

補剛材つき板の座屈強度に関する 基礎的研究

1976年3月

宇佐美 勉

謝

辞

この論文の内容の多くの部分は、著者が土木学会・本州四国連絡橋鋼上部構造調査研究委員会・座屈分科会（主査：福本嘸士名古屋大教授）の委員（昭和48年～現在）として同委員会に提出した資料に基づいている。有益な御意見を寄せられた同委員会諸氏に深謝したい。

著者がこの論文の研究を始めたのは、名古屋大学福本嘸士教授のお勧めによるものであり、現在に至るまで同教授から受けた御懇篤なる御指導，御助言に深く感謝したい。また，名古屋大学成岡昌夫教授および川本朧万教授からは，常に暖かい激励の言葉をたまわった。ここに記して厚く御礼申し上げる。

なお，第5章に述べる実験は，当時名古屋大学大学院在学の岡本良夫氏（現在日本鋼管K.K.）および現在大学院在学中の山口康一氏が実施したものである。また，愛知工業大学青木徹彦講師からは，実験装置の製作にあって多大の御尽力を得た。

目 次

謝 辞

第1章 序 論	1
1.1 圧縮力または圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の強度に関する既往の研究の展望	1
1.2 本論文の内容と構成	4
図	7
第2章 補剛板の座屈解析	8
2.1 緒 言	8
2.2 数値計算方法	8
2.3 解の収束状態	15
2.4 結 論	16
2.5 補 遺	17
図	21
第3章 一様圧縮を受ける補剛板の弾性座屈強度－補剛材のねじり剛性の影響－	29
3.1 緒 言	29
3.2 数値計算結果	29
3.3 結 論	88
3.4 補 遺	84
図	86
第4章 一様圧縮を受ける補剛板の非弾性座屈強度	41
4.1 緒 言	41
4.2 数値計算結果	41
4.3 結 論	47
図	49
第5章 一様圧縮を受ける補剛板の耐荷力実験および設計式の提案	60
5.1 緒 言	60
5.2 実験計画	60
5.3 実験概要	60
5.4 実験結果および考察	62
5.5 設計式の提案	64
5.6 結 論	66
表・図・写真	68

第6章 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の弾性座屈強度および それに基づく設計式の提案	81
6.1 緒 言	81
6.2 等間隔に補剛された板	82
6.3 不等間隔に補剛された板	87
6.4 結 論	91
6.5 付 録	92
表・図	95
第7章 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の非弾性座屈強度	103
7.1 緒 言	103
7.2 解析方法および結果	103
7.3 結 論	106
図	107
第8章 局部座屈の影響を考慮した柱の曲げ座屈に関する一考案	111
8.1 緒 言	111
8.2 柱の局部座屈と全体座屈の連成強度	111
8.3 局部座屈を許した柱の強度の一考案	114
8.4 結 論	116
図	117
第9章 結 言	118
参考文献	122
記 号	129

第1章 序 論

軸方向圧縮力または曲げと軸方向圧縮力を受ける部材は、部材全体から定まる不安定現象（曲げ座屈または横ねじれ座屈で全体座屈と総称する）に対して安全であると同時に、それを構成する板要素の局部座屈を防止するように設計するのが普通である。全体座屈は主として柱の細長比を適切に選ぶことによって防止でき、また早期の局部座屈は板要素の幅厚比を制限すれば防ぐことができる。ところが、最近のように巨大な鋼構造物が建設されるようになると、柱材の断面形状もまた非常に大きなものとなって板要素のみで早期の局部座屈を防止することは不経済または施工上から不可能になり、補剛材として、縦、横のリブを配置して板要素の局部座屈強度を高める必要が生じてくる。このようリブによって補剛された板（補剛板）の設計に対する考え方は、部材の種類、板要素が部材の中で占める位置などによって異ってくる。たとえば、中心軸圧縮柱の場合には、柱のもつ初期曲がり、残留応力の影響などにより、柱は載荷の初期から側方へまがり始め、断面の一部が降伏域に入った後、最大強度に達する。したがって、わん曲した圧縮側のフランジ板に注目すると、この板要素はつねに降伏点応力まで一様圧縮されることになり、設計上は、全断面降伏荷重に達するまで局部座屈を起さないことが必要な条件となってくる。また、軸方向圧縮力と曲げモーメントを受ける柱（はり－柱、*Beam-Column*）の場合には、その腹板を構成する板要素には圧縮力と曲げモーメントが作用することになり、弾性設計のもとでは、最大圧縮応力が降伏点応力に達するまでこの板要素が局部座屈崩壊を起さないことが必要な条件となってくる。

この論文は、柱材を構成する上述のような補剛板の座屈強度および設計式の提案について述べたものである。ここでは、実用上重要と思われる縦方向のリブによって補剛された板を取り上げ、それに圧縮力または圧縮力と曲げモーメントが作用したときの座屈強度を、主として、残留応力の影響に注目して理論的、実験的に求めている。次節においては、まず圧縮力または圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の強度に関する既往の研究の展望を行って本研究の位置づけを行い、最終節では本論文の構成内容について述べる。

1.1 圧縮力または圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の強度に関する既往の研究の展望

(1) 弾性座屈強度

補剛板の弾性座屈に関してはTimoshenkoが1921年に発表した著名な論文¹⁾以来、数多くの研究があり、それらの成果はTimoshenko²⁾, Bleich³⁾, Kollbrunner・Meister⁴⁾, Bulson⁵⁾の著書に詳述されている。

いま、図－1に示すような補剛板を考えると、その弾性座屈強度は一般に次式で表わされる。

$$\sigma_{1cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 σ_{1cr} = 最大圧縮応力 σ_1 で表わした座屈応力、 E = 弾性係数、 ν = ポアソン比、 b = 載荷辺の板幅、 t = 板厚であり、 k は座屈係数 (*Buckling Coefficient, Beulwerte*) と言われ、補剛材断面は一定とし、そのねじり剛性を無視すれば、次の様な関数で表わされる。

$$k = k(\phi, \alpha, \gamma, \delta, \eta_i, B.C.) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\phi = (\sigma_1 - \sigma_2) / \sigma_1$ 、 α = 板の縦横寸法比 (*Aspect ratio*)、 γ = 補剛材の曲げ剛度と板の曲げ剛度の比 (曲げ剛比)、 δ = 補剛材と板の断面積の比 (面積比)、 η_i = 補剛材の位置、 $B.C.$ = 板の周辺条件、である。従って、補剛板の弾性座屈強度に関する研究は、結局、式(2)の座屈係数を求めることに集約され、板の種々の周辺条件、応力状態についての計算結果は、上記の著書以外にも、*Klöppel・Scheer*⁶⁾、*Klöppel・Möller*⁷⁾、日本長柱委員会⁸⁾、日本溶接協会⁹⁾などの文献に図表の形で網らされている。いま、曲げ剛比 γ 以外のパラメーターを固定して γ のみを上昇させてゆくと、座屈係数は上昇するが、 γ がある値に達すると一定値に収束してしまい、それ以上大きな曲げ剛比を持つ補剛材を使用する意味がなくなる。この限界の曲げ剛比を最適剛比と称し、補剛材がその機能の最大限を発揮するときの曲げ剛性の最小値を表わす。このときの補剛板の座屈モードは補剛材軸に沿って板のたわみが完全に拘束された状態になる。しかし、このような最適剛比の概念は、補剛材のねじり剛性を無視したときのみ意味を持つ。すなわち、補剛材のねじり剛性を考慮すると、それを無視したときの座屈係数の上限値よりも、座屈係数は上昇することが可能になってくる。補剛材のねじり剛性が補剛板の圧縮座屈強度に及ぼす影響は、*Wah*¹⁰⁾、楠田^{11), 12)}などにより既に検討されているが、2, 3 の特定の例について解が示されているだけであり、十分解明されているとは言い難い。著者¹³⁾は、最近、この問題について詳細な検討を行っている。また、長谷川・太田・西野の最近の論文¹⁴⁾もこれについて考察を行っている。

(2) 圧縮力を受ける補剛板の非弾性座屈強度および耐荷力

上記のいわゆる線形弾性座屈理論より得られる結果は、補剛板の設計に対する基礎的資料を与えるという点で非常に重要であるが、現実の板要素には種々の初期不整が存在し、これが補剛板の強度を低下させる。初期不整としては、溶接にともなう生ずる残留応力および初期たわみが考えられる。

圧縮力を受ける無補剛板の座屈強度に与える残留応力の影響については数多くの理論的、実験的研究成果があり、それらは現在のわが国の鋼橋の設計基準^{15), 16)}に十分反映されている。この分野におけるわが国の研究者による貢献はとりわけ大きく、上田^{17), 18)}、西野^{19), 20)}、福本²¹⁾らの研究により、柱材に用いられるような比較的幅厚比の小さい板の圧縮強度は、残留応力を考慮した塑性変形理論によって求められる非弾性座屈強度とよく一致することが見い出されている。一方、補剛板の座屈強度に与える残留応力の影響については、現行の設計基準では、板パネルの残留応力のみが影響をもつと考えている。しかし、著者ら^{13), 14)}の研究により、補剛材に存在す

る残留応力も補剛板の座屈強度を著しく低下させることが明らかになった。これは、残留応力によってもたらされる補剛材の早期の降伏により、その有効剛性が著しく減少することに起因する。この影響を考慮した新しい設計基準案として本州・四国連絡橋吊橋の主塔を対象とした文献²²⁾がある。

無補剛板または補剛板の圧縮強度を残留応力のみを初期不整として考慮した非弾性座屈強度で捉える考え方は、幅厚比が比較的小さい板に対しては有効であるが、幅厚比がある程度大きくなると、初期たわみの影響が無視できなくなり、また、後座屈強度もかなり期待できることになる。従って、このような板では、初期たわみおよび残留応力を同時に考慮した大変形解析から強度を求める必要がある。しかしながら、このような解析を厳密に行うことは、有限要素法を初めとする現在の進歩した構造解析法をもってしても非常に困難になってくる。したがって、無補剛板に対しては2, 3の厳密な解析結果^{23), 24), 25)}が発表されているものの、補剛板に対しては何らかの仮定または条件を設けた近似解が発表されているのみである。すなわち、1) 残留応力を無視した弾性大変形解析から補剛板の弾性限荷重を求めそれを補剛板の強度と考える方法^{26)~80)}、2) 補剛材間板パネルの板としての強度および補剛材のはり一柱としての曲げ座屈、ねじり座屈強度の最小値を補剛板の強度と考える方法^{31)~35)}、3) 剛塑性解析から補剛板の強度を推定する方法^{86), 87)}などがある。箱桁橋の設計指針として最近発表された *Merrison Report*⁸¹⁾ は、上記2)の考えに基づいたものである。

補剛板の圧縮強度に関する実験的研究も最近ではかなりの数が発表されている。わが国においては、伊藤・田島の箱形断面短柱を用いて行った実験⁸⁸⁾、80キロ鋼一枚板を用いて行った小松・吉川・牛尾の実験⁸⁹⁾を初め、名古屋大学⁴⁰⁾、東京大学⁴¹⁾、大阪大学・日立造船⁴²⁾、建設省土木研究所⁴³⁾、京都大学⁴⁴⁾などの諸機関で大規模な実験が行なわれている。これらの実験結果より、残留応力の影響による補剛板強度の低下が著しいことおよび板パネルの残留応力の影響のみを考慮して求められた現行のわが国の鋼橋設計示方書の規定は危険側にあることなどが指摘されている。一方、1970年前後に頻発した箱桁橋の落橋事故を契機に、国外においても補剛板の圧縮強度に関する実験的研究が盛んに行なわれ、*Dubas*⁴⁵⁾、*Massonnet-Maquoi*²⁹⁾、*Dorman-Dwight*⁴⁶⁾、*Murray*^{86), 87)}、*Schmidt*⁸⁵⁾などの研究がある。これらの研究はいずれも架設時に圧縮応力を受ける箱桁橋引張フランジを対象としたもので、比較的幅厚比の大きい補剛板を用いて実験が行なわれており、主として、初期たわみ等の幾何学的不整の影響に注目した検討が行なわれている。

(3) 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の強度

圧縮力と曲げモーメントを受ける箱形またはI形断面などは、腹板が局部座屈を起しても必ずしも断面全体の崩壊に結びつかず、腹板は一般にかなりの後座屈強度を有する。このような腹板座屈後の断面の挙動を解析することは非常に難しく、純曲げの場合にはプレート・ガーダーの曲げ耐力として数多くの理論的、実験的研究があるものの、圧縮力と曲げモーメントを受ける断

面に対する研究は、無補剛板よりなる箱形断面を用いた 2, 3 の理論的、実験的研究^{47), 48)}を除いて皆無の状態である。しかも、これらの研究も設計に利用されるまでには至っていない。そこで、多くの国の設計基準では、腹板の強度は圧縮力と曲げモーメントを受ける無補剛または補剛板の座屈強度を基本にし、安全率を一樣圧縮を受ける板より低減させることにより後座屈強度の影響を考慮している。たとえば、道路橋設計示方書による無補剛板の設計では、板パネルの残留応力の影響を考慮した板の座屈強度を基本強度と考え、一樣圧縮を受ける板に対しては安全率を 1.7、純曲げを受ける板に対しては安全率を 1.4 とし、圧縮力と曲げモーメントを受ける板に対する安全率は応力勾配に応じてそれらの間を直線的に変化させている。また、補剛板に対しては、補剛材によって分割された各サブパネルについて上記の考えを適用することになる。一方、*Merrison Report*³¹⁾による腹板の設計指針は上記の考えと多少異り、補剛板の耐荷力を基本にしている。補剛板の耐荷力は、一樣圧縮と場合と同様な考えに基づいて求められている。

1.2 本論文の内容と構成

本論文は補剛板の弾性域および残留応力を考慮した非弾性域での座屈強度に関する内容をその主要構成としている。各章で扱われている内容を概説すると次の通りである。

第 2 章は本論文の基礎となる補剛板の弾性・非弾性座屈の解析方法について述べたものである。対象は、長方形または T 形断面補剛材によって縦方向に補剛された板である。解析方法は *Cheung*⁴⁹⁾が板の曲げ問題に用いた有限帯板法 (*Finite Strip Method*) を座屈解析に適用したものである^{13), 14), 50), 51)}。解析には補剛材の曲げ剛性の他にねじり剛性も考慮している。また、初期不整として溶接にともなう残留応力を考慮し、塑性変形理論に基づいた補剛板の非弾性座屈強度を求める数値計算方法を詳述している。

第 3 章は一樣圧縮を受ける等間隔補剛板の弾性座屈強度におよぼす補剛材ねじり剛性の影響について述べたものである。補剛材のねじり剛性を考慮すると、補剛板の座屈係数に関する最適剛比の概念は成立せず、補剛材の曲げ剛比および補剛材幅厚比を適当に選べば座屈係数をほぼ 30% 程度上昇させることが可能であることを述べている。

第 4 章は一樣圧縮を受ける等間隔補剛板の非弾性座屈について述べたものであり、板パネルの残留応力のみならず補剛材に存在する残留応力の影響が非常に大きいことを指摘している。長方形断面リブによって補剛された板の解析結果から、板パネルの残留応力のみを考慮して求められた現行設計示方書の最大幅厚比 (全断面降伏荷重が期待される幅厚比) および必要剛比を有する補剛板は、実際には、全断面降伏荷重の 80 ~ 90% 程度で座屈することがわかった。次に、補剛材残留応力の影響による附加的な強度低下を避ける方法として、補剛材に板パネルよりも高強度鋼材を使用する (ハイブリッド補剛板) ことが有効なことを示し、補剛材の降伏応力を板パネルのその 1.85 ~ 1.4 倍程度以上高くなるように鋼種を選べば現行設計示方書の規定が十分安全であることを

示している。また、T形断面リブによって補剛された板に対しては、補剛材剛比の上昇による座屈強度の上昇は著しく、現行設計示方書の必要剛比の2～4倍程度の剛比を補剛材に与えれば、現行設計基準はほぼ安全であることを示している。

第5章は一樣圧縮を受ける補剛板の耐荷力実験結果および基本強度式の提案について述べたものである。実験は板の4周が単純支持となるような特別の治具を考案して一枚板で行っている。補剛材断面はすべて長方形で、板と補剛材の鋼種は同一としている。補剛材本数は3, 4および5本、板の幅厚比は現行設計示方書の最大幅厚比に等しいものを中心にしてその70～110%と変化させ、補剛材剛比は現行設計示方書の必要剛比の1～4倍とし、合計27体の耐荷力実験を行った。また、耐荷力実験とは別に、残留応力を7体の補剛板について測定した。これらの実験により、理論非弾性座屈強度は補剛材剛比が必要剛比にほぼ等しい補剛板の場合には実験より得られた耐荷力とよく一致するが、剛比が必要剛比の2～4倍の補剛板に対しては多少低めの値を与えることがわかった。また、他の機関で行なわれた実験結果も参照して補剛板の設計基本強度の提案式を求めている。この提案式は板パネルの幅厚比が現行設計示方書の最大幅厚比の2倍程度までかなりよい精度で適用できる設計式であることを示している。

第6章は圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の弾性座屈強度およびそれに基づく設計式の提案について述べたものである。このような補剛板の設計に対する現行設計基準は種々の不備な点が見られる⁵²⁾ため、その改訂案を提供しようとするのがこの章の目的である。まず、等間隔に補剛された板の弾性座屈係数の近似式を直交異方性板理論から導びき、それをもとに補剛板の設計最小板厚（または、最大幅厚比）、補剛材の必要剛比を与える式を求めている。これらの設計式は、道路橋示方書の一様圧縮を受ける補剛板に対する規定を拡張したものである。つぎに、不等間隔に補剛された板に対しては、まず補剛材によって仕切られた各サブパネルが作用応力によって同時に弾性座屈を起すという条件で補剛材の最適位置を定め、その位置に補剛材が配置されたときの補剛板の設計最小板厚、補剛材必要剛比を与える式を等間隔補剛板と同様な観点から求めている。以上の設計式はいづれもわが国の現行設計基準と同じ観点に立ち、板パネルの残留応力の影響を座屈パラメータ R_{cr} ^{15), 16)}の低減という形で処理し、後座屈強度の影響を安全率の低減という形で考慮したものである。

第7章は圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の残留応力を考慮した非弾性座屈強度について述べたものである。対象は等間隔補剛板または補剛材が第6章で求めた最適位置に不等間隔に配置された板であり、補剛材剛性は第6章で求めた必要剛性に等しいとしている。また、圧縮力と曲げモーメントは比例的に負荷されるものとしている。計算結果より、圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の座屈強度も、一様圧縮のときと同様に、補剛材の残留応力の影響を強く受ける。しかし、この影響は、曲げモーメントと圧縮力の比（すなわち、作用応力の勾配）がある程度大きくなると無視できるようになることがわかった。

第8章は、局部座屈が中心軸圧縮柱の全体座屈におよぼす影響に関する既往の研究をまとめ、考察を考えたものである。現行の鋼橋の設計示方書では、先に述べたように、柱を構成する板要素は全断面降伏荷重に達するまで局部座屈を起さないように幅厚比を定めることを規定としているが、このような設計方法は必ずしも経済的ではなく、柱の長さが大きい場合には、局部座屈を許した設計方法の方がより経済的になる可能性があることを示唆している。

第9章は結言であり、本論文の総括を行っている。

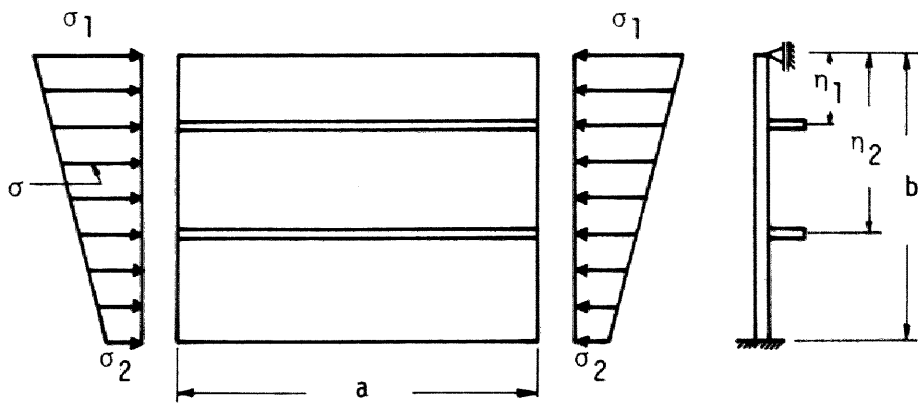


Fig. 1 A Rectangular Plate with Longitudinal Stiffeners.

第2章 補剛板の座屈解析

2.1 緒 言

ここでは、一方向から圧縮応力を受ける縦方向補剛材つき長方形板の弾性および非弾性座屈の数値計算方法について述べる¹⁾。用いた計算方法は有限帯板法である。この方法は、2次元問題を1次元問題に置換できるために未知量が有限要素法に比べ非常に少くなり、また、差分法とは異り要素の剛性を表わす係数が積分の形で得られるため、Simpson 公式を適用することによりかなりの精度で各要素の剛性を評価できる利点がある。

2.2 数値計算方法

解析の対象としたものは図-1に示すような一方向の圧縮力を受ける縦方向補剛材つき板である。ここでは、板の載荷辺は単純支持であるが非載荷辺の境界条件は任意、また補剛材の本数およびその位置は任意、という一般的な場合を考えている。まず、解析に用いる仮定ならびに条件を列挙すれば次のようになる。

- a) 板および補剛材の材質は等しく、かつ、完全弾塑性体としてひずみ硬化を考えない。
- b) 板および補剛材には初期変形がなく座屈するまで真直である。
- c) 板および補剛材には溶接による残留応力が圧縮力方向の初期応力として存在し、その応力分布は板の長さ方向一様である。
- d) 座屈時にはひずみの反転は起らないものとし、塑性域ではBijlaardの塑性変形理論²⁾を用いる。
- e) 載荷辺は単純支持されているものとし、板の長さ方向の座屈波形は正弦曲線で近似する。
- f) 補剛材は長方形またはT形断面で片側配置とする。
- g) 補剛材断面はすべて等しいものとする。

さて、いま板の任意位置に図-1の斜線で示したような帯板要素 ij を考え、この要素の幅を ξb (b は板の総幅) として座標軸を図のようにとる。この補剛板が座屈を起した時に生じる x, y 軸まわりの曲げモーメントを、それぞれ、 M_x, M_y 、ねじりモーメントを M_{xy} 、 z 方向の変位を w とし、座屈直前に x 軸方向に作用している残留応力を含めた軸方向圧縮応力を σ とすれば、帯板要素 ij に対する仮想仕事の式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^a \int_0^{\xi b} \left(M_x \frac{\partial^2 (\delta w)}{\partial x^2} + M_y \frac{\partial^2 (\delta w)}{\partial y^2} \right. \\
 & \left. - 2 M_{xy} \frac{\partial^2 (\delta w)}{\partial x \partial y} + \sigma \cdot t \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial (\delta w)}{\partial x} \right) dx \cdot dy \\
 & = \int_0^a V_y \cdot \delta w \Big|_0^{\xi b} dx - \int_0^a M_y \frac{\partial (\delta w)}{\partial y} \Big|_0^{\xi b} dx \dots\dots\dots (1)
 \end{aligned}$$

ここに、 t は板の厚さ、 a は板の x 方向の長さ、 δw は仮想変位、 V_y は y 断面に作用するせん断力を表し、 M_x, M_y, M_{xy}, V_y の正の方向は文献⁴⁾の規則に従うものとする。曲げモーメント M_x, M_y 、ねじりモーメント M_{xy} と曲率との間には *Bijlaard* の塑性理論に従えば次式が成り立つ。

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} \kappa_1 & \kappa_2 & 0 \\ \kappa_2 & \kappa_3 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\partial^2 w / \partial x^2 \\ -\partial^2 w / \partial y^2 \\ 2\partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 D は板の曲げ剛度である。上式の係数 $\kappa_1 \sim \kappa_4$ は弾性域ではポアソン比 ν のみに関する定数であるが、塑性域では塑性ひずみの関数となり、次式で表わされる^{5), 6)}：

弾性域

$$\kappa_1 = \kappa_3 = 1.0, \quad \kappa_2 = \nu, \quad \kappa_4 = \frac{1-\nu}{2}$$

塑性域

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{1-\nu^2}{5-4\nu+3e} & \kappa_2 &= \frac{2(1-\nu^2)}{5-4\nu+3e} \\ \kappa_3 &= \frac{4(1-\nu^2)}{5-4\nu+3e} & \kappa_4 &= \frac{1-\nu^2}{2(1+\nu)+3e} \end{aligned}$$

ここに、 $e = |\epsilon^p / \epsilon_y|$ であり、 ϵ^p は塑性ひずみ成分を表わす。

次に、帯板 ij のたわみ w の近似式として、 x 軸方向には半波の正弦曲線、 y 軸方向にはより要素の曲げの問題と同様に i, j 節線でのたわみ w_i, w_j およびたわみ角 θ_i, θ_j を用いた 3 次多項式を利用する。すなわち w を

$$w = b [\phi(\bar{y})] \{W\} \sin \frac{\pi x}{a} \dots\dots\dots (3)$$

とおく。ここに、

$$\{W\}^T = [w_i/b, \theta_i, w_j/b, \theta_j] \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} [\phi(\bar{y})] &= [1-3\bar{y}^2+2\bar{y}^3, \xi(\bar{y}-2\bar{y}^2+\bar{y}^3) \\ &\quad \bar{y}^2(3-2\bar{y}), \xi(-\bar{y}^2+\bar{y}^3)] \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

である。上式中、 $[]$ は行ベクトル、 $\{ \}$ は列ベクトル、 T は転置行列を表わし、 $\bar{y} = y/\xi b$ である。さらに、式(1)の右辺の V_y および M_y をたわみ w と同様に x 軸方向に半波の正弦曲線を用いて次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} V_y &= (D/b^2) \cdot \bar{V}(\bar{y}) \cdot \sin \pi x/a \\ M_y &= (D/b) \cdot \bar{M}(\bar{y}) \cdot \sin \pi x/a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\bar{V}(\bar{y})$, $\bar{M}(\bar{y})$ は無次元量で \bar{y} のみの関数である。式(2), (3), (6)を式(1)に代入し、 x に関する積分を実行すれば最終的に、次に示すような要素の剛性方程式が得られる。

$$([S] - \lambda^2 [S_G]) \{W\} = (\alpha/\pi)^2 \{\bar{F}\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 λ は無次元化した板の幅厚比、 α は板の縦横寸法比 (*Aspect ratio*) で、それぞれ次式で定義される。

$$\lambda = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \dots\dots\dots (8.a)$$

$$\alpha = \frac{a}{b} \dots\dots\dots (8.b)$$

ここに、 σ_Y は降伏応力、 E は弾性係数である。

また、 $[S]$, $[S_G]$ は、それぞれ、帯板要素 ij の曲げの剛性行列、安定係数行列で次式に示すようになる。

$$\left. \begin{aligned} [S] &= \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 \xi \int_0^1 \kappa_1 \{\phi\} \{\phi\} d\bar{y} + \frac{1}{\xi} \left(-\int_0^1 \kappa_2 (\{\phi''\} \{\phi\} + \{\phi\} \{\phi''\}) d\bar{y} \right. \\ &\quad \left. + 4 \int_0^1 \kappa_3 \{\phi'\} \{\phi'\} d\bar{y} \right) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{\xi^3} \int_0^1 \kappa_3 \{\phi''\} \{\phi''\} d\bar{y} \\ [S_G] &= 12(1-\nu^2) \xi \int_0^1 \frac{\sigma}{\sigma_Y} \{\phi\} \{\phi\} d\bar{y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、' (*Prime*) は \bar{y} についての微分を表わす。

$\{\bar{F}\}$ は帯板要素の節線に作用する節線力を集めたベクトルで、

$$V_i = -\bar{V}(0), \quad V_j = \bar{V}(1), \quad M_i = \bar{M}(0), \quad M_j = -\bar{M}(1)$$

とおくと、

$$\{\bar{F}\}^T = [V_i, M_i, V_j, M_j]$$

で表わされる。

次に、図-2(a)に示すように帯板要素の節線 i に補剛材がある場合に、この節線での座屈後のつり合い条件式を導く。いま、図-2(b)のように板と補剛材を切り離したときに、それらの間に働く z 方向の力および x 軸まわりのモーメントを、それぞれ、 $q_i(x)$ および $m_i(x)$ とする。これらを無次元量 \bar{q}_i , \bar{m}_i を用いて次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} q_i(x) &= (D/b^2) \cdot \bar{q}_i \cdot \sin \pi x/a \\ m_i(x) &= (D/b) \cdot \bar{m}_i \cdot \sin \pi x/a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

したがって、節線 i の左および右端に作用する板の無次元化したせん断力、曲げモーメントを、図-2(b)のように、 V_i^l, M_i^l および V_i^r, M_i^r とすれば、節線 i での力のつり合い条件は

$$V_i^l + V_i^r = -\bar{q}_i, \quad M_i^l + M_i^r = -\bar{m}_i \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。次の上式の \bar{q}_i, \bar{m}_i と i 節線での板の変位 w_i, θ_i との関係式を求めるが、その際、補剛材の座屈後の変形に関して以下のような仮定を設ける。

- h) 補剛材の断面変形 (*Distortion*) は考えない。
- i) 曲げ変形の中立軸は図-2(a)の A 点を通して板面に平行な軸に一致する。
- j) ねじり変形の中心は A 点に拘束されているものとし、A 点は z 方向に変位および x 軸まわりに回転するのみで y 方向には変位しない。

仮定 i) は片側補剛材が座屈するときは板の相当部分も補剛材として有効に働くことを考慮したもので、DIN4114 ならびにわが国の示方書で用いられている考え方である。また、仮定 j) は Bleich⁷⁾ によって補剛材のねじり座屈の解析に用いられたものである。さて、いま座屈前の補剛材断面に対して図-2(b)に示すように A 点を原点にして直角座標 y, z を考え、補剛材が座屈を起したときの A 点の z 方向変位を w_s 、ねじり角を φ_s とすれば、補剛材の座屈後のつり合いを表わす微分方程式は次のようになる⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} q_i(x) &= B_y \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} + P_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\ m_i(x) &= \left\{ C_\omega + B_z (d + z_0)^2 \right\} \frac{\partial^4 \varphi_s}{\partial x^4} \\ &\quad - \left\{ C_T + K - P_s (d^2 - z_0^2) \right\} \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 P_s は座屈直前に補剛材に作用している残留応力を含めた圧縮応力の合力、 B_y, B_z, C_ω, C_T は座屈直前の応力状態から定める補剛材の剛度で、それぞれ、 y 軸まわりの曲げ剛度、 z 軸まわりの曲げ剛度、せん断中心に関するそりねじ剛度、*St. Venant* のねじり剛度を表わす。また、 d は A 点から補剛材の弾性部分の重心までの距離、 z_0 は補剛材の弾性部分の重心からせん断中心までの距離であり、 K は次式で与えられる。

$$\bar{K} = - \int_{A_s} \sigma_s \{ y_s^2 + (z_s - d - z_0)^2 \} dA \quad \dots\dots\dots (13)$$

上式中、 A_s は補剛材断面積、 σ_s は座屈直前に補剛材の z_s 軸上に作用している残留応力を含めた圧

縮応力である。ところが、 w_s, φ_s は板の i 節線での変位によって

$$w_s = (w)_{y=0}, \quad \varphi_s = (\partial w / \partial y)_{y=0}$$

と表わされるから、式(3), (10), (12)より次式が得られる。

$$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \bar{q}_i = [\gamma \bar{B}_y \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 - 12(1-\nu^2) \delta \bar{P}_s \lambda^2] \cdot \left(\frac{w_i}{b}\right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \bar{m}_i = & [\gamma_\omega C_\omega + \gamma_z \bar{B}_z (\bar{d} + \bar{z}_0)^2] \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 + \gamma_T \bar{C}_T \\ & - 12(1-\nu^2) \delta \gamma_p (\bar{K}_p + \bar{P}_s \bar{d}^2) \lambda^2] \cdot (\theta_i) \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここに、 $\gamma, \delta, \gamma_\omega, \gamma_z, \gamma_T, \gamma_p$ は補剛材の特性を表わすパラメーターで、それぞれ、曲げ剛比、面積比、そりねじり剛比、弱軸まわりの曲げ剛比、*St. Venant* のねじり剛比、極2次半径比と称し、

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{EI_y}{bD} & \delta &= \frac{A_s}{bt} & \gamma_\omega &= \frac{EI_\omega}{b^3 D} \\ \gamma_z &= \frac{EI_z b_s^2}{b^3 D} & \gamma_T &= \frac{GK_T}{bD} & \gamma_p &= \left(\frac{b_z}{b}\right)^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16 a \sim f)$$

と定義される。上式中、 EL_y, EI_z, EI_ω および GK_T は弾性域における補剛材の剛度で、それぞれ、 B_y, B_z, C_ω および C_T に対応する量であり、 b_s は補剛材腹板の高さである(図-3参照)。式(16)のパラメーターは、弾性・非弾性域を問わず一定の量であるが、残りのパラメーター、 $\bar{B}_y, \bar{B}_z, \bar{C}_\omega, \bar{C}_T, \bar{d}, \bar{z}_0, \bar{P}_s$ および \bar{K}_p は塑性領域の拡がりによって変化する量であり、それぞれ次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{B}_y &= \frac{B_y}{EI_y} & \bar{B}_z &= \frac{B_z}{EI_z} & \bar{C}_\omega &= \frac{C_\omega}{EI_\omega} & \bar{C}_T &= \frac{C_T}{GK_T} & \bar{d} &= \frac{d}{b_s} \\ \bar{z}_0 &= \frac{z_0}{b_s}, & \bar{P}_s &= \frac{P_s}{A_s \sigma_Y}, & \bar{K}_p &= -\frac{\bar{K}}{bD} \frac{1}{12(1-\nu^2) \delta \gamma_p \lambda^2} \end{aligned} \right\} \quad (17 a \sim h)$$

式(14), (15)が \bar{q}_i, \bar{m}_i と板の変位成分 w_i, θ_i との関係を表わす式であり、これらの式(11)に用いれば節線 i でのつり合い条件式が得られる。

式(7)と上記のようにして求めたつり合い条件式を用いて補剛板全体の剛性行列、安定係数行列を求め、拘束条件を考慮すれば、最終的に次に示すような同次の連立一次方程式が得られる。

$$([S] - \lambda^2 [S_G]) \{W\} = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $[S], [S_G], \{W\}$ は補剛板全体の剛性行列、安定係数行列、節線変位ベクトルを表わす。非弾性域では、後に述べたように、 $[S], [S_G]$ はともに x 軸方向の作用軸ひずみ $\varepsilon/\varepsilon_Y$ (ここに ε_Y

は降伏ひずみ)の関数となるから、数値計算の際には、この軸ひずみをまず与え、式(8)から固有値問題として λ を求めることになる。ところが、このような数値計算方法をとると補剛材のねじり剛性を考えるときには、次のような特別な考慮が必要となってくる。すなわち、たとえば補剛材断面を長方形(図-3a)とすれば、板および補剛材の寸法は4つの量(b, t, b_s, t_s)で決まり、その一つで無次元すれば相対的な寸法は互いに独立な3つの無次元パラメーターによって表わすことができる。ところが、固有値として板の幅厚比 λ を求めるのであるから、計算の当初に与えることのできるパラメーターは2つになる。補剛材のねじり剛性を考えないときには、式(9)のうち γ と δ のみを考えればよいから、これらの量を補剛材の特性を表わすパラメーターとして使用できる。ところが、ねじり剛性を考えるときには、式(9)に示すように6つのパラメーターがあるから、繰返し計算を避けるためにはこれらを2つの独立なパラメーターおよび λ の関数に変換する必要がある。T形断面(図-3b)のときも同様な考察により、独立に選ぶことのできるパラメーターは4つである。以下、補剛材断面形状別に独立なパラメーターおよびそれらによる補剛材パラメーターの変換式を示すことにする。

1) 長方形断面(図-3a)

この場合には、曲げ剛比 γ と面積比 δ を独立なパラメーターに選ぶこともできるが、ここでは、T形断面補剛材のときと同じパラメーターを用いる意味で、面積比 δ と次式で定義される“板厚比” τ を独立なパラメーターに選ぶことにする。

$$\tau = \frac{t_s}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 t_s は補剛材の板厚である。面積比 δ と板厚比 τ を用いると、式(9)の δ 以外のパラメーターは次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= 4(1-\nu^2) \frac{\delta^3}{\tau^2} \lambda^2, & \gamma_w &= \frac{1-\nu^2}{12} \delta^3, & \gamma_z &= (1-\nu^2) \delta^3 \\ \gamma_T &= 2(1-\nu) \frac{\delta \tau^2}{\sigma_Y/E}, & \gamma_p &= \frac{\delta^2}{\tau^2} \frac{\sigma_Y}{E} \end{aligned} \right\} \quad (20a \sim e)$$

式(9)に定義した板厚比に材質に関する量 $\sqrt{\sigma_Y/E}$ を含ませたのは、式(9)の第一式の γ の式の中に、 $\sqrt{\sigma_Y/E}$ の項が入って来ないようにするためである(幅厚比 λ には式(8a)からわかるように $\sqrt{\sigma_Y/E}$ の項が含まれることに注意)。しかし、このようなパラメーターを選ぶと、補剛材のねじりを表わすパラメーター γ_T, γ_p には材質に関する量が、式(9)からわかるように、残ることになる。このことは、補剛材のねじり剛性を考慮したときは材質に関して無次元化した解を得ることができない、という事実を示すものである。この事実、次に示すT形断面の場合も言えることである。また、式(9)からわかるように、補剛材のねじり剛性を考慮するために新しく導入された剛比 $\gamma_w \sim \gamma_p$ は、パラメーター δ および τ が与えられれば板の幅厚比 λ に無関係に一義的に定まる

ことになる。したがって、後に数値計算結果の所で詳しく述べるように、補剛材の特性を表わすパラメーターとして δ と τ を考える方法は、補剛材のねじり剛性に着目したパラメーターの取り方であり、従来のように δ と γ を考える方法は補剛材の曲げ剛性に着目したパラメーターの取り方であるといえよう。

2) T形断面 (図-3b)

この場合には、面積比 δ 、板厚比 τ の他に、次式で定義する2つの量を独立なパラメーターに選ぶ。

$$\eta = \frac{t_{sf}}{t_s} \quad \zeta = \frac{b_{sf}}{b_s} \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 t_s =ウェブの板厚、 t_{sf} =フランジの板厚、 b_s =ウェブの幅、 b_{sf} =フランジの幅である。これらのパラメーターを用いると、式(10)の δ 以外のパラメーターは次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= 4(1-\nu^2) \frac{\bar{\delta}^3}{\tau^2} (1+3\eta\zeta) \lambda^2, & \gamma_w &= \frac{1-\nu^2}{12} \bar{\delta}^3 (4+\eta^3\zeta^3) \\ \gamma_x &= (1-\nu^2) \frac{\bar{\delta}^3}{\tau^4} \eta\zeta^3 \frac{\sigma_Y}{E} \lambda^2, & \gamma_T &= 2(1-\nu) \frac{\bar{\delta} \tau^2}{\sigma_Y/E} (1+\eta^3\zeta) \\ \gamma_p &= \frac{\bar{\delta}^2}{\tau^2} \frac{\sigma_Y}{E} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここに、

$$\bar{\delta} = \frac{\delta}{1+\eta\zeta}$$

である。上式を導びくときには、 $b_s \gg t_s$ 、 $b_{sf} \gg t_{sf}$ の仮定を用いている。

数値計算の際には、上で求めたパラメーター $\gamma \sim \gamma_p$ を式(14)に代入して独立なパラメーターに変換した後、式(14)に示すような方程式を組み立てればよい。注意すべきことは、これらのパラメーター $\gamma \sim \gamma_p$ の中には、求めるべき固有値 λ が含まれていることである。

さて、次に式(9)に示す帯板要素の剛性行列および安定係数行列の求め方に触れる。これらに含まれる積分は、残留応力がない場合を除いて、係数 $\kappa_1 \sim \kappa_4$ および σ/σ_Y が作用軸ひずみ ϵ/ϵ_Y および板の残留応力の関数となり y 軸方向に複雑に変化するため簡単に求めることができない。そこで、そのような場合には、帯板要素の軸方向(y 軸方向)を N 等分割し、分割点での $\kappa_1 \sim \kappa_4$ および σ/σ_Y の値を与えられた ϵ/ϵ_Y および残留応力から求め、シンプソンの公式より $[S]$ 、 $[S_0]$ に含まれる積分の値を求めることにした。

また、式(14)の各量の計算方法は補遺に示してあるが、補剛材の断面形状、作用軸ひずみ、残留応力が与えられれば、これらの量は完全に求められる。

2.3 解の収束状態

式(8)から固有値 λ を求めるためには、まず式(8)を各行列の対称性を保持させながら標準形の固有値問題に変換し、ハウスホルダー法によって解を求めた。式(8)から求められる固有値(幅厚比) λ またはそれと等価な座屈係数 k は、板の長さ方向(図-1の x 軸方向)の座屈波形として1次の正弦曲線を仮定しているため、板の寸法比 α の変化に対し一般に図-4の曲線①および②のようになる。曲線①は補剛材軸が変位せず節線となるモードに対応する解であり、曲線②は補剛板全体が幅方向に半波のモードで座屈する場合の解に対応する。もし、板の長さ方向の座屈波形に2次、3次……の正弦曲線も含ませれば、 α の変化につれて曲線①、②が周期的に現われる解を得ることができ、真の座屈解はそれらの最小の包絡線で表わされる。しかし、板の長さ方向の座屈波形として1次の正弦曲線のみを考え、得られた曲線①、②から、図-4の太実線で表わされる解を真の座屈解と考えても実用的には十分な精度をもつ^{5),7)}。ここで、 α_1 、 α_2 はそれぞれ曲線①、②の最小値を与える板の寸法比であり、 α_v は曲線①の最小値と曲線②の支点に対応する板の寸法比である。従って、曲線①、②の最小値をそれぞれ k_1 、 k_2 とすると、近似解は、 $\alpha \leq \alpha_1$ では曲線①、 $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_v$ では k_1 、 $\alpha_v \leq \alpha \leq \alpha_2$ では曲線②、 $\alpha \geq \alpha_2$ では k_2 となる。

さて、この論文では、補剛材の配置方法にかかわらず、帯板要素によって各サブパネルが幅方向に等分割されるようにして数値計算を行った。このような分割方法は、補剛材が不等間隔に配置されているときは、必ずしも最適な方法とは言えないが、各サブパネルで分割数を変える方法は適当な分割数を数値実験より見出すときに困難を予想されるため、すべて等間隔分割法を採用した。したがって、いまサブパネル数を n 、各サブパネル中の要素数を M とすると、板パネルの全体要素は $n \times M$ 、総未知量(拘束変位も含む)は $2n \times (M-1)$ となる。

図-5~7は4周単純支持の無補剛、補剛板の弾性座屈係数(残留応力無視)のサブパネル分割数 M の変化による収束状態を示したものである。図-5は無補剛板に対するものであるが、作用応力が一様圧縮($\phi=0.0$)および三角形分布($\phi=1.0$)のときは2分割程度、純曲げ($\phi=2.0$)のときは4分割程度で正解値 k_{exact} に非常に近い(誤差0.6%以内)が得られ、差分法^{5),8)}、有限要素法⁹⁾に比べ精度が非常に良い。図-6は補剛材2本の板に対するもので、補剛材ねじり剛性を無視(細線)、および考慮(太線)した解が示してある。この図よりわかるように、作用応力および補剛材ねじり剛性の考慮、無視にかかわらず、各サブパネルを2等分割($M=2$)する程度で十分精度のよい解が得られ、差分法⁸⁾に比べ格段に精度がよい。図-7は補剛材1本が不等間隔に配置($Dubas^{10})$ が求めた最適位置)された場合の解を $Dubas$ の級数解と比較したものである。ただし、補剛材ねじり剛性は無視している。この例においても、作用応力が三角形分布のときには $M=2$ 、純曲げのときは $M=4$ 程度で誤差率が0.5%以内に収まる。以上の数値実験より、各サブパネルに作用する応力がすべて一様分布から三角形分布までのときは $M=2$ 、それより応力勾配が大きい分布形を含むときには $M=4$ 程度で実用的には十分な精度の解が得られるようである。なお、図-6、7

の例は、いずれも、補剛材軸が変位せず節線となる座屈モードに対する解（図－4の曲線①）を示したものであるが、補剛材剛比が小さく補剛板全体が幅方向に半波のモードで座屈するとき（図－4の曲線②）には、座屈波形は上記の場合より単純になるため、解の収束状態はさらによくなる。

上記の例はいずれも残留応力を考えない場合であったが、これを考慮した非弾性座屈解析の場合には、剛性行列および安定係数行列の各要素を求めるために数値積分が必要となり、各帯板要素の幅方向分割数 N を与える必要がある。この分割数が座屈解におよぼす影響は、作用応力、残留応力の分布形および帯板要素が板パネルの中で占める位置によって左右されるものと思われる。すなわち、帯板要素の幅方向に板パネルの有効剛性（式(2)中の $k_1 \sim k_4$ ）が急激に変化する場合には当然のことながら分割を密にする必要がある。しかしながら、各帯板要素について分割数を変えることは非常にわずらわしいため、ここでは全要素を等分割する形で次のような数値実験を行った。すなわち、上記の影響を調べるには無補剛板で十分であると考え、要素数 M を1～10と変化させ、その各々の場合に要素分割数 N を10～20と変えて解を求めてみた。 $N=10$ および20のとき結果を図－8（一様圧縮）、図－9（三角形分布）に示す。残留応力分布は後述（第4章、図－1）のものを用い、圧縮残留応力 σ_{cr} は降伏応力の1/2としている。図－8中の σ_{cr} は座屈応力を表わす。また、図－9の場合の計算方法は第7章で詳述するが、図中の応力分布を偏心圧縮の形で与えたものであり、 P は偏心圧縮力、 P_{y0} は残留応力がないときの初期降伏偏心圧縮力である。さて、先の弾性座屈解の考察より、帯板要素数が2以上のときの解は正解値とほとんど等しいことから、図－8,9の $M \geq 2$ のときの解の変化は、帯板要素が板パネルの中で占める位置による影響を表わしていると考えてもよいであろう。ところが、これらの図からわかるように、 N の値にかかわらず、上記の影響は非常に小さいようである。

以上述べた考察より、この論文の次章以降に示す数値計算では、以下に示す分割数を用いることにした。

- a) サブパネルに作用する応力の勾配がすべて三角形分布よりゆるやかなとき … $M=2, N=10$
- b) 上記以外のとき …………… $M=4, N=20$

2.4 結 論

一方向から外力を受ける縦方向補剛材つき板の弾性・非弾性座屈解析方法について述べ、解の収束状態について若干の考察を行った。解析方法の特徴を列挙すればつぎのようである。

- 1) 戦荷辺は単純支持を仮定しているが、非戦荷辺の境界条件は任意に選ぶことができる。
- 2) 一様圧縮の場合のみならず圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板も解析できる。
- 3) 補剛材本数およびその位置は任意である。
- 4) 補剛材断面は長方形およびT形断面を考えており、曲げ剛性の他にねじり剛性の影響も考慮している。

- 5) 板パネルおよび補剛材に存在する残留応力を同時に考慮し、それらの非弾性域における有効剛性を塑性変形理論に基づいて評価している。
- 6) 板パネルの有効剛性は積分の形で与えられるため、Simpson 公式を利用することにより、かなりの精度でそれを評価できる。また、補剛材有効剛性については厳密式を誘導している。
- 7) 数種の例について解の収束状態を調べたところ、本解析法は差分法、有限要素法に比べ格段に優れていることがわかった。
- 8) 補剛材または非載荷辺で囲まれた各サブパネルを M 等分割して帯板要素を作り、その有効剛性を数値積分するために各帯板要素を N 等分割するものとする、 M および N の値を次のように選べば実用的には十分の精度を持つ解が得られる。
 - ㊤ 各サブパネルに作用する応力の勾配がすべて三角形分布より緩やかなときは $M=2, N=10$,
 - ㊦ 応力勾配が上記より大きいときには $M=4, N=20$ 。

ここでは、単独の板要素の座屈解析方法について述べたが、この方法は箱形断面等の断面全体の局部座屈解析にそのまま適用できる⁵⁾。また、板パネルの変位成分にその面内変位も含ませれば、柱の局部座屈と全体座屈の連成座屈も容易に解析することが可能である¹¹⁾。

2.5 補遺（非弾性域における補剛材剛度の計算方法）

(1) 長方形断面

いま、補剛材に作用する軸ひずみはその断面について一定とし、残留応力分布を直線分布とすれば、これらの合ひずみは残留応力分布が不連続となる点のひずみが定まれば完全に求められる。すなわち、第4章、図-1のような残留応力分布の場合には、補剛材の両端部と中間の1点の合計3点のひずみが定まればよい。そこで図-A.1(a)に示したように、これらの点で補剛材を長さ方向に2分割し、分割点および分割要素に図のような番号をつける。なお、以下の記述では簡単のため座標 y, z の下記号 s を省略することにする。さて要素① ($i=1, 2$) の弾性部分の長さを h_i^e 、塑性部分の長さを h_i^p 、弾性部分の重心 z 座標を z_{ci} とし、それらを b_s で除して無次元化した量を上に一を付けて表わすと、補剛材全体の弾性部分の重心 C の z 座標 $\bar{d} = d/b_s$ は、次のようになる。

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^2 z_{ci} \cdot \bar{h}_i^e}{\bar{h}^e}, \quad \bar{h}^e \equiv \sum_{i=1}^2 \bar{h}_i^e \quad \dots\dots\dots (A.1)$$

上式中、 \bar{h}^e は補剛材全体の弾性部分の長さ h^e を b_s で除した量である。次に定義より、

$$B_y = E t_s \int_A z^2 dz, \quad B_z = E t_s \int_A y^2 dz,$$

$$C_{\omega} = E (h^e t_s)^3 / 144$$

であるから、これらをそれぞれの弾性域の値で除し多少の変形を行えば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{B}_y &= 3 \sum_{i=1}^2 (z_{ci}^2 + (\bar{h}_i^e)^2 / 12) \bar{h}_i^e \\ \bar{B}_z &= \bar{h}^e, \quad C_\omega = (\bar{h}^e)^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.2)$$

また、*St. Venant* のねじり剛度 C_T は⁵⁾

$$C_T = \frac{E t_s^3}{8} \int_0^{b_s} \frac{dz}{2(1+\nu) + 3e}$$

で表わされるから、

$$\bar{C}_T = \sum_{i=1}^2 \bar{C}_{Ti}, \quad \bar{C}_{Ti} = \int_{\bar{z}_i}^{\bar{z}_{i+1}} \frac{2(1+\nu)}{2(1+\nu) + 3e} d\bar{z} \dots\dots\dots (A.3)$$

となる。ここで、 $\bar{z} = z/b_s$ であり、 \bar{z}_i, \bar{z}_{i+1} は $i, i+1$ 点の \bar{z} の値を表わす。

次に、式(17)において、右辺{ }内の第1項は第2項に比べて小さいので、この項を無視し、 σ_s の y_s 方向の変化を無視すれば、

$$\frac{\bar{K}}{bD} = -12(1-\nu^2) \delta \gamma_p \lambda^2 \int_0^1 \bar{\sigma}_s (\bar{z} - \bar{d})^2 d\bar{z}$$

を得る。ここに、 $\bar{\sigma}_s = \sigma_s / \sigma_f$ である。上式を式(17h)に代入すれば

$$\bar{K}_p = \int_0^1 \bar{\sigma}_s (\bar{z} - \bar{d})^2 d\bar{z} \dots\dots\dots (17h)'$$

となる。上式および \bar{P}_s は次のように表わすことができる。

$$\bar{K}_p = \sum_{i=1}^2 \bar{K}_{pi}, \quad \bar{K}_{pi} = \int_{\bar{z}_i}^{\bar{z}_{i+1}} \bar{\sigma}_s (\bar{z} - \bar{d})^2 d\bar{z} \dots\dots\dots (A.4)$$

$$\bar{P}_s = \sum_{i=1}^2 \bar{P}_{si}, \quad \bar{P}_{si} = \int_{\bar{z}_i}^{\bar{z}_{i+1}} \bar{\sigma}_s \cdot d\bar{z} \dots\dots\dots (A.5)$$

次に分割要素④のひずみ状態を考える。いま、図-A.1(b)に示したように、分割要素④の始点 i 、終点 $i+1$ の合ひずみを $\bar{\epsilon}_i, \bar{\epsilon}_{i+1}$ とし、それらを降伏ひずみ ϵ_f で除したものを上に-を付けて表わす。④要素ひずみ状態は $\bar{\epsilon}_i, \bar{\epsilon}_{i+1}$ の値によって次の4つの場合に分類される。

- ① $|\bar{\epsilon}_i|, |\bar{\epsilon}_{i+1}| \leq 1$ 弾性
- ② $|\bar{\epsilon}_i|, |\bar{\epsilon}_{i+1}| \geq 1$ 全塑性
- ③ $|\bar{\epsilon}_i| > 1, |\bar{\epsilon}_{i+1}| \leq 1$ 始点 i 側の一部塑性
- ④ $|\bar{\epsilon}_i| \leq 1, |\bar{\epsilon}_{i+1}| > 1$ 終点 $i+1$ 側の一部塑性

以下、ひずみ状態②の場合についてのみ考える。図-A.1(b)より次式が簡単に求まる。

$$\bar{h}_i^e = h_i \frac{\bar{\epsilon}_{i+1} - \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i)}{\bar{\epsilon}_{i+1} - \bar{\epsilon}_i}$$

$$\bar{h}_i^p = \bar{h}_i - \bar{h}_i^e$$

$$\bar{z}_{ci} = \bar{z}_{i+1} - \frac{\bar{h}_i^e}{2}$$

$$e = \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i) \cdot \bar{\epsilon}^p$$

$$\bar{\epsilon}^p = \{ \bar{\epsilon}_i - \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i) \} \left\{ 1 - \frac{\bar{z} - \bar{z}_i}{\bar{h}_i^p} \right\} \text{ ただし } \bar{z}_i \leq \bar{z} \leq \bar{z}_i + \bar{h}_i^p$$

$$= 0 \quad \text{ただし} \quad \bar{z}_i + \bar{h}_i^p \leq \bar{z} \leq \bar{z}_{i+1}$$

ここで、 sgn は *signum* 記号である。上式の e 、 $\bar{\sigma}_s$ を式 (A.3) ~ (A.5) の \bar{C}_{Ti} 、 \bar{K}_{pi} 、 \bar{P}_{si} に代入して積分を行えば次式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{C}_{Ti} = & \bar{h}_i^e + \frac{2(1+\nu)\bar{h}_i^e}{3 \cdot \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i) \cdot (\bar{\epsilon}_i - \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i))} \log_e \\ & \cdot \left| 1 + \frac{3 \cdot \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i) \cdot (\bar{\epsilon}_i - \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i))}{2(1+\nu)} \right| \dots\dots\dots (A.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{pi} = & -\bar{h}_i \left(\bar{h}_i^2 \frac{\bar{\epsilon}_i + 3\bar{\epsilon}_{i+1}}{12} + \bar{h}_i(\bar{z}_i - \bar{d}) \frac{\bar{\epsilon}_i + 2\bar{\epsilon}_{i+1}}{3} \right. \\ & + (\bar{z}_i - \bar{d})^2 \frac{\bar{\epsilon}_i + \bar{\epsilon}_{i+1}}{2} \left. \right) + \bar{h}_i^p (\bar{\epsilon}_i - \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i)) \\ & \cdot \left(\frac{(\bar{h}_i^p)^2}{12} + \frac{\bar{h}_i^p(\bar{z}_i - \bar{d})}{3} + \frac{(\bar{z}_i - \bar{d})^2}{2} \right) \dots\dots\dots (A.7) \end{aligned}$$

$$\bar{P}_{si} = -(\bar{\epsilon}_i + \bar{\epsilon}_{i+1}) \bar{h}_i / 2 + (\bar{\epsilon}_i - \text{sgn}(\bar{\epsilon}_i)) \bar{h}_i^p / 2 \dots\dots\dots (A.8)$$

したがって、式 (A.1) ~ (A.8) より \bar{d} 、 \bar{B}_y 、 \bar{B}_z 、 \bar{C}_w 、 \bar{C}_T 、 \bar{K}_p および \bar{P}_s がすべて求まることになる。
なお、長方形断面のときは、 $\bar{z}_0 = 0$ である。

(2) T形断面

図-A.2に示すようにT形断面の片半分を5つの要素に分割すれば、長方形断面と同様にして、 \bar{d} 、 \bar{B}_y 、 \bar{B}_z 、 \bar{C}_w 、 \bar{C}_T 、 \bar{P}_s は次のように表わされる：

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^3 \bar{z}_{ci} \bar{h}_i^e + \eta \zeta \sum_{i=4}^5 \tilde{h}_i^e}{\sum_{i=1}^3 \bar{h}_i^e + \eta \zeta \sum_{i=4}^5 \tilde{h}_i^e} \quad \text{..... (A.9)}$$

$$\bar{B}_y = \frac{3}{1+3\eta\zeta} \left\{ \sum_{i=1}^3 \left(\bar{z}_{ci}^2 + \frac{(\bar{h}_i^e)^2}{12} \right) \bar{h}_i^e + \eta \zeta \sum_{i=4}^5 \tilde{h}_i^e \right\} \quad \text{..... (A.10)}$$

$$\bar{B}_z = 3 \sum_{i=4}^5 \left\{ \tilde{y}_{ci}^2 + \frac{(\tilde{h}_i^e)^2}{12} \right\} \tilde{h}_i^e \quad \text{..... (A.11)}$$

$$\bar{C}_\omega = \frac{1}{4+\eta^3\zeta^3} \left\{ 4 \left(\sum_{i=1}^3 \bar{h}_i^e \right)^3 + \eta^3 \zeta^3 \left(\sum_{i=4}^5 \tilde{h}_i^e \right)^3 \right\} \quad \text{..... (A.12)}$$

$$\bar{C}_T = \frac{2(1+\nu)}{1+\eta^3\zeta} \left\{ \sum_{i=1}^3 \bar{C}_{Ti} + \eta^3 \zeta \sum_{i=4}^5 \bar{C}_{Ti} \right\} \quad \text{..... (A.13)}$$

$$\bar{P}_s = \frac{1}{1+\eta\zeta} \left\{ \sum_{i=1}^3 \bar{P}_{si} + \eta \zeta \sum_{i=4}^5 \bar{P}_{si} \right\} \quad \text{..... (A.14)}$$

ここで、 y_{ci} はフランジ部の要素の弾性部分重心の y 座標であり、 \sim の付いた量はフランジ幅の $1/2$ (すなわち、 $b_{sf}/2$) で割って無次元化した量を表わす。

また、式 (17h) の \bar{K}_p は、ウェブについては長方形断面のときと同じ省略を行い、せん断中心の位置はウェブとフランジ部の交点にあると仮定すれば、次式のようになる。

$$\bar{K}_p = \frac{1}{1+\eta\zeta} \left\{ \int_0^1 \bar{\sigma}_s (\bar{z}-1)^2 d\bar{z} + \frac{\zeta^2}{4} \int_0^1 \bar{\sigma}_s \tilde{y}^2 d\tilde{y} \right\} \quad \text{..... (17h)''}$$

従って、 \bar{K}_p はつぎのように表わされる。

$$\bar{K}_p = \frac{1}{1+\eta\zeta} \left\{ \sum_{i=1}^3 \bar{K}_{pi} + \frac{\zeta^2}{4} \sum_{i=4}^5 \bar{K}_{pi} \right\} \quad \text{..... (A.15)}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \bar{K}_{pi} &= \int_{\bar{z}_i}^{\bar{z}_{i+1}} \bar{\sigma}_s (\bar{z}-1)^2 d\bar{z} & i &= 1 \sim 3 \\ &= \int_{\tilde{y}_i}^{\tilde{y}_{i+1}} \bar{\sigma}_s \tilde{y}^2 d\tilde{y} & i &= 4, 5 \end{aligned}$$

式 (A.13) ~ (A.15) の \bar{C}_{Ti} , \bar{P}_{si} , \bar{K}_{pi} などは、長方形断面の場合と同様に、要素の始点および終点のひずみによって表わすことができる。なお、せん断中心の位置はウェブとフランジ部の交差点にあると仮定しているため、 $\bar{z}_0 = 1.0 - \bar{d}$ である。

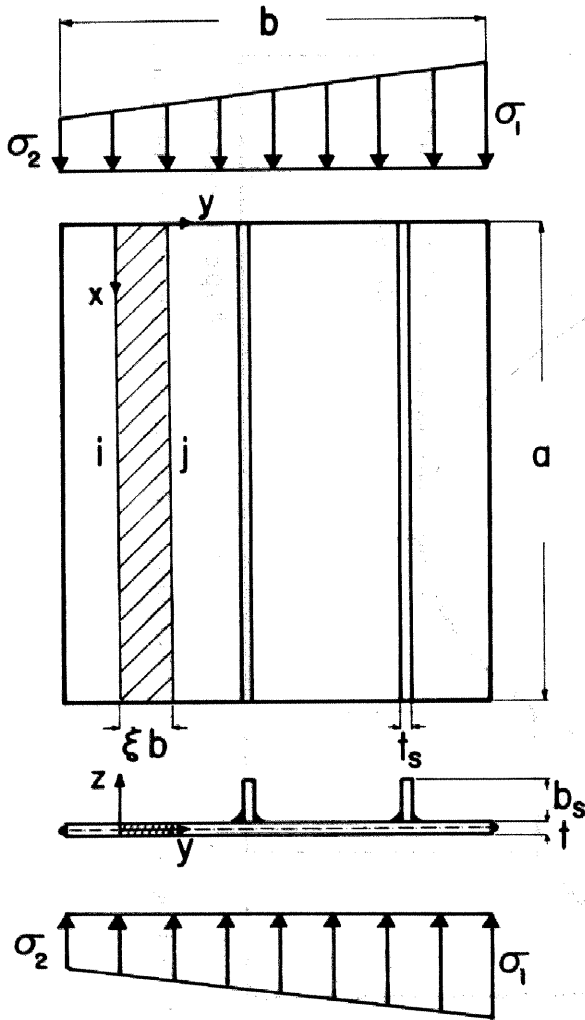


Fig. 1 Stiffened Plate to be Analysed.

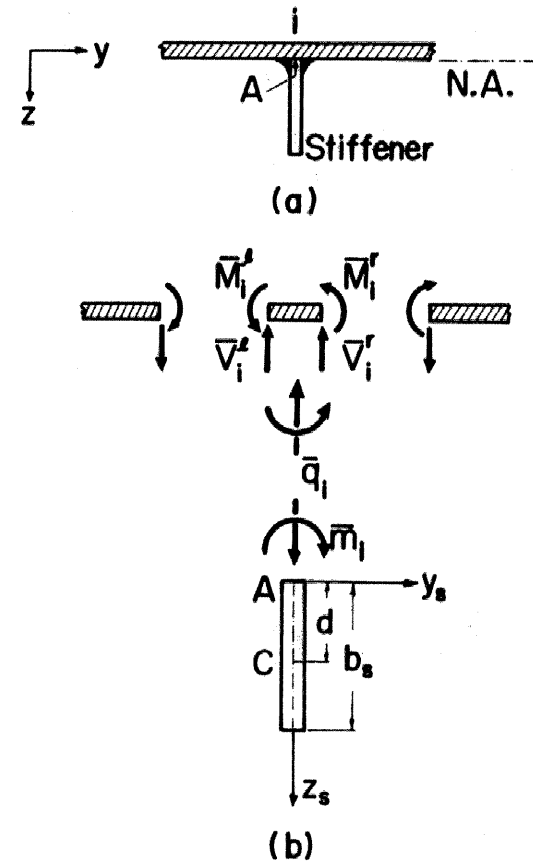


Fig. 2 (a) Plate-Stiffener Junction, and (b) Equilibrium of Force and Moments.

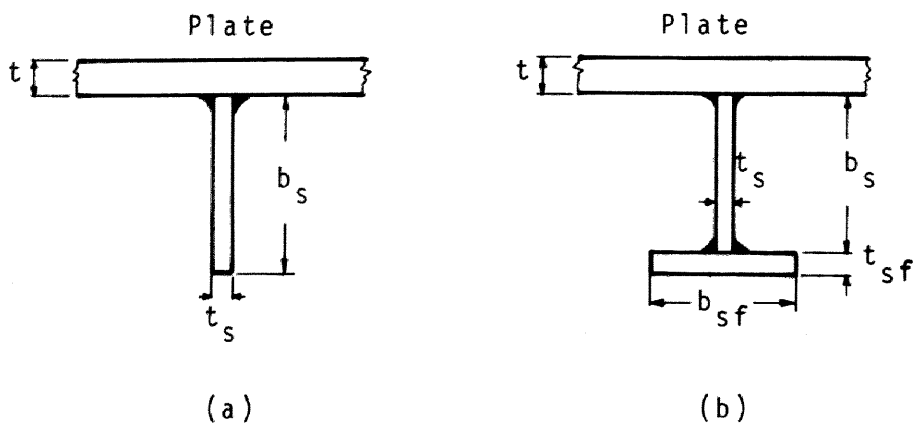


Fig. 3 Cross-Sections of Stiffeners; (a) Rectangular, and (b) Structural Tee.

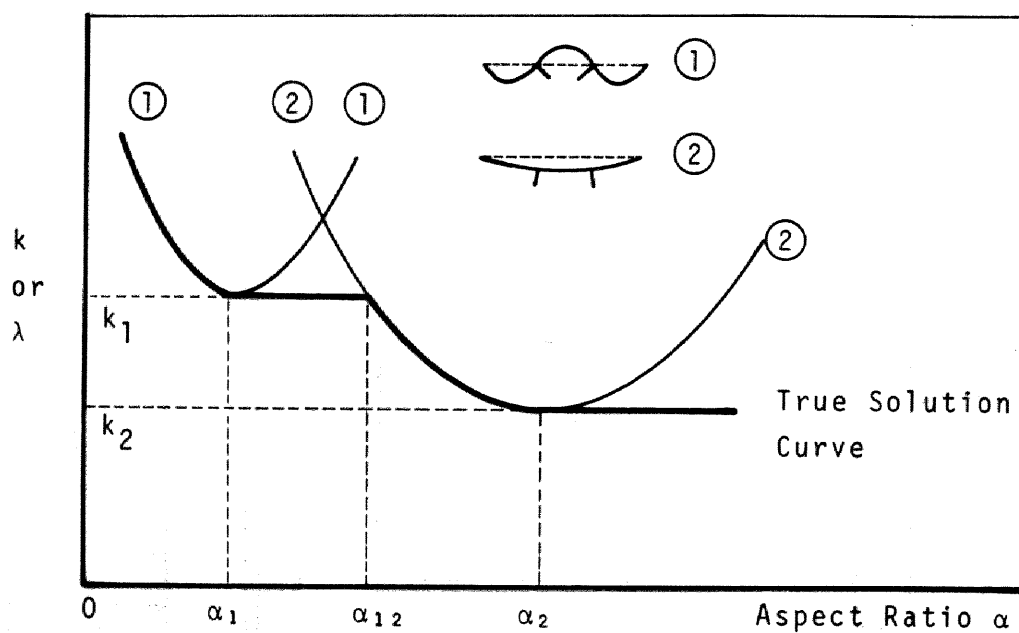


Fig. 4 Buckling Coefficient k (or Width-thickness Ratio λ) and Aspect Ratio α Relationship.

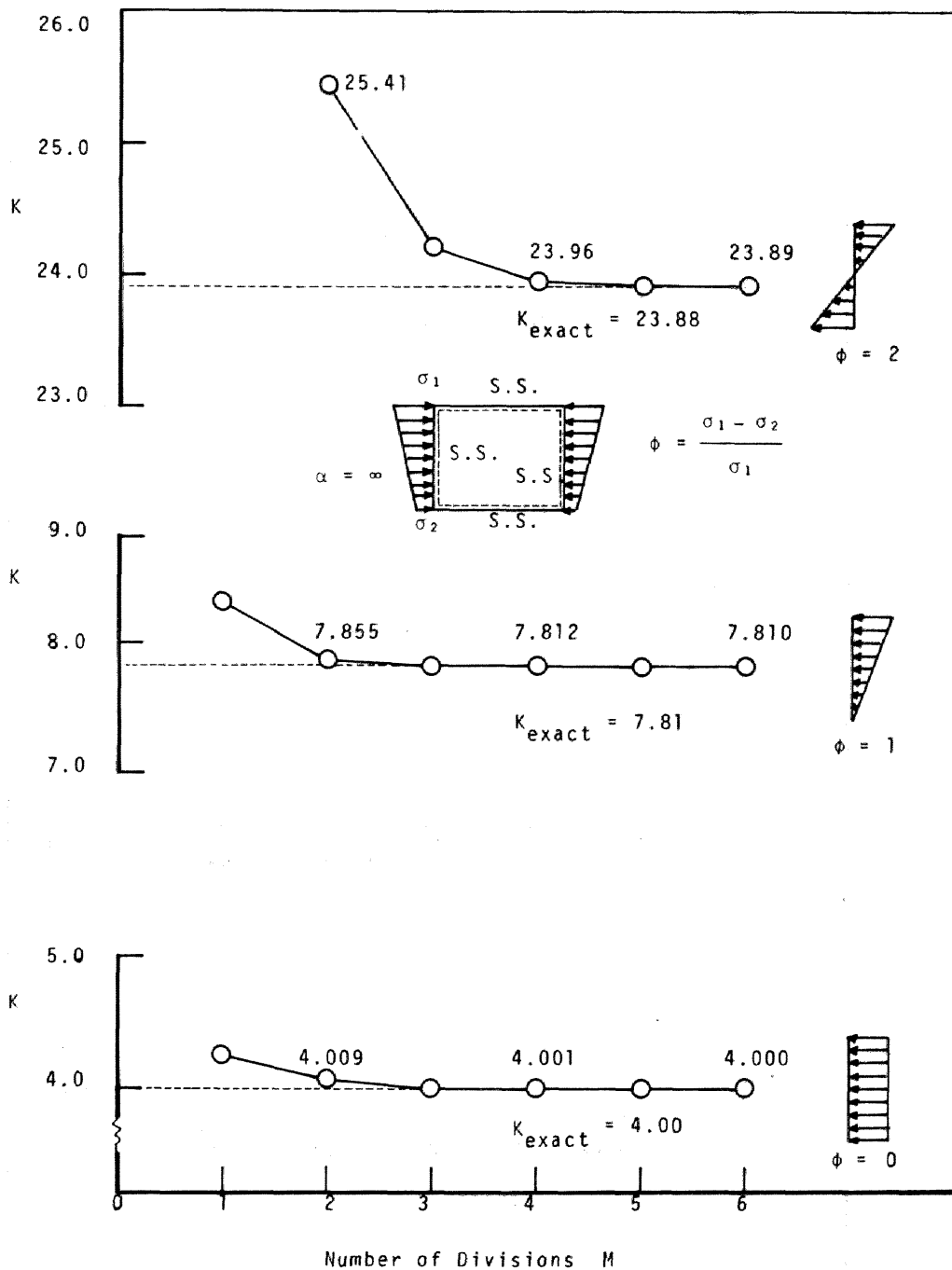


Fig. 5 Convergence of Elastic Buckling Solutions for Unstiffened Plates.

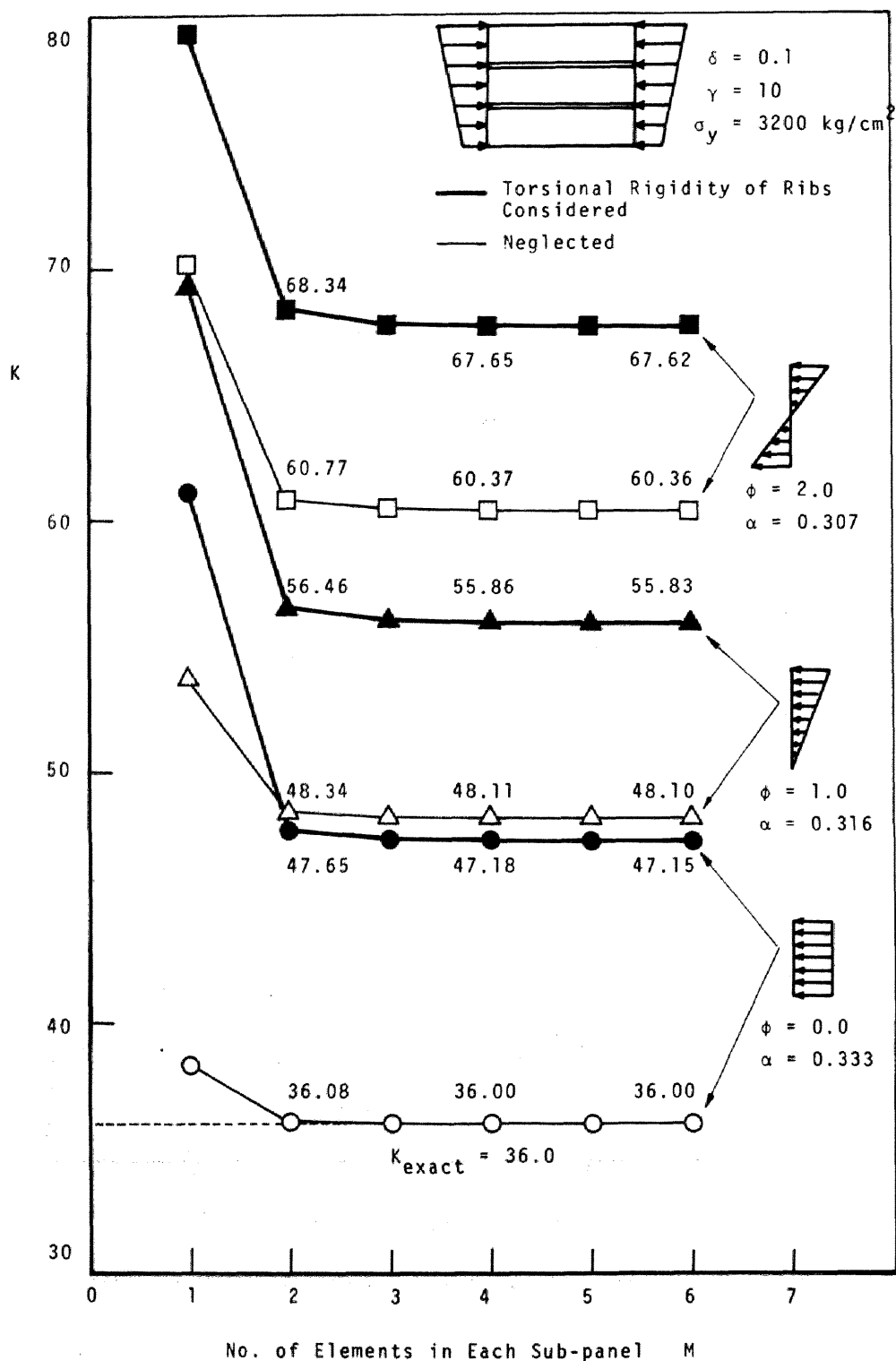


Fig. 6 Convergence of Elastic Buckling Solutions for Plates with Equally Spaced Two Stiffeners.

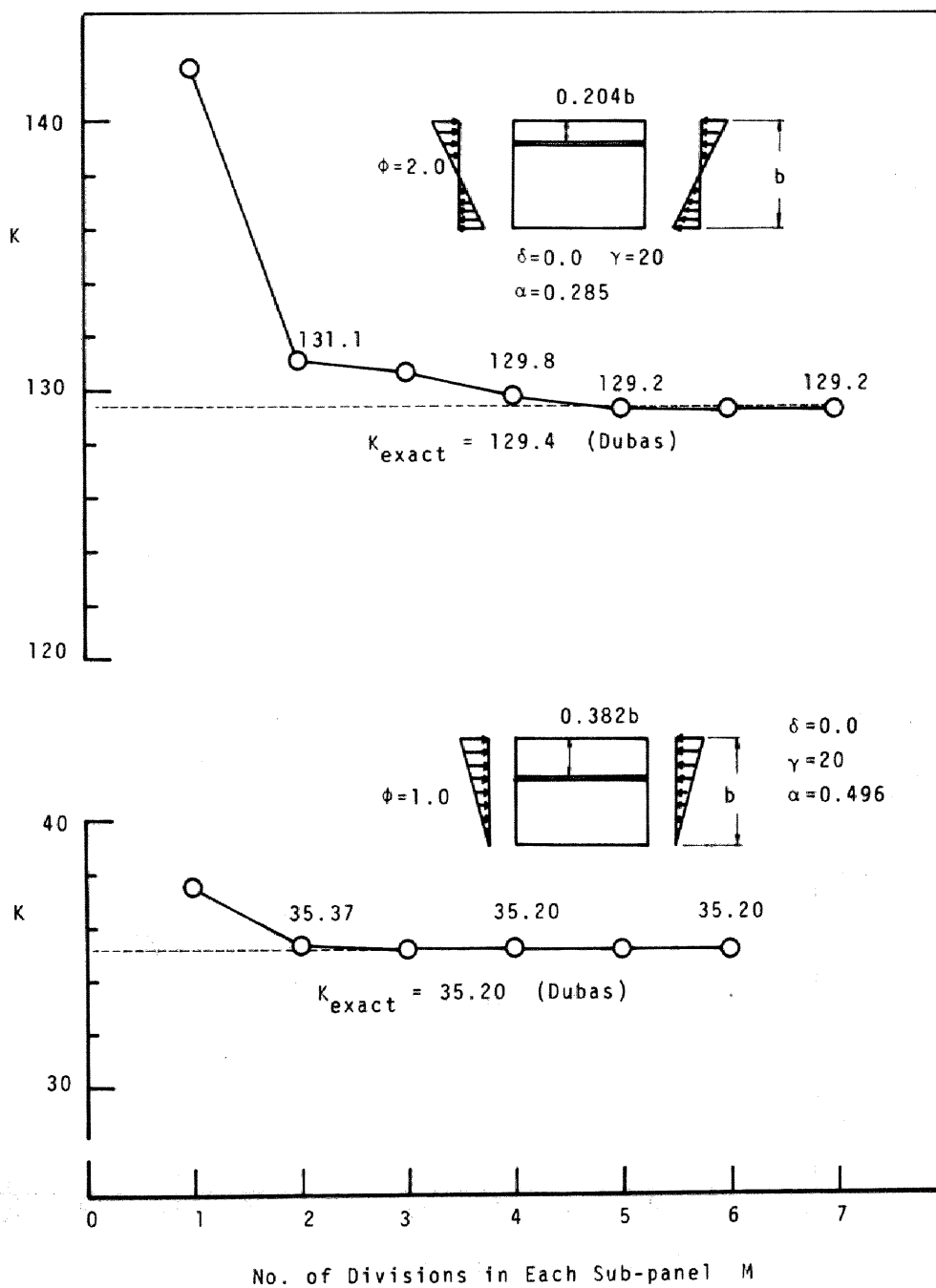


Fig. 7 Convergence of Elastic Buckling Solutions for Plates with Unequally Spaced One Stiffener.

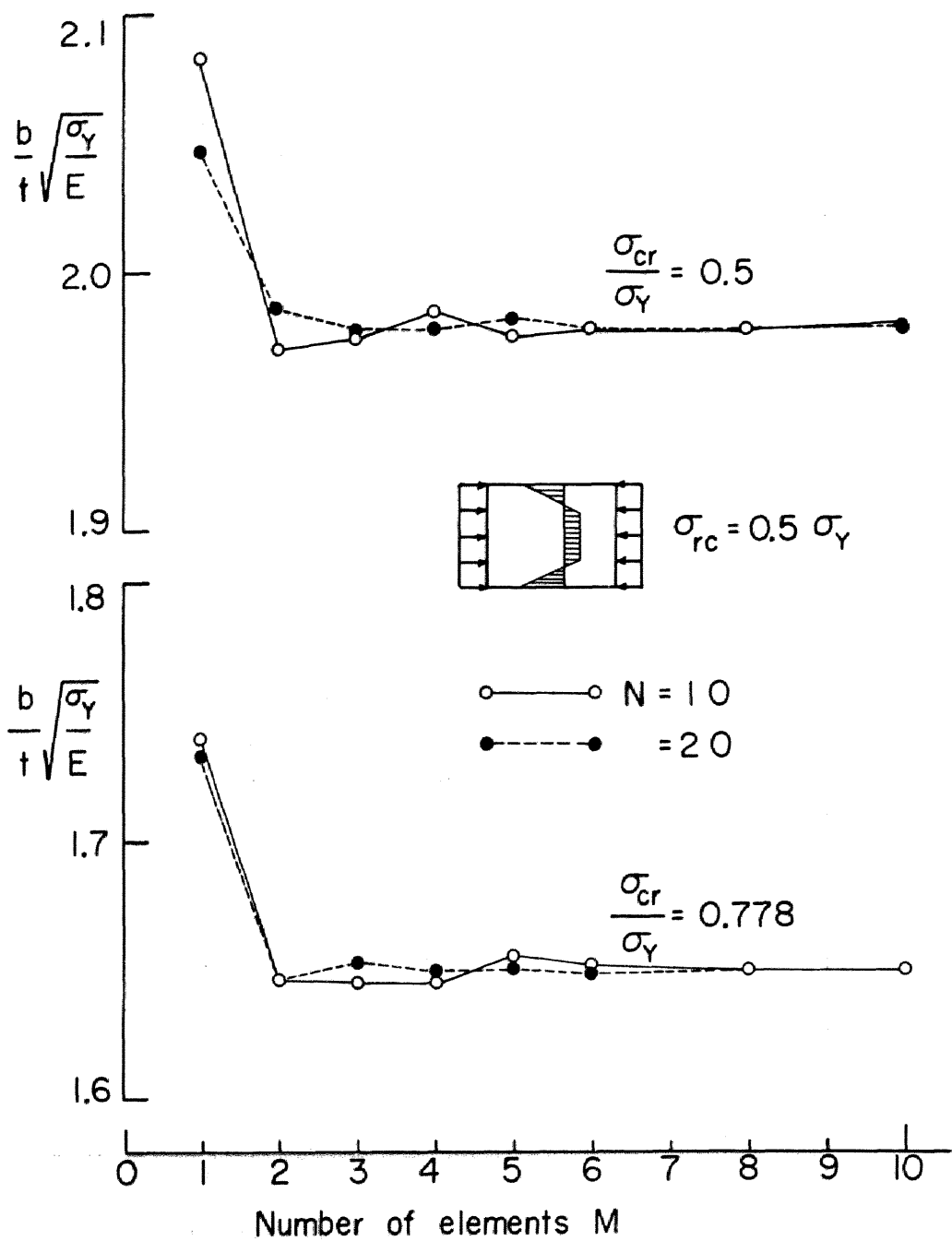


Fig. 8 Convergence of Inelastic Buckling Solutions for Unstiffened Plate in Compression.

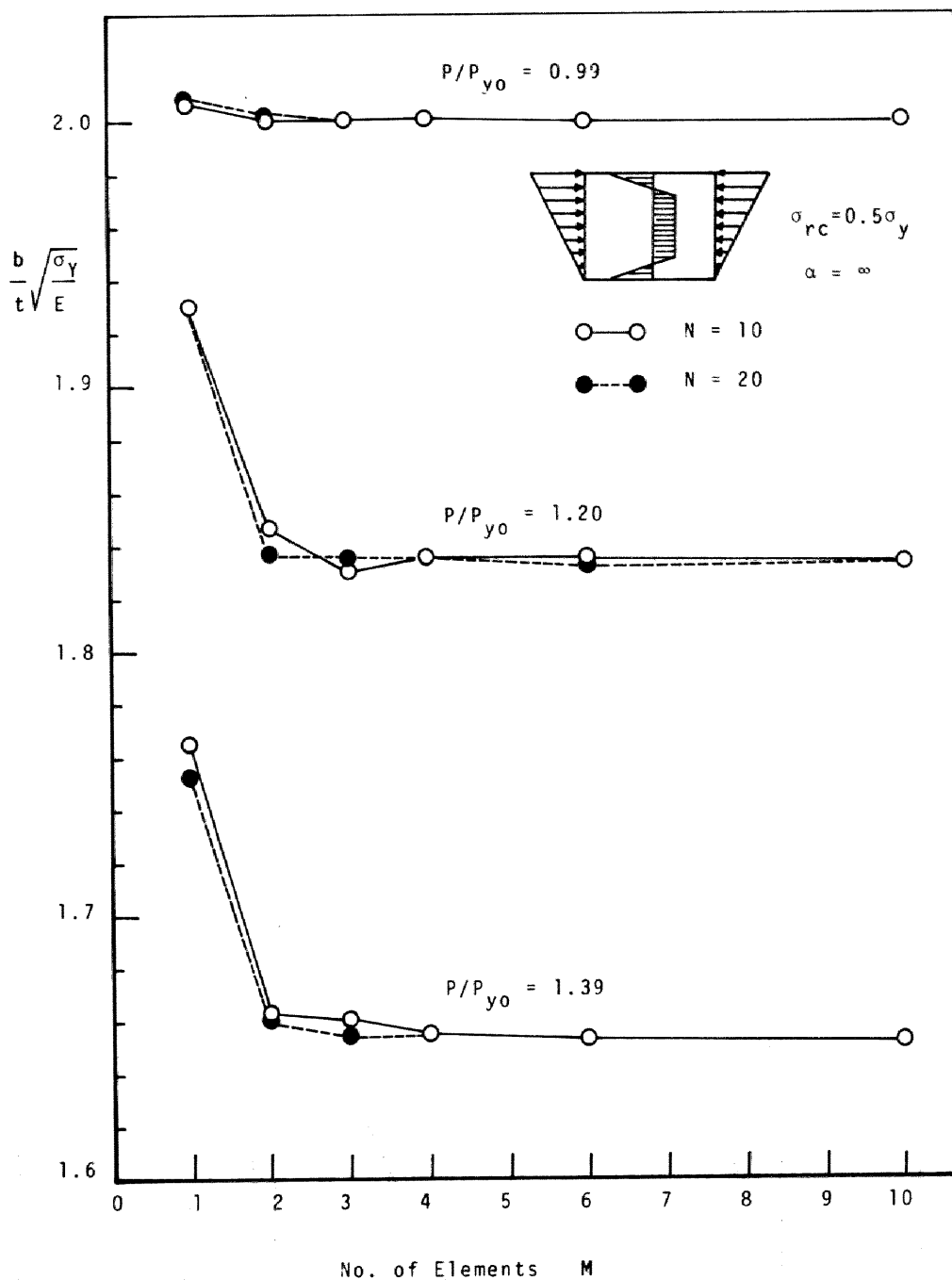
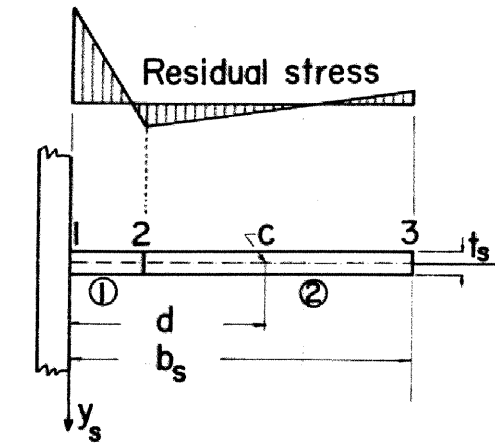
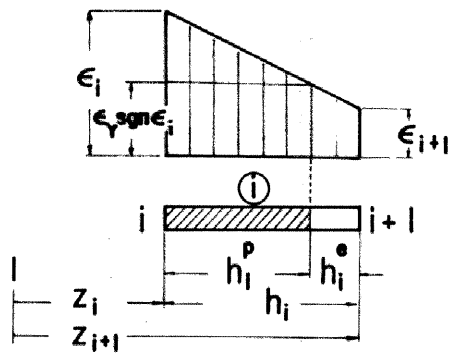


Fig. 9 Convergence of Inelastic Buckling Solutions for Unstiffened Plate in Compression and Bending.



(a)



(b)

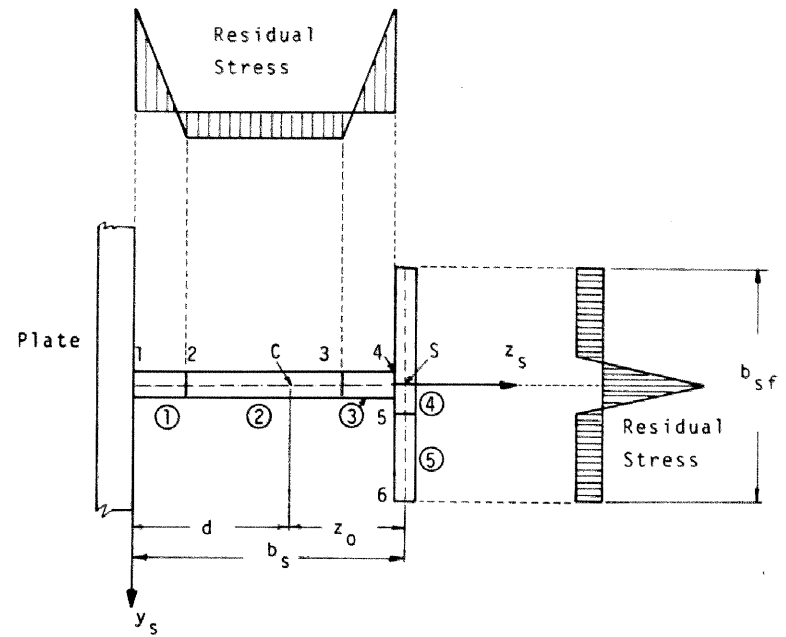


Fig. A.2 Tee Stiffener Cross-Section.

Fig. A.1 (a) Rectangular Stiffener Cross-Section, and (b) Strain Distribution in a Divided Element.

第3章 一様圧縮を受ける補剛板の弾性座屈強度 —— 補剛材のねじり剛性の影響 ——

3.1 緒 言

従来の補剛板の座屈解析では、補剛材ねじり剛性は一般に考慮されず、曲げ剛性のみが考慮されてきた。この場合には、第2章式(6)のパラメーターは $\gamma_w = \gamma_z = \gamma_T = \gamma_p = 0$ と置くことができ、曲げ剛比 γ と面積比 δ のみが補剛材の特性パラメーターとなり、第1章で述べた補剛材最適剛比の概念が成り立つ。補剛材ねじり剛性が座屈強度に与える影響については、序論で述べたように、既に2, 3の考察があるが、いずれも、特定の例について解を示すに止まっており、系統的に研究された例は少ない。ここでは、第2章で述べた数値計算法により、この影響について詳細な考察を行う¹⁾。ただし、ここでは、長方形断面リブによって補剛された板に一様圧縮が作用するときの弾性座屈強度に問題を限定する。また、板の4周は単純支持としている。

3.2 数値計算結果

補剛材のねじり剛性を考慮する場合には、補剛板の座屈係数はパラメーター δ と τ の関数として表わされる。ところが、このようにして求めた座屈係数は τ を変数として含むため、既存の結果特にねじり剛性のない場合の結果と比較するのには不便である。したがって、数値計算より得られた座屈係数を δ と γ の関数に変換した結果も併記して考察することにする。

図-1の太実線および破線は補剛材が2本で面積比および板の縦横寸法比を固定 ($n\delta = 0.4, a = 1.0$) してパラメーター τ および座屈応力 σ_{cr}/σ_Y を変化させて行った数値計算結果を $R - \tau$ 曲線で示したものである。ここで、 R は板の等価幅厚比と称し次式で定義される。

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k_0}} = \frac{0.5259}{n} \lambda, \quad k_0 = 4n^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

上式中、 k_0 は補剛材のねじり剛性を考えないときの補剛板の座屈係数の上限値で、板がサブパネル間で単独座屈を起すときの座屈係数に等しい。なお、解析方法の所で述べたような補剛材のねじり剛性を考えるときは降伏ひずみ ϵ_Y の値を与えないと数値計算できないので、 $\epsilon_Y = 0.0015$ ($\sigma_Y \cong 8200 \text{ kg/cm}^2$) を用いた。したがって、この図の曲線は形式的に材質に関して無次元化した形になっているが、実際にはパラメーター R, τ および σ_{cr}/σ_Y に上記の σ_Y の値を代入した次元を持つ量に対して成り立つものである。また、同図の細実線は補剛材の幾何学的関係を示すもので、第2章式(8)の第1式において、

$$\gamma = m\gamma^* \quad (m = \text{定数}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

とおき、幅厚比 λ を式(1)の等価幅厚比 R に置き換え、 τ について解いた式、すなわち、

$$\tau = \left(3.625 \cdot n\delta \cdot \sqrt{\frac{\delta}{m\gamma^*}} \right) \cdot R \quad \dots\dots\dots (3)$$

を表わす。ここで、 γ^* は補剛材のねじり剛性を考えないときに補剛板の座屈係数を k_0 に保つために必要とする補剛材の最小曲げ剛比で DIN4114 に定める最適剛比²⁾ であり次式で定義される。

$$\left. \begin{array}{ll} \alpha \leq \alpha_0 \text{ のとき} & \gamma^* = 4\alpha^2 n (1 + n\delta) - \frac{(\alpha^2 + 1)^2}{n} \\ \alpha \geq \alpha_0 \text{ のとき} & \gamma^* = \frac{1}{n} (\alpha_0^4 - 1) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

$$\alpha_0 = \sqrt{2n^2 (1 + n\delta) - 1}$$

である。したがって、数値計算より求められた $R - \tau$ 曲線と式(3)を表わす直線との交点は、補剛材の特性が面積比 δ と曲げ剛比 $\gamma = m\gamma^*$ で与えられたときの座屈応力 σ_{cr}/σ_Y と幅厚比 R を与え、さらに

$$\frac{k}{k_0} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} \cdot R^2$$

より座屈係数 k が求められる。このようにして求めた座屈係数 k/k_0 を $m = \gamma/\gamma^*$ に対してプロットしたものが図-2(a)である。図中、 $k/k_0 = 1.855$ すなわち $k = 5.42n^2$ はサブパネルの非載荷辺の一边が固定で他端が単純支持の場合の座屈係数である。また、図-2(b)は座屈係数を τ に対してプロットしたものである。これらの図の曲線の実線および破線部はそれぞれ図-1の曲線の太実線および破線部に対応している。ただし、図-2(b)の実線部は座屈応力にはほとんど無関係となるので1本の曲線にまとめてある。さらに図-3は図-1に示した①～⑤での座屈モードを補剛材のねじり剛性を考慮しないときの座屈モードと比較して描いたものである。座屈モード①は図-1の曲線の破線部^(注1)、②～⑤は与えられた τ に対応する実線部の座屈モードを表わす。図1～3から次のことがいえるであろう。

- 1) 座屈係数 k/k_0 は、 m または τ のいずれに対してプロットした場合も、座屈応力に対して一義的に定まらず、 m に対してプロットしたときは実線部、 τ に対してプロットしたときは破線部が特に変動する。このことは次のように説明できよう。

図の破線部での座屈モードは図-3のモード①に対応するが、この座屈モードでは補剛材の曲げ抵抗の影響が卓越し、ねじり抵抗の影響は小さいため、従来からよく知られているように、座屈係数は曲げ剛比 γ に対してプロットすれば座屈応力にはほぼ無関係になるのである(図-2(a))。

注1) 座屈モード①は、正確に言えば、 $\sigma_{cr}/\sigma_Y = 0.8$ 、 $\tau = 0.26$ のときの座屈モードであるが、図-1, 2の破線部分の座屈モードはこれとはほとんど変わらない。

ところが、図-1の実線部は、図-3の座屈モード②～⑤よりわかるように、補剛材のある位置でのたわみが0に拘束された場合に対応し、この座屈モードでは被剛材の曲げ抵抗は2次的なくすなわち、曲げ剛比がある値以上あれば座屈荷重に影響を与えない）ものになり、ねじり抵抗が座屈荷重の大小を支配することになる。第2章で述べたように、補剛材のねじり剛性は δ と τ によって一義的に定まるため、座屈係数は τ に対してプロットしたとき座屈応力に無関係になる（図-2(b)）。それに反し曲げ剛比に対してプロットしたときは、第2章よりわかるように、たとえ δ と γ が一定でもSt. Venantのねじり剛比 γ は板の幅厚比すなわち座屈応力によって変化するため、座屈係数は座屈応力の値によって変動することになる（図-2(a)）。

上述のことを式の展開から実証すれば、補遺に示すようになる。要するに、座屈モードが図-3のモード①のときは、面積比 δ と曲げ剛比 γ が、モード②～⑤のときは δ と板厚比 τ が座屈係数を表現するのに適切な（座屈応力に無関係となる意味で）パラメーターであると言えよう。

- 2) 補剛材のねじり剛性を考えたときの座屈係数は、曲げ剛比が最適剛比以下（ $m \leq 1$ ）ではそれを考慮しないときの座屈係数とほとんど変わらないが、 $m > 1$ となると前者は後者の上限値 k_0 を越え、最大 $k = 1.355 k_0$ 近くに達する。 k 値がピークとなるときの m の値は座屈応力の値に関係なくほぼ1.44である。しかしながら、 m が1.44を越えると座屈係数は逆に減少し始め、ついには k_0 より低下することとなる。これは、後に詳しく述べるように、面積比 δ を固定して曲げ剛比 γ を増大（または τ を減少）させると、補剛材の幅厚比は増大し、ねじり剛性が低下するため、座屈係数が k_0 に達する以前に補剛材のねじり座屈が生じてしまうからである。
- 3) 補剛板が少なくとも k_0 の座屈係数を確保するまで補剛材のねじり座屈が生じないための限界の τ は、図-2(b)の実線で示した曲線が $k/k_0 = 1.0$ となるときの τ すなわち τ_0 であり、ここに示した例では座屈応力に無関係に $\tau_0 = 0.04$ となる。したがって、補剛板が座屈係数 k_0 を確保するためには、 $\tau \geq \tau_0$ が必要な条件になり、後に述べるように、この τ_0 から補剛材のねじり剛性による座屈強度の上昇を期待しないときの補剛材の幅厚比制限値が求められる。
- 4) 図-3に示した座屈モードを考察すると上で述べたことがより明りょうになる。座屈モード①は曲げ剛比が最適剛比以下で補剛材の曲げ抵抗が小さいため補剛板全体が幅方向に半波長で座屈した場合である。しかし、補剛材のねじり抵抗は十分あるため、補剛材のある位置での板のたわみ角は非常に小さい。座屈モード②は補剛材が曲げならびにねじりに対して十分強く、補剛材のある位置でのたわみならびにたわみ角がほぼ剛に拘束された場合で、このとき補剛板の座屈係数はその上限（ $1.355 k_0$ ）となる。さらに τ が減少（すなわち、ねじり抵抗が減少）すると座屈モード③が得られ、補剛材のある節線での板のたわみ角の拘束が不十分となった場合である。この拘束がほぼ0となった状態（すなわち、補剛材のねじり抵抗が0となった状態）が座屈モード④で、このときの τ の値は τ_0 である。したがって、このときの座屈モードは補剛材のねじり剛性を考え

ないときのそれとほとんど変わらない。座屈モード⑤は $\tau < \tau_0$ で補剛材のねじり座屈が板の座屈に先行してしまったと考えられる場合である。

上記の考察は、サブパネルの数 n 、板の縦横寸法比 α 、および補剛材と板の面積比 δ を固定して考えた場合であるが、これらの値が変化したときの影響を調べたものが図-4、5である。図-4は $n=3$ 、 $\alpha=1.0$ で $n\delta$ の値が0.2~0.8まで変化したときの座屈係数を $m=\gamma/\gamma^*$ および τ に対してプロットしたものであり、図-5は $n=5$ 、 $n\delta=0.5$ 、0.8で α の値が0.5~2.0と変化したときの座屈係数を m に対してプロットしたものである。両図とも座屈応力は $\sigma_{cr}=3200 \text{ kg/cm}^2$ の場合についてのみ考えており、図-4の(b)図では図-3の座屈モード①に対応する曲線部分は省略してある。これらの図より一般的にいえることは、板の縦横寸法比が一定の場合は面積比 δ が大きいほど、また面積比が一定のときは縦横寸法比が小さいほど座屈係数はその上限値($k/k_0=1.355$)近くに達することである。さらに、座屈係数がピークとなるときの曲げ剛比の値は、座屈係数の最大値が上限値近くにあるときは最適剛比の1.44倍前後であることがわかる。

これまでの考察により、補剛材のねじり剛性を考えたときの補剛板の座屈係数は、曲げ剛比が最適剛比以上であれば $k_0=4n^2$ から最大1.355 k_0 の範囲内のある値まで上昇する可能性があるが、この値は板の幅厚比、板の縦横寸法比、補剛材と板の面積比によって大きく変化することがわかった。この理由を説明する前に、ここで補剛材のねじり剛性を考えない場合の座屈解とここで述べたような補剛材のねじり剛性を解析にとり入れたときの解との関連について考えてみる。まず前者の場合には、補剛材の曲げ剛比が最適剛比以上であれば、補剛板の座屈係数は δ 、 γ の値にかかわらず一定値 $4n^2$ となる。補剛材のねじり剛性を考慮しない板の解析から得られるのはここまでであるが、補剛材自身の局部座屈(ねじり座屈)が板全体の座屈に先行しないためにはもう一つの条件が必要であって、それが補剛材の幅厚比制限となる。すなわち、この場合には、補剛材の曲げ抵抗のみを考慮した板の座屈と補剛材単独のねじり座屈を別々に取り扱っていることになる。それに反し、補剛材のねじり剛性を考慮した解析方法では、上記の2つの座屈を連成座屈として捉えていることになる。これは、補剛材の座屈後のつり合い条件を表す第2章式(2)を考察すれば明らかである。すなわち、補剛材のねじり剛性を考えないときの補剛板の解析には第1式のみ用いられ、 $m_2(x)=0$ とおいた第2式から補剛材単独のねじり座屈強度が求められる⁸⁾。それに反し、補剛材のねじり剛性を考慮する場合には、これらの両式を同時に補剛板の解析に用いているからである。したがって、後者の解析から得られる座屈解は、補剛材の幅厚比に関係なく常に真の座屈解を与えることになり、このことから図-2、4、5で示したような結果が得られた理由を説明できる。すなわち、これらの図で示したように、面積比 δ を固定して τ のみを減少させて補剛材の曲げ剛比を上昇させてゆくと、補剛材の幅厚比は必然的に増大し、そのねじり抵抗は減少することになる。したがって、 δ をある程度大きくしておかないと、たとえ曲げ剛比が最適剛比以上となったとしても、補剛材による板のたわみ角の拘束が不十分となって座屈強度の上

昇を余り望めなくなるわけである。このことは図-4, 5に示した結果によく表わされている。さらに、上記と同様な理由により、曲げ剛比がある値より大きくなると座屈強度はかえって低下し始めるという理由も説明できよう。これらのことを言い換えるならば、補剛材の幅厚比にあらかじめある制限をつけておき、曲げ剛比が最適剛比以上となるように補剛材の寸法すなわち面積比 δ を定めるようにすれば、補剛材のねじり剛性による座屈強度の上昇率を常に一定値に保つことが可能になるものと思われる。以下に、この幅厚比の制限値を先に示した図-4(b)から求める方法について説明する。まず、補剛材の幅厚比は簡単な演算より

$$\frac{b_s}{t_s} = \sqrt{\frac{\pi^2}{3(1-\nu^2)}} \cdot \frac{n\delta}{\tau^2} \cdot R \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

で表わされる。したがって、座屈係数 k に k_0 の定数倍 (β 倍) の値を確保させるのに必要とする補剛材の幅厚比の制限値は、図-4(b)の曲線群と $k/k_0 = \beta$ との交点から求まる τ の値および式(4)で $k/k_0 = \beta$ において求めた R を上式に代入すれば、 $n\delta$ および σ_{cr}/σ_Y の関数として求めることができる。このようにして求められた b_s/t_s の値を、 $\beta=1$ すなわち $\tau=\tau_0$ の場合の値 $(b_s/t_s)_0$ を基準にしてプロットしたものが図-6である。なお、 β の値の最大値は 1.355 であるが、 β がこの値での τ の値を図-4(b)から正確に読み取るのは困難であるので、ここでは $\beta=4/3=1.333$ までを考えている。 $(b_s/t_s)_0$ は補剛材のねじり剛性を考慮しない補剛板の設計に用いられる補剛材の幅厚比制限値で既知な量であるから、この図から設計で期待する座屈係数 $k = \beta k_0$ に対応する幅厚比制限値が簡単に求められる。この図よりわかるように、補剛材の幅厚比制限は β の値が大きくなると相当に厳しいものとなる。なお、この図はサブパネルの数 n が 3 の場合について求められたものであるが、横軸に $n\delta$ をとることにより、 n の値が任意の場合にも近似的に適用できることを指摘しておく。

最後に、この節で述べたことのまとめとして、補剛板の座屈係数を k_0 から $\beta k_0 (1 < \beta \leq 1.333)$ まで高めるために補剛材が満足しなければならない条件をまとめると、

- 1) $\gamma \geq 1.44\gamma^*$,
 - 2) 補剛材の幅厚比が図-6に示した制限値以下にあること、
- の2つである。ただし、曲げ剛比 γ は必ずしも1)の条件を満足する必要はなく、 β の値に応じて γ^* から $1.44\gamma^*$ の間にある値以上あれば十分であるが、簡単なため上の制限に統一した。

3.3 結 論

一様圧縮を受ける4周単純支持補剛板の弾性座屈強度を、補剛材のねじり剛性の影響を中心に述べて述べた。ただし、補剛材断面は長方形で、それらが等間隔に配置された場合に問題を限定している。得られた結論をまとめると次のようになる。

- (1) 補剛材のねじり剛性を考えた解析は、それを無視したときの補剛板の座屈と補剛材単独のねじ

り座屈を連成座屈として捉えていることになる。したがって、この解析から得られた座屈解は、補剛材の幅厚比に関係なく常に真の座屈解を与え、補剛材のねじり剛性を無視した場合の座屈解より上昇もするし低下もする。

- (2) 補剛材と板の面積比 δ および補剛材の曲げ剛比 γ を適当に選べば補剛材ねじり剛性による座屈強度の上昇が期待でき、座屈係数を $4\pi^2$ (補剛材のねじり剛性を無視したときの座屈係数の上限値) から最大 $5.42\pi^2$ まで高めることが可能である。
- (3) 補剛材の幅厚比ならびに曲げ剛比に制限をつければ補剛材のねじり剛性による座屈強度の上昇を常に一定に保つことができる補剛板の設計方法が可能となる。その幅厚比制限は図-6に与えられており、曲げ剛比は $\gamma \geq 1.44\gamma^*$ (ここに γ^* は *DIN 4114* に定める最適剛比) を満足すれば十分である。

3.4 補遺 (一様圧縮を受ける補剛板の弾性座屈の基礎式)

ここでは、本文中の弾性座屈の数値計算結果の所で述べたことを補足する目的で、一様圧縮を受ける補剛板の弾性座屈の基本式を座屈係数 k を用いて表わしておく。ただし、補剛材は長方形断面と考える。まず、第2章式(9)は、

$$[S] = [S\omega], \quad [S_G] = 12(1-\nu^2) \cdot \sigma_{cr} / \sigma_Y \cdot [\bar{S}_G] \quad \text{..... (A.1)}$$

と表わされる。ここに、 $[S\omega]$ は剛性行列が α のみの関数であることを示し、 $[\bar{S}_G]$ は一定行列である。ところが、座屈係数 k は

$$k = \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} \lambda^2 \quad \text{..... (A.2)}$$

で表わされるから、第2章式(7)の要素の剛性方程式は

$$([S\omega] - k[\pi^2 \bar{S}_G]) \{W\} = (\alpha/\pi)^2 \{\bar{F}\} \quad \text{..... (A.3)}$$

となる。次に、第2章式(17a~h)で表わされる補剛材剛性を表わす係数は、弾性域では、

$$\left. \begin{aligned} \bar{B}_y = \bar{B}_z = \bar{C}_w = \bar{C}_T = 1.0, \quad \bar{d} = 0.5, \\ \bar{z}_0 = 0.0, \quad \bar{P}_s = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y}, \quad \bar{K}_p = \frac{1}{12} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} \end{aligned} \right\} \quad \text{..... (A.4)}$$

となる。 \bar{K}_p は第2章補遺の(17h)'式より、 $\bar{\sigma}_s = \sigma_{cr} / \sigma_Y$ 、 $\bar{d} = 0.5$ において直接求められる。

式(A.4)および第2章式(10)を式(14)、(15)の \bar{q}_i 、 \bar{m}_i に代入すれば、これらは次のように表わされる：

$$\left. \begin{aligned} (\alpha/\pi)^2 \bar{q}_i &= f_1(\delta, \tau, k, \sigma_{cr}, \alpha) \cdot (w_i/b) \\ (\alpha/\pi)^2 \bar{m}_i &= f_2(\delta, \tau, k, \alpha) \cdot (\theta_i) \end{aligned} \right\} \quad \text{..... (A.5)}$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= k \left(\frac{\delta^3 \epsilon_Y}{3 \tau^2} - \frac{(\pi/\alpha)^2}{\sigma_{cr}/E} - \delta \right) \pi^2 \\ f_2 &= \left\{ \frac{1-\nu^2}{3} \delta^3 \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 + 2(1-\nu) \delta \frac{\tau^2}{\epsilon_Y} \right\} - k \left(\pi^2 \frac{\delta^3 \epsilon_Y}{3 \tau^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots (A.6)$$

である。

式(A.5)は補剛材のパラメーターとして面積比 δ と板厚比 τ を用いた場合である。 δ と曲げ剛比 γ を用いるときは、第2章式(20a)を用いて式(A.6)中の τ を消去すればよい。すなわち、いま

$$\left. \begin{aligned} f_1(\delta, \tau, k, \sigma_{cr}, \alpha) &= g_1(\delta, \gamma, k, \alpha) \\ f_2(\delta, \tau, k, \alpha) &= g_2(\delta, \gamma, k, \sigma_{cr}, \alpha) \end{aligned} \right\} \dots (A.7)$$

とおくと、関数 g_1, g_2 は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \gamma \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 - k(\delta \pi^2) \\ g_2 &= \left\{ \frac{1-\nu^2}{3} \delta^3 \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 - \gamma \frac{\sigma_{cr}}{E} \right\} + k \left(\frac{2(1-\nu) \delta^4}{3 \gamma} - \frac{\pi^2}{\sigma_{cr}/E} \right) \end{aligned} \right\} \dots (A.8)$$

したがって、要素の剛性方程式として式(A.8)、補剛材のある節点でのつり合い条件に式(A.5)または同式中の f_1, f_2 を g_1, g_2 に置き換えた式を用いて補剛板全体の剛性方程式を組み立てれば固有値として座屈係数 k が直接求められる。このようにして得られる座屈係数を図-2に示した結果と対比しながら考察してみる。まず、同図の破線部分の座屈モードでは、本文中で述べたように、補剛材の曲げ抵抗の影響が大きく、ねじり抵抗の影響は小さいため、近似的に式(A.5)で $\bar{m}_i = 0$ と考えれば、座屈係数は関数 f_2 または g_2 に無関係となるため、次のような形で表わされる。

$$k = k(\delta, \tau, \sigma_{cr}, \alpha) = k(\delta, \gamma, \alpha)$$

すなわち、座屈係数はパラメーター δ と γ を用いたときに座屈応力には無関係となる。(図-2(a))。それに反し、図-2の実線部の座屈モードは補剛材のある位置で変位が0であるから、式(A.5)で $\bar{w}_i = \bar{q}_i = 0$ となり、座屈係数は関数 f_1 または g_1 に無関係となって

$$k = k(\delta, \tau, \alpha) = k(\delta, \gamma, \sigma_{cr}, \alpha)$$

のように表わされる。すなわち、この場合には、座屈係数パラメーターとして δ と τ を用いたとき座屈応力に関係になり(図-2(b))、 δ と γ を用いたときは座屈応力によって変動することとなる(図-2(a))。

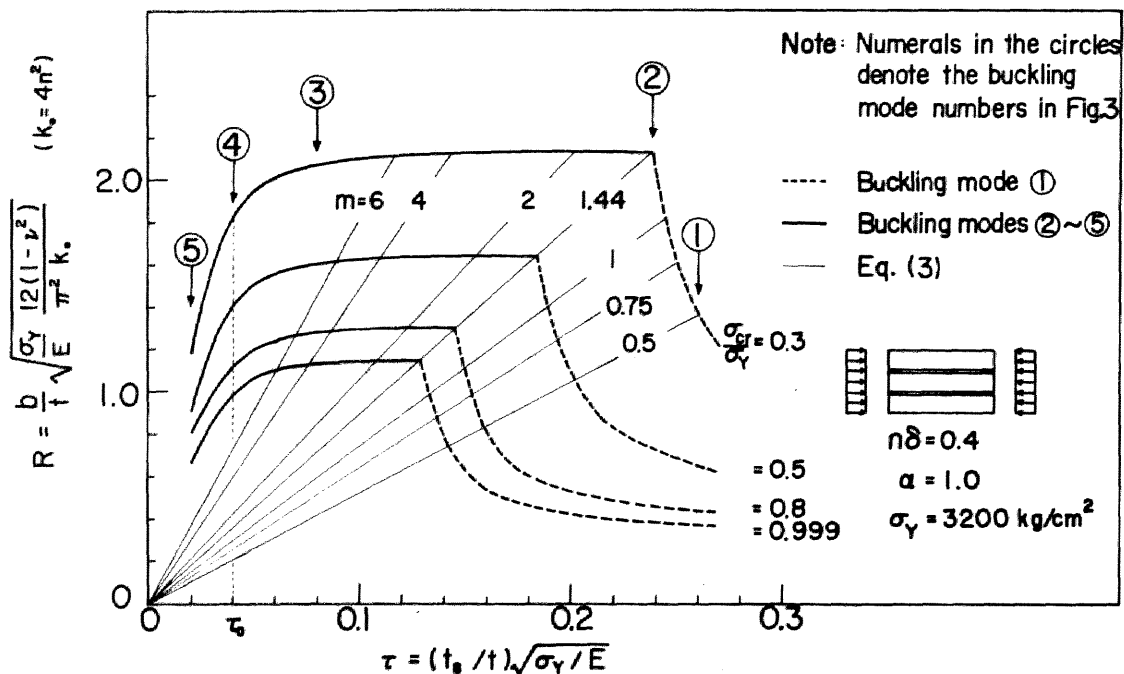


Fig. 1 R- τ Curves for Elastic Buckling of Stiffened Plate.

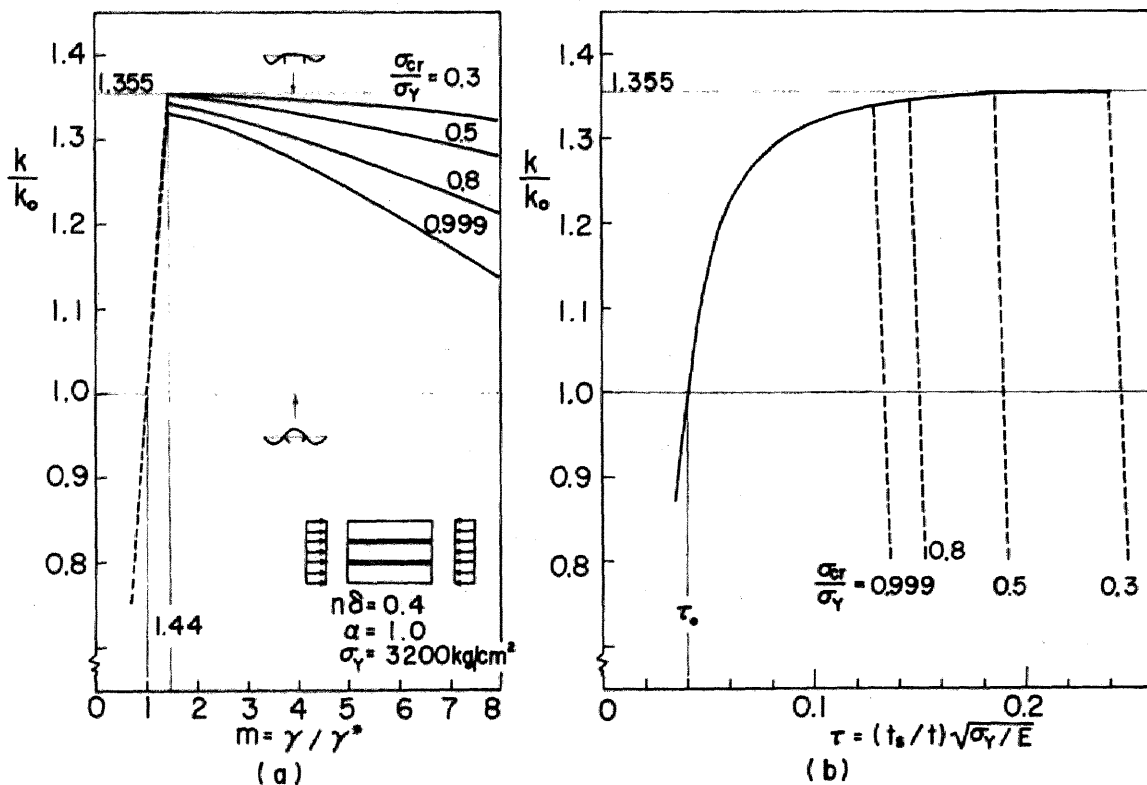


Fig. 2 Elastic Buckling Coefficient plotted against (a) m , and (b) τ .

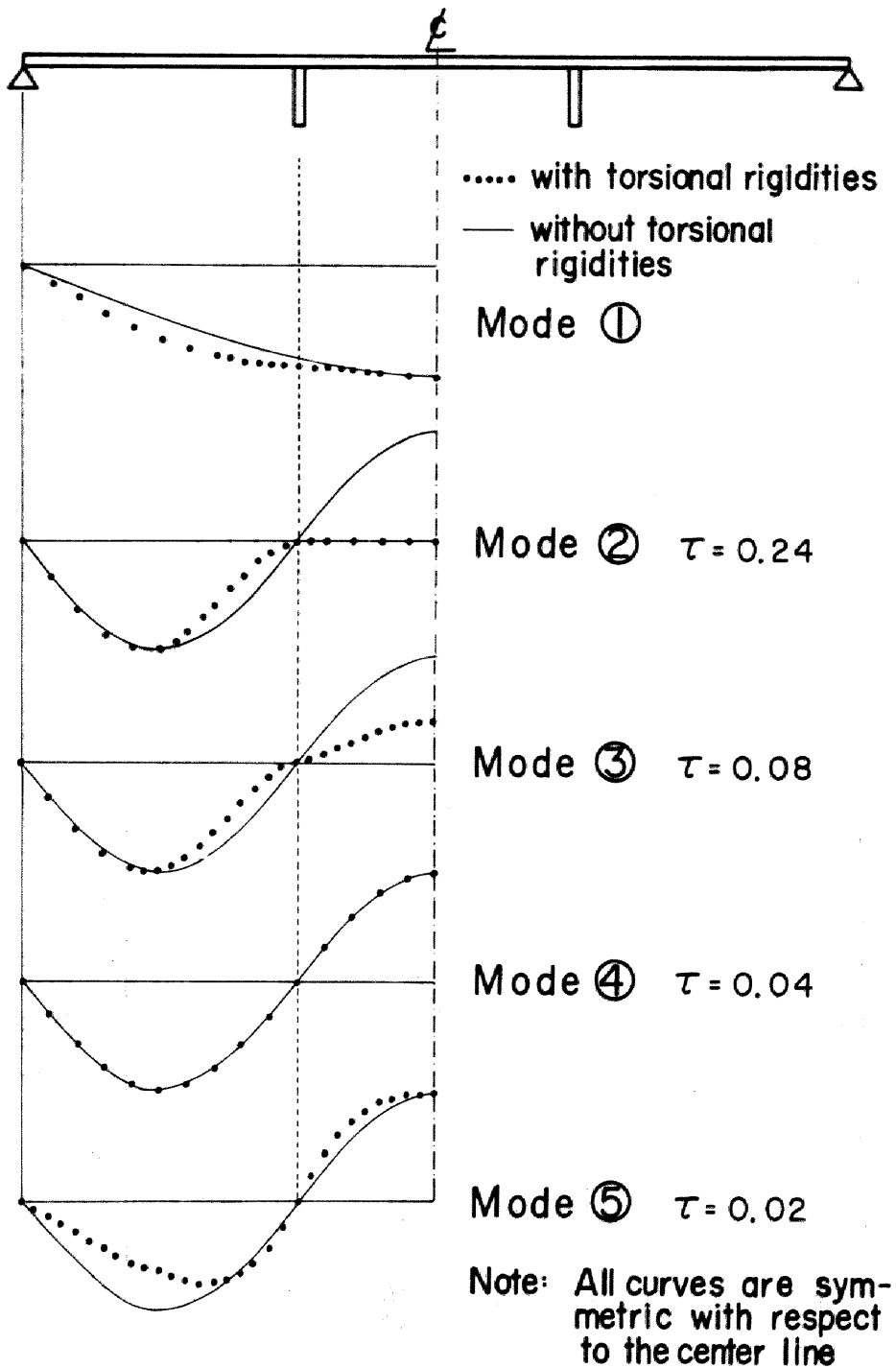


Fig. 3 Buckling Modes of Stiffened Plates.

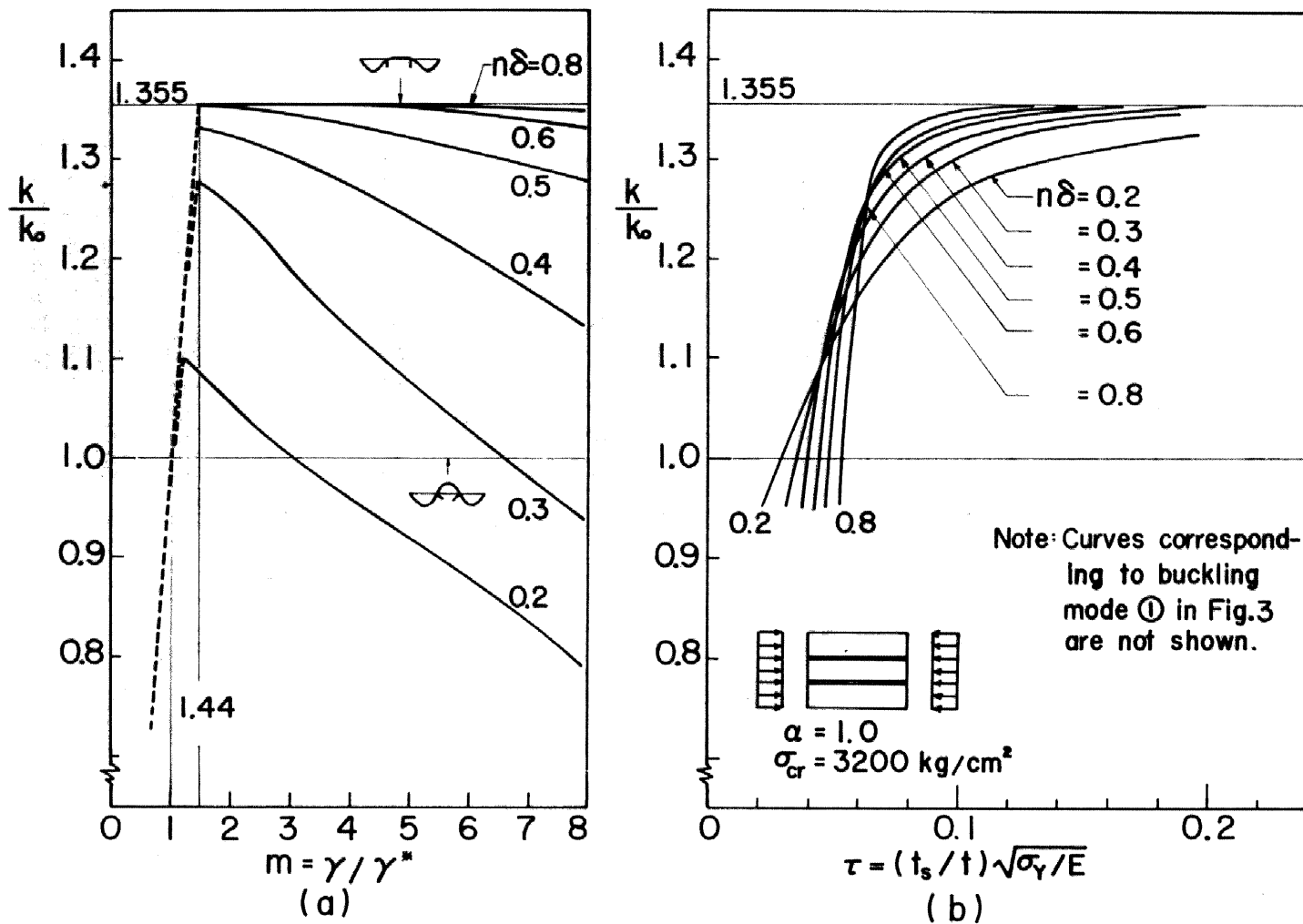


Fig. 4 Elastic Buckling Coefficients for Stiffened Plates with Various Values of $n\delta$.

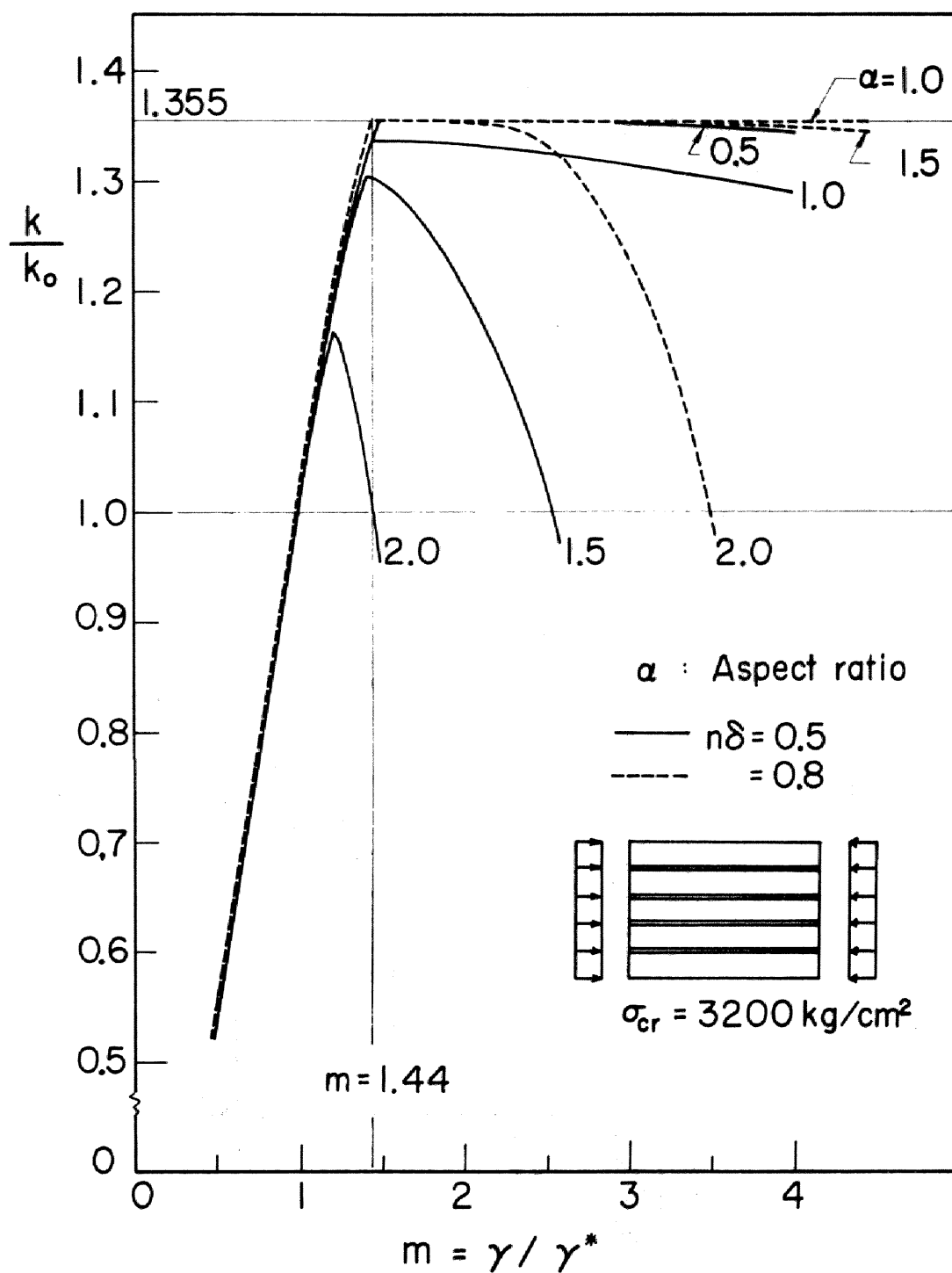


Fig. 5 Elastic Buckling Coefficients for Stiffened Plates with Various Values of Aspect Ratio α .

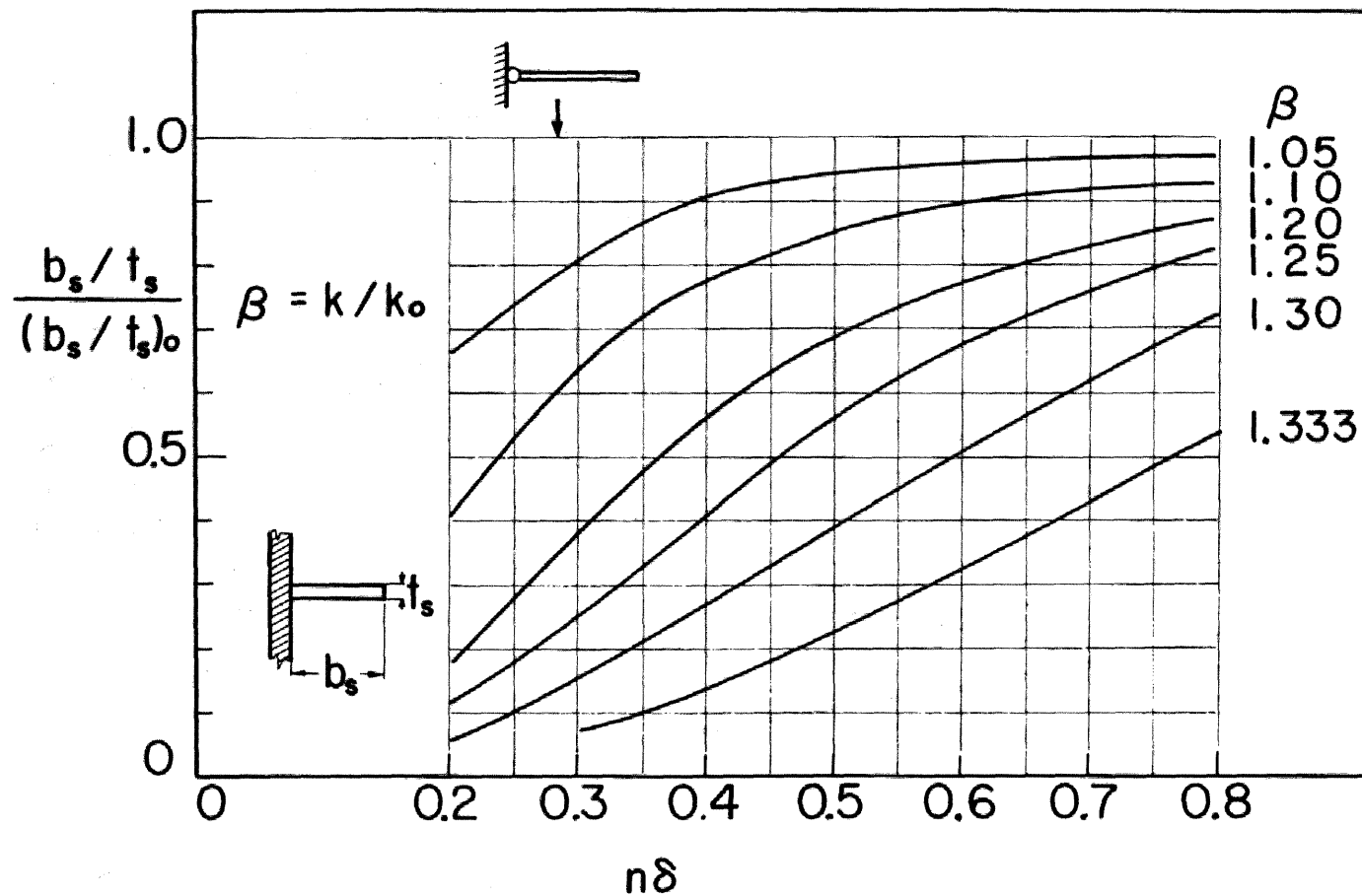


Fig. 6 Width-Thickness Ratio Requirements for Stiffeners.

第4章 一様圧縮を受ける補剛板の非弾性座屈強度

4.1 緒 言

本節では、残留応力を考慮した補剛板の非弾性座屈強度について述べる^{1),2),3)}。ただし、ここでは、等間隔に補剛された板に一様圧縮応力が作用する場合のみを考える。

残留応力が無補剛板の座屈強度におよぼす影響については既に多くの研究があり、非載荷辺単純支持の板に対しては理論的、実験的にも、等価幅厚比 R （第8章式(1)で表わされ、この場合には $n=1$ と考える）がほぼ0.7（SS41鋼に対して $b/t \cong 40$ ）のとき、板は全断面降伏荷重に達することが知られている。この考えは、現行設計示方書で最小板厚（または最大幅厚比）の規定にそのまま採用されている。一方、等間隔に補剛された非載荷辺単純支持の板に対する現行示方書の最小板厚規定では、板パネルの残留応力のみが座屈強度に影響を及すと考え、無補剛板に対する規定と同様に等価幅厚比 R （この場合には、 n は補剛材または非載荷辺で囲まれたサブパネルの数を表わす）が0.7のとき全断面降伏荷重に達すると考えている。この章は、このような考えが正しいかどうかを照査するために行った数値計算結果を述べたものである。なお、この章で取り扱う補剛板は、特にことわらない限り、4周単純支持とする。

4.2 数値計算結果

(1) 残留応力分布

計算に用いた残留応力分布形を図-1に示す。これらの残留応力分布は、板について各サブパネルで、補剛材についてはそれ自身でつり合い条件（軸方向力、曲げモーメントが共に零）を満足するように定めたものである。もちろん、残留応力は必ずしもこのような条件を満足する必要がなく、補剛板全体でつり合い条件を満足していれば十分であるが、計算の簡便さからこのように仮定した。補剛板の残留応力分布の実測値については、第5章で詳しく述べるが、実測残留応力分布と仮定した分布形を比較した一例を図-2に示す³⁾。測定した補剛板の材質は板パネル、補剛材ともSM50A、補剛材間の板の幅厚比は32、補剛材の幅厚比は10の場合である。仮定残留応力分布は、実測値とかなりよく一致していることが図よりわかる。

(2) 長方形断面リブによって補剛された板¹⁾

ここでは、板パネルと同一鋼種よりなる長方形断面リブによって補剛された板の非弾性座屈強度について述べる。なお、板パネルおよび補剛材の降伏応力は 3200 kg/cm^2 （SM50材相当）として計算してある。

図-3の太実線および破線は、数値計算より求めた等価幅厚比と板厚比関係（ $R-\tau$ 曲線）を平

均座屈応力 σ_{cr}/σ_Y (または座屈時の作用軸ひずみ $\varepsilon_{cr}/\varepsilon_Y$) をパラメーターにして描いたものである。補剛板の諸元は、サブパネル数 $n=3$ 、面積比 $n\delta=0.5$ 、板パネルの縦横寸法比 $\alpha=1.0$ で、残留応力の大きさは $\sigma_{rc}=\sigma_{rcs}=0.3\sigma_Y$ (ここに、 σ_{rc} 、 σ_{rcs} は、それぞれ、板パネル、補剛材の最大圧縮残留応力、図-1(a)、(b)参照) である。また、同図の細実線は、第3章式(3)を表わす。ただし、同式中の γ^* としては、*DIN* 4114 の最適剛比のかわりに、現行道路橋示方書⁴⁾ の縦方向補剛材最小必要剛比 γ_{req} とする。この γ_{req} は設計最小板厚 t_0 の関数として次式で表わされる：

$$\left. \begin{array}{ll} \alpha \leq \alpha_0 \text{ のとき} & \gamma_{req} = 4\alpha^2 n \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1+n\delta) - \frac{(\alpha^2+1)^2}{n} \\ \alpha \geq \alpha_0 \text{ のとき} & \gamma_{req} = \frac{1}{n} (\alpha_0^4 - 1) \end{array} \right\} \dots\dots (1)$$

ここに

$$\alpha_0 = \sqrt{2n^2 \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1+n\delta) - 1}$$

である。上式と *DIN* 4114 の最適剛比 (第3章式(4)) との相違は、 γ_{req} には t_0/t という係数を含むが γ^* にはこの係数がないことである。式(1)が有効であるのは $t_0/t \leq 1.0$ 、すなわち、板厚が最小板厚より大きいときのみであるため、この領域では γ_{req} は γ^* より小さくなる。さて、 γ_{req} にはこのように t_0/t なる係数を含むが、これは次のようにして等価幅厚比の関数に置き代えることができる。すなわち、最小板厚 t_0 は等価幅厚比 R が 0.7 のときの板厚を表わすから、第3章式(1)の R の式より、

$$\frac{b}{t_0} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k_0}} = 0.7$$

が成り立つ。従って、上式と R の比を採ることにより、

$$\frac{t_0}{t} = \frac{R}{0.7} \quad (R \leq 0.7) \quad \dots\dots\dots (2)$$

が得られる。上式を道路橋示方書の必要剛比式(1)に代入すれば、 γ_{req} が R の関数として求められる。ただし、 R が 0.7 より大きいときは、当然 $t_0/t=1.0$ と考えるべきで、 γ_{req} は R に無関係となり *DIN* 4114 の最適剛比式にまったく一致する。

さて、図-4は図-3から求めた $m=\gamma/\gamma_{req}=1, 2, 4$ のときの座屈曲線 (σ_{cr}/σ_Y-R 曲線) を示す。図中、曲線④は補剛材の曲げ剛比が必要剛比以上で残留応力および補剛材のねじり剛性を考えないときの補剛板の弾性座屈曲線、曲線⑥および⑦は無補剛板 ($n=1$) の座屈曲線で、それぞれ、両非載荷辺単純支持および非載荷辺の一边が固定で他辺が単純支持の場合に対応する。したがって、弾性域 ($\sigma_{cr}/\sigma_Y < 0.7$) では、曲線⑥はねじり剛性のない補剛材をもつ板がその補剛材間で単独座屈を起すときの座屈曲線に、また曲線⑦は補剛材のねじり剛性を考慮したときの

補剛板の座屈曲線の上限曲線にもなる^{注1)}。さらに、図-5は図-4と同様な関係を面積比のみを小さくした場合($n\delta=0.3$)について示したものである。図-3~5から次のことが考察できるであろう。

- 1) 弾性域で、曲げ剛比が必要剛比以上($m \geq 1$)でも座屈曲線が曲線⑥に収束しないのは補剛材のねじり剛性による座屈強度上昇のためである。座屈強度は、第3章弾性座屈で述べたように、面積比 δ を固定して曲げ剛比を大きくしても必ずしも上昇するわけではなく、曲げ剛比がある値より大きくなるとかえって低下し、この低下の程度は面積比が小さいほど大きくなる。また、 $n\delta=0.5$ のときの座屈曲線は曲げ剛比が必要剛比の1~4倍のとき曲線⑥近辺まで上昇する。このときの座屈モードは図-3に示した②であり、補剛板の座屈強度の上限にはほぼ等しい。なお、面積比 δ が一定のとき弾性域で座屈強度がピークとなる曲げ剛比の値は、ここに示した例では、図-3からわかるように必要剛比にはほぼ等しい($m \cong 1$)が、この値は残留応力大きさによって変化し、板および補剛材の最大圧縮残留応力が $0.3\sigma_Y$ 以下のときは必要剛比の1~1.44倍の間にあり、それ以上のときは必要剛比より小さくなることが別の計算結果からわかっている。
- 2) 非弾性域での座屈曲線は座屈応力 σ_{cr}/σ_Y の値によってほぼ3つの領域にわけられる。まず第一の領域は $\sigma_{cr}/\sigma_Y \leq 0.8$ で、ここでは弾性域の場合とほぼ同じことがいえ、補剛材はまだ十分な剛性を持っていることがわかる。第2の領域は $0.8 \leq \sigma_{cr}/\sigma_Y \leq 0.9$ で、ここでは曲げ剛比が小さい(すなわち m が小さい)板から座屈モードが②から①に移行し(図-3参照)、したがって、曲げ剛比を必要剛比より大きくする効果がこの領域で初めて表われ、図-4に示した m の範囲内では $m=4$ のときの座屈強度が最も大きくなっている。しかし、座屈強度の大きな上昇はあまり望めない。残りの領域では、補剛材の曲げ剛度 B_y の極端な低下のために座屈モードはすべて①のようになり、補剛材がない板とほぼ同じような状態になって幅厚比 R は急激に低下している^{注2)}。

上記の2)で述べたことを補足する意味で、補剛材の剛度のうち座屈強度におよぼす影響の大きい曲げ剛度 B_y およびSt. Venantのねじり剛度 C_T の変化を軸ひずみ ϵ_{cr}/ϵ_Y に対してプロットしたものが図-6である。補剛材の最大圧縮残留応力 σ_{res} が $0.3\sigma_Y$ のとき、 $\epsilon_{cr}/\epsilon_Y \geq 1.2$ (または図-3より $\sigma_{cr}/\sigma_Y \geq 0.9$)では、 B_y はほぼ0となり C_T のみ存在することになるが、このときの座屈モードでは補剛材のねじり剛性による座屈強度の上昇はほとんど望めないから、補剛板の座屈曲線は無補剛板のそれとほぼ一致することになるのである。

注1) 非弾性域では板と補剛材の塑性化の割合が異なるため、これらは必ずしも一致しない。

注2) 図-4, 5の曲線⑥, ⑦の横軸は $k_0 = 4$ ($n=1$)として計算してあることに注意。横軸にサブパネルの数に無関係な板の幅厚比をとれば $\sigma_{cr}/\sigma_Y \geq 0.9$ では計算より求めた補剛板の座屈曲線はすべて曲線⑥にほぼ一致することになる。

次に、残留応力の大きさを変化させたときの座屈曲線を示したものが図-7である。ここで、対象とした補剛板は図-5の場合と同じ（ただし曲げ剛比が必要剛比に等しい場合のみ）であり、板と補剛材の最大圧縮残留応力の大きさは等しいものとしている。また、図に示した曲線④は道路橋示方書および鋼鉄道橋設計基準で用いられている補剛板の耐荷力曲線である。この曲線は図-4, 5にも曲線④としてプロットしてある。図-7からわかるように、座屈曲線は平均座屈応力 σ_{cr} が降伏点応力 σ_Y 近辺になるとほとんど1本の曲線に収束してしまう。したがって、 $\sigma_{cr} = \sigma_Y$ となる板の等価幅厚比 R の値すなわち R_{cr} は、残留応力の大きさに無関係にはば一定値0.21となり、この値は示方書で期待している $R_{cr} = 0.7$ とは大きな差が生じている。

以上は補剛材が2本の補剛板に対する数値計算結果を示したものであるが、補剛材本数が異っても非弾性域の座屈曲線の傾向はほぼ同じようなものになる。図-8は補剛材曲げ剛比を必要剛比に固定し、補剛材本数、板の縦横寸法比 α を変化させたときの座屈曲線を一枚の図にプロットしたものである。ただし、最大圧縮残留応力の値は降伏応力の80%と考えている。弾性領域および非弾性領域の初期の部分は、前述のように、各補剛板における補剛材ねじり剛性の相違のために1本の曲線に収束しない。また、高座屈応力部（ $\sigma_{cr}/\sigma_Y \geq 0.9$ ）では、補剛板は実質的に無補剛板に等しくなると考えられるため、横軸にサブパネルの数 n を含む等価幅厚比 R に対してプロットすると1本の曲線に収束しなくなる。従って、種々の補剛板の座屈強度を幅厚比の全領域にわたって1本の曲線で代表させることは困難ではあるが、実用的な補剛板（柱材の圧縮フランジを考える）の幅厚比は R に換算すると0.4~0.9程度に納り、図-8のどの座屈曲線もこの領域では大差ないことから、座屈曲線を $\sigma_{cr}/\sigma_Y - R$ で表わす方法が非常に有効であることがわかる。ただし、このようなプロットの方法は、補剛材曲げ剛比が少なくとも現行示方書の必要剛比以上であるときのみ有効であることに注意する必要がある。

実際の構造物の設計においては、補剛板の非載荷辺は通常単純支持として設計される。したがって、補剛板の座屈実験においても非載荷辺は単純支持の条件で行なわれる場合が多いが、第5章で述べるように、単純支持の条件を完全に満足させるような治具を考案することは非常に難しく、ある程度変形とくにたわみ角を拘束する状態で実験することもやむおえなくなる。そこで、ここでは、非載荷辺のたわみ角拘束がどの程度座屈強度に影響をおよぼすかを調べておくことにする。図-9は種々の補剛板について非載荷辺単純支持および非載荷辺固定の場合の座屈曲線を比較したものである。弾性領域においてはこの影響がどの補剛板についても非常に大きい。しかし、非弾性域に入ると、単純支持固定の差が徐々になくなり、 $n=2$ で R が0.3~0.5のときを除いて、前述の実用的な補剛板幅厚比の領域ではほとんど差がなくなる。従って、柱材の設計を考える限りにおいては、非載荷辺単純支持固定の差は余り問題にならないと思われる。

最後に、これまでの数値計算では補剛材曲げ剛性に道路橋示方書の必要剛比 γ_{req} を基準とし

てその定数倍を考えてきたが、*DIN* 4114 の最適剛比 γ^* を基準としてほぼ同様な結果が得られることを附記しておく⁵⁾。これは、前述のように、 γ_{req} と γ^* の相違は $R \leq 0.7$ の領域のみにありしかもこの領域では補剛材曲げ剛比の大小によって座屈強度は大きく変化しないからである。

(3) ハイブリッド補剛板²⁾

ハイブリッド補剛板とは、ここでは、補剛材に板パネルよりも高強度の鋼材を用いた補剛板を指すものとする。前述の数値計算結果より、残留応力の存在によってもたらされる補剛材の早期の降伏による剛性低下が補剛板の座屈強度を著しく低下させることがわかったが、これを防止する一案として考え出されたのがハイブリッド補剛板である⁶⁾。すなわち、補剛材の降伏応力を板パネルのそれよりも高くしておき、補剛材が降伏域に入るのを遅らせることを意図したものである。このような補剛板の設計で問題となる点の一つは、補剛板と板パネルの降伏応力の比をどの程度にとればよいかという点である。もちろん、この降伏応力比は基本となる補剛板の強度すなわち補剛板の設計強度（基本強度式と称する）によって異ってくるが、ここでは基本強度として現行の鋼橋示方書の基本強度式を考え、この式が安全側の設計式として用いることができるための最小の降伏応力比はいくらかという点から検討を進めることにする。

このようなハイブリッド補剛板の非弾性座屈強度を求める計算方法は板と補剛材に同鋼種を用いた補剛板（ここでは、ホモニアス補剛板と呼ぶことにする）の計算方法と大きく変る所がない。ただ一つの相違点は、補剛板の有効剛性（第 2 章、式 17）を求めるとき、補剛材の応力ひずみ関係を用いることである。なお、以下の説明では、 σ_y を板パネルの降伏応力、 σ_{ys} を補剛材の降伏応力と考え、座屈応力および等価幅厚比 R は板パネルの降伏応力で無次元化して考えることにする。また、ハイブリッド補剛板の残留応力分布の実例はいまのところないが、ホモニアス補剛板の残留応力分布形と大きな相違はないと考えられるので図-1 と同じ分布形を仮定した。ただし、補剛材の最大引張残留応力は、補剛材の降伏応力 σ_{ys} と考えることにする。

数値計算より得られた結果を図-10（補剛材 2 本）図-11（補剛材 4 本）、図-12（補剛材 1 本）に示す。いずれの場合も補剛材曲げ剛比は *DIN* 4114 に定める最適剛比に固定してあり、板パネルおよび補剛材の最大圧縮残留応力は、ともに板パネルの降伏応力の 80% または 50% と仮定している。降伏応力比 σ_{ys}/σ_y は 1.0 から 1.5 まで変化させてあるが、当然のことながら、降伏応力比が大きいほど高い座屈応力を与え、ハイブリッド補剛板の考えが有効なことを示している。図-10 (a)には、東京大学⁷⁾で行なわれたハイブリッド補剛板の耐荷力実験結果がプロットしてあるが、理論座屈曲線は実験結果をよく説明していると考えられる。

図-10～12の座屈曲線から、等価幅厚比 R が 0.7 のときの座屈応力を読み取り、降伏応力比 σ_{ys}/σ_y に対してプロットしたものが図-13である。前述のように $R=0.7$ は現行の設計示方書で補剛板が全断面降伏荷重に達することを期待している板パネルの幅厚比である。図-13 からわか

るように、座屈応力は降伏応力比にはほぼ比例して高くなり、その勾配は全ての補剛板についてはほぼ一定である。また、図中に示した数値より、残留応力および降伏応力比が一定ならば座屈応力は $(n-1)\delta$ の値が大きいほど高くなる。 δ は一本の補剛材断面積と板パネルの断面積の比であるから、 $(n-1)\delta$ は補剛材全断面積と板パネルの断面積の比となる。さらに、ハイブリッド補剛板の全断降伏荷重 P'_y は、

$$\frac{P'_y}{P_y} = 1 + \frac{(n-1)\delta}{1+(n-1)\delta} \frac{\sigma_{ys}}{\sigma_y} \dots\dots\dots (3)$$

で表わされる。ただし、 P_y は考えているハイブリッド板と同じ断面を有するホモジニアス補剛板（降伏応力 σ_y ）の全断面降伏荷重である。従って、式(3)からわかるように、 σ_{ys}/σ_y を一定すれば、 P'_y/P_y は $(n-1)\delta$ が大きくなるにつれて大きな値を与えることになる。以上の考案により、ハイブリッド補剛板の強度は P'_y/P_y の値の大小に左右されることになる。一般に、補剛材本数が多くなればなるほど補剛材断面積が補剛板全断面積に占める割合が高くなるのが普通であるので P'_y/P_y の値は大きくなり、従ってハイブリッド補剛板の効果がより有効になる。

さて、ハイブリッド補剛板の降伏応力比をどの程度にすれば現行示方書の基本強度式が安全になるかは、残留応力および P'_y/P_y の値によって座屈応力が変化するため一概には言えない。しかし、最大圧縮残留応力が $0.5\sigma_y$ となるのは第5章で述べるように実際の構造物では最大限であると考えられることを考慮すると、図-13より降伏応力比が1.85～1.4以上であれば、補剛板の平均座屈応力は $R=0.7$ のとき板パネルの降伏応力にはほぼ達することができ、現行設計示方書の考え方は安全になることがわかる。従って、たとえば板パネルに SM41 ($\sigma_y=2400\text{ kg/cm}^2$)、補剛材に SM50 ($\sigma_{ys}=3200\text{ kg/cm}^2$) の鋼材を用いたハイブリッド補剛板に対しては現行示方書の補剛板設計規定がそのまま適用できることになる。

最後に、ハイブリッド補剛板の座屈強度におよぼす補剛材ねじり剛性の影響について触れておく。これまでの数値計算結果はいずれも補剛材ねじり剛性の影響を考慮したものであったが、これを無視したときの結果と比較したものが図-14である。この図よりわかるように、ねじり剛性の影響は等価幅厚比 R が0.7以上ではかなり大きい、それより小さくなるとほとんどなくなる。これは、 $R=0.7$ 近辺で補剛板の座屈モードが図-3のそう図の②～④からの①のモードになり補剛材ねじり剛性による強度上昇が期待できなくなったからにほかならない。

(4) T形断面補剛材つき板

実在構造物の柱材に T形断面または L形断面リブによって補剛された板を用いた施工例は我国ではあまりない。例えば、吊橋主塔の場合、関門橋を初め本州四国連絡橋として計画されている吊橋主塔のすべては長方形断面リブによって補剛された板を使用している。しかし、諸外国では長方形断面以外のリブで補剛された板も見られ、例えば、Severn 橋主塔にはバルブ材、Forth 橋主塔には箱形断面材が補剛材に用いられている。我国で長方形断面リブが多用されている理由は明らかでないが、多分、施工の容易さから来るものであろう。T形断面リブは長方形断面リブに比べ施工上からは

不利であるが、ねじり剛性とくにそりねじり剛性が大きいことおよび部分的な降伏により急激な剛性低下が起らないことなど、長方形断面リブより力学的に有利な面を有している。本節ではこのような T 形断面リブを有する補剛板の座屈強度について考察する。

仮定した残留応力分布は図-1(c)に示した通りである。 T 形断面リブつき板の残留応力分布の実測例はないが、溶接 H 形断面に対する実測残留応力分布から類推してこのような分布形を仮定した。まず、 T 形断面補剛材の有効曲げ剛性 B_y/EI_y の軸ひずみ ϵ_{cr}/ϵ_r による変化を示すと図-15のようになる。ここで、 T 形断面のフランジとウェブの板厚は等しいと考え、それらの幅の比は0.2~1.0と変化させてある。この図と図-6を比較すれば明らかなように、 T 形断面の方が長方形断面よりも剛性低下の割合がかなりゆるやかであり、力学的には有利な断面であることがわかる。また、フランジとウェブの幅の比の変化は有効剛性にあまり影響を与えないようである。

次に、図-16(a)~(c)は補剛材2本の補剛板の座屈曲線を示したものである。ここで、補剛材断面のフランジとウェブの板厚は等しいものとし、それらの幅の比は(a):0.2, (b):0.4, (c):0.6と変化させてある。また、最大圧縮残留応力は降伏応力の50%と考えている。前述のことから予想されることであるが、 T 形断面補剛板の非弾性域での座屈曲線は長方形断面補剛板のそれとかなり違った様子を示し、曲げ剛比 γ が最適剛比 γ^* に等しいときでも座屈強度はなだらかに降伏応力に近づく。また、曲げ剛性の増大に供う座屈強度の上昇も長方形断面の場合よりも大きい。 $\gamma=\gamma^*$ の場合には、等価幅厚比 R が0.7のとき、平均座屈応力は降伏応力の85%程度であり、 $R\cong 0.8$ で初めて補剛板は全断面降伏荷重に達する。したがって、この場合には、現行設計示方書の基本強度式はかなり危険側になる。ところが、曲げ剛比を最適剛比の2倍以上にすると、座屈強度はかなり上昇し、 $R=0.7$ で降伏応力の95%、 $R=0.6$ で降伏応力の98%程度まで達する。従って、実用上は、 $R=0.6\sim 0.7$ 程度で補剛板は全断面降伏荷重に達すると考えてもよいであろう。

4.3 結 論

一様圧縮を受ける長方形断面リブつき板、板パネルと補剛材に異種鋼材を用いたハイブリット補剛板、および T 形断面リブつき板の非弾性座屈強度について述べた。ただし、補剛材は等間隔に配置されているものとし、残留応力分布は図-1に示すように仮定した。得られた結論をまとめると次に示すようになる。

長方形断面リブつき板（ホモジニアス補剛板）

- 1) 板パネルに存在する残留応力のほかに補剛材に存在する残留応力を考慮すると、我国の現行設計示方書で規定する最小板厚（または最大幅厚比）、補剛材所要剛性のもとでは、補剛板は全断面降伏荷重以下で座屈する。
- 2) 上記補剛板の座屈荷重は残留応力の大きさにもよるが、概略、全断面降伏荷重の80~90%

程度である。

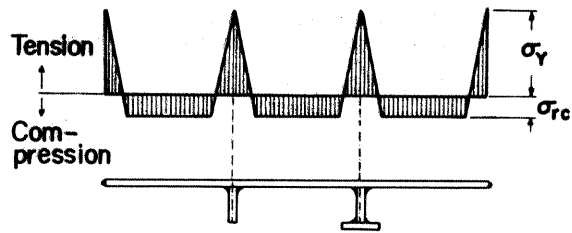
- 3) 補剛材の曲げ剛比を少々大きくしても座屈荷重の大きな上昇は望めない。
- 4) 非載荷辺固定の影響は柱材の構成板要素として通常用いられる補剛板幅厚比のもとでは余り大きくない。

長方形断面リブつきハイブリッド板

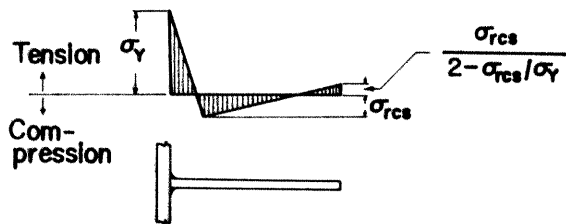
- 5) 補剛材に板パネルよりも高強度鋼材を用いる（ハイブリッド補剛板）ことにより、補剛板の座屈強度はかなり上昇し、それらの降伏応力の比が 1.35～1.4 以上であれば、現行設計示方書の規定はほぼ安全側になる。たとえば、板パネルに SM41 鋼，補剛材に SM50 鋼を組み合わせたハイブリッド補剛板が可能になる。

T 形断面リブつき板（ホモジニアス補剛板）

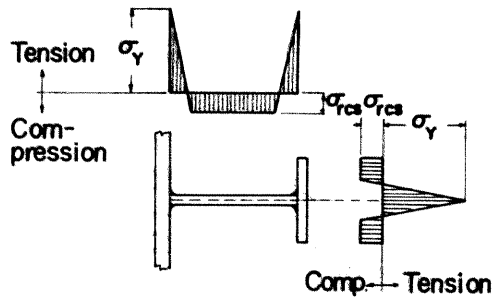
- 6) 補剛材に T 形断面を用いた補剛板は、長方形断面リブを用いた補剛板よりも座屈強度が高くなるが、それでも現行設計示方書の最大幅厚比，補剛材所要剛性のもとでは、全断面降伏荷重の 85% 程度で座屈する。しかし、補剛材曲げ剛性を所要剛性の 2 倍以上にすると、設計最大幅厚比（等価幅厚比 $R=0.7$ ）で全断面降伏荷重の 95%， $R=0.6$ でその 98% 程度まで上昇する。従って、実用的には $R=0.6\sim 0.7$ 程度で補剛板は全断面降伏荷重に達すると考えてもよいであろう。ただし、上記の結果はフランジとウェブが等厚の T 形断面補剛材に対して得られたものである。



(a) Plate



(b) Rect. Stiffener



(c) T Stiffener

Fig. 1 Assumed Residual Stress Patterns in (a) Plate, (b) Rectangular Stiffener, and (c) Tee Stiffener.

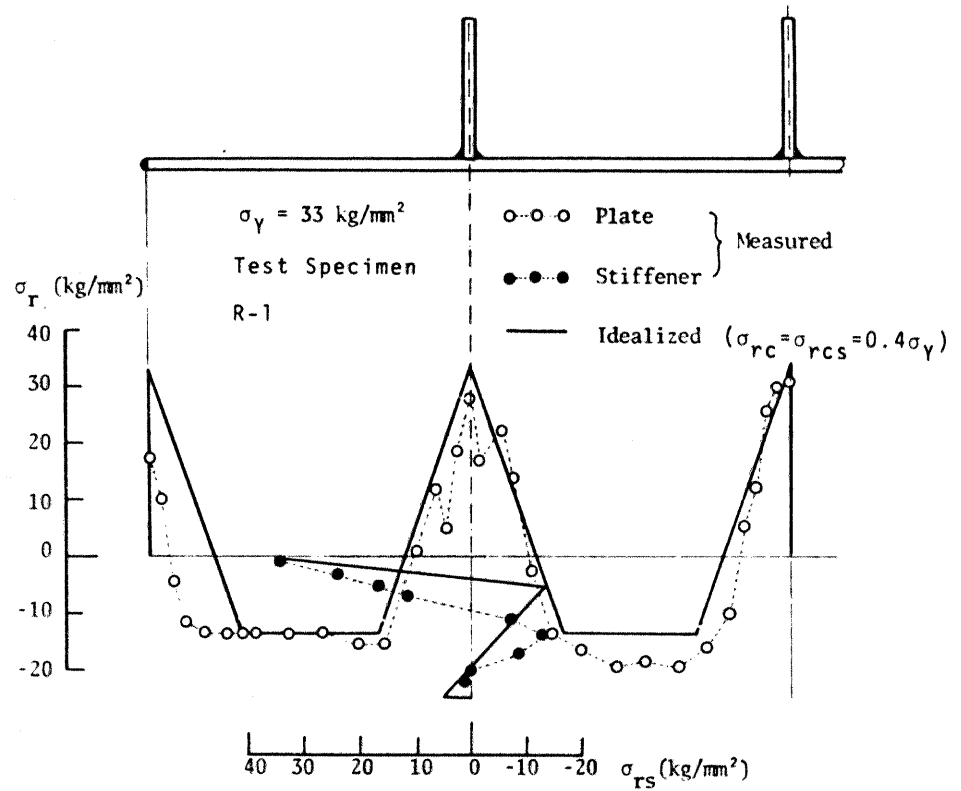


Fig. 2 Measured and Idealized Residual Stress Patterns.

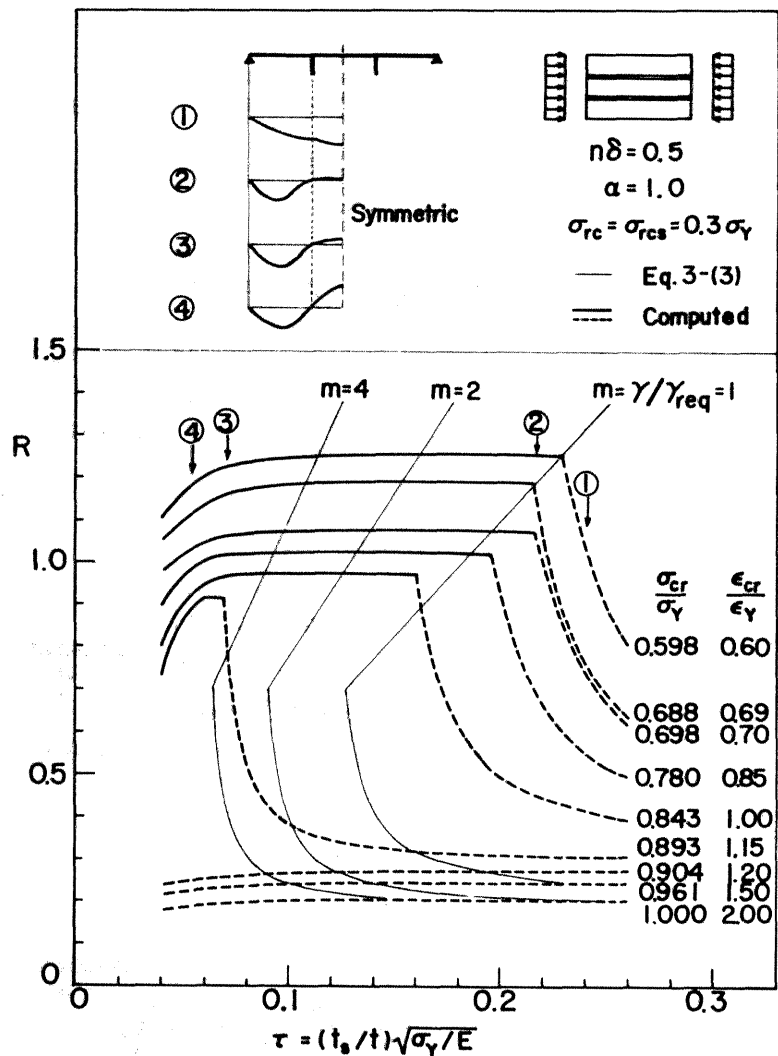


Fig. 3 R- τ Curves for Elastic and Inelastic Buckling of Stiffened Plates with Residual Stresses.

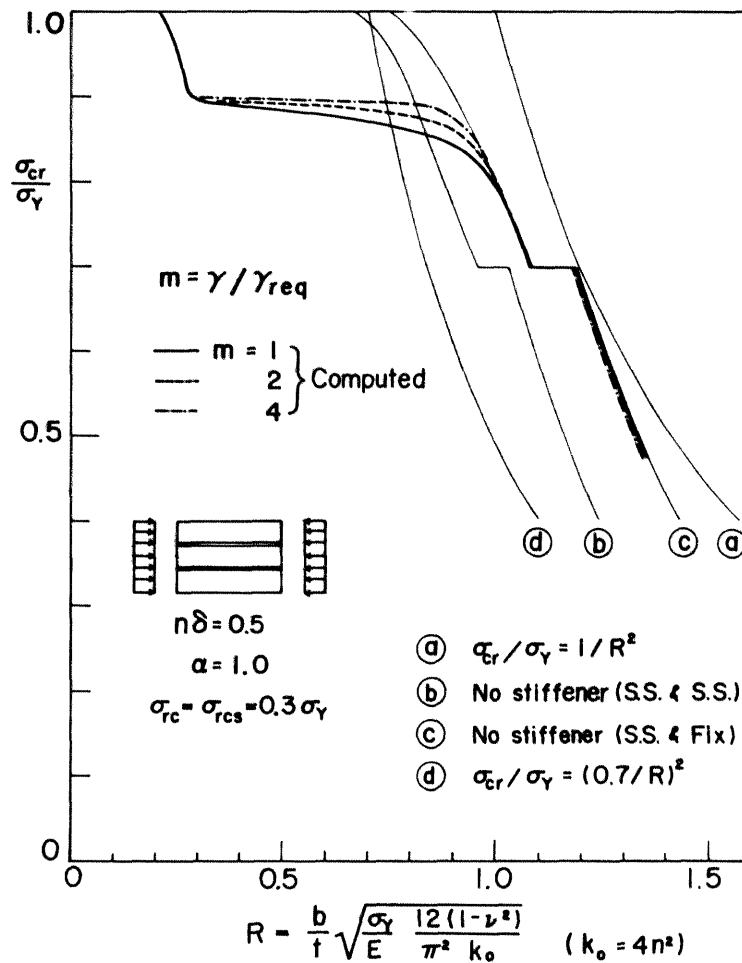


Fig. 4 Buckling Curves of Stiffened Plates ($n\delta = 0.5$).

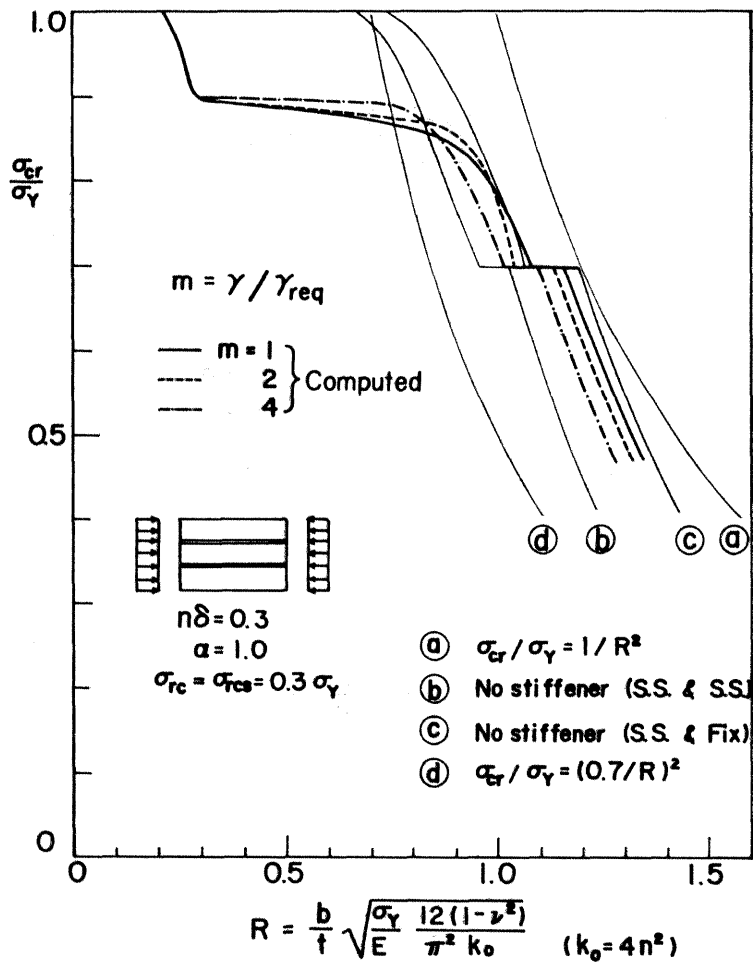


Fig. 5 Buckling Curves of Stiffened Plates ($n\delta = 0.3$).

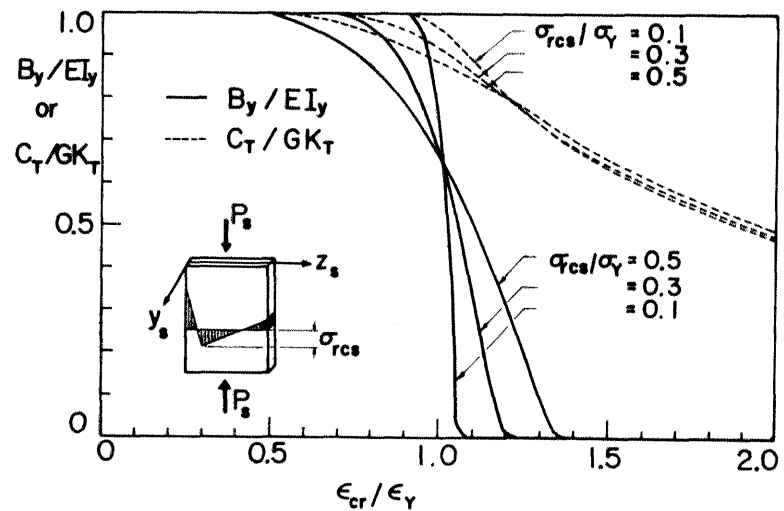


Fig. 6 Variation of Bending and St. Venant Torsional Rigidities of Rectangular Stiffener.

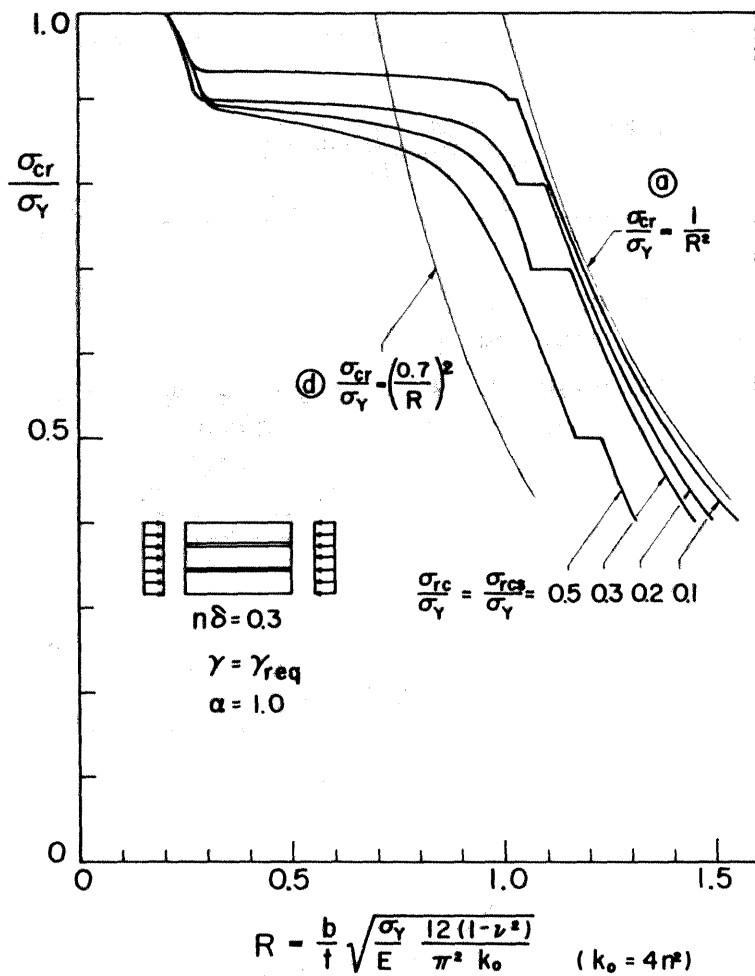


Fig. 7 Effect of Residual Stresses.

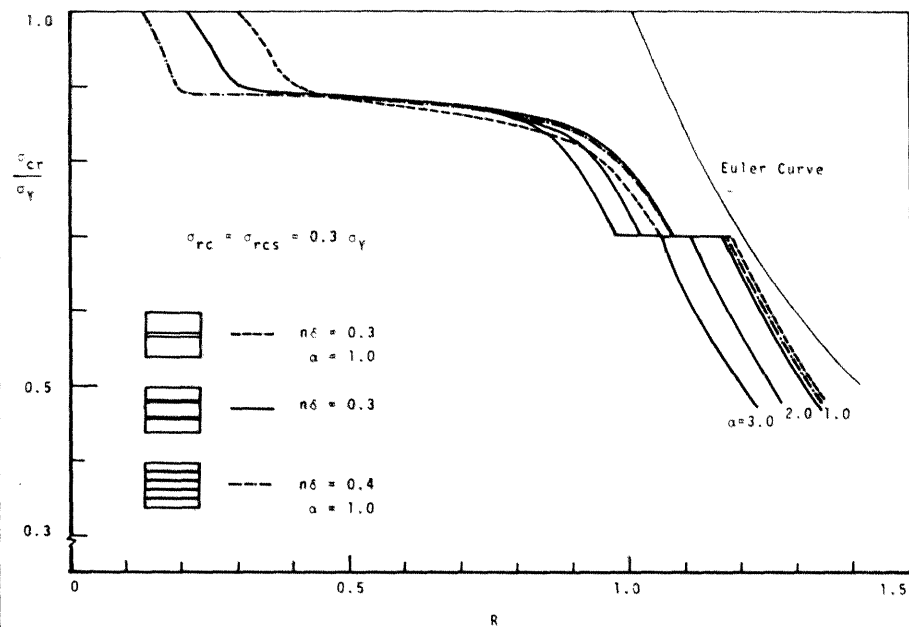


Fig. 8 Buckling Curves of Various Stiffened Plates.

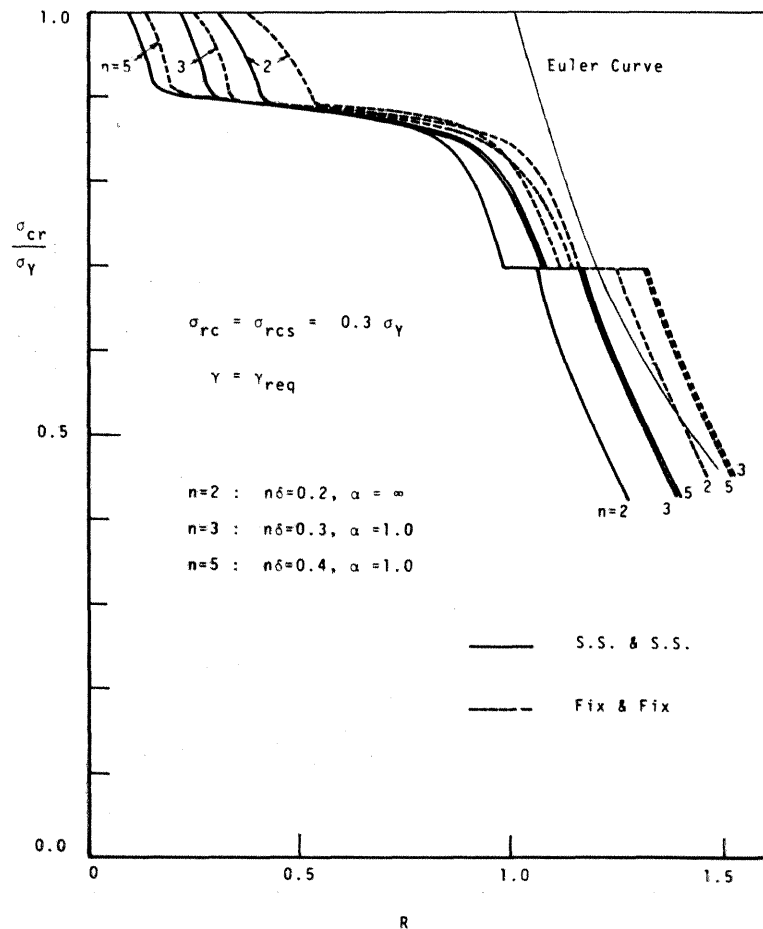


Fig. 9 Effect of Supporting Conditions of Unloading Edges.

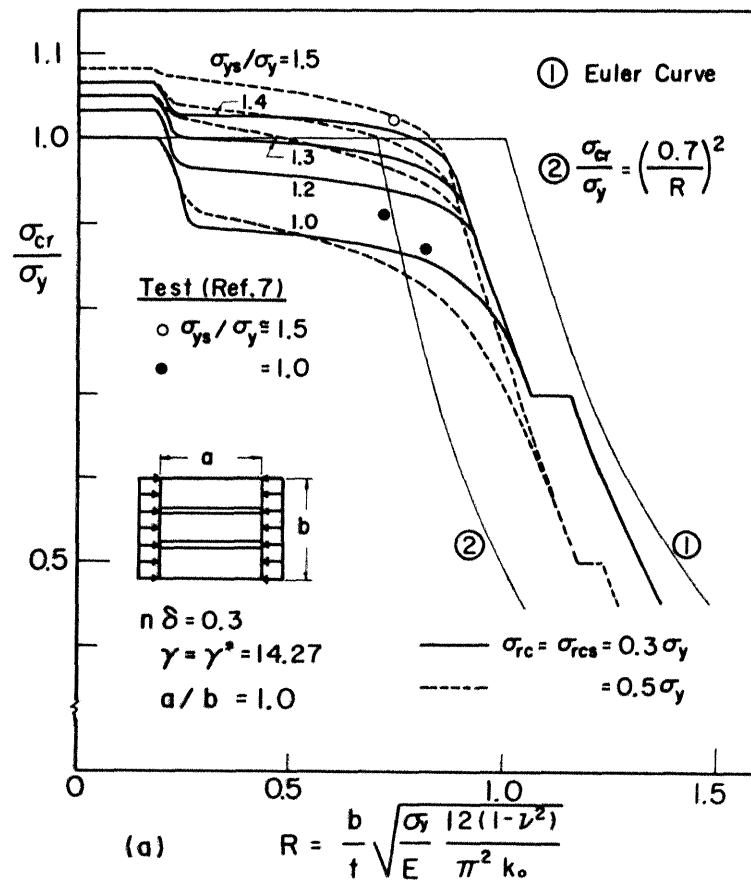


Fig. 10 Buckling Strength Curves of Hybrid Stiffened Plates with Two Ribs; (a) $n\delta = 0.3$.

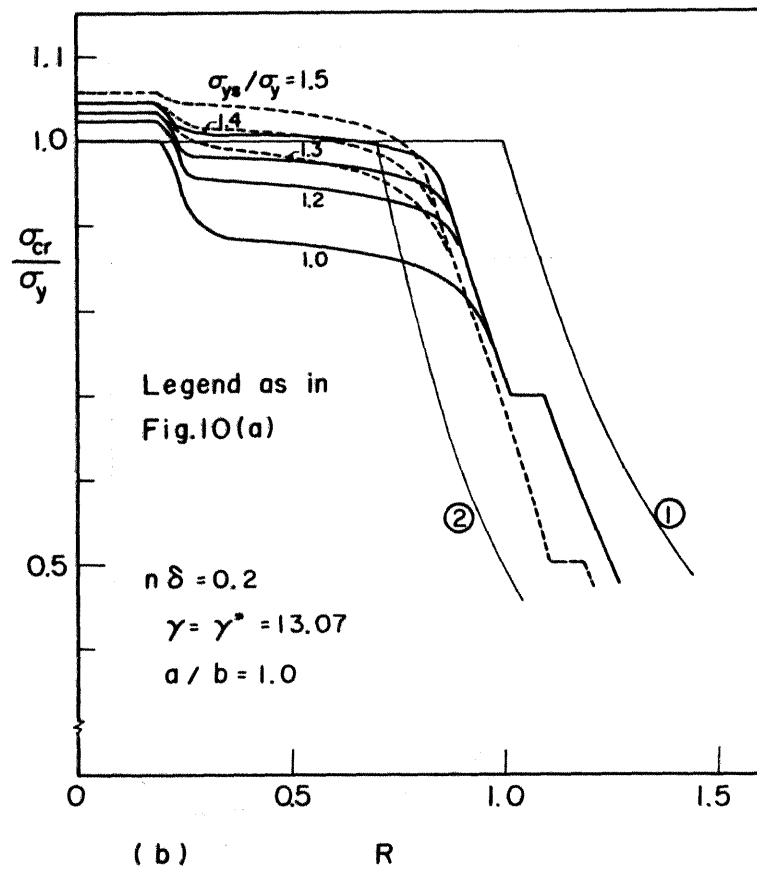


Fig. 10 (Continued); (b) $n\delta = 0.2$.

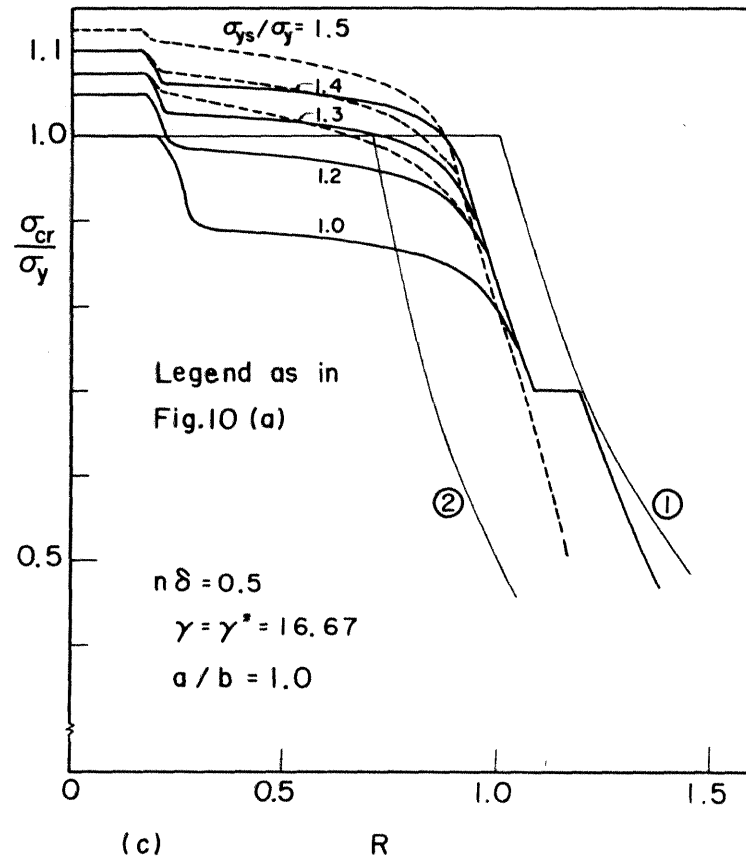


Fig. 10 (Continued); (c) $n\delta = 0.5$.

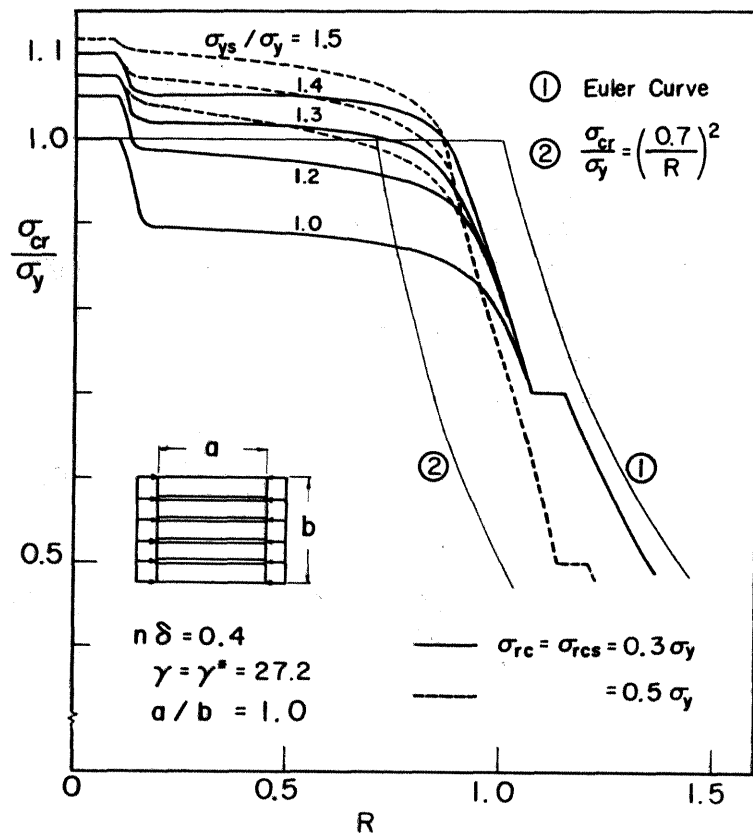


Fig. 11 Buckling Strength Curves of Hybrid Stiffened Plates with Four Ribs.

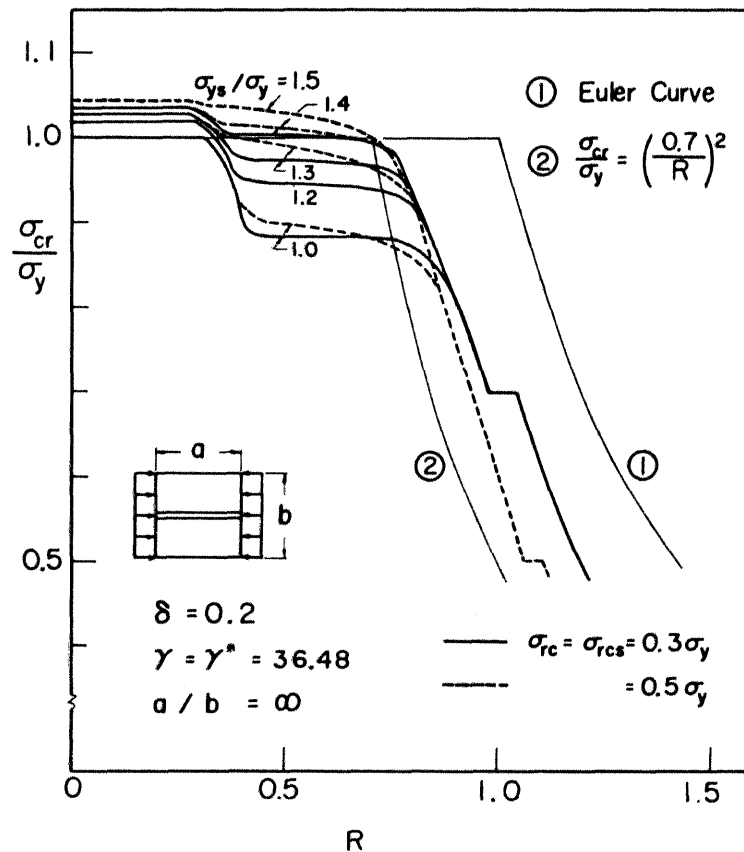


Fig. 12 Buckling Strength Curves of Hybrid Stiffened Plates with One Rib.

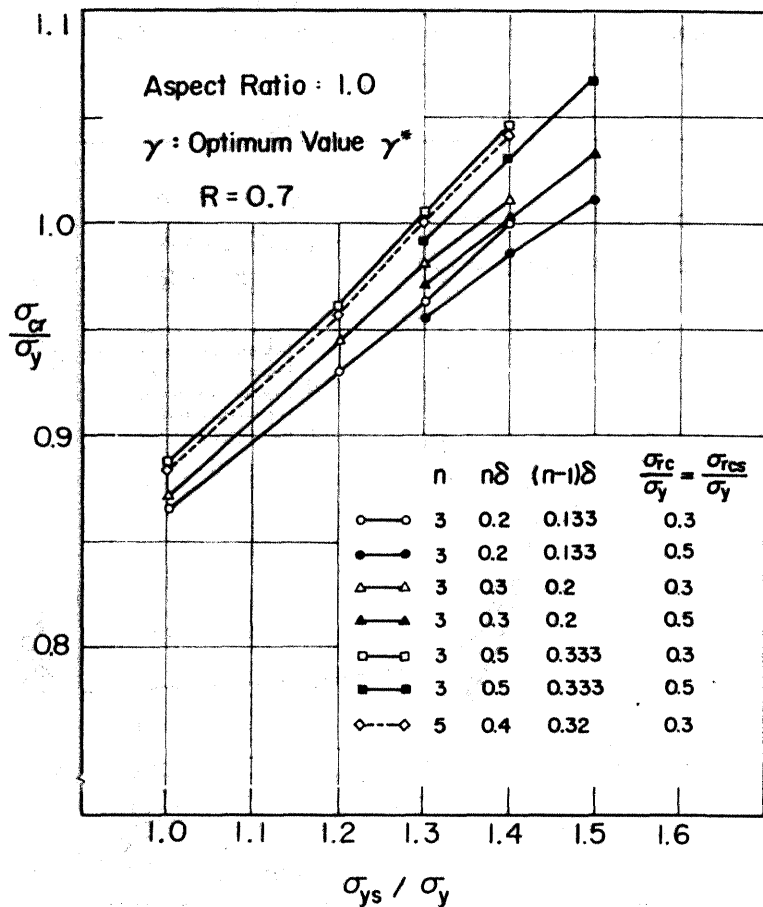


Fig. 13 Variation of the Critical Stress σ_{cr}/σ_y with the Yield Stress Ratio σ_{ys}/σ_y when R is equal to 0.7.

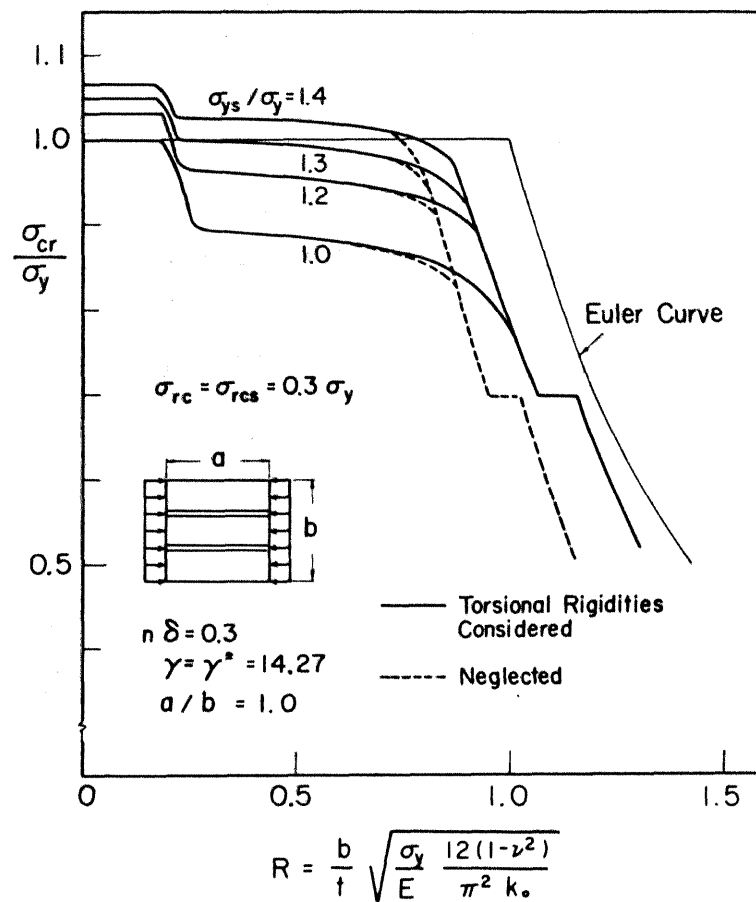


Fig. 14 Buckling Strength Curves of Hybrid Stiffened Plates with and without Torsional Rigidities of Stiffeners.

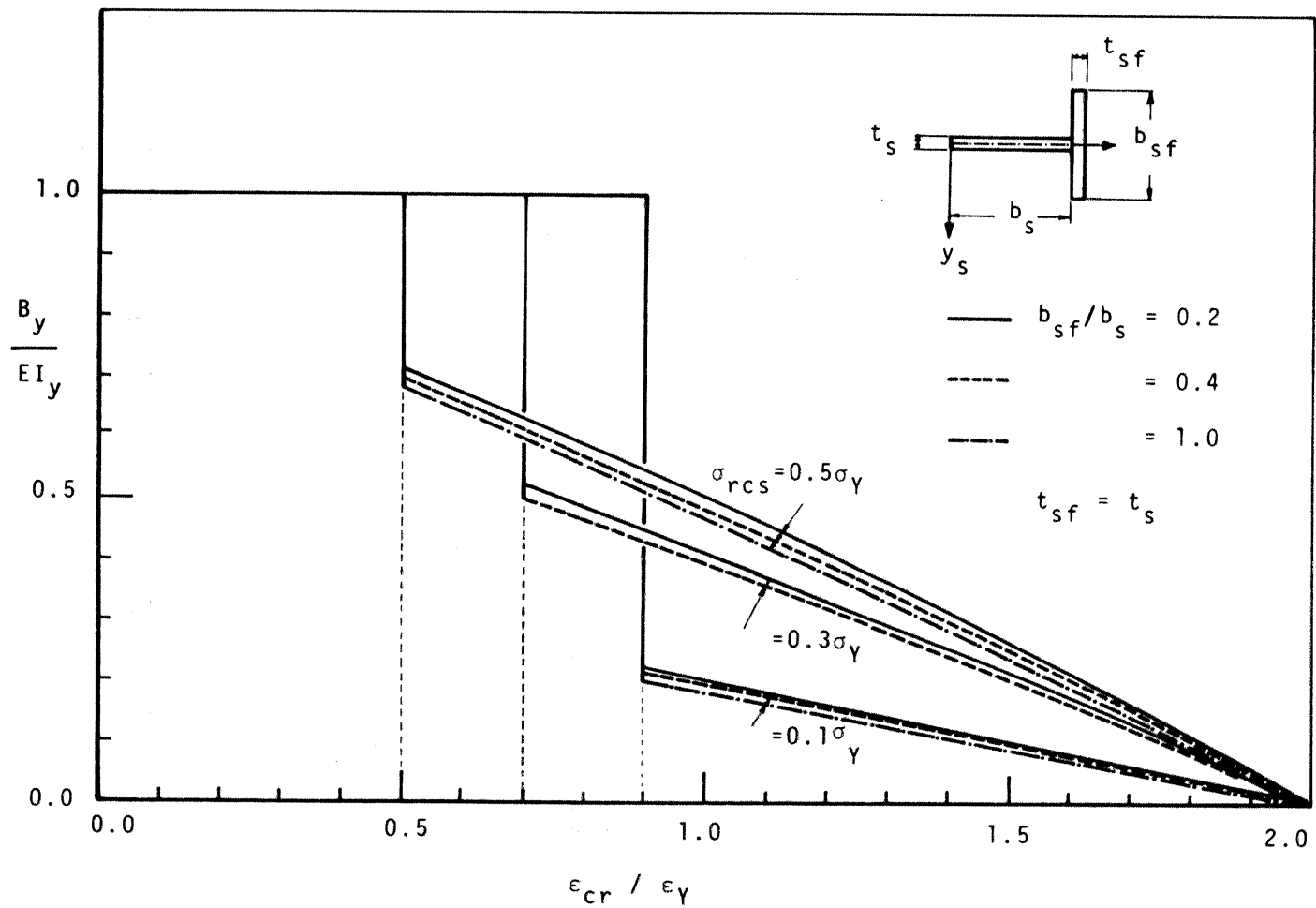


Fig. 15 Variation of Bending Rigidity of Tee Stiffener.

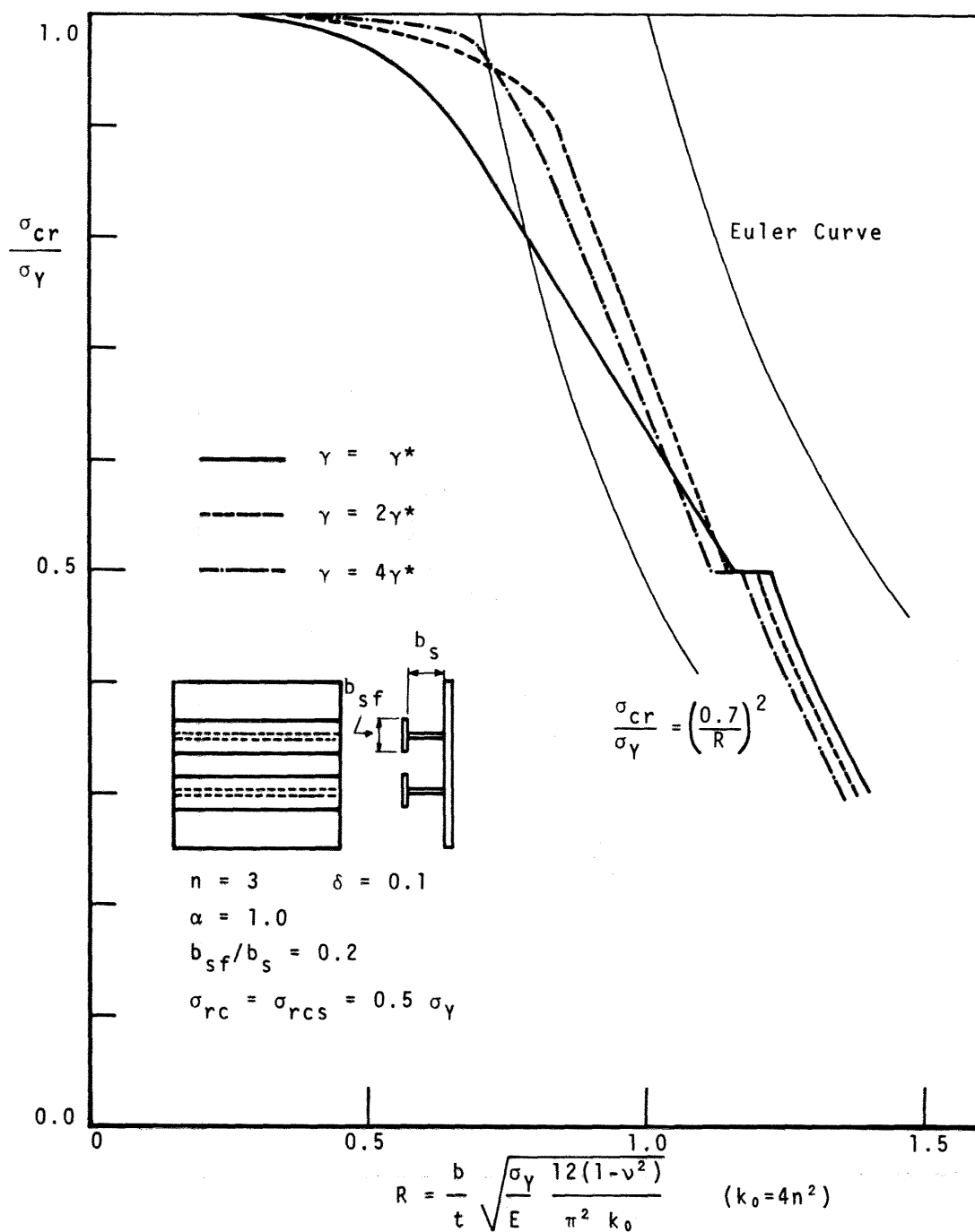


Fig. 16 Buckling Strength Curves of Plates with Two Stiffeners of Tee Cross-Section; (a) $b_{sf}/b_s = 0.2$.

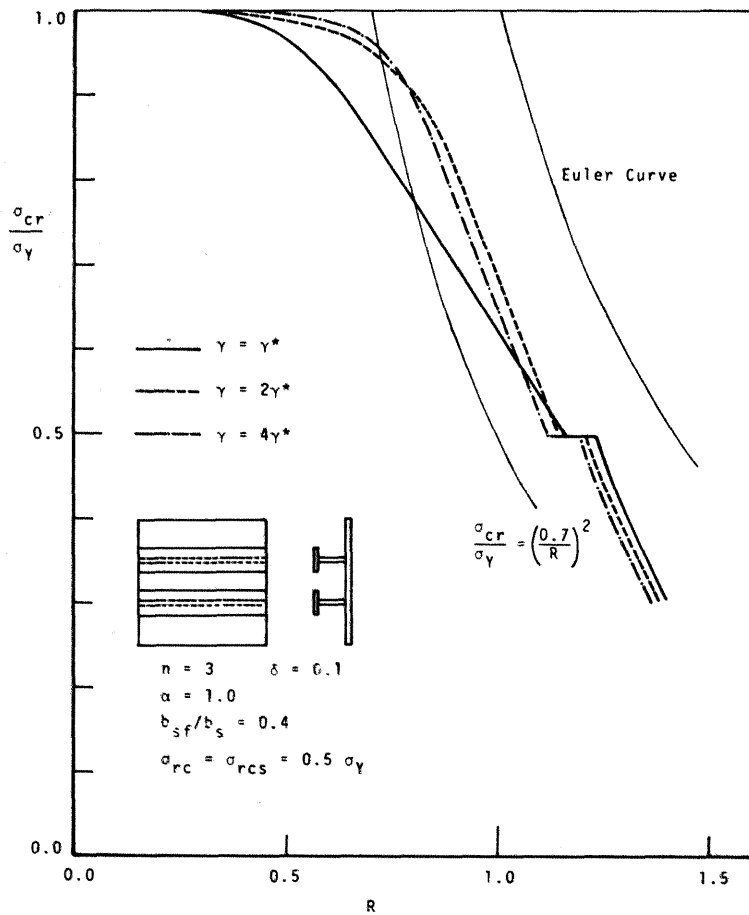


Fig. 16 (Continued); (b) $b_{sf}/b_s = 0.4$.

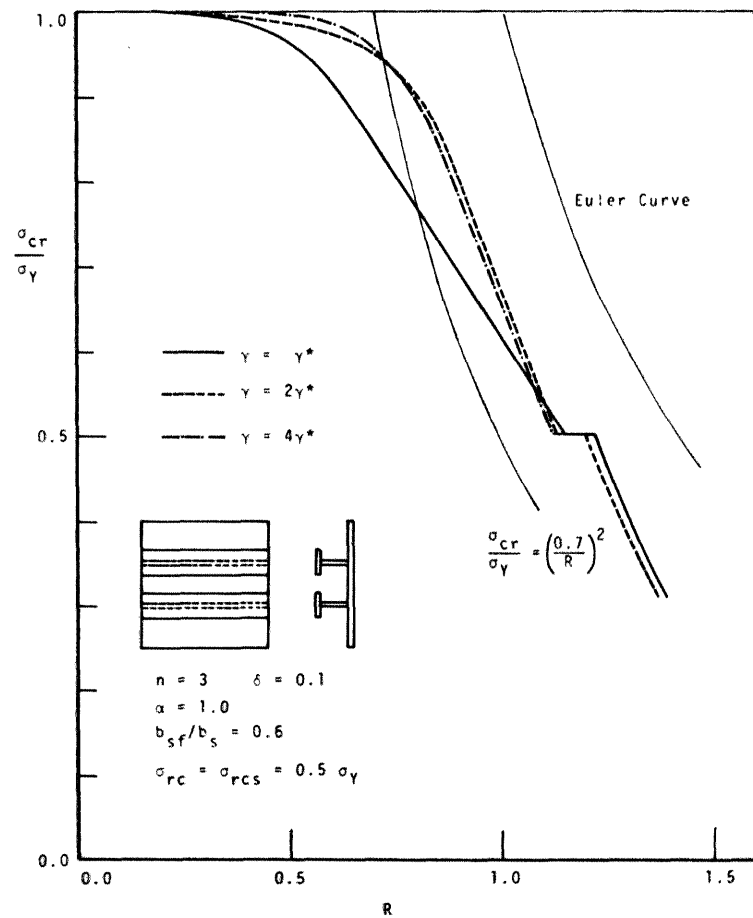


Fig. 16 (Continued); (c) $b_{sf}/b_s = 0.6$.

第5章 一様圧縮を受ける補剛板の耐荷力実験 および設計式の提案

5.1 緒 言

前章で述べた補剛板の非弾性座屈解析結果を照査する目的で補剛板の耐荷力実験を計画した。¹⁾²⁾実験は上記の目的から補剛材間幅厚比が比較的小さい等間隔に補剛された板を用い、4周を単純支持の条件で行った。実験の容易さを考えれば、正方形箱形断面短柱を用いる方法が最もすぐれていると思われるが、利用できる試験機の容量(300トン)が限られていたため、一枚板で実験を行うことにし、特別の支持装置を考案した。なお、補剛材はすべて長方形断面であり、板パネルと補剛材が同一鋼種よりなる補剛板のみを考えている。

5.2 実験計画

供試体の縦横寸法比は1.2を主体にし、8体の供試体については2.0で実験を行った。補剛材本数は3, 4, 5本とし、鋼種は補剛材3本のときSM50A, その他の場合にはSS41を用いた。幅厚比は第8章式(1)で定義した等価幅厚比 R で0.49~0.77と変化させた。わが国の現行設計示方書で補剛板が全断面降伏荷重に達することができると考えている最大幅厚比は $R=0.7$ であるから、この実験で計画した補剛板幅厚比はその値の70~110%となる。補剛材は片側配置の長方形断面とし、その剛性は現行示方書の必要剛比 γ_{req} を基準にしてその1~4倍と変化させた。以上の実験計画をまとめたものが表-1であり、耐荷力実験用供試体は27体である。これとは別に、残留応力測定用として6体の補剛板を準備した。材料はSM50Aとし、幅厚比は耐荷力実験に用いた供試体の幅厚比の変化の範囲をほぼカバーできるように4種類を選んだ。また、補剛材の幅厚比を3段階に変化させ、それが残留応力分布に及ぶ影響を明らかにできるように計画した(表-3参照)。

5.3 実験概要

(1) 実験装置

板の4周を単純に支持する装置を開発することは非常に難しく、古来幾多の先人がそれぞれ工夫を凝らした装置を考案しているが、いずれも一長一短があり、十分満足すべきものはほとんどない。特に、最近の実験にみられるように、供試体の寸法が大きくなると難しさも倍増する。図-1(a)は、Dorman・Dwight²⁾が最近の補剛板の実験に用いた非載荷辺の支持装置である。これは装置の簡単さにおいてすぐれているものの、著者自身が述べているように、供試体と支持装置の間の摩擦の影響が心配であり、また、供試体の長さがある程度大きくなると、板の初期変形のため拘束力を加えないで係試体端部をこの支持装置にはさみ込むことは困難になるものと思われる。図-1(b)は、小

松・吉川・牛尾³⁾の実験に用いられた非載荷辺支持装置を示すが、この装置にも上述の欠点があるように思われる。また、載荷辺の支持条件としては上述の実験ではいずれも固定（平押し）の条件で行なわれている。しかし、*Dorman・Dwight*の実験では、供試体を長さ方向に5パネルに横リブによって分け、最中のパネルの載荷辺が単純支持の条件をほぼ満足するように工夫している。なお、小松らの最近の研究⁴⁾では非載荷辺単純支持で実験が行なわれている様子であるが、その装置の詳細は不明である。

以上述べたことをふまえ、著者らが考案した実験装置は図-2のスケッチに示したようなものである。非載荷辺の支持装置は2個のユニバーサル・ジョイントを両端に接続した直径22mmの鋼パイプおよび□型の固定材より成り立っている。鋼パイプの一端は剛な壁に固定され、もう一端は□型固定材に取り付けられてボルトによって供試体の非載荷辺に接続されている。この様な支持棒を板の長さ方向に約75mm間隔に多数取り付けて非載荷辺の支持装置とした。パイプ両端のユニバーサル・ジョイントの作用により、供試体の非載荷辺は、板の長さ方向および幅方向の面内変位が自由、面外変位は完全拘束、たわみ角の拘束は無し、の状態になっている。さらに、パイプの長さは自由に変えられるようにしてあるため、供試体に少々初期変形があっても拘束力を加えることなく供試体をセットすることができる。この装置の弱点は□型の固定材を板に接続するボルトの部分にあり、2、3の予備試験の際にはこの部分が破壊してしまった。そこで、本実験では次のようにしてこの部分の補強をした。すなわち、幅10mm、長さ100～300mm程度に切断した鋼板を供試体非載荷辺をはさむように表と裏からつけ、その外側から□型固定材をボルトで固定し、さらに、Cークランプによってその先端を締め付けた。このような補強により、供試体非載荷辺のたわみ角は多少拘束されることになるが、第4章に述べたように、これが耐力に及ぶ影響は小さいと思われる。写真-1に非載荷辺支持装置の一部の写真を示す。載荷辺は一对の載荷板とその間にはめ込まれた針状コロよりなっている。供試体に接する側の載荷板は、板の載荷辺の幅方向のたわみ角の変化を拘束しないように、幅方向に3～4分割され、荷重が供試体断面の重心線上に作用するようにセットされている。写真-2に載荷辺支持装置の写真を示す。

(2) 供試体

耐力実験用供試体はB群（補剛材3本、SM50A材）を6体、C群（補剛材4本、SS41材）を15体、およびD群（補剛材5本、SS41材）を6体、計27体を考えた。板パネルの厚さは、それぞれ、6mm、6mm、および4.5mmである。測定した供試寸法を表-2に示す。同表において、補剛材の曲げ剛比は、補剛材の断面2次モーメントを、補剛材のある側の板パネルの表面に關して計算したときの補剛材の曲げ剛比、 δ は1本の補剛材と板の断面積比である。補剛材は6mm厚の板で統一することに努めたが、幅厚比制限の關係上、一部8mm厚の板を用いている。補剛材の幅厚比制限値は現行の道路橋示方書に従うことを原則としたが、この制限によると、補剛材の板厚が板パネルのそれに比し、極端に大きくなる場合も生じたので、一部AISCの制限値⁵⁾（SS41鋼に対して

$b_s/t_s = 16$, $SM50$ 鋼に対して 14) まで幅厚比制限値を緩和したものもある。表-2中の b_s/t_s 欄の下線を引いた数値は道路橋示方書の幅厚比制限値を越えたものである。板と補剛材は、脚長 7 mm の連続すみ肉溶接で接合した。また、供試体の非載荷辺断面には、実際の箱形断面柱と同じ溶接条件を再現させるため、溶接ビード盛りを行った。

残留応力測定用の供試体も圧縮試験用のそれと同じ要領で製作した。供試体の寸法を表-3に示す。材質はすべて $SM50A$ 鋼であり、 $R-1 \sim R-5$ は 9 mm 厚、 $R-6$ は 6 mm 厚の板を用いている。 $R-1 \sim R-3$ の板パネルの幅厚比は同一（道路橋示方書の最大幅厚比にはほぼ等しい）であるが、補剛材の幅厚比が $14, 10, 6$ と変化している。また、 $R-4 \sim R-6$ は補剛材の幅厚比を同一（ $b_s/t_s = 10$ ）とし、板パネルの幅厚比を変化させている。

(3) 載荷および測定方法

各供試体を装置内にセットする前に、初期変位を各補剛材先端、各サブパネルの中心および補剛材溶接線上の各位置の長手方向8等分点で測定した。供試体を装置内にセットする様には、まず供試体の載荷断面の重心軸とそれに接する荷重板の中心軸を一致させた後に非載荷辺の支持装置をセットし、同時に供試体の鉛直性を保持させた。その後、荷重を 20 ton 前後まで載荷したときの供試体上下端近くのひずみ分布を調べ、その結果により供試体端面や供試体の鉛直性を再調整し、できるだけひずみ分布が一樣になるようにした。写真-3は載荷中の供試体を示す。

計測は最高荷重の地に、各荷重段階におけるひずみ、面外変位、鉛直変位に関して行ったが、測定位置の詳細についてはここでは省略する。詳細は文献⁶⁾を参照されたい。

5.4 実験結果および考察

(1) 素材実験

JIS 1号引張試験片によって行った素材試験の結果の平均値を表-4に示す。

(2) 残留応力

残留応力の測定は切断法によった。実験結果の一部を図-3(a)~(e)および表-5に示す。図中の σ_{rc} , σ_{rs} は、それぞれ、サブパネル、補剛材の最大圧縮残留応力の各供試体における平均値を示している。板パネルの残留応力については、従来からよく知られているように、溶接部では降伏応力に等しい引張応力、溶接線間中央部附近にはほぼ一様な圧縮応力が生じている。また、補剛材については、その幅厚比が小さい $R-3$ 供試体を除いて、第4章、図-1で仮定した残留応力分布形と類似している。供試体 $R-1$, $R-2$, $R-3$ は板パネルの幅厚比が同一（ $b/t = 32$ ）で、補剛材幅厚比が $14, 10, 6$ と小さくなった場合である。これらの供試体の最大圧縮残留応力を比較すると、板パネルについては、補剛材幅厚比が最も大きい $R-1$ が最も高く、補剛材幅厚比が最小の $R-3$ が最も低く、降伏応力の $50 \sim 40\%$ 程度の値である。また、補剛材の最大圧縮残留応力は、補剛材幅厚比との相関は薄い、降伏応力の 40% 程度の値になっている。なお、 R

— 3 供試体の補剛材最大圧縮残留応力は補剛材先端に生じており、他の供試体に比べ、座屈強度の面からは不利な分布形となっている。耐荷力実験に用いた供試体の補剛材幅厚比は 10 前後が多いことから、板パネルの幅厚比が $b/nt = 32$ 程度の供試体には、板パネル、補剛材とも降伏応力の 40 ～ 50 % 程度の圧縮残留応力が生じているものと考えられる。供試体 $R-2$ 、 $R-4$ 、 $R-5$ は、補剛材幅厚比が一定 ($b_s/t_s = 10$) で、板パネルの幅厚比が順次減少する場合である。これらの供試体の最大圧縮残留応力を比較すると、板パネルについてはその幅厚比が小さくなるにつれて大きな値を示すようになり、幅厚比の最も小さい $R-5$ 供試体 ($b/nt = 22$) では、実に降伏応力の 70 % という高い値を示している。補剛材の最大圧縮応力は板パネルほど大きくならないが、降伏応力の 50 % 程度の値は生じている。以上の実験結果より、本実験に用いたような板厚が比較的小さい補剛板には、板パネルについては $(0.4 \sim 0.7) \sigma_y$ 、補剛材については $(0.4 \sim 0.5) \sigma_y$ という非常に大きな圧縮残留応力が生じていることが考えられる。以上は本実験より得られた結果であるが、これを文献 7) の経験式より算出された値と比較してみる。この文献には、圧縮残留応力の合力の推定式が溶着金属断面積の関数として与えられている。本実験の溶接条件 (表 2 のそう図参照。ただし、板パネル端部の溶接ビード盛りの断面積は正確には判らないが、 10 mm^2 と考えた。) から、文献 7) の式を用いて計算した圧縮残留応力 (合力を補剛板全断面積で除した量) の推定値を、本実験より得られた結果と比較して表 5 に示す。推定値は実験値より多少大きな値を示すものの、 $R-3$ 供試体の実験結果を除いて、実験値の裏づけとしては十分であると思われる。

(3) 耐荷力

荷重—変形挙動に関してはこれまで発表されている結果と大差なかったもので、ここでは省略することにする。実験より得られた補剛板の耐荷力 (最高荷重 P_{max})、耐荷応力 ($\sigma_{max} \equiv P_{max}/A$) を表 6 に示す。供試体は、次の 3 つの破壊モードの一つ、または、それらの組み合わせによって破壊した (写真 4 参照)。

1) 補剛材のねじり座屈破壊

2-a) 補剛材のない方向への補剛板全体の曲げ破壊

2-b) 補剛材のある方向への補剛板全体の曲げ破壊

各供試体の破壊モードは表 6 の最後の欄に記入してある。破壊モード 1 は、補剛材曲げ剛比が必要剛比の 2 倍以上の供試体で、しかも、補剛材幅厚比が比較的大きい場合に生じている。破壊モード 2-a と 2-b の区別は判然としないが、大部分の供試体は 2-b のモードで破壊していることが注目される。

図 4 は補剛材曲げ剛比が必要剛比 γ_{req} にはほぼ等しい供試体の無次元耐荷力 σ_{max}/σ_y を等価幅厚比 R に対してプロットしたものである。同図には第 4 章で示した補剛板の座屈曲線もプロットしてある。座屈曲線は、補剛材 2 本、板の縦横寸法比 $\alpha = 1.0$ 、面積比 $\delta = 0.1$ 、曲げ剛比 $\gamma = \gamma_{req}$ に対するもので必ずしも供試体の寸法とは一致しない。しかし、実験に用いた板の幅厚比の範囲内では、先に述べたように、座屈曲線に大

きな変化がみられないので、この曲線が実用的な範囲内で任意の補剛板の座屈曲線を表わすものと考えてよいであろう。また、座屈曲線は最大圧縮残留応力が板パネル、補剛材とも $0.3 \sigma_y$ および $0.5 \sigma_y$ の場合について示されている。各供試体には残留応力、初期変形などのばらつきがあり、従って、耐力についてもばらつきが見られるのは当然であるが、理論座屈曲線は実験値の傾向をよく捉えていると考えられる。実験値のいくらかは残留応力が $0.5 \sigma_y$ の座屈曲線を下まわっているが、前述のように、残留応力の実測値にはこの値を上まわったものもあるため当然の結果と考えられる。図-5は補剛材の曲げ剛比が $2 \gamma_{req}$ 以上の供試体の耐力を理論座屈曲線と比較したものである。実験値の()内の数値は補剛材の幅厚比を示す。この場合の実験値には、図-4の場合よりも大きなばらつきがみられる。△で示した2つの実験値は座屈曲線をかなり下まわっており、他の実験値に比べても低めの値にあるが、これらの供試体の補剛材幅厚比は18.5および14.5であって道路橋示方書の幅厚比制限値の18.0 (SS41鋼)よりかなり大きくなっている。これらの供試体の補剛材幅厚比は、前述のように、AISCの規定に基づいて決めたもので、設計時の名目上の寸法では上記規定の制限値内に収まっている。また、耐力は板パネルの幅厚比がほぼ同じとき補剛材幅厚比の小さい供試体ほど高くなる傾向にあるため、補剛材幅厚比は少くとも現行道路橋示方書の制限値以内に収めるのがよいであろう。補剛材幅厚比がほぼこの制限値内にある供試体のみを取り上げると、等価幅厚比 R が0.6程度で全断面降伏荷重に達することになり、理論座屈強度を10%程度上回ることになる。

以上は著者らの行った実験結果と座屈強度を比較したものであるが、著者らの実験は板パネルの幅厚比が比較的狭い範囲内に偏在しているため、他の機関で行われた実験結果を集め理論座屈曲線と比較してみる。図-6は著者らの実験値の他、4機関^{2),4),8),9)}で行われた実験の結果(耐力)を集め、補剛材の曲げ剛比別にプロットしたものである。ただし、著者らの実験値で補剛材の幅厚比が道路橋示方書の制限値を10%以上越える供試体に対するものは省略してある。理論座屈曲線は図-4に示した曲線(ただし、最大圧縮応力が $0.5 \sigma_y$ で曲げ剛比が γ_{req})と同一である。この図より、理論座屈曲線はかなり広い領域にわたって実験値をよく説明していると言えよう。ただし、補剛材曲げ剛比が $2 \gamma_{req}$ 以上になると、板パネルの幅厚比の小さい領域で理論曲線を上まわる実験値が多くなり、著者らの実験値と同じ傾向にある。また、幅厚比が大きくなる ($R \geq 0.8$) と、補剛材の曲げ剛比の大小は耐力に大きな影響を与えない傾向にあることが考察される。

5.5 設計式の提案

これまでに述べた補剛板の耐力実験結果および理論座屈強度を基に補剛板の基本強度式の提案を行なう。前節で述べたように、幅厚比の比較的小さい補剛板の強度は補剛材の曲げ剛比の値によって多少異なると考えられるので、ここでは曲げ剛比の値によって異なる強度式を提案する。

まず、現行設計示方書の必要剛比と同程度の曲げ剛比を持つ補剛板を考える。このような補剛板の強度は、図－6の実験結果からわかるように、等価幅厚比 R が0.4～0.9の間では、全断面降伏荷重の80～95%程度である。ところが、これらの実験は、実際に使用される板よりかなり薄い板を用いて行なわれており、そのため残留応力の影響が特に強調された結果を与えていると考えられる。残留応力は一般に溶接条件、板幅が一定ならば板厚にはほぼ反比例すると言われている。⁷⁾ところが、柱材に使用されるような補剛板の板厚は一般にかなり大きい。たとえば、本州四国連絡橋で計画されている吊橋主塔の板厚は30～40mmに達し、前節の残留応力測定に用いた供試体板厚の3～4倍程度である。また、補剛材と板パネルの溶接は脚長6mmのすみ肉溶接が用いられており、先の実験で用いた溶接条件と大差ない。従って、これら実際の構造物の補剛板に生じている圧縮残留応力は図－3の実測値の1/2程度であろうと推測される。以上の考察および第4章で示した数値計算結果より、本論文で提案する強度式は、等価幅厚比 R が0.3から0.7程度までは全断面降伏荷重の90%、 R が0.3以下では全断面降伏荷重に達すると考える。次に、 R が0.7より大きい補剛板の強度式を考える。この領域は、現行設計示方書で最小板厚の緩和規定が適用される領域である。ところが、現行示方書の緩和規定は、あくまでも補助的な規定であり、設計最小板厚より薄い板を使用することを積極的に勧めているものではない。そのためか、この緩和規定は板厚が最小板厚より著るしく薄い板に対しては非常に安全側の規定になっている。したがって、たとえば、架設時に圧縮応力を受ける箱桁橋引張フランジのように幅厚比の非常に大きな板の設計にこの規定を準用すると安全側過ぎる結果を与えることになる。そこで、この論文では、緩和規定として幅厚比のかなり大きな領域まで精度よく使用できるような次式を提案する。

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} = \frac{0.63}{R} \dots\dots\dots (1)$$

上式は Von Karman¹⁰⁾、Dwight¹¹⁾らが提案した後座屈強度を考慮した無補剛板の耐荷力式と同じ形（第8章、式(7)参照）であり、右辺分子の数値0.63が異なるだけである。以上述べたことをまとめると、現行設計示方書の補剛材必要剛比と同程度の剛性を有する補剛材によって補剛された板の基本強度式が次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} &= 1.0 & (0 \leq R \leq 0.3) \\ &= 0.9 & (0.3 < R \leq 0.7) \\ &= \frac{0.63}{R} & (0.7 \leq R \leq 1.4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、緩和規定の適用限界 $R=1.4$ は、現行示方書の設計最大幅厚比の2倍であり、これ以上の幅厚比を有する補剛板の耐荷力実験が少いことからこのように定めた。式(2)で表わされる基本強度

式は図-6にプロットしてある。

次に、現行設計示方書の必要剛比を越える剛比を持つ補剛板の基本強度式について述べる。図-6の実験結果によれば、剛比が必要剛比の2倍以上の補剛板の強度は、等価幅厚比 R が0.6近辺で全断面降伏荷重にはば達し、 R が0.8以上になると剛比の値に余り左右されなくなる。そこで、このような補剛板の基本強度式として次式を提案する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} &= 1.0 & (0 \leq R \leq 0.63) \\ &= \frac{0.63}{R} & (0.63 \leq R \leq 1.4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

上式は図-5にプロットしてある。

なお、式(3)の基本強度式は、補剛材と板パネルの降伏応力の比が1.35～1.4倍以上のハイブリッド補剛板（ただし、補剛材剛比が必要剛比以上のとき）および必要剛比 γ_{req} の2倍以上の剛比をもつT形断面リブによって補剛された板に対しても適用可能であろう。

5.6 結 論

一様圧縮を受ける補剛板の耐荷力実験結果、残留応力測定結果、および基本強度式の提案について述べた。ここでは、補剛材断面は長方形、板パネルと補剛材は同一鋼種よりなる補剛板のみを考えている。得られた結果をまとめると次のようである。

- 1) 板パネルおよび補剛材の残留応力分布形は、補剛材幅厚比が特に小さい場合を除いて、第4章、図-1で仮定したものと類似した形が測定された。
- 2) SM50A材よりなる板パネルの最大圧縮残留応力は補剛材間の幅厚比が小さいほど大きな値を示し、補剛材間幅厚比が32（等価幅厚比 $R=0.67$ ）から22（ $R=0.46$ ）の間では、降伏応力の50～70%に達する。また、補剛材の最大圧縮応力は降伏応力の40～50%程度である。
- 3) 上記の実測値はMerrison Report⁷⁾の推定式から求められた値と大体一致する。
- 4) 上で述べた残留応力の実測値は、板厚が9mm、補剛材と板パネルの溶接が脚長7mmの両面すみ肉溶接という条件から求められたものであり、実際の構造物の柱材のように板厚が大きくなると残留応力も上記の値より小さくなるものと予想される。
- 5) 補剛材剛比が現行の道路橋示方書の必要剛比と同程度の補剛板の耐荷力は、残留応力および補剛材ねじり剛性を考慮した理論座屈強度によってよく説明できる。
- 6) 補剛材剛比が必要剛比の2倍以上となると、補剛板の耐荷力は等価幅厚比 R が0.6（SS41鋼で、補剛材間幅厚比 b/nt がほぼ34）近辺で全断面降伏荷重に達し、理論座屈強度を10%程度上まわる。また、 R が0.8（ $b/nt \cong 46$ ）以上では、補剛材剛比による耐荷力の差があまりみられなくなる。

7) 一様圧縮を受ける補剛板基本強度の提案式を式(2)および(3)のように定めた。ただし、式(2)は補剛材剛比 γ が現行道路橋示方書の必要剛比 γ_{req} に対して、 $\gamma_{req} \leq \gamma < 2 \gamma_{req}$ のとき適用し、 $\gamma \geq 2 \gamma_{req}$ のときは式(3)を適用する。

8) 式(3)の基本強度式は、 $\gamma \geq \gamma_{req}$ で補剛材と板パネルの降伏応力比がほぼ 1.35 倍以上のハイブリッド補剛板、および、 $\gamma \geq 2 \gamma_{req}$ の T 形断面リブによって補剛された板に対しても適用できよう。

なお、補剛材剛比が必要剛比にほぼ等しく、幅厚比が比較的小さい補剛板に対する基本強度式（式 2 の $R \leq 0.7$ のときの強度式）は、実際の構造物とくに吊橋主塔の構成板要素によく用いられる板厚が 20mm 程度以上であることを考慮して定められたものであり、板厚がそれにより極端に薄い補剛板に対しては、多少危険側になる恐れがあることを最後に指摘しておく。

Table 1 Test Plan

Series	No. of Subpanels n	γ/γ_{req}	Width of Subpanels b/nt	R *)	R/R_{cr} ($R_{cr} = 0.7$)	Aspect Ratio a/b	Material
B	4	1, 2 and 4	32	0.7	1.0	1.2	SM50A (t = 6mm)
			28	0.61	0.88		
			22	0.48	0.69		
C	5	1, 2 and 4	40	0.77	1.1	1.2 and 2.0	SS41 (t = 6mm)
			36	0.7	1.0		
			32	0.63	0.9		
			28	0.56	0.8		
			25	0.49	0.7		
D	6	1, 2 and 3	36	0.7	1.0	1.2	SS41 (t = 0.45mm)
			32	0.63	0.9		
			25	0.49	0.7		

*) The values of R are calculated assuming that the yield stress is 3600 kg/cm² for SM50A and 2800 kg/cm² for SS41 steel.

Table 2 Dimensions of Compression Test Specimens

Specimen No.	Steel	n	a (mm)	b (mm)	t (mm)	b _s (mm)	t _s (mm)	b/nt	b _s /t _s	γ	γ _{req}	γ/γ _{req}	δ	a/b
B-1-1	SM50A	4	921	766	6.18	60.0	5.83	31.2	10.3	26.1	26.9	0.97	0.074	1.20
B-1-1r			916	767	5.73	60.3	6.03	33.5	10.0	33.6	29.2	1.15	0.083	1.20
B-1-2			920	765	6.00	72.3	6.00	31.9	<u>12.1</u>	50.3	30.1	1.67	0.095	1.20
B-2-1			803	670	5.87	52.8	5.80	28.5	9.1	23.1	22.5	1.03	0.078	1.20
B-2-4			803	670	6.02	83.4	7.95	27.8	<u>10.5</u>	115.6	27.3	4.25	0.164	1.20
B-3-1			630	526	6.10	41.4	6.00	21.6	6.9	13.1	12.2	1.07	0.077	1.20
C-1-1	SS 41	5	1436	1200	5.85	82.9	5.77	41.0	<u>14.4</u>	50.1	37.4	1.34	0.068	1.20
C-1-2			1434	1197	5.80	105.6	5.70	41.3	<u>18.5</u>	105.8	40.1	2.62	0.087	1.20
C-1-4			1436	1198	5.93	126.8	8.40	40.4	<u>15.3</u>	251.1	49.2	5.1	0.150	1.20
C-2-1			1291	1076	5.87	75.7	5.90	36.7	12.8	43.1	37.8	1.14	0.071	1.20
C-2-2			1291	1076	5.88	94.4	5.82	36.6	<u>16.2</u>	82.0	40.1	2.04	0.087	1.20
C-2-4			1293	1074	5.84	114.9	8.30	36.8	<u>13.8</u>	215.6	49.6	4.36	0.152	1.20
C-3-1			1148	958	5.93	65.0	6.04	32.3	10.8	30.4	29.1	1.04	0.069	1.20
C-3-2			1147	959	6.00	85.0	5.85	32.0	<u>14.5</u>	63.5	30.0	2.11	0.086	1.20
C-3-4			1152	960	6.00	102.0	8.00	32.0	12.8	150.0	35.8	4.19	0.142	1.20
C-4-1			1003	840	5.87	57.0	6.03	28.6	9.5	24.1	22.2	1.09	0.070	1.20
C-4-2			1004	838	5.73	75.0	5.86	29.8	12.8	57.4	25.1	2.29	0.092	1.20
C-5-1			895	749	5.92	51.9	6.00	25.3	8.7	19.8	17.2	1.15	0.070	1.20
C-6-1			2393	1194	5.99	110.0	8.24	39.9	<u>13.3</u>	156.6	126	1.24	0.127	2.00
C-7-1			2160	1073	6.06	98.5	8.89	35.4	11.7	123.0	115	1.07	0.127	2.01
C-8-1			1912	957	5.98	88.3	8.92	32.0	9.9	109.9	93.7	1.17	0.128	2.00
D-1-1	SS 41	6	1192	969	4.66	59.5	6.03	34.7	9.9	47.4	43.9	1.08	0.079	1.28
D-1-2			1200	972	4.50	76.0	5.85	36.0	<u>15.2</u>	106.2	52.0	2.04	0.102	1.28
D-1-3			1190	965	4.68	89.0	5.95	34.4	<u>15.0</u>	155.3	50.0	3.16	0.117	1.28
D-2-1			1022	862	4.71	52.0	6.06	30.5	8.6	34.7	33.6	1.03	0.078	1.19
D-2-3			1028	860	4.55	79.6	5.94	31.5	<u>13.4</u>	135.5	42.4	3.20	0.121	1.20
D-3-1			798	677	4.68	41.6	5.94	24.1	7.0	22.6	20.6	1.10	0.078	1.18

Welding Condition

Continuous Fillet Weld (Manual)

Single Pass

Size 7mm

Throat Thickness 5mm

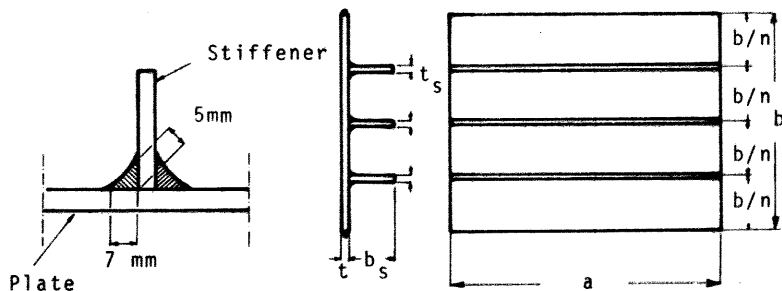


Table 3 Nominal Dimensions of Test Specimens for Residual Stress Measurement

Specimen No.	Steel	n	a (mm)	b (mm)	t (mm)	b _s (mm)	t _s (mm)	b/nt	b _s /t _s
R - 1	SM50A	4	1400	1152	9	126	9	32	14
R - 2			1400	1152	9	90	9	32	10
R - 3			1400	1152	9	54	9	32	6
R - 4			1200	1008	9	90	9	28	10
R - 5			1000	792	9	90	9	22	10
R - 6			1100	864	6	60	6	36	10

Table 4 Tension Coupon Test Results

Material (Nominal Thickness)	Thickness t (mm)	Yield Stress σ_y (kg / cm ²)	Modulus of Elasticity E (kg / cm ²)	Ultimate Stress σ_u (kg / cm ²)
SS41 (6 mm)	5.70	2740	2.13x10 ⁶	4340
SS41 (8 mm)	8.25	2780	2.13x10 ⁶	4590
SM50A (6 mm)	6.00	3680	2.10x10 ⁶	5670
SM50A (9 mm)	9.10	3320	2.14x10 ⁶	5230

Table 5 Comparison of Measured and Predicted Values of Maximum Compressive Residual Stresses

Specimen No.	Yield Stress	$\frac{b}{nt}$	R	$\frac{b_s}{t_s}$	Measured		Predicted
					σ_{rc}/σ_y	σ_{rcs}/σ_y	$\sigma_{rc}/\sigma_y = \sigma_{rcs}/\sigma_y$
R - 1	8800 kg/cm ²	32	0.667	14	0.50	0.39	0.56
R - 2		32	0.667	10	0.41	0.44	0.62
R - 3		32	0.667	6	0.35	0.35	0.67
R - 4		28	0.584	10	0.58	0.58	0.69
R - 5		22	0.459	10	0.71	0.44	0.82

Table 6 Summary of Compression Test Results

Test Specimen No.	A (cm ²)	P _{max} (tons)	σ _{max} (kg/cm ²)	σ _y (kg/cm ²)	σ _{max} /σ _y	R	Failure Mode
B-1-1	57.44	166.0	2890	3680	0.785	0.682	2-b
B-1-1r	54.86	159.3	2904		0.789	0.733	2-b
B-1-2	58.91	185.0	3140		0.858	0.698	1&2-a
B-2-1	48.51	141.8	2928		0.794	0.628	2-a
B-2-4	60.22	222.2	3690		1.003	0.608	1&2-a
B-3-1	39.54	137.0	3465		0.941	0.472	2-b
C-1-1	89.33	138.6	1552	2740	**
C-1-2	93.50	192.3	2057		0.746	0.784	1
C-1-4	113.60	278.5	2450		0.889	0.766	2-b
C-2-1	81.02	179.3	2213		0.803	0.695	2-b
C-2-2	83.25	200.3	2350		0.853	0.694	1
C-2-4	100.87	257.7	2550		0.927	0.697	1
C-3-1	72.51	137.5	1896		**
C-3-2	77.43	175.0	2260		0.820	0.606	2-b
C-3-4	90.24	220.0	2438		0.885	0.607	2-b
C-4-1	63.05	140.0	2220		0.806	0.543	2-a
C-4-2	65.58	181.5	2768		1.004	0.554	2-b
C-5-1	56.81	134.9	2375		0.862	0.481	2-b
C-6-1	107.77	251.0	2829		0.845	0.756	2-b
C-7-1	98.07	240.5	2452		0.890	0.671	2-b
C-8-1	86.49	205.6	2377		0.862	0.607	2-b
D-1-1	63.09	141.5	2243	2760	0.814	0.657	2-b
D-1-2	65.97	172.2	2610		0.947	0.688	2-b
D-1-3	71.64	138.5	2631		0.955	0.652	1
D-2-1	56.33	132.9	2359		0.856	0.578	2-a
D-2-3	62.77	175.2	2791		1.013	0.597	1
D-3-1	44.06	114.8	2606		0.946	0.457	2-b

A = Cross-Sectional Area

P_{max} = Maximum Load

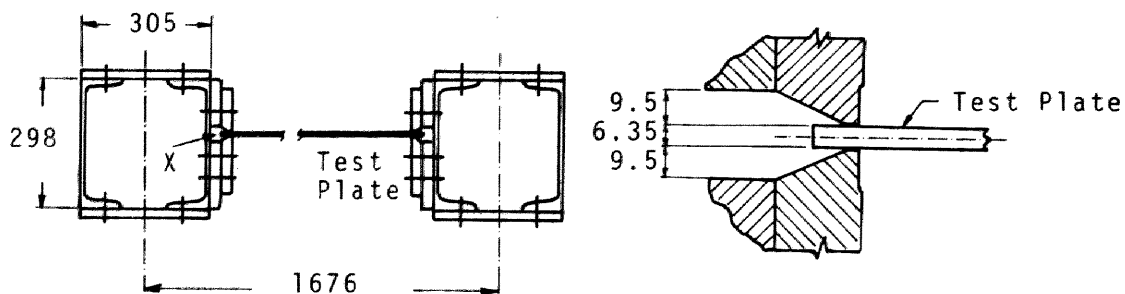
$$\sigma_{\max} = \frac{P_{\max}}{A}$$

σ_y = Yield Stress

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k_o}}$$

$$k_o = 4n^2 \quad n = \text{number of sub-panels}$$

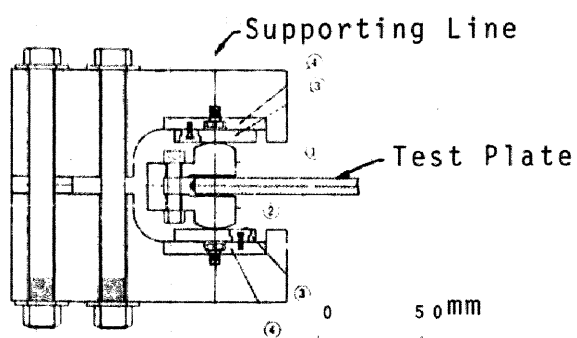
** These tests were terminated because of failure of the unloading edge supports.



Cross-section through
edge rig

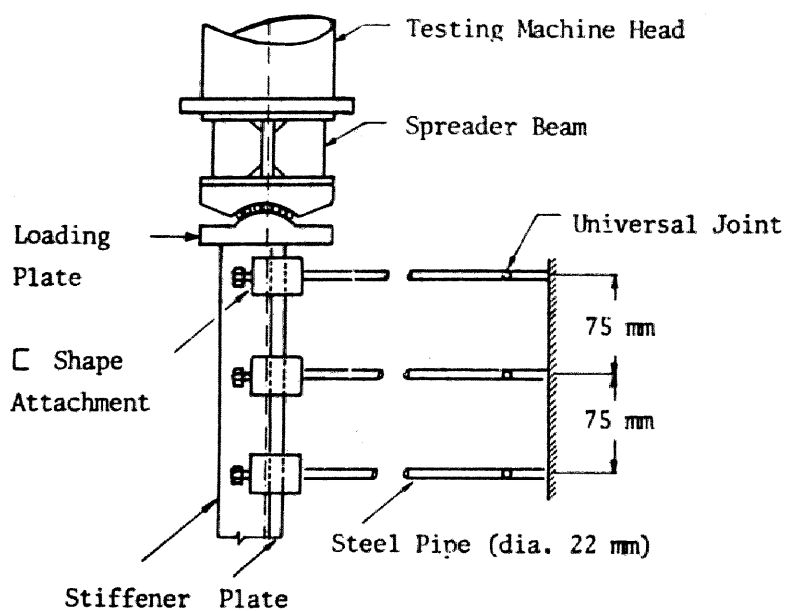
Detail of X

(a) Dorman and Dwight ²⁾

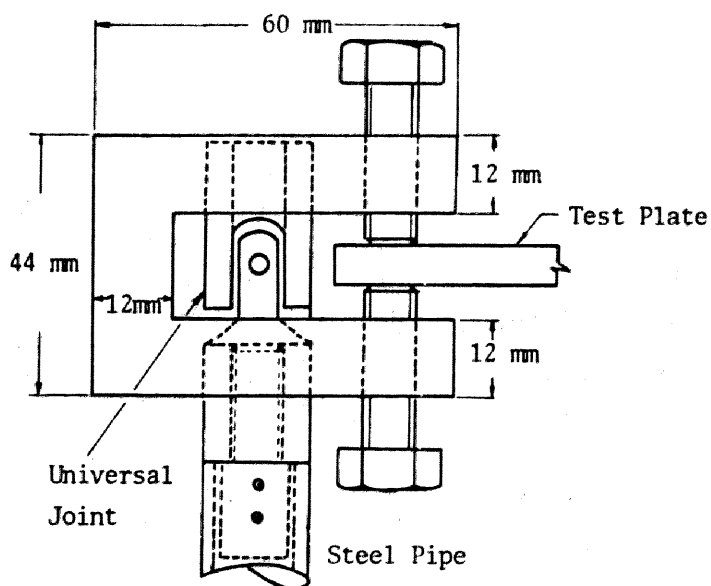


(b) Komatsu, Yoshikawa and Ushio ³⁾

Fig. 1 Examples of Unloading Edge Support Rigs.

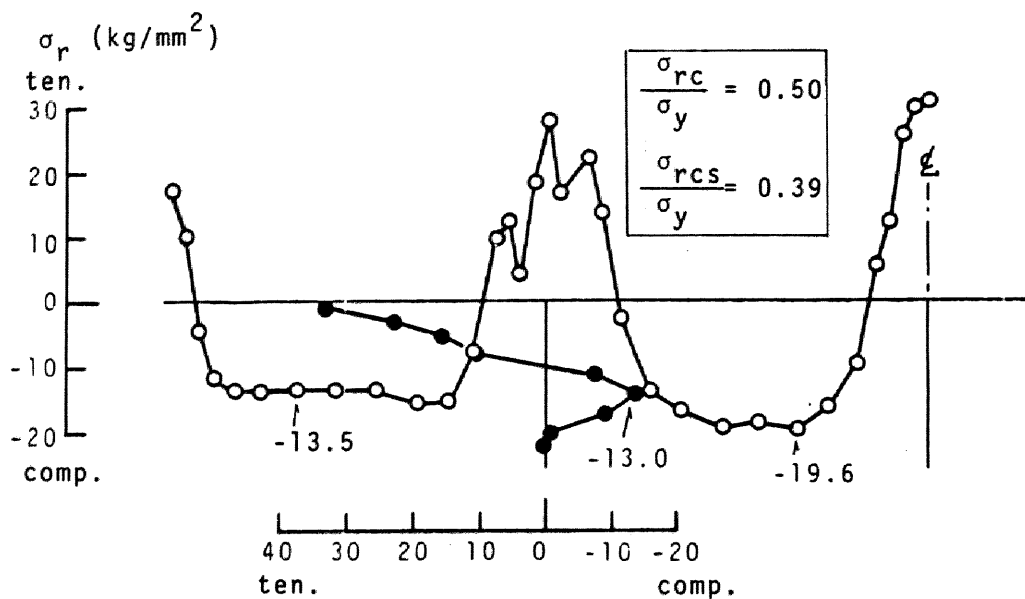


(a) Side View

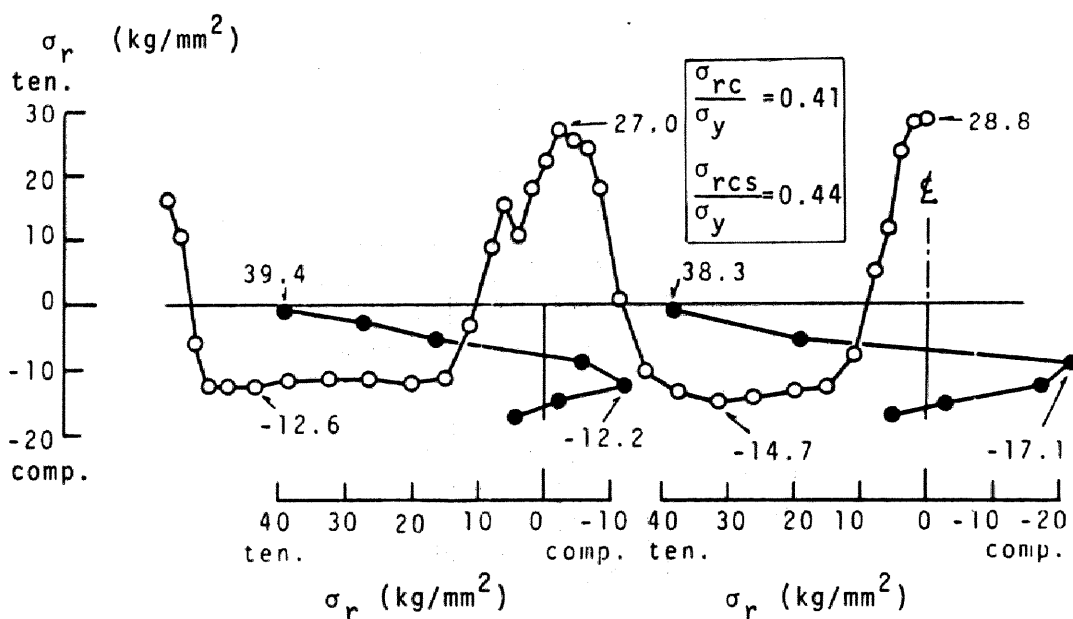


(b) Detail of C Shape Attachment

Fig. 2 Test Rigs.

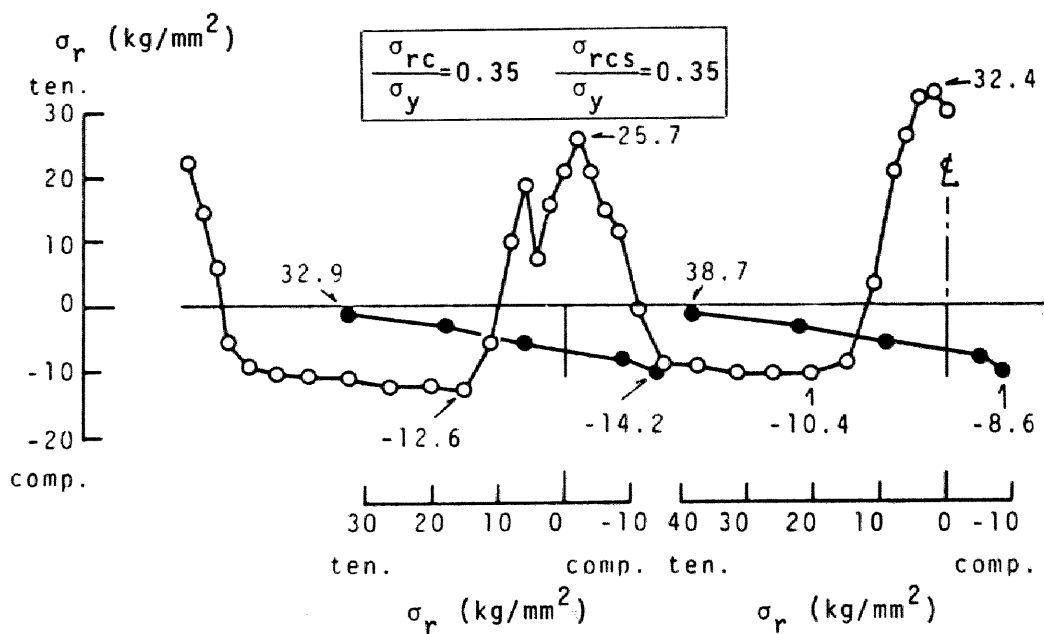


(a) Test Specimen R-1

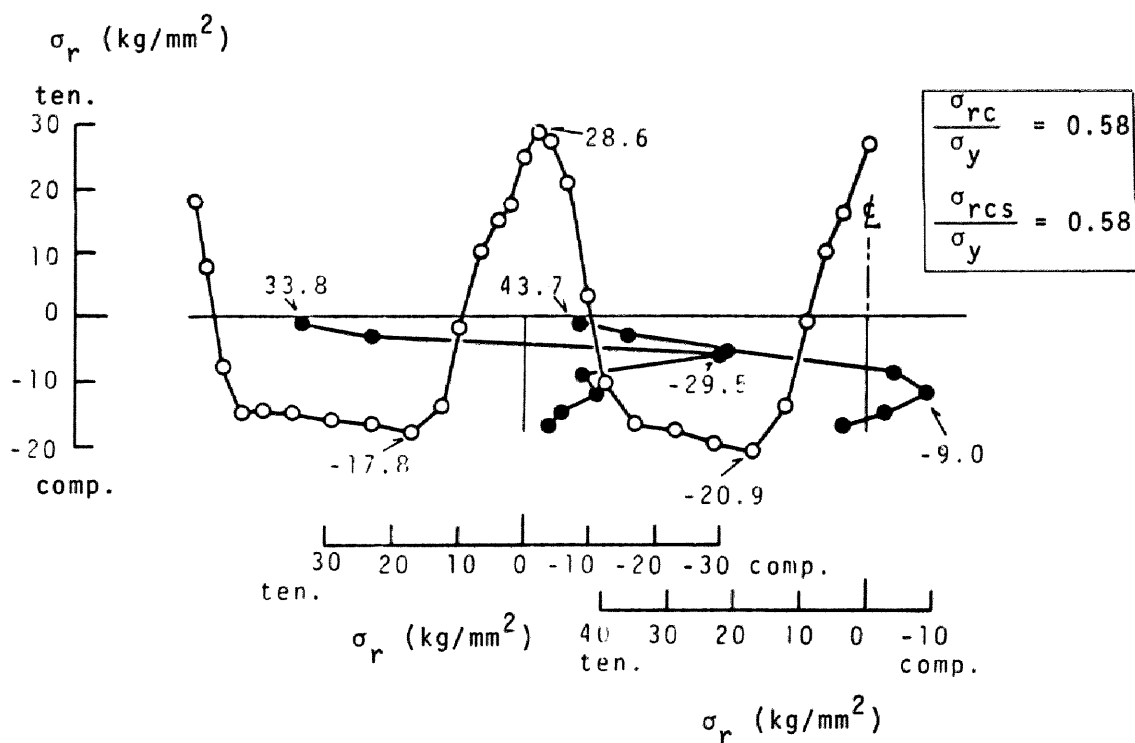


(b) Test Specimen R-2

Fig. 3 Measured Residual Stress Distributions.

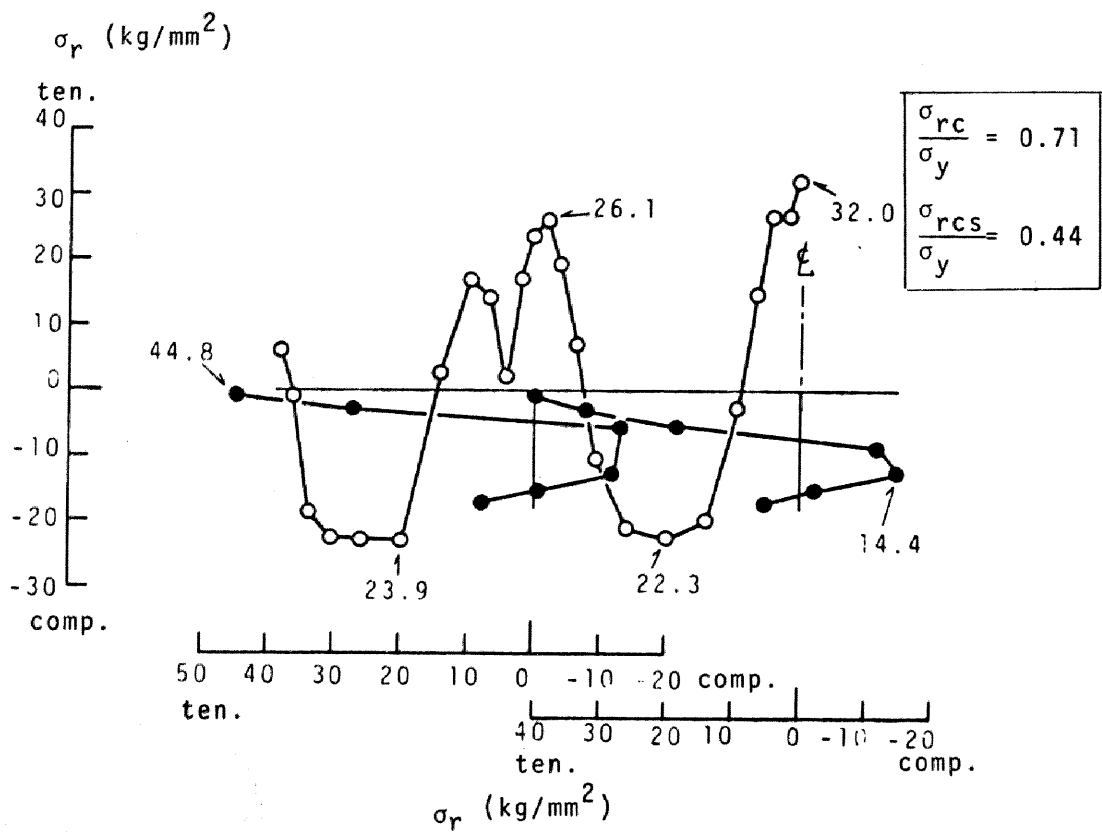


(c) Test Specimen R-3



(d) Test Specimen R-4

Fig. 3 (Continued);



(e) Test Specimen R-5

Fig. 3 (Continued);

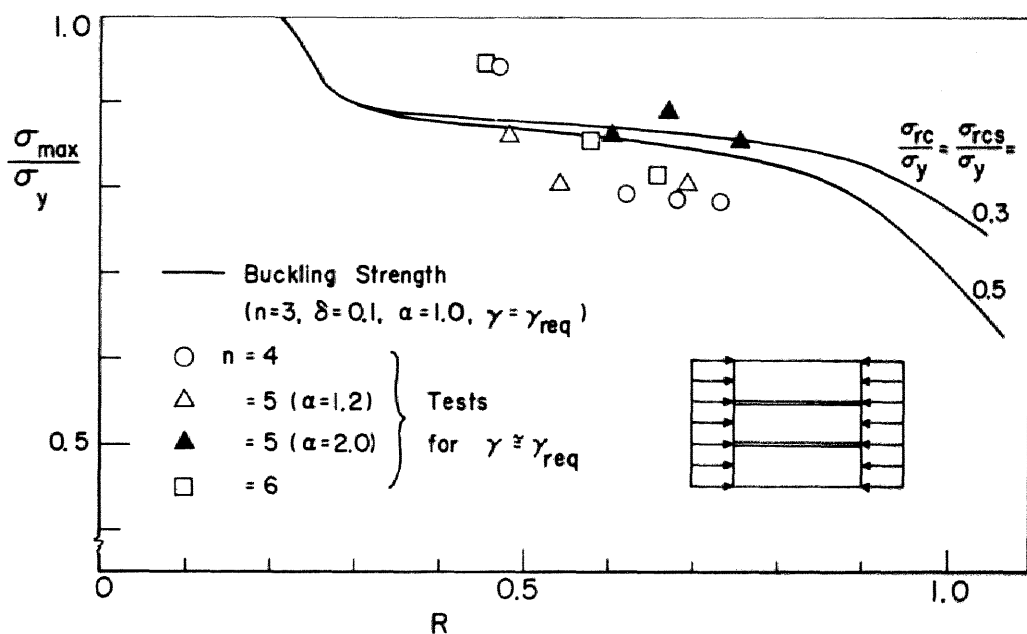


Fig. 4 Comparison of Test Results and Theoretical Buckling Curves for $\gamma = \gamma_{req}$.

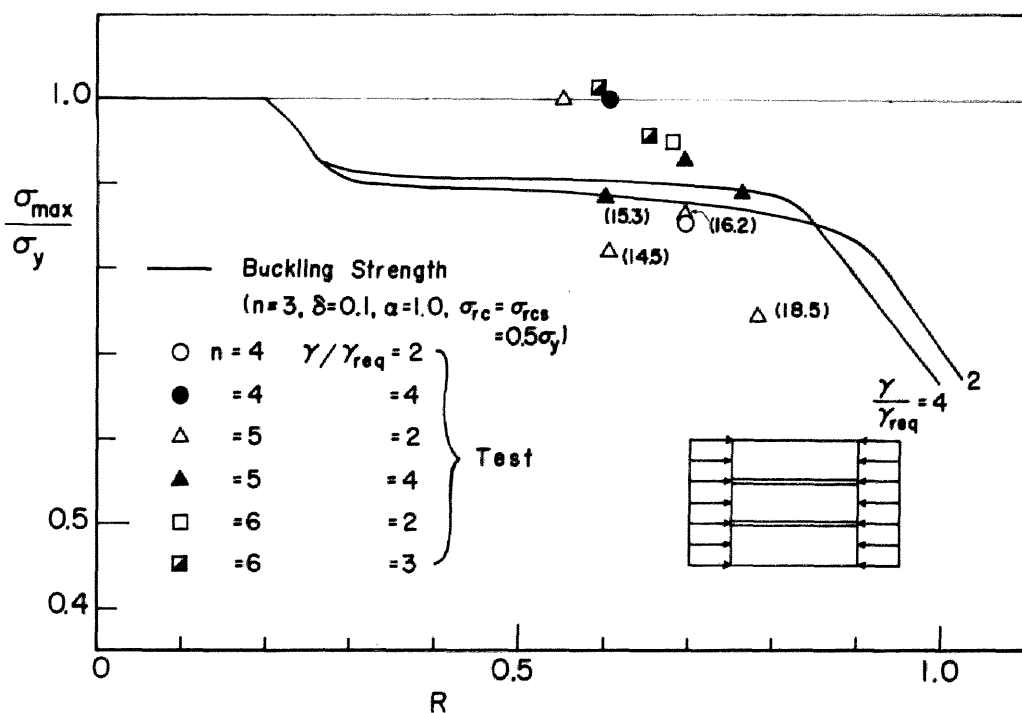


Fig. 5 Comparison of Test Results and Theoretical Buckling Curves for $\gamma = 2\gamma_{req}$ or $4\gamma_{req}$.

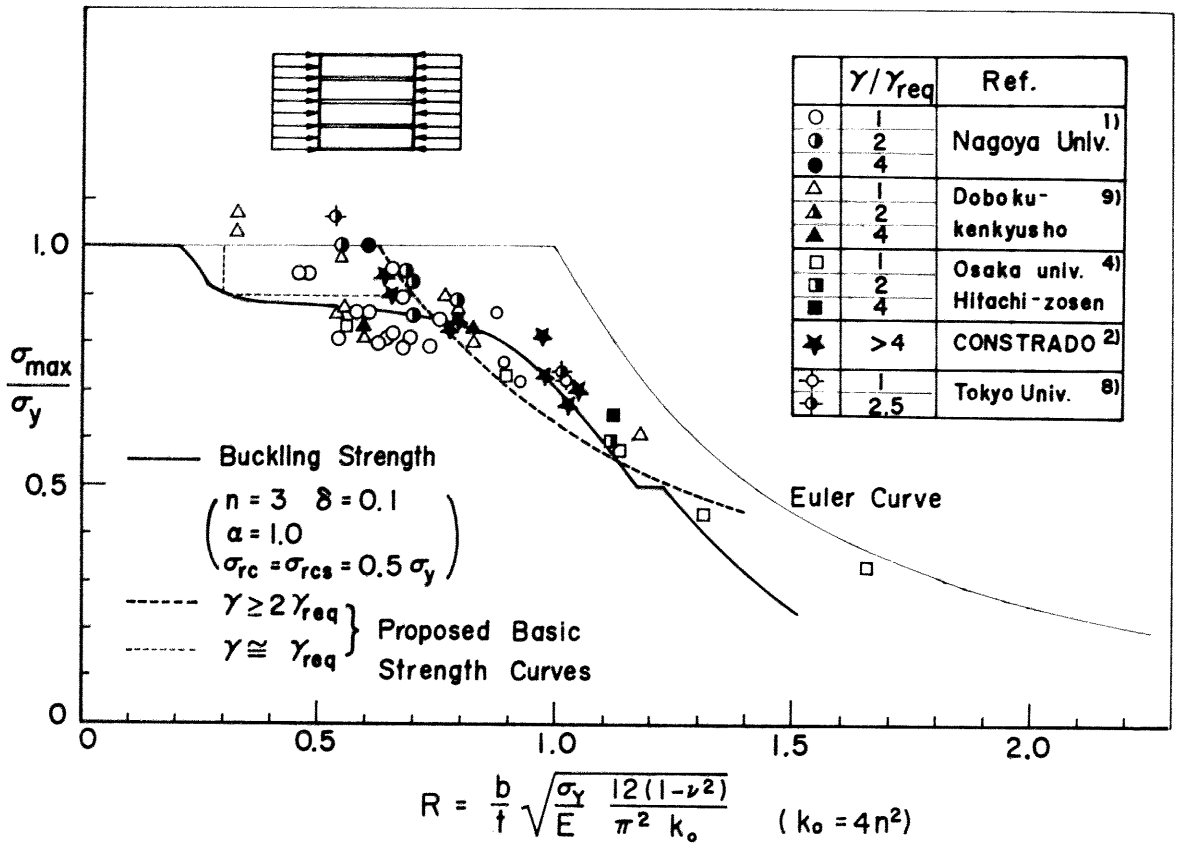


Fig. 6 Comparison among Test Results, Theoretical Buckling Curve and Proposed Basic Strength Curves.

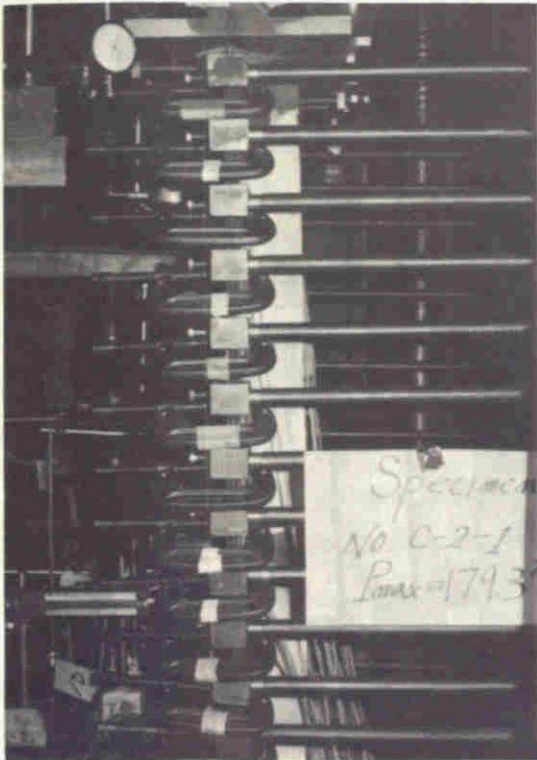


Photo. 1 Unloading Edge Support

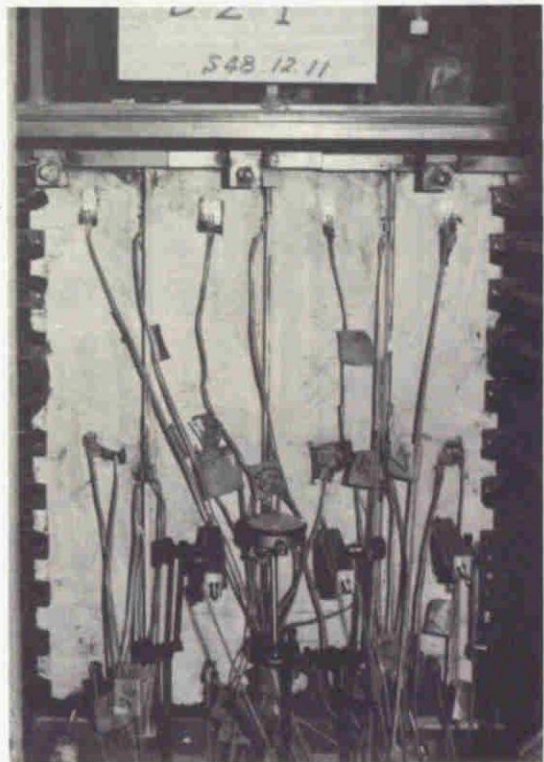


Photo. 3 Test Setup

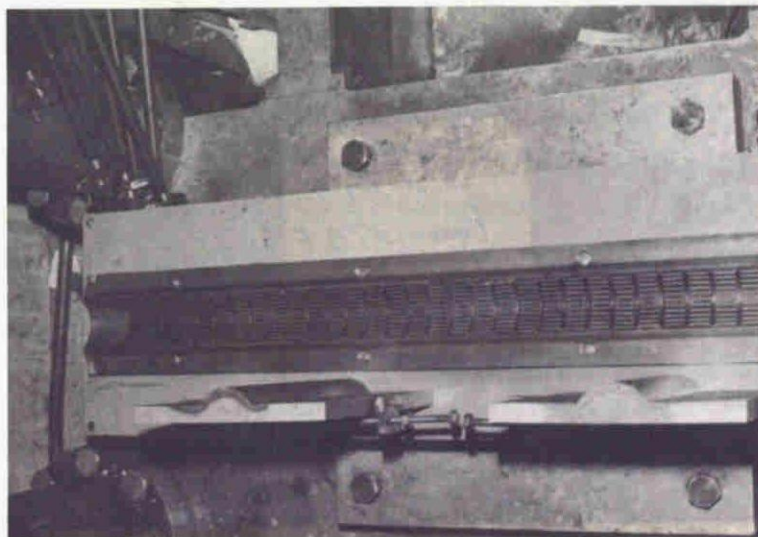
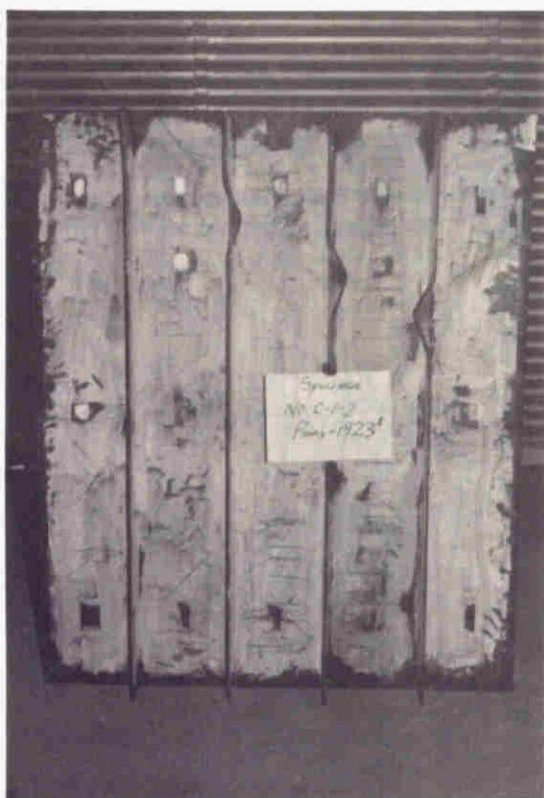
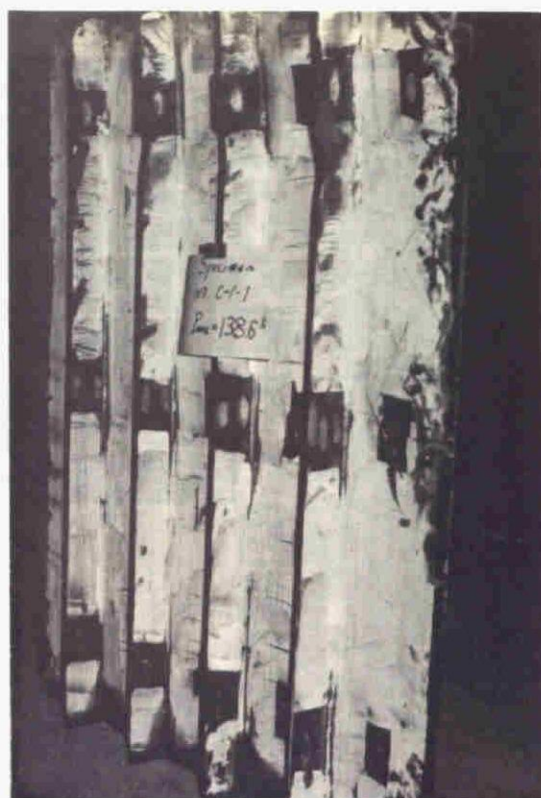


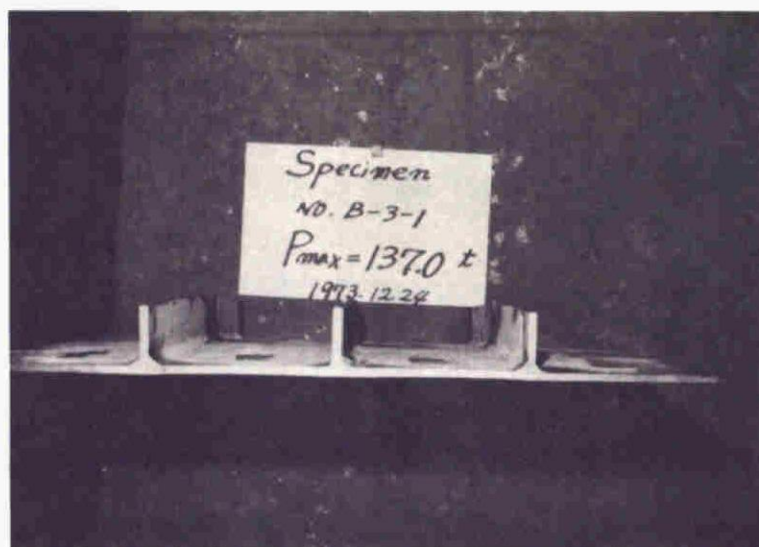
Photo. 2 Loading Edge Support



Failure Mode 1 Torsional Buckling of Stiffeners



Failure Mode 2-a Out-of-plane Deflection due to Over-all Buckling towards the Unstiffened Face of the Specimen.



Failure Mode 2-b Out-of-plane Deflection due to Over-all Buckling towards the Stiffened Face of the Specimen.

Photo. 4 Failure Modes

第6章 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の弾性 座屈強度およびそれに基づく設計式の提案

6.1 緒言

本章は、箱形またはI形断面部材の腹板を対象として、圧縮力と曲げモーメントを受ける4周単純支持の縦方向補剛材つき板（補剛板）の座屈強度およびそれに根拠を置いた設計への提案について述べたものである。¹⁷⁾

現行の道路橋示方書¹⁾、鋼鉄道橋設計標準²⁾には、圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の設計基準が設けられている。いずれの基準も、その根拠とするものは補剛板の座屈強度であり、フランジも含めた断面全体としての実際の耐力と腹板の座屈強度との差、すなわち、後座屈強度は安全率を適当に低減させることにより考慮されている。道路橋示方書では、補剛材またはフランジで仕切られた各サブパネルがその4周を単純支持としたときの局部座屈に対して安全になるような板厚を選ぶように規定している。また、補剛材の必要剛比は、それが等間隔に配置され一様圧縮を受ける補剛板に対する式を準用している。しかし、文献3)、4)にも指摘され、また本論文でも検討しているように、不等間隔に補剛された板の補剛材必要剛比に等間隔に補剛され一様圧縮を受ける場合の必要剛比と同じ値を用いることは必ずしも安全であるとは言えない。さらに、道路橋示方書に限らず鋼鉄道橋設計標準でもそうであるが、著者⁵⁾および長谷川・太田・西野⁸⁾によって指摘されている補剛材の部分降伏による補剛板の座屈強度の低下は考慮されていない。一方、鋼鉄道橋設計標準では、補剛材は等間隔に配置することを原則として補剛材が1本、2本の場合に対して補剛板の幅厚比制限値、必要剛比を規定しているが、この規定には多少不合理な点があるようで、その改訂案が長谷川・太田・西野⁸⁾によって報告されている。しかしながら、必要剛比を求める式に、本論文で指摘するように、若干不備の点があること、および、幅厚比制限値よりも小さい幅厚比を持つ板に対する必要剛比の低減が考慮されていないため一様圧縮のときの式とのすりつけができないなどこの改訂案も十分満足すべきものであるとはいえない。わが国以外では、DIN4114⁶⁾およびKlöppelらの図表^{7),8)}の併用による設計方法が著名であり、わが国でも広く用いられているようである。この基準では補剛材の曲げ剛性の大小によって2通りの設計方法が許されており、わが国の設計基準より設計の自由度は大きくなっている。すなわち、補剛板全体の線形弾性座屈強度が最も厳しい応力状態にあるサブパネル（危険パネルと称する）の4周単純支持としての線形弾性座屈強度と等しくなる補剛材の曲げ剛比を最小剛比と称し、考えている補剛板の補剛材剛比がこの最小剛比より大きいとき（剛な補剛材）には危険パネルが局部座屈に対して安全であるかどうかを照査し、また剛比が最小剛比より小さいとき（柔な補剛材）には補剛板全体の座屈係数から計算される座屈応力が作用応力に対して所要の安全率を有するかどうかを照査する設計方法である。この基準では、

弾性座屈応力が板の比例限度（降伏応力の 80 %）を越えるときは、ある係数を乗じて座屈応力を低減させるよう規定しているが、この低減係数は長方形断面の中心軸圧縮柱の曲げ座屈に対する低減係数をそのまま準用しており、理論的、実験的裏づけが十分でない。また、*DIN4114* では、圧縮力と曲げモーメントを受ける縦方向補剛材つき板に対しては、補剛材が 1 本の場合に最小剛比、座屈係数を求める式を与えているのみであり、補剛材の数が 2 本以上のときには *Klöppel* らの図表よりそれらの値を読み取ることになる。したがって、設計に電子計算機を使用するという立場からすればこの方法はきわめて不便である。*DIN4114* 以外では、最近発表された *Merrison Report*⁹⁾ による設計指針がある。この指針は、わが国およびドイツにおける補剛板の設計基準とは異なり、補剛板の極限強度に根拠を置いている。すなわち、補剛板の極限強度を各サブパネルの板としての耐力と補剛材のはり一柱（*Beam - Column*）としての曲げ強度およびねじり座屈強度に分け、補剛板に作用する応力がこれらのいずれの強度に対しても安全になるように設計する方法である。ここでは、補剛材はまったく強度部材と考えられ、その所要剛性についての規定は設けられていない。

さて、この章で提案する設計式は補剛板の座屈強度に基づいたものであり、現行のわが国の設計基準と思想的には変る所がない。まず等間隔に補剛された板の弾性座屈係数の近似式を導びき、それをもとに補剛板の設計最小板厚、補剛材の必要剛比を与える式を求めている。これらの設計式は、*DIN4114* の剛な補剛材に対する設計概念を参考にして現行の道路橋示方書の一様圧縮を受ける補剛板に対する規定を拡張したものであり、応力勾配のない特別な場合には道路橋示方書の規定に一致する形となっている。つぎに、不等間隔に補剛された板に対しては、まず補剛材によって仕切られた各サブパネルが作用応力によって同時に弾性座屈を起すという条件で補剛材の最適位置を定め、その位置に補剛材が配置されたときの補剛板の設計最小板厚、補剛材の必要剛比を与える式を等間隔補剛板と同様な観点から求めている。以上の設計式は、いずれも、わが国の設計基準と同じ観点に立ち、板パネルの残留応力の影響を座屈パラメーター *R_{cr}* の低減という形で処理し、後座屈強度の影響を安全率の低減という形で考慮したものである。なお、一様圧縮を受ける補剛板の非弾性座屈解析の結果⁵⁾ から、補剛板の座屈強度は板パネルの残留応力のみならず補剛材に存在する残留応力の影響を強く受けることがわかっているので、板パネルおよび補剛材の溶接残留応力を同時に考慮した非弾性座屈解析を行って補剛板の座屈強度（基本強度）の検討を第 7 章で行っている。

6.2 等間隔に補剛された板（図 - 1）

補剛材を等間隔に配置することは、曲げモーメントが一方向から作用する場合には必ずしも有利な補剛方法ではない。しかし、正負の曲げモーメントが作用する場合または補剛材が多数となり補剛材の最適位置を見出すことが困難と考えられる場合にはこの補剛方法は有効な方法となる。後に述べるように、補剛材が 8 本以上となると最適位置を求めることはかなりめんどろになる。

(1) 座屈係数

まず、図-1に示すように4周単純支持補剛板の弾性座屈係数を求める。ただし、ここでは補剛材のねじり剛性の影響を無視する。このような補剛板の解析には、個々の補剛材をはり一柱と考え、*Ritz - Timoshenko* 法^{7),10)}または有限帯板法^{3),5)}を適用する方法などがあり、またそれとは別に、補剛材の効果を平均化した直交異方性板理論による方法^{11),12)}がある。ここで求めようとする座屈係数は、補剛材の必要剛比を求めるときに使用されるもので、閉じた形で表わされることが必要な条件となり、しかもできるだけ簡単で、かつパラメーターの広い範囲をカバーするものが望ましい。そのためには、広範囲にわたるパラメーター解析から近似公式を求める必要があるが、関連するパラメーターの数がこの場合は非常に多く、膨大な数値計算が必要となる。ところが、上述の解析方法の内、直交異方性板理論による方法は精度のよい近似解が閉じた形で得られること、および、関連するパラメーターの数を他の方法より減すことができる利点があるため、この方法によって座屈係数を求めることにする。

直交異方性板理論による板の座屈の基礎微分方程式は周知のように次式で表わされる。^{10),18)}

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 D_x 、 D_y = x 、 y 軸方向の板の曲げ剛度、 H = 板のねじり剛度、 N_x = x 軸方向の圧縮力、 w = 座屈によって生ずる板のたわみである。上記の微分方程式を図-1の補剛板に適用する場合には、 D_x 、 D_y 、 H 、 N_x は近似的に次式で表わされる。¹¹⁾

$$\left. \begin{aligned} D_x &= D + \frac{nEI}{b} & D_y &= H = D \\ N_x &= \sigma_1 \left(1 - \phi \frac{y}{b} \right) \left(t + \frac{nA_s}{b} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 D = 板の曲げ剛度、 EI = 補剛材の曲げ剛度、 n = サブパネルの数、 b = 板の総幅、 t = 板厚、 A_s = 補剛材の断面積、 σ_1 = 板の上縁に作用する圧縮応力（最大圧縮応力）であり、 ϕ は応力勾配係数と称し、上縁、下縁の圧縮応力 σ_1 、 σ_2 を用いて次式で定義される。

$$\phi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式(2)を式(1)に代入し、座屈波形を

$$w = \sin \frac{\pi x}{a} \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \sin \frac{i\pi y}{b} \quad \dots\dots\dots (4)$$

と仮定して *Galerkin* 法を適用すれば最終的に係数 A_i ($i = 1, 2, \dots$) に関する同次の連立一次方程式を得る：

$$\{(1+i^2\alpha^2)^2+n\gamma\}A_i-k(1+n\delta)\alpha^2\{(1-\frac{\phi}{2})A_i+\frac{8\phi}{\pi^2}\sum\frac{A_q\cdot i\cdot q}{(i^2-q^2)^2}\}=0\cdots(5)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{EI}{bD} \quad (\text{曲げ剛比}) & \delta &= \frac{A_s}{b\,t} \quad (\text{面積比}) \\ \alpha &= \frac{a}{b} \quad (\text{板の縦横寸法比}) & k &= \sigma_1 \frac{b^2 t}{D\pi^2} \quad (\text{座屈係数}) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots (6)$$

であり、最終項の総和は $i+q$ = 奇数の場合のみ考える。式(5)を必要な項数のみ取り、固有値問題として座屈係数 k を求めればよい。

一様圧縮 ($\phi=0$) のときは、式(5)で第一項のみを考えれば直交異方性板理論の範囲内で正解値を得る：

$$k_c = \frac{(1+\alpha^2)^2+n\gamma}{\alpha^2(1+n\delta)} \cdots \cdots \cdots (7)$$

上式は *Timoshenko*¹⁰⁾ が第一近似解として求めた式と完全に一致し、わが国の設計示方書^{1),2)} *DIN 4114*⁶⁾ で採択されている式である。純曲げ ($\phi=2$) の場合には、第3項まで考えると、

$$k_b = \frac{9\pi^2}{32\alpha^2(1+n\delta)} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{1+\left(\frac{27}{25}\right)^2 \frac{R_1}{R_3}}} \cdots \cdots \cdots (8)$$

を得る。ここに

$$R_i = (1+i^2\alpha^2)^2+n\gamma \quad i=1,2,3 \cdots \cdots \cdots (9)$$

である。上式は *Gienke*¹¹⁾ によって求められた式と一致する。一様圧縮と純曲げの間中すなわち $0<\phi<2$ のときは第2項まで考えると

$$k_{c+b} = \frac{1}{\alpha^2(1+n\delta)} \frac{S_0(R_1+R_2)-\sqrt{S_0^2(R_1-R_2)^2+4S_{12}R_1R_2}}{2(S_0^2-S_{12}^2)} \cdots \cdots \cdots (10)$$

を得る。ここに、

$$S_0 = 1-\phi/2 \quad S_{12} = 16\phi/9\pi^2$$

である。式(8), (10)は直交異方性板理論の範囲内で正解値と非常に近い値(誤差1%以内)を与える。なお、式(7), (8), (10)の下記号、 c , b , $c+b$ は、それぞれ、圧縮、曲げ、圧縮+曲げの略号を表す。

さて、上で求めた座屈係数は一様圧縮の場合を除いてまだ複雑であるので、これらから近似式を作ることを考えるが、その前にこれらの式の一般的性質を考察してみる。まず、式(5)より、補剛材の影響は $n\gamma$ と $n\delta$ の形で式中に表われ、したがって、これらの値が一定ならば座屈係数は補剛材本数にかかわらず一定となることがわかる。さらに、面積比 δ の影響は座屈係数との積でしかも

($1 + n\delta$) の形で表わされることがわかる。これらのことより、曲げ剛比を $n\gamma$ の形で与え、座屈係数を ($1 + n\delta$) k の形で求めれば、2つのパラメーター n 、 δ の影響を消去できることになり、残るパラメーターは応力勾配係数 ϕ および板の縦横寸法比 α のみとなる。このような考えに従ってパラメーター解析を行い、得られた結果を図-2 に示すように整理した。ここで、縦軸は一樣圧縮のときの座屈係数 k_c を基準にした座屈係数^{注1)}を表わし、横軸は一樣圧縮のときの有限板と無限板の境界となる板の寸法比

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{1 + n\gamma} \quad \dots\dots\dots (11)$$

を基準にした板の寸法比を表わす。曲げ剛比は無補剛板に対応する $n\gamma = 0$ から $n\gamma = 48$ まで考えているが、図からわかるように、 k_c で基準化した座屈係数は横軸に α/α_0 を採ることにより曲げ剛比の値にはは無関係になり応力勾配係数のみの関数になると考えられる。図の点線は DIN4114 における無補剛板に対するもので、 ϕ が 0 から 1 の間では

$$\left(\frac{k_{c+b}}{k_c} \right)_{DIN} = \frac{2.1}{2.1 - \phi} \quad (0 \leq \phi \leq 1, 0 \leq \alpha \leq \infty) \quad \dots\dots\dots (12)$$

で表わされる。 ϕ が 1 と 2 の間では k_{c+b}/k_c は ϕ および α ($=\alpha/\alpha_0$) の関数となり、式が少々複雑になるのでここでは省略する。図からわかるように DIN4114 の式は、 α/α_0 が 0.5 以上のときかなりよい近似式となるが、0.5 以下では少々高めの座屈係数を与えることになる。そこで、この論文では、 $0 \leq \phi \leq 1$ のときは式(12)を多少修正した式、 $1 \leq \phi \leq 2$ のときは DIN4114 の曲線を直線で近似させた次式を用いる。

$$0 \leq \phi \leq 1 \text{ のとき} \quad \frac{k_{c+b}}{k_c} = \frac{2.1}{2.1 - 0.9\phi} \quad (0 \leq \alpha < \infty) \quad \dots\dots\dots (13a)$$

$$\begin{aligned} 1 \leq \phi \leq 2 \text{ のとき} \quad \frac{k_{c+b}}{k_c} &= 1.75 + 2.1(\phi^2 - \phi) \frac{\alpha}{\alpha_0} \quad (0 \leq \alpha \leq \alpha_0) \quad (13b) \\ &= 1.75 + 2.1(\phi^2 - \phi) \quad (\alpha_0 \leq \alpha) \end{aligned}$$

ただし、純曲げのときの座屈係数 k_b は $\phi = 2$ のときの k_{c+b} に含ませて考える。上式は図-2 中に実線でプロットしてある。

(2) 設計最小板厚および補剛材の必要剛比

DIN4114 の剛な補剛材に対する設計概念を基に補剛板の設計最小板厚、補剛材の必要剛比を定める。まず最小板厚を定めるが、等間隔補剛板の場合には、最上縁のサブパネル(図-1の斜線部)が危険パネル(Critical Panel)になるので、このパネルが局部座屈に対して安全になるように

注1) 座屈係数が最小となる板の寸法比 α より大きい α に対する座屈係数は最小値で代用する。

板厚を定めればよい。すなわち、このパネルの4周を単純支持と考え、その上縁、下縁の作用応力度がそれぞれ σ_1 、 σ'_1 のとき、 σ_1 に対応する座屈応力が安全率(s)×基本許容圧縮応力度(σ_{cao} —許容圧縮応力度の上限値)に等しくなる板厚が補剛板に許される最小の板厚 t_0 になる。したがって、圧縮力と曲げモーメントを受ける無補剛板の最小板厚を求める式において、板幅、応力勾配係数を危険パネルの板幅 $b_1 = b/n$ 、応力勾配係数 $\phi_1 \equiv (\sigma_1 - \sigma'_1) / \sigma_1 = \phi/n$ に置き代えれば補剛板に対する設計最小板厚を求める式が直に得られる。たとえば、道路橋示方書の規定を用いると、SS41鋼に対しては次式が成り立つ。

$$t_0 = \frac{b_1}{26\phi_1^2 + 4\phi_1 + 40} \quad (b_1 = \frac{b}{n}, \quad \phi_1 = \frac{\phi}{n}) \quad \dots\dots\dots (14)$$

上式の最小板厚は、

$$\left. \begin{aligned} \text{安全率} &\equiv s = 1.7 - 0.15\phi_1 \\ \text{座屈パラメーター} &\equiv R_{cr} = 0.70 + 0.15\phi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

のようになっており、無補剛板($n=1$)に対しては当然道路橋示方書の式に一致し、補剛板に対する安全率、座屈パラメーターは文献3)の式と結果的に同一の式となっている。

つぎに、補剛材の必要剛比 γ_{req} を補剛板全体の座屈応力が危険パネルの4周単純支持としての座屈応力に等しくなるという条件から求める。ただし、危険パネルの座屈応力の上限は、式(15)の安全率を用いて、 $s \cdot \sigma_{cao}$ であると考え。したがって、板厚が前述の設計最小板厚より大きいときには、補剛材の剛比は補剛板の座屈応力を $s \cdot \sigma_{cao}$ まで高めるに十分であればよいことになる。式の誘導については付録(1)にゆずり、結果の式のみを記すと次のようになる。

$$\alpha < \alpha_0 \text{ のとき } \gamma_{req} = \rho \cdot 4\alpha^2 n \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1 + n\delta) - \frac{(1 + \alpha^2)^2}{n} \leq \frac{1}{n} (\alpha_0^4 - 1) \quad \dots\dots\dots (16a)$$

$$\alpha \geq \alpha_0 \text{ のとき } \gamma_{req} = \frac{1}{n} (\alpha_0^4 - 1) \quad \dots\dots\dots (16b)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \sqrt{\rho_0 \cdot 2n^2 \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1 + n\delta) - 1} \quad \dots\dots\dots (17) \\ \rho &= \frac{2.1 - 0.9\phi}{2.1 - \phi/n} \quad (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= \frac{2.1}{(2.1 - \frac{\phi}{n}) (1.75 + 2.1(\phi^2 \phi) \frac{\alpha}{\alpha_0})} \quad (1 \leq \phi \leq 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= \rho & (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= \frac{2.1}{(2.1 - \frac{\phi}{n}) \{ 1.75 + 2.1 (\phi^2 - \phi) \}} & (1 \leq \phi \leq 2) \end{aligned} \right\} \dots \quad (9)$$

である。一様圧縮 ($\phi = 0$) のときは $\rho = \rho_0 = 1.0$ となって式(9)は道路橋示方書の必要剛比式 (第4章, 式1) に完全に一致している。なお, 板厚が最小板厚より小さいとき ($t < t_0$ のとき) には, 式(9), (10)で $t_0/t = 1.0$ と置いた式を用いる。

図-3は $t_0/t = 1.0$ のときに式(9)~(10) から得られる必要剛比を直交異方性板理論から得られる厳密解と比較したものである。補剛材が1本, 2本の場合には Klöppel らの図表⁷⁾⁸⁾ または有限帯板法⁵⁾ (F.S.M) から得られた正解値も同時にプロットしてある。直交異方性板理論による厳密解 (O.P.T.) は補剛材本数が多くなればなるほど正解値に近くなるのが当然であるが, 補剛材が2本 ($n = 3$) ですでに正解値とほとんど一致する。式(9)の必要剛比式は広い領域にわたって正解値の良好な安全側の近似式となっていることがわかる。長谷川・太田・西野は文献8)で等間隔補剛板の補剛材必要剛比を求める式を発表している。彼らは, パラメーター解析から必要剛比の近似式を直接求めており, 板厚が最小板厚より大きいときの必要剛比の緩和は考慮されていないが, 式(9), (10)で $t_0/t = 1.0$ と置いた式に対応するものである。彼らの求めた必要剛比式を γ_{req}^H と書くと次式で表わされる。

$$\gamma_{req}^H = (1 - \frac{\alpha}{2(\alpha + 1)} \phi) \gamma^* \dots \dots \dots (10)$$

ここで, γ^* は DIN4114 によって規定される一様圧縮における最小剛比である。式(10)の γ_{req}^H を式(9)の γ_{req} で $t_0/t = 1.0$ とおいた式と数多くの例について比較したところ, 応力勾配係数 ϕ が 1.0 より小さいときには γ_{req}^H は γ_{req} とほとんど一致するが, ϕ が 1.0 以上のときには有限板と無限板の境界近くの寸法比 ($\alpha \cong \alpha_0$) で γ_{req}^H は γ_{req} あるいは正解値に較べ著るしく高めの値を与えることがわかった。この事実が顕著に表われる一例を図-4に示す。

6.3 不等間隔に補剛された板 (図-5)

補剛材を等間隔に配置する方法は, 応力勾配が大きくなるとかなり不経済な補剛方法となる。たとえば, S S 41 鋼の場合, $\phi = 1.5$ のときの無補剛板に対する幅厚比制限値は道路橋示方書に従えば 105 であるが, この板の中央に補剛材1本を配置したときの幅厚比制限値は式(9)より 115 となり, 幅厚比はわずか 10 %程度緩和されたにすぎない。このように応力勾配が大きいときには, 補剛材を高圧縮応力部に配置し, 板を不等間隔に補剛する方法が有効となる。

(1) 補剛材の最適位置

補剛材の最適位置を求める場合 2 つの考え方がある。第1の考え方は, 補剛材軸が節線 (nodal

line)となる座屈モードに対する補剛板の座屈係数を最大とするような補剛材位置を最適とする方法である。この考え方は、補剛材に上述の座屈モードを生ぜしめるほど剛な曲げ剛性を要求する設計方法の場合に有効である。この考えに従って、Stüssi・Dubas¹⁴⁾、Dubas¹⁵⁾は補剛材が1本の場合に応力勾配係数 $\phi = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ のときの最適位置を求めている。補剛材の位置を図-5(a)に示すように上縁から ηb とし、最適位置を η_R^* と書くと、 η_R^* は表-1の“条件1”の欄に示すようになり、対応する座屈係数の最小値 k_{min} は同欄に示すようになる。補剛材が2本のときには、Rockey・Cook¹⁶⁾が純曲げ($\phi = 2$)のときの最適位置を求めている。この位置は図-5(b)の記号に従うと、 $\eta_1 = 0.128$ 、 $\eta_2 = 0.275$ であり、座屈係数の最小値は $k_{min} = 315$ である。補剛材の最適位置に関する第2の考え方は、各サブパネルの4周を単純支持としたときに作用応力によって各サブパネルが同時に座屈する補剛材位置を最適とする方法である。この考え方は、サブパネルに危険パネルを設定し、補剛板の座屈強度をこの危険パネルの座屈強度まで高めるために必要な曲げ剛性を補剛材に要求する設計方法(DIN4114の剛な補剛材に対する設計方法)の場合に有効である。現行の道路橋示方書におけるプレートガーダー腹板の水平補剛材の位置はこの考えに従って定められている。この論文でも第2の考え方に従って補剛材の最適位置を定めることにする。なお、道路橋示方書では、各サブパネルの座屈強度を残留応力を考慮して求めているが、ここではそれを考慮せず、弾性座屈理論に従って座屈強度を求めることにする。計算式は付録(2)に示す通りであり、計算結果を表-1(補剛材1本)、表-2(補剛材2本)の“条件2(厳密解)”と記した欄に示した。ここで、 η^* 、 η_1^* 、 η_2^* はそれぞれ η 、 η_1 、 η_2 に対する最適値であり、 k はそのときの補剛板の座屈係数^(注2)である。表-1の“条件1”、“条件2”の最適位置を比較すればわかるように、両者には大きな差がみられない。従って、比較的簡単な“条件2”によって補剛材の最適位置を求める方法が有効になる。しかし、この方法でも、補剛材が3本以上となると、3元以上の高次の連立方程式を解かねばならず、計算はやっかいになってくる。さて、次に、上で求めた補剛材の最適位置の近似公式を作ることを考える。表-1, 2に示した η^* 、 η_1^* 、 η_2^* を応力勾配係数に対してプロットしたものが図-6であり、これより図の実線で示した次の近似公式を求めた。

a) 補剛材が1本のとき。

$$\left. \begin{aligned} \eta^* &= 0.5 - 0.1\phi & (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= 0.6 - 0.2\phi & (1 \leq \phi \leq 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

注2) k はサブパネルの座屈応力を補剛板の座屈応力に置換したときの座屈係数で、たとえば、補剛材1本のときには、付録(2)の記号を用いて $k = k_1 = k_2$ である。

b) 補剛材が2本のとき。

$$\begin{aligned}\eta_1^* &= 1/3 - 0.07\phi & (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= 0.403 - 0.14\phi & (1 \leq \phi \leq 2)\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (22a)$$

$$\begin{aligned}\eta_2^* &= 2/3 - 0.1\phi^2 - 0.03\phi & (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= 0.8 - 0.263\phi & (1 \leq \phi \leq 2)\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (22b)$$

上式から得られる数値は表-1, 2の“条件2(近似公式)”の欄に与えてある。同表の k_i ($i=1, 2, 3$)は、最適位置の近似値を用いてサブパネル①(図-5参照)の座屈応力を求め、それより補剛板の座屈係数を求めた値である(付録(2)参照)。

(2) 最小板厚および補剛材の必要剛比

設計最小板厚は等間隔補剛板と同様な方法で求められる。補剛材が正確に最適位置にあれば各サブパネルは同時に座屈するはずであるから、どのパネルを危険パネルに選んでもよい。しかし、最適位置の近似式を用いたときには、各サブパネルの座屈応力から求められた補剛板の座屈係数 k_i は必ずしも一致せず、表-1, 2それぞれの k_i の最小値が補剛板の真の座屈係数(表中にアンダーラインが付けてある)となり、それに対応するサブパネルが危険パネルとなる。一般に、座屈係数 k_i は補剛材位置に対し非常に敏感であり、最適位置の近似値がよい精度であるのに、座屈係数の間にはかなりの相違が見られる場合がある。危険パネルは大半がサブパネル①であるが、中にはそれ以外の場合もある。しかし、設計に利用する目的からすれば、応力勾配係数の値によって危険パネルが変わることは非常に繁雑であること、危険パネルが①以外のときの座屈係数とサブパネル①の座屈係数が補剛材位置に対して敏感な割には余り相異しないこと、およびサブパネル①を危険パネルに設定すれば設計が非常に簡単になることなどの理由により、ここではサブパネル①を危険パネルと考える。補剛材が1本の場合、サブパネル①の板幅は η^*b 、応力勾配係数は $\eta^*\phi$ となるから、等間隔補剛板と同様に、式(4)において、 $b_1 = \eta^*b$ 、 $\phi_1 = \eta^*\phi$ と置けばよい。同様に、補剛材が2本のときは、 $b_1 = \eta_1^*b$ 、 $\phi_1 = \eta_1^*\phi$ となる。このようにして求められた設計最小板厚を幅厚比 b/t_0 の形で表わし等間隔補剛板のときの値と比較して表-3に示す。応力勾配が大きくなるにつれ、不等間隔に補剛する方法が経済的になることがよくわかる。純曲げ($\phi=2$)の場合、補剛材が1本のときの幅厚比制限値 b/t_0 は229で道路橋示方書のプレートガーダー腹板(水平補剛材1本)の b/t_0 の値256とは差があるが、この主な理由は、同示方書の「3.2圧縮力を受ける部材の板厚」と「8.4腹板」に用いられている座屈パラメーター R_{cr} の式が、根拠は不明であるが、異っているからである。すなわち、ここで求めた b/t_0 の値229は前者で規定する式 $R_{cr} = 0.7 + 0.15\phi_1$ に基づいているが、256は後者の式 $R_{cr} = 0.8 + 0.1\phi_1$ によっているためである。ちなみに、後者の式を用いてここで述べた方法によって幅厚比制限値を求めると267となる。

補剛材の必要剛比も等間隔補剛板と同様の手法によって求められる。まず、上で求めた近似最適位置に補剛材があるときの補剛板の座屈係数の近似式を求める。座屈係数の計算には有限帯板法⁵⁾を用い、補剛材のねじり剛性は無視している。補剛材1本の場合について数値計算より得られた結果を等間隔補剛板と同様に $k_{c+b}/k_c = \alpha/\alpha_0$ 関係で整理したものが図-7である。ただし、 α_0 の式(11)中の n は2と考える。面積比 δ は3種類の値を与え、曲げ剛比 γ は、 δ のそれぞれの値に対して、4つの値を与えている。面積比の影響は応力勾配係数が1.0より大きくなると顕著になる。また、図中の $\phi \leq 1.0$ のときの実線は式(13a)を表わすが、不等間隔補剛板に対してもこの式が有効であることがわかる。そこで、応力勾配係数が1.0以下のときは式(13a)、1.0より大きいときには式(13b)に面積比 δ の影響を採り入れた次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{k_{c+b}}{k_c} &= 1.75 + \frac{2.1}{1+2\delta} (\phi^2 - \phi) \frac{\alpha}{\alpha_0} & (0 \leq \alpha \leq \alpha_0) \\ &= 1.75 + \frac{2.1}{1+2\delta} (\phi^2 - \phi) & (\alpha_0 \leq \alpha) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13b')$$

なお、ここでは図を省略するが、補剛材が2本の補剛板に対しても、式(13a)、(13b)' は少々安全側過ぎるものの有効な近似式であることがわかった。

式(13a)、(13b)' を用いて等間隔に補剛された板と同様な手法によって必要剛比を求めると、式(9)とまったく同じ式を得る。ただし、補剛材が1本のときは $n=2$ 、2本のときは $n=3$ と置く。また、式(17)はそのまま成り立つが、式(18)、(19)の ρ 、 ρ_0 は次式で置き代える。

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{2.1 - 0.9\phi}{2.1 - \eta^*\phi} \frac{1}{(n\eta^*)^2} & (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= \frac{2.1}{(2.1 - \eta^*\phi) \left\{ 1.75 + \frac{2.1}{1+2\delta} (\phi^2 - \phi) \frac{\alpha}{\alpha_0} \right\}} \frac{1}{(n\eta^*)^2} & (1 \leq \phi \leq 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= \rho & (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= \frac{2.1}{(2.1 - \eta^*\phi) \left\{ 1.75 + \frac{2.1}{1+2\delta} (\phi^2 - \phi) \right\}} \frac{1}{(n\eta^*)^2} & (1 \leq \phi \leq 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

上式で、 n は上述のように考え、 η^* は補剛材が2本のときは η_1^* を表わすものとする。

上で求めた補剛材の必要剛比を $t_0/t=1.0$ 、 $\delta=0.1$ の場合について有限帯板法で求めた厳密解と比較したものが図-8(a) (補剛材1本) および図-8(b) (補剛材2本) である。いずれの場合も提案式はほぼ満足すべきものであることがわかる。応力勾配係数 ϕ の値が1.0以下では、 ϕ の値によって補剛材所要剛比の値には大きな差がみられず、一様圧縮 ($\phi=0.0$) のときの式をそれ以外の応力状態の場合に準用する現行の道路橋示方書の考え方には余りむりがないものの、 ϕ が1.0以上になるとこの考え方は危険側になることが図よりわかる。また、表-8(a)には純曲げを受け水平

補剛材 1 本（圧縮フランジから $0.2b$ の位置）を持つプレートガーター腹板に対する、 $DIN4114$ ⁶⁾、道路橋示方書¹⁾の必要剛比式および $Stüssi \cdot Dubas$ ¹⁴⁾の求めた値が参考のためにプロットしてある。これらの式は、 $\alpha \leq 2.0$ では、提案式とはほぼ同じ値を与えることがわかる。道路橋示方書では水平補剛材が 2 本のときも 1 本のときと同じ必要剛比で十分であると考えている。ところが、図-8(b)からわかるように、水平補剛材が 2 本のときは道路橋示方書の必要剛比では α が大きくなると不足であり、 $\alpha = 1.5$ のときは約 2 倍の剛比が必要となってくる。同示方書では、水平補剛材は圧縮フランジから $0.14b$ 、 $0.36b$ の位置に配置することを現定しており、この論文で求めた位置 ($0.128b$ 、 $0.274b$) とは異っているため必ずしも 2 倍の剛比が必要であるか不明であるが、再検討の余地があるように思われる。

6.4 結 論

圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の設計式およびその根拠となる補剛板の座屈強度について述べた。対象とするものは箱形または I 形断面部材の腹板であり、4 周を単純支持と考え、等間隔または不等間隔に縦方向にリブで補剛された場合を考えた。得られた結論をまとめるとつぎのようになる。

- 1) 等間隔に補剛された板の弾性座屈係数の近似式を直交異方性板理論から式(3)の形で求めた。
- 2) 式(3)を用いて導びかれた補剛材の必要剛比（式 16）は、 $t_0/t = 1.0$ （ t_0 = 設計最小板厚、 t = 板厚）のとき、正解値に対し十分な精度をもつ。
- 3) 補剛材または板の境界で囲まれた各サブパネルの 4 周を単純支持としたとき、それらが作用応力に対し同時に弾性座屈を起す補剛材位置を最適位置と考えると、それは式(2)、(2')で近似的に表わされる。
- 4) 上記の考えで求められた補剛材の最適位置は、 $Stüssi \cdot Dubas$ ¹⁴⁾、 $Dubas$ ¹⁵⁾、 $Rockey \cdot Cook$ ¹⁶⁾が剛な補剛材をもつ板の座屈係数を最大にするという条件から求めた最適位置とはほとんど一致する。
- 5) 等間隔補剛板と同様な手法により、1 本または 2 本の補剛材が不等間隔（最適位置）に配置されたときの必要剛比式を導びいた。結果の式は等間隔補剛板に対する式(8)と同じ形となり、式(8)、(9)をそれぞれ式(23)、(24)に置き換えればよい。
- 6) 不等間隔補剛板では、等間隔補剛板の場合とは逆に、応力勾配が大きくなるにつれて補剛材の必要剛比は大きくなる。ただし、応力勾配係数 ϕ （式 8）の値が 1.0 以下では、 ϕ の値によって補剛材必要剛比の値は大きな差がみられず、一様圧縮（ $\phi = 0$ ）のときの値をそれ以外の応力状態の場合に準用することができる。しかし、 ϕ が 1.0 より大きくなるとこの考え方は危険側となり、現行の道路橋示方書の規定は必ずしも安全側にある保証はない。

6.5 付 録

(1) 補剛材の必要剛比の誘導（等間隔補剛板）

板厚が最小板厚 t_0 に等しい等間隔補剛板を考える。このとき、危険パネル（図-1の斜線部）の4周を単純支持としたときの σ_1 に対応する座屈応力 σ_{cro} は次式で表わされる。

$$\sigma_{cro} = k_u \frac{C}{(b/n t_0)^2} \quad \dots\dots\dots (A.1)$$

$$C = \frac{\pi^2 E R_{cr}^2}{12 (1 - \nu^2)}$$

ここで、 k_u は危険パネルの座屈係数、 R_{cr} は危険パネルの座屈パラメータ¹⁾²⁾を表わす。上式の座屈応力 σ_{cro} は式10の安全率を用いて $s \cdot \sigma_{cro}$ に等しい。座屈係数 k_u は、危険パネルに作用する応力の勾配係数が常に 1.0 以下であることを考えれば、式12の k_{c+b} を用いることができ、 $k_c = 4.0$ であるから式 (A.1) は

$$\sigma_{cro} = f_u(\phi) \cdot 4 n^2 \frac{C}{(b/t_0)^2} \quad \dots\dots\dots (A.2)$$

$$f_u(\phi) = \frac{2.1}{2.1 - \phi} \quad \dots\dots\dots (A.3)$$

となる。次に、板厚が t_0 より大きな補剛板を考える。この補剛板の σ_1 に対応する座屈応力 σ_{σ_1} は、式13の座屈係数を用いて、

$$\sigma_{\sigma_1} = f_s(\phi, \alpha) \cdot k_c \frac{C}{(b/t)^2} \quad \dots\dots\dots (A.4)$$

で表わされる。^{注4)}ここに、 $f_s(\phi, \alpha) = k_{c+b}/k_c$ であり、 k_c は一様圧縮のときの補剛板の座屈係数で次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \alpha < \sqrt{1+n\gamma} \quad \text{のとき} \quad k_c &= \frac{(1+\alpha^2)^2+n\gamma}{\alpha^2 (1+n\delta)} \\ \alpha \geq \sqrt{1+n\gamma} \quad \text{のとき} \quad k_c &= 2 \frac{1+\sqrt{1+n\gamma}}{1+n\delta} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.5)$$

式 (A.2) と (A.4) を等置し、 $f_s(\phi, \alpha)$ を剛比 γ に無関係とみなして γ について解けば補剛材の必要剛比 γ_{req} がつぎのように求められる。

注4) ここでは、危険パネルと補剛板全体の座屈パラメーター R_{cr} は等しいと仮定している。板パネルの残留応力の影響のみを考慮するならば、危険パネルの R は補剛板全体の R_{cr} より小さいと考えられるため、この仮定は安全側になる。

$$\alpha < \alpha_0 \text{ のとき } \gamma_{req} = \rho_0 4 \alpha^2 n \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1 + n \delta) - \frac{(1 + \alpha^2)^2}{n} \dots\dots\dots (A.6a)$$

$$\alpha \geq \alpha_0 \text{ のとき } \gamma_{req} = \frac{1}{n} [\{ \rho_0 2 n^2 \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1 + n \delta) - 1 \}^2 - 1] \dots\dots\dots (A.6b)$$

ここで,

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{1 + n \gamma_{req}} \dots\dots\dots (A.7)$$

$$\rho = f_u(\phi) / f_s(\phi, \alpha), \quad \rho_0 = f_u(\phi) / f_s(\phi, \alpha = \alpha_0) \dots\dots (A.8, A.9)$$

式 (A.7) の α_0 には γ_{req} を含むので、これを消去するために式 (A.6b) を式 (A.7) に代入すれば

$$\alpha_0 = \sqrt{\rho_0 2 n^2 \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1 + n \delta) - 1} \dots\dots\dots (A.7)'$$

を得る。式 (A.8), (A.9) に式 (A.3), 式 (13) を代入すれば本文中の ρ, ρ_0 の式を得る。以上の誘導で問題となる点は、式 (A.2) と式 (A.4) を等置して γ_{req} を求める際、関数 $f_s(\phi, \alpha)$ には剛比 γ が含まれないものとみなしているが、実際には式 (13), (11) からわかるように、 $1 < \phi \leq 2$ のときには γ を含むことになる。従って、応力勾配係数がこの領域のときの γ_{req} は近似式となり、一般に有限板 ($\alpha < \alpha_0$) のときの γ_{req} の最大値は無限板 ($\alpha \geq \alpha_0$) のときの γ_{req} に一致しなくなる。この近似による誤差は余り大きくないが、本論文では、有限板のときの γ_{req} の上限を無限板の γ_{req} で押える形を採用している。以上の式をまとめたものが本文中の式 (16) ~ (18) であるが、 $\alpha \geq \alpha_0$ のときの γ_{req} の式 (16b) は式 (A.6b) を式 (A.7)' を用いて α_0 の関数の形に書き直したものである。実際の設計では、 α_0 の値は必ず計算する量であるから、この様に書き直しておいた方が便利である。

(2) 補剛材の最適位置を求めるための計算式 (図-5)

4 周単純支持の無補剛板に応力勾配係数が ϕ で表わされる応力が作用するときの座屈係数は、DIN 4114 によれば無限板に対して

$$k = \frac{8.4}{2.1 - \phi} \quad (0 \leq \phi \leq 1) \dots\dots\dots \textcircled{a}$$

$$= 10 \phi^2 - 13.736 \phi + 11.372 \quad (1 \leq \phi \leq 2) \dots\dots\dots \textcircled{b}$$

で表わされる。上式を利用して補剛材の最適位置を定める。ここでは、補剛材が 1 本のときの計算式を示すが、補剛材が 2 本のときも同様に求められる。補剛材は圧縮応力部に配置するのが当然であるから、サブパネル① (図-5a) には応力勾配にかかわらず引張応力は作用しないと考えられる。したがって、サブパネル①の σ_1 に対する座屈応力 σ_{1cr} は次式で表わされる。

$$\sigma_{1\sigma} = \frac{8.4}{2.1 - \phi_1} \frac{C'}{(\eta b/t)^2} = \frac{8.4}{2.1 - \eta\phi} \frac{1}{\eta^2} \frac{C'}{(b/t)^2} \quad \text{..... ㉔}$$

ここに、 $C' = E\pi^2/12(1-\nu^2)$ であり、 $\phi_1 = \eta\phi$ はパネル①の応力勾配係数である。従って、サブパネル①の座屈応力を補剛板の座屈応力に置換したときの座屈係数 k_1 は

$$k_1 = \frac{8.4}{2.1 - \eta\phi} \frac{1}{\eta^2} \quad (0 \leq \phi \leq 2) \quad \text{..... (A.10)}$$

で表わされる。サブパネル②の応力 σ'_1 に対する座屈応力 $\sigma'_{1\sigma}$ は次の3つの場合に分けられる。まず、 $0 \leq \phi \leq 1$ のときには、このパネルには引張応力が作用しないから、

$$\sigma'_{1\sigma} = \frac{8.4}{2.1 - \phi_2} \frac{C'}{\{(1-\eta)b/t\}^2} = \frac{8.4(1-\eta\phi)}{2.1 - (1+1.1\eta)\phi} \frac{1}{(1-\eta)^2} \frac{C'}{(b/t)^2} \quad \text{..... ㉕}$$

となる。ここに、 ϕ_2 はパネル②の応力勾配係数で次式で表わされる。

$$\phi_2 = \frac{(1-\eta)\phi}{1-\eta\phi} \quad \text{..... ㉖}$$

一方、補剛板に作用する最大圧縮応力 σ_1 は、 σ'_1 により、 $\sigma_1 = \sigma'_1 / (1-\eta\phi)$ で表わされるから、式㉕の $\sigma'_{1\sigma}$ を σ'_1 に代入すれば、サブパネル②の座屈応力を補剛板の座屈応力に置換したときの座屈係数 k_2 が求められる：

$$k_2 = \frac{8.4}{2.1 - (1+1.1\eta)\phi} \frac{1}{(1-\eta)^2} \quad (0 \leq \phi \leq 1) \quad \text{..... (A.11a)}$$

次に、 $1 \leq \phi \leq 2$ で $1 \leq \phi_2 \leq 2$ のとき、すなわち $1 \leq \phi \leq 2 / (1+\eta)$ のときには、サブパネル②の座屈係数として式㉕が利用できるから、上と同様の方法により次式を得る。

$$k_2 = \frac{10\phi_2^2 - 13.736\phi_2 + 11.872}{(1-\eta\phi)(1-\eta)^2} \quad (1 \leq \phi \leq \frac{2}{1+\eta}) \quad \text{..... (A.11b)}$$

最後に、 $2 / (1+\eta) \leq \phi \leq 2$ のときには、サブパネル②の下縁応力 σ_2 は絶対値が上縁応力 σ'_1 より大きい引張応力になるから、DIN4114に従って仮想の板幅(絶対値が σ'_1 より大きい引張応力部の板幅を無視し、純曲げを受ける板要素と考える)を考えて座屈応力を求めれば

$$k_2 = 5.975 \frac{\phi^2}{(1-\eta\phi)^3} \quad (\frac{2}{1+\eta} \leq \phi \leq 2) \quad \text{..... (A.11c)}$$

を得る。上述の式(A.10)、(A.11)で表わされる k_1 と k_2 を等置し、 η について解くことにより最適値 η^* が求められる。計算にはNewton - Raphson法を用いるのが便利である。

Table 1 Optimum Stiffener Locations (One Stiffener)

Condition		ϕ	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
1	η_R^*	0.5	—	0.457	—	0.382	—	0.272	—	0.204	
	k_{\min}	16.0	—	21.61	—	35.20	—	72.78	—	129.4	
2	Exact	η^*	0.5	0.482	0.459	0.428	0.386	0.330	0.275	0.235	0.206
		k	16.0	18.25	21.31	25.76	32.94	45.81	65.65	89.89	117.4
	Approximate	η^*	0.5	0.475	0.45	0.425	0.40	0.35	0.30	0.25	0.20
		k_1	<u>16.0</u>	18.79	22.12	26.11	<u>30.88</u>	<u>41.25</u>	<u>56.57</u>	<u>80.84</u>	123.5
		k_2	16.0	<u>17.73</u>	<u>20.53</u>	<u>25.42</u>	35.35	52.16	80.13	106.7	<u>110.6</u>

Table 2 Optimum Stiffener Locations (Two Stiffeners)

Condition		ϕ	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
2	Exact	η_1^*	1/3	0.318	0.299	0.275	0.244	0.204	0.169	0.145	0.127
		η_2^*	2/3	0.650	0.627	0.592	0.535	0.450	0.374	0.321	0.281
		k	36.0	41.11	48.10	58.60	76.20	109.8	158.9	216.3	282.6
	Approximate	η_1^*	1/3	0.316	0.298	0.281	0.263	0.228	0.193	0.158	0.123
		η_2^*	2/3	0.653	0.627	0.588	0.537	0.471	0.406	0.340	0.274
		k_1	<u>36.0</u>	41.62	48.48	<u>56.31</u>	<u>66.11</u>	<u>89.03</u>	<u>124.6</u>	<u>184.5</u>	299.5
		k_2	36.0	<u>39.98</u>	<u>45.95</u>	62.45	87.84	115.5	152.9	203.4	275.0
		k_3	36.0	41.76	50.70	57.22	76.94	131.6	224.9	275.5	<u>258.8</u>

Table 3 Comparison of Width-Thickness Requirements between Equally and Unequally Stiffened Plates

ϕ		0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
One Stiffener	Equal	80.0	81.8	85.3	90.3	97.0	105	115	127	140
	Unequal	80.0	86.0	93.8	103	114	134	157	187	229
Two Stiffeners	Equal	120	122	124	128	133	139	146	154	163
	Unequal	120	128	138	150	163	190	225	273	346

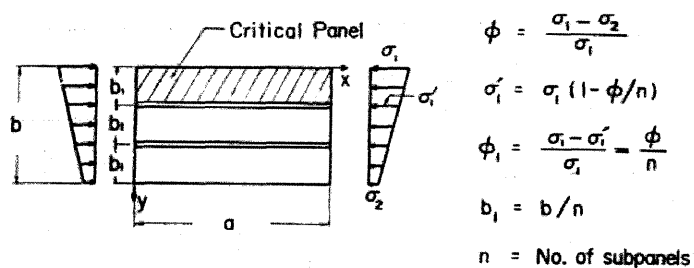


Fig. 1 Rectangular Flat Plate with Equally Spaced Stiffeners.

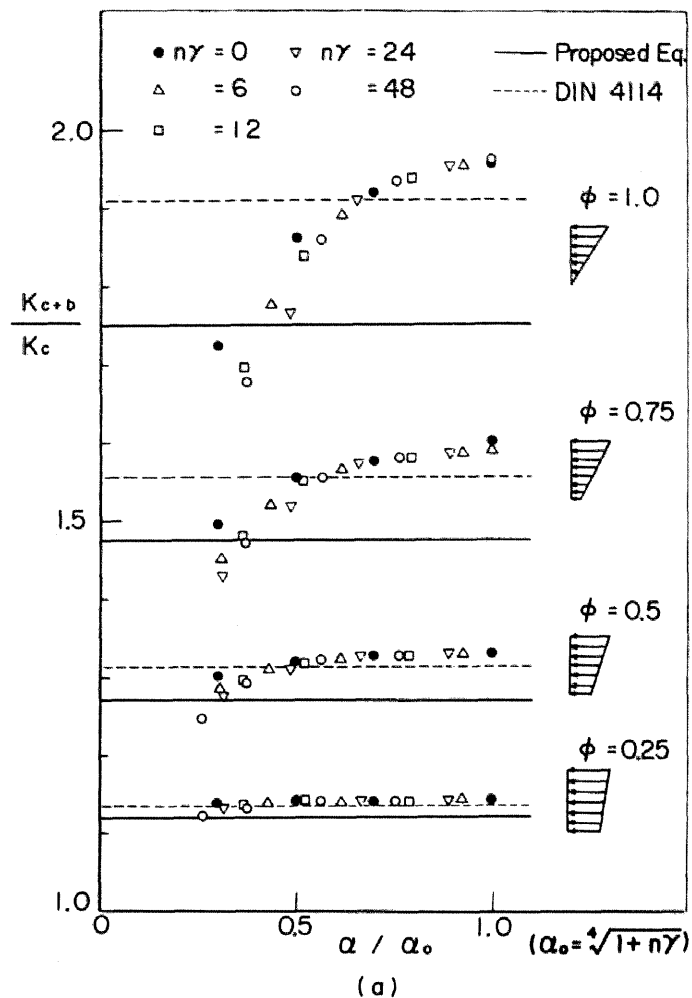


Fig. 2 Buckling Coefficient of Plates with Equally Spaced Stiffeners; (a) $0 \leq \phi \leq 1$.

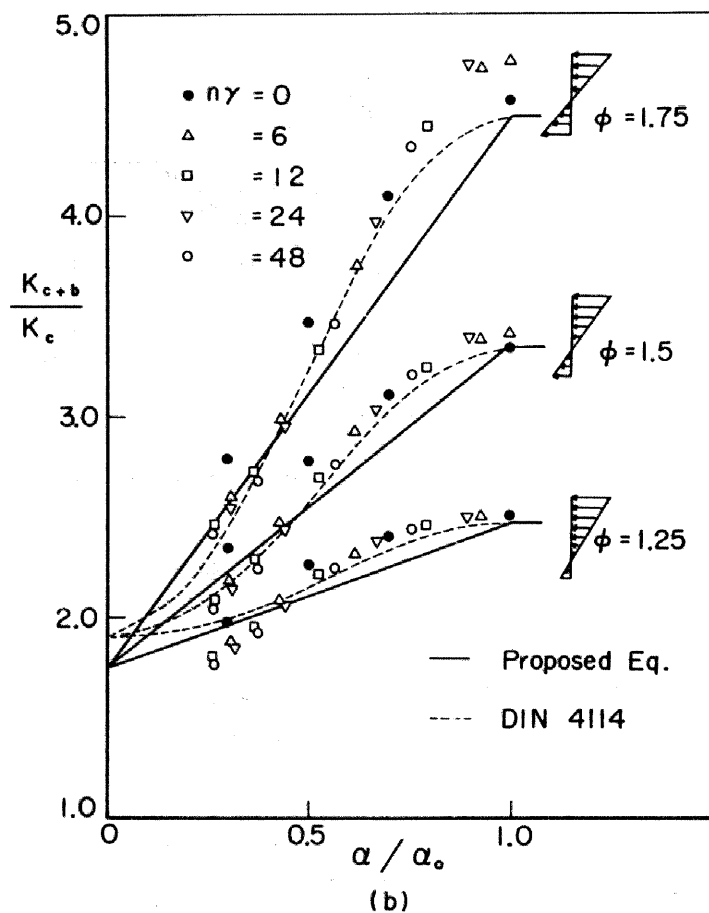


Fig. 2 (Continued); (b) $1.25 \leq \phi \leq 1.75$

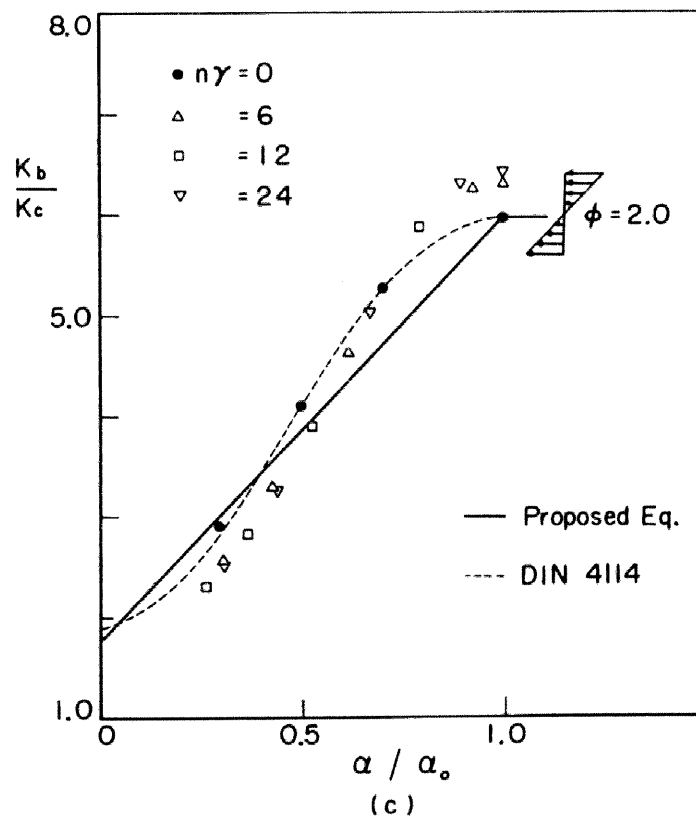


Fig. 2 (Continued); (c) $\phi = 2.0$

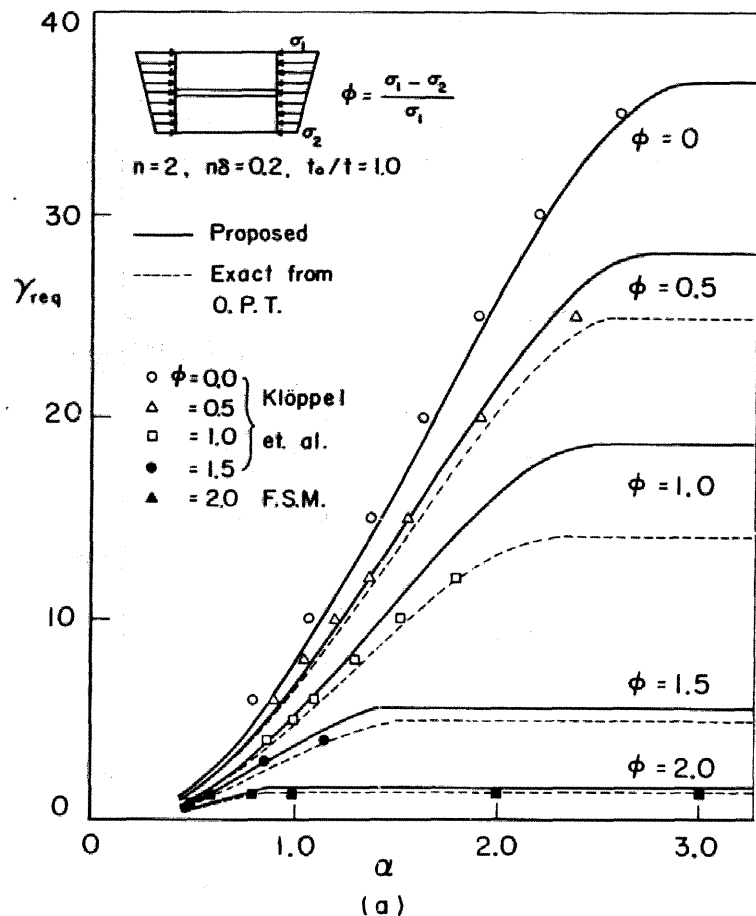


Fig. 3 Comparison of Design Formula and Exact Solutions for γ_{req} ; (a) One stiffener ($n=2$).

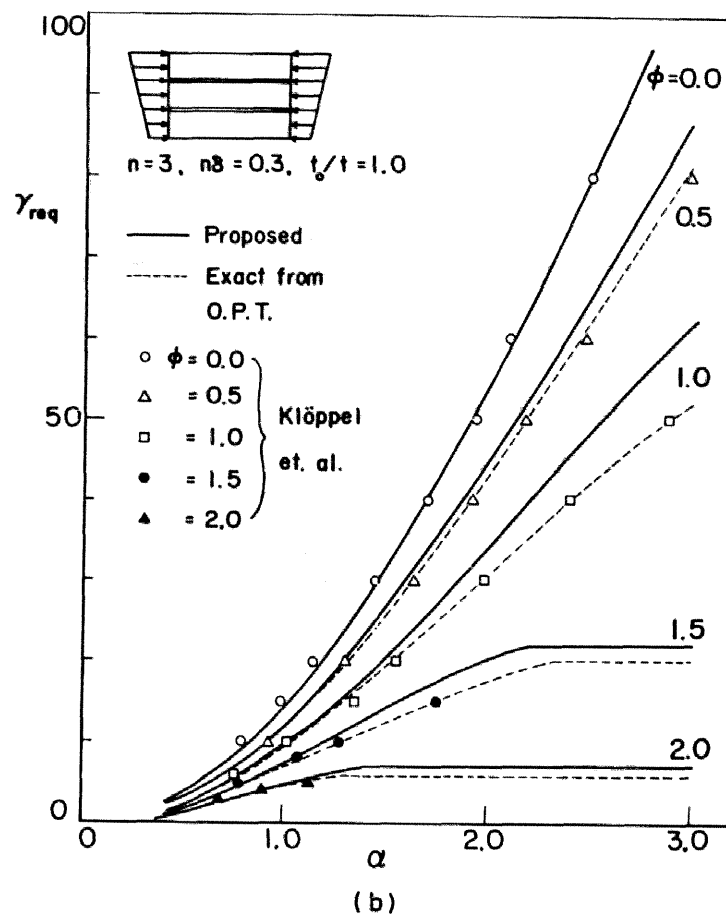


Fig. 3 (Continued); (b) Two Stiffeners ($n=3$)

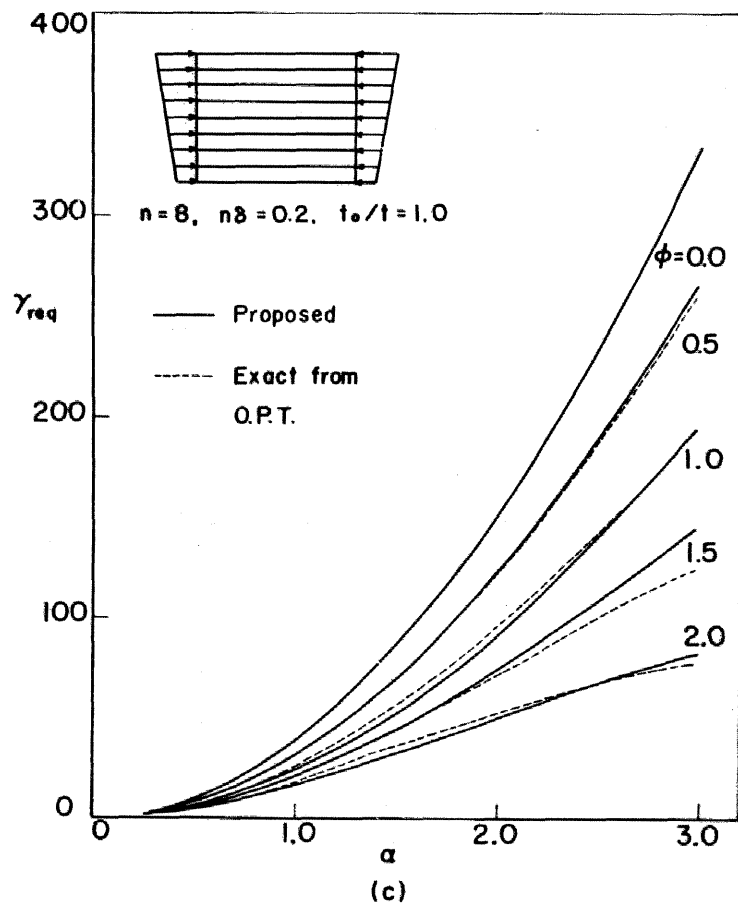


Fig. 3 (Continued); (c) Seven Stiffeners ($n=8$)

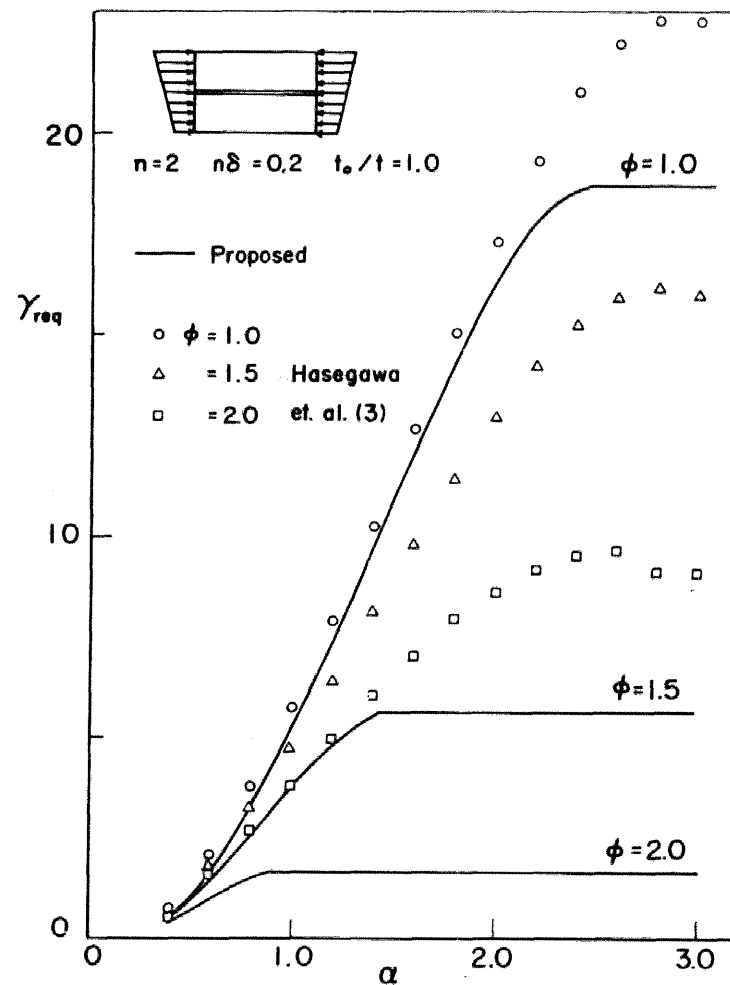
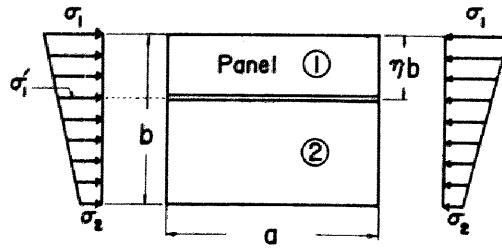


Fig. 4 Comparison of Proposed Design Formula and Hasegawa et. al's Equation for γ_{req} .

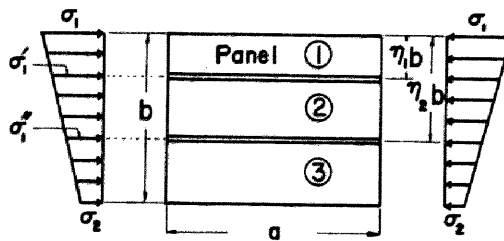


(a)

$$\sigma'_1 = \sigma_1 (1 - \eta \phi)$$

$$\phi_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma'_1}{\sigma_1} = \eta \phi$$

$$\phi_2 = \frac{\sigma'_1 - \sigma_2}{\sigma'_1} = \frac{(1 - \eta) \phi}{1 - \eta \phi}$$



(b)

$$\sigma'_1 = \sigma_1 (1 - \eta_1 \phi)$$

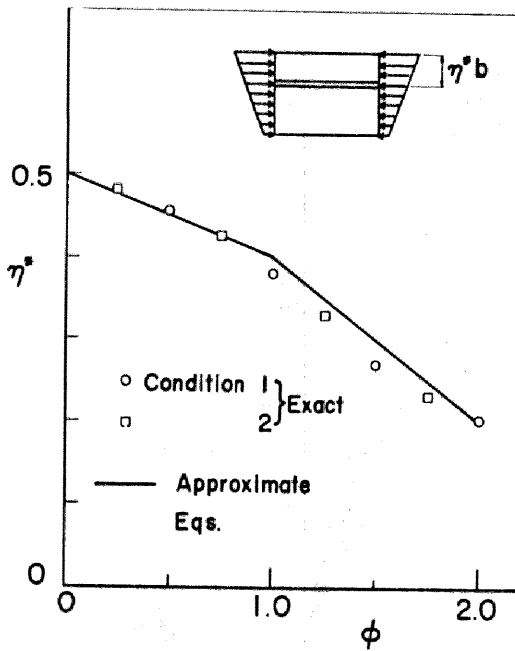
$$\sigma'_2 = \sigma_2 (1 - \eta_2 \phi)$$

$$\phi_1 = \eta_1 \phi$$

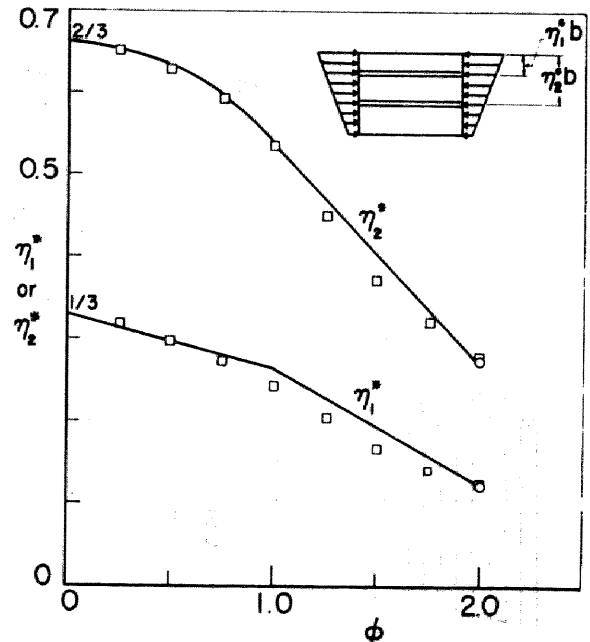
$$\phi_2 = \frac{(\eta_2 - \eta_1) \phi}{1 - \eta_1 \phi}$$

$$\phi_3 = \frac{\sigma'_2 - \sigma_2}{\sigma'_2} = \frac{(1 - \eta_2) \phi}{1 - \eta_2 \phi}$$

Fig. 5. Rectangular Plates with Unequally Spaced Stiffeners.



(a)



(b)

Fig. 6 Exact and Approximate Optimum Stiffener Locations; (a) One Stiffener, (b) Two Stiffeners.

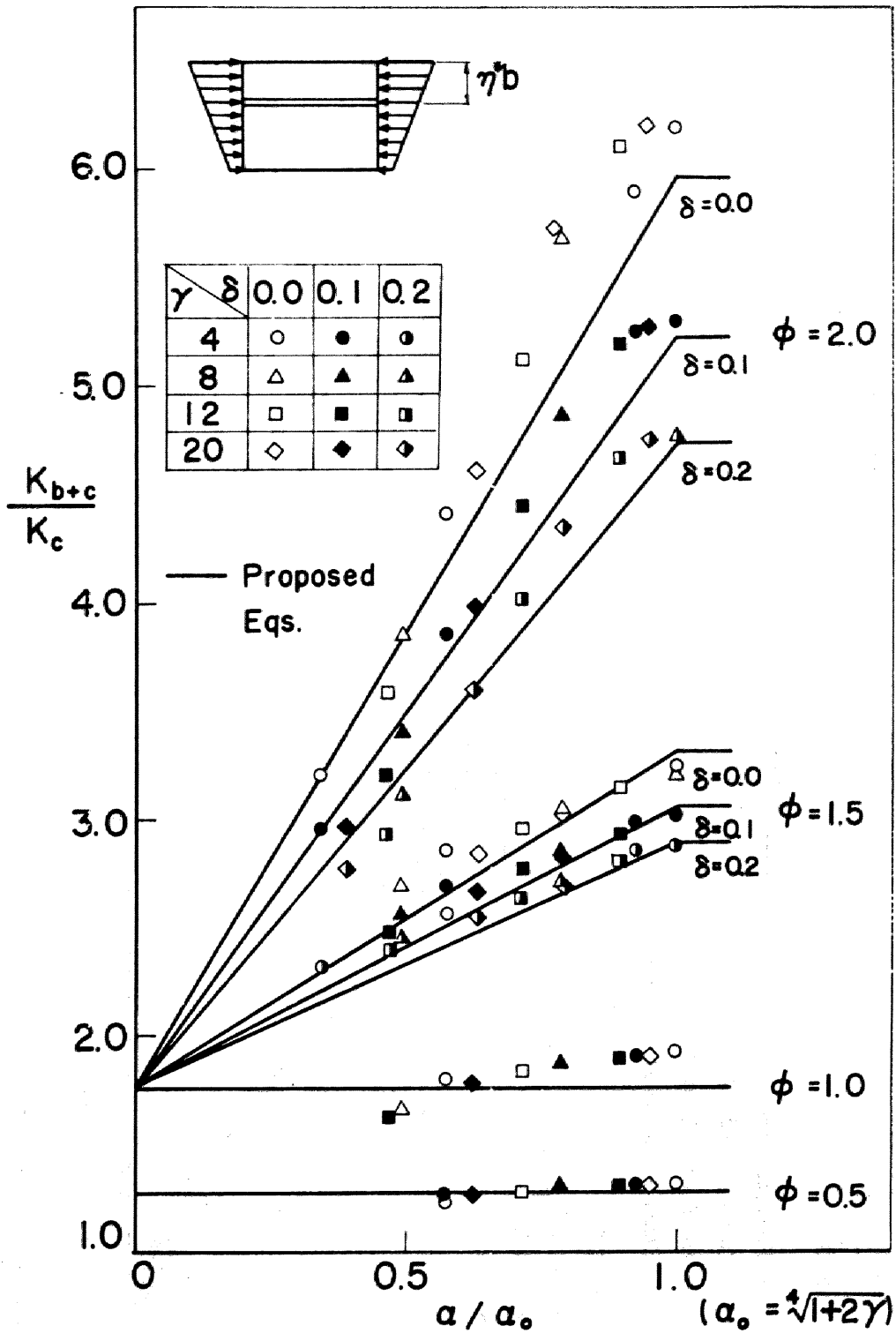


Fig. 7 Buckling Coefficient of Plates with One Unequally Spaced Stiffener.

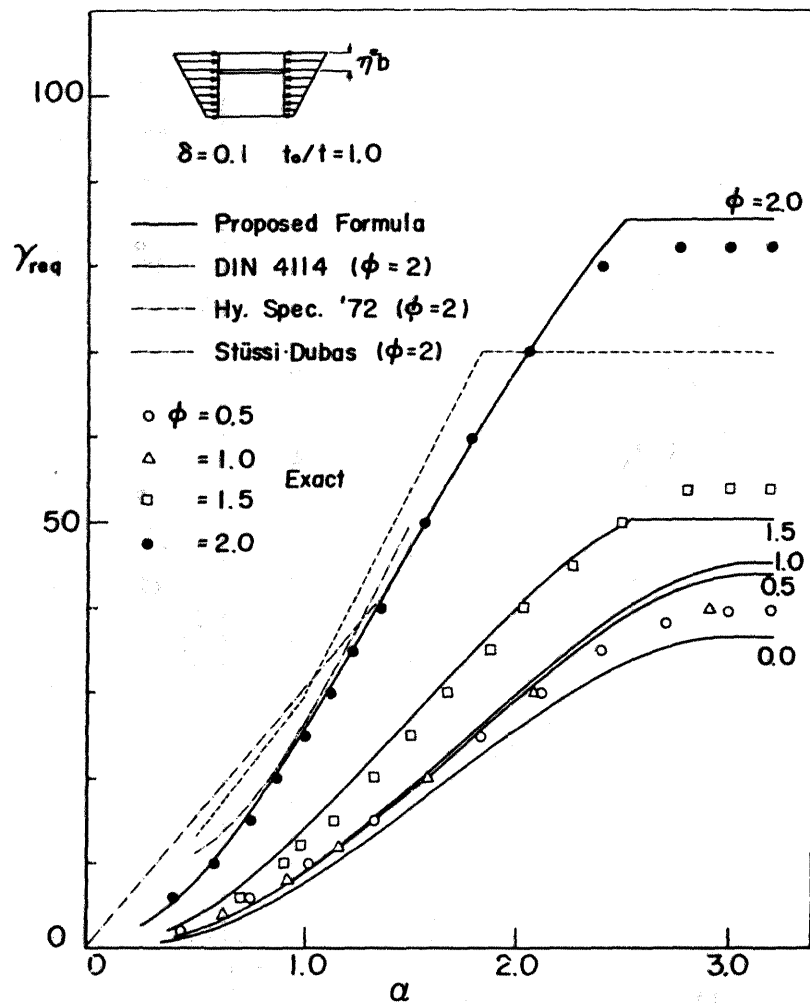


Fig. 8 Comparison of Proposed Design Formula and Exact Solutions for γ_{req} ; (a) One Stiffener.

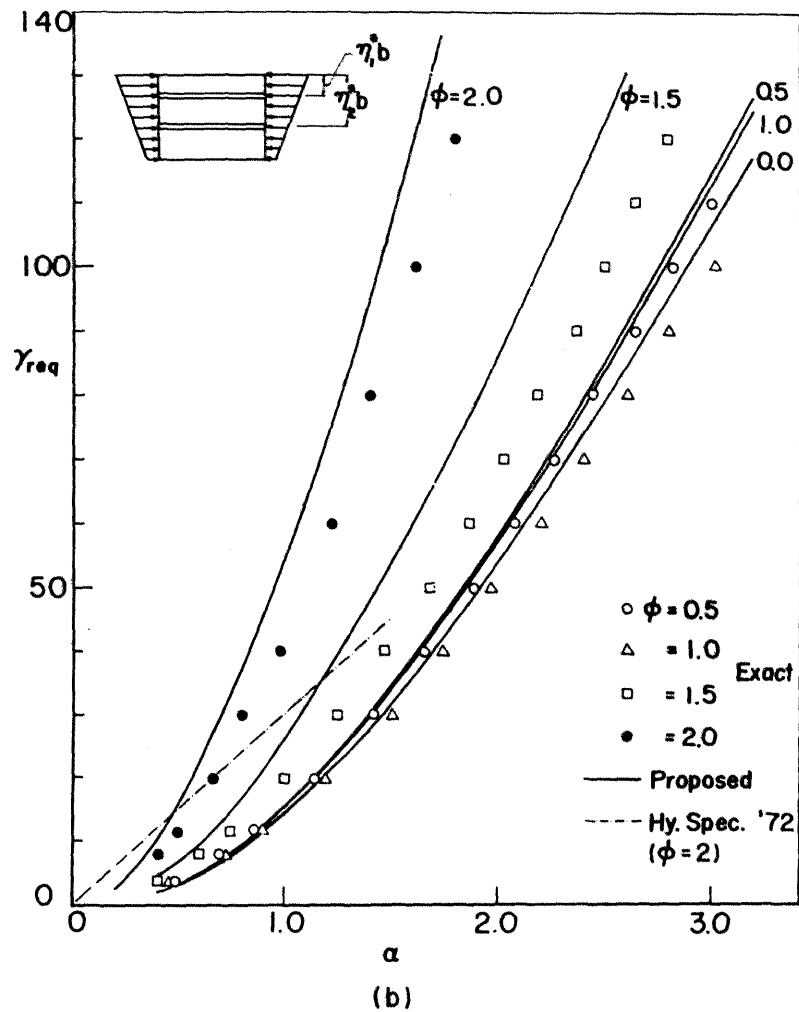


Fig. 8 (Continued); (b) Two Stiffeners

第7章 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の 非弾性座屈強度

7.1 緒 言

前章で求めた設計式はいづれもわが国の現行の設計基準と同じ観点から求められたものであった。ところが、補剛板の座屈強度は、第4章で述べたように、補剛材に存在する残留応力によってもたらされる補剛材の早期の降伏による剛性低下の影響を強く受けるので、ここでは、残留応力を考慮した非弾性座屈解析を行って補剛板の座屈強度（基本強度）を検討することにする。¹⁾

7.2 解析方法および結果

解析方法は、第2章で述べたように塑性変形理論に基づき有限帯板法によって補剛板の座屈強度を求めるもので、補剛材の曲げ剛性の他にねじり剛性も考慮している。圧縮力と曲げモーメントの組合せ荷重を受ける場合には荷重条件を指定しなければならないが、ここでは偏心圧縮すなわち圧縮力と曲げモーメントの比を一定にしてそれらが単調に増大する荷重条件を採用している。残留応力分布は第4章の図-1と同じ形を仮定し、板パネルおよび補剛板の最大圧縮残留応力（それぞれ、 σ_{rc} および σ_{rs} ）はともに降伏応力の $1/2$ としている。計算は次のようにして行った。まず、弾性応力状態内で与えられた応力勾配係数に等価な圧縮力 P の偏心量を定め、この偏心量を一定にしながら P が単調に増大するときの補剛板断面の曲げモーメント-圧縮力-曲率-重心軸のひずみ関係をあらかじめ算定しておく。これらの関係の計算方法は既に数多く発表されているが、ここでは接線剛性法^{2),3)}によった。なお、上記の計算には残留応力も考慮している。次に、上で求めた曲率と重心軸のひずみを座屈解析の入力データーとして用い、入力データーに対応する偏心圧縮力で座屈するときの補剛板の幅厚比を第2章の方法で求める。座屈解析に際しては、各サブパネルを4等分割して帯板要素を作り、帯板要素の剛性を求めるために各要素をさらに幅方向に20等分して数値計算を行った。また、板パネルおよび補剛材の降伏応力はともに 3200 kg/cm^2 とした。このようにして得られた数値計算結果を座屈曲線の形にまとめたものが、図-1（等間隔補剛板）および図-2（不等間隔補剛板）である。ここで、縦軸は座屈荷重 P_{cr} を残留応力を考えないときの初期降伏偏心圧縮力 P_{y0} で無次元化した量であり、横軸は次式で定義される補剛板の等価幅厚比である。

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 σ_y =降伏応力、 E =弾性係数、 ν =ポアソン比であり、座屈係数 k は次式で定義される。

$$\text{等間隔補剛板のとき} \quad k = \frac{8.4}{2.1 - \phi/n} n^2 \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{不等間隔補剛板のとき} \quad k = \frac{8.4}{2.1 - \eta^* \phi} \cdot \frac{1}{\eta^{*2}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、補剛材が2本のときは式(3)で $\eta^* = \eta_1^*$ と考える。上述の座屈係数は、危険パネルの座屈応力を補剛板の座屈応力に置換したときの座屈係数である。なお、一様圧縮のときは $k = 4n^2$ となり、等価幅厚比は第3章～第5章で用いたものに一致している。補剛材の剛比は第6章、式(10)、(11)で $t_0/\lambda = 1.0$ とおいたときの必要剛比を用いている。これは、第4章で述べたように、一様圧縮を受ける補剛板の解析では、 $t_0/\lambda = 1.0$ のときの必要剛比を用いても座屈曲線に大きな差が生じなかったからである。なお、座屈曲線の横軸に式(1)～(3)の等価幅厚比を採用したのは、残留応力のない弾性領域での座屈曲線が補剛板の寸法、補剛材本数および応力勾配係数などに無関係にはほぼ一本の曲線(図の Euler Curve)で表わされるため、種々の補剛板の座屈曲線を比較するのに非常に便利であるからである。さて、まず等間隔補剛板の座屈曲線から考察すると、弾性領域および非弾性領域の初期の部分では、座屈曲線は応力勾配に無関係にはほぼ一本の曲線に収束し、Euler 曲線をほぼ平行移動した様な形で座屈強度が低下している。これは主として板パネルに存在する残留応力の影響によるものと考えられる。座屈荷重が高くなるにつれ、応力勾配の小さい(ϕ の値が小さい)板から座屈曲線は分岐し始める。これは、高圧縮応力を受ける補剛材の降伏が進み、その有効曲げ剛性が極端に低下するためであり、応力勾配の小さい板ほどこの影響を早くから受けるためである。幅厚比が非常に小さい板では、座屈荷重は補剛板の全塑性強度に達し、ここでは残留応力の影響は無くなる。不等間隔補剛板についても、補剛比の降伏による座屈強度の低下については等間隔補剛板と同様な傾向にあるが、板パネルの残留応力の影響を強く受ける低座屈荷重部の曲線は応力勾配の差の影響をかなり受ける。

さて、これらの座屈曲線で実用的な見地から重要な部分は $R_{cr}/P_y \leq 1.0$ のときの座屈曲線である。なぜならば、許容応力度設計のもとでは、腹板は残留応力を考えないときの初期降伏荷重までを対象にすれば十分であり、もしそれ以上の強度を腹板に要求する場合(たとえば塑性設計法の場合)には、フランジ部の板厚制限も現行の鋼橋の規定よりも厳しくする必要がある。そこで、 $P_{cr} = P_y$ のときの等価幅厚比を R_{cr} と記すと、この量は道路橋示方書または鋼鉄道橋設計標準に定義している座屈パラメーターと考えることができよう。この量を図から読み取り、危険パネルの応力勾配係数 ϕ_1 に対してプロットしたものが図-3である。図中の右上りの直線は、板パネルの残留応力の影響のみを考慮した座屈パラメーターで、第6章、式(10)で与えられる。したがって、図-1、2から求めた R_{cr} の値がこの直線の上方にあるときの応力状態に対しては、前節で求めた最小板厚を有する補剛板は、緑応力度が降応力度に達する以前にその強度を失うことはないと考えられる。また、 R_{cr} の値が直線の下に位置するときの応力状態に対しては、補剛材の降伏による座屈強度の附加的な低下のため、設計最小板厚のもとで補剛板の強度は降伏応力に達することができなくなると考えられる。これら2つの応力状態を分ける境界の ϕ_1 の値を ϕ_{1cr} と記すと、 ϕ_{1cr} は図-3より0.15前後であることがわかるが、実験データが皆無である現状から、ここでは多少安全をみて

$\phi_{1cr} = 0.2$ を採用することにする。

次に、座屈強度に基づいた補剛板の基本強度 (Basic Strength) について検討を加える。まず危険パネルの応力勾配係数 ϕ_1 が ϕ_{1cr} より大きいときには、上述の考察により板パネルの残留応力の影響のみを考慮すればよいから、現行示方書の無補剛板に対する基本強度式と同じ形の式が補剛板に対しても適用できよう。一方、 ϕ_1 が ϕ_{1cr} より小さいときには、板パネルの残留応力のみならず補剛材の部分降伏による附加的な座屈強度の低下も考慮しなければならないが、文献4) の一様圧縮を受ける補剛板の基本強度式を参考にし、基本強度の上限を幅厚比の特に小さい板を除いて降伏応力の 90 % として対処することにする。以上の考察から、補剛板の基本強度 σ_{1cr} は次のように表わされる。

a) $0 \leq \phi_1 < \phi_{1cr}$ のとき

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1cr} &= \sigma_y & (0 \leq R \leq 0.3) \\ &= 0.9 \sigma_y & (0.3 < R \leq 0.74 + 0.15 \phi_1) \\ &= \left(\frac{R_{cr}}{R} \right)^2 \sigma_y & (0.74 + 0.15 \phi_1 \leq R) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4a)$$

b) $\phi_{1cr} \leq \phi_1$ のとき

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1cr} &= \sigma_y & (0 \leq R \leq R_{cr}) \\ &= \left(\frac{R_{cr}}{R} \right)^2 \sigma_y & (R_{cr} \leq R) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4b)$$

ここで、 ϕ_1 = 危険パネルの応力勾配係数、 $\phi_{1cr} = 0.2$ 、 R_{cr} = 第6章式(9)で表わされる座屈パラメーター、 R = 式(1)で表わされる等価幅厚比、である。式(4)で表わされる補剛板の基本強度式は図-1,2に $P_{cr}/P_{y0} = \sigma_{1cr}/\sigma_y$ としてプロットしてある。図中の ϕ_{cr} は ϕ_{1cr} を補剛板全体の応力勾配係数 ϕ に置換したときの値を表わす。例えば、図-1(a)~(c)の場合には等間隔補剛板で $n = 8$ であるから、 $\phi_{cr} = n \cdot \phi_{1cr} = 0.6$ となる。従って、この場合には、 $\phi < 0.6$ のときは式(4a)、 $\phi \geq 0.6$ のときは式(4b)が基本強度式となる。図-1,2より、式(4)の基本強度式は計算より求められた座屈曲線に較べ一様圧縮の場合を除き十分安全側にあることがわかる。なお、式(4)の基本強度式は文献5)で採択されている式と同一であるが、 ϕ_1 の値はここで述べた方法とは別の考察から得られたものである。

7.3 結 論

この章で得られた結論をまとめると次のようになる。

- 1) 板パネルおよび補剛材に存在する溶接残留応力を同時に考慮し、塑性変形理論に基づいた補剛板の非弾性座屈強度を求めた。その結果、圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の座屈強度も、一様圧縮の場合と同様に、補剛材の部分降伏による剛性低下の影響を強く受けることがわかった。
- 2) 上記の影響は応力勾配がある程度大きくなると設計時に考慮する必要がなくなるが、その限界の応力勾配がある程度大きくなると設計時に考慮する必要がなくなるが、その限界の応力勾配を危険パネル（第6章、図-1.5の最上縁サブパネル）に作用する応力の勾配係数 ϕ_1 で表わすと0.2程度が適当であろう。
- 8) 式(4)で表わされる補剛板の基本強度は、残留応力を考慮して求めた座屈強度に対し十分安全側にある。

以上述べた結論の内、2)に対しては実験的検証がぜひとも必要である。この章で述べた設計式は、箱形断面などから腹板のみを取り出し、それに圧縮力と曲げモーメントを作用させたときの座屈強度に基づいたものである。従って、断面全体が弾性領域内にある限りこのような取り扱いで十分であろうと思われるけれども、断面の一部（フランジ部）が残留応力の影響で降伏した非弾性領域内の議論となると、断面全体に圧縮力と曲げモーメントが作用したときと腹板のみにこれらの外力が作用したときとは、腹板内の応力分布が異ってくるため、フランジによる拘束の影響を別にしても、腹板の座屈強度は異なったものになる可能性がある。この問題に関しては将来の研究課題としたい。

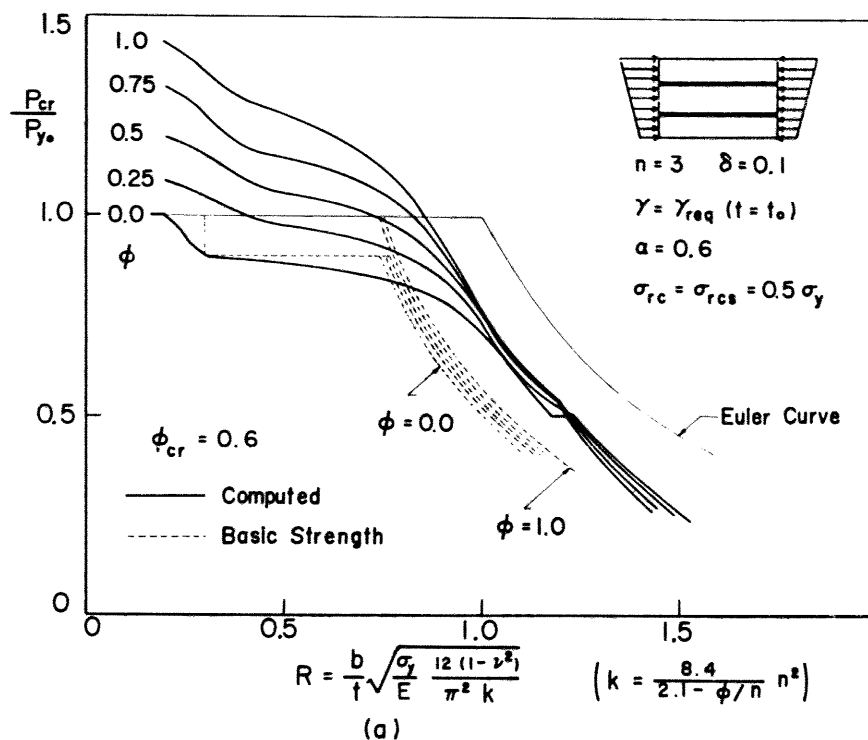


Fig. 1 Buckling Strength Curves for Plates with Equally Spaced Stiffeners;
(a) Two Stiffeners ($\alpha = 0.6$).

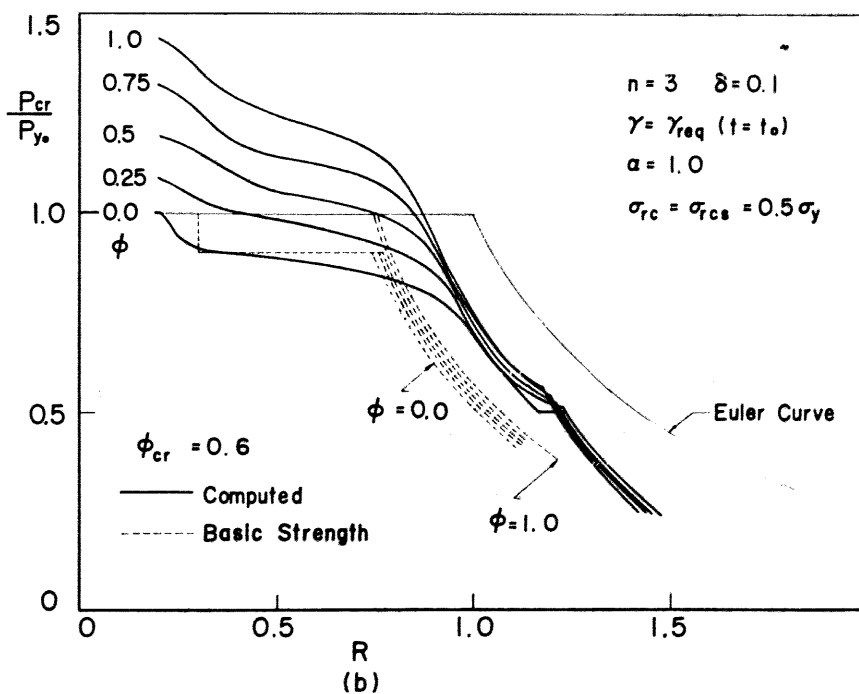


Fig. 1 (Continued); (b) Two Stiffeners ($\alpha = 1.0$).

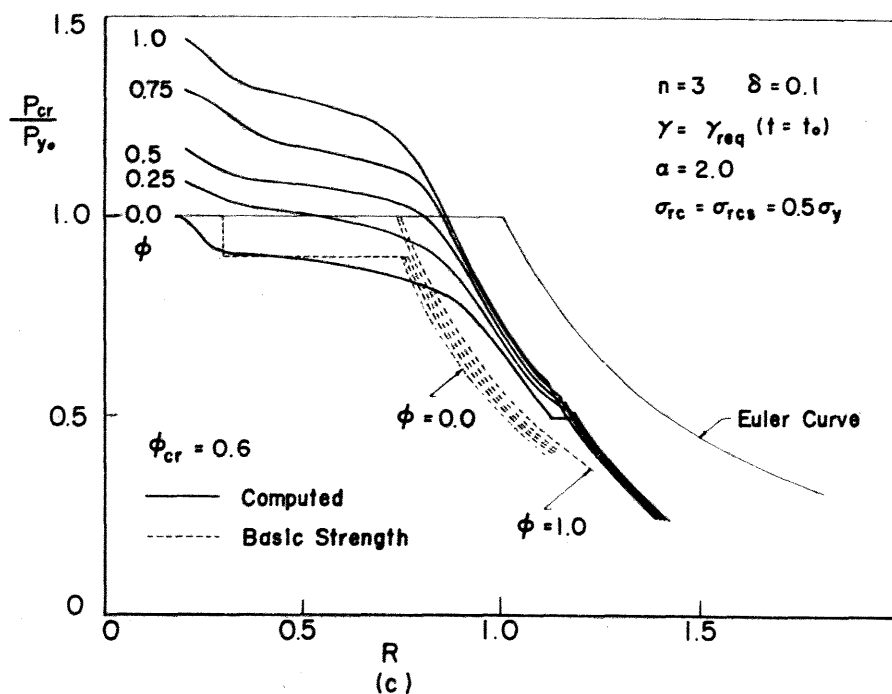


Fig. 1 (Continued); (c) Two Stiffeners ($\alpha = 2.0$).

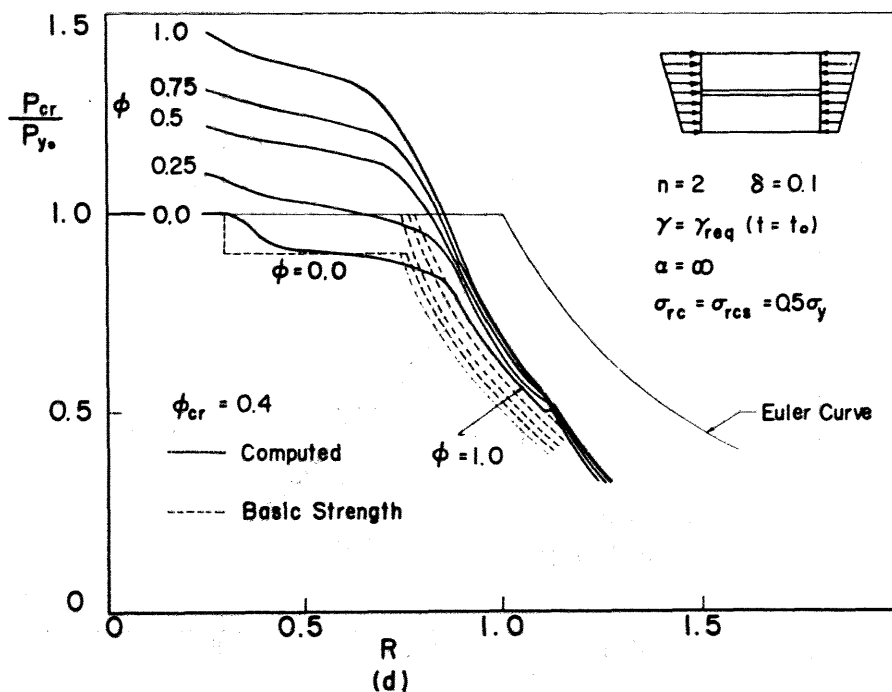


Fig. 1 (Continued); (d) One Stiffener ($\alpha = \infty$).

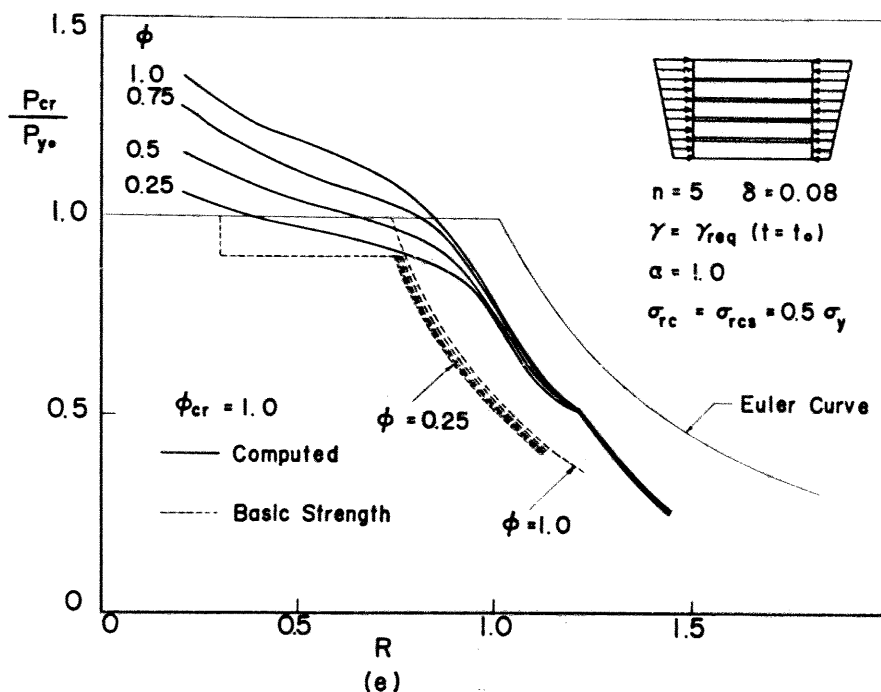


Fig. 1 (Continued); (e) Four Stiffeners ($\alpha = 1.0$).

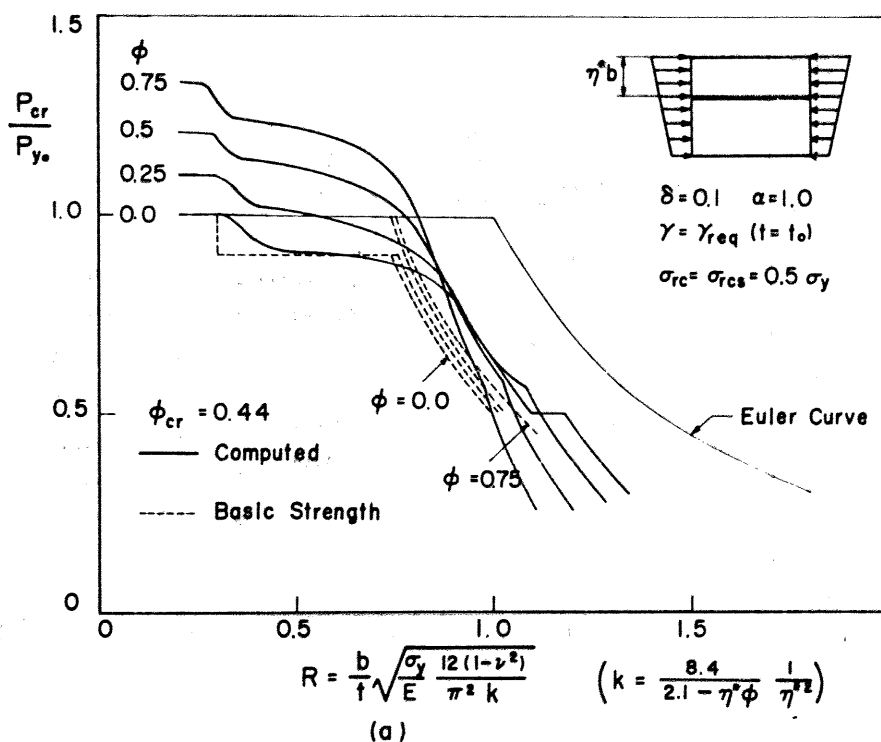


Fig. 2 Buckling Strength Curves for Plates with Unequally Spaced Stiffeners;
 (a) One Stiffener.

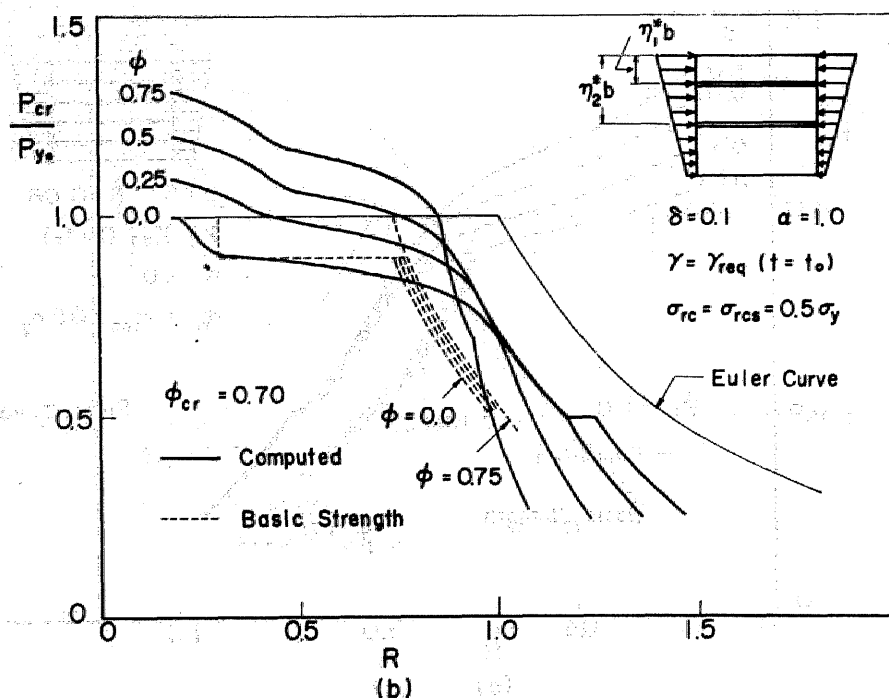


Fig. 2 (Continued); (b) Two Stiffeners.

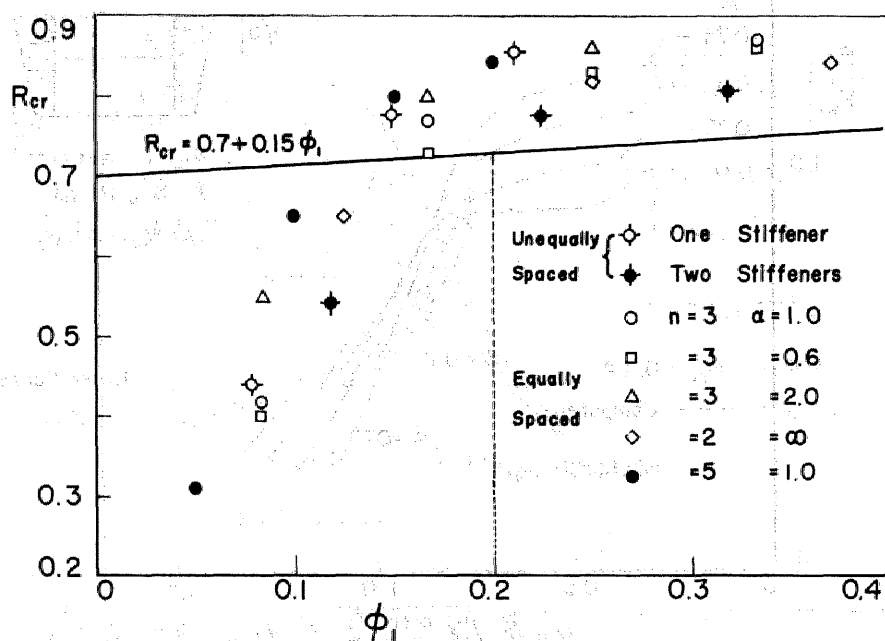


Fig. 3 Relations between Buckling Parameter R_{cr} and Stress Gradient Coefficient of Critical Panel ϕ_{1cr} .

第8章 局部座屈の影響を考慮した柱の曲げ座屈強度に関する一考察

8.1 緒 言

現在のわが国の鋼橋設計示方書に限らず諸外国の設計基準においても、中心軸圧縮柱の基本強度はその構成板要素の局部座屈が起らないという前提のもとに導びかれている。すなわち、板要素は設計最大幅厚比または設計最小板厚の規定により幅厚比の制限を受けることになる。ところが、最近、ヨーロッパ諸国を中心として、このような板要素の幅厚比制限を取り除き、より薄肉化した断面を用いることにより柱の軽量化を図ろうという研究が行なわれている¹⁾。このような設計思想のもとでは、板要素の局部座屈を許した上での柱の全体座屈強度を評価することが課題となってくる。この章では、上記のような局部座屈の影響を考慮した中心軸圧縮柱の曲げ座屈強度に関する既往の研究をまとめ、考察を加えることにする。このような考察を本論文に加えた理由は、第5章で述べたように、補剛材つき板より構成される柱の設計においては、局部座屈の影響を考慮しなければならないこともあることが判明し、今後この方面の研究を進める必要があると思われるからである。

8.2 柱の局部座屈と全体座屈の連成強度

局部座屈が柱の全体強度に与える影響は次の要因に支配される²⁾。

- a) 断面形状
- b) 柱の細長比
- c) 全体座屈の様式（曲げ座屈、ねじり座屈、横ねじり座屈）
- d) 材質およびその機械的性質（主として、応力 — ひずみ曲線）
- e) 加工法（熱間圧延または冷間加工）
- f) 初期不整
- g) 溶接条件

ここでは、断面形状として箱形断面（無補剛板）を考え、その曲げ座屈強度におよぼす局部座屈の影響を取り上げることにする。

局部座屈を許した柱の曲げ座屈強度は、断面が一定のとき、細長比 ℓ/r の変化に対して図-1 のようになると考えられる³⁾。すなわち、細長比の小さい領域では、柱の強度は断面の局部座屈強度 σ_{max}^S に支配され、逆に細長比の大きな領域では柱全体の曲げ座屈強度 σ_{max}^C に支配される。また、それらの中間の領域では、柱の強度は局部座屈と曲げ座屈が連成した不安定現象により決められる。これらの事実は、*Bijlaard・Fisher*⁴⁾、*Bulson*⁵⁾、らの初期不整を考えない弾性座屈解析、*西野*⁶⁾、*吉田*⁷⁾、らの残留応力を考えた弾塑性座屈解析、および *Graves Smith*^{8), 9)} による初期変形を考え、板

パネルの後座屈強度を考慮した解析などによって示唆されている。しかしながら、実用上重要な連成座屈領域の柱の強度を初期不整をすべて考慮して正確に解析することは非常に困難であるため、現在では、実験的事実に基づく経験的な方法に頼らざるを得ない。

冷間加工による軽量形鋼 (Light Gage Cold-Formed Steel) の肉厚は 1 ~ 6 mm 程度と非常に薄く、このような形鋼を圧縮部材 (柱, はり一柱) に用いるときには、板要素の局部座屈を許す設計方法を探らざるを得ない。従って、この分野においては、局部座屈の影響を考慮した柱の強度に関する実験的研究が活発に行なわれ、アメリカにおいては Winter を中心とした Cornell 大学グループが 1930 年代からこの問題に取り組み²⁾、その成果は AISI の冷間加工軽量形鋼部材の設計示方書¹⁰⁾に反映されている。また、イギリスにおいても、Chilver¹¹⁾、Bulson^{3), 5)}、Dwight¹²⁾、Graves Smith^{8), 9), 12)}らの研究があり、1958 年に最初の設計示方書¹³⁾が公刊されている。箱形断面よりなる中心軸圧縮柱を例に取り、アメリカおよびイギリスの設計示方書の考え方を説明すると次の通りである。^{注 1)}まず、与えられた断面の各板要素の極限状態における有効幅を計算するが、アメリカにおいては Winter²⁾の式、イギリスにおいては Kennedy・Chilver⁸⁾の式を用いる。それらは、いずれも実験より求められた経験式で、次式で与えられる。

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y}} \left(1 - 0.25 \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y}} \right) = \frac{1}{R} \left(1 - 0.25 \frac{1}{R} \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

— アメリカ —

$$\frac{b_e}{b} = 0.66 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} \right)^{1/8} = \frac{0.66}{R^{2/3}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

— イギリス —

ここに、 b = 板要素の全幅、 b_e = 有効幅、 σ_{cr} = 4 周単純支持無限板の一樣圧縮による弾性座屈応力 ($k=4.0$)、 R = 第 3 章、式(1)で定義される等価幅厚比 (ただし、 $n=1$)。式(1)または(2)により各板要素の有効幅を求め、その和を取ることににより、有効断面積 A_{eff} が求められる。いま、細長比が非常に小さい短柱の極限強度を P_{max}^S 、全断面積を A とすると、

$$P_{max}^S = A_{eff} \sigma_Y = A (Q \sigma_Y) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$Q = \frac{A_{eff}}{A} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。全断面降伏荷重まで板要素が局部座屈を生じない断面の極限強度は $A\sigma_Y$ で与えられるから、^{注 2)}係数 Q は局部座屈の影響による降伏応力の見かけの低下率を表わし、 $Q\sigma_Y$ は仮想の降伏応力と考えることができる。そこで、両示方書とも、局部座屈が生じないものとして導びかれた中心

注 1) これらの示方書は、許容応力度設計の形で書かれているが、ここでは荷重係数設計法の形で説明する。

注 2) ここでは、ひずみ硬化を考えない。

軸圧縮柱の基本強度式(アメリカではCRC式¹⁴⁾, イギリスではPerry-Robertson 公式)中の降伏応力をこの仮定の降伏応力に置き換え, 局部座屈の影響を考慮した中心軸圧縮柱の強度式を求めている。すなわち, 局部座屈を考えないときの柱の強度式は一般に,

$$\frac{\sigma_{max}^C}{\sigma_Y} = f(\bar{\lambda}) \quad \bar{\lambda} = \frac{\ell}{r} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

で表わされるから, 上式中の σ_Y を $Q\sigma_Y$ に置き換えることになる。式(5)で σ_{max}^C , $\bar{\lambda}$ は, それぞれ, 局部座屈を考えないときの柱の強度, 等価細長比を表わす。このような考えによって求められた柱の強度は, Graves-Smithの行った解析^{8), 9)}および実験結果¹²⁾に対し安全側にあることが確認されている。¹⁵⁾

Bulson^{3), 5)}は上記の方法とは異り, 次の相関式から局部座屈の影響を考慮した柱の強度を求めることを提案している。

$$\left(\frac{\sigma_{max}^{PC}}{\sigma_{max}^S} \right)^a + \left(\frac{\sigma_{max}^{PC}}{\sigma_{max}^C} \right)^b = 1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで, σ_{max}^S は断面の局部座屈強度(たとえば, 式(3)より $\sigma_{max}^S = Q \cdot \sigma_Y$), σ_{max}^{PC} は局部座屈と全体座屈の連成強度, a , b は実験より求められる定数である。たとえば, Chilver⁸⁾はアルミ合金押抜き形鋼(Aluminum alloy extrusion)に対して $a = b = 2$ を与えている。式(6)の形の相関式から局部座屈と全体座屈の連成強度を求める考え方は, 最近, Schmidt¹⁶⁾によって, 補剛板の圧縮耐荷力を求めるときに適用されている。すなわち, 式(6)において, σ_{max}^S として補剛材間板パネルの圧縮耐荷力, σ_{max}^C として補剛材の柱としての耐荷力を考えることになる。

上述の方法は主として冷間加工による軽量形鋼の設計に対して提案されたものであり, 熱間圧延鋼部材(hot-rolled steel member)に対してそのまま適用できるかどうかは実験的検証が必要となってくる。なぜなら冷間加工または熱間圧延によって作られた鋼は, まず第一に応力—ひずみ曲線と異っている。すなわち, 前者は, 後者にみられるような明瞭な降伏だん(yield plateau)を示さず, 比例限界からなだらかに応力が増大する(gradual yielding)応力—ひずみ曲線を持つ。第二に, 熱間圧延鋼部材とくに溶接集成断面部材にはかなり大きな残留応力が存在し, これが局部座屈, 全体座屈に大きな影響を与えるものと考えられる。このように, 2つの鋼部材には多少性質の異った点がみられるが, 1967年改訂の熱間圧延形鋼部材を対象としたAISC示方書¹⁷⁾では, 上述のAISIの方法をそのまま採用している。このAISCの方法は, Bergfeld, Skaloudの実験によると, パラメーターのある領域ではかなり危険側になることが指摘¹⁾されているが, 原論文を入手していないため詳細については不明である。

最近, Dwight¹⁸⁾は溶接集成箱形断面柱に対して次の様な方法を提案している。まず, 柱中央の圧縮フランジの局部座屈強度 σ_{max}^P を次式より求める。

$$\frac{\sigma_{max}^P}{\sigma_Y} = \frac{0.85 - \sigma_{rc}/\sigma_Y}{R} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 σ_{rc} は圧縮残留応力である。上式の σ_{max}^P を柱の仮想の降伏応力 $Q\sigma_Y$ と考え、柱の強度式（式5）の σ_Y を $Q\sigma_Y$ に置き代えた式より、連成強度を推定することになる。有効幅 b_e/b と板パネルの強度 σ_{max}^P/σ_Y は等しい量であるから、Dwightの方法は、板厚が一定の正方形箱形断面柱に対しては、前述のAISI, AISCなどの方法とまったく同一の方法であり、長方形箱形断面柱に対してはDwightの方法の方が、 $b_e/b (= \sigma_{max}^P/\sigma_Y)$ の式が同一であれば、低い値を与えることになる。Dwightの方法には、実際の設計に用いるだけの簡便性があるが、実験的検証がないようであり、今後の研究が待たれる。なお、補剛材つき板によって構成される箱形断面柱にDwightの方法を適用することは簡単で、式(7)の代りにたとえば第5章、式(2)を用いればよい。

最後に、わが国の現行示方書の設計最大幅厚比（または最小板厚）の緩和規定と、柱の強度との関連について触れておく。示方書では、中心軸圧縮柱の作用応力度 σ_c が許容圧縮応力度 σ_{ca} に比べ小さいときには、構成板要素の幅厚比の $\sqrt{\sigma_{ca}/\sigma_c}$ まで緩和することを規定している。最大幅厚比は等価幅厚比 R が0.7のときの幅厚比に相当するから、緩和された幅厚比 R は、

$$R = 0.7 \sqrt{\frac{\sigma_{ca}}{\sigma_c}}$$

となる。ここで、安全率を s として、 $\sigma_{max}^{PC} = s \cdot \sigma_c$ 、 $\sigma_{max}^C = s \cdot \sigma_{ca}$ とおくと、上式は次のようになる。

$$\sigma_{max}^{PC} = \left(\frac{0.7}{R}\right)^2 \sigma_{max}^C = Q \cdot \sigma_{max}^C \quad (8a)$$

$$Q = \left(\frac{0.7}{R}\right)^2 \leq 1.0 \quad (8b)$$

式(8b)の Q は、示方書で考えている板要素の局部座屈強度式であるから、Dwightの方法における Q と同じ意味を持つ量である。従って、示方書の緩和規定は、板要素の幅厚比を緩和する代りに、柱の強度を $Q\sigma_{max}^C$ に低下させる規定と同一であることがわかる。この規定とDwightの方法との相違点は、仮想の降伏応力 $Q\sigma_Y$ を導入することによる柱の等価細長比 $\bar{\lambda}$ （式5）の変化を、後者では考えているが前者では無視していることである。 Q は常に1.0以下であるから、示方書の規定はDwightの方法より低めの強度を与えることになる。

8.3 局部座屈を許した柱の強度の一考察

緒言でも述べたように、最近のヨーロッパでは幅厚比の大きい板要素で構成された柱の全体強度に関する研究が盛んであるが、幅厚比が大きい板を用いることにより、柱の軽量化がはたして可能

かどうかの問題をここで考えてみることにする。柱の長さ，断面積を一定に保ちながら板要素の幅厚比を大きくしてゆけば，柱の細長比は当然小さくなり，局部座屈の影響がなければ柱の全体強度（曲げ強度）は大きくなるものの，局部座屈が生ずるとその強度はある程度低下することとなる。従って，細長比の減少による柱の強度上昇が，局部座屈による強度低下を上まわることができるかが問題となる。ここでは，前節で述べた *Dwight* の方法を正方形箱形断面柱に適用してこの問題を考察してみる。圧縮フランジの強度式として，式(7)で $\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.15$ とおいた式

$$\frac{\sigma_{max}^P}{\sigma_Y} = \frac{0.7}{R} \equiv Q \quad (Q \leq 1.0) \quad \dots\dots\dots (9)$$

を考えてみる。また，柱の強度式 σ_{max}^C として道路橋示方書の基本耐荷力式を考える：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{max}^C}{\sigma_Y} &= 1 - 0.136 \bar{\lambda} - 0.3 \bar{\lambda}^2 & (\bar{\lambda} \leq 1.0) \\ &= 1.276 - 0.888 \bar{\lambda} + 0.176 \bar{\lambda}^2 & (\bar{\lambda} \geq 1.0) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

Dwight に従い，式(10)の σ_Y を $Q\sigma_Y$ に置き代えたときの σ_{max}^C を連成座屈強度 σ_{max}^{PC} と考えると，

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{max}^{PC}}{\sigma_Y} &= Q (1 - 0.136 \sqrt{Q} \bar{\lambda} - 0.3 Q \bar{\lambda}^2) & (\bar{\lambda} \leq 1/\sqrt{Q}) \\ &= Q (1.276 - 0.888 \sqrt{Q} \bar{\lambda} + 0.176 Q \bar{\lambda}^2) & (\bar{\lambda} \geq 1/\sqrt{Q}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。 $\bar{\lambda}$ は式(5)で与えられる等価細長比である。次に，正方形箱形断面の幅を b ，板厚を t とすると，断面積 A ，回転半径 r は近似的に，

$$A = 4bt \quad r = b/\sqrt{6}$$

で与えられるから，細長比 ℓ/r は，

$$\frac{\ell}{r} = 2\sqrt{6} \frac{\ell}{\sqrt{A}} \frac{1}{\sqrt{b/t}}$$

となる。上式右辺の b/t を等価幅厚比 R に直し， ℓ/r を式(5)に代入することにより次式を得る。

$$\bar{\lambda} = \bar{C} \cdot \frac{1}{\sqrt{R}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\bar{C} = 1.131 \frac{\ell}{\sqrt{A}} \left(\frac{\sigma_Y}{E} \right)^{3/4} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(11)～(13)により，柱の長さおよび断面積が一定（ \bar{C} ＝一定）すなわち柱の重量が一定のときに，幅厚比の変化による柱の強度の変化が求められる。図－2は数値計算結果を，縦軸に連成強度，横軸に等価幅厚比 R を探って示したものである。 $R \leq 0.7$ のときは式(9)よりわかるように $Q = 1.0$ とな

り、局部座屈の影響がない場合に相当する。この図よりわかるように、柱の長さが短いとき (\bar{C} の値がほぼ 0.8 より小さいとき) には、柱の強度のピークは $R = 0.7$ すなわち設計最大幅厚比の場合に生じ、この場合が最適設計となる。しかし、 \bar{C} の値が 0.8 以上となるような長い柱の場合には、 $R > 0.7$ の領域で強度のピークが生じ、局部座屈を許した設計法の方が経済的な設計となり得る。パラメーター \bar{C} と等価細長比 $\bar{\lambda}$ の間の関係は式(12)で与えられるが、 $\bar{C} = 0.8$ は、 R が 0.7 前後のとき、 $\bar{\lambda} \cong 1.0$ すなわち、Euler 座屈応力が降伏応力に等しくなる細長比にはほぼ一致する。 $\bar{\lambda}$ が 1.0 前後となるときの細長比 ℓ/r は、高張力鋼ほど小さくなり、実際の柱の寸法もこの値以上になることが多いと考えられる。従って、高張力鋼を用いた柱の設計においては、局部座屈を許した設計の方が経済的になる可能性もあり、今後、実験的および理論的研究を進める必要があると思われる。

8.4 結 論

この章では、局部座屈の影響を考慮した中心軸圧縮柱の曲げ座屈を許した柱の設計方法の経済性について一つの考察を行った。得られた結論をまとめると次のようになる。

- 1) 柱の局部座屈と全体座屈 (曲げ座屈) の連成強度を推定する Dwight の方法¹⁸⁾ は簡便性においてすぐれており、補剛板を構成板要素とする柱の設計にも容易に適用できるが、今後の実験的検証が必要である。
- 2) 柱の長さが大きいときには、曲げ座屈が生ずるまで局部座屈が生じないような断面構成にするよりも、局部座屈を許す断面構成にした方が経済的な設計になる可能性がある。とくに、高張力鋼に関してはこの可能性が大きく、今後の研究課題である。

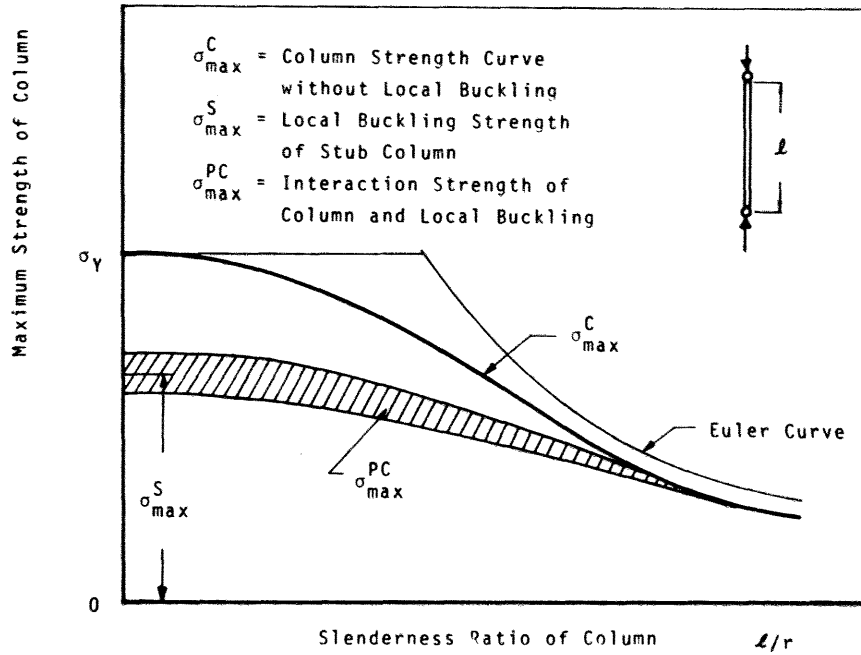


Fig. 1 Column Strength of Thin-Walled Sections.

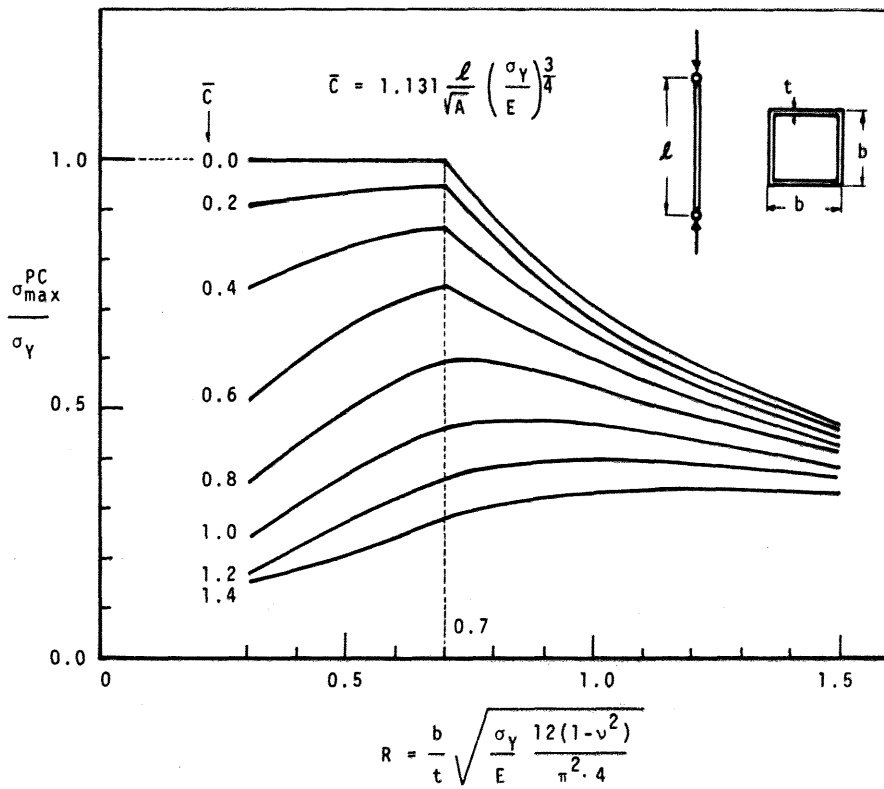


Fig. 2 Interaction Strength Curves for Columns with Square Box Cross Section.

第 9 章 結 言

圧縮力または圧縮力と曲げモーメントを受ける縦方向補剛材つき板の弾性ならびに残留応力を考慮した非弾性座屈強度について述べ、設計式の提案を行った。また、圧縮力を受ける補剛板の耐荷力実験を行い、理論解の検証を行った。本論文各章の内容については第 1 章で概説し、得られた結論については第 2 章以降の各章末で述べたが、それらをまとめると以下ようになる。

第 1 章では本研究の目的、既往の研究、本論文の内容と構成について述べた。

第 2 章では縦方向にリブで補剛された長方形板の弾性および残留応力を考慮した非弾性座屈解析の方法について述べ、若干の例について解の収束状態を調べた。解析方法の特徴および数値計算より得られた主な結論を列挙すると次のようになる。

- 1) 補剛材断面は長方形または T 形で、その曲げ剛性の他にねじり剛性（そりねじりおよび St 、 $Venant$ のねじり剛性）も考えている。
- 2) 板パネルおよび補剛材に存在する残留応力を同時に考慮し、それらの非弾性域における有効剛性を塑性変形理論に基づいて評価している。
- 3) 板パネルの有効剛性は定積分の形で与えられ、 $Simpson$ 公式を適用してかなり良い精度でそれを評価できる。また、補剛材有効剛性は厳密式より求めることができる。
- 4) 4 周単純支持の補剛板の各サブパネルを M 等分割して帯板要素を作り、その有効剛性を数値積分するために各要素を N 等分割するものとする、 M および N の値は次のように選べば実用的に十分な精度をもつ解が得られる。すなわち、各サブパネルに作用する応力の勾配がすべて三角形分布より緩やかなときは、 $M = 2$ 、 $N = 10$ 、それより急な応力勾配があるときは、 $M = 4$ 、 $N = 20$ 。

第 3 章では、一様圧縮を受ける等間隔補剛板（4 周単純支持）の弾性座屈強度におよぼす補剛材（長方形断面）のねじり剛性の影響について述べた。得られた結論の主なものをまとめると次のようになる。

- 1) 補剛材と板の面積比 δ および補剛材の曲げ剛比 γ を適当に選べば補剛材のねじり剛性による座屈強度の上昇が期待でき、座屈係数を $4n^2$ （補剛材のねじり剛性を無視したときの座屈係数の上限値）から最大 $5.42n^2$ まで高めることが可能である。
- 2) 補剛材の幅厚比ならびに曲げ剛比に制限をつければ補剛材のねじり剛性による座屈強度の上昇を常に一定に保つことができる補剛板の設計方法が可能となる。その幅厚比制限は図-6 に与えられており、曲げ剛比は $\gamma \geq 1.44 \gamma^*$ （ここに γ^* は $DIN4114$ に定める最適剛比）を満足すれば十分である。

第4章は、一様圧縮のもとでの、長方形断面リブつき板、板パネルと補剛材に異種鋼材を用いたハイブリッド補剛板、およびT形断面リブつき板の非弾性域での座屈強度について述べた。ただし、板パネルの4周は単純支持とし補剛材は等間隔に配置されているものとしている。得られた結論は次の通りである。

- 1) 板パネルと補剛材に同種鋼材を用いた長方形断面リブつき板は、現行の鋼橋設計示方書で規定する最小板厚（全断面降伏荷重に達すると期待される板厚）および補剛材必要剛比のもとでは、全断面降伏荷重のほぼ80～90%の荷重で座屈する。また、補剛材曲げ剛比を少々大きくしても座屈荷重の大きな上昇はみられない。
- 2) 補剛材に板パネルよりも高強度鋼材を用いる（ハイブリッド補剛板）ことにより、補剛板の座屈強度はかなり上昇し、補剛材と板パネルの降伏応力の比が1.85～1.4以上あれば、現行設計示方書の規定はほぼ安全側になる。
- 3) 補剛材にT形断面部材を用いた補剛板は、長方形断面リブつき板よりも座屈強度が高くなり、フランジとウェブが等厚のT形断面のときには、曲げ剛比を示方書必要剛比の2倍程度以上にすれば現行示方書の規定はほぼ安全側になる。

第5章では一様圧縮を受ける4周単純支持の補剛板の耐荷力実験結果、残留応力測定結果、および補剛板基本強度式の提案について述べた。ただし、補剛材断面は長方形、板パネルと補剛材は同一鋼種よりなる補剛板のみを考えている。得られる結果は次のようである。

- 1) 板パネルと補剛材の残留応力分布は、第4章の数値計算で仮定した分布形と大体一致した。
- 2) 板パネルの最大圧縮残留応力は補剛材間幅厚比が小さいほど大きな値を示し、補剛材間幅厚比が32（SM50A材のとき、等価幅厚比 $R = 0.67$ ）から22（ $R = 0.46$ ）の間では、降伏応力の50～70%に達する。また、補剛材の最大圧縮応力は、その幅厚比が6.0～14.0の間では、降伏応力の40～50%程度である。
- 3) 上記の残留応力は、板厚が9mm、補剛材と板パネルの溶接が脚長7mmの両面すみ肉溶接という条件から求められたものであり、実際の構造物（柱材）のように板厚が大きくなると、残留応力の値は上記の値よりも小さくなることが予想される。
- 4) 補剛材剛比が現行の道路橋示方書の必要剛比と同程度の補剛板の耐荷力は、残留応力および補剛材ねじり剛性を考慮した理論座屈強度によってよく説明できる。
- 5) 補剛材剛比が必要剛比の2倍以上になると、補板の耐荷力は等価幅厚比 R が0.6（SS41鋼で補剛材間幅厚比がほぼ34）近辺で全断面降伏荷重に達し、理論座屈強度を10%程度上まわる。また、 R が0.8以上では、補剛材剛比が必要剛比以上であれば、剛比の大小による耐荷力の差があまりみられなくなる。
- 6) 理論座屈曲線および実験結果を参考にして、一様圧縮を受ける4周単純支持補剛板の基本強度式を次のように定めた。

$\gamma_{req} \leq \gamma < 2\gamma_{req}$ のとき

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{max}}{\sigma_Y} &= 1.0 & (0 \leq R \leq 0.3) \\ &= 0.9 & (0.3 < R \leq 0.7) \\ &= \frac{0.68}{R} & (0.7 \leq R \leq 1.4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \textcircled{a}$$

$\gamma \geq 2\gamma_{req}$ のとき

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{max}}{\sigma_Y} &= 1.0 & (0 \leq R \leq 0.63) \\ &= \frac{0.68}{R} & (0.63 \leq R \leq 1.4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \textcircled{b}$$

上式は長方形断面リブによって等間隔に補剛された板（板パネルと補剛材の鋼種は同一）に適用するが、式 ① の基本強度式は $\gamma \geq \gamma_{req}$ で補剛材と板パネルの降伏応力比がほぼ 1.85 以上のハイブリッド補剛板および $\gamma \geq 2\gamma_{req}$ の T 形断面リブによって補剛された板に対しても適用できよう。

第 6 章では圧縮力と曲げモーメントを受ける 4 周単純支持補剛板の弾性座屈強度およびそれに根拠をおく設計式の提案について述べた。得られた結果は次のようである。

- 1) 現行道路橋示方書の一様圧縮を受ける補剛板必要剛比式を導びくときの考え方を拡張して、圧縮力と曲げモーメントを受ける等間隔補剛板の必要剛比式を導びいた。
- 2) 補剛材または板の境界で囲まれた各サブパネルの 4 周を単純支持と考え、それらが作用応力に対し同時に弾性座屈を起す補剛材位置を最適補剛位置と考え、この位置は剛な補剛材をもつ板の座屈係数を最大にするという条件から求められた最適補剛位置とほとんど一致する。
- 3) 等間隔補剛板と同様な手法により、1 本または 2 本の補剛材が上記最適位置に不等間隔に配置されたときの必要剛度式を導びいた。その結果、不等間隔補剛板では、等間隔補剛板の場合とは逆に、応力勾配が大きくなるにつれて補剛材必要剛比は大きくなることがわかった。

第 7 章は圧縮力と曲げモーメントを受ける 4 周単純支持補剛板の残留応力を考慮した非弾性座屈強度を取り扱っている。補剛材は等間隔または第 6 章で求めた最適位置に不等間隔に配置された場合を考えた。得られた結論を示すと次のようになる。

- 1) 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の座屈強度も、一様圧縮の場合と同様に、補剛材の部分降伏による剛性低下の影響を強くうける。

2) 上記の影響は応力勾配がある程度大きくなると設計時に考慮する必要がなくなるが、その限界の応力勾配を危険パネル（第6章図－1，5の最大縁サブパネル）に作用する応力の勾配係数 ϕ ，で表わすと，0.2程度となる。

第8章では，中心軸圧縮柱の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する既往の研究をまとめ，それをもとに一つの考察を行った。その結果，柱の長さが大きいときには，全体座屈（曲げ座屈）が生ずるまで局部座屈が生じないような断面構成にするよりも，局部座屈を許す断面構成にした方が経済的な設計になる可能性もあることがわかった。

参 考 文 献

第 1 章

- 1) Timoshenko, S.P. : Über die Stabilität versteifter Platten, Eisenbau, Bd. 12, 1921.
- 2) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. : Theory of Elastic Stability, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1961.
- 3) Bleich, F. : Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, New York, 1952.
- 4) Kollbrunner, C.F. und M. Meister : Ausbeulen, Springer Verlag, 1958.
- 5) Bulson, P.S. : The Stability of Flat Plates, Chatto & Windus, 1970.
- 6) Klöppel, E. und J. Scheer : Beulwerte angesteifter Rechteckplatten, Wilhelm Ernst & Sohn, 1960.
- 7) Klöppel, E. und K.H. Möller : Beulwerte angesteifter Rechteckplatten, II Band, Wilhelm Ernst & Sohn, 1968.
- 8) Column Research Committee of Japan : Handbook of Structural Stability, コロナ社, 1971.
- 9) 日本溶接協会, 平板および補強板の座屈強度計算図表 (塑性設計資料集 4), 塑性設計研究委員会・座屈小委員会。
- 10) Wah, T. : Buckling of Longitudinally Stiffened Plates, The Aeronautical Quarterly, vol. 18, No. 1, Feb., 1967.
- 11) 楠田忠雄 : 圧縮力を受ける補強板の塑性座屈について (第一報), 造船協会論文集, 第 105 号, 1959.
- 12) 楠田忠雄 : 同上 (第二報), 造船協会論文集, 第 106 号, 1959.
- 13) 宇佐美勉 : 補剛材つき板の弾性ならびに非弾性圧縮座屈強度, 土木学会論文報告集, 第 228 号, 1974 年 8 月。
- 14) 長谷川彰夫, 太田孝二, 西野文雄 : 補剛された板要素の座屈強度に関する二, 三の考察, 土木学会論文報告集, 第 282 号, 1974 年 12 月。
- 15) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, 1973. 2.
- 16) 土木学会 : 鋼鉄道橋設計標準解説, 1970. 11.
- 17) Ueda, Y. and L. Tall : Inelastic Buckling of Plates with Residual Stresses, Publications, IABSE, vol. 27, 1967.
- 18) 上田幸雄 : 残留応力のある材の局部座屈強度に関する理論と実験, JSSC, Vol. 3, No. 16, 1967.
- 19) Nishino, F. : Buckling Strength of Columns and Their Component Plates, Ph. D. Dissertation, Lehigh Univ., 1964.
- 20) Nishino, F. and L. Tall : Residual Stress and Local Buckling Strength of Steel Columns, Trans. JSCE, No. 172, 1969.
- 21) 福本勝士, 伊藤義則 : フランジ局部座屈強度とフランジの幅厚比制限, 土木学会論文集, 第 160 号, 1969 年 12 月。
- 22) 土木学会 : 補剛材つき圧縮板の設計要領 (案), 本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書, 1974 年 3 月。

- 23) Dwight, J.B. and K.E. Moxham : Welded Steel Plate in Compression, The Structural Engineer, vol. 47, No. 2, Feb., 1969.
- 24) 小松定夫・北田俊行・宮崎清司 : 残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析, 土木学会論文報告集, 第 244 号, 1975 年 12 月。
- 25) Chrisfield, M.A. : Collapse Analysis of Box Girder Components using Finite Elements, Symposium on Non-Linear Techniques and Behavior in Structural Analysis, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, England, Dec., 1974.
- 26) Skaloud, M. : Post Critical Behavior of Compressed Webs uniformly Reinforced by Longitudinal Stiffeners, Acier / Stahl / Steel, No. 4, 1964.
- 27) Skaloud, M. : The Effect of an Initial Curve on the Postcritical Behavior of a uniformly Compressed Web Reinforced by a Longitudinal Stiffener, Acier / Stahl / Steel, No. 5, 1965.
- 28) Maquoi, R. and Massonnet, C. : Non-Linear Theory of Post-Buckling Resistance of Large Stiffened Box Girders (in French), IABSE Publications, Zürich, vol. 31-II, 1971.
- 29) Massonnet, C. and Maquoi, R. : New Theory and Tests on the Ultimate Strength of Stiffened Box Girders, International Conference on Steel Box Girder Bridges, ICE, London, 1973.
- 30) 岡村宏一・吉田公愷 : 圧縮を受けるリブ付き鋼板の弾塑性座屈, 土木学会第 29 回年次学術講演概要集, 1974 年。
- 31) Merrison Committee : Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges, Appendix 1 (Interim Design and Workmanship Rules), Her Majesty's Stationery Office, London, 1973.
- 32) Little, G.H. : Plate Failure in Stiffened Steel Compression Panels, Cambridge Univ., Tech. Rep. CUED/C-Struct./TR. 33, 1973.
- 33) Dwight, J.B. and G.H. Little : Stiffened Steel Compression Panels — a design approach, Cambridge Univ., Tech. Rep. CUED / C — Struct. / TR 38, 1974.
- 34) Ostapenko, A. : Ultimate Strength Design of Wide Stiffened Plates Loaded Axially and Normally, Symp. on Non-Linear Techn. and Behav. in Struct. Analysis, Trans. and Road Res. Lab., Crowthorne, England, Dec. 1974.
- 35) Schmidt, H. : Zum Tragverhalten axial gedrückter, geschweisster, längsversteifter Blechfelder, Vier Vorträge zum Plattenbeulproblem, Technische Universität Hannover, 1975.
- 36) Murray, N.W. : The Behavior of Thin Stiffened Steel Plates, Publications, IABSE, vol. 33-I, 1973.
- 37) Murray, N.W. : Buckling of Stiffened Panels Loaded Axially and in Bending, The Structural Engineer, vol. 51, 1973.
- 38) 伊藤文人・田島二郎 : 補剛材をもった高張力鋼板による溶接角形短柱の圧縮試験, 鉄道技術研究報告, No 813, 1962.
- 39) 小松定夫・吉川紀・牛尾正之 : 80 キロ鋼の補剛板の極限強度に関する実験, 土木学会論文報告集, 第 218 号, 1978. 10.

- 40) Fukumoto, Y., T. Usami and Y. Okamoto : Ultimate Compressive Strength of Stiffened Plates, Proc. ASCE Specialty Conference on Metal Bridges, Nov. 1974.
- 41) 長谷川彰夫・長浜正孝・西野文雄：圧縮を受ける補剛された板の座屈強度，土木学会論文報告集，第236号，1975年4月。
- 42) 小松定夫，牛尾正之，北田俊行：補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究（第2報）土木学会関西支部年次講演会講演概要集，1975年。
- 43) 藤原稔・原道彦・雨宮栄一郎：補剛された板の圧縮耐荷力に関する実験的研究，土木学会第30回年次講演会講演概要集，1975年
- 44) 山田善一・渡辺英一・豊田巖：鋼箱桁の耐荷力に関する実験的研究，同上。
- 45) Dubas, P. : Tests about Post Critical Behavior of Stiffened Box Girders, Proc. of Colloquium on Design of Plate and Box Girders for Ultimate Strength, IABSE Report, vol. 11, Mar. 1971 (in French).
- 46) Dorman, A.P. and Dwight, J.B. : Tests on Stiffened Compression Plates and Plate Panels, International Conference on Steel Box Girder Bridges, ICE, London, Feb. 1973.
- 47) Klöppel, K, R. Schmied und J. Schubert : Die Traglast mittig und außermittig gedrückter dünnwandiger Kasträger unter Verwendungen der nichtlinearen Beultheorie, Teil 1 (Analytische Behandlung), Der Stahlbau, Heft 11, Nov. 1966, Teil 2 (Experimentelle Untersuchungen, Vergleich der experimentellen und theoretischen Ergebnisse, Heft 1, 1969.
- 48) 奥村敏恵・西野文雄・長谷川彰夫：箱形断面柱の局部座屈強度，土木学会論文報告集，第205号，Sept. 1972.
- 49) Cheung, Y.K. : Finite Strip Method of Analysis of Elastic Slabs, Proc. ASCE, vol. 94, EM 6, 1968.
- 50) Przemieniecki, J.S. : Matrix Analysis of Local Instability in Plates, Stiffened Panels and Columns, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 5, 1972.
- 51) 吉田宏一郎：帯板要素による平板構造の座屈解析，造船協会論文集，第103号，1972.
- 52) 土木学会：圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板，本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書，1975年3月。

第2章

- 1) 宇佐美勉：補剛材つき板の弾性ならびに非弾性圧縮座屈強度，土木学会論文報告集，No. 228号，1974年8月。
- 2) Bijlaard, P.P. : Theory of the Plastic Stability of Thin Plates, IABSE Publications, Zürich, vol. 6, 1940.
- 3) Washizu, K. : Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon-Press, 1968.
- 4) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. : Theory of Elastic Stability, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1961.
- 5) Nishino, F. and Tall, L. : Residual Stress and Local Buckling of Steel Columns, Proc. JSCE, No.

No. 172, Dec. 1969.

- 6) 奥村敏恵・西野文雄・長谷川彰夫：箱形断面柱の局部座屈強度，土木学会論文報告集，第 205 号，Sept. 1972.
- 7) Bleich, F. : *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill, New York, 1952.
- 8) 奥村敏恵・長谷川彰夫・長浜正孝：差分法によるリブ付板の弾塑性座屈解析，土木学会第 27 回年次講演会概要集，1972.
- 9) Kapur, K.K. and B.J. Hartz : *Stability of Plates using Finite Element Method*, Proc. ASCE, vol. 92, EM 2, Apr. 1966.
- 10) Dubas, P. : *Buckling of Compressed and Bent Webs, Provided with a Single Longitudinal Stiffener*, Pub. IABSE, vol. 26, 1966 (in French).
- 11) 吉田宏一郎：第一章，文献 51).

第 3 章

- 1) 宇佐美勉：第一章，文献 18).
- 2) DIN 414, Blatt 2 : *Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Richtlinien*, Feb. 1953.
- 3) Bleich, F. : *ibid.* Chapter 2, Ref. 7).

第 4 章

- 1) 宇佐美勉：第 1 章，文献 18).
- 2) Usami, T. : *Buckling Strength of Hybrid Stiffened Plates*, Research Report No. 21, Gifu Univ., May, 1975.
- 3) Fukumoto, Y. T. Usami and Y. Okamoto : *ibid.* Chapter 1, Ref. 40).
- 4) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，1978. 2.
- 5) 宇佐美勉：文献 1) に対する討議の回答，土木学会論文報告集，No. 243, 1975 年 11 月.
- 6) 土木学会：第 1 章，文献 22).
- 7) 長谷川彰夫，長浜正孝，西野文雄：第 1 章，文献 41).

第 5 章

- 1) Fukumoto, Y., T. Usami and Y. Okamoto : *ibid.* Chapter 1, Ref. 40).
- 2) Dorman, A.P. and J.B. Dwight : *ibid.* Chapter 1, Ref. 46).
- 3) 小松定夫，吉川紀，牛尾正之：第 1 章，文献 39).
- 4) 小松定夫，牛尾正之，北田俊行：第 1 章，文献 42).
- 5) AISC : *Specifications for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings*, 1969.
- 6) 岡本良夫：補剛材つき板の座屈実験，名古屋大学工学部土木工学科修士論文，1974.

- 7) Merrison Committee : *ibid.* Chapter 1, Ref. 31).
- 8) 長谷川彰夫, 長浜正孝, 西野文雄 : 第 1 章, 文献 41).
- 9) 藤原稔, 原道彦, 雨宮栄一郎 : 第 1 章, 文献 43).
- 10) Von Karman, T., E.E. Sechler and L.H. Donnell : The Strength of Thin Plates in Compression, Trans. ASME, vol. 54, APM 54-5, 1932.
- 11) Dwight, J.B. : Collapse of Steel Compression Panels, in "Developments in Bridge Design and Construction", Crosby Lockwood & Son LTD, 1971.
- 12) Fukumoto, Y, T. Usami, Y. Okamoto and K. Yamaguchi : An Experimental Study on Stiffened Plates in Compression, NUCE Report No. 7501, Dept. of Civil Engr., Nagoya Univ., June 1975.

第 6 章

- 1) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, 1973 年 2 月。
- 2) 土木学会 : 鋼鉄道橋設計標準解説, 1970 年 11 月。
- 3) 長谷川彰夫, 太田孝二, 西野文雄 : 補剛された板要素の座屈強度に関する 2・3 の考察, 土木学会論文報告集, 第 282 号, 1974 年 12 月。
- 4) 土木学会 : 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板, 本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書, 1975 年 8 月。
- 5) 宇佐美勉 : 補剛材つき板の弾性ならびに非弾性圧縮座屈強度, 土木学会論文報告集, 第 228 号, 1974 年 8 月。
- 6) DIN 4114 : Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Blatt 1 Vorshriften, Blatt 2 Richtlinien, 1952.
- 7) Klöppel, E. und Scheer, J. : Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Wilhelm Ernst & Sohn, 1960.
- 8) Klöppel, E. und Möller, K.H. : Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, II Band, Wilhelm Ernst & Sohn, 1968.
- 9) Merrison Committee : Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges, PART II, 1973.
- 10) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. : Theory of Elastic Stability, 2nd. ed., McGraw-Hill, 1961.
- 11) Gienke, E. : Über die Berechnung regelmäßiger Konstruktionen als Kontinuum, Der Stahlbau, 33, H. 2, 1964.
- 12) Richmond, B. : Approximate Buckling Criteria for Multistiffened Rectangular Plates under Bending and Compression, Proc. ICE, vol. 20, 1961.
- 13) Bulson, P.S. : The Stability of Flat Plates, Chatto & Windus, 1970.
- 14) Stüssi, F. and Dubas, P. : The Buckling of the Webs of Sagging Beams Having Stiffeners in the Top Fifth of the Web (in French), Pub. IABSE, vol. 1.7, 1957.

- 15) Dubas, P. : Buckling of Compressed and Bent Webs, Provided with a Single Longitudinal, Stiffener (in French), Pub. IABSE, vol. 26, 1966.
- 16) Rockey, K.C. and Cook, I.T. : Optimum Reinforcement by Two Longitudinal Stiffeners of a Plate Subjected to Pure Bending, Int. J. Solids Structures, vol. 1, 1965.
- 17) 宇佐美勉, 福本晴士 : 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計, 土木学会論文報告集に登載予定。

第7章

- 1) 宇佐美勉, 福本晴士 : 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計, 土木学会論文報告集に登載予定。
- 2) 宇佐美勉 : 軸力, 曲げおよびねじりを受ける薄肉開断面の降伏後の挙動, 土木学会論文報告集, 第220号, 1973年12月。
- 3) Santathadaporn, S. and Chen, W.F. : Tangent Stiffness Method for Biaxial Bending, Proc. ASCE, vol. 95, No. ST 3, March, 1969.
- 4) 土木学会 : 補剛材つき圧縮板の設計要領(案), 本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書, 1974年3月。
- 5) 土木学会 : 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板, 本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書, 1975年3月。

第8章

- 1) Massonnet, C. : Interaction between General Buckling and Local Wall Buckling in Thin Walled Steel Members, Tokyo Seminar, Nagoya Univ., 1974.
- 2) Yu, W.W. : Cold-formed Steel Structures, McGraw-Hill, 1973.
- 3) Bulson, P.S. : The Stability of Flat Plates, Chatto & Windus, London, 1970.
- 4) Bijlaard, P.P. and G.P. Fisher : Interaction of Column and Local Buckling in Compression, NACA TN 2640, March, 1952.
- 5) Bulson, P.S. : Local Stability and Strength of Structural Sections, in "Thin Walled Structures", A.H. Chilver (ed.) John Wiley & Sons, 1967.
- 6) Nishino, F. : ibid. Chapter 1, Ref. 19.
- 7) 吉田博 : H型钢柱の局部座屈と曲げ座屈の連成座屈強度, 土木学会論文報告集, 第248号, 1975年11月。
- 8) Graves Smith, T.R. : The Ultimate Strength of Locally Buckled Columns of Arbitrary Length, International Symposium on Thin Walled Steel Structures (Swansea, 1967), Crosby Lockwood, 1969.
- 9) Graves Smith, T.R. : The Post-buckled Strength of Thin Walled Columns, 8th Congress IABSE, New York, 1968.
- 10) AISI : Cold-Formed Steel Design Manual, Pt. 1—Specification (1968), Pt. V—Commentary (1970).

- 11) Chilver, A.H. (ed.) : Thin Walled Structures, John Wiley and Sons, 1966.
- 12) Dwight, J.B., T.K. Chin, A.T. Ractliffe, and T.R. Graves Smith : Local Buckling of Thin-Walled Columns, C.I.R.I.A. Research Report, No. 12, May, 1968.
- 13) British Standards Institution : Specification for the Use of Cold-Formed Steel Sections in Building, 1961, Addendum No. 1 to British Standard 449 : 1959 – The Use of Structural Steel in Building.
- 14) Johnston, B.G. (ed.) : Guide to Design Criteria for Metal Compression Members, 2nd. ed., John Wiley & Sons, 1966.
- 15) Dwight, J.B. : Discussion to Ref. 9), 8th Congress IABSE, New York, 1968.
- 16) Schmit, H. : *ibid.* Chapter 1, Ref. 35.
- 17) AISC : *ibid.* Chapter 5, Ref. 5.
- 18) Dwight, J.B. : *ibid.* Chapter 5, Ref. 11.

- A : 補剛板または柱の総断面積
 A_{eff} : 有効断面積
 A_s : 1本の補剛材の断面積
 a : 板パネルの長さ
 B_y, B_z, C_w, C_T : 補剛材の剛度で、曲げ剛度、弱軸まわりの曲げ剛度、そりねじ剛度、*St. Venant* のねじり剛度
 $\bar{B}_y, \bar{B}_z, \bar{C}_w, \bar{C}_T$: B_y, B_z, C_w, C_T をそれぞれの弾性域の値で除した量
 b : 板パネルの全幅
 b_1 : 危険パネルの幅
 b_e : 有効幅
 b_s : 補剛材の幅 (T 形断面のときはウェブ幅)
 b_{sf} : T 形断面のフランジ全幅
 \bar{C} : 第8章、式(3)で定義される量
 D : 板の曲げ剛度 $= Eb^3/12(1-\nu^2)$
 D_x, D_y, H : 直交異方性板の x 軸方向, y 軸方向曲げ剛度, ねじり剛度
 d, \bar{d} : 板と補剛材の接点から補剛材重心までの距離, d/b_s
 e : 降伏応力で無次元化した塑性ひずみ成分 ($= |\epsilon^p/\epsilon_Y|$)
 $\{\bar{F}\}$: 要素の節線力ベクトル
 I_y, I_x, I_w, K_T : 補剛材の弾性断面定数で、強軸まわりの断面2次モーメント, 弱軸まわりの断面2次モーメント, そりねじ定数, *St. Venant* のねじり定数
 \bar{K}, \bar{K}_p : 第2章、式(3), 式(17h)で定義される量
 k : 補剛板の座屈係数
 k_0 : 補剛材のねじり剛性を考えないとき、等間隔補剛板がサブパネル間で単独座屈を起すときの補剛板の座屈係数 $= 4n^2$
 k_c, k_b, k_{c+b} : 一様圧縮、純曲げ、圧縮と曲げを受ける補剛板の座屈係数
 k_i : サブパネル②の補剛板全体としての座屈係数
 l : 柱の長さ
 M : 各サブパネル中の要素の数
 \bar{M}_i^l, \bar{M}_i^r : i 節線左, 右に作用する無次元化した曲げモーメント
 m : 補剛材曲げ剛化と基準となる剛比の比 (γ/γ^* または γ/γ_{req})
 $m_i(x), \bar{m}_i$: i 節線の不静定モーメント, 無次元化した不静定モーメント
 N : 要素の有効剛性を計算するときの分割数
 n : サブパネルの数
 P_{cr}, P_{max} : 補剛板の座屈荷重, 最高荷重 (耐荷力)
 P_{max}^S : 短柱の局部座屈強度
 P_s, \bar{P}_s : 1本の補剛材に作用する軸方向圧縮力, $P_s/A_s \sigma_Y$

P_{y0} : 初期降伏偏心圧縮力

P_y' : ハイブリッド補剛板の全断面降伏荷重

Q : 降伏応力の低減率

$q_i(x)$, \bar{q}_i : i 節線の不静定反力, 無次元化した不静定反力

R : 板パネルの等価幅厚比で, 等間隔補剛板のときは第3章, 式(1), 不等間隔補剛板のときは第7章, 式(1)~(3)で定義される量

R_{cr} : 座屈パラメーターと称し, 作用荷重が全断面降伏荷重(一様圧縮)または初期降伏荷重(圧縮と曲げ)に達するときの R の値

r : 断面2次半径

$[S]$, $[S_G]$: 要素の剛性行列, 安定係数行列

$[S]$, $[S_G]$: 補剛板全体の剛性行列, 安定係数行列

s : 安全率

t : 板パネルの厚さ

t_s : 補剛材の厚さ (T 形断面のときはウェブ厚)

t_{sf} : T 形断面のフランジ厚

t_0 : 設計最小板厚

\bar{V}_i^l , \bar{V}_i^r : i 節線の左, 右に作用する無次元化した合せん断力

$\{W\}$, $\{W\}$: 要素, 補剛板全体の節線変位ベクトル (式(4))

w , w_i , w_j : 座屈によって生ずる板のたわみ

w_s , φ_s : 補剛材の z_s 軸方向の変位, ねじり角

x , y , z : 座屈前の板に対する座標系

y_s , z_s : 座屈前の補剛材に対する座標系

z_o , \bar{z}_o : 補剛材重心からそのせん断中心までの距離, z_o / b_s

α : 板の縦横寸法比 $= a/b$

α_o : 有限板と無限板の境界となる α

$\beta = k/k_o$

γ , γ_s , γ_w , γ_T , γ_p : 補剛材の剛度と板の剛度の比で, それぞれ, 曲げ剛比, 弱軸まわりの曲げ剛比, そりねじり剛比, *St. Venant* のねじり剛比, 極2次半径比 (第2章式16)

γ^* : *DIN4114* の最適剛比

γ_{req} : 一様圧縮のときは道路橋示方書 (1972) の最小必要剛比, 圧縮と曲げを受けるときは第6章式(9)の必要剛比

δ : 補剛材と板の面積比 ($= A_s / b t$)

$\bar{\delta} : \delta / (1 + \eta \zeta)$

ε : x 軸方向 (板の長さ方向) の作用軸ひずみ

ε_{cr} : 座屈時の ε の値

$\zeta : b_{sf} / b_s$

$\eta : t_{sf} / t_s$ (第2章) または圧縮縁から補剛材までの距離を b で除した量 (第6章,

図-5)

η_1, η_2 : 圧縮縁から第 1, 第 2 補剛材までの距離を b で除した量 (第 6 章, 図-5)
 $\eta^*, \eta_1^*, \eta_2^*$: η, η_1, η_2 の最適値
 θ_i, θ_j : i, j 節線での板のたわみ角
 $\kappa_1 \sim \kappa_4$: 板の有効剛性 (第 2 章, 式 2)
 λ : 第 2 章式(8)で定義される板パネルの無次元幅厚比
 $\bar{\lambda}$: 第 8 章式(5)で定義される柱の等価細長比
 ν : ポアソン比
 ρ, ρ_o : 第 6 章式(18), (19), (23), (24)で定義される量
 ξ : 帯板要素の幅と板パネルの全幅との比
 σ : 板パネルの長さ方向に作用する応力
 σ_1, σ_2 : 板パネルの上縁, 下縁に作用する応力
 σ_{1cr} : σ_1 に対応する座屈応力
 $\sigma_{ca}, \sigma_{cao}$: 許容圧縮応力度, その上限値
 σ_{cr} : 座屈時の平均圧縮応力
 σ_{max} : P_{max} / A
 σ_{max}^C : 局部座屈が生じないときの柱の最大強度
 σ_{max}^S : P_{max}^S / A
 σ_{max}^P : 板の最大強度
 σ_{max}^{PC} : 柱の局部座屈と曲げ座屈の連成強度
 σ_Y : 降伏応力
 σ_y, σ_{ys} : 板パネル, 補剛材の降伏応力
 τ, τ_0 : 板厚比 (第 2 章式 19), $k = k_0$ のときの τ
 $\phi = (\sigma_1 - \sigma_2) / \sigma_1$ 応力勾配係数
 ϕ_1 : 危険パネルの応力勾配係数
 ϕ_{1cr} : 補剛材の降伏による座屈強度の附加的な低下を考慮する必要がなくなる限界の ϕ_1 の値