報告番号	※理 第 2673 号

主論文の要旨

題名

The variational theory of higher-order linear differential equations

(高次線型微分方程式の変分理論)

氏名 寺西 鎮男

主論文の要旨

報告番号	※~~甲~~乙第　　号	氏名	寺西鎮男

D.A. Hejhal はコンパクトリーマン面上の linearly polynomic 函数の満足する2階微分方程式の変分理論を研究して、Poincaré 級数に関して興味ある定理を証明して、彼の理論を、Zeta-Fuchs 函数のみたす高階線型微分方程式の場合に拡張する事を、いくつかの予想と共に問題として提出した。この論文では、古典的な不変式論の方法を用いて、Hejhal の問題を解決する。今、X を複素上半平面 H の第一種 Fuchs 群 Γ による商空間として得られるコンパクトリーマン面として $\Gamma(X, \mathcal{O}(K^m))$ で X 上の正則 m 次微分のなすベクトル空間をあらわす事にする。ρ を Γ の $SL(n, \mathbb{C})$ への準同型写像とする時、変換法則

(*) $\varphi\left(\dfrac{az+b}{cz+d}\right) = \rho(\sigma)\,(cz+d)^{1-n}\varphi(z)$　$\left(\sigma = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \Gamma\right)$ をみたす H 上の正則ベクトル値函数 $\varphi(z) = {}^t(\varphi_1(z), \cdots, \varphi_n(z))$ を Hejhal に従って Zeta-Fuchs 函数とよぶ事にする。そして表現 ρ を Zeta-Fuchs 函数 φ による Γ のモノドロミー表現と呼ぶ。この時 Zeta-Fuchs 函数 φ を基本解としてもつモニックな n 階線型微分方程式の Laguerre-Forsyth の基本微分不変式 $\theta_2(dz)^2, \cdots, \theta_n(dz)^n$ はそれぞれ、X 上の 2次, $\cdots$, n 次の正則微分である（定理 1.1）。逆に正則微分の組 $(\theta_2(dz)^2, \cdots, \theta_n(dz)^n)$ に対して Laguerre-Forsyth の基本微分不変式が $(\theta_2(dz)^2, \cdots, \theta_n(dz)^n)$ となる線型微分方程式のモノドロミー表現は、ある Zeta-Fuchs 函数 φ のモノドロミー表現となる（定理 1.2）。リーマン面 X の種数を g として、複素多様体 $N = \{(X_1, \cdots, X_g, Y_1, \cdots, Y_g) \in SL(n, \mathbb{C})^{2g},\ [X_1, Y_1] \cdots [X_g, Y_g] = 1_n\}$ を考える。この時、定理 1.1, 1.2 を用いて、複素ベクトル空間 $\bigoplus_{m=2}^{n} \Gamma(X, \mathcal{O}(K^m))$ から複素多様体 $V = N/SL(n, \mathbb{C})$ への複素解析的写像 Θ を与える事ができて、この Θ を用いてベクトル空間の同型写像

$$d\Theta : \bigoplus_{m=2}^{n} \Gamma(X, \mathcal{O}(K^m)) \cong \{\text{Prym 微分式 } \Gamma(X, \mathcal{O}^{1,0}(\mathrm{Ad}\circ\rho)) \text{ の周期類}\}$$

を具体的に与える事ができる（変分公式、定理 5.1, 5.2）。