取扱いの比較的容易な定圧濾過を主体としてKozicki^{19,20)}を始めとする若干の研究が行われているにすぎない^{1,15,47,48)}。定速および変圧変速濾過は、定圧濾過と比べてより一般的な濾過操作であり、特に、渦巻ポンプやタービンポンプを用い濾過器にスラリーを圧入して行う濾過方式が工業的には最も多く採用されており、この場合、そのポンプの吐き出し特性に従って濾過圧力と濾過速度ともに変化する変圧変速濾過が行われることとなる。このように、定速および変圧変速濾過は非常に重要な濾過操作であるが、非ニュートン流体についてはこの方面の研究は、実験的にも理論的にも現在までほとんど見あたらず、ニュートン流体についてのみ研究が行われているにすぎない^{32,45)}。

第三章では³⁹⁾、濾過ケーキの圧縮性を考慮して指数法則非ニュートン流体の定圧濾過過程の推定を試み、濾過ケーキ内部の液圧分布や平均濾過比抵抗をかぎり精度よく推定できることを明らかにした。本章においては⁴⁰⁾、第三章で述べた定圧濾過過程の推定式を拡張し、定速および変圧変速濾過過程に適用して、その濾過諸特性値の推定方法を示し実験結果との比較検討を行った。変圧変速濾過については、ポンプの吐き出し特性を用いて濾液量の時間的变化を推定する方法を示し、また、定速濾過実験データを用いた近似推定法についても述べる。

4-2 実験装置および方法

定速および変圧変速濾過に用いた装置は、第三章の定圧濾過実験に使用したものと同一であり、装置の概要を Fig. 3-1 に示した。濾過器本体に非ニュートン流体のスラリーを入れ、圧縮空気を作用させて定速および変圧変速濾過を行い、濾液量の時間的变化と濾過ケーキ内部の液圧分布を実測した。液圧分布は長さの異なる6本の液圧測定用細管(内径3mm)を濾過器に取付け、これを歪抵抗線式圧力変換器に接続して測定した。あらかじめ、Fig. 3-1 に示した実験装置とは別の装置を使用し、濾過器内にスラリーを充満させ、定速圧密試験機によってプランジャーを一定速度で密閉濾過器内に押し込み定速濾過操作を行い²⁹⁾、濾過圧力の時間的变化を濾過器に取付けられた歪抵抗線式圧力変換器によって測定した。本章の実験に用いた濾過ケーキの圧縮性のそれほど大きくないハイフロスーパーセルのスラリーに関しては、濾過圧力 P vs. 濾過時間 θ の関係がほぼ直線で近似することができるといった結果が得られた。したがって、Fig. 3-1 に示した実験装置で減圧弁を調節して濾過時間に対して濾過圧力を直線的に増加させ、圧力の増加速度の異なる種々の定速濾過実験を行った。変圧変速濾過操作では、定速濾過の場合と同様に、減圧弁を操作して濾過圧力が時間に対して任意の曲線を描くように増加させれば、それに対応する吐き出し特性をもつポンプを使用した場合と同一の濾過過程を作り出すことができる。ここでは一例として $P^2 = a\theta$ (a : 定数) の放物線関係を満足させるように濾過圧力を増加させて、定数 a の値の異なる種々の変圧変速濾過実験を行った。

実験に使用した非ニュートン流体は0.31~0.52 wt%のポリアクリル酸ナトリウム-イオン交換水溶液であり、ポリアクリル酸ナトリウムをイオン交換水中に少量ずつ混ぜ、約5時間攪拌して溶解させた後、400メッシュのステンレス製金網により濾過を行って

残存する不溶解物を除去した。スラリー中の固体物質としてハイフロスーパーセルを使用し高分子溶液中に懸濁させスラリー濃度 $S = 0.18$ に調製し、約 1 時間の弱い撹拌を行った後に約 5 分間の脱気を行いスラリーとして用いた。

4-3 定速および変圧変速濾過過程の推定方法

次式

$$f(\tau) = (\tau/k)^{\frac{1}{N}} \quad (2-13)$$

で表される指数法則非ニュートン流体についてのケークの圧縮性を考慮した濾過理論に基づいて、次の諸式を第三章において提出した³⁹⁾。

(1) 濾液流動基礎式

$$(u - u_s)^N = \frac{1}{k \gamma_w \rho_s} \frac{\partial P_L}{\partial \omega} = - \frac{1}{k \gamma_w \rho_s} \frac{\partial P_s}{\partial \omega} \quad (3-6)$$

$$\gamma_w \equiv \left\{ \frac{1 + \xi N}{(1 + \xi) N} \right\}^N \left\{ \frac{T \varepsilon^2}{R S_0 (1 - \varepsilon)} \right\}^{1-N} \alpha_w \quad (3-8)$$

(2) 濾過速度式

$$u_1^N \equiv \left(\frac{dV}{d\theta} \right)^N = \frac{P - P_m}{k \gamma_{av} \rho_s \omega_0} \quad (3-11)$$

$$\gamma_{av} \equiv J_{gen} \cdot \gamma_R = \int_0^1 \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N d \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \frac{P - P_m}{\int_0^{P - P_m} \frac{1}{\gamma_w} dP_s} \quad (3-12)$$

(3) 液圧およびケーク圧縮圧力分布式

$$\frac{P_L - P_m}{P - P_m} = 1 - \frac{P_s}{P - P_m} = \frac{\int_0^{\omega/\omega_0} \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N \gamma_w d \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{\int_0^1 \left(\frac{u}{u_1} - \frac{u_s}{u_1} \right)^N \gamma_w d \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)} \quad (3-34)$$

ここに、 $\gamma_w [m^{2-N}/kg]$ は指数法則流体の部分濾過比抵抗、 $\alpha_w [m/kg]$

はニュートン流体の部分汙過比抵抗, $\gamma_{av} [m^{2-N}/kg]$ は指数法則流体の平均汙過比抵抗である。また, $u_s [m/s]$ は見掛けのスリップ相対速度であり¹⁸⁾、見掛けの汙液相対速度 $u [m/s]$ に対して無視できると仮定して、(3-6), (3-12) および (3-34) 式において $u_s/u_1 = 0$ とした。

定速汙過および変圧変速汙過過程のケーク内汙液流速分布は、次の連続の式に基づいて導かれる。

$$\frac{\partial u}{\partial \omega} = \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (3-19)$$

(3-19) 式を汙材表面 ($\omega = 0$) からケーク内の任意の位置 ω において積分すると、次式が得られる。

$$u - u_1 = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{\omega} e d\omega \quad (3-20)$$

$\omega = 0 \sim \omega$ 間のケークの平均空隙比 $e_{av\omega} [-]$ は、次式

$$e_{av\omega} = \frac{1}{\omega} \int_0^{\omega} e d\omega = \frac{1}{(\omega/\omega_0)} \int_0^{\omega/\omega_0} e d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (3-21)$$

で定義されるので、これを (3-20) 式に代入すると、次式が書ける。

$$u - u_1 = -\frac{d\omega_0}{d\theta} \cdot \frac{\omega}{\omega_0} (e - e_{av\omega} - E\omega) \quad (4-1)$$

ここに、 $e [-]$ は部分空隙比、また、 $E\omega [-]$ は次式で定義される値である。

$$E\omega \equiv \omega_0 \int_0^{\omega/\omega_0} \frac{\partial e}{\partial \theta} d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) / \left(\frac{d\omega_0}{d\theta} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (4-2)$$

上式中の $(d\omega_0/d\theta)$ を得るため、次式で表される汙過の総括的物質収支を用いる。

$$\omega_0 = \frac{\rho_s}{(1-m_s)\rho_s} v \quad (4-3)$$

ここに、 $\rho [kg/m^3]$ は汙液密度, $S [-]$ はスラリー中の固体の質量

分率, $m[-]$ は滷過ケーキの湿乾質量比であり、次式で定義される値である。

$$m = 1 + \frac{\rho}{\rho_s} e_{av} \quad (3-24)$$

(4-3)式を滷過時間 θ に関して微分すると、次式を得る。

$$\frac{dw_0}{d\theta} = \frac{\rho_s}{(1-ms)\rho_s} \left(u_1 + \frac{sv}{1-ms} \frac{dm}{d\theta} \right) \quad (4-4)$$

(4-1) および (4-4) 式を用いると、ケーキ内滷液流速分布式として次式が書ける。

$$\frac{u}{u_1} = 1 - \frac{(e - e_{avw} - Ew)(m-1)}{e_{av}(1-ms)} S \frac{\omega}{\omega_0} \left(1 + \frac{v}{u_1} \frac{s}{1-ms} \frac{dm}{d\theta} \right) \quad (4-5)$$

滷材抵抗が無視できる定圧滷過では、部分空隙比 e は ω/ω_0 のみの関数とみなせるので³⁴⁾ (4-5)式は $dm/d\theta = 0$, $Ew = 0$ とおけば、第三章で提出した次式と一致する。

$$\frac{u}{u_1} = 1 - \frac{(e - e_{avw})(m-1)}{e_{av}(1-ms)} S \frac{\omega}{\omega_0} \quad (3-26)$$

したがって、定圧滷過では (3-34) および (3-26) 式を用いて数値計算を行えば、滷過ケーキの湿乾質量比 m , 平均滷過比抵抗 σ_{av} やケーキ内の液圧分布などのケーキの内部状態が求められる。

定速および変圧変速滷過過程の厳密な解析は (3-34) および (4-5) 式に基づいて行わなければならないが、これらを連立させて数値計算する方法は非常に煩雑である。滷過圧力の増加速度がそれほど大きくなければ、任意の滷過時間の近傍で $dm/d\theta = 0$, $Ew = 0$ とおくことができ、(3-26)式は定速および変圧変速滷過の場合でも近似的に成立すると考えられる。したがって、ある滷過圧力に達した瞬間の定速および変圧変速滷過ケーキの諸特性は、その滷過圧力で定圧滷過が行われたときのそれに等しいとして、第三章で述べた (3-34) および (3-26) 式に基づいた定圧滷過の解析法を利用すれば、総括的滷

過性状や滲過ケーブ内の液圧分布，滲液流速分布が近似推定できる。

(3-11)式と(4-3)式を代入すると、次式を得る。

$$P - P_m = \frac{k \gamma_{av} \rho S u_1^N}{1 - mS} v \quad (4-6)$$

上述の方法によって、滲過ケーブの圧力損失($P - P_m$)と滲過ケーブの湿乾質量比 m および平均滲過比抵抗 γ_{av} との関係が求まるので、(4-6)式はケーブの圧損($P - P_m$)，滲過速度 u_1 および単位滲過面積あたりの滲液量 v の間の関係を表す。

滲過速度 u_1 がある一定値をもつ定速滲過では、(4-6)式によってケーブの圧損($P - P_m$)と滲液量 v との関係、すなわち、ケーブ圧損の時間的变化が推定される。非圧縮性ケーブの場合 γ_{av} と m は($P - P_m$)によらず一定であるので、($P - P_m$) vs. v は直線関係を示す。滲材面での液圧 P_m の実験値を用いれば、滲過圧力 P の時間的变化が推定される。

滲過圧力 P ，滲過速度 u_1 が共に変化する変圧変速滲過では、(4-6)式中のケーブ圧損($P - P_m$)と湿乾質量比 m および平均滲過比抵抗 γ_{av} との関係を圧縮透過実験結果に基づいた上述の方法によって推定するか、あるいは定速滲過実験結果より求めれば、(4-6)式よりケーブ圧損($P - P_m$)，滲過速度 u_1 および滲液量 v の間の関係が求まる。したがって、滲過速度 u_1 vs. 滲液量 v ，滲材面での液圧 P_m vs. 滲液量 v の関係を与えれば、滲過圧力 P vs. 滲液量 v の関係が得られ、また逆に、 P vs. v ， P_m vs. v の関係を与えれば、 u_1 vs. v の関係が求まる。 $1/u_1 \equiv (d\theta/dv)$ vs. v の曲線関係を次式に従って図積分すると、任意の滲液量 v を得るのに要する滲過時間 θ ，すなわち、滲液量の時間的变化が求まる。

$$\theta = \int_0^v \frac{d\theta}{dv} dv = \int_0^v \frac{1}{u_1} dv \quad (4-7)$$

P vs. u_1 のポンプの吐き出し特性曲線が与えられている場合。

変圧変速滲過過程の推定は次のようにして行われる³²⁾。(P-P_m)とm
および γ_{av} との関係が与えられれば、(4-6)式によってFig.4-7に
示すように、種々の ν に対してP vs. u_1 が推定される。この曲線群
と使用するポンプの吐き出し特性から定まるP vs. u_1 との交点の値
 u_1 とパラメータ ν を読みとることによって、 u_1 vs. ν が推定でき、
(4-7)式による図積分を行えば滲液量の時間的变化が求まる。

4-4 定速滲過実験結果および考察

Figs.4-1および4-2には、定速滲過での滲過圧力P, 滲過ケ
ーク内の各位置xにおける液圧P_L, 滲材面での液圧P_m vs. 滲液量 ν
が示してある。図中の破線は、ケーク内の液圧分布の実測値を外挿
して得た滲材面(x=0)での液圧P_mである。2点鎖線はこのP_m vs. ν
の関係を用いて(4-6)式によって推定した滲過圧力Pであり、実線
はその実験線である。また、1点鎖線は液圧P_Lの推定線である。
Fig.4-1は滲過速度 u_1 が比較的小さく($u_1 = 8.88 \times 10^{-4}$ cm/s), し
たがって、滲過圧力の増加速度が比較的小さい場合の結果である。
流動特性指数Nの値は0.305で、非ニュートン性がかかり著しい場
合であるが、推定値は実測値とかなり良い一致を示す。一方、Fig.4-2
は滲過速度が比較的大きく($u_1 = 2.52 \times 10^{-3}$ cm/s), 滲過圧力の増加
速度が大きい場合の結果であるが、推定精度はやや悪く持っている。
これは、圧力の増加速度が急激なため、(4-5)式で $dm/d\theta = 0$, E_w
 $= 0$ として(4-5)式の代わりに近似的に(3-26)式を用いることに無
理があるものと思われる。

滲過ケークの厚さL[m]は、各プローブでの液圧測定値が滲過
圧力の値より小さく始まり始める時間と、そのプローブの滲材面から
の距離をそれぞれ測定することによって、滲液量 ν あるいは滲過時
間 θ の関数として決定される。このようにして得られたL vs. ν の
実験結果を利用すれば、次式にしたがって、滲過期間中の平均空隙

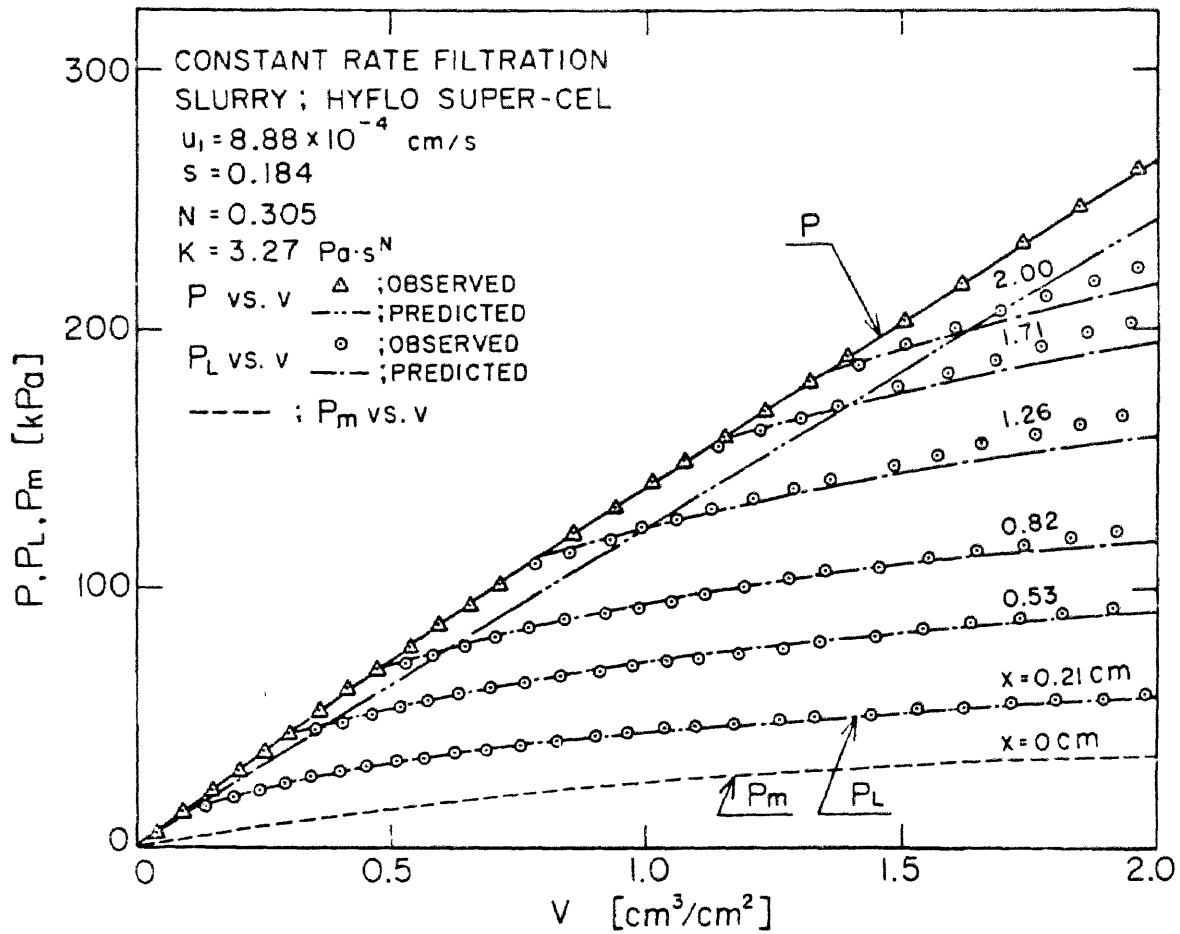


Fig.4-1 P_L -variations for a constant rate filtration ($u_1 = 8.88 \times 10^{-4}$ cm/s)

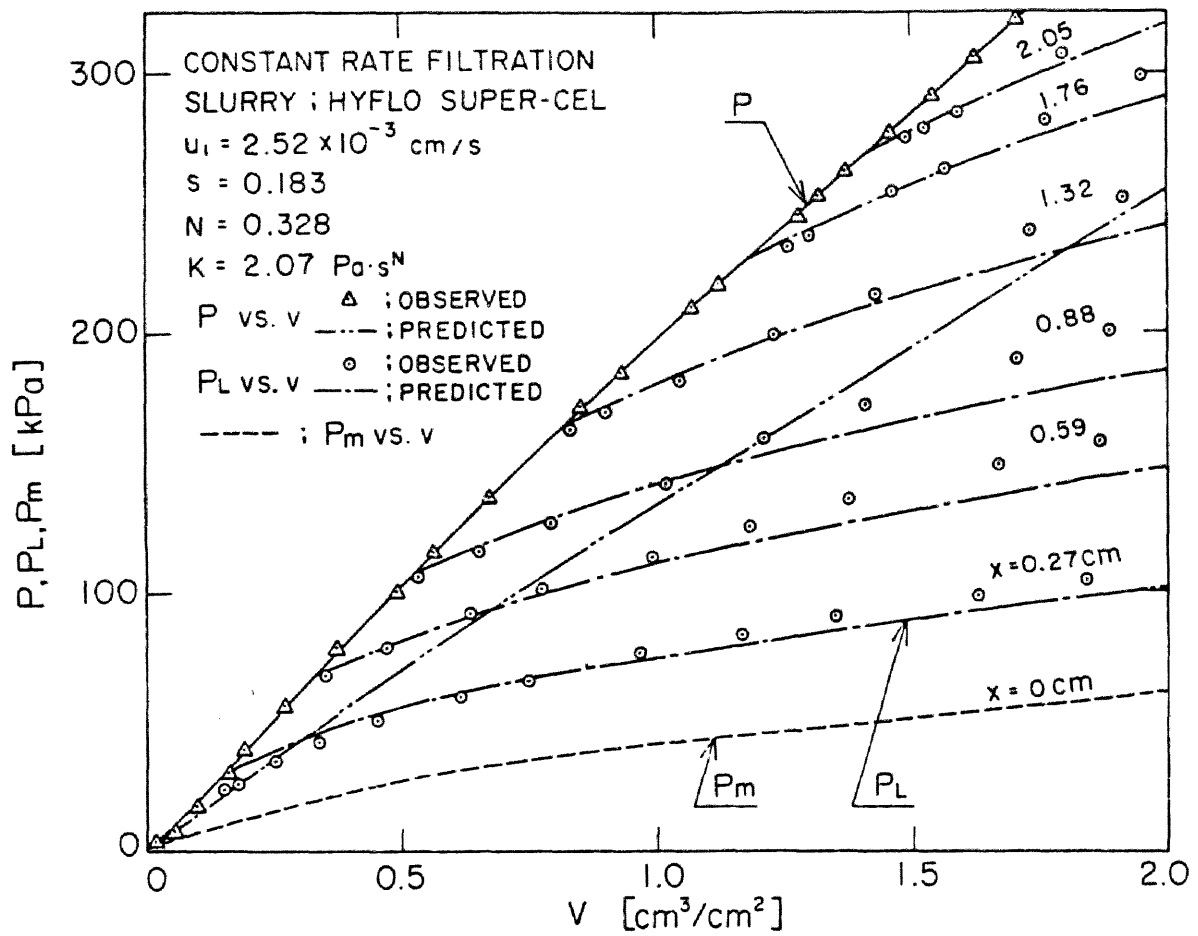


Fig.4-2 P_L -variations for a constant rate filtration ($u_1 = 2.52 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$)

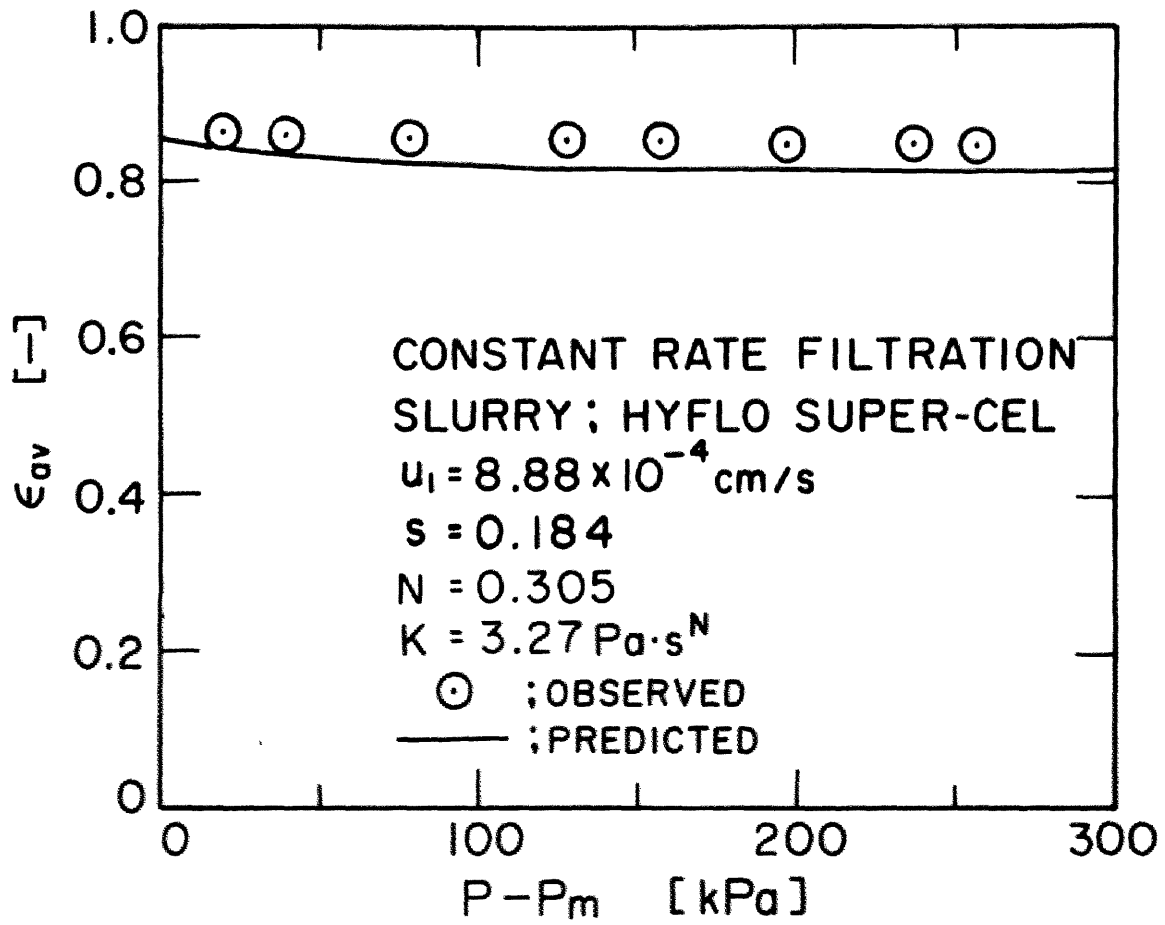


Fig.4-3 ϵ_{av} vs. $(P - P_m)$ for a constant rate filtration

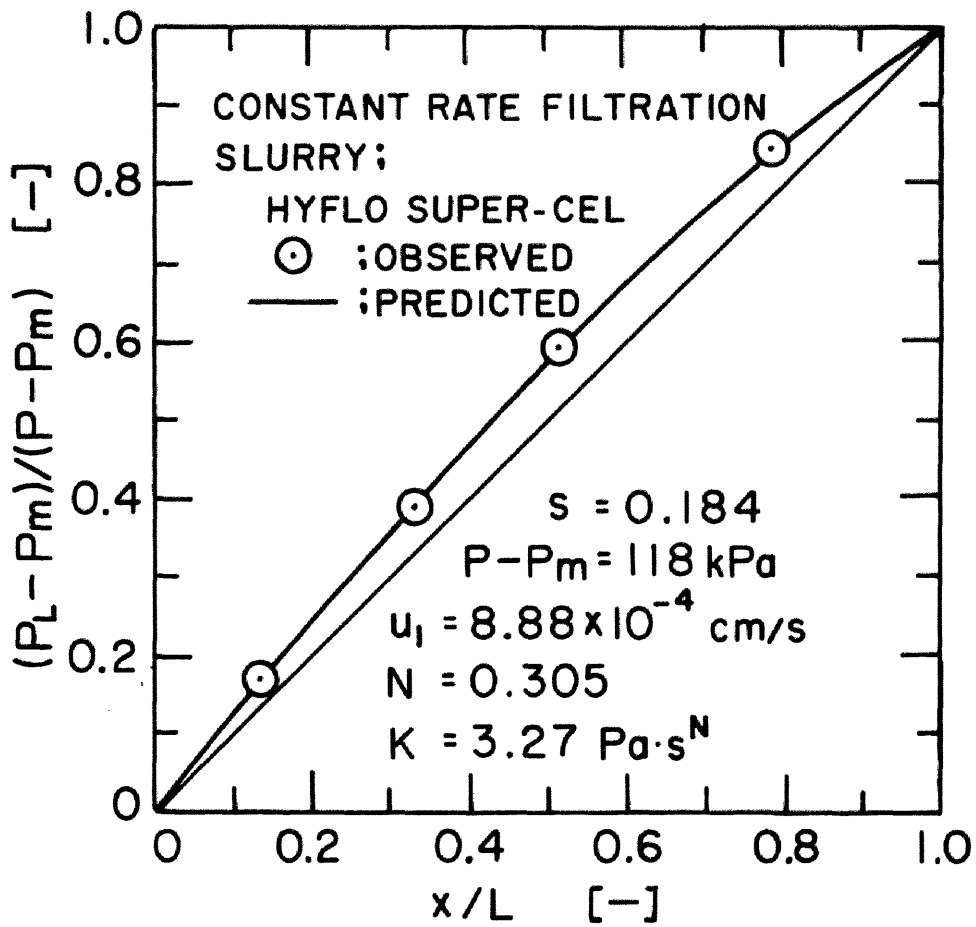


Fig.4-4(a) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L for a constant rate filtration ($P - P_m = 118 \text{ kPa}$)

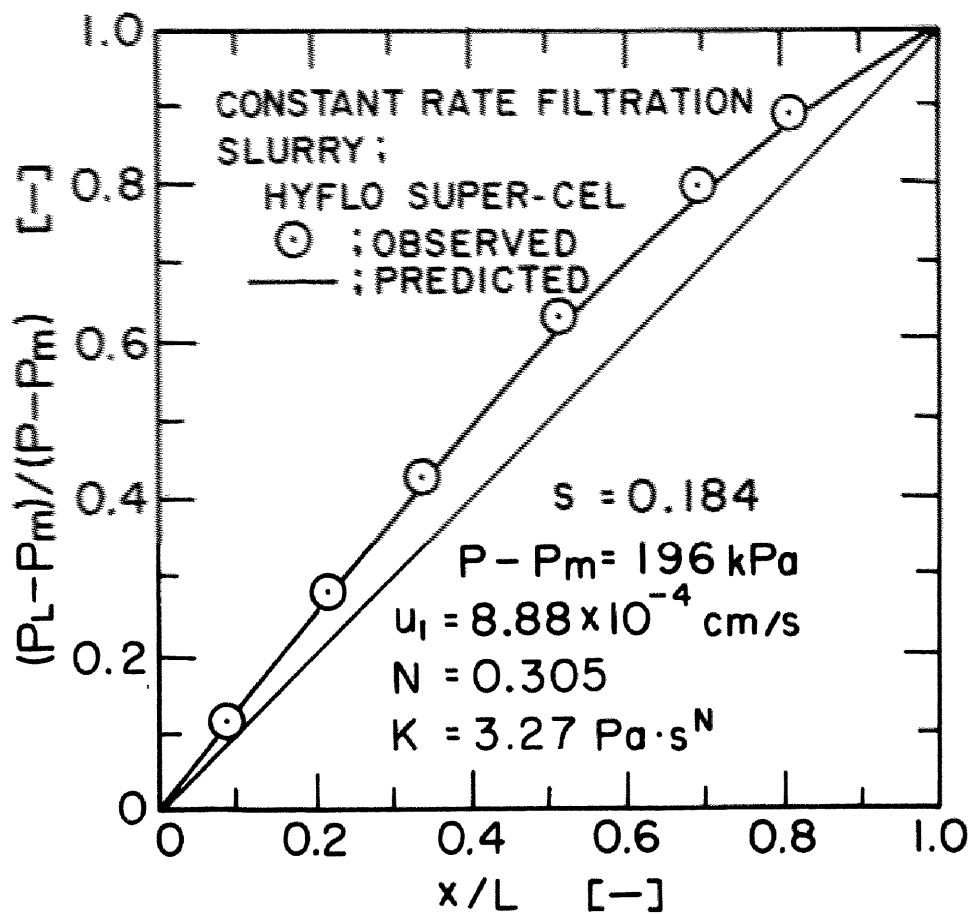


Fig.4-4(b) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L for a constant rate filtration ($P - P_m = 196 \text{ kPa}$)

率 ε_{av} あるいは汙過ケークの湿乾質量比 m の時間的变化が求まる。

$$\varepsilon_{av} = \frac{\rho_s L(1-S) - \rho S v}{L\{\rho S + \rho_s(1-S)\}} \quad (4-8)$$

Fig. 4-3 には、平均空隙率 ε_{av} vs. 汙過ケークの圧力損失 $(P-P_m)$ の実験値と推定値とを示す。Fig. 4-1 に示した実験結果に基づいて、無次元化した液圧 $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. 汙過ケーク内部の無次元化距離 x/L の結果を、汙過ケークの圧力損失 $(P - P_m)$ が 118 および 196 kPa になったときのそれぞれについて、Figs. 4-4(a) および (b) に示す。図中の対角線は非圧縮性ケークの場合の液圧分布である。いずれの場合にも推定結果は実験結果とかなりよく一致することから、汙過圧力の増加速度がそれほど大きくなければ、定速汙過過程は (3-34) および (3-26) 式を用いた定速汙過過程の解析法を拡張することにより、かなり精度よく近似推定できると考えられる。

4-5 変圧変速汙過実験結果および考察

Fig. 4-5 には変圧変速汙過過程における種々の汙材からの距離 x での液圧 P_L の汙液量 v に対する変化を示した。定速汙過実験結果の場合と同様に、実線と2点鎖線はそれぞれ汙過圧力 P の実験線と推定線、1点鎖線は液圧 P_L の推定線、破線は汙材面での液圧 P_m である。汙過圧力、液圧ともに推定結果は実験結果と比較的よく一致している。また、Figs. 4-6(a) および (b) はケークの圧損 $(P - P_m)$ がそれぞれ 137 および 235 kPa になったときの液圧分布 $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L の結果である。

次に、ポンプの吐き出し特性曲線が与えられた時の変圧変速汙過過程の汙液量 v の時間的变化を推定する方法を述べる。Fig. 4-7 には変圧変速汙過過程の汙過圧力 P vs. 汙過速度 u すなわち $dv/d\theta$ の実測値が示されているが、この曲線はポンプの吐き出し特性曲線に相当するものである。また、定速汙過の解析法に基づいて推定し

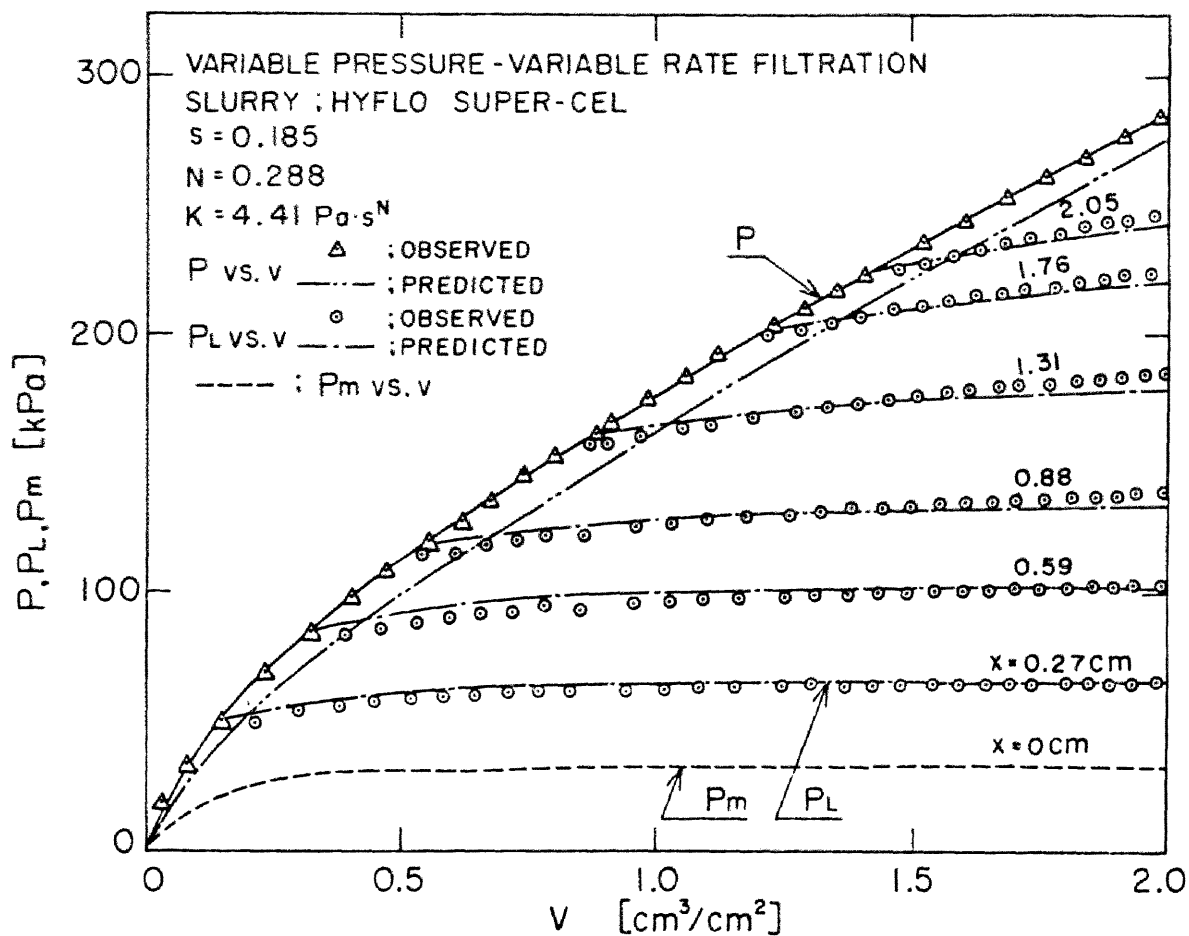


Fig.4-5 P_L -variations for a variable pressure-variable rate filtration

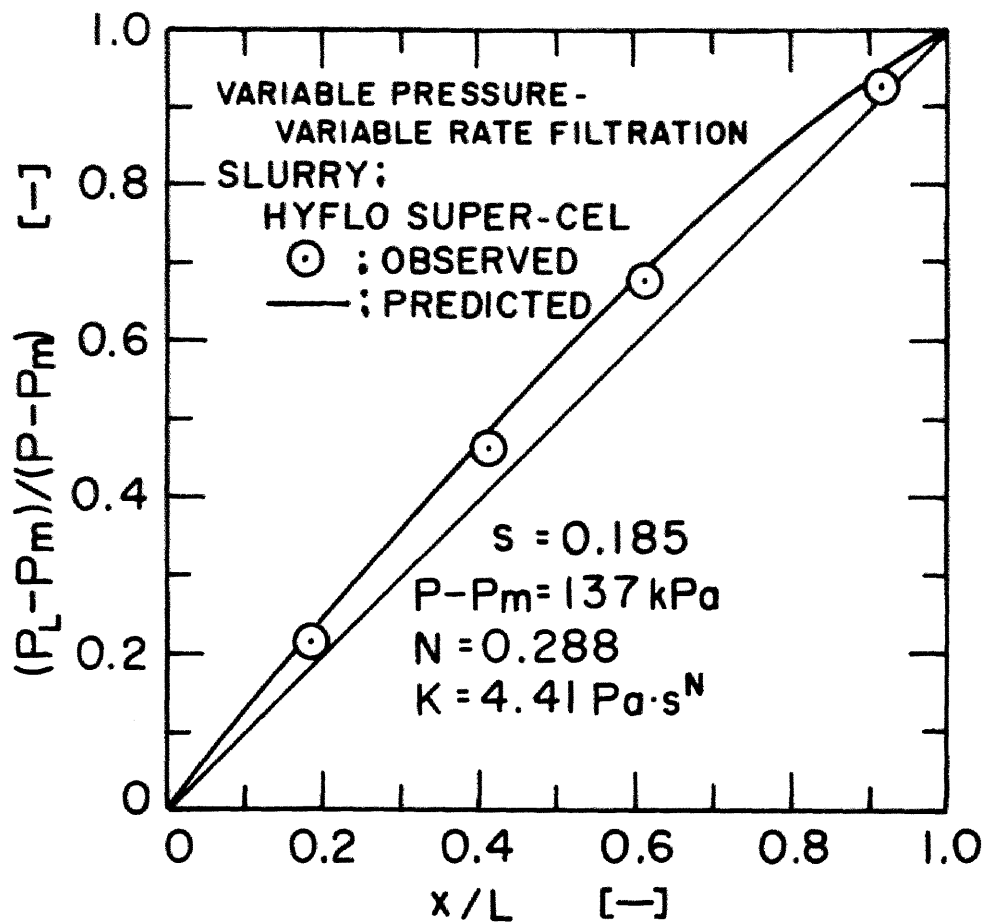


Fig.4-6(a) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L for a variable pressure-variable rate filtration ($P - P_m = 137 \text{ kPa}$)

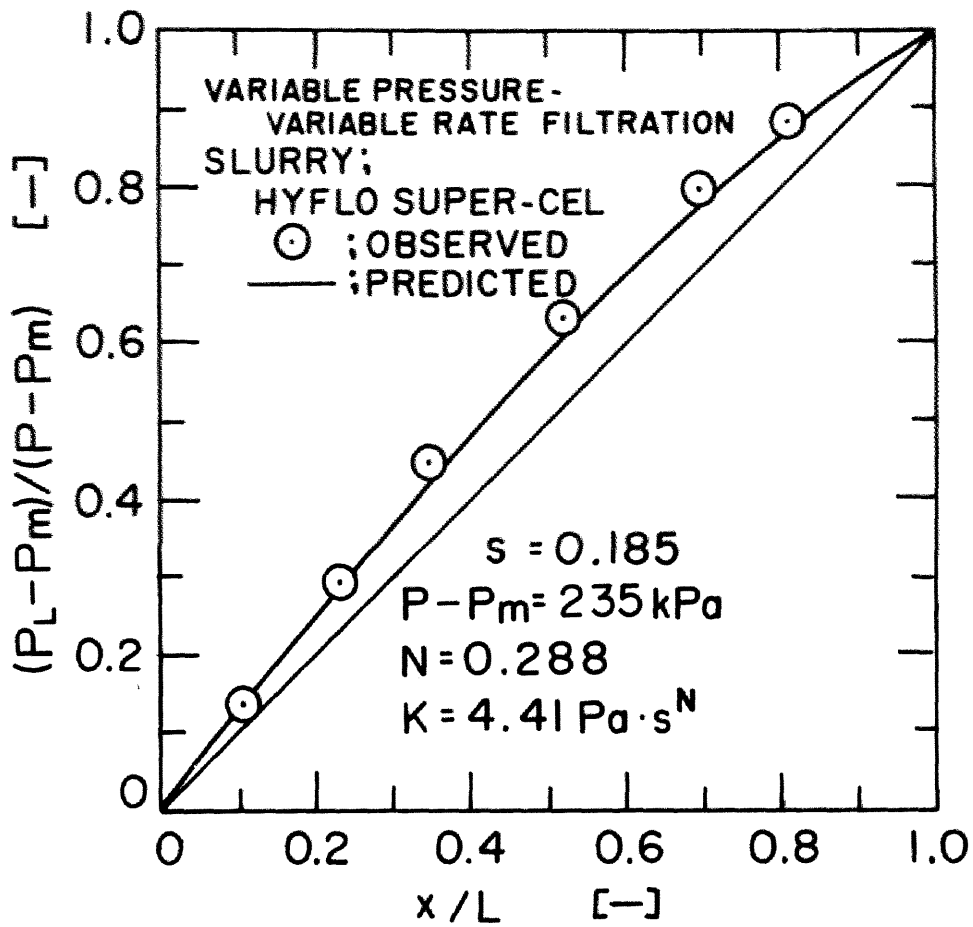


Fig.4-6(b) $(P_L - P_m)/(P - P_m)$ vs. x/L for a variable pressure-variable rate filtration ($P - P_m = 235 \text{ kPa}$)

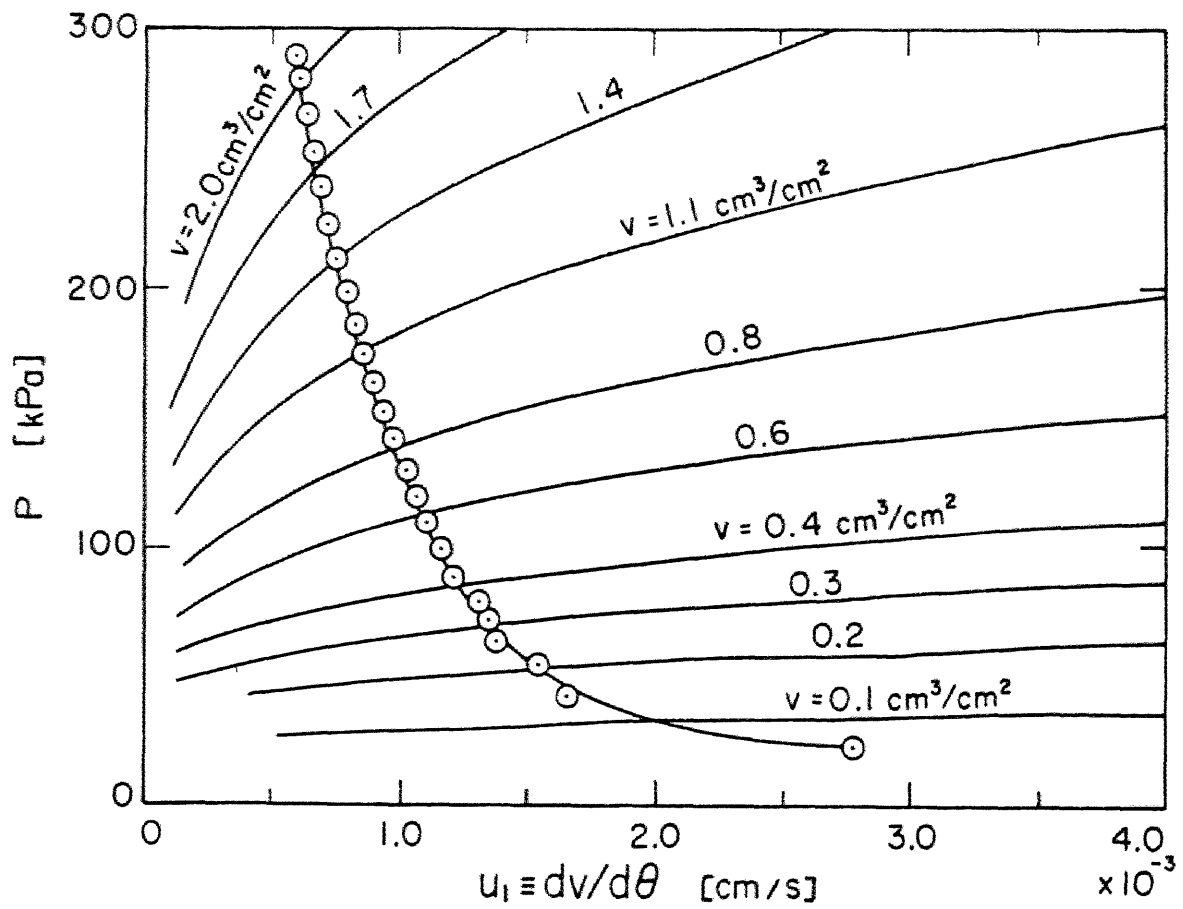


Fig.4-7 P vs. u_1 for a variable pressure-variable rate filtration

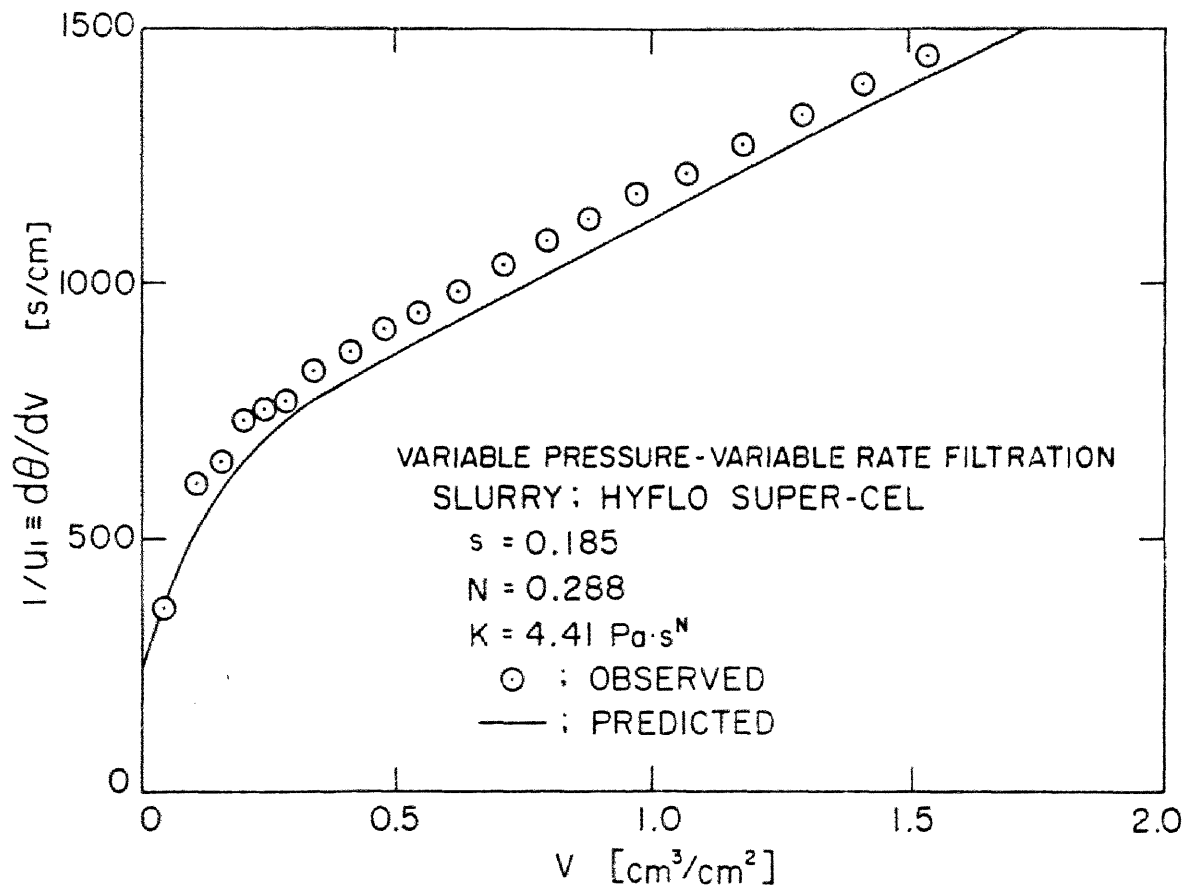


Fig.4-8 $1/u_1$ vs. v for a variable pressure-variable rate filtration

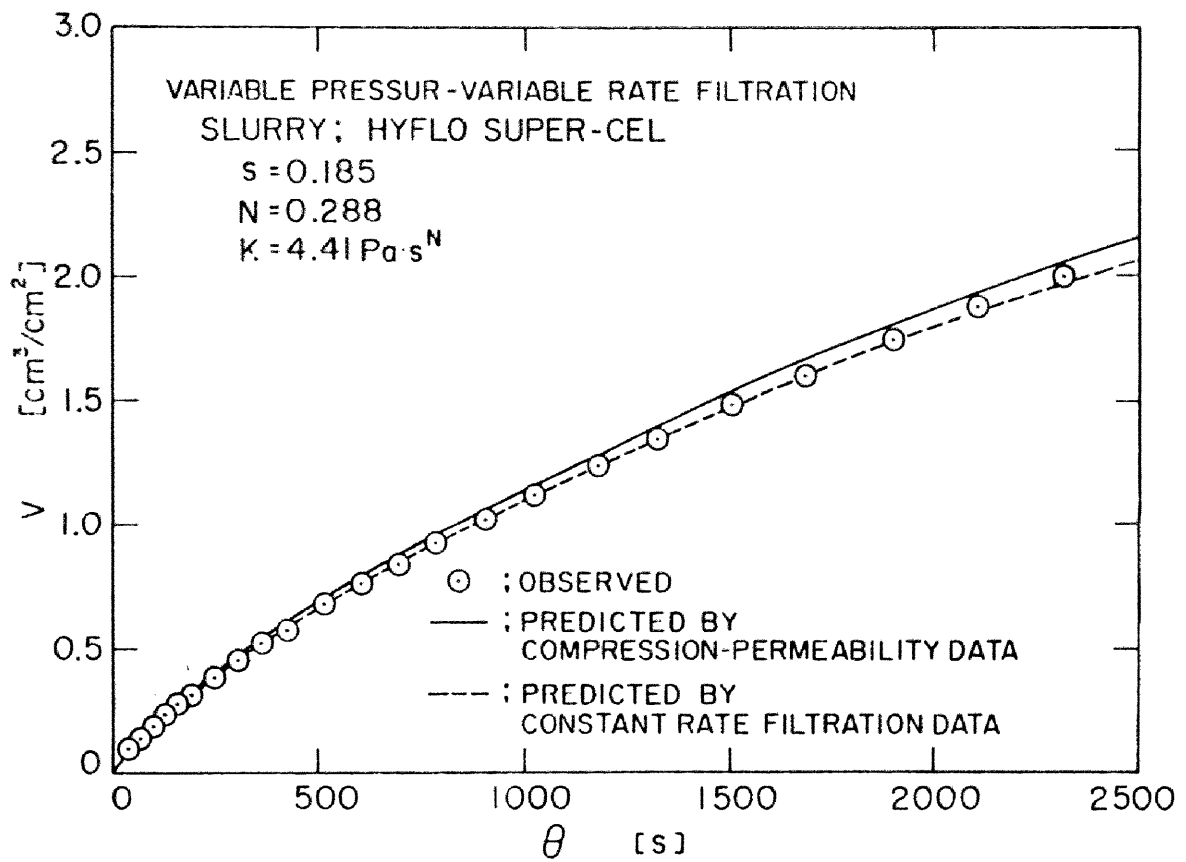


Fig.4-9 v vs. θ for a variable pressure-variable rate filtration

た $(P-P_m)$ と m および γ_{av} との関係と P_m vs. u_1 の実測値を、(4-6) 式に用いて得た、 v をパラメータとする P vs. u_1 の曲線群も Fig. 4-7 に示す。この曲線群とポンプの吐き出し特性曲線 P vs. u_1 との交点の値 u_1 とパラメータ v を読みとることによって、 u_1 vs. v が推定できる。Fig. 4-8 には、このようにして得られた $1/u_1 \equiv d\theta/dv$ vs. v の推定値を実測値とともに示した。Fig. 4-9 には、汙液量 v vs. 汙過時間 θ の結果を示した。実線は、Fig. 4-8 の $1/u_1$ vs. v を (4-7) 式の関係にしたがい図積分して得た推定線であり、 γ_{av} および m と $(P-P_m)$ との関係を圧縮透過実験結果に基づく定圧汙過の解析法によって求めている。また、破線は定速汙過実験結果を利用して γ_{av} および m と $(P-P_m)$ との関係を求め、以下は圧縮透過実験結果を利用した場合と同様の手順によって得られた推定線である。定速汙過実験結果を利用すると、推定値は実測値と非常によい一致を示した。以上のことから、変圧変速汙過過程も定速汙過過程の場合と同様に、定圧汙過過程の解析法を拡張して、かなり精度よく推定できることを明らかにした。

4-6 総括

非ニュートン流体の定速および変圧変速汙過は工学的に非常に重要な汙過操作であるにもかかわらず、その研究は皆無といえる現状である。まず、定速および変圧変速汙過条件下での汙過ケーブ内の汙液流速分布式を与え、汙過圧力が一定の定圧汙過の場合には第三章に示した汙液流速分布式と一致することを示した。汙過圧力の増加速度がそれほど大きくなければ、定速および変圧変速汙過過程においても第三章に示した汙液流速分布式は近似的に成立し、この汙液流速分布式と液圧分布式とを用いた定圧汙過過程の推定法を拡張して、定速および変圧変速汙過過程の諸特性値の推定を行った。その結果、汙過圧力の増加速度がそれほど大きくなければ、汙過圧

カの時間的变化およびケーク内の液圧分布ともに、推定結果は実験結果とよく一致する傾向がみられた。さらに、変圧変速濾過については、ポンプの吐き出し特性が与えられたとき濾液量の時間的变化を推定する方法を示し、実験結果をかなり精度よく推定できることを明らかにした。また、定速濾過実験結果を用いて濾液量の時間的变化を推定した結果、非常に高い精度で推定できた。

本章は、Journal of Chemical Engineering of Japan, 13, NO. 6, 473 (1980) に発表されたものである。

第五章 非ニュートン流体の開塞濾過法則

5-1 緒言

濾過操作としては、比較的多量の固体物質を含むスラリーを適当な濾材によって濾別し、濾過の進行に伴い架橋現象によって生成したケーキ初期層の上に順次ケーキが形成され、そのケーキが濾材として作用し、濾過過程における濾液の主要な流動抵抗を占めるいわゆるケーキ濾過が一般的であり、この分野に関しては Ruth^{25, 26, 27)}, Carman^{2, 3)} を始めとして古くから数多くの研究が発表されている。

一方、スラリー中の固体物質の含有率が容積基準で0.1%以下の希薄スラリーを濾別するいわゆる清澄濾過では、濾材層表面に濾過ケーキはほとんど形成されず、固体粒子群は濾材層内部で捕捉され濾過が進行する。清澄濾過に関する研究も比較的古くから行われていたわけではあるが、希薄スラリーを取扱う各種化学工業、上水道のほか排液処理などにおいて不可欠な操作であるので、近年特にその重要性が認識されるようになってきた。清澄濾過は事実上はきわめて複雑な濾過現象でありその理論的取扱いは難しいが、大別して二つの研究に分類される。一つは主に化学工学の分野で発展してきた開塞濾過法則であり、他方は主に土木工学あるいは衛生工学の分野における砂層濾過の研究から始まった岩崎¹⁴⁾, Ives^{11, 12, 13)} の内部濾過理論である。開塞濾過法則は、濾材層の厚さを考慮してはいないという点において、内部濾過理論に比べ厳密さに欠けるが、解析方法が簡便であるという利点がある。Hermans-Bredée¹⁰⁾ は、濾材が直径・長さの一樣な毛細管からなっていると仮定し、いくつかの簡単な粒子捕捉モデルを提出して、ニュートン流体を対象とする開塞濾過法則を導き、Grace⁹⁾ はその体系化を行った。

非ニュートン流体の清澄濾過操作も、石油化学工業を始めとし

工業の広範な分野においてますます重要となっているが、この分野の研究は皆無といえる現状である。本章においては³⁸⁾、非ニュートン流体の指数法則モデルに立脚して、ニュートン流体と非ニュートン流体の両者に適用できる一般化閉塞汙過法則について述べる。すなわち、標準閉塞法則、完全閉塞法則およびケーク汙過法則に対する汙過特性式等を導き、これら諸式を利用して粒子捕捉機構を測定データから図的に判別し、汙過定数を実験的に決定する方法を示す。

5-2 標準閉塞法則

非ニュートン流体の清澄汙過過程は、汙材を直径および長さの一樣な毛細管の集合とみなすと、円管内の層流流動式に基づいて解析できる。ニュートン流体および時間に依存しない非ニュートン流体が円管内を層流流動する場合は、一般に次のRabinowitsch-Mooney式²⁴⁾が成立する。

$$\frac{Q}{\pi r^3} \equiv \frac{U_e}{r} = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (5-1)$$

ここに、 Q [m³/s] は体積流量， r [m] は円管の半径， U_e [m/s] は流速， τ [Pa] は位置 r における剪断応力， τ_w [Pa] は管壁での剪断応力であり、流動特性式 $f(\tau)$ は、指数法則流体では次式で与えられる。

$$f(\tau) = (\tau/k)^{\frac{1}{N}} \quad (2-13)$$

(2-13)式を(5-1)式に代入して積分すれば、指数法則流体についての半径 r の管内流速 U_e と圧力損失 P [Pa] との関係は次式で表せる。

$$U_e = \frac{N}{3N+1} \left(\frac{P}{2KL} \right)^{\frac{1}{N}} r^{\frac{N+1}{N}} \quad (5-2)$$

ここに、 L [m] は管の長さであり、また、圧力損失 P は管壁での剪断応力 τ_w と一般に次の関係をもつ。

$$P = \frac{2L}{r} \tau_w \quad (5-3)$$

希薄スラリーの滲過では滲過の初期段階にみられる架橋現象を呈しにくく、固体粒子群は滲材層の滲液流路内または滲材細孔の頂部で捕捉される。滲材細孔の大きさは固体粒子径より大きいのが普通であり、その場合粒子は滲材層内部で次々に捕捉され毛細管はその内壁から漸次閉塞されていく。標準閉塞モデルでは、滲材を直径および長さの一樣な平行毛細管の集合とみだし、滲過の進行に伴ってその毛細管内壁に一樣に固体微粒子が捕捉され、いったん捕捉された粒子は流出せず、毛細管の内容積が滲液量に比例して減少すると考える。すなわち、滲液量 dV が滲過されることにより毛細管半径が dr だけ減少するとして、次式が成立する^{9, 10, 21}。

$$-2\pi L N' r dr = \frac{C}{1 - \epsilon_p} dV \quad (5-4)$$

ここに、 N' [m^{-2}] は単位滲過面積あたりの毛細管数、 C [-] は単位滲液量あたりの毛管内固体体積、 ϵ_p [-] は毛管壁に捕捉された粒子充てん層の空隙率である。(5-4)式を ($v=0, r=r_0$) の滲過開始時と ($v=v, r=r$) の任意の滲過進行時との間で積分すると、滲液量 v と毛細管半径 r との関係は、次式で表される。

$$\frac{r}{r_0} = \left(1 - \frac{K_s v}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (5-5)$$

ここに、 K_s [m^{-1}] は次式で定義される値である。

$$K_s \equiv \frac{2C}{N' L \pi (1 - \epsilon_p) r_0^2} \quad (5-6)$$

一方、この毛細管を通過する滲過速度 q [m/s] は、(5-2)式より次式

$$q = N' \pi \frac{N}{3N+1} \left(\frac{P}{2KL}\right)^{\frac{1}{N}} r^{\frac{3N+1}{N}} \quad (5-7)$$

で表すことができ、初期条件 ($P=P_0, Y=Y_0$) を用いると汙過開始時の汙過速度 q_0 は次式

$$q_0 = N' \pi \frac{N}{3N+1} \left(\frac{P_0}{2KL} \right)^{\frac{1}{N}} Y_0^{\frac{3N+1}{N}} \quad (5-8)$$

となり q と q_0 との比は次式で表される。

$$\frac{q}{q_0} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{N}} \left(\frac{Y}{Y_0} \right)^{\frac{3N+1}{N}} \quad (5-9)$$

汙過過程中、汙過圧カ P が一定で (5-9) 式で $P=P_0$ とおけるいわゆる定圧標準閉塞汙過では、(5-9) 式を (5-5) 式に代入すると、汙過速度 q vs. 汙液量 v の関係は次式で表される。

$$q = q_0 \left(1 - \frac{K_S v}{2} \right)^{\frac{3N+1}{2N}} \quad (5-10)$$

(5-10) 式の汙過速度 q ($\equiv dv/d\theta$) の逆数を取り、 v について微分すると、指数法則流体の汙過特性式として次式が得られる。

$$\frac{d^2\theta}{dv^2} = \frac{3N+1}{4N} K_S q_0^{\frac{2N}{3N+1}} \left(\frac{d\theta}{dv} \right)^{\frac{5N+1}{3N+1}} \quad (5-11)$$

流動特性指数 $N=1$ の場合、ニュートン流体に対する従来の汙過特性式 (5-12)⁹⁾ となる。

$$\frac{d^2\theta}{dv^2} = K_S q_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{d\theta}{dv} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (5-12)$$

汙液量 v vs. 汙過時間 θ の関係は (5-10) 式を積分して次式

$$v = \frac{2}{K_S} \left\{ 1 - \left(\frac{N+1}{4N} q_0 K_S \theta + 1 \right)^{-\frac{2N}{N+1}} \right\} \quad (5-13)$$

また、上式 (5-13) と (5-10) 式を用いると、汙過速度の時間的变化を次式で与えることができる。

$$q = q_0 \left(\frac{N+1}{4N} q_0 K_S \theta + 1 \right)^{-\frac{3N+1}{N+1}} \quad (5-14)$$

一定の汙過速度を保ちつつ汙過し、 $q=q_0=$ 一定とおけるいわゆる

ゆる定速滲過では、(5-9)式を(5-5)式に代入すると次式

$$\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{2}{3N+1}} = 1 - \frac{K_s v}{2} \quad (5-15)$$

が得られ、定速条件

$$v = f_0 \theta \quad (5-16)$$

を用いると、滲過圧力Pの時間的变化も次式で与えることができる。

$$\frac{1}{f_0} \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{2}{3N+1}} = \frac{1}{f_0} - \frac{K_s \theta}{2} \quad (5-17)$$

(5-15)式を微分すると、定速滲過の特性式として次式が得られる。

$$\frac{dP}{dv} = \frac{3N+1}{4} K_s P_0^{-\frac{2}{3N+1}} P^{\frac{3N+3}{3N+1}} \quad (5-18)$$

上式(5-18)において $N=1$ とおくと、従来のニュートン流体の特性式(5-19)⁹⁾となる。

$$\frac{dP}{dv} = K_s P_0^{-\frac{1}{2}} P^{\frac{3}{2}} \quad (5-19)$$

5-3 完全閉塞法則

完全に清澄な滲液を必要とする場合には滲材細孔の大きさを最小固体粒子径より小さくすべきであり、この場合、滲過過程において各固体粒子は滲材頂部で捕捉されると同時に細孔の一つ一つを完全に閉塞していく。完全閉塞モデルでは、滲材を直径および長さの一樣な平行毛細管の集合とみなし、清澄滲過過程において一つの粒子が一本の毛細管を通過するとき毛細管頂上で捕捉され、その毛細管は完全に閉ざされてしまい、以後の滲過には役立たない^{9,10,21)}と考える。

単位滲過面積あたりの毛細管数を N' [m^{-2}]、清澄滲液単位体積あたりの粒子数を x_n [m^{-3}]とすると、滲液量 v を得た時の滲過速度 f は、未閉塞の毛細管数 $(N' - x_n v)$ に比例するので、指数法則流体の滲

過速度は(5-2)式を用いて、次式で表すことができる。

$$q = \frac{dv}{d\theta} = (N' - x_n v) \pi \frac{N}{3N+1} \left(\frac{P}{2KL}\right)^{\frac{1}{N}} \gamma_0^{\frac{3N+1}{N}} \quad (5-20)$$

上式(5-20)で($v=0, P=P_0$)とおくと、汙過開始時の汙過速度 q_0 は次式

$$q_0 = N' \pi \frac{N}{3N+1} \left(\frac{P_0}{2KL}\right)^{\frac{1}{N}} \gamma_0^{\frac{3N+1}{N}} \quad (5-21)$$

で表され、 (q/q_0) は次のようになる。

$$\frac{q}{q_0} = \frac{N' - x_n v}{N'} \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{N}} \quad (5-22)$$

$P=P_0$ のいわゆる定圧汙過では、(5-21)および(5-22)式を用いて次式

$$K_{\theta} v = q_0 - q \quad (5-23)$$

が得られ、汙過速度 $q(=dv/d\theta)$ の逆数を v について微分すると、汙過特性式として次式が得られる。

$$\frac{d^2\theta}{dv^2} = K_{\theta} \left(\frac{d\theta}{dv}\right)^2 \quad (5-24)$$

ニニ、 $K_{\theta} [S^{-1}]$ は次式で定義される値である。

$$K_{\theta} \equiv \pi \frac{N}{3N+1} \left(\frac{P_0}{2KL}\right)^{\frac{1}{N}} \gamma_0^{\frac{3N+1}{N}} x_n \quad (5-25)$$

(5-24)式はニュートン流体の汙過特性式と同一であるが⁹⁾、ニュートン流体の汙過定数 K_{θ} は、(5-25)式で流動特性指数 $N=1$ とおき、流体粘稠度係数 K の代わり K =ニュートン流体の粘度 μ を用いて、次式で表される値となる。

$$K_{\theta} = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{P_0}{2\mu L}\right) \gamma_0^4 x_n \quad (5-26)$$

汙液量 v の時間的变化は(5-23)式を積分して次式

$$v = \frac{q_0}{k\theta} (1 - e^{-k\theta}) \quad (5-27)$$

で与えることができ、(5-23)式を代入すると滲過速度 q の時間的变化は次式となる。

$$q = q_0 e^{-k\theta} \quad (5-28)$$

$q = q_0$ のいわゆる定速滲過では、(5-21) および (5-22) 式を用いて滲過圧力 P は次式

$$\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{N}} = 1 - \frac{k\theta v}{q_0} \quad (5-29)$$

または、(5-16)式を代入して次式で表される。

$$\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{N}} = 1 - k\theta \quad (5-30)$$

(5-29)式を微分すると、滲過特性式として次式が得られる。

$$\frac{dP}{dv} = \frac{Nk\theta}{q_0} P_0^{-\frac{1}{N}} P^{\frac{N+1}{N}} \quad (5-31)$$

$N=1$ の場合、ニュートン流体に対する従来の滲過特性式(5-32)⁹⁾となる。

$$\frac{dP}{dv} = \frac{k\theta}{q_0} P_0^{-1} P^2 \quad (5-32)$$

5-4 ケーク滲過法則

固体粒子濃度の大きなスラリーを滲過する場合、滲過の進行に伴い滲材上にケークが成長しそのケークが滲過期間中の滲液の主要な流動抵抗の原因となる。このようなケーク滲過について、指数法則流体の滲過速度式を次式で表すことができた³⁶⁾。

$$q^N \equiv \left(\frac{dv}{d\theta}\right)^N = \frac{P(1-ms)}{K\delta PS} \cdot \frac{1}{v + v_m} \quad (5-33)$$

ここに、 $\delta [m^{2-N}/kg]$ は指数法則流体の平均濾過比抵抗で、(2-32)式で定義される値である。平均濾過比抵抗 δ および湿乾質量比 m は流動特性指数 N 、スラリー濃度 S 、濾過圧力 P の関数であるが、濾過ケーキ内の固体粒子の移動が無視できる非圧縮性のケーキについては N のみの関数となる。(5-33)式において($v=0, P=P_0$)とおくと、濾過開始時の濾過速度 q_0 は次式

$$q_0^N = \frac{P_0(1-mS)}{K\delta PS} \cdot \frac{1}{v_m} \quad (5-34)$$

で表され、 (q/q_0) は(5-33)と(5-34)式との比をとり、次のようになる。

$$\left(\frac{q}{q_0}\right)^{\frac{1}{N}} = \frac{P}{P_0} \cdot \frac{v_m}{v+v_m} \quad (5-35)$$

$P=P_0$ のいわゆる定圧濾過では、(5-34)および(5-35)式を用いて次式

$$K_c v = \left(\frac{1}{q}\right)^N - \left(\frac{1}{q_0}\right)^N \quad (5-36)$$

が得られ、濾過速度 q ($\equiv dv/d\theta$)の逆数を v について微分すると濾過特性式として次式が得られる。

$$\frac{d^2\theta}{dv^2} = \frac{K_c}{N} \left(\frac{d\theta}{dv}\right)^{1-N} \quad (5-37)$$

ここに、 $K_c [s^N/m^{1+N}]$ は次式で定義できる値である。

$$K_c \equiv \frac{K\delta PS}{P_0(1-mS)} \quad (5-38)$$

ニュートン流体に対する特性式は、(5-37)式において $N=1$ とおき次式⁹⁾で与えることができる。

$$\frac{d^2\theta}{dv^2} = K_c \quad (5-39)$$

ただし、ニュートン流体における濾過定数 K_c は、(5-38)式において

$K = \mu$ とおき、また σ の代わり K ニュートン流体の平均滲過比抵抗 α を用いて次式で表される値とせよ。

$$K_c = \frac{\mu \alpha P S}{P_0 (1 - m S)} \quad (5-40)$$

滲液量 v の時間的变化は (5-36) 式を積分して次式

$$\left\{ K_c v + \left(\frac{1}{q_0} \right)^N \right\}^{\frac{N+1}{N}} - \left(\frac{1}{q_0} \right)^{N+1} = \frac{N+1}{N} K_c \theta \quad (5-41)$$

で表され、また、滲過速度 q の時間的变化は次式で与えられる。

$$\left(\frac{1}{q} \right)^{N+1} - \left(\frac{1}{q_0} \right)^{N+1} = \frac{N+1}{N} K_c \theta \quad (5-42)$$

$q = q_0$ のいわゆる定速滲過の滲過圧力 P は、(5-34) および (5-35) 式を用いて次式

$$\frac{P}{P_0} = 1 + K_c q_0^N v \quad (5-43)$$

または、(5-16) 式を代入して次式

$$\frac{P}{P_0} = 1 + K_c q_0^{N+1} \theta \quad (5-44)$$

で与えることができ、滲過特性式として次式が得られる。

$$\frac{dP}{dv} = P_0 K_c q_0^N \quad (5-45)$$

$N=1$ の場合、ニュートン流体に対する従来の特性式 (5-46)⁹⁾ とせよ。

$$\frac{dP}{dv} = P_0 K_c q_0 \quad (5-46)$$

5-5 滲過特性式の一般化および滲過法則の図的判別法

Hermans-Brede¹⁰⁾ と Grace⁹⁾ は、単位滲液量あたりの滲過抵抗の増加、すなわち、定圧滲過では $d^2\theta/dv^2$ 、定速滲過では dP/dv

を閉塞率とし、この関数形を汙過特性式と名づけた。指数法則流体の汙過過程においても、ニュートン流体の場合と同様に、汙過特性式はそれぞれの汙過法則に依存する2つの定数をもつ共通の微分方程式にまとめることができる。すなわち、定圧汙過の特性式(5-11)、(5-24)、(5-37)および、定速汙過の特性式(5-18)、(5-31)、(5-45)は、それぞれ次式(5-47)および(5-48)によって表すことができる。

$$\frac{d^2\theta}{d\nu^2} = \lambda \left(\frac{d\theta}{d\nu}\right)^n \quad (5-47)$$

$$\frac{dP}{d\nu} = \lambda' P^{n'} \quad (5-48)$$

ここに、 $n, n' [-]$ は汙過法則の種類と流動特性指数 N に、また、 λ, λ' は汙過法則の種類と汙材、汙過条件等に依存する値である。特性式を含め、各汙過法則の関係式をTable 5-1に括弧して表示した。ここに示した諸式は、流動特性指数 $N=1$ とおき流体粘稠度係数 K の代わりにニュートン流体の粘度 μ を用いると、Hermans-Bredée¹⁰⁾とGrace⁹⁾によって提出されたニュートン流体の従来の閉塞汙過式と完全に一致する。

定圧汙過の特性式(5-47)の指数 n vs. 流動特性指数 N の関係をFig. 5-1に示した。流体の擬塑性が顕著に付り N が1より小さくなるにつれて、指数 n は、標準閉塞ではニュートン流体の値1.5から徐々に減少して一定値1に近づき、ケーク汙過ではニュートン流体の値0から直線的に増加して一定値1に近づくのに対して、完全閉塞では非ニュートン性の大小によって変化せず一定値2となる。ニュートン流体については、これら3法則のどれにも従わず汙過特性式が標準閉塞とケーク汙過との中間的狀態で表される中間法則と称すべき閉塞汙過の現象が実験的に認められており、 n の値は1となる¹⁰⁾。

定速汙過の特性式(5-48)の指数 n' vs. 流動特性指数 N の関係を

Table 5-1 Filtration laws of power-law non-Newtonian fluids

Function	Standard blocking	Complete blocking	Cake filtration
(a) For constant pressure filtration			
$\frac{d^2\theta}{dv^2} = \lambda \left(\frac{d\theta}{dv}\right)^n$	$n = \frac{5N+1}{3N+1}$	$n = 2$	$n = 1-N$
	$\lambda = \frac{3N+1}{4N} K_S q_0^{2N/(3N+1)}$	$\lambda = K_\theta = \pi \frac{N}{3N+1} \left(\frac{P_0}{2KL}\right)^{1/N} \gamma_0^{(3N+1)/N} x_n$	$\lambda = \frac{K_C}{N}$
	$K_S = \frac{2C}{N'L\pi(1-\epsilon_p)\gamma_0^2}$		$K_C = \frac{K\delta\mu S}{P_0(1-mS)}$
$v = f(\theta)$	$v = \frac{2}{K_S} \left[1 - \left(\frac{N+1}{4N} q_0 K_S \theta + 1 \right)^{-2N/(N+1)} \right]$	$v = \frac{q_0}{K_\theta} (1 - e^{-K_\theta \theta})$	$\left\{ K_C v + \left(\frac{1}{q_0}\right)^N \right\}^{(N+1)/N} - \left(\frac{1}{q_0}\right)^{N+1} = \frac{N+1}{N} K_C \theta$
$q = f(\theta)$	$q = q_0 \left(\frac{N+1}{4N} q_0 K_S \theta + 1 \right)^{-(3N+1)/(N+1)}$	$q = q_0 e^{-K_\theta \theta}$	$\left(\frac{1}{q}\right)^{N+1} - \left(\frac{1}{q_0}\right)^{N+1} = \frac{N+1}{N} K_C \theta$
$q = f(v)$	$q = q_0 \left(1 - \frac{K_S v}{2} \right)^{(3N+1)/2N}$	$K_\theta v = q_0 - q$	$K_C v = \left(\frac{1}{q}\right)^N - \left(\frac{1}{q_0}\right)^N$

(b) For constant rate filtration

$\frac{dP}{dv} = \lambda' P^{n'}$	$n' = \frac{3N+3}{3N+1}$	$n' = \frac{N+1}{N}$	$n' = 0$
	$\lambda' = \frac{3N+1}{4} K_S P_0^{-2/(3N+1)}$	$\lambda' = \frac{NK_\theta}{q_0} P_0^{-1/N}$	$\lambda' = P_0 K_C q_0^N$
$P = f(v)$	$\left(\frac{P_0}{P}\right)^{2/(3N+1)} = 1 - \frac{K_S v}{2}$	$\left(\frac{P_0}{P}\right)^{1/N} = 1 - \frac{K_\theta v}{q_0}$	$\frac{P}{P_0} = 1 + K_C q_0^N v$
$P = f(\theta)$	$\frac{1}{q_0} \left(\frac{P_0}{P}\right)^{2/(3N+1)} = \frac{1}{q_0} - \frac{K_S \theta}{2}$	$\left(\frac{P_0}{P}\right)^{1/N} = 1 - K_\theta \theta$	$\frac{P}{P_0} = 1 + K_C q_0^{N+1} \theta$

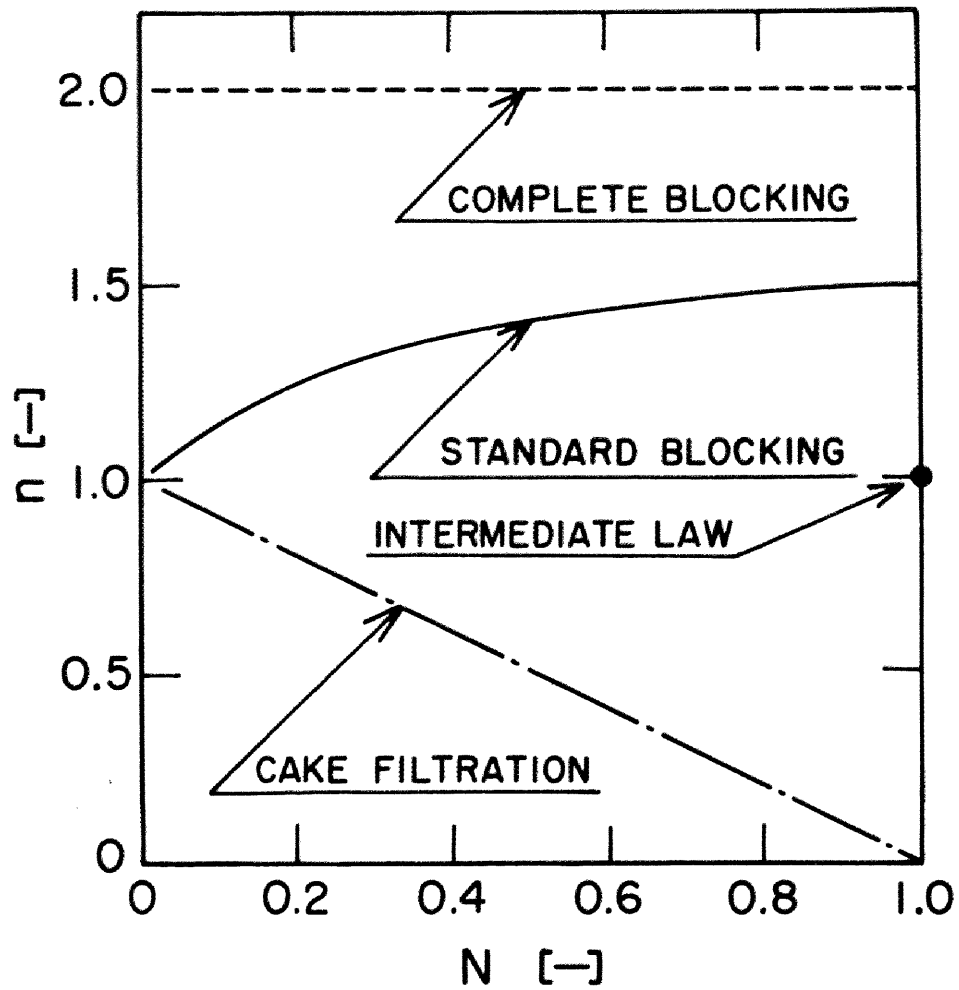


Fig.5-1 n vs. N for constant pressure filtration

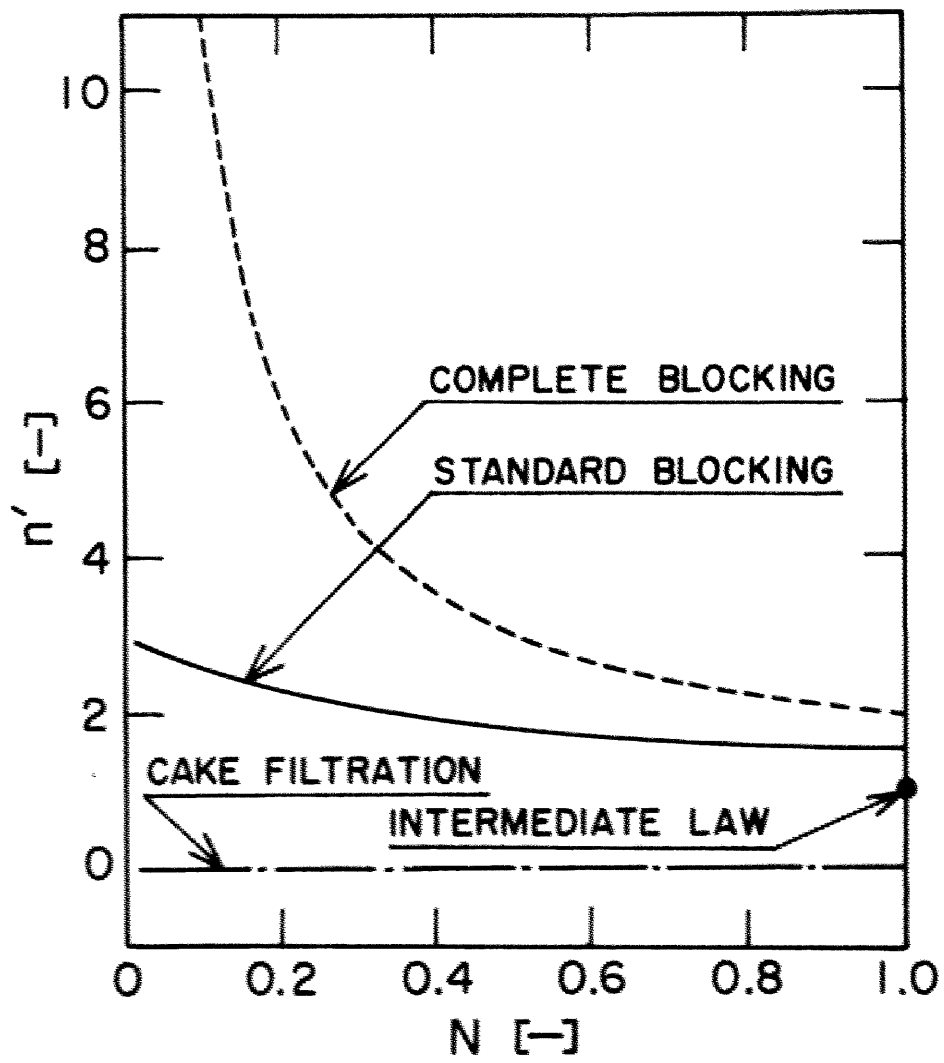
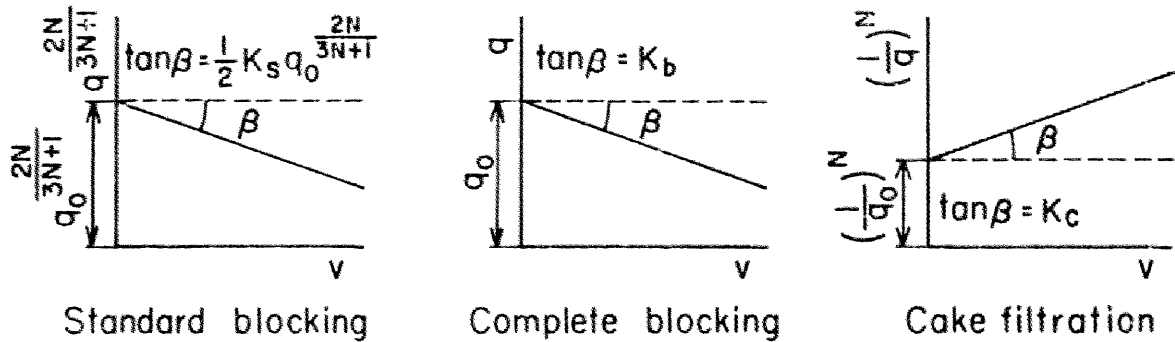
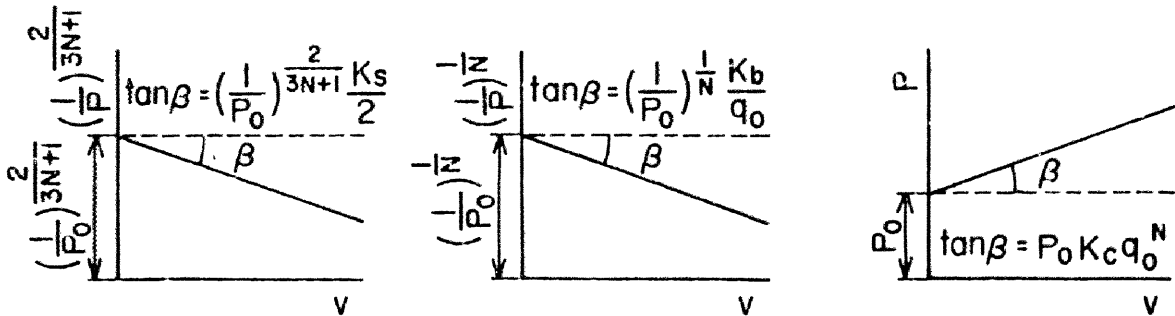


Fig.5-2 n' vs. N for constant rate filtration



Standard blocking Complete blocking Cake filtration

(a) For constant pressure filtration



(b) For constant rate filtration

Fig.5-3 Graphical identification of the various filtration laws of power-law non-Newtonian fluids

Fig. 5-2に示した。Nが小さくはり非ニュートン性が大きくなるにつれて、指数 n' は、標準閉塞ではニュートン流体の値1.5から徐々に増加し一定値3に近づき、完全閉塞ではニュートン流体の値2から急速に増加するが、ケーク汙過では一定値0となる。ニュートン流体の中間法則では $n'=1$ である⁹⁾。

汙過過程において、固体微粒子の捕捉分離機構が以上に述べた汙過法則の中のどれに支配されているかを判別し、その汙過定数を決定するためには、定圧汙過ではTable 5-1に示した関係式 $q=f(v)$ に従い、測定データを用いてFig. 5-3(a)のように点綴すればよい。汙過機構が標準閉塞であるならば、縦軸を $q^{2N/(3N+1)}$ 、横軸を v にとると右下がりの直線となり、切片の値 $q_0^{2N/(3N+1)}$ 、直線勾配 $\tan\beta$ の値 $\frac{1}{2}K_s q_0^{2N/(3N+1)}$ を用いて汙過定数 K_s の値が決定できる。完全閉塞では縦軸を q 、横軸を v にとると右下がりの直線、ケーク汙過では縦軸を $(1/q)^N$ 、横軸を v にとると右上がりの直線となり、直線勾配 $\tan\beta$ からそれぞれ汙過定数 K_a 、 K_c の値が求められる。一方、定速汙過では、Table 5-1に示した $P=f(v)$ の関数形を参照してFig. 5-3(b)のように点綴する。標準閉塞では縦軸を $(1/P)^{2/(3N+1)}$ 、横軸を v にとると右下がりの直線、完全閉塞では縦軸を $(1/P)^{1/N}$ 、横軸を v にとると右下がりの直線、また、ケーク汙過では縦軸を P 、横軸を v にとると右上がりの直線となり、各直線の切片と勾配 $\tan\beta$ の値を読めば、それぞれの関係式を参照して汙過定数 K_s 、 K_a および K_c の値を求めることができる。

5-6 総括

指数法則モデルに立脚して、ニュートン流体と非ニュートン流体の両者に通用できる一般化閉塞汙過法則を提出した。すなわち、標準閉塞法則、完全閉塞法則およびケーク汙過法則に対する汙過特性式等を導き、これら諸特性式が、定圧汙過と定速汙過のそれぞれ

に対して各汙過法則に依存するスツの定数を含む共通の微分方程式で表せることを明らかにした。本章で示した一般化閉塞汙過法則の諸式は、流動特性指数 $N=1$ とし、流体粘稠度係数 K の代わりにニュートン流体の粘度 μ を用いると、Hermans-Bredée¹⁰⁾ および Grace⁹⁾ によって提出された従来のニュートン流体の閉塞汙過の諸式と一致し、これら汙過特性式を利用すれば、粒子の捕捉機構をニュートン流体の場合も含めて測定データから図的に判別でき、汙過定数も実験的に決定できる。

本章は、Journal of Chemical Engineering of Japan, 12, NO2, 162 (1979) に発表されたものである。

結 言

本研究では、ニュートン流体の濾過においての濾過ケーキ内部の圧縮性を考慮した解析法に基づく、いわゆる近代濾過理論を基礎に、工業的に取扱われる非ニュートン流体のうち特に重要な指数法則流体を対象として、従来の濾過理論を再吟味し、ニュートン流体と非ニュートン流体の両者に適用できる一般化した濾過理論を提示し、定圧・定速・変圧変速のケーキ濾過および清澄濾過の解析法を確立させた。以上の結果を各章別に要約すると、つぎの通りである。

第二章においては、Rabinowitsch-Mooney 式の拡張式に基づき、指数法則非ニュートン流体の定圧濾過理論を提示した。すなわち、濾液の流動基礎式、濾過ケーキ内の圧縮圧力分布式、濾過速度式などの諸式を提出し、これら諸式は、流動特性指数 $N = 1$ とし、流体粘稠度係数 K の代わりにニュートン流体の粘度 μ を用いると、従来のニュートン流体の場合の諸式と一致することを示した。さらに、従来の圧縮透過実験の手法を用いて、ケーキの平均濾過比抵抗などの総括的濾過性状を比較的精度よく推定できることを示し、 N が平均濾過比抵抗に対し著しい影響を及ぼすことを明らかにした。また、非ニュートン性が顕著に付るにつれ、より緻密な濾過ケーキが形成されることを理論的に示した。

第三章においては、ケーキ内の固体粒子とともにその位置が移動していく座標の観点から、濾過ケーキの圧縮性の影響を厳密に考慮したより正確な指数法則非ニュートン流体の定圧濾過理論を提示し、濾液の流動基礎式、濾過速度式、濾過ケーキ内の濾液流速分布式、液圧分布式などの諸式を提出した。この理論に基づけば、濾過ケーキの総括的濾過性状だけでなく、内部状態をも正確に推定でき、濾過ケーキ内部の液圧分布の更測値はその推定結果とを比べてよい一致を示した。

第四章においては、まず定速および変圧変速汙過条件下での汙過ケーブ内の汙液流速分布式を与え、汙過圧力が一定の定圧汙過の場合には、第三章に示した汙液流速分布式と一致することを示した。汙過圧力の増加速度がそれほど大きくなければ、定速および変圧変速汙過過程においても第三章に示した汙液流速分布式は近似的に成立するので、定圧汙過過程の推定法を拡張して、指数法則非ニュートン流体の定速および変圧変速汙過過程の諸特性値の推定を行い、実測値とのよい一致を得た。変圧変速汙過については、ポンプの吐き出し特性が与えられたときの汙液量の時間的变化を推定する方法を示し、実験結果をかなり精度よく推定できることを示した。

第五章においては、指数法則モデルに立脚して、ニュートン流体と非ニュートン流体の両者に適用できる一般化閉塞汙過法則を提出した。すなわち、標準閉塞法則、完全閉塞法則およびケーブ汙過法則に対する汙過特性式を導き、これら諸特性式が、定圧汙過と定速汙過のそれぞれに対して、各汙過法則に依存する2つの定数を含む共通の微分方程式で表せることを明らかにした。これら汙過特性式を利用すれば、粒子の捕捉機構をニュートン流体の場合も含めて測定データから図的に判別できることを示した。

以上二に述べた研究結果が、今後の非ニュートン流体の汙過の理論的研究および工業汙過操作において何らかの形で一助となれば幸甚である。

主 要 記 号 表

A : 汙過面積	[m ²]
Q : 流路の断面形状に依存する値	[-]
Q ₀ : 流路の断面形状に依存する値	[-]
C : 単位汙液量あたりの毛管内固体体積	[-]
D : 管径	[m]
D _e : 相当直径	[m]
E _w : (4-2)式で定義される値	[-]
e : 部分空隙比	[-]
e _{av} : ケーク全体の平均空隙比	[-]
e _{avw} : ω = 0 ~ ω間のケークの平均空隙比	[-]
λ : (5-47) 式中の値	[汙過法則の種類により定まる次元]
λ' : (5-48) 式中の値	[汙過法則の種類により定まる次元]
J : (2-30) 式で定義される補正係数	[-]
J _{gen} : (3-13) 式で定義される補正係数	[-]
J _k : (3-16) 式で定義される補正係数	[-]
K : 流体の粘稠度係数	[Pa · s ^N]
K ₀ : (2-11) 式で定義される流路の断面形状に依存する値	[-]
K _N : (2-40) 式で定義される指数法則流体の定圧汙過係数	[m ^{$\frac{1+N}{N}$} / s]
K _B : (5-25) 式で定義される値	[s ⁻¹]
K _C : (5-38) 式で定義される値	[s ^N / m ^{1+N}]
K _S : (5-6) 式で定義される値	[m ⁻¹]
k : Kozeny 定数	[-]
L : ケーク厚さ	[m]
m : ケークの湿乾質量比	[-]
N : 流動特性指数	[-]
N' : 単位汙過面積あたりの毛細管数	[m ⁻²]

n	:(5-47)式中の値	[—]
n'	:(5-48)式中の値	[—]
P	: 汙過圧力	[Pa]
P_0	: 汙過開始時の汙過圧力	[Pa]
P_L	: 部分液圧	[Pa]
P_i	: ケーク表面のケーク圧縮圧力	[Pa]
P_m	: 汙材による圧力損失	[Pa]
P_s	: 部分ケーク圧縮圧力	[Pa]
q_0	: 汙過開始時の汙過速度	[m/s]
q_1	: 汙過速度	[m/s]
q_x	: ケーク内の位置 x における汙液の見掛け速度	[m/s]
R_m	: 汙材抵抗	[m ^{-N}]
r	: 管の任意の位置の半径	[m]
Y_H	: 水カ水深	[m]
Y_x	: ケーク内の位置 x における粒子の見掛け移動速度	[m/s]
S_0	: 粒子の有効比表面積	[m ² /m ³]
s	: スラリー中の固体の質量分率	[—]
T	: 汙液流路の屈曲率	[—]
U	: 直線的平均流速	[m/s]
U_e	: 汙液流路に沿う実際の平均流速	[m/s]
U_s	: スリッポ速度	[m/s]
u	: 固体粒子に対する汙液の見掛け相対速度	[m/s]
u_1	: 汙過速度	[m/s]
u_s	: 見掛けのスリッポ速度	[m/s]
v	: 単位汙過面積あたりの汙液量	[m ³ /m ²]
v_m	: 単位汙過面積あたりの仮想汙液量	[m ³ /m ²]
w	: 単位汙過面積あたりの全ケーク固体質量	[kg/m ²]
w_m	: 単位汙過面積あたりの仮想ケーク固体質量	[kg/m ²]

w_x : $x=0 \sim x$ 間の単位濾過面積あたりのケーキ固体質量
[kg/m²]

x : 濾材面からの距離 [m]

x_n : 清澄濾液単位体積あたりの粒子数 [m⁻³]

<ギリシャ文字>

α : 濾材を含めたニュートン流体の平均濾過比抵抗 [m/kg]

α_R : Ruthの平均濾過比抵抗 [m/kg]

α_{av} : ニュートン流体の平均濾過比抵抗 [m/kg]

α_x : ケーキ内の位置 x におけるニュートン流体の部分濾過比抵抗
[m/kg]

α_w : ケーキ内の位置 w におけるニュートン流体の部分濾過比抵抗
[m/kg]

γ : 濾材を含めた指数法則流体の平均濾過比抵抗 [m^{2-N}/kg]

$\dot{\gamma}$: 剪断速度 [s⁻¹]

γ_{av} : 指数法則流体の平均濾過比抵抗 [m^{2-N}/kg]

γ_R : Kozicki らによって提出された指数法則流体の平均濾過比抵抗
[m^{2-N}/kg]

γ_x : ケーキ内の位置 x における指数法則流体の部分濾過比抵抗
[m^{2-N}/kg]

γ_w : ケーキ内の位置 w における指数法則流体の部分濾過比抵抗
[m^{2-N}/kg]

ε : 部分空隙率 [-]

ε_{av} : 全ケーキの平均空隙率 [-]

ε_{avx} : $x=0 \sim x$ 間のケーキの平均空隙率 [-]

ε_p : 毛管壁に捕捉された粒子充てん層の空隙率 [-]

θ : 濾過時間 [s]

θ_m : 濾材抵抗に対応する仮想濾過時間 [s]

- μ : 流体粘度 [Pa·s]
 ξ : (2-12)式で定義される流路の断面形状に依存する値 [-]
 ρ : 流体密度 [kg/m³]
 ρ_s : 固体粒子の真密度 [kg/m³]
 τ : 剪断応力 [Pa]
 τ_w : 流路壁における剪断応力 [Pa]
 ω : 流体面からケーキ内の任意の位置までに存在する単位流体面積あたりのケーキ固体体積 [m³/m²]
 ω_0 : 単位流体面積あたりの全ケーキ固体体積 [m³/m²]

引用文献

- 1) Berndt, R., E. Heidenreich and R. Tittle : Chem. Tech., 28, 342, (1976).
- 2) Carman, P. C. : Trans. Instn. Chem. Engrs. (London), 15, 150 (1937).
- 3) Carman, P. C. : "Flow of Gases Through Porous Media", p. 13, Butterworth Scientific Publications, London (1956).
- 4) Christopher, R. H. and S. Middleman : Ind. Eng. Chem. Fundam., 4, 422 (1965).
- 5) Collins, R. E. : "Modern Chemical Engineering", Vol. I Physical Operation, p. 327, Reinhold (1963).
- 6) Fredrickson, A. G. and R. B. Bird : Ind. Eng. Chem., 50, 347 (1958).
- 7) Grace, H. P. : Chem. Eng. Progr., 49, 303 (1953).
- 8) idem : ibid., 49, 367 (1953)
- 9) idem : AIChE J., 2, 307 (1956)
- 10) Hermans, P. H. and H. L. Bredée : J. Soc. Chem. Ind., 55T, 1 (1936).
- 11) Ives, K. J. : Proc. Inst. Civil Engrs., 25, 345 (1963).
- 12) Ives, K. J. and V. Pienvichitr : Chem. Eng. Sci., 20, 965 (1965).
- 13) Ives, K. J. : Trans. Instn. Chem. Engrs. (London), 43, T238 (1965).
- 14) Iwasaki, T. : J. Amer. Wat. Wks. Ass., 29, 1591 (1937).
- 15) Kaplan, S. J., C. D. Morland and S. C. Hsu : Chem. Eng., 27, 93 (1979).
- 16) Kozicki, W., C. H. Chou and C. Tiu : Chem. Eng. Sci., 21, 665 (1966)
- 17) Kozicki, W. and C. Tiu : Can. J. Chem. Eng., 45, 127 (1967)
- 18) Kozicki, W., C. J. Hsu and C. Tiu : Chem. Eng. Sci., 22, 487 (1967).
- 19) Kozicki, W., C. Tiu and A. R. K. Rao : Can. J. Chem. Eng., 46, 313 (1968).
- 20) Kozicki, W., A. R. K. Rao and C. Tiu : Chem. Eng. Sci., 27, 615 (1972).
- 21) Larian, M. G. : "Fundamentals of Chemical Engineering Operations", p. 623, Prentice-Hall, Inc., New York (1958).

- 22) Mckinley, R.M., H.O. Jahns, W.W. Harris and R.A. Greenkorn: AICHE J., 12, 17 (1966).
- 23) Mizushina, T., N. Mitsuishi and R. Nakamura: Kagaku Kōgaku, 28, 648 (1964).
- 24) Rabinowitsch, B.: Z. Phys. Chem., A145, 1 (1929).
- 25) Ruth, B.F.: Ind. Eng. Chem., 25, 153 (1933).
- 26) idem: ibid., 27, 708 (1935).
- 27) idem: ibid., 38, 564 (1946).
- 28) Shirato, M. and M. Sambuichi: Kagaku Kōgaku, 27, 470 (1963).
- 29) Shirato, M., T. Aragaki, R. Mori and K. Sawamoto: J. Chem. Eng. Japan, 1, 86 (1968).
- 30) Shirato, M., M. Sambuichi, H. Kato and T. Aragaki: AICHE J., 15, 405 (1969).
- 31) Shirato, M. and T. Aragaki: Kagaku Kōgaku, 33, 205 (1969).
- 32) Shirato, M., T. Aragaki, R. Mori and K. Imai: ibid., 33, 576 (1969).
- 33) Shirato, M., H. Kato, K. Kobayashi and H. Sakazaki: J. Chem. Eng. Japan, 3, 98 (1970).
- 34) Shirato, M., T. Aragaki, K. Ichimura and N. Ootsuji: ibid., 4, 172 (1971).
- 35) Shirato, M., T. Murase, M. Negawa and H. Moridera: ibid., 4, 263 (1971).
- 36) Shirato, M., T. Aragaki, E. Iritani, M. Wakimoto, S. Fujiyoshi and S. Nanda: ibid., 10, 54 (1977).
- 37) Shirato, M., T. Murase, N. Hayashi and T. Fukushima: ibid., 10, 154 (1977).
- 38) Shirato, M., T. Aragaki and E. Iritani: ibid., 12, 162 (1979).
- 39) Shirato, M., T. Aragaki and E. Iritani: ibid., 13, 61 (1980).
- 40) Shirato, M., T. Aragaki, E. Iritani and T. Funahashi: ibid., 13, 473 (1980).

- 41) Sadowski, T. J. and R. B. Bird : Trans. Soc. Rheol. Part 2, 9, 243 (1965).
- 42) Schechter, R. S. : AIChE J. , 7 , 445 (1961).
- 43) Tiller, F. M. : Chem. Eng. Progr. , 49 , 467 (1953).
- 44) idem : ibid. , 51 , 282 (1955).
- 45) idem : AIChE J. , 4 , 170 (1958).
- 46) Tiller, F. M. and M. Shirato : ibid. , 10 , 61 (1964).
- 47) Wronski, S. , K. Ptasinski and J. Siwinski : Chem. Tech. , 25 , 273 (1973)
- 48) Wronski, S. and L. K. Laskowski : Chem. Tech. , 27 , 88 (1975).

謝 辞

本研究は、白戸紋平教授の終始御懇切なる御指導・御教授を賜わり、はじめて完成することができました。ここに心からなる深甚の謝意を捧げます。

なお本研究に際しましては、多大の有益なる御助言を賜わりました村瀬敏朗助教授，松山榮助手を始め、名古屋大学工学部化学工学科第一講座の教職員，卒業生ならびに学生の方々の貴重な御協力をいただきました。また、第七講座の新垣勉助教授には終始有益なる御助言と御鞭撻をいただきました。ここに心から御礼を申し上げる次第であります。

さらに、いろいろと御援助をいただいた旭硝子工業技術奨励会にも深く感謝いたします。化学工学のなお一層の発展を願いつつ、よりよき研究環境の維持に絶えず努力されております化学工学科の諸先生方に対し、ここにあらためて深く謝意を表します。