

図・本館

目次

| | |
|--------------------------------|------|
| 記号一覧 | iii |
| 図タイトル一覧 | viii |
| 表タイトル一覧 | xi |
| 第1章 序論 | 1 |
| 1.1 動的相互作用問題の概論 | 1 |
| 1.2 動的相互作用問題の既往の研究 | 11 |
| 1.3 研究の目的と概要 | 20 |
| 第2章 擬似三次元境界要素解析の解析理論 | 23 |
| 2.1 支配方程式 | 25 |
| 2.2 境界要素法の定式化 | 27 |
| 2.3 グリーン関数の誘導 | 39 |
| 2.4 入反射波場 | 64 |
| 第3章 解析理論の検証 | 68 |
| 3.1 既往の解析解との検証 | 68 |
| 3.2 沖積谷で観測された地震観測結果との検証 | 74 |
| 第4章 速度比例型減衰が動的相互作用効果に与える影響の考察 | 86 |
| 4.1 半無限地盤上の剛基礎の擬似三次元効果に関する検討 | 86 |
| 4.2 埋込み効果に関する検討 | 96 |
| 4.3 基礎間連成効果に関する検討 | 105 |
| 4.4 基盤の効果に関する検討 | 126 |
| 4.5 速度比例型減衰が動的相互作用効果に与える影響のまとめ | 136 |



| | | |
|------|----------------------------|-----|
| 第5章 | 速度比例型減衰による擬似三次元効果に関する考察 | 137 |
| 5.1 | 波動伝播エネルギーによる解析次元と波動伝播特性の考察 | 137 |
| 5.2 | 簡易なモデルによる擬似三次元効果の数式的考察 | 143 |
| 第6章 | 擬似三次元土柱を用いた簡易相互作用解析法 | 147 |
| 6.1 | 解析法の基本概念 | 147 |
| 6.2 | 擬似三次元土柱のインピーダンス | 151 |
| 6.3 | 埋込み基礎のインピーダンスの略算法 | 160 |
| 6.4 | 埋込み基礎の基礎入力動の略算法 | 169 |
| 6.5 | 埋込み基礎の応答 | 174 |
| 6.6 | 簡易相互作用解析法のまとめ | 178 |
| 第7章 | 結論 | 180 |
| 参考文献 | | 183 |
| 謝辞 | | 194 |
| 略歴 | | 195 |
| 発表論文 | | 196 |



記号一覧

| | |
|-----------------------|---|
| A | 表面力から等価節点力に変換するマトリクス |
| A | 擬似三次元土柱の断面積 |
| A_B | 基礎底面積 |
| A_X | x方向基礎側壁の面積 |
| A_Y | y方向基礎側壁の面積 |
| a₀ | 無次元振動数(=ωB/V _S) |
| a_H | 無次元振動数(=ωH/V _S) |
| a_L | 無次元振動数(=ωL/V _S) |
| a_R | 無次元振動数(=ωR/V _S) |
| a | $a^2 = \xi^2 - h^2$ |
| B | 剛基礎の基礎半幅 |
| b | 物体力の _i 方向成分 _{b_i} のベクトル表示 |
| β | $\beta^2 = \xi^2 - k^2$ |
| C^P | P点の状態により求められる係数 _{C_{ij}^P} のベクトル表示 |
| C_{Bi} | 簡易解析手法による基礎底面の _i 方向減衰係数 |
| C_{Xi} | 簡易解析手法によるx方向基礎側壁の _i 方向減衰係数 |
| C_{Yi} | 簡易解析手法によるy方向基礎側壁の _i 方向減衰係数 |
| c_P | 複素P波速度(=√λ+2μ/ρ) |
| c_S | 複素S波速度(=√μ/ρ) |
| δ_{ij} | クロネッカのデルタ関数 |
| D_I | 領域 I におけるドライビングフォース |
| D | 隣接基礎が存在する場合の基礎間中心距離 (第2章~第5章) 基礎半奥行き (第6章) |
| D_P | 粘性減衰係数ηに伴って生じる係数(=λ+2μ/η) |

| | |
|------------|---|
| D_S | 粘性減衰係数 η に伴って生じる係数($=\mu/\eta$) |
| E | 剛基礎の埋込み深さ (第5章を除く) 波動伝播エネルギー (第5章) |
| e_i | i 方向の単位ベクトル |
| $F_H(\xi)$ | 半無限地盤のレーリー関数 |
| $F_R(\xi)$ | 剛基盤上の弾性地盤のレーリー関数 |
| f^D | 剛基礎のドライビングフォースベクトル |
| f^E | 剛基礎の外力ベクトル |
| f | 加振点の地表面からの深さ |
| ϕ | スカラーポテンシャル |
| ϕ_i | 入射波のP波ポテンシャル |
| ϕ_r | 反射波のP波ポテンシャル |
| G | 境界要素解析で変位の基本解から作られるマトリクス ($=[G_{ij}]$) |
| G^I | 入反射波を定義する場で算定されたグリーン関数(変位)をもとに求められるマトリクス |
| Γ | 領域 Ω の境界 |
| γ_t | 地盤の単位体積重量 |
| H | 境界要素解析で表面力の基本解から作られるマトリクス ($=[H_{ij}]$) |
| H^I | 入反射波を定義する場で算定されたグリーン関数(表面力)をもとに求められるマトリクス |
| H | 基盤の深さ |
| H_0 | 0次の第2種ハンケル関数 |
| h | $h^2 = \omega^2/c_p^2 - i\omega/D_p$ |
| h_D | 地盤の内部履歴減衰 |
| η | 粘性境界に伴う速度比例型粘性減衰係数 |
| I_{Bi} | 基礎底面の i 軸回りの断面二次モーメント |
| I_{Xi} | x 方向基礎側壁の i 軸回りの断面二次モーメント |

| | |
|---------------|--------------------------------------|
| I_{Yi} | y 方向基礎側壁の i 軸回りの断面二次モーメント |
| $ J $ | ヤコビアン |
| J_0 | 0次のベッセル関数 |
| K | 剛基礎のインピーダンスマトリクス |
| K_I | 領域 I の境界マトリクス |
| K_{II} | 領域 II の境界マトリクス |
| K_B | ハイブリッド法の境界要素領域の動的剛性マトリクス |
| K_f | 一様地盤の境界上でのマトリクス |
| K_F | ハイブリッド法の有限要素領域の動的剛性マトリクス |
| K_G | 簡易解析手法によるインピーダンス |
| K_S | 構造物の動的剛性マトリクス |
| K_{Bi} | 簡易解析手法による基礎底面の i 方向ばね定数 |
| K_{Xi} | 簡易解析手法による x 方向基礎側壁の i 方向ばね定数 |
| K_{Yi} | 簡易解析手法による y 方向基礎側壁の i 方向ばね定数 |
| K_{HH} | 単独基礎の水平インピーダンス |
| K_{HR} | 単独基礎の水平一回転連成インピーダンス |
| K_{RR} | 単独基礎の回転インピーダンス |
| K_{VV} | 単独基礎の上下インピーダンス |
| $K_{H_i H_j}$ | 双設基礎の $i-j$ 基礎間の水平インピーダンス |
| $K_{H_i R_j}$ | 双設基礎の $i-j$ 基礎間の水平一回転連成インピーダンス |
| $K_{R_i R_j}$ | 双設基礎の $i-j$ 基礎間の回転インピーダンス |
| $K_{V_i V_j}$ | 双設基礎の $i-j$ 基礎間の上下インピーダンス |
| k | $k^2 = \omega^2/c_s^2 - i\omega/D_s$ |
| L | 剛基礎の基礎奥行き |
| λ | Laméの定数 |
| μ | Laméの定数 |

| | |
|---------------|--|
| N_k | 内挿関数 |
| n_i | 外向き法線の i 方向の方向余弦 |
| ν | ポアソン比 |
| p_B | ハイブリッド法の境界要素領域の表面力による等価節点力ベクトル |
| p_F | ハイブリッド法の有限要素領域の外力ベクトル |
| p_f | 一様地盤の入反射波場の境界位置での表面力の等価節点力(切欠き力) |
| p_B^D | ハイブリッド法の境界要素領域の入反射波場による等価節点力ベクトル(ドライビングフォースに相当) |
| p | グリーン関数算定時の水平方向の点加振力 |
| ρ | 地盤の質量密度 |
| q | 表面力の i 方向成分 $q_i(=n_i\sigma_{ij})$ のベクトル表示 |
| q^* | 点Pに j 方向に集中荷重が作用したときの i 方向表面力 q_{ji}^* のベクトル表示 |
| q^I | 入反射波場の表面力ベクトル |
| q^S | 散乱波場の表面力ベクトル |
| q | グリーン関数算定時の上下方向の点加振力 |
| Θ | 回転基礎入力動 |
| Θ_G | 剛基礎重心の回転応答 |
| θ_S | P波の入射角 |
| θ_P | S波の入射角 |
| R | 波動伝播エネルギー算定時の加振点からの距離 |
| R_1 | 三次元グリーン関数算定時の加振点からの距離 |
| R_2 | 三次元グリーン関数算定時の鏡像点からの距離 |
| r_1 | 二次元(擬似三次元)グリーン関数算定時の加振点からの距離 |
| r_2 | 二次元(擬似三次元)グリーン関数算定時の鏡像点からの距離 |
| σ_{ij} | 応力 |
| T | 剛基礎の底面中心位置の変位から境界各点の変位への変換マトリクス |

| | |
|---------------|---|
| U | 水平基礎入力動 |
| U_G | 剛基礎重心の水平応答 |
| u | 変位の i 方向成分 u_i のベクトル表示 |
| u^* | 点Pに j 方向に集中荷重が作用したときの i 方向変位 u_{ji}^* のベクトル表示 |
| u^o | 剛基礎の底面中心位置の変位 |
| u_I | 領域 I における入力動 |
| u_B | ハイブリッド法の境界要素領域の入反射波場による境界への入力動 |
| u^F | 剛基礎の基礎入力動(無質量剛基礎の応答) |
| u_f | 一様地盤の入反射波場の境界位置での変位 |
| u^I | 入反射波場の変位ベクトル |
| u^S | 散乱波場の変位ベクトル |
| u_i^P | P点の i 方向変位 |
| V_S | 地盤の複素せん断波速度(c_S)の絶対値 |
| W | 上下基礎入力動 |
| W_G | 剛基礎重心の上下応答 |
| Ω | 領域 |
| ω | 円振動数 |
| ψ | ベクトルポテンシャル |
| ψ_r | 反射波のS波ポテンシャル |
| ψ_i | 入射波のS波ポテンシャル |
| ∇ | ベクトル微分作用素 |
| $\circ_{(H)}$ | ポテンシャルによるグリーン関数斉次解 |
| $\circ_{(M)}$ | 全無限解のグリーン関数鏡像解 |
| \circ^* | x に関するフーリエ変換場の諸量 |
| \circ^{**} | x と z に関するフーリエ変換場の諸量(r に関するハンケル変換場の諸量) |
| $\bar{\circ}$ | \circ の共役複素数 (第5章) |

図タイトル一覧

第1章 序論

- 図-1.1 地震時の構造物挙動を決定する要因と動的相互作用問題の位置づけ
- 図-1.2 相互作用基本物理量と構造物の応答特性との関連
- 図-1.3 相互作用研究の歴史的経緯
- 図-1.4 相互作用問題の解析方法の整理
- 図-1.5 相互作用問題の解析対象の整理

第2章 擬似三次元境界要素解析の解析理論

- 図-2.1 擬似三次元解析の概念図
- 図-2.2 粘性境界の付与
- 図-2.3 対象とする剛基礎モデル
- 図-2.4 基礎埋込み部に付加したダッシュポットの寄与
- 図-2.5 有限要素-境界要素結合解法の概念図
- 図-2.6 一様地盤の領域Iと領域IIへの分割
- 図-2.7 本論で導いたグリーン関数
- 図-2.8 剛基盤上の弾性地盤の分散曲線(無減衰の場合)
- 図-2.9 入反射波場解析の概念図

第3章 解析理論の検証

- 図-3.1 二次元半無限地盤上の剛基礎コンプライアンス
- 図-3.2 剛基盤上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎の検証モデル
- 図-3.3 剛基盤上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎の有限要素モデル
- 図-3.4 剛基盤上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス
- 図-3.5 剛基盤上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎の基礎入力動
- 図-3.6 半円筒形谷の入反射問題の検証モデル
- 図-3.7 半円筒形谷に鉛直下方からSV波が入射したときの応答

- 図-3.8 観測地盤の断面図と地震計設置位置
- 図-3.9 土質調査試験結果
- 図-3.10 震源位置と観測地点の位置関係
- 図-3.11 基盤位置(GB-1)の加速度記録
- 図-3.12 地表面上(GS-1)の加速度記録
- 図-3.13 有限要素-境界要素結合解法によるモデル化
- 図-3.14 地表面(GS-1)と基盤(GB-1)の加速度伝達関数
- 図-3.15 GS-1面外水平成分の応答波形
- 図-3.16 面外水平応答波形のフーリエスペクトル
- 図-3.17 GS-1面内水平成分の応答波形
- 図-3.18 面内水平応答波形のフーリエスペクトル
- 図-3.19 GS-1上下成分の応答波形
- 図-3.20 上下応答波形のフーリエスペクトル

第4章 速度比例型減衰が動的相互作用効果に与える影響の考察

- 図-4.1 半無限地盤上の剛基礎のインピーダンス
- 図-4.2 半無限地盤上の剛基礎のSV波入射時の基礎入力動
- 図-4.3 半無限地盤上の剛基礎重心の応答
- 図-4.4 剛基礎のインピーダンスに対するアスペクト比の影響
- 図-4.5 剛基礎の応答に対する基礎重心位置の影響
- 図-4.6 半無限地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス
- 図-4.7 加振時の基礎側面地盤の寄与
- 図-4.8 半無限地盤に埋込まれた剛基礎の基礎入力動
- 図-4.9 半無限地盤に埋込まれた剛基礎重心の応答
- 図-4.10 半無限地盤の双設剛基礎のインピーダンス
- 図-4.11 半無限地盤の剛基礎のインピーダンス (単独基礎と双設基礎)
- 図-4.12 半無限地盤に埋込まれた双設剛基礎の基礎入力動
- 図-4.13 半無限地盤の剛基礎の基礎入力動 (単独基礎と双設基礎)
- 図-4.14 半無限地盤の双設剛基礎の応答

- 図-4.15 半無限地盤の剛基礎の水平応答 (単独基礎と双設基礎)
- 図-4.16 剛基礎を有する弾性地盤上の剛基礎のインピーダンス
- 図-4.17 剛基礎を有する弾性地盤上の剛基礎の応答
- 図-4.18 剛基礎を有する弾性地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス
- 図-4.19 剛基礎を有する弾性地盤に埋込まれた剛基礎の基礎入力動

第5章 速度比例型減衰による擬似三次元効果に関する考察

- 図-5.1 波動伝播エネルギー算定用解析モデル
- 図-5.2 加振源における逸散エネルギー
- 図-5.3 面内伝播エネルギー比の振動数特性
- 図-5.4 面内伝播エネルギー比の距離特性
- 図-5.5 地盤内の面内伝播エネルギーの分布
- 図-5.6 簡易地盤ばね算定用解析モデル
- 図-5.7 簡易地盤ばねによる水平インピーダンス

第6章 擬似三次元土柱を用いた簡易相互作用解析法

- 図-6.1 擬似三次元土柱の概念図
- 図-6.2 擬似三次元土柱による地盤のモデル化
- 図-6.3 擬似三次元土柱の速度比例型減衰の考え方
- 図-6.4 地表面基礎のインピーダンス
- 図-6.5 埋込み基礎のインピーダンス算定の考え方
- 図-6.6 埋込み基礎のインピーダンス($E/B=0.5$)
- 図-6.7 埋込み基礎のインピーダンス($E/B=1.0$)
- 図-6.8 埋込み基礎の基礎入力動算定の考え方
- 図-6.9 埋込み基礎の基礎入力動($E/B=0.5$)
- 図-6.10 埋込み基礎の基礎入力動($E/B=1.0$)
- 図-6.11 埋込み基礎の応答($E/B=0.0$)
- 図-6.12 埋込み基礎の応答($E/B=0.5$)
- 図-6.13 埋込み基礎の応答($E/B=1.0$)

表タイトル一覧

第2章 擬似三次元境界要素解析の解析理論

表-2.1 レーリーポールの一覧(半無限地盤無減衰の場合)

第3章 解析理論の検証

表-3.1 最大加速度値一覧

表-3.2 解析に用いた地盤諸元

第6章 擬似三次元土柱を用いた簡易相互作用解析法

表-6.1 擬似三次元土柱のインピーダンス一覧

表-6.2 地表面上の正方形基礎のばね定数・減衰係数とポアソン比の関係

表-6.3 基礎各部に取りつく擬似三次元土柱のインピーダンス

表-6.4 正方形埋込み基礎のインピーダンス一覧

第1章 序論

1.1 動的相互作用問題の概論

(1) 動的相互作用問題とは

地盤と構造物の動的相互作用とは、地盤の動きが構造物を振動させ、逆に構造物の動きが地盤に力を与えて地盤を振動させると言った地盤と構造物との間の相互の力の伝達のことである。これは、地震時の構造物の挙動や機械基礎の挙動を明らかにする上で欠くことのできない因子であり、構造物の耐震設計や機械基礎の設計を充実させていくことを目的として広く検討されている。

地震時の構造物挙動は図-1.1に示すように数多くのプロセスを経て決定される。すなわち、断層で発生した地震動は地盤内を伝播して構造物近傍の岩盤に到達し、表層の地盤による増幅効果を受けて地表に達する。これらは、断層モデル、伝播経路、地盤の増幅効果として各々精力的に検討されている。地表に達した地震動は構造物に入力して構造物を振動させる。さらに、構造物の振動エネルギーは地盤に逸散される。

本論で対象とする地盤と構造物の相互作用問題は、地表に達した地震動が構造物に入力するとき生じる入力相互作用(Kinematic Interaction)と、構造物の振動が地盤に伝達されるとき生じる慣性の相互作用(Inertia Interaction)である。

入力の相互作用は入力損失とも呼ばれ、構造物の拘束効果によって位相の異なる地盤変位が平滑化されることにより生じる。このときに構造物から散乱波が発生し、構造物へ入力される地動と構造物の存在しない自由地盤の地動とに差異が生じる。この問題は入射波問題ともよばれ、基礎入力動(Foundation Input Motion)あるいは有効入力(Effective Input Motion)と呼ばれる量により代表される。この基礎入力動は無質量基礎の応答に相当する。

慣性の相互作用は構造物の振動によって発生する慣性力が逸散波として地盤に逸散していくことによって生じる。この問題は加振問題ともよばれ、インピーダンス関数あるいは動的地盤ばねと呼ばれる量により代表される。

また、基礎入力動とインピーダンスの積はドライビングフォースと呼ばれ、地盤が構造物に与える力に相当する。このドライビングフォースは、構造物を空間

的に固定するために必要な力に等しい。

構造物の応答は、相互作用ばねとしてインピーダンスを構造物の動的剛性マトリクスに加算し、基礎入力動あるいはドライビングフォースを入力することにより求めることができる。これらの物理量が構造物の応答に与える影響は図-1.2のようにまとめることができる。すなわち、基礎入力動とインピーダンスはドライビングフォースに寄与するので、構造物に作用する力に関係する。また、インピーダンス実部は構造物-地盤系の固有振動特性に、インピーダンス虚部は地盤への逸散減衰に関係する。したがって、基礎入力動、インピーダンス実部、インピーダンス虚部、およびドライビングフォースは、相互に関連しあって構造物の応答性状を決定する要因であり、動的相互作用問題を扱う上で非常に重要な物理量となる。

(2) 動的相互作用問題の重要性と現状

上述したように、構造物の地震時応答は構造物と地盤との力のやり取りによって決定されるものであり、地盤から受ける力の大きさ、構造物の固有振動特性、構造物の減衰特性などは、相互作用効果を無視しては決定できないものである。しかしながら、我が国の一般構造物の耐震設計では相互作用効果を殆ど考慮していないのが現状である。新耐震設計法において振動特性係数に地盤の種別の効果が導入されているが、入力地震動の周波数特性と地盤の増幅特性のみを想定しており、相互作用効果は殆ど考慮されていない。これは、現状の耐震設計法が静的解析に立脚していることや、簡易な相互作用評価手法が欠如していることなどが原因していると考えられる。

しかしながら、近年、原子力構造物のような大規模重要構造物が建設されるようになり、特殊構造物の耐震設計において動的相互作用効果を考慮することが不可避の問題となってきた。これを契機として、動的相互作用問題に関する研究が非常に精力的に行われるようになった。しかしながら、動的相互作用問題が対象とする地盤は無限媒体であり、多くの不明確さや複雑さを内包している。したがって、これらの研究は煩雑な解析を必要とする場合が多く、相互作用効果を一般構造物の耐震設計に取り込む方向には必ずしも結び付いていないのが現状である。

(3) 動的相互作用問題に関する歴史的経緯

動的相互作用問題は、図-1.3に示すように、1800年代のGreenやStokesによる弾性波の研究に源を發しており、1900年代に入ってLambが動的相互作用問題の基礎とも言える動的Boussinesq問題の解を發表した。しかし、相互作用問題を直接対象とした研究は1930年代のReissnerの研究まで待つ。当初は、弾性波動論に基づく機械基礎を意識した研究が行われ、地盤の力-変位関係を導くこと(慣性の相互作用)を目的に応力境界値問題としての解析がなされた。1950年代に至るまで、基礎下の応力分布や基礎形状の改善などが行われると共に、地盤を弾性一層地盤とする試みもなされた。

1950年代末になって、混合境界値問題としてのより厳密な解析が行われるようになった。最初は境界積分方程式をFredholm型の積分方程式に変換する方法が採用されたために、対象とする問題も限られており、Relaxed条件を仮定していた。1960年代に入って、グリーン関数を利用してCauchy型の特異積分方程式を離散的に解く方法が採用されるようになって、問題の適用範囲が広がると共にBonded条件での解析も可能となった。また、この時期に動的サブストラクチャー法概念が提示され、入力相互作用についても光があてられた。これを契機として、相互作用問題の地震応答解析への適用が拡大した。以来、基礎の剛性、埋込み、地盤の成層性などを考慮した解析へと研究が発展してきている。これらの研究はいずれも弾性波動論に立脚した研究であり、厳密解故の解の安定性と問題に対する本質的理解の容易さといった利点を有している。反面、数学的な取扱いが難しく、現実の系が内包する複雑さを反映させることが殆ど不可能である。

これに対して、ここ四半世紀の間に急速な発展を見た有限要素法が、1960年代から相互作用問題に対しても適用されるようになった。これによって、解析的アプローチでは考慮することが困難であった種々の解析が可能となった。当初は、地盤という無限媒体を表現するための境界の処理方法に精力が注がれた。しかし、三次元解析における自由度や計算時間の膨大さ、有効な境界処理方法の欠如などの理由により、構造物-地盤系を二次元あるいは軸対称モデルとして解析していた。現在、地震応答解析に頻繁に用いられているプログラム「FLUSH」も、三次

元的な波動逸散性状を表すための工夫がなされてはいるが、基本的には二次元モデルである。

有限要素法と並んで最近注目を集めている解析方法の一つに境界要素法がある。この方法は境界積分方程式法あるいはグリーン関数法に源を持っており、地盤などの無限媒体を扱うには非常に有効な方法であり、1980年代に入って相互作用問題にも多く適用されるようになってきた。これとともに、境界要素法の定式化に必要な基本解に関する研究が再び盛んになり、内部加振や成層性を考慮した効率的なグリーン関数の算定法に関しての研究が行われた。現在では、弾性波動論のみならず有限要素法的な考え方も取り入れてグリーン関数が誘導されている。この結果、従来では解析が困難であった問題も含めて種々の検討がなされるようになった。

このような、有限要素法や境界要素法の適用によって、相互作用解析の適用範囲は格段に拡大した。最近では、連続体的な概念と離散的な概念を結合することにより、各手法の長所を組み合わせた解析方法が多く提示されており、相互作用解析手法は百花繚乱の様を呈している。また一方で、各種の相互作用実験が実施され、実証的な研究も多く見られるようになってきた。このような結果、今後の相互作用研究の動向は、より現実に近いモデル化をして構造物の動的挙動をありのままに解析しようとする方向と、相互作用研究の成果を耐震設計の中に取り込んでいこうという方向に進んでいくと考えられる。前者は、非線形相互作用問題や三次元不整形問題に、後者はより簡略化した設計式の提案へと結び付いていくと考えられる。

(4) 動的相互作用問題の解析方法と解析対象の整理

以上に述べたように、動的相互作用問題は各種の解析方法が融合し、適用範囲も多岐にわたってきている。そこで、これらについて整理した結果を図-1.4および図-1.5に示す。

まず、解析方法は、その歴史的経緯から連続体理論に基づく解析的方法と離散的方法とに分類することができる。さらに解析的方法は、基礎下の応力を仮定した応力境界値問題と基礎下の変位を規定した混合境界値問題に分類される。応力境

界値問題はグリーン関数の積分表示から誘導されるが、混合境界値問題は境界積分方程式を解く問題に帰着される。境界積分方程式は幾つかの方法によって解くことができ、双積分方程式をFredholm型積分方程式に変換して解く方法、グリーン関数を利用してCauchy型の特異積分方程式に変換して解く方法などがある。後者はグリーン関数法ともよばれ、基礎を小要素に分割して離散的に解析する方法もその一つである。また、基本的には離散的方法であるが、同じ境界積分方程式に立脚した境界要素法はグリーン関数法と類似のものである。

離散的方法は、その離散化の方法によって、有限差分法、有限要素法、境界要素法等に分類される。有限差分法は支配方程式を差分近似することによって差分方程式を解く問題に帰着される。有限要素法は支配方程式にガラーキン法を適用して変分原理を用いて動的剛性マトリクスを作成し連立方程式を解く方法である。境界要素法は、重み付き残差法などにより境界積分方程式を誘導し、有限要素的な境界要素を導入することにより、境界積分方程式を離散化して解く方法である。有限要素法は不規則な場の問題に、境界要素法は無限性を有する問題に適している。

また、以上の解析方法の利点を組み合わせるために、解析方法を様々に結合させたハイブリッド法がある。ハイブリッド法とは異なる解析方法を組み合わせて解析する方法のことを総称する用語である。したがって、有限要素法で用いられる各種の境界処理や、有限要素と連続体理論を組み合わせた離散的なグリーン関数、有限差分と有限要素の結合、境界要素と有限要素の結合、別途の方法で導かれた動的地盤ばねを取り付けて解析するスウェイロッキングモデルなどはいずれもハイブリッド法の一つと考えることもできよう。

解析の手順という意味で解析方法を分類すると一体解法(Direct Method)とサブストラクチャー法(Substructure Method)とに分類できる。前者は、対象とする系を全てモデル化して一体に解析する方法であり、後者は地盤と構造物といったように全体系を幾つかの部分系に分割して解析する方法である。なお、前出のハイブリッド法は、解析しようとする問題を幾つかの解析方法で結び付けたものであるが、結合時にサブストラクチャー法的な考え方をする場合がある。

また、解析している場によって分類すると、定常問題、非定常問題に分類する

ことができる。定常問題は、時間に関するフーリエ変換場での解析に相当し、振動数領域で定常荷重に対する解を求める問題となる。定常問題の解は荷重外力のフーリエスペクトルを乗じ、フーリエ逆変換(高速フーリエ変換など)を行うことによって非定常問題の解に変換される。非定常問題は時間領域で直接積分により解析する方法であり、系の非線形性を忠実に評価することが可能である。

つぎに、解析対象について整理する。動的相互作用問題は構造物と地盤とを媒介するものであり、構造物と地盤の間の力のやり取りを表現する。したがって、地震時の構造物の応答性状を考える場合には不可欠の問題であり、結果として、構造物の動特性に関連する全ての項目が相互作用解析の対象となるといっても過言ではない。これらは、図-1.5に示すように地盤、構造物を含めて多岐に亘っている。構造物と地盤との接点である基礎に関しては、基礎の形状、剛性、埋込み、基礎-地盤間の浮上りや剥離、杭基礎などが、地盤に関しては地盤の成層性、無限性、三次元性、地形および地層構造の不整形性、地盤の非線形性などが、上部構造に関しては重量や剛性の分布、塑性化、隣接構造物との相互作用効果などが検討の対象とされている。また、入力に関しても、入射波の成分として実体波や表面波を考えたり、入射角や方位角を考慮した検討がされている。

本論の中で用いている解析方法、検討を加えた解析対象について図-1.4および図-1.5中に太線で示す。

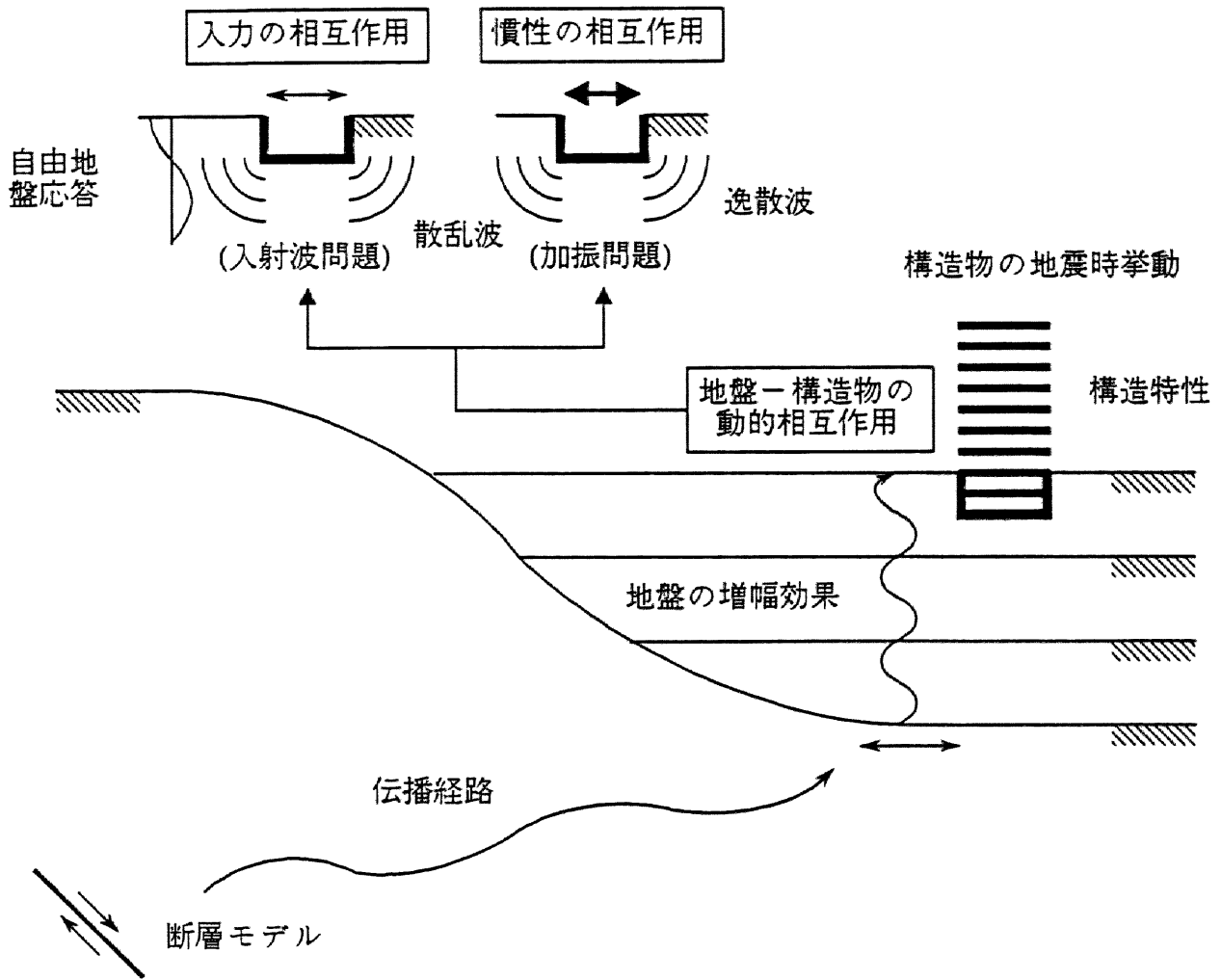


図-1.1 地震時の構造物挙動を決定する要因と動的相互作用問題の位置づけ

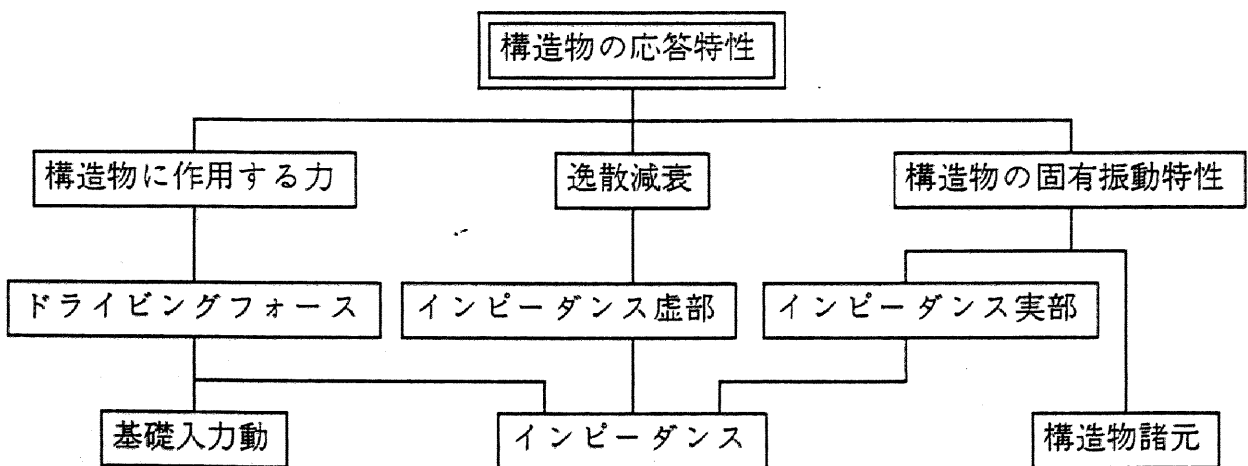


図-1.2 相互作用基本物理量と構造物の応答特性との関連

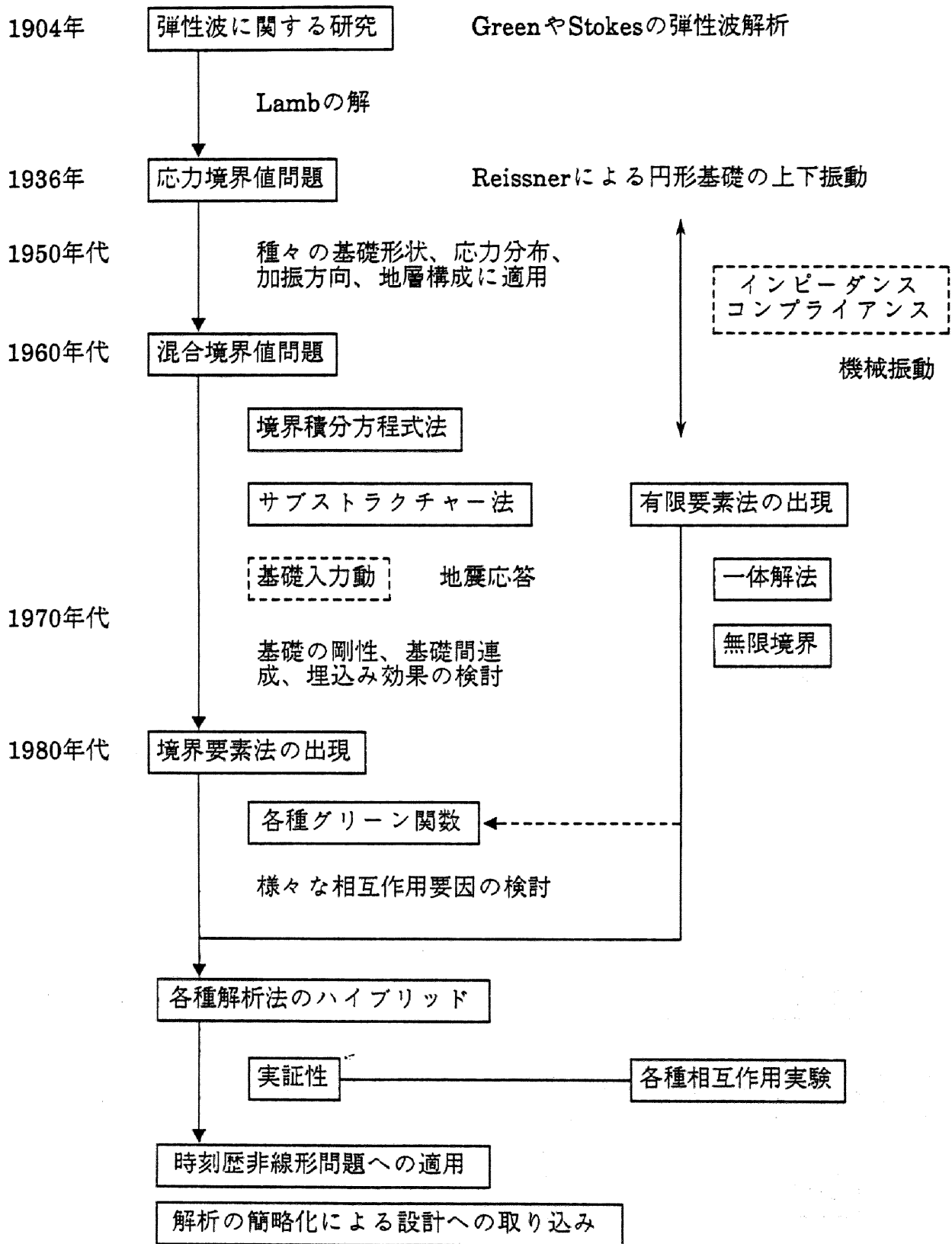
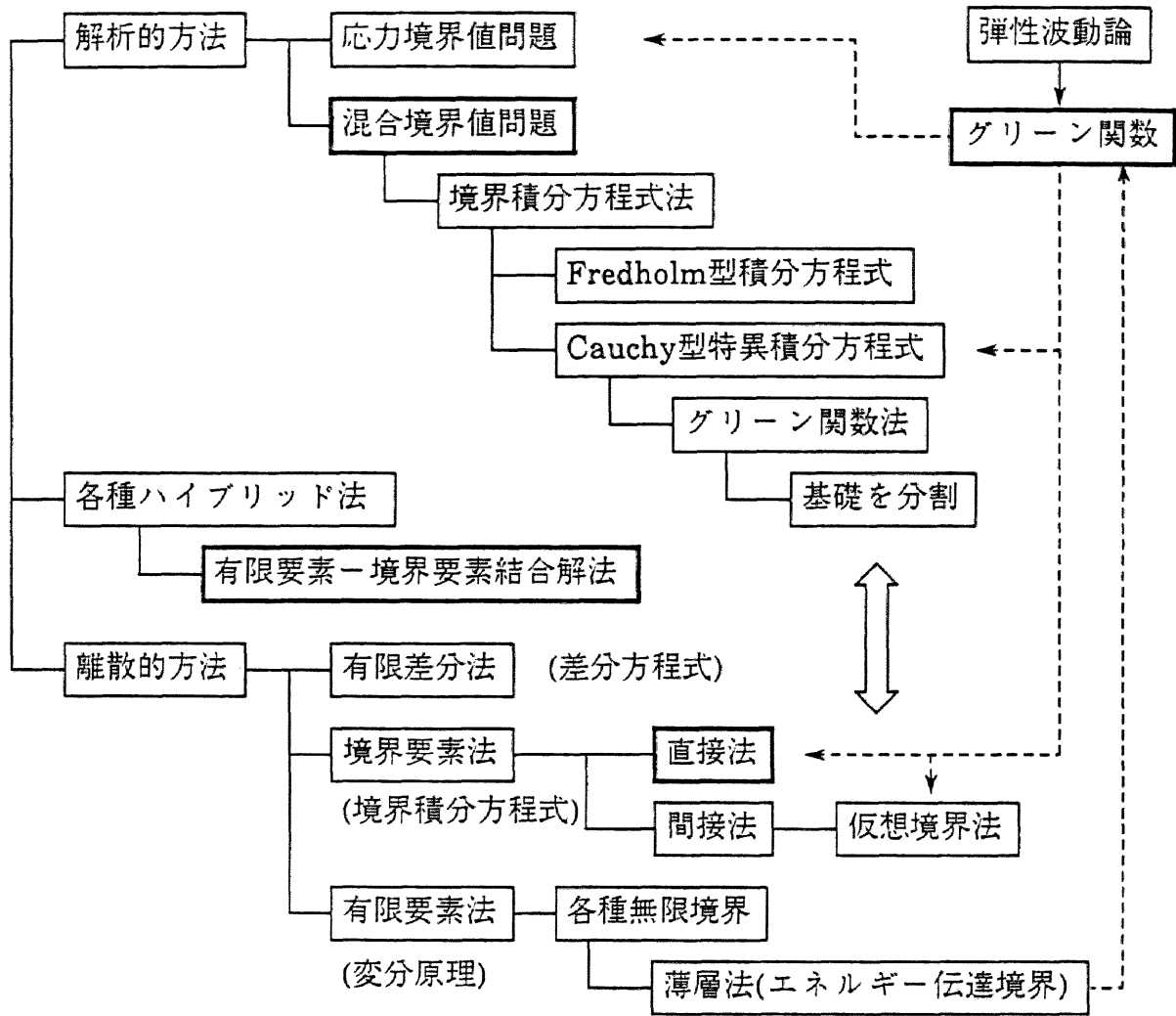
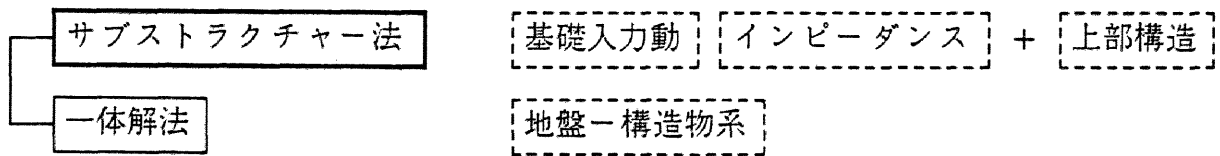


図-1.3 相互作用研究の歴史的経緯

連続体の表現



解析の手順



解析の場

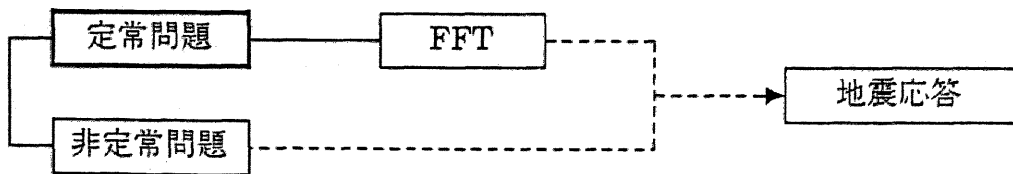


図-1.4 相互作用問題の解析方法の整理

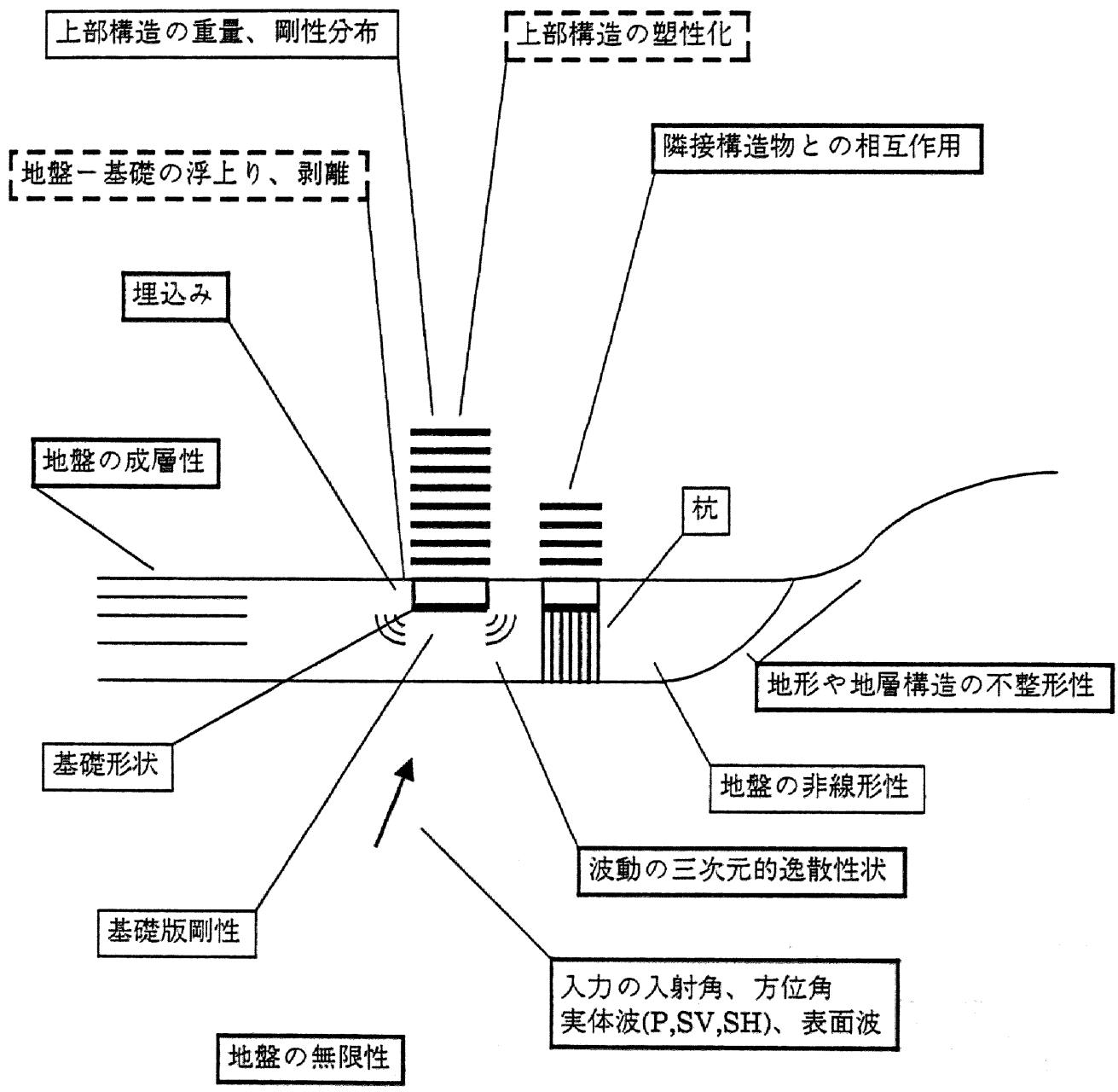


図-1.5 相互作用問題の解析対象の整理

1.2 動的相互作用問題の既往の研究

Love¹⁾によれば動的相互作用問題に関する研究は1800年代のGreenやStokesによる弾性波の研究に溯ることができる。当初は、実体波の伝播問題が研究の対象とされたが、その後、RayleighやLoveによって表面波の存在が明らかにされた。このような弾性波の問題から動的相互作用問題へと橋を渡したのが、1904年に発表されたLamb²⁾の研究である。かれは、動的相互作用問題の基礎とも言える動的Boussinesq問題の解を誘導し、半無限弾性体の波動伝播性状を考察した。

動的相互作用問題を正面から解析的にとらえたのは1930年代のReissnerの研究³⁾が始まりである。Reissner³⁾は半無限弾性体上の円形基礎を対象に、上下方向等分布加振時の中心点変位を誘導し、機械基礎の応答について吟味した。これを嚆矢として、機械基礎振動を対象とした研究が応力境界値問題に基づいて拡大された。Sung⁴⁾が円形基礎について、Quinlan⁵⁾が円形基礎と帯基礎について、いくつかの応力条件下で上下振動問題を解析した。ここで採用されたのは、一様分布、放物線分布、静的な剛基礎の応力分布(Boussinesq分布)であり、とくにBoussinesq分布を採用したことは剛基礎を考える上で大きな前進であった。これらの研究に引き続いて、加振方向を水平や回転方向に拡張する試みや^{6~8)}、剛基盤上の弾性地盤に適用する試み^{7~9)}がなされた。剛基盤の存在は成層地盤を考える上での第一歩であり、成層構造に伴う共振現象が指摘されている。また、Bycroft⁸⁾は、変位の評価方法を基礎の中心点評価から重み付き平均評価に改善し、より現実的な評価法を提案した。田治見¹⁰⁾、Thomson and Kobori¹¹⁾、小堀ら^{12~15)}は基礎形状を円形や帯基礎からより現実的な矩形基礎に広げた。田治見¹⁰⁾は、妹沢解¹⁶⁾を利用して地表面点加振解を求め、円形および矩形の基礎についてBoussinesq応力分布を仮定して上下・水平・回転加振解を誘導した。また、変位関数を指数関数近似して低振動数域で有効な近似解を示した。Thomson and Kobori¹¹⁾は、上下振動問題を対象に矩形基礎の変位関数の解析的な表現を試みた。その後、他の加振方向¹²⁾、剛基盤上の弾性地盤^{13~14)}、粘弾性地盤¹⁵⁾に対しても適用されている。

以上の研究はいずれも基礎下の応力分布を仮定した応力境界値問題として解析されているが、より厳密な混合境界値問題としての解析はReissner and Sagociの研究

17)が端緒となっている。かれらは半無限地盤上の円形基礎のねじれ加振問題を偏球面座標を利用して厳密に解き、ねじれ振動時にはS波しか発生しないことを示した。しかし、ねじれ以外の振動問題は解析的取扱いが格段に難解になるために、混合境界値問題としての解析はAwojobi and Grootenhuisの研究¹⁸⁾までしばらく間をおいた。Awojobiら¹⁸⁾は半無限地盤上の円形基礎の上下およびねじり振動、帯基礎の上下および回転振動を対象として、Relaxed条件の下で混合境界値問題を解析した。ここでは、境界条件を双積分方程式で表現し、第2種Fredholm型積分方程式に置換して級数展開を利用することにより、低振動数で有効な数値解が示されている。同様な積分方程式法に基づく研究は、円形基礎の上下振動に対してRobertson¹⁹⁾により、円形および帯基礎に対してShah²⁰⁾により、帯基礎に対してKarasudhiら²¹⁾により行われている。

積分方程式を解析的に解く立場に対して、基礎を微小要素に分割して剛基礎の条件を離散的に導入する解析方法が、Lysmer²²⁾やElorduyら²³⁾によって提案された。Lysmer²²⁾は、半無限地盤上の円形基礎をいくつかの同心円リング基礎に分割し、各基礎を等分布荷重と仮定して力-変位関係を求め、これから連立方程式を作成することにより剛基礎の上下インピーダンスを求めた。また、インピーダンスが等価なばね定数と減衰係数(ダッシュポット)で近似的に表すことができることを示し、その後の相互作用研究に大きな影響を与えた。Elorduyら²³⁾は、半無限地盤上の円形および矩形基礎を対象に、基礎を矩形要素に分割して上下および回転加振問題を解析し、アスペクト比の効果や基礎下の応力分布について検討した。ただし、基本解としてPekerisの過渡応答解²⁴⁾を用い、要素変位を要素中心加振時の要素端変位で代表させているので、解の精度は十分ではないと考えられる。このような離散的な扱いにより、任意形状の基礎に対する適用が可能となった。

以上の解析は、混合境界値問題とは言っても、加振方向に直交する応力成分をゼロと仮定したRelaxed条件の下で解析されている。Luco and Westmann²⁵⁾は、グリーン関数を用いることにより境界条件をCauchy型の特異積分方程式で表し、これをFredholm型の積分方程式に置換して選点方式の数値解法を適用した。これによって、半無限地盤上の帯基礎をBonded条件の下で解いた。ただし、厳密解はポ

アソン比が0.5の場合のみであり、他は支配項のみを考慮した近似解となっている。同様の試みはOien²⁶⁾によってもなされている。なお、Oienは、Thau²⁷⁾によるサブストラクチャー法の概念を適用することにより入射波に対する応答についても言及している。円形基礎に関しては、相変わらずRelaxed条件の下でしか解析されなかったが、Luco and Westmann²⁸⁾やVeletsos and Wei²⁹⁾によって高振動数域まで適用可能な解が示され、水平一回転連成項に関する検討も行われた。ただし、連成項はRelaxed条件下の重み付き平均変位から導かれているので、水平一回転連成項と回転-水平連成項とは一致してしていない。なお、Lucoらの研究は弾性二層地盤にも適用され³⁰⁾、基盤層の影響は上下加振時に大きく回転加振時には小さいことが指摘された。

Bonded混合境界値問題として円形基礎や矩形基礎を解析した例としては、Lysmer²²⁾やElorduy²³⁾の方法を適用したWong and Lucoの研究³¹⁾がある。Wongらは、半無限地盤上の円形・矩形基礎および穴あき基礎を対象に、基礎を矩形要素で離散化し、Tomson and Koboriの解¹¹⁾を利用することにより、全ての方向のインピーダンスを示した。Lysmer²²⁾やElorduy²³⁾と異なるのは振動方向と直交する方向の変位をゼロとおいている点である。これによって、任意形状剛基礎の解析が可能となった。この研究は弾性二層地盤にも適用され³²⁾、正方形基礎のインピーダンス関数の数表が多くのパラメータに対して示された。なお、この解析で用いられた基本解はLuco and Apsel^{33~34)}による多層地盤の地中点加振解である。

ここで、相互作用解析によく用いられるグリーン関数について言及する。地表面上の加振解に関してはLamb²⁾による解が端緒となり、その後いくつかの応力条件や地盤条件に対して解析が行われてきた^{3~15)}。小林³⁵⁾は、田治見の点加振解を対象に、変形ハンケル関数なる新しい関数を用いて無限積分を有限化する試みをした。地盤内部加振問題に関しては、解析例が少なく、半無限弾性地盤を対象とした松岡・八幡の解^{36~38)}がよく用いられている。松岡・八幡は動的ガラーキンベクトルに基づく斉次解と、全無限解の鏡像解による非斉次解を用いて境界条件を満足させている。この研究は剛基盤上の弾性地盤^{39~40)}や弾性二層地盤⁴¹⁾にも適用されている。平沢⁴²⁾は、Haskelの伝達マトリクス法⁴³⁾を拡張して層間マトリクスと層境界

マトリクスを導入することにより多層地盤の地中点加振解を求めた。Luco and Apsel³³⁻³⁴⁾も同様の問題について、被積分関数を一般化等過係数と一般化反射係数で分解し、反復解法により解を効率的に求める手法を提案している。ただし、内部減衰が存在することが前提となっている。一方、地盤を連続体として厳密に解析していく立場に対して、有限要素的な概念を導入してグリーン関数を求める試みが、Kausel and Peek⁴⁴⁾やTajimi and Izumikawa⁴⁵⁾により行われている。かれらは、水平方向には連続体として、深さ方向には線形の有限要素として地盤をモデル化し、固有値解析を利用して多層地盤の離散的なグリーン関数を求めている。ただし、深さ方向の無限性が十分に考慮されていない。

前述のごとく地表面上の単独剛基礎に関しては平行成層地盤も含めて多くの問題が解析されてきた。しかしながら、現実の構造物—地盤系はこのような理想状態にあることは稀であり、基礎の剛性、埋込み、隣接構造物の存在などによって、構造物の動特性は大きな影響を受ける。これらの影響因子に関する検討も多くなされているので、以下に示す。

応力境界問題や混合境界値問題として扱うことは、各々基礎の剛性を無視することと無限大にすることに相当する。初期の混合境界値問題の研究で指摘されているように、両者の解にはかなりの差異が認められており、現実の基礎を扱う場合には基礎版の剛性に関する検討が必要となる。このような観点にたつて基礎の剛性に着目した研究には、Iguchi⁴⁶⁾や小林⁴⁷⁾などの研究がある。これらは、基礎を小要素に離散化して各要素間の力—変位関係を地表面加振解から誘導し、地盤の剛性マトリクスを作成する方法であり、Lysmer²²⁾やElorduy²³⁾の研究の延長線上にある。Iguchi⁴⁶⁾は大型振動台基礎を対象に弾性基礎を曲げ梁で、小林⁴⁷⁾は原子炉建屋を対象に弾性基礎および上部構造を三次元有限要素でモデル化し、これらの剛性マトリクスに地盤の剛性マトリクスを加算して解析を行っている。また、Iguchi and Luco⁴⁸⁾は地表面上の矩形基礎について基礎剛性に関する詳細な検討を行った。

現実の構造物は多くの場合埋込みを有しており、この影響は無視できないことが実証結果などから指摘されている。しかしながら、埋込みを考慮した解析は取扱いが煩雑となるので厳密な解析が難しく、当初は何らかの近似的な工夫がなさ

れていた。Tajimi⁴⁹⁾は、基盤に支持された埋込み円筒形基礎を対象に、表層の上下変位を無視することにより水平地震入力時の応答を求め、観測記録との比較を行った。その後、この方法は三浦⁵⁰⁾によって箱型基礎の問題に適用された。Novak and Beredugo⁵¹⁾は、基礎直下の地盤を半無限地盤地表面ばねで、基礎側面地盤をBaranov⁵²⁾による平面歪場の円形剛基礎のばねで代表させることにより、埋込み基礎の上下インピーダンスの簡易な評価法を提案した。この方法は水平および回転振動問題についても適用された⁵³⁾。このような考え方は市川ら⁵⁴⁾によって埋込み構造物の地震応答解析にも適用され、原子力発電施設の耐震設計モデルの一つとして用いられている。

このような近似的手法に対して、Ohsaki⁵⁵⁾は、静的問題ではあるが、任意形状の埋込み剛基礎を対象に、これを離散化しMindlin解を用いて各要素間の力-変位関係を求めることにより静的インピーダンスを誘導した。これは、Lysmer²²⁾やElorduy²³⁾の研究の埋込み版ともいえる研究である。

Luco⁵⁶⁾は、半無限地盤に埋込まれた半球剛基礎のねじれインピーダンスとSH波に対するねじれ基礎入力動を、球座標系の固有関数展開法を用いて誘導した。しかし、この方法は難解であることから、二次元場の半円形基礎や半楕円形基礎に解析対象が限られ、入射波もSH波に限定されている^{57~59)}。

任意形状の埋込み剛基礎が厳密に解析されるようになったのは、境界要素法の出現に待つ。境界要素法は境界積分方程式法やグリーン関数法に源を持っており、Brebbiaら⁶⁰⁾により一般化された。これは、変位と応力を直接用いる直接法と、ソース分布を介して変位と応力を表現する間接法とに分類される。相互作用問題に最初に境界要素法を適用したのはDominguez and Roesset⁶¹⁾であり、直接法を用いて半無限地盤に埋込まれた矩形剛基礎のインピーダンスを求めた。基本解として全無限解を使用しているため、地表面の応力境界条件を満足させるために基礎-地盤境界以外にも境界要素を用いている。かれらは、矩形剛基礎の基礎入力動についても境界要素法を用いた解析結果を示している⁶²⁾。同様の解析は、Maeda⁶³⁾、武藤ら⁶⁴⁾、Tohdoら⁶⁵⁾によっても行われている。間接法の一つである仮想境界法を用いた研究としては、二次元半無限地盤に埋込まれた剛基礎の面内振動問題を対象としたKoboriらの研究⁶⁶⁾、三次元多層地盤に埋込まれた円筒形剛基礎をLuco and

Apselの解^{33~34)}を用いて解析したApsel and Lucoの研究⁶⁷⁾がある。また、Mita⁶⁸⁾は解の唯一性の定理を利用して、Luco and Apselの解^{33~34)}を用いた仮想境界法と有限要素法とのハイブリッド法により多層地盤に埋込まれた剛基礎の解析を行った。

隣接構造物との相互作用問題に関しては、二次元面外問題として複数の半円球基礎にSH波が入力する問題を扱ったLuco and Contesseの研究⁶⁹⁾に端を発している。この問題は水野⁷⁰⁾によっても解析された。また、小堀ら⁷¹⁾はVoigt型粘弾性一層地盤上の複数基礎について小堀ら¹⁴⁾の解の重み付き平均変位を用いることにより水平自由度のみを考慮した基礎間連成解析を行った。また、同様な考え方で多賀ら⁷²⁾が半無限地盤上の基礎について報告している。Kobori⁷³⁾らは田治見ら⁷⁴⁾による軸対称薄層要素法を用いて円筒基礎の基礎間連成解析を行った。また、中村⁷⁵⁾は第二種Fredholm型積分方程式をChebyshev多項式展開することにより混合境界値問題として二次元双設地表面基礎の応答を求めている。その後、境界要素法の出現に伴って、川瀬ら⁷⁶⁾、吉田ら⁷⁷⁾が矩形の地表面および埋込み双設基礎のインピーダンスおよび基礎入力動について詳細な解析を行っている。Wongら⁷⁸⁾は、二層粘弾性地盤上の任意形状複数剛基礎を対象に、Luco and Apselの解^{33~34)}を用いて積分方程式を離散化し、多項式展開を用いて反復計算を行うことにより効率的に基礎間連成解析を行う方法を示した。また、Linら⁷⁹⁾は、軸対称薄層要素法と三次元有限要素法を組み合わせた解析を行っている。

一方、有限要素法を用いた相互作用解析も数多く行われている。Lysmerら⁸⁰⁾が提案した粘性境界が嚆矢となって、有限要素法による相互作用解析が盛んに行われるようになった。Lysmerら⁸⁰⁾は地表面上の円形基礎の上下振動問題を対象に、Urlich and Kuhlemeyer⁸¹⁾は円筒形埋込み基礎の水平・回転連成問題を対象に、粘性境界を周囲に設けた軸対称有限要素法を用いて解析した。しかし、粘性境界は境界に垂直に入射する波には有効であるが、それ以外の波に対しては完全な無限境界ではない。このような観点から、Lysmerら⁸²⁾が二次元場の面内および面外問題に対するエネルギー伝達境界を提案した。これは、深さ方向に離散化されてはいるが、水平方向の無限性を完全に表現できる境界であり、有限要素法にとって画期的な研究である。これと同時期に、Waas⁸³⁾、Kauselら^{84~85)}、田治見ら⁷⁴⁾、清水ら

86)が、二次元および軸対称問題について同様の研究を発表し、埋込み基礎などの動特性について検討している。但し、田治見ら⁷⁴⁾、清水ら⁸⁶⁾は薄層法と称している。このエネルギー伝達境界は、下端条件が剛であること、二次元および軸対称問題に限られており三次元有限要素法にはそのままでは適用できないこと、などに問題がある。下端境界についてはその後これを改良した研究もなされている^{87~88)}。Lysmerら⁸⁹⁾はエネルギー伝達境界を利用した二次元有限要素プログラムLUSHを開発し、その後、擬似三次元有限要素プログラムFLUSH⁹⁰⁾や、軸対称有限要素プログラムALUSH⁹¹⁾を開発した。とくに、プログラムFLUSHは相互作用解析に最もよく用いられているプログラムであり、Hwangら⁹²⁾が提案した三次元的波動逸散効果を表す面外粘性境界を二次元有限要素法に取り入れたものである。

これらの研究とは全く異なる手法で相互作用問題に有限要素法を適用した例にDay⁹³⁾の研究がある。かれは、反射波が戻ってこない位置まで有限要素でモデル化し、基礎に衝撃力を与えたときの解を時間領域で陽的に求め、これをフーリエ変換することによって振動数領域のインピーダンスを求めた。しかし、大次元のモデル化が必要なことから、その後は研究が継続されていない。また、Guptaら⁹⁴⁾はウインクラー型の境界マトリクスを同定する方法を取り入れた軸対称有限要素プログラムHASSIを開発した。Dasgupta⁹⁵⁾は地表面加振のカー変位関係を用いて埋込み基礎を扱うことのできるサブストラクチャー消去法を提案している。Lysmerら⁹⁶⁾は軸対称エネルギー伝達境界と三次元有限要素法を容積型のサブストラクチャー法で結合し、プログラムSASSIを開発している。Nakaiら⁹⁷⁾は拡幅土柱を用いた簡易的な無限要素をとりつけた三次元有限要素プログラムを示している。

以上は、主に慣性の相互作用の観点から既往の研究をレビューしてきたが、以下では入力相互作用という観点で既往の文献を見直してみる。山原⁹⁸⁾は十勝沖地震の余震記録から地動と観測記録の関係を調べた結果、基礎は地動と同位相同振幅では振動せず波長が短いほど両者の差が大きいことを認め、これを入力損失と称し、入力相互作用の重要性を指摘した。この入力相互作用を解析的に検討した例としては、Luco⁵⁶⁾やTrifunac⁵⁸⁾が行ったSH波に対する二次元面外場の半円球基礎の解析がある。その後、井口⁹⁹⁾が三次元地表面基礎の近似解法を示した。また、

Koboriら¹⁰⁰⁾やLuco¹⁰¹⁾が積分方程式法により地表面円形基礎にSH波が入射したときのねじれ振動問題を厳密に解いた。埋込みを考慮した解析としては、SH波に対する二次元半円球または半楕円基礎の応答を求めた例^{58~59)}がある。有限要素法により離散的に入射波問題を解析した例としては、Kauselら¹⁰²⁾による解析があり、入力損失効果を幾何学的相互作用(Kinematic Interaction)と称した。Dominguezは⁶²⁾埋込み矩形基礎の問題を境界要素法を用いて、Wong and Luco¹⁰³⁾は半無限地盤上の矩形基礎の問題を境界積分方程式を離散化する方法を用いて、P波、SV波を含めた解析を示した。埋込み基礎については、Iguchi¹⁰⁴⁾がインピーダンスが既知であることを前提に重み付き平均を用いて近似的に求める方法を、Lee and Trifunac¹⁰⁵⁾が半球基礎に実体波が入力する問題を近似的に求める方法を示している。また、Luco and Wong¹⁰⁶⁾は多層地盤に埋込まれた基礎の入射波問題を間接法を用いて解析している。

このような入射波問題は加振問題と組み合わせてサブストラクチャー法の考え方を導入することにより、構造物の応答に結び付けられる。動的相互作用問題に最初にサブストラクチャー法の考え方を適用したのはThau²⁷⁾であり、散乱問題と逸散問題に分けて相互作用問題を考えることができることを示した。その後、Lucoら¹⁰⁷⁾、Bycroft¹⁰⁸⁾、Luco¹⁰⁹⁾、Wolf¹¹⁰⁾、中井ら¹¹¹⁾、Luco¹¹²⁾が様々な観点でサブストラクチャー法を体系化している。とくに、Wolf¹¹⁰⁾、中井ら¹¹¹⁾、Luco¹¹²⁾は、サブストラクチャー法を利用することにより種々の方法で構造物の応答を求めることができることを示し、解析方法の選択に広がりを持たせた。また、吉田ら¹¹³⁾は、入射波問題と加振問題の基本物理量をヒルベルト変換を用いて関連づけた。

以上に述べてきた解析的な研究に対して、相互作用問題を近似的に扱おうとする研究がある。Lysmer²²⁾は、半無限地盤上の円形基礎の上下インピーダンスを静的ばね定数と粘性減衰係数で近似的に表すことができることを示した。この研究はHall¹¹⁴⁾に引き継がれ、円形基礎の水平および回転インピーダンスについてBycroft⁸⁾の結果に適合するばね定数と粘性減衰係数を導いた。同時期に、山原¹¹⁵⁾は波動リアクタンスと称する粘性減衰係数とばね定数を用いた近似式を示している。Meek and Veletsos¹¹⁶⁾は基礎にダッシュポットを介して取りつけた質点を導

入ることにより、より適合度のよい近似解を示している。この考え方は、Wolf and Somaini¹¹⁷⁾によって一般化され、埋込み基礎にも適用されている。また、Graffar-Zadeh and Chapel¹¹⁸⁾は、構造物—地盤系の固有振動数の近似式を用いて固有振動数位置でのばね定数と粘性減衰係数を求める方法を示した。これらはいずれも既往の解析解に適合するように定められた近似式であるので、経験的な側面を持っており、対象とする基礎も限定されている。また、インピーダンスに対する近似式しか得られておらず、基礎入力動に関する近似解法は示されていない。

一方、動的相互作用解析の実証を目的として、数多くの相互作用実験が報告されている。近年の報告例だけでも、水野と飯場^{119~120)}による一連の基礎—杭—地盤系の振動台実験、松島ら¹²¹⁾による埋込み基礎—地盤系の振動台実験、秋野ら¹²²⁾による原子炉建屋の縮小模型試験、篠崎¹²³⁾による模型試験、Ishida¹²⁴⁾によるブロック起振試験などがある。また、既往のブロック起振試験結果を整理し、地盤の逸散減衰効果の実験式を求めた丹羽¹²⁵⁾の研究がある。

最後に、本論文に関連する二次元問題を扱った研究と、二次元問題と三次元問題の差異について検討した研究について補足する。これまでに触れなかった二次元面内問題の研究としては、水平方向の座標軸に関するフーリエ逆変換にFFTを利用したGazetasら¹²⁶⁾の方法、Lysmer²²⁾のリング法の二次元版とも言うべきHryniewicz¹²⁷⁾の方法がある。また、二次元問題と三次元問題の差異について検討した研究としては、Kausel¹²⁸⁾、Luco and Hadjian¹²⁹⁾、Jakub and Roesset¹³⁰⁾がある。いずれも、二次元問題の解は三次元問題の解に比較して逸散減衰を大きめに評価し、応答結果を危険側に評価する傾向があることを指摘しており、二次元解析の限界を示している。このような観点で、前出の擬似三次元解析⁹²⁾が提案されたが、残念ながらその有効性について検討した研究は見られない。

なお、動的相互作用ばねに関する既往の研究はRichartら¹³¹⁾やGazetas¹³²⁾が詳細にレビューしている。

1.3 研究の目的と概要

(1) 研究の目的

近年の解析技術の進歩により、構造物—地盤の相互作用問題の適用範囲は格段に拡大した。しかしながら、現在の計算機の進歩を持ってしても、現実の構造物—地盤系が内在している複雑さを考慮した解析は、解析時間や解析容量などの制約により未だ困難であるといつてよい。有限要素法の場合には解析自由度が、境界要素法の場合には複雑な系の表現が制約となっており、これらを組み合わせたハイブリッド法によっても三次元の系を忠実にモデル化することは稀である。したがって、地盤の複雑さを考慮する場合には擬似三次元有限要素プログラムFLUSH⁹⁰⁾が多用されているのが現状である。この考え方は格子型モデル¹³³⁾にも取り入れられている。擬似三次元解析の多用により、いわゆる擬似三次元効果の適用性についての検討の重要性が認識されるようになったが¹³⁴⁾、残念ながら検討結果は皆無である。この一因は、擬似三次元効果が離散解法にのみ導入されているために、付加因子が多く解析的な検討が不可能であることによる。このような観点に立って、本論では、支配方程式に速度比例型減衰として擬似三次元効果を解析的に導入して擬似三次元場のグリーン関数を新たに誘導し、境界積分方程式法に立脚した境界要素解析を行うことにより擬似三次元効果を解析的に検討する。検討はインピーダンス、基礎入力動および構造物応答を、二次元、三次元解析結果と比較することにより行う。したがって、構造物応答のみならず、慣性の相互作用と入力との相互作用の各々に対して擬似三次元効果を検討することができる。これにより、従来は不明確であった擬似三次元解析の適用性、適用上の留意点を明確にする。

本論文のもう一つの目的は、簡易な相互作用解析法を導出することである。現在の一般建築物の耐震設計に相互作用効果が取り入れられていない原因の一つは、一般設計技術者にとって相互作用解析が余りにも煩雑であり、簡易な設計式がないことにあると考えられる。インピーダンスの近似式に関しては数多くの提案がされているが^{10), 22), 114~118)}、その多くは既往の解析解に適合するように定められた半経験的な近似式であり、厳密解が存在しない問題には適用が難しく、地表面基礎に限ったものが多い。また、他の重要な相互作用因子である基礎入力動に関しての

近似解法は皆無であるといつてよい。一方、上述の擬似三次元効果の検討から、速度比例型減衰が半無限地盤かつ単独基礎の場合に有効であることが明らかとなった。そこで、この速度比例型減衰を一次元土柱に適用した擬似三次元土柱を考え、埋込み基礎の周囲に擬似三次元土柱を配することにより、非常に簡易にインピーダンスを求めることのできる方法を提案する。また、サブストラクチャー法の概念を適用することにより、基礎入力動を概算する方法についても提示する。この近似解法は従来の考え方とは全く異なるものであり、経験的な洞察を必要としないこと、基礎入力動を含めて計算できることに特徴がある。

(2) 研究の概要

以下に本論文の概要を示す。まず、第1章では、相互作用問題の現状について概説した後に、既往の相互作用研究のレビューを行い、本論文の目的と位置づけを明確にする。

第2章では、本論文の前半で行う擬似三次元境界要素解析に必要な解析理論を示す。その内容は、擬似三次元解析の支配方程式の導出、境界要素法の定式化、境界要素解析に必要なグリーン関数と入反射波場の誘導である。境界要素法の定式化に際しては、擬似三次元境界要素法特有の注意点を明確にするとともに、今後の研究の展開を考慮して、有限要素法とのハイブリッド法や時刻歴非線形問題への適用方法について触れ、境界要素法の定式化に基づくサブストラクチャー法の整理についても言及する。また、擬似三次元場の支配方程式に基づいて、擬似三次元グリーン関数を新たに誘導する。

第3章では、第2章で定式化された解析理論の検証を行う。まず、既往の二次元インピーダンスの解析解と比較を行う。つぎに、有限要素解析結果とインピーダンスおよび基礎入力動を比較する。さらに、二次元円形谷の既往の解析解と比較し、入射波解析の検証を行う。また、このような解析的な検証のほかに、半楕円形の沖積谷で得られた地震観測結果を有限要素-境界要素結合解法でシミュレーションすることにより、解析手法の実証性を検討する。

第4章は、本論文の前半の主要部分であり、擬似三次元解析の有効性をパラメータスタディにより検討する。検討は擬似三次元場のインピーダンス、基礎入力動および剛基礎の応答を二次元および三次元解析結果と比較することにより行い、動的相互作用問題の主要な影響因子である埋込み効果、基礎間連成効果、成層効果に対する速度比例型減衰の影響を調べる。これから、半無限地盤かつ単独基礎の場合には擬似三次元解析が非常に有効であるが、基盤や隣接構造物の影響が過小評価される傾向があることが明らかとなった。また、擬似三次元効果はインピーダンス実部を増加させ三次元解に近づけることにより生じることが示された。

第5章では、擬似三次元解析結果の特徴を説明する。まず、擬似三次元場で基盤や隣接構造物の影響が過小評価されることを、波動逸散性状を検討することによって明確にする。地表に有限長線加振が作用するときの地盤内の波動伝播エネルギーを求め、二次元および三次元結果と比較することにより、擬似三次元場では加振点から離れた位置の影響が小さく評価されることを示す。つぎに、速度比例型減衰の存在がインピーダンス実部を増加させることについて、簡易なモデルにより数式的に説明する。一次元土柱に速度比例型減衰を導入することにより、実部と虚部に分離された陽な形のインピーダンスを示す。これから、速度比例型減衰が実部を増加させること、低振動数域で虚部を増加させることが解析的に説明される。

第6章では、擬似三次元土柱による相互作用解析の近似解法を示す。第4章における擬似三次元効果の検討の結果、半無限地盤に埋込まれた単独基礎の場合には擬似三次元解析が有効であることが確認された。そこで、この効果を一次元土柱に適用し、一次元釣合方程式に速度比例型減衰を導入する。これを解くことにより複素インピーダンスを陽な形で求め、ばね定数と粘性減衰係数の形に定数化する。このようにして得られた擬似三次元土柱の簡易ばねを、埋込み基礎の底面および側面部に取り付けることにより、簡易的にインピーダンスを求める。さらに、動的サブストラクチャー法の特徴を利用して、ばねと三角関数で表される半無限地盤の自由地盤応答から、基礎入力動を簡単に求める方法を示す。本近似解法の有効性と適用範囲は、三次元境界要素法による結果と比較することにより示される。

第7章は結論であり、本論文で得られた成果を要約して示す。

第2章 擬似三次元境界要素解析の解析理論

擬似三次元解析はHwangら⁹²⁾によって提案され、その後Lysmerら⁹⁰⁾により地震応答有限要素プログラム「FLUSH」に導入された概念である。これは、二次元平面歪場で三次元的な逸散性状を模擬するために、モデル直交方向に粘性境界を設けて、構造物から面外方向に逸散する波動をせん断波(S波)として吸収しようとする試みである。この考え方は以下に示す通りである。図-2.1に示すように、構造物に平面S波が方位角を有さずに入射する問題を想定すると、構造物および地盤の応答は振動方向面内の動きが支配的となる。しかし、三次元場では、この振動面におけるエネルギーは面外方向にも逸散する。この特質を生かして、構造物-地盤系を二次元場でモデル化し、地盤両側にS波を逸散させるために粘性境界を設けて、二次元場に三次元的な波動逸散効果を取り入れたのが擬似三次元解析である。

ただし、粘性境界を仮定することは面外方向に微小面積の半無限一次元土柱が無数個取り付いていることに相当する。したがって、三次元的な波動逸散とはいっても面の法線方向に進む波動しか考慮しておらず、これらの一次元土柱は互いに拘束されないウインクラ-型のモデルとなっている。また、三次元場では振動面に直交する変位成分も励起されるが、これを無視していることとなる。

本章では、境界要素法を用いて擬似三次元解析を行う方法について記述する。二次元場の領域全体に粘性境界が取り付いていることは、速度比例型の粘性項を含む二次元粘弾性体を対象とすることに相当する。そこでこれに鑑み、支配方程式に速度比例型減衰を解析的に導入する。次に、境界要素法を用いて定常動弾性問題を解析する方法について記述する。境界要素法の定式化に当たっては、Bettiの相反定理から出発して境界積分方程式を誘導し、定常動弾性問題の境界要素法基本式の定式化、剛基礎を対象とする場合の解析方法、有限要素法との結合解法、時間領域の問題への適用方法、などといった一般的な定式化について検討し、相互作用物理量に関する有用な知見、擬似三次元解析特有の留意点などについても言及する。また、境界要素解析には基本解と入反射波の算定が必要になる。そこで、前述の支配方程式から擬似三次元場の基本解、および、半無限地盤あるいは剛基盤上に弾性層がある場合のグリーン関数を誘導する。また、平面SV波とP波に対して入反射波場の定式化を行う。

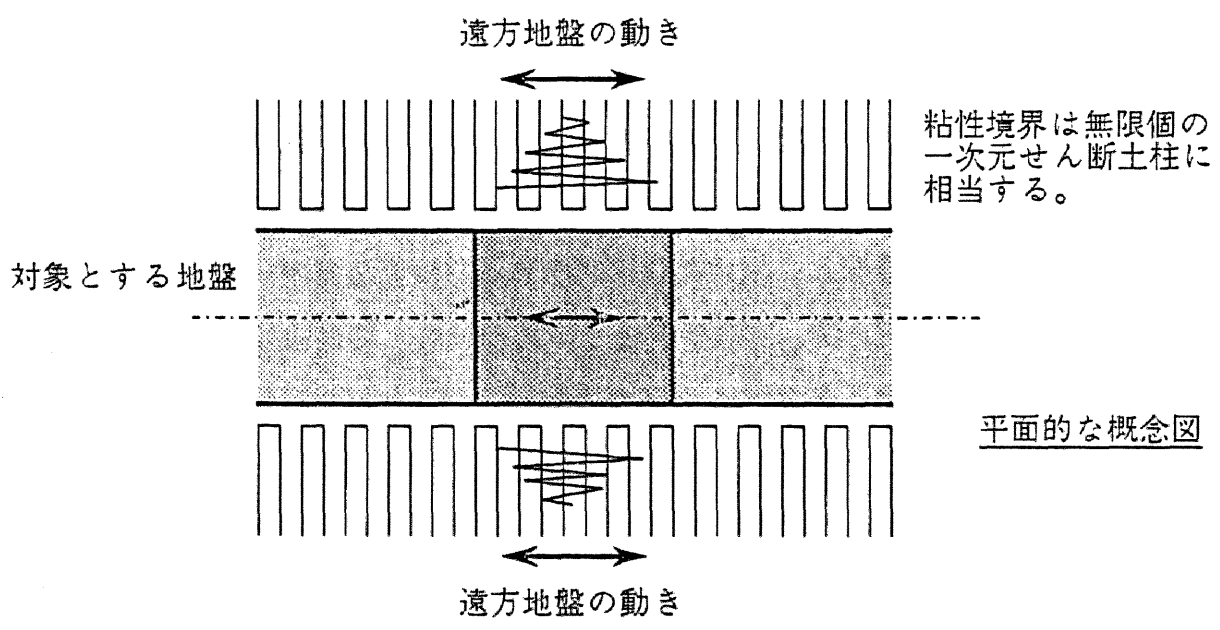
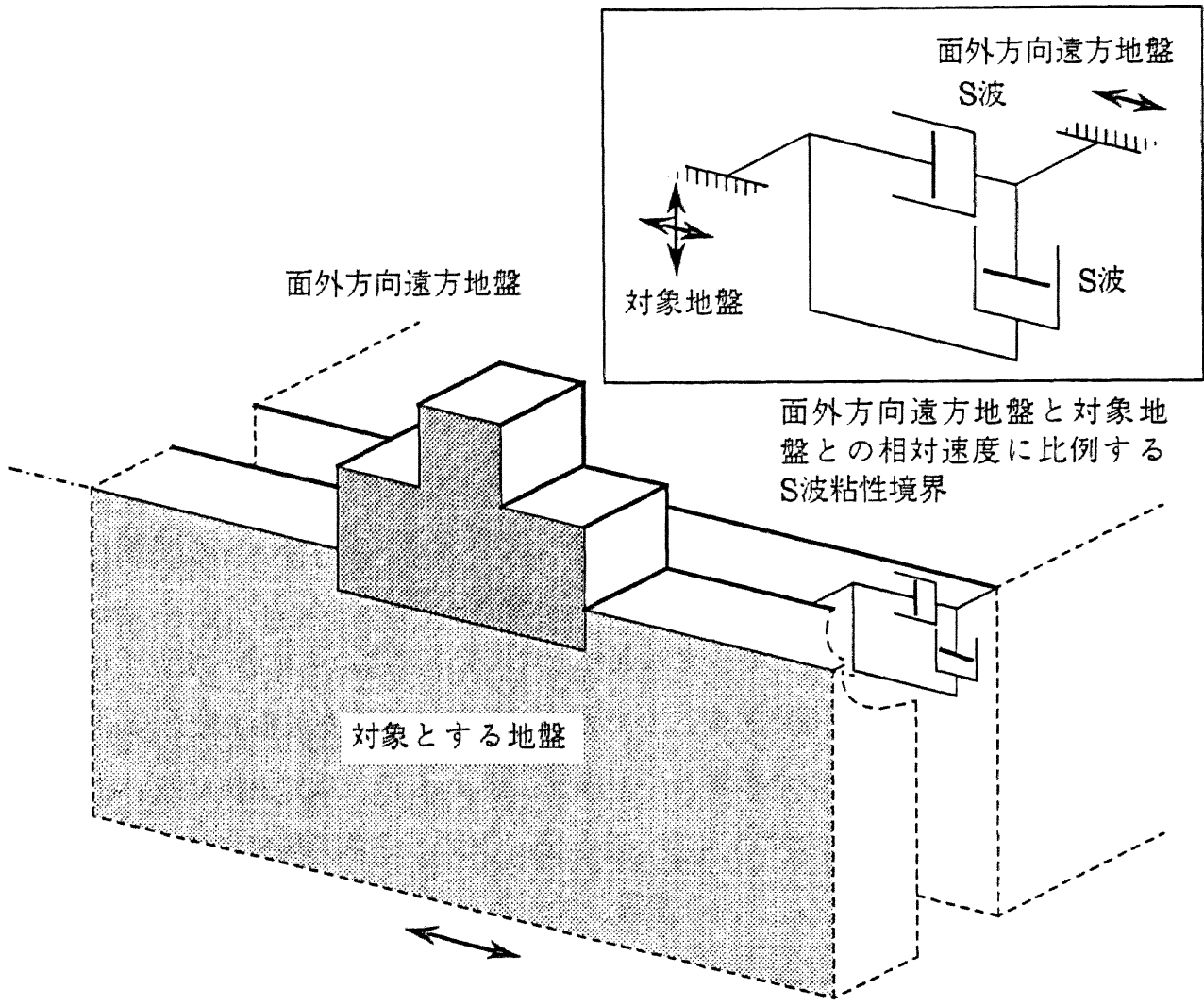


図-2.1 擬似三次元解析の概念図

2.1 支配方程式

擬似三次元解析における粘性境界は、図-2.2に示すように、対象とする領域の応答と面外遠方地盤の応答との相対速度に比例する力として対象領域に作用する。したがって、粘性境界は散乱波場に対してのみ有効であり、入反射波場については粘性境界の寄与を考える必要はない。また、対象領域全体に粘性境界が取り付いていることは、対象とする散乱波場が速度比例型の粘性減衰項を含む粘弾性体であることに相当する。一方、入反射波場にはこのような粘性減衰項は存在しない。このことは、擬似三次元解析を行う場合、散乱波場と入反射波場とが異なる場であることを示唆しており、通常の二次元および三次元解析と大きく異なる点である。

二次元および三次元解析の場合には、支配方程式は散乱波場と入反射波場共に共通であり、ベクトル表示すると以下のように示される。

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}^{I\text{ or }S} + \mu\nabla^2\mathbf{u}^{I\text{ or }S} - \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{u}^{I\text{ or }S} = 0 \quad \dots\dots(2.1)$$

ここに、 \mathbf{u} は変位ベクトルであり、上添字 S は散乱波場を、上添字 I は入反射波場を示す。また、 ρ は地盤の質量密度、 λ と μ はLaméの定数であり内部履歴減衰 h_D を考慮して複素数とする。

$$\mu = |\mu| \{(1 - 2h_D^2) + 2h_D i \sqrt{1 - h_D^2}\} \quad \lambda = |\lambda| \{(1 - 2h_D^2) + 2h_D i \sqrt{1 - h_D^2}\} \quad \dots\dots(2.2)$$

また、 ∇ はベクトル微分作用素であり下式で与えられる。

$$\nabla = \begin{cases} \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} & \text{(二次元の場合)} \\ \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} & \text{(三次元の場合)} \end{cases} \quad \dots\dots(2.3)$$

ここに、 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ は各々 x, y, z 方向の単位ベクトルである。

一方、擬似三次元解析の場合の支配方程式は、散乱波場に対しては、

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}^S + \mu\nabla^2\mathbf{u}^S - \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{u}^S - \eta\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{u}^S = 0 \quad \dots\dots(2.4)$$

と、入反射波場に対しては、

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla \cdot \mathbf{u}^I + \mu\nabla^2 \mathbf{u}^I - \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{u}^I = 0 \quad \dots\dots(2.5)$$

と示される。両式における微分作用素 ∇ は二次元解析の場合と同一である。(2.4)式中に現れる η が、粘性境界に伴って生じる速度比例型の粘性減衰係数であり、解析対象の奥行きを L (一般に構造物の奥行きが採用される)、地盤の複素せん断波速度の絶対値を V_S とすると、

$$\eta = \frac{2\rho V_S}{L}, \quad V_S = \left(\frac{|\mu|}{\rho}\right)^{1/2} \quad \dots\dots(2.6)$$

と表される。(2.6)式は、奥行き L の領域の両側に単位面積当たり ρV_S の粘性境界が取り付いているときの、単位奥行き当たりの粘性減衰係数に相当する。

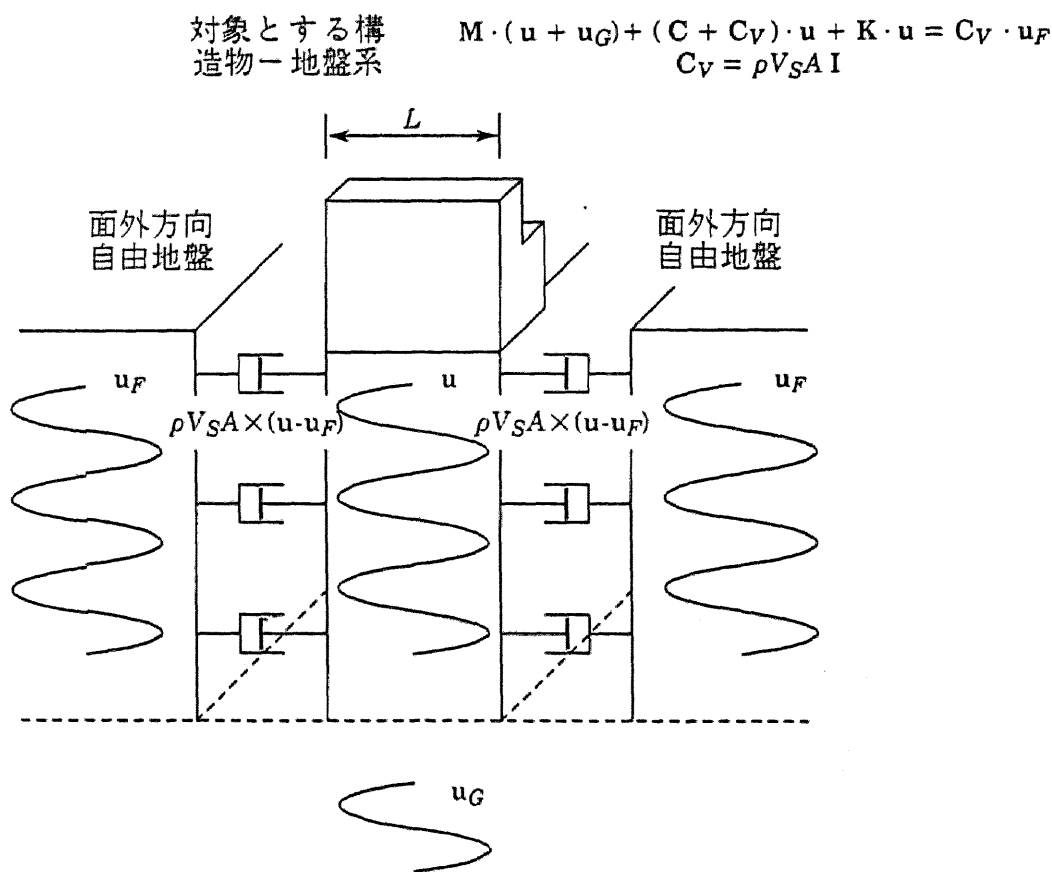
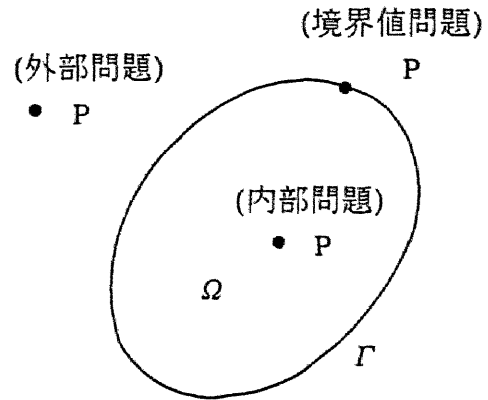


図-2.2 粘性境界の寄与

2.2 境界要素法の定式化

(1) 境界積分方程式の誘導

境界要素法の定式化に当たって、まず境界積分方程式を誘導する。ここでは、Bettiの相反定理に基づいた定式化を行う。Bettiの相反定理とはGreenの公式の物理的解釈を行ったものである。境界 Γ で囲まれた領域 Ω を対象とすると、Bettiの相反定理は、



$$\int_{\Gamma} \bar{q}_i \bar{u}_i d\Gamma + \int_{\Omega} \bar{b}_i \bar{u}_i d\Omega = \int_{\Gamma} \bar{q}_i u_i d\Gamma + \int_{\Omega} \bar{b}_i u_i d\Omega \quad \dots\dots(2.7)$$

と表される。ここに、 u_i, q_i, b_i は対象とする系の変位、表面力、物体力の i 方向成分であり、表面力 q_i は、応力 σ_{ij} と境界 Γ における外向き法線の方向余弦 n_i を用いて $q_i = n_i \sigma_{ij}$ と示される。また、 $\bar{\quad}$ で示された諸量は、対応する虚像空間の物理量である。ここでは、物体力として点Pに単位の集中荷重(デルタ関数)を受ける系を虚像空間とする。すなわち、想定した場の基本解を利用することに相当する。基本解については次節において誘導するが、次式のように求められたとする。

$$\bar{u}_i = u'_{ji} e_j \quad \bar{q}_i = q'_{ji} e_j \quad \dots\dots(2.8)$$

ここに、 u'_{ji}, q'_{ji} は点Pに j 方向に集中荷重が作用したときの領域 Ω 内の点における i 方向の変位および表面力であり、領域の支配方程式を満足する基本解である。デルタ関数の性質を利用し、かつ対象とする系に物体力が無い場合を対象とすると、(2.7)式からP点の変位 u_i^P が以下のように求められる。

$$C_{ij}^P u_i^P = \int_{\Gamma} u'_{ij} q_i d\Gamma - \int_{\Gamma} q'_{ij} u_i d\Gamma \quad \dots\dots(2.9)$$

ここに、 C_{ij}^P はデルタ関数の性質からP点の状態により求められる係数である。点Pが領域内部に有る場合には $C_{ij}^P = \delta_{ij}$ となつて、(2.7)式はBetti-Somiglianaの式に相当し、境界上の変位および表面力から内点の変位を求める式となる。点Pが領域の外部に存在する場合には $C_{ij}^P = 0$ となつて、Somiglianaの内部相反公式に相当する。本論で必要となる境界積分方程式は点Pが領域境界 Γ 上に存在する場合であり、

C_{ij}^P はP点近傍の境界形状によって決定される。境界が滑らかな場合には、 $C_{ij}^P = \delta_{ij}/2$ となってSomiglianaの境界積分方程式となる。なお、境界が滑らかではない場合には、Brebbiaら⁶⁰⁾により示されているように、剛体許容条件を用いることにより C_{ij}^P の値を決定することができる。これについては後に説明することとし、以後、点Pが境界上に存在するとして定式化を進める。なお、境界積分方程式をベクトル表示した結果を以下に示す。

$$C^P \cdot u^P = \int_{\Gamma} u' \cdot q \, d\Gamma - \int_{\Gamma} q' \cdot u \, d\Gamma \quad P \in \Gamma \quad \dots\dots(2.10)$$

(2) 境界要素法の基本式の誘導

定常動弾性問題を対象として境界要素法の定式化を行う。境界 Γ 上*i*点の散乱波場の境界積分方程式は、(2.10)式を適用することにより、

$$C^i \cdot u_i^S = \int_{\Gamma} u' \cdot q^S \, d\Gamma - \int_{\Gamma} q' \cdot u^S \, d\Gamma \quad \dots\dots(2.11)$$

とベクトル表示される。ここに、下添字*i*は*i*点の諸量であることを示す。(2.11)式は、境界 Γ 上を*N*個の境界要素で離散化することにより、

$$C^i u_i^S = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} u' \, d\Gamma q_j^S - \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} q' \, d\Gamma u_j^S \quad \dots\dots(2.12)$$

と表される。ここで、境界要素として一定要素を用いた場合には、

$$\begin{aligned} \bar{H}_{ij} &= \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} q' \, d\Gamma & H_{ij} &= \delta_{ij} C^i + \bar{H}_{ij} \\ G_{ij} &= \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} u' \, d\Gamma \end{aligned} \quad \dots\dots(2.13)$$

なる関係を、*M*次の高次要素を利用した場合には、内挿関数 N_k およびヤコビアン $|J|$ を用いて、

$$\begin{aligned} \bar{H}_{ij} &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M \int_{\Gamma_j} |J| N_k q' \, d\Gamma & H_{ij} &= \delta_{ij} C^i + \bar{H}_{ij} \\ G_{ij} &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M \int_{\Gamma_j} |J| N_k u' \, d\Gamma \end{aligned} \quad \dots\dots(2.14)$$

なる関係を用いる。これにより(2.12)式は、

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{u}^S = \mathbf{G} \cdot \mathbf{q}^S \quad \text{.....(2.15)}$$

とベクトル表示される。なお、境界の形状によって定まる係数 C_i は \mathbf{H} マトリクスの対角項を含めて、剛体許容条件を用いることにより求められる。領域全体が剛体的に変位した場合には表面力が発生しないので、 $\mathbf{H} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{0}$ が成り立つ。すなわち、 \mathbf{H} マトリクスの各行の成分の和がゼロとなる。したがって、 \mathbf{H} マトリクスの対角成分は、 \mathbf{H} マトリクスの非対角成分の和から求めることができる。

つぎに、実際の応答値 \mathbf{u} , \mathbf{q} は散乱波場と入反射波場の和であるので、

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^S + \mathbf{u}^I \quad \mathbf{q} = \mathbf{q}^S + \mathbf{q}^I \quad \text{.....(2.16)}$$

と表示することができる。なお、入反射波場の諸量は2.4節において定式化される。この関係を用いて(2.15)式を書き直すと、

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}^I - \mathbf{G} \cdot \mathbf{q}^I \quad \text{.....(2.17)}$$

が得られる。(2.17)式が以後で行う境界要素解析の基本式となる。

(3) 剛基礎のインピーダンスと基礎入力動の誘導

単独あるいは隣接して二つの剛基礎が存在する問題を対象として、インピーダンスと基礎入力動を誘導する。対象とするのは、図-2.3に示すように基礎半幅が B 、基礎奥行きが L 、埋込み深さが E の剛基礎とし、隣接基礎が存在する場合には基礎間中心距離を D とする。また、境界要素は一定要素を用いて離散化することとする。

本論では基本解として次節に示すグリーン関数を用いるので、既に地盤の境界条件を満足しており、境界要素は基礎-地盤境界部分のみに設ければよい。剛基礎の場合には、境界各点の変位 \mathbf{u} は剛基礎中心位置の変位 \mathbf{u}^0 と変換マトリクス \mathbf{T} を用いて、

$$\mathbf{u} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u}^0 \quad \text{.....(2.18)}$$

と表すことができる。二次元(擬似三次元)単独基礎の場合には、 \mathbf{u}^0 は水平・上下・回転の三自由度で、双設基礎では二つの基礎に関する六つの自由度で表される。一例として単独基礎の場合について変換マトリクス \mathbf{T} を示すと、

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ -z_1 & -x_1 & \cdots & -z_N & -x_N \end{bmatrix}^t \quad \text{.....(2.19)}$$

となる。ここに、 x_i および z_i は基礎下端中心を原点とする節点 i の x および z 座標を示す。さらに、要素長 l_i の境界要素の面積 (= $l_i L$) を対角項に含むマトリクス A を導入し、(2.17)式の両辺に $T^t \cdot A \cdot G^{-1}$ を乗じることにより、

$$K \cdot u^F = f^E + f^D \quad \text{.....(2.20)}$$

が得られる。ここに、 K は剛基礎のインピーダンスマトリクスであり、

$$K = T^t \cdot A \cdot G^{-1} \cdot H \cdot T \quad \text{.....(2.21)}$$

と、 f^E は外力ベクトルであり、

$$f^E = T^t \cdot A \cdot q \quad \text{.....(2.22)}$$

と表される。また、 f^D はドライビングフォースベクトルと呼ばれ、入射波をうけた時に基礎を空間的に固定するための力に相当する。これは、

$$f^D = T^t \cdot A \cdot (G^{-1} \cdot H \cdot u^I - q^I) \quad \text{.....(2.23)}$$

と表される。なお、(2.20)式において外力ベクトル f^E をゼロとして求められた変位 u^F は基礎入力動と呼ばれ、無質量剛基礎の応答となる。

$$u^F = K^{-1} \cdot f^D = [T^t \cdot A \cdot G^{-1} \cdot H \cdot T]^{-1} \cdot T^t \cdot A \cdot (G^{-1} \cdot H \cdot u^I - q^I) \quad \text{.....(2.24)}$$

地震入力を受けたときの構造物の応答は、構造物系の動的剛性マトリクスに、相互作用ばねとしてインピーダンスマトリクス K を、外力としてドライビングフォースベクトル f^D を与えることにより求めることができる。

つぎに、擬似三次元解析に特有な定式化上の留意点について示す。入反射波場に対する境界要素法の基本式は、散乱波場の場合と同様にして以下のように求められる。

$$H^I \cdot u^I = G^I \cdot q^I + u^I \quad \text{.....(2.25)}$$

ここに、 G^I, H^I は入反射波を定義する場で算定されたグリーン関数をもとに求められるマトリクスである。(2.25)式を用いて(2.23)式から q^I を消去すると、ドライビングフォースは、

$$f^D = T^t \cdot A \cdot (G^{-1} \cdot H \cdot u^I - G^{I-1} \cdot H^I \cdot u^I + G^{I-1} \cdot u^I) \quad \text{.....(2.26)}$$

と表される。前節で述べたように、二次元あるいは三次元場を対象とする場合には、散乱波場と入反射波場の支配方程式が同一となるので、 $G=G^I$ かつ $H=H^I$ が成立する。したがって、(2.26)式の右辺第一項と第二項が相殺し、

$$f^D = T^t \cdot A \cdot G^{-1} \cdot u^I \quad \dots\dots(2.27)$$

なる定義が可能となる。同様にして、基礎入力動も、

$$u^F = K^{-1} \cdot f^D = [T^t \cdot A \cdot G^{-1} \cdot H \cdot T]^{-1} \cdot T^t \cdot A \cdot G^{-1} \cdot u^I \quad \dots\dots(2.28)$$

と示すことができる。(2.27)式および(2.28)式は通常の境界要素解析で用いられているドライビングフォースと基礎入力動の定義である。擬似三次元解析の場合においても、地表面基礎を対象とするときには、 H マトリクスは単位の対角マトリクスとなるので、(2.26)式の右辺第二項と第三項が相殺し、(2.27)式による定義が可能である。同様にして、基礎入力動も(2.28)式で表すことができる。しかし、埋込み基礎の擬似三次元解析を行う場合には、(2.23)式および(2.24)式によるドライビングフォースと基礎入力動の定義が不可欠であり、注意しなければならない点である。

また、擬似三次元場で埋込み基礎を対象とするときに、基礎の面外側壁に取り付く粘性境界の効果を取り入れる場合がある。この場合には、図-2.4のように考えることにより、(2.22)式のインピーダンスには、

$$\int_{-E}^0 \int_{-B}^B \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left[i\omega\rho V_S \right] \begin{bmatrix} 1 & 0 & -z \\ 0 & 1 & -x \end{bmatrix} dx dz \quad \dots\dots(2.29)$$

を、(2.23)式のドライビングフォースには、

$$\int_{-E}^0 \int_{-B}^B \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left[i\omega\rho V_S \right] u^I(x,y) dx dz \quad \dots\dots(2.30)$$

を加算することとなる。基礎入力動は、求められたインピーダンスとドライビングフォースをもとに(2.20)式を解くことにより得られる。なお、本論で示す擬似三次元解析結果は、いずれも基礎側面の粘性境界を考慮したものである。

(4) 境界要素法と有限要素法との結合解法の定式化

本論の主たる目的である速度比例型減衰の効果を把握することとは別に、境界積分方程式法に基づく解析方法の妥当性を示す解析の一つとして、境界要素法と有限要素法との結合解法であるハイブリッド法による解析を行うので、以下にその定式化について示す。なお、有限要素との適合条件を合わせるために、境界要素として線形要素を採用する。

よく知られているように、有限要素法の剛性方程式は、支配方程式にガラーキン法を適用し、離散化することによって得られ、

$$\mathbf{K}_F \cdot \mathbf{u} = \mathbf{p}_F \quad \text{.....(2.31)}$$

と表される。ここに、 \mathbf{K}_F 、 \mathbf{p}_F は各々動的剛性マトリクス、外力ベクトルである。また、下添字 F は有限要素(FE)領域を示すこととする。

一方、入射波が規定される境界要素領域の剛性方程式は、境界要素法の基本式(2.17)式を表面力 \mathbf{q} について解き、表面力から等価節点力への変換マトリクス \mathbf{A} を両辺に乗じることによって、次式のように得られる。

$$\mathbf{K}_B \cdot \mathbf{u} = \mathbf{p}_B + \mathbf{p}_B^D \quad \text{.....(2.32)}$$

ここに、下添字 B は境界要素(BE)領域であることを示す。また、 \mathbf{K}_B は境界要素領域の動的剛性マトリックスであり、

$$\mathbf{K}_B = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{H} \quad \text{.....(2.33)}$$

と表される。また、 \mathbf{p}_B は表面力による等価節点力ベクトルであり、

$$\mathbf{p}_B = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q} \quad \text{.....(2.34)}$$

と得られる。 \mathbf{p}_B^D は入射波場による等価節点力ベクトルであり、ドライビングフォースに相当する。

$$\mathbf{p}_B^D = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}^I - \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}^I = \mathbf{K}_B \cdot \mathbf{u}^I - \mathbf{p}^I \quad \text{.....(2.35)}$$

ここに、 \mathbf{p}^I は入射波場における表面力の等価節点力である。また、(2.32)式において、 $\mathbf{p}_B = 0$ として求められた変位 \mathbf{u}_B が対応する入力動となり、

$$\mathbf{u}_B = \mathbf{K}_B^{-1} \cdot \mathbf{p}_B^D = \mathbf{u}^I - \mathbf{K}_B^{-1} \cdot \mathbf{p}^I \quad \text{.....(2.36)}$$

と求められる。なお、入射波が規定されない境界要素領域では、境界要素法の基本

式(2.17)式で u^f, p^f の項が無くなるので、ドライビングフォースおよび入力動がゼロとなる。

このようにして得られた有限要素領域および境界要素領域の剛性方程式を両者の連続条件を考慮して結合すれば、求めるべきハイブリッド法の剛性方程式が得られる。いま、 M 個の境界要素領域を考えて領域連結を行い、有限要素領域と結合すると以下のような剛性方程式が求められる。

$$\left(K_F + \sum_{j=1}^M K_{B(j)} \right) \cdot u = \left(p_F + \sum_{j=1}^M p_{B(j)} \right) + p_{B(k)}^D \quad \dots\dots(2.37)$$

ここに、 k は入射波が規定される境界領域番号である。このように、各境界要素領域の寄与は各々の境界要素領域が一つのスーパーアイソパラメトリック要素であるとして、図-2.5のように容易に有限要素解析に組み込むことができる。

(5) 動的サブストラクチャー法の基本式に関する考察

前項で得られた定式化を利用して動的サブストラクチャーの基本式について考察する。図-2.6に示すように一様地盤を二つの領域に分割し、領域Iが入射波が規定される領域、領域IIが領域Iで囲まれる領域であるとする。両者の境界において前述の(2.33)~(2.36)式を適用する。領域Iにおけるドライビングフォース p_I^D および入力動 u_I は、剛性マトリクス K_I を用いて、

$$\begin{aligned} p_I^D &= K_I \cdot u_f - p_f \\ u_I &= u_f - K_I^{-1} \cdot p_f \end{aligned} \quad \dots\dots(2.38)$$

と表される。ここに、 u_f および p_f は一様地盤の入射波場の境界位置での変位および表面力の等価節点力である。一方、領域IIでは入射波が規定されないので、

$$p_{II}^D = 0 \quad u_{II} = 0 \quad \dots\dots(2.39)$$

である。両者の領域を結合すると、剛性方程式は、

$$(K_I + K_{II}) \cdot u = p_I^D \quad \dots\dots(2.40)$$

となる。ここに、 K_I は一様地盤から領域IIが切欠かれたときの剛性マトリクスに、 K_{II} は切欠かれた領域IIの剛性マトリクスに相当する。(2.38)式は一様地盤の剛性方程式に他ならないので、(2.38)式左辺の括弧内は一様地盤の境界における剛

性マトリクスと等しい。これを K_f と表現すれば、

$$K_f = K_I + K_{II} \quad \text{.....(2.41)}$$

となる。以上の関係を用いることにより、切欠き型サブストラクチャー法で必要となる諸量が以下に示すような様々な方法で求められることが示される。まず、境界マトリクスに相当する K_I は、

$$K_I = K_f - K_{II} \quad \text{.....(2.42)}$$

と、また、入力動 u_I およびドライビングフォース p_I^D は、

$$\begin{aligned} p_I^D &= K_I \cdot u_I & u_I &= K_I^{-1} \cdot p_I^D \\ &= K_I \cdot u_f - p_f & &= u_f - K_I^{-1} \cdot p_f \\ &= (K_f - K_{II}) \cdot u_I & &= (K_f - K_{II})^{-1} \cdot p_I^D \\ &= K_f \cdot u_f & &= u_f - (K_f - K_{II})^{-1} \cdot p_f \end{aligned} \quad \text{.....(2.43)}$$

と示すことができる。このようにして得られた K_I, u_I, D_I を用いて構造物の解析を行えばよい。したがって、各諸量は各々適切な方法で算定し、その後に(2.43)式を用いて求めるべき量に変換すればよいことが分かる。これらの結果は、中井ら¹¹¹⁾が示した切欠き型サブストラクチャー法の体系化の結果に相当する。ただし、法線方向のとりかたが逆になっているので p_f の符号が異なっている。なお、 p_f は地盤を切欠く(一様地盤から領域IIを取り除く)ために必要な力に相当し、この力を中井ら¹¹¹⁾は「切欠き力」と称している。この力についてはKauselら¹⁰²⁾も言及している。

(2.43)式の利用の一例として、有限要素解析による斜め入射波解析の定式化が容易になることがあげられる。従来、有限要素解析は相対変位場で定式化されることが多かったために、斜め入射波解析を行った例は殆ど見られない。しかし、(2.43)式第二式を用いることによって、境界マトリクスと自由地盤の入反射波場が与えられれば、有限要素境界における外力が容易に求められることが分かる⁹⁷⁾。

(6) 非定常非線形動弾性問題への適用

本論では、解析を定常動弾性問題に限っているが、今後への展開という意味で、非定常非線形動弾性問題に適用する方法について述べる。対象が線形の場合には、

周波数応答解析により得られた応答結果を高速フーリエ変換を用いて時間領域に変換すればよいが、系が非線形となる場合には別途の取扱いが必要となる。構造物が非線形となる場合によく用いられている方法は、動的地盤ばねを、等価なばね定数、粘性減衰係数、および付加質量の形で近似し、これを構造物に取り付けて非線形応答解析を行う方法である^{135~138)}。しかし、この方法では相互作用効果を厳密に評価できないので、Wolfら¹³⁹⁾が動的地盤ばねと変位応答の合成積を利用した方法を提案している。ここでは、Wolf¹³⁹⁾らと同様な手法で非定常動弾性問題に適用する方法について簡単に述べる。

線形の周辺地盤を境界要素法で、非線形領域を有限要素法でモデル化した場合の定式化を行う。有限要素境界における周波数領域の境界マトリクスおよびドライビングフォースは、(2.33)および(2.35)式で得られている。これらを、 $K_B(\omega)$ 、 $p_B^D(\omega)$ と表示する。ここで、デルタ関数のフーリエ変換が1であることを利用することにより、境界に衝撃変位が作用した時の時刻歴反力応答 $K_B(t)$ は、周波数領域の境界マトリクス $K_B(\omega)$ を用いて、

$$K_B(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_B(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots(2.44)$$

と、また、衝撃荷重が作用した時の時刻歴変位応答 $F_B(t)$ は、

$$F_B(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_B^{-1}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots(2.45)$$

と求められる。同様にして、ドライビングフォースの時刻歴波形 $p_B^D(t)$ は、入力地震動 $E(t)$ のフーリエスペクトル $E(\omega)$

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt \quad \dots\dots(2.46)$$

を用いて、以下のように示される。

$$p_B^D(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p_B^D(\omega) E(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots(2.47)$$

これらを用いて、時間領域の有限要素-境界要素系の釣合方程式を示す。

$$M \cdot u + P = -R \quad \dots\dots(2.48)$$

ここに、 M は質量マトリクス、 P は非線形性を考慮した剛性および減衰マトリクスによる復元力ベクトルである。また、 R は相互作用力であり合成積を用いて、

$$R(t) = \int_0^t K_B(t-\tau) \cdot u(\tau) d\tau - p_B^D(t) = p_B^R(t) - p_B^D(t) \quad \dots\dots(2.49)$$

と示される。ここに、 $p_B^R(t)$ は地盤復元力ベクトルである。一方、(2.49)式と同様な関係として、次式が成り立つ。

$$u(t) = \int_0^t F(t-\tau) \cdot R(\tau) d\tau \quad \dots\dots(2.50)$$

ここで、地盤復元力 $p_B^R(t)$ が時間ステップ Δt 内で線形変化すると仮定し、 n 時間ステップの時間 $t = n\Delta t + t'$ の地盤復元力を $p_B^R(t) = p_B^R(t')_n$ と表示すると、 $p_B^R(t')_n$ は、

$$p_B^R(t')_n = \left(1 - \frac{t'}{\Delta t}\right) p_{B_{n-1}}^R + \frac{t'}{\Delta t} p_{B_n}^R \quad \dots\dots(2.51)$$

と離散化表示される。ここに、 $p_{B_n}^R$ は時間 $t = n\Delta t$ の地盤復元力である。(2.51)式を(2.50)式に代入することにより、 $n\Delta t$ 時刻の変位 u_n は以下のように示される。

$$u_n = \sum_{i=1}^{n-1} F_{n-i} \cdot p_{B_i}^R + F_0 \cdot p_{B_n}^R \quad \dots\dots(2.52)$$

ここに、

$$\begin{cases} F_{n-i} = \int_0^{\Delta t} \frac{t'}{\Delta t} F[(n+1-i)\Delta t - t'] d\tau + \int_0^{\Delta t} \left(1 - \frac{t'}{\Delta t}\right) F[(n-i)\Delta t - t'] d\tau \\ F_0 = \int_0^{\Delta t} \frac{t'}{\Delta t} F(\Delta t - t') d\tau \end{cases} \quad \dots\dots(2.53)$$

であり、 F_0 は対角ベクトルとなる。また、(2.52)式の総和記号は離散的な合成積に対応する。結果として、(2.52)式から $p_{B_n}^R$ は、

$$p_{B_n}^R = F_0^{-1} \left[u_n - \sum_{i=1}^{n-1} F_{n-i} \cdot p_{B_i}^R \right] \quad \dots\dots(2.54)$$

と求められる。この関係を(2.49)式に適用し、さらに(2.48)式に代入することにより、 n ステップの最終的な釣合方程式は、

$$M \cdot u_n + P + F_0^{-1} \cdot u_n = p_{B_n}^D + F_0^{-1} \sum_{i=1}^{n-1} F_{n-i} \cdot p_{B_i}^R \quad \dots\dots(2.55)$$

と得られる。このようにして得られた釣合方程式をもとに、非線形有限要素一境界要素結合解法を擬似三次元地盤一構造物系の剥離非線形問題に適用した結果は文献¹⁴⁰⁾に報告されている。

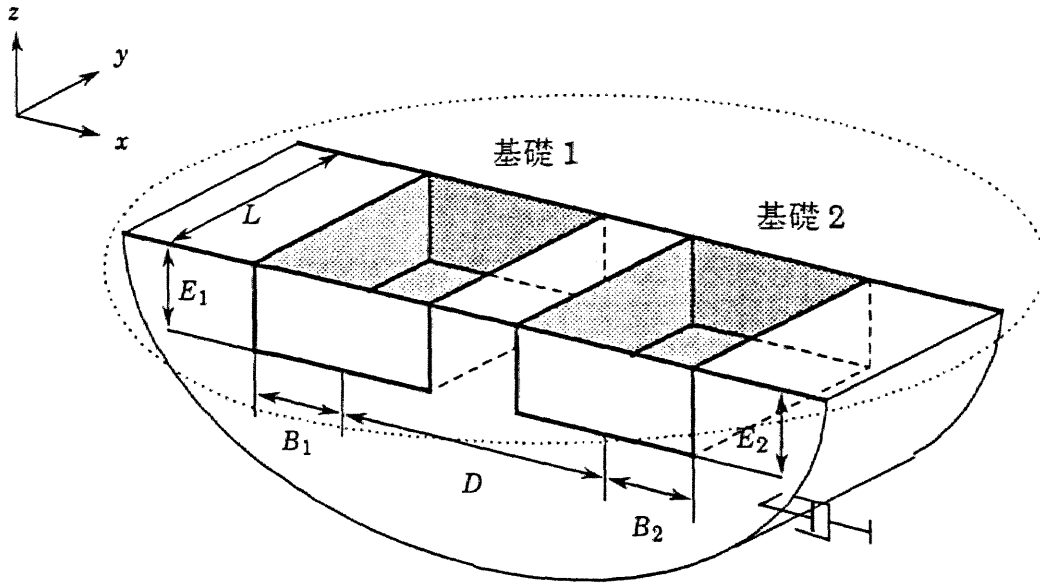


図-2.3 対象とする剛基礎モデル

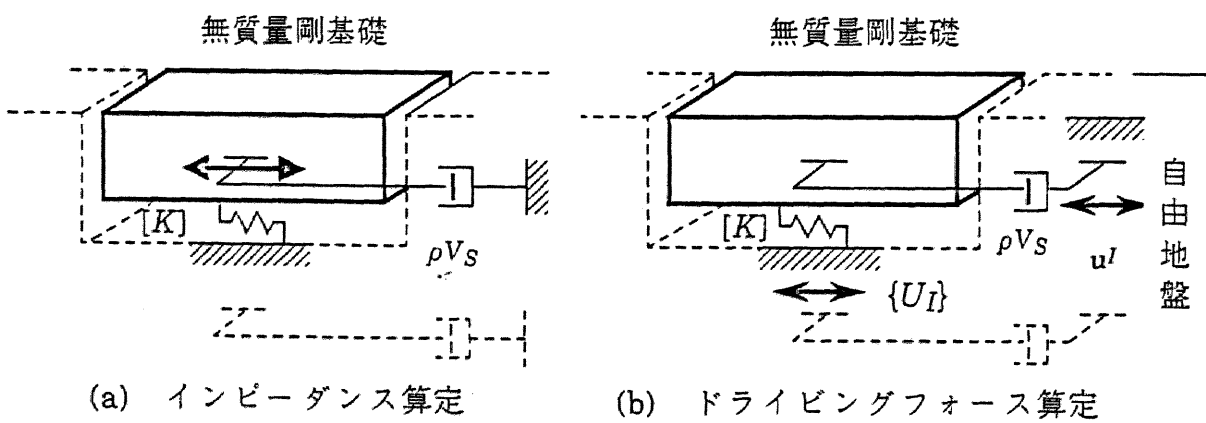


図-2.4 基礎埋込み部に付加したダッシュポットの寄与

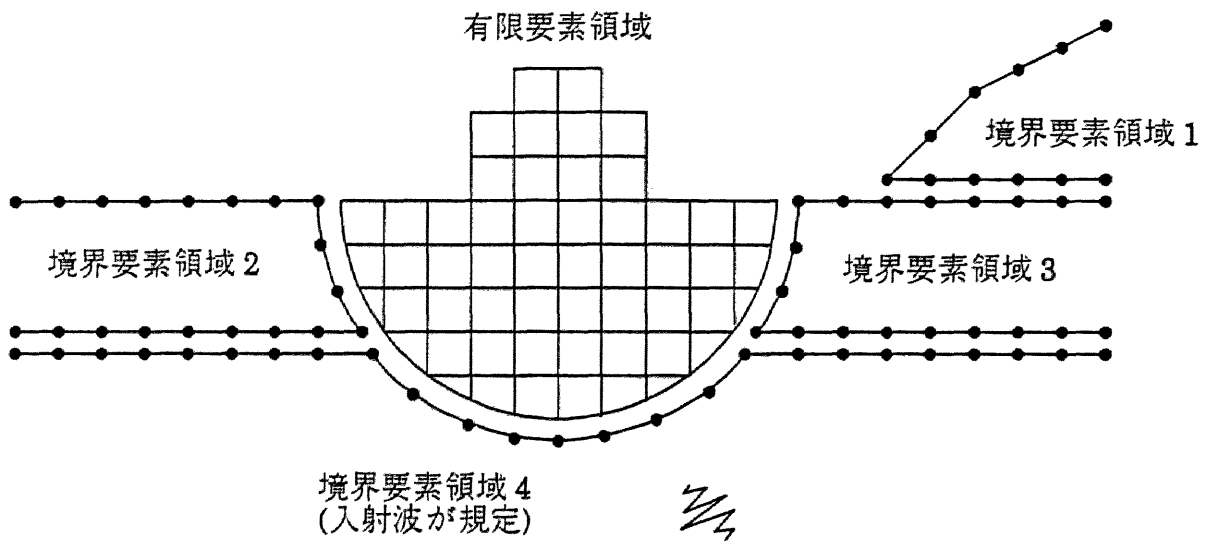


図-2.5 有限要素-境界要素結合解法 の概念図

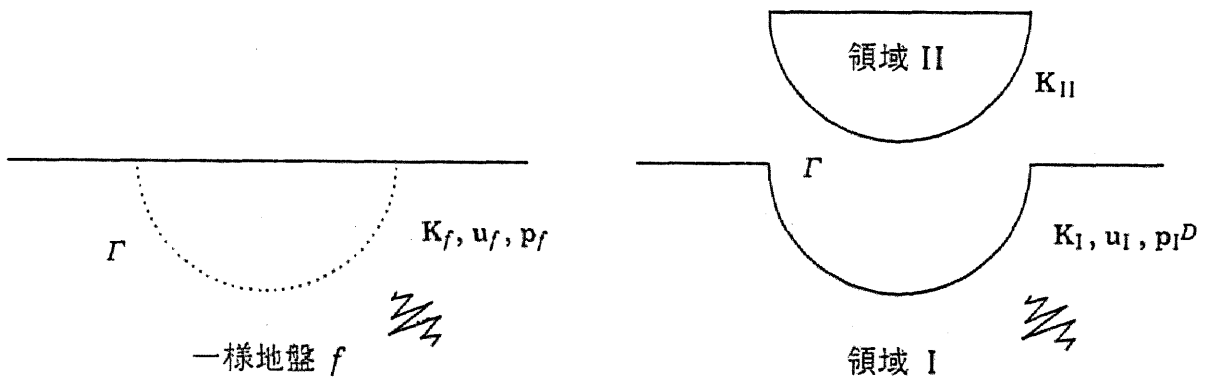


図-2.6 一様地盤の領域 I と領域 II への分割

2.3 グリーン関数の誘導

本論では、境界要素法で必要となる基本解として、半無限地盤ならびに剛基盤上の弾性地盤のグリーン関数を用いる。そこで本節では、二次元地盤および擬似三次元地盤に対するグリーン関数を誘導する。まず、基本方程式を示し、これを満足するポテンシャル解(斉次解)を求める。次に、全無限地盤に対するグリーン関数(基本解)を求める。半無限地盤ならびに剛基盤上の弾性地盤に対するグリーン関数は、斉次解と基本解の鏡像解を組み合わせて境界条件を満足させることにより誘導される。また、比較のために用いた三次元半無限地盤のグリーン関数についても結果のみを示す。

(1) 基本方程式

便宜上、右方向と下方向を正とした直交座標系 (x, z) を採用する。擬似三次元地盤の支配方程式は、散乱波場の支配方程式(2.4)式から以下のように表される。

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u} + \mu\nabla^2\mathbf{u} - \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{u} - \eta\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{u} + \mathbf{p} = 0 \quad \dots\dots(2.56)$$

ここに、 $\mathbf{u} = (u, w)$ は (x, z) 方向の変位成分であり、 $\mathbf{p} = (p, q)$ は (x, z) 方向の単位体積あたりの物体力である。上式において、粘性減衰係数 η が(2.6)式で与えられる場合が擬似三次元地盤に、 η がゼロの場合が二次元地盤に相当する。

(2) 斉次解

基本方程式(2.56)式の斉次解を求めるのに当たってポテンシャルを用いる。ヘルムホルツの定理によれば、二次元場の変位 (u, w) は、スカラーポテンシャル ϕ とベクトルポテンシャル ψ を用いて次式のように表される。

$$u = \frac{\partial\phi}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial z} \quad w = \frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \quad \dots\dots(2.57)$$

上式を(2.56)式に代入して整理し物体力項をゼロとすると、

$$\frac{1}{c_p^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \frac{1}{D_p}\frac{\partial\phi}{\partial t} = \nabla^2\phi \quad \frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} + \frac{1}{D_s}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \nabla^2\psi \quad \dots\dots(2.58)$$

なる波動方程式となる。ここに、 c_s は複素せん断波速度、 c_p は複素縦波速度であ

る。また、 D_S と D_P は粘性減衰項に関連する量である。これらは、

$$\begin{aligned} c_P^2 &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} & c_S^2 &= \frac{\mu}{\rho} \\ D_P &= \frac{\lambda + 2\mu}{\eta} & D_S &= \frac{\mu}{\eta} \end{aligned} \quad \dots\dots(2.59)$$

と表される。同様にして、応力もポテンシャル表示すると次式となる。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \\ \sigma_z &= \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} = \lambda \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \\ \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \mu \left(2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots(2.60)$$

つぎに、(2.58)式を偏微分方程式から常微分方程式に変換するために、 x に関するフーリエ変換を行う。フーリエ変換場の諸量を*をつけて示すことにすると、 ϕ 、 ψ のフーリエ変換の対は次式で表される。

$$\begin{aligned} \phi^* &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi e^{-i\xi x} dx & \psi^* &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi e^{-i\xi x} dx \\ \phi &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi^* e^{i\xi x} d\xi & \psi &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* e^{i\xi x} d\xi \end{aligned} \quad \dots\dots(2.61)$$

これらを用いると、(2.56)式はフーリエ変換場では次式のような z に関する常微分方程式となる。なお、以下においては $e^{i\omega t}$ は省略して示すこととする。

$$\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} - (\xi^2 - h^2) \phi^* = 0 \quad \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^2} - (\xi^2 - k^2) \psi^* = 0 \quad \dots\dots(2.62)$$

ここに、

$$h^2 = \frac{\omega^2}{c_P^2} - \frac{i\omega}{D_P} \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c_S^2} - \frac{i\omega}{D_S} \quad \dots\dots(2.63)$$

である。なお、 h, k は η および h_D がゼロのときには各々P波とS波の波数に対応する。 ϕ^*, ψ^* は、(2.62)式を解くことにより、

$$\phi^* = A e^{-\alpha z} + C e^{\alpha z} \quad \psi^* = B e^{-\beta z} + D e^{\beta z} \quad \dots\dots(2.64)$$

と決定される。ここに、

$$\alpha = \sqrt{\xi^2 - k^2}, \quad \beta = \sqrt{\xi^2 - k^2} \quad \dots\dots(2.65)$$

である。したがって、(2.57)式および(2.60)式をフーリエ変換し、(2.64)式を代入することによって、フーリエ変換場の変位および応力は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} u^* &= i\xi(A e^{-\alpha z} + C e^{\alpha z}) + \beta(B e^{-\beta z} - D e^{\beta z}) \\ w^* &= -\alpha(A e^{-\alpha z} - C e^{\alpha z}) + i\xi(B e^{-\beta z} + D e^{\beta z}) \\ \sigma_x^* &= -\mu(2\alpha^2 + k^2)(A e^{-\alpha z} + C e^{\alpha z}) + 2i\mu\beta\xi(B e^{-\beta z} - D e^{\beta z}) \\ \sigma_z^* &= \mu(2\xi^2 - k^2)(A e^{-\alpha z} + C e^{\alpha z}) - 2i\mu\beta\xi(B e^{-\beta z} - D e^{\beta z}) \\ \tau_{xz}^* &= -2i\mu\alpha\xi(A e^{-\alpha z} - C e^{\alpha z}) - \mu(2\xi^2 - k^2)(B e^{-\beta z} + D e^{\beta z}) \end{aligned} \quad \dots\dots(2.66)$$

(3) 全無限解(基本解)

全無限体内部に線加振が作用する場合の解を誘導する。原点に $\mathbf{p} = (p, q)\delta(x, z)$ なる物体力が線加振として作用する場合を考える。基本方程式(2.56)式を代数方程式にするために、 x および z に関してフーリエ変換する(変換場の諸量を**で示すこととする)。すなわち、

$$A^{**} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A e^{-i(k_1 x + k_2 z)} dx dz, \quad A = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A^{**} e^{i(k_1 x + k_2 z)} dk_1 dk_2 \quad \dots\dots(2.67)$$

なる関係式を用いることにより、(2.56)式は、

$$\begin{aligned} [c_P^2 k_1^2 + c_S^2 k_2^2 - (\omega^2 - i\frac{\eta}{\rho}\omega)]u^{**} + [(c_P^2 - c_S^2)k_1 k_2]w^{**} &= \frac{p}{\rho} \\ [(c_P^2 - c_S^2)k_1 k_2]u^{**} + [c_P^2 k_S^2 + c_S^2 k_1^2 - (\omega^2 - i\frac{\eta}{\rho}\omega)]w^{**} &= \frac{q}{\rho} \end{aligned} \quad \dots\dots(2.68)$$

とフーリエ変換される。さらに、

$$\xi^2 = k_1^2 + k_2^2 \quad \dots\dots(2.69)$$

とおくことにより、 u^{**}, w^{**} は、

$$u^{**} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{p}{\xi^2 - k^2} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\xi^2 - h^2} - \frac{1}{\xi^2 - k^2} \right) (pk_1^2 + qk_1k_2) \right] \quad \dots\dots(2.70)$$

$$w^{**} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{q}{\xi^2 - k^2} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\xi^2 - h^2} - \frac{1}{\xi^2 - k^2} \right) (pk_1k_2 + qk_2^2) \right]$$

のように求められる。求めるべき u, w は、これらをフーリエ逆変換することによって得られる。ここで、 x および z に関するフーリエ逆変換は、

$$x = r \cos \theta, \quad z = r \sin \theta, \quad k_1 = \xi \cos \psi, \quad k_2 = \xi \sin \psi \quad \dots\dots(2.71)$$

のように諸量を極座標系に変換することにより、以下のようなハンケル逆変換となる。

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A^{**} e^{i(k_1 x + k_2 z)} dk_1 dk_2 \\ &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} A^{**} e^{ir\xi \cos(\theta - \psi)} d\xi d\psi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} A^{**} J_0(r\xi) \xi d\xi \end{aligned} \quad \dots\dots(2.72)$$

したがって、(2.72)式と(2.70)式を観察することにより、

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\xi^2 - a^2} \xi J_0(r\xi) d\xi$$

の積分が可能であれば、逆変換を解析的に行うことができることが分かる。ここで、

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\xi^2 + a^2} \xi J_0(r\xi) d\xi = K_0(ar) \quad [r > 0, \operatorname{Re} a > 0] \quad \dots\dots(2.73)$$

なる積分公式¹⁴¹⁾を用いる。しかし、このままではこの公式を使うことはできないので、以下のように微小量 $i\epsilon$ を導入して積分値を求めると、

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{1}{\xi^2 - a^2 + i\epsilon} \xi J_0(r\xi) d\xi = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} K_0(ir\sqrt{a^2 - i\epsilon}) = -\frac{\pi i}{2} H_0^{(2)}(ra) \quad \dots\dots(2.74)$$

となる。これを用いることにより、(2.70)式は以下のように逆変換される。

$$\begin{aligned} u &= \frac{i}{4\mu k^2} \left[\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(kr) \right\} p + \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left\{ H_0^{(2)}(hr) - H_0^{(2)}(kr) \right\} q \right] \\ w &= \frac{i}{4\mu k^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left\{ H_0^{(2)}(hr) - H_0^{(2)}(kr) \right\} p + \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(kr) \right\} q \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2.75)$$

また、応力成分も構成方程式を用いることにより、

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{i}{2k^2} \frac{\nu}{1-2\nu} \left[p \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} + q \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} \right] H_0^{(2)}(hr) \\
&\quad + \frac{i}{2k^2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(kr) \right\} p + \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial z} \left\{ H_0^{(2)}(hr) - H_0^{(2)}(kr) \right\} q \right] \\
\sigma_z &= \frac{i}{2k^2} \frac{\nu}{1-2\nu} \left[p \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} + q \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} \right] H_0^{(2)}(hr) \\
&\quad + \frac{i}{2k^2} \left[\frac{\partial^3}{\partial x \partial z^2} \left\{ H_0^{(2)}(hr) - H_0^{(2)}(kr) \right\} p + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(kr) \right\} q \right] \\
\tau_{xz} &= \frac{i}{4k^2} \left[\left\{ 2 \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial z} H_0^{(2)}(hr) + \left(\frac{\partial^3}{\partial z^3} - \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial z} \right) H_0^{(2)}(kr) \right\} p \right. \\
&\quad \left. + \left\{ 2 \frac{\partial^3}{\partial x \partial z^2} H_0^{(2)}(hr) + \left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} - \frac{\partial^3}{\partial x \partial z^2} \right) H_0^{(2)}(kr) \right\} q \right] \\
&\dots\dots\dots (2.76)
\end{aligned}$$

と求めることができる。なお、以上に示した全無限解は振動数をゼロに収束させた時に別途求めた静的解に一致することが解析的に確かめられている。

(4) 半無限地盤のグリーン関数

半無限地盤の内部に線加振が作用する場合の解を求める。解析方法は、 x に関するフーリエ変換場で、前項および前々項に示した斉次解と全無限解とを重ね合わせて境界条件を満足させることによる。なお、全無限解は加振点および自由表面に対称な鏡像点に同時に加振したときの鏡像解として用いる。すなわち、原点を地表面上とし加振点位置を $(0, f)$ とすると、(2.75)~(2.76)式の r のかわりに $\sqrt{x^2 + (z-f)^2}$ を採用した場合と $\sqrt{x^2 + (z+f)^2}$ を採用した場合の和に相当する。

鏡像解および斉次解を下添字 (M) および (H) で示すこととすると、フーリエ変換場における自由表面の境界条件は、

$$\begin{aligned}
\sigma_z^* \Big|_{z=0} &= \sigma_{z(M)}^* \Big|_{z=0} + \sigma_{z(H)}^* \Big|_{z=0} = 0 \\
\tau_{xz}^* \Big|_{z=0} &= \tau_{xz(M)}^* \Big|_{z=0} + \tau_{xz(H)}^* \Big|_{z=0} = 0
\end{aligned}
\tag{2.77}$$

と表される。フーリエ変換場における斉次解は、未定定数を含んだ形で(2.66)式で

既に与えられている。そこで、鏡像解を x に関してフーリエ変換する。このとき以下の積分が必要になる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(ar)e^{-i\xi x} dx = 2 \int_0^{\infty} J_0(ar)\cos\xi x dx - 2i \int_0^{\infty} N_0(ar)\cos\xi x dx \quad \dots\dots(2.78)$$

この積分を実行するために積分公式¹⁴¹⁾

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} J_0(a\sqrt{x^2+z^2})\cos\beta x dx &= \frac{\cos(|z|\sqrt{a^2-\beta^2})}{\sqrt{a^2-\beta^2}} & [0 < \beta < a, z > 0] \\ &= 0 & [0 < a \leq \beta, z > 0] \\ \int_0^{\infty} K_0(a\sqrt{x^2+z^2})\cos\beta x dx &= \frac{\sin(|z|\sqrt{a^2-\beta^2})}{\sqrt{a^2-\beta^2}} & [0 < \beta < a, z > 0] \\ &= -\frac{\exp(-|z|\sqrt{a^2-\beta^2})}{\sqrt{a^2-\beta^2}} & [0 < a \leq \beta, z > 0] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.79)$$

を用いると、(2.78)式は以下のように解析的に積分される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(ar)e^{-i\xi x} dx = \frac{2i}{\sqrt{a^2-\beta^2}} \exp(-|z|\sqrt{\xi^2-a^2}) \quad [0 < \arg(\xi^2-a^2) < \pi] \quad \dots\dots(2.80)$$

(2.80)式を用いて鏡像解を x に関してフーリエ変換すると変位は、

$$\begin{aligned} u_{(M)}^* &= \frac{i}{4\mu k^2} \left[\left\{ -2i \frac{\xi^2}{a} (e^{-lz-\beta a} + e^{-lz+\beta a}) + 2i\beta (e^{-lz-\beta b} + e^{-lz+\beta b}) \right\} p \right. \\ &\quad \left. - 2\xi \left\{ \text{sign}(-z+f)(e^{-lz-\beta a} - e^{-lz-\beta b}) - \text{sign}(z+f)(e^{-lz+\beta a} + e^{-lz+\beta b}) \right\} q \right] \\ w_{(M)}^* &= \frac{i}{4\mu k^2} \left[-2\xi \left\{ \text{sign}(-z+f)(e^{-lz-\beta a} - e^{-lz-\beta b}) - \text{sign}(z+f)(e^{-lz+\beta a} + e^{-lz+\beta b}) \right\} p \right. \\ &\quad \left. M + \left\{ 2ia(e^{-lz-\beta a} + e^{-lz+\beta a}) - 2i \frac{\xi^2}{\beta} (e^{-lz-\beta b} + e^{-lz+\beta b}) \right\} q \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.81)$$

と、応力は

$$\begin{aligned} \sigma_{z(M)}^* &= \frac{i}{k^2} \frac{\nu}{1-2\nu} (\xi^2 - a^2) \left[\frac{\xi}{a} (e^{-lz-\beta a} + e^{-lz+\beta a}) p - i \left\{ \text{sign}(-z+f)e^{-lz-\beta a} - \text{sign}(z+f)e^{-lz+\beta a} \right\} q \right] \\ &\quad + \frac{i}{k^2} \left[-\xi \left\{ a(e^{-lz-\beta a} + e^{-lz+\beta a}) - \beta(e^{-lz-\beta b} + e^{-lz+\beta b}) \right\} p + ia \left\{ a \left\{ \text{sign}(-z+f)e^{-lz-\beta a} \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\text{sign}(z+f)e^{-lz+\Gamma a} - \frac{\xi^2}{\beta} \left\{ \text{sign}(-z+f)e^{-lz-\Gamma\beta} - \text{sign}(z+f)e^{-lz+\Gamma\beta} \right\} q \Big] \\
\tau_{xz(M)}^* = & \frac{i}{2k^2} \left[\left\{ -2i\xi^2 \{ \text{sign}(-z+f)e^{-lz-\Gamma a} - \text{sign}(z+f)e^{-lz+\Gamma a} \} \right. \right. \\
& \left. \left. + i(\xi^2 + \beta^2) \{ \text{sign}(-z+f)e^{-lz-\Gamma\beta} + \text{sign}(-z-f)e^{-lz+\Gamma\beta} \} \right\} q \right. \\
& \left. + i\xi \left\{ 2i\alpha(e^{-lz-\Gamma a} + e^{-lz+\Gamma a}) - i \frac{(2\xi^2 - k^2)}{\beta} (e^{-lz-\Gamma\beta} + e^{-lz+\Gamma\beta}) \right\} p \right] \\
& \dots\dots\dots (2.82)
\end{aligned}$$

と求められる。(2.82)式に $z=0$ を代入して(2.66)式と(2.77)式を組み合わせることにより、未定定数に関する以下の連立方程式が得られる。ただし、無限遠での放射条件を考慮して $C=0, D=0$ としている。

$$\begin{aligned}
\mu(2\xi^2 - k)Ae^{-az} - 2i\mu\beta\xi B e^{-\beta z} &= -p \frac{i\xi}{k^2\alpha} \left\{ (2\xi^2 - k^2)e^{-af} - 2\alpha\beta e^{-\beta f} \right\} \\
-2i\mu\alpha\xi A e^{-az} - \mu(2\xi^2 - k^2)B e^{-\beta z} &= -q \frac{i\xi}{k^2\beta} \left\{ 2\alpha\beta e^{-af} - (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta f} \right\} \\
& \dots\dots\dots (2.83)
\end{aligned}$$

上式から未定定数 A, B を決定し、さらに(2.66)式に代入してフーリエ逆変換を行うことにより齊次解が得られる。これを鏡像解と組み合わせることにより、求めるべき半無限地盤のグリーン関数は以下のように得られる。

$$\begin{aligned}
u_x = & \frac{1}{\mu k^2} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ -p \frac{\xi^2}{\alpha} \cos\xi x \left((2\xi^2 - k^2)e^{-az} - 2\alpha\beta e^{-\beta z} \right) \sigma' \right. \\
& \left. + q \xi \sin\xi x \left(-2\xi^2 e^{-az} + (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta z} \right) \tau' \right\} d\xi \\
& + \frac{i}{4\mu k^2} \sum_{j=1}^2 \left\{ \bar{p} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) + q \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \\
u_z = & \frac{1}{\mu k^2} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ p \xi \sin\xi x \left((2\xi^2 - k^2)e^{-az} - 2\xi^2 e^{-\beta z} \right) \sigma' \right. \\
& \left. + q \frac{\xi^2}{\beta} \cos\xi x \left(-2\alpha\beta e^{-az} + (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta z} \right) \tau' \right\} d\xi \\
& + \frac{i}{4\mu k^2} \sum_{j=1}^2 \left\{ p \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j) \right) + q \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_x = & \frac{1}{k^2} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ p \frac{\xi}{a} \sin \xi x \left((2\xi^2 - 2h^2 + k^2)(2\xi^2 - k^2) e^{-a\xi} - 4\alpha\beta\xi^2 e^{-\beta\xi} \right) \sigma' \right. \\
& \left. + 2q\xi^2 \cos \xi x \left(-(2\xi^2 - 2h^2 + k^2) e^{-a\xi} + (2\xi^2 - k^2) e^{-\beta\xi} \right) \tau' \right\} d\xi \\
& + \frac{i}{2k^2} \sum_{j=1}^2 \left[p \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{v}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right. \\
& \left. + q \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{v}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right] \\
\sigma_z = & \frac{1}{k^2} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ p \frac{\xi}{a} \sin \xi x \left(-(2\xi^2 - k^2)^2 e^{-a\xi} + 4\alpha\beta\xi^2 e^{-\beta\xi} \right) \sigma' \right. \\
& \left. + 2q\xi^2 \cos \xi x (2\xi^2 - k^2) (e^{-a\xi} - e^{-\beta\xi}) \tau' \right\} d\xi \\
& + \frac{i}{2k^2} \sum_{j=1}^2 \left[p \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{v}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right. \\
& \left. + q \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{v}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right] \\
\tau_{xz} = & \frac{1}{k^2} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ 2p\xi^2 \cos \xi x (2\xi^2 - k^2) (e^{-a\xi} - e^{-\beta\xi}) \sigma' \right. \\
& \left. + q \frac{\xi}{\beta} \sin \xi x \left(4\alpha\beta\xi^2 e^{-a\xi} - (2\xi^2 - k^2)^2 e^{-\beta\xi} \right) \tau' \right\} d\xi \\
& + \frac{i}{4k^2} \sum_{j=1}^2 \left[p \frac{\partial}{\partial z} \left\{ 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) H_0^{(2)}(kr_j) \right\} \right. \\
& \left. + q \frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(kr_j) \right\} \right] \\
& \dots\dots\dots (2.84)
\end{aligned}$$

ここに、 σ', τ' は、

$$\begin{aligned}
\sigma' &= (2\xi^2 - k^2) e^{-a\xi} - 2\alpha\beta e^{-\beta\xi} \\
\tau' &= 2\alpha\beta e^{-a\xi} - (2\xi^2 - k^2) e^{-\beta\xi}
\end{aligned} \dots\dots(2.85)$$

である。また r_1, r_2 は加振点および鏡像点と受振点の距離であり、

$$r_1 = \sqrt{x^2 + (z-f)^2} \quad r_2 = \sqrt{x^2 + (z+f)^2} \dots\dots(2.86)$$

と、 $F_H(\xi)$ は半無限地盤の場合のレーリ関数であり、

$$F_H(\xi) = (2\xi^2 - k^2)^2 - 4\alpha\beta\xi^2 \quad \dots\dots(2.87)$$

と示される。なお、以上に示した解は、振動数をゼロに収束させたときに別途求めた静的解に解析的に一致すること、加振点深さをゼロとしたときに後述する地表面加振解に解析的に一致することが確認されている。

(5) 剛基盤上の弾性地盤のグリーン関数

剛基盤上に存在する一様な弾性層の内部に線加振が作用する場合について考える。解析方法は、半無限地盤の場合と同様であるが、基盤位置での変位境界条件が付加される。基盤深さを H とすると、フーリエ変換場での境界条件式は、次式のように表される。

$$\begin{aligned} u^* \Big|_{z=H} &= u_{(M)}^* \Big|_{z=H} + u_{(H)}^* \Big|_{z=H} = 0 \\ w^* \Big|_{z=H} &= w_{(M)}^* \Big|_{z=H} + w_{(H)}^* \Big|_{z=H} = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots(2.88)$$

応力境界条件式(2.77)式および変位境界条件式(2.88)式に、フーリエ変換場の斉次解(2.65)式および鏡像解(2.81)~(2.82)式を代入すると、未定定数 $A \sim D$ に関する以下の連立方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} 2\xi^2 - k^2 & -2i\beta\xi & 2\xi^2 - k^2 & 2i\beta\xi \\ -2i\alpha\xi & -(2\xi^2 - k^2) & 2i\alpha\xi & -(2\xi^2 - k^2) \\ i\xi e^{-\alpha H} & \beta e^{-\beta H} & i\xi e^{\alpha H} & -\beta e^{\beta H} \\ -\alpha e^{-\alpha H} & i\xi e^{-\beta H} & \alpha e^{\alpha H} & i\xi e^{\beta H} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} A_H \\ B_H \\ C_H \\ D_H \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} A_V \\ B_V \\ C_V \\ D_V \end{Bmatrix} = -\frac{1}{\mu} p \begin{Bmatrix} \sigma'_H \\ 0 \\ u'_H \\ w'_H \end{Bmatrix}, q \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau'_V \\ u'_V \\ w'_V \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(2.89)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \sigma'_H &= -\frac{i\xi}{k^2\alpha} \left\{ (2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha f} - 2\alpha\beta e^{-\beta f} \right\} \\ u'_H &= \frac{i\xi}{2k^2} \left\{ \beta \left(e^{-(H-f)\beta} + e^{-(H+f)\beta} \right) - \frac{\xi^2}{\alpha} \left(e^{-(H+f)\alpha} + e^{-(H-f)\alpha} \right) \right\} \\ w'_H &= -\frac{1}{2k^2} \left\{ e^{-(H-f)\alpha} - e^{-(H+f)\alpha} + e^{-(H-f)\beta} - e^{-(H+f)\beta} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v'_V &= -\frac{i\xi}{k^2\beta} \left\{ 2\alpha\beta e^{-\alpha f} - (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta f} \right\} \\
u'_V &= \frac{i\xi}{2k^2} \left\{ e^{-(H-f)\alpha} - e^{-(H-f)\beta} + e^{-(H+f)\alpha} - e^{-(H+f)\beta} \right\} \\
w'_V &= -\frac{1}{2k^2} \left\{ \alpha \left(e^{-(H-f)\alpha} + e^{-(H+f)\alpha} \right) - \frac{\xi^2}{\beta} \left(e^{-(H-f)\beta} + e^{-(H+f)\beta} \right) \right\}
\end{aligned}$$

..... (2.90)

である。(2.83)式を解くことにより、未定定数が決定される。まず、(2.83)式左辺のマトリクスの行列式と余因子を示す。行列式は、

$$\begin{aligned}
\det(D) = 2F_R(\xi) = 2 \left[8\alpha\beta\xi^2(2\xi^2 - k^2) + (\xi^2 - \alpha\beta) \left\{ (2\xi^2 - k^2)^2 - 4\alpha\beta\xi^2 \right\} \cosh(\alpha + \beta)H \right. \\
\left. - (\xi^2 + \alpha\beta) \left\{ (2\xi^2 - k^2)^2 + 4\alpha\beta\xi^2 \right\} \cosh(\alpha - \beta)H \right]
\end{aligned}$$

.....(2.91)

と表される。ここに、 $F_R(\xi)$ は剛基盤を有する弾性地盤のレーリ-関数に相当する。また、余因子 Q は、

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= 4\alpha\beta\xi^2 + 2(2\xi^2 - k^2)(\xi^2 \sinh\beta H - \alpha\beta \cosh\beta H) e^{\alpha H} \\
Q_{12} &= 2i\alpha\xi \{ (2\xi^2 - k^2) - 2(\xi^2 \cosh\alpha H - \alpha\beta \sinh\alpha H) e^{\beta H} \} \\
Q_{13} &= 4\alpha\beta\xi^2 - 2(2\xi^2 - k^2)(\xi^2 \sinh\beta H + \alpha\beta \cosh\beta H) e^{-\alpha H} \\
Q_{14} &= -2i\alpha\xi \{ (2\xi^2 - k^2) - 2(\xi^2 \cosh\alpha H + \alpha\beta \sinh\alpha H) e^{-\beta H} \} \\
Q_{21} &= 2i\beta\xi \{ (2\xi^2 - k^2) - 2(\xi^2 \cosh\beta H - \alpha\beta \sinh\beta H) e^{\alpha H} \} \\
Q_{22} &= -4\alpha\beta\xi^2 - 2(2\xi^2 - k^2)(\xi^2 \sinh\alpha H - \alpha\beta \cosh\alpha H) e^{\beta H} \\
Q_{23} &= -2i\beta\xi \{ (2\xi^2 - k^2) - 2(\xi^2 \cosh\beta H + \alpha\beta \sinh\beta H) e^{-\alpha H} \} \\
Q_{24} &= -4\alpha\beta\xi^2 + 2(2\xi^2 - k^2)(\xi^2 \sinh\alpha H + \alpha\beta \cosh\alpha H) e^{-\beta H} \\
Q_{31} &= 2i\xi \{ (2\xi^2 - k^2)^2 \sinh\beta H + 4\alpha\beta\xi^2 \cosh\beta H \} - 2\alpha\beta(2\xi^2 - k^2)e^{\alpha H} \\
Q_{32} &= 2\alpha \left[-\{ (2\xi^2 - k^2)^2 \cosh\alpha H + 4\alpha\beta\xi^2 \sinh\alpha H \} + 2\xi^2(2\xi^2 - k^2)e^{\beta H} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{33} &= 2i\xi \{ -(2\xi^2 - k^2)^2 \sinh\beta H + 4\alpha\beta\xi^2 \cosh\beta H \} - 2\alpha\beta(2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha H} \\
Q_{34} &= 2\alpha \{ (2\xi^2 - k^2)^2 \cosh\alpha H - 4\alpha\beta\xi^2 \sinh\alpha H \} - 2\xi^2(2\xi^2 - k^2)e^{-\beta H} \\
Q_{41} &= 2\beta \{ (2\xi^2 - k^2)^2 \cosh\beta H + 4\alpha\beta\xi^2 \sinh\beta H \} - 2\xi^2(2\xi^2 - k^2)e^{\alpha H} \\
Q_{42} &= 2i\xi \{ (2\xi^2 - k^2)^2 \sinh\alpha H + 4\alpha\beta\xi^2 \cosh\alpha H \} - 2\alpha\beta(2\xi^2 - k^2)e^{\beta H} \\
Q_{43} &= 2\beta \{ -(2\xi^2 - k^2)^2 \cosh\beta H + 4\alpha\beta\xi^2 \sinh\beta H \} + 2\xi^2(2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha H} \\
Q_{44} &= 2i\xi \{ -(2\xi^2 - k^2)^2 \sinh\alpha H + 4\alpha\beta\xi^2 \cosh\alpha H \} - 2\alpha\beta(2\xi^2 - k^2)e^{-\beta H}
\end{aligned}
\tag{2.92}$$

と求められる。上記行列式と余因子を用いることにより、未定定数は、

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2\mu F_R(\xi)} \begin{pmatrix} A'_H \\ B'_H \\ C'_H \\ D'_H \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A'_V \\ B'_V \\ C'_V \\ D'_V \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_H \\ B_H \\ C_H \\ D_H \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_V \\ B_V \\ C_V \\ D_V \end{pmatrix} \\
&= -\frac{1}{2\mu F_R(\xi)} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{21} & Q_{31} & Q_{41} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{32} & Q_{42} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{43} \\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{34} & Q_{44} \end{bmatrix} \times P \begin{pmatrix} \sigma'_H \\ 0 \\ u'_H \\ w'_H \end{pmatrix}, q \begin{pmatrix} 0 \\ \tau'_V \\ u'_V \\ w'_V \end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.93}$$

と決定される。これらの未定定数を用いることによって、求めるべき解は以下のように示される。

$$\begin{aligned}
u_x &= -\frac{1}{2\pi\mu} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left[p \cos \xi x \left\{ i\xi (A'_H e^{-\alpha z} + C'_H e^{\alpha z}) + \beta (B'_H e^{-\beta z} - D'_H e^{\beta z}) \right\} \right. \\
&\quad \left. + i q \sin \xi x \left\{ i\xi (A'_V e^{-\alpha z} + C'_V e^{\alpha z}) + \beta (B'_V e^{-\beta z} - D'_V e^{\beta z}) \right\} \right] d\xi \\
&\quad + \frac{i}{4\mu k^2} \sum_{j=1}^2 \left\{ P \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j) \right) + q \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_z &= \frac{1}{2\pi\mu} \left[\int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left\{ \text{ipsin}\xi x \left\{ a (A'_H e^{-a\xi} - C'_H e^{a\xi}) - i\xi (B'_H e^{-\beta\xi} + D'_H e^{\beta\xi}) \right\} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + q \cos\xi x \left\{ a (A'_V e^{-a\xi} - C'_V e^{a\xi}) - i\xi (B'_V e^{-\beta\xi} + D'_V e^{\beta\xi}) \right\} \right\} d\xi \right. \\
&\quad \left. + \frac{i}{4\mu k^2} \sum_{j=1}^2 \left\{ p \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j) \right) + q \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right] \\
\sigma_x &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left\{ \text{ipsin}\xi x \left\{ (2a^2 + k^2) (A'_H e^{-a\xi} + C'_H e^{a\xi}) - 2i\beta\xi (B'_H e^{-\beta\xi} - D'_H e^{\beta\xi}) \right\} \right. \\
&\quad \left. + q \cos\xi x \left\{ (2a^2 + k^2) (A'_V e^{-a\xi} + C'_V e^{a\xi}) - 2i\beta\xi (B'_V e^{-\beta\xi} - D'_V e^{\beta\xi}) \right\} \right\} d\xi \\
&\quad + \frac{i}{2k^2} \sum_{j=1}^2 \left\{ p \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right. \\
&\quad \left. + q \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right\} \\
\sigma_z &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left\{ \text{ipsin}\xi x \left\{ (2\xi^2 - k^2) (A'_H e^{-a\xi} + C'_H e^{a\xi}) - 2i\beta\xi (B'_H e^{-\beta\xi} - D'_H e^{\beta\xi}) \right\} \right. \\
&\quad \left. + q \cos\xi x \left\{ (2\xi^2 - k^2) (A'_V e^{-a\xi} + C'_V e^{a\xi}) - 2i\beta\xi (B'_V e^{-\beta\xi} - D'_V e^{\beta\xi}) \right\} \right\} d\xi \\
&\quad + \frac{i}{2k^2} \sum_{j=1}^2 \left\{ p \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right. \\
&\quad \left. + q \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right\} \right\} \\
\tau_{xz} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left\{ p \cos\xi x \left\{ 2ia\xi (A'_H e^{-a\xi} - C'_H e^{a\xi}) + (2\xi^2 - k^2) (B'_H e^{-\beta\xi} + D'_H e^{\beta\xi}) \right\} \right. \\
&\quad \left. + iq \sin\xi x \left\{ 2ia\xi (A'_V e^{-a\xi} - C'_V e^{a\xi}) + (2\xi^2 - k^2) (B'_V e^{-\beta\xi} + D'_V e^{\beta\xi}) \right\} \right\} d\xi \\
&\quad + \frac{i}{4k^2} \sum_{j=1}^2 \left\{ p \frac{\partial}{\partial z} \left\{ 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) H_0^{(2)}(kr_j) \right\} \right. \\
&\quad \left. + q \frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(kr_j) \right\} \right\}
\end{aligned}
\tag{2.94}$$

以上に示した解は、剛基盤の深さ H を無限大にしたときに(2.94)式に示した半無限解に一致すること、および加振点深さ f をゼロにしたときに後述する地表面上線加振解に一致することが解析的に確かめられている。

(6) 地表面上に帯加振が作用する場合の解

前項までに、半無限地盤あるいは剛基盤上の弾性層の内部に線加振が作用する場合の解を示した。この特殊な場合として、加振位置が地表面上にある場合について考える。加振としては、以下のように半幅 b の帯状等分布加振を想定する。

$$\begin{aligned} \sigma_z &= -\frac{q}{2b} & \tau_{xz} &= -\frac{p}{2b} & (|x| \leq b) \\ \sigma_z &= 0 & \tau_{xz} &= 0 & (|x| > b) \end{aligned} \quad \dots\dots(2.95)$$

ここに、 (p, q) は (x, z) 方向に作用する加振力の単位奥行き当たりの加振合力である。地表面加振の場合には、地中加振の場合とは異なり、斉次解のみで境界条件を満足させることができる。そこで、(2.95)式を x に関してフーリエ変換し、(2.66)式と等置することによって、以下のような連立方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \mu(2\xi^2 - k^2)A - 2i\mu\beta\xi B &= -\frac{q}{b\xi} \sin(b\xi) \\ -2i\mu\alpha\xi A - \mu(2\xi^2 - k^2)B &= -\frac{p}{b\xi} \sin(b\xi) \end{aligned} \quad \dots\dots(2.96)$$

上式から未定定数 A, B を以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} A &= -\frac{2p\beta + q(2\xi^2 - k^2)}{b\mu\xi F_H(\xi)} \sin b\xi \\ B &= \frac{p(2\xi^2 - k^2) - 2q\alpha}{b\mu F_H(\xi)} \sin b\xi \end{aligned} \quad \dots\dots(2.97)$$

ここに、 $F_H(\xi)$ は半無限地盤の場合のレーリ関数であり、すでに(2.87)式に示されている。求めるべき解は、(2.97)式を(2.66)式に代入してフーリエ逆変換することにより、以下のように示される。

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{1}{\mu b} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ p \frac{\beta}{\xi} \left(-2\xi^2 e^{-\alpha z} + (2\xi^2 - k^2) e^{-\beta z} \right) \cos \xi x \right. \\ &\quad \left. + q \left((2\xi^2 - k^2) e^{-\alpha z} - 2\alpha\beta e^{-\beta z} \right) \sin \xi x \right\} \sin \xi b \, d\xi \\ u_z &= \frac{1}{\mu b} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ p \left(2\alpha\beta e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2) e^{-\beta z} \right) \sin \xi x \right. \\ &\quad \left. + q \frac{\beta}{\xi} \left(-(2\xi^2 - k^2) e^{-\alpha z} + 2\xi^2 e^{-\beta z} \right) \cos \xi x \right\} \sin \xi b \, d\xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{1}{b} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ p 2\beta \left((2\alpha^2 + k^2)e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta z} \right) \sin \xi x \right. \\
&\quad \left. + q \frac{1}{\xi} \left((2\xi^2 - k^2)(2\alpha^2 + k^2)e^{-\alpha z} - 4\alpha\beta\xi^2 e^{-\beta z} \right) \cos \xi x \right\} \sin \xi b \, d\xi \\
\sigma_z &= \frac{1}{b} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ p 2\beta (2\xi^2 - k^2)(-e^{-\alpha z} + e^{-\beta z}) \sin \xi x \right. \\
&\quad \left. + q \frac{1}{\xi} \left(-(2\xi^2 - k^2)^2 e^{-\alpha z} + 4\alpha\beta\xi^2 e^{-\beta z} \right) \cos \xi x \right\} \sin \xi b \, d\xi \\
\tau_{xz} &= \frac{1}{b} \int_0^\infty \frac{1}{\pi F_H(\xi)} \left\{ p \frac{1}{\xi} \left(4\alpha\beta\xi^2 e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2)^2 e^{-\beta z} \right) \cos \xi x \right. \\
&\quad \left. - q 2\alpha(2\xi^2 - k^2)(e^{-\alpha z} - e^{-\beta z}) \sin \xi x e^{-\beta z} \cos \xi x \right\} \sin \xi b \, d\xi \\
&\dots\dots\dots (2.98)
\end{aligned}$$

なお、線加振解は、加振半幅 b をゼロに収束させ、以下の関係を用いることによって容易に求めることができる。

$$\lim_{b \rightarrow 0} \frac{\sin \xi b}{\xi b} = 1 \quad \dots\dots(2.99)$$

なお、以上に示した半無限地盤の地表面加振解は、振動数をゼロに収束させたときに、別途求めた静的解に解析的に一致することが確かめられている。

つぎに、剛基盤上の弾性地盤の場合について示す。地表面の境界条件(2.95)式と基盤位置での境界条件を、斉次解を用いてフーリエ変換場で満足させることにより、未定定数を決定することができる。途中を省略して結果のみを示すと以下のようになる。

$$\begin{aligned}
u &= \frac{1}{2\pi\mu b} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left[p \frac{\beta}{\xi} \left(-2\xi^2(A_H e^{-\alpha z} - C_H e^{\alpha z}) + (B_H e^{-\beta z} + D_H e^{\beta z}) \right) \cos \xi x \right. \\
&\quad \left. + q \left((A_V e^{-\alpha z} - C_V e^{\alpha z}) - 2\alpha\beta(B_V e^{-\beta z} + D_V e^{\beta z}) \right) \sin \xi x \right] \sin \xi b \, d\xi \\
w &= \frac{1}{2\pi\mu b} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left[p \left(2\alpha\beta(A_H e^{-\alpha z} + C_H e^{\alpha z}) - (B_H e^{-\beta z} - D_H e^{\beta z}) \right) \sin \xi x \right. \\
&\quad \left. + q \frac{\alpha}{\xi} \left((A_V e^{-\alpha z} + C_V e^{\alpha z}) - 2\xi^2(B_V e^{-\beta z} + D_V e^{\beta z}) \right) \cos \xi x \right] \sin \xi b \, d\xi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{1}{2\mu b} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left[p 2\beta \left((2a^2 + k^2)(A_H e^{-a\xi} - C_H e^{a\xi}) - (B_H e^{-\beta\xi} + D_H e^{\beta\xi}) \right) \sin\xi x \right. \\
&\quad \left. + q \frac{1}{\xi} \left((2a^2 + k^2)(A_V e^{-a\xi} - C_V e^{a\xi}) - 4a\beta^2 \xi^2 (B_V e^{-\beta\xi} + D_V e^{\beta\xi}) \right) \cos\xi x \right] \sin\xi b d\xi \\
\sigma_z &= \frac{1}{2\mu b} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left[p 2\beta \left(-(2\xi^2 - k^2)(A_H e^{-a\xi} - C_H e^{a\xi}) + (B_H e^{-\beta\xi} + D_H e^{\beta\xi}) \right) \sin\xi x \right. \\
&\quad \left. - q \frac{1}{\xi} \left((2\xi^2 - k^2)(A_V e^{-a\xi} - C_V e^{a\xi}) + 4a\beta \xi^2 (B_V e^{-\beta\xi} + D_V e^{\beta\xi}) \right) \cos\xi x \right] \sin\xi b d\xi \\
\tau_{xz} &= \frac{1}{2\mu b} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} \left[p \frac{1}{\xi} \left(4a\beta \xi^2 (A_H e^{-a\xi} + C_H e^{a\xi}) - (2\xi^2 - k^2)(B_H e^{-\beta\xi} - D_H e^{\beta\xi}) \right) \cos\xi x \right. \\
&\quad \left. + q 2a \left(-(A_V e^{-a\xi} + C_V e^{a\xi}) + (2\xi^2 - k^2)(B_V e^{-\beta\xi} - D_V e^{\beta\xi}) \right) \sin\xi x \right] \sin\xi b d\xi \\
&\dots\dots\dots (2.100)
\end{aligned}$$

ここに、 $A_H \sim D_V$ は、

$$\begin{aligned}
A_H &= (\xi^2 - a\beta) e^{(a+\beta)H} + (\xi^2 + a\beta) e^{(a-\beta)H} - (2\xi^2 - k^2) \\
B_H &= (2\xi^2 - k^2)(\xi^2 - a\beta) e^{(a+\beta)H} - (2\xi^2 - k^2)(\xi^2 + a\beta) e^{-(a-\beta)H} + 4a\beta \xi^2 \\
C_H &= (\xi^2 - a\beta) e^{-(a+\beta)H} + (\xi^2 + a\beta) e^{-(a-\beta)H} - (2\xi^2 - k^2) \\
D_H &= -(2\xi^2 - k^2)(\xi^2 - a\beta) e^{-(a+\beta)H} + (2\xi^2 - k^2)(\xi^2 + a\beta) e^{(a-\beta)H} - 4a\beta \xi^2 \\
A_V &= (2\xi^2 - k^2)(\xi^2 - a\beta) e^{(a+\beta)H} - (2\xi^2 - k^2)(\xi^2 + a\beta) e^{(a-\beta)H} + 4a\beta \xi^2 \\
B_V &= (\xi^2 - a\beta) e^{(a+\beta)H} + (\xi^2 + a\beta) e^{-(a-\beta)H} - (2\xi^2 - k^2) \\
C_V &= -(2\xi^2 - k^2)(\xi^2 - a\beta) e^{-(a+\beta)H} + (2\xi^2 - k^2)(\xi^2 + a\beta) e^{-(a-\beta)H} - 4a\beta \xi^2 \\
D_V &= (\xi^2 - a\beta) e^{-(a+\beta)H} + (\xi^2 + a\beta) e^{(a-\beta)H} - (2\xi^2 - k^2) \\
&\dots\dots\dots (2.101)
\end{aligned}$$

と示される。また、レーリ関数 $F_R(\xi)$ はすでに(2.91)式で与えられている。なお、以上に示した剛基盤を有する弾性地盤の地表面加振解は、層厚 H を無限大にしたときに(2.98)式の半無限地表面加振解に一致することが確かめられている。

(7) 三次元半無限地盤のグリーン関数

本論で解析結果の比較に用いる三次元半無限地盤のグリーン関数を示す。この解は、内部減衰のない完全弾性体について松岡・八幡³⁶⁻³⁸⁾により求められている。誘導方法は松岡・八幡と全く同様であるので結果のみを示す。まず、 x 方向加振解は、

$$u_x = \frac{X}{2\pi\mu} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^\infty \frac{\xi J_0(\xi r)}{\alpha k^2 F_H(\xi)} \left((2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha z} - 2\alpha\beta e^{-\beta z} \right) \sigma' d\xi \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right]$$

$$u_y = \frac{X}{2\pi\mu} \left[\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^\infty \frac{\xi J_0(\xi r)}{\alpha k^2 F_H(\xi)} \left((2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha z} - 2\alpha\beta e^{-\beta z} \right) \sigma' d\xi + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right]$$

$$u_z = \frac{X}{2\pi\mu} \left[\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{\xi J_0(\xi r)}{k^2 F_H(\xi)} \left(-(2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha z} + 2\xi^2 e^{-\beta z} \right) \sigma' d\xi + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right]$$

$$\sigma_x = \frac{X}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^\infty \frac{\xi}{\alpha k^2 F_H(\xi)} \left\{ -\frac{\nu}{1-2\nu} h^2 (2\xi^2 - k^2) e^{-\alpha z} + \left((2\xi^2 - k^2) e^{-\alpha z} - 2\alpha\beta e^{-\beta z} \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \sigma' J_0(\xi r) d\xi \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} \frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_3 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right\} \right]$$

$$\sigma_y = \frac{X}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^\infty \frac{\xi}{\alpha k^2 F_H(\xi)} \left\{ -\frac{\nu}{1-2\nu} h^2 (2\xi^2 - k^2) e^{-\alpha z} + \left((2\xi^2 - k^2) e^{-\alpha z} - 2\alpha\beta e^{-\beta z} \right) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right\} \sigma' J_0(\xi r) d\xi \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_3 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right\} \right]$$

$$\sigma_z = \frac{X}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^\infty \frac{\xi}{\alpha k^2 F_H(\xi)} \left((2\xi^2 - k^2)^2 e^{-\alpha z} - 4\alpha\beta \xi^2 e^{-\beta z} \right) \sigma' J_0(\xi r) d\xi \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^2 \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_3 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right\} \right]$$

$$\begin{aligned}
\tau_{xy} &= \frac{X}{2\pi\partial y} \left[\int_0^\infty \frac{\xi}{\alpha k^2 F_H(\xi)} \left(2(2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha z} - 4\alpha\beta e^{-\beta z} \right) \sigma' \frac{\partial^2}{\partial x^2} J_0(\xi r) d\xi \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{2}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right] \\
\tau_{yz} &= \frac{X}{n} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[\int_0^\infty \frac{\xi J_0(\xi r)}{k^2 F_H(\xi)} (2\xi^2 - k^2)(-e^{-\alpha z} + e^{-\beta z}) \sigma' d\xi + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right] \\
\tau_{zx} &= \frac{X}{n} \left[\int_0^\infty \frac{\xi}{k^2 F_H(\xi)} (2\xi^2 - k^2)(-e^{-\alpha z} + e^{-\beta z}) \sigma' \frac{\partial^2}{\partial x^2} J_0(\xi r) d\xi \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{2}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right] \\
&\quad \dots\dots\dots(2.102)
\end{aligned}$$

と示される。また、 z 方加振解は円筒座標系を用いることにより、

$$u_r = \frac{Z}{2\pi\mu} \left[\frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty \frac{\xi J_0(\xi r)}{k^2 F_H(\xi)} \left(2\xi^2 e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta z} \right) r' d\xi + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
u_z &= \frac{Z}{2\pi\mu} \left[\int_0^\infty \frac{\xi^3 J_0(\xi r)}{\beta k^2 F_H(\xi)} \left(-2\alpha\beta e^{-\alpha z} + (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta z} \right) r' d\xi \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= \frac{Z}{n} \left[\int_0^\infty \frac{\xi}{k^2 F_H(\xi)} \left\{ -\frac{\nu}{1-2\nu} 2\xi^2 \alpha^2 e^{-\alpha z} + \left(2\xi^2 e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta z} \right) \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right\} r' J_0(\xi r) d\xi \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_3 + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_\theta &= \frac{Z}{n} \left[\int_0^\infty \frac{\xi}{k^2 F_H(\xi)} \left\{ -\frac{\nu}{1-2\nu} 2\xi^2 \alpha^2 e^{-\alpha z} + \left(2\xi^2 e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2)e^{-\beta z} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right\} r' J_0(\xi r) d\xi \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_3 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z = \frac{Z}{2\pi} & \left[\int_0^\infty \frac{\xi J_0(\xi r)}{k^2 F_H(\xi)} 2\xi^2(2\xi^2 - k^2)(e^{-\alpha z} - e^{-\beta z}) r d\xi \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} \frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_3 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right\} \right] \\ \tau_{rz} = \frac{Z}{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} & \left[\int_0^\infty \frac{\xi J_0(\xi r)}{\beta k^2 F_H(\xi)} \left(-4\alpha\beta\xi^2 e^{-\alpha z} + (2\xi^2 - k^2)^2 e^{-\beta z} \right) r d\xi \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{e^{-ikR_j}}{R_j} + \frac{2}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{-ikR_j} - e^{-ihR_j}}{R_j} \right) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2.103)$$

と求められる。ここに

$$\Delta_3 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \dots (2.104)$$

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-f)^2} \quad R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+f)^2} \quad \dots (2.105)$$

$$\begin{aligned} \sigma' &= (2\xi^2 - k^2) e^{-i\alpha f} - 2\alpha\beta e^{-i\beta f} \\ \tau &= (2\xi^2 - k^2) e^{-i\beta f} - 2\alpha\beta e^{-i\alpha f} \end{aligned} \quad \dots(2.106)$$

である。なお、上述の式中の k と h については、 $\eta=0$ の場合に相当する。

(8) 数値計算上の注意

本論で示したグリーン関数は、地表面加振の場合にはポテンシャル項(斉次解)のみで、地中加振解では斉次解と基本解(全無限解の鏡像解)の和で構成されている。また、斉次解はフーリエ逆変換に伴う無限積分で表される。地盤に減衰が無いとき、すなわち二次元あるいは三次元地盤($\eta=0.0$)でかつ内部減衰が無いとき($h_D=0.0$)には、この積分は特異点を含むコーシーの主値積分となる。無減衰のときには、特性方程式(Rayleigh関数 $F_H(\xi)=0$ または $F_R(\xi)=0$)が実根(ξ_R)をもつために、レーリーポールとよばれる特異点の実軸上に存在する。

まず、半無限地盤の場合には、特性方程式は(2.87)式より

$$(2\xi^2 - k^2)^2 - 4\alpha\beta\xi^2 = 0 \quad \dots(2.107)$$

で与えられる。無減衰($\eta=0$ かつ $h_D=0.0$)のときには、(2.107)式はポアソン比によって一意的に定まる実根を一つ有する。表-2.1にその一覧を示す。

表-2.1 レーリーポールの一覧(半無限地盤無減衰の場合)

| ポアソン比(ν) | レーリーポール ($\zeta_R = \xi_R \times V_S/\omega$) | ポアソン比(ν) | レーリーポール ($\zeta_R = \xi_R \times V_S/\omega$) |
|----------------|--|----------------|--|
| 0.25 | 1.0876638736 | 0.30 | 1.0782685956 |
| 0.35 | 1.0695037006 | 0.40 | 1.0613509309 |
| 0.45 | 1.0537855319 | 0.50 | 1.0467778857 |

なお、表中には $\zeta_R = \xi_R \times V_S/\omega$ のように無次元化して示してあるが、 ζ_R はせん断波速度とレーリー波速度の比を示している。また、半無限地盤の解の被積分関数には $\alpha = \sqrt{\xi^2 - h^2}$ 、 $\beta = \sqrt{\xi^2 - k^2}$ が含まれているので、無減衰のときには、 $\xi = \omega/V_S$ ($\zeta = 1.0$) および $\xi = \omega/V_P$ ($\zeta = V_S/V_P$)なる分岐点も実軸上に存在する。これらは、地中加振の場合には擬似ポールともなる。しかし、分岐点回りの微小半円で積分しその半径を無限小にすると積分値がゼロになるので積分値には寄与しないことが確かめられている。

つぎに、剛基盤を有する弾性地盤場合には、特性方程式は(2.91)式より下式で与えられる。

$$8\alpha\beta\xi^2(2\xi^2 - k^2) + (\xi^2 - \alpha\beta) \left\{ (2\xi^2 - k^2)^2 - 4\alpha\beta\xi^2 \right\} \cosh(\alpha + \beta)H - (\xi^2 + \alpha\beta) \left\{ (2\xi^2 - k^2)^2 + 4\alpha\beta\xi^2 \right\} \cosh(\alpha - \beta)H = 0 \quad \dots(2.108)$$

無減衰の場合には(2.108)式は実根を有し、レーリーポールが実軸上に存在する。このレーリーポールは、半無限地盤の場合とは異なりポアソン比によって一意的に定まらず、振動数あるいは基盤深さによってその数および値が変動する。このように波の速度が振動数によって変化することを分散性を有すると言う。このときの無次元振動数($\alpha_H = \omega H/V_S$)—レーリーポール($\zeta_R = \xi_R \times V_S/\omega$)曲線を分散曲線と呼

び、図-2.8にポアソン比が $\nu=0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45$ の場合についての結果を示す。図から明らかなようにレーリーポールは振動数の増大とともに個数が増えまた値も増大する。すなわち振動数が無限大になればレーリーポールの数も無限個になる。各曲線は各レーリー波モードに対応している。一般に二層地盤の分散曲線は、基本モードは下層の半無限地盤のレーリー波速度に対応する点から出発し、表層の半無限地盤のレーリー波速度に対応する点に収束する¹⁴²⁾。これ以降のモードは、下層のせん断波速度から表層のせん断波速度に対応する点に収束する。従って、剛基盤を有する場合には、下層の剛性が無限大となるので分散曲線の出発点は $\zeta_R=0.0$ となる。また、カットオフ振動数以下の部分では、レーリー波が存在しない振動数範囲がある。ちなみに、剛基盤が存在する場合には、地盤の逸散減衰はレーリー波の逸散のみによるので、この範囲では地盤の逸散減衰が存在せず、解は実数(無減衰の場合)のみで表される。

剛基盤が存在する場合には、分散曲線は共振現象とも密接に関係する。一般に下端条件が剛となるときには共振現象を呈し、Ewingsら¹⁴²⁾により詳細に詳述されている。要約すると、 $\zeta_R=0$ 上の分散曲線の始点、ならびに、特性方程式が重根を有するときに共振発散する。前者は、一次元振動の共振点に一致しており、縦振動に対応する $\alpha_H=(0.5+n)\pi \cdot (V_P/V_S)$ 、および横振動に対応する $\alpha_H=(0.5+n)\pi$ の値となる。したがって、分散曲線には縦振動に対応するものと、横振動に対応するものとが存在し、前者は水平加振問題に、後者は鉛直加振問題に関係する。つぎに、特性方程式が重根となる場合としては、同一モード上で重根となるときと、異なるモード上で重根となるときの二つの場合がある。同一モード上で重根となるときは、 $\partial\alpha_H/\partial\zeta=0$ (すなわち $\partial\omega/\partial\zeta=0$)の場合である。 $\partial\omega/\partial\zeta$ は群速度に相当するので、群速度がゼロの場合に対応する。なお、異なるモード上で重根となるのはポアソン比 $\nu=0.25$ のときであり、前述の一次元振動の共振点に一致することが小堀ら^{13~14)}によって指摘されている。なお、重根となるときには振動方向にかかわらず共振点となる。

以上に示したレーリーポールでは、被積分関数が特異点となるために積分の評価ができない。一般に、レーリーポールでは留数の定理をもちいて積分の評価を行う。即ち、留数に $-mi$ 倍することによる。このときレーリー関数の導関数が必

要になる。半無限地盤の場合には、

$$\frac{\partial F_H(\xi)}{\partial \xi} = 4\xi \left[2(2\xi^2 - k^2) - 2a\beta - \xi^2 \left(\frac{\beta}{a} + \frac{a}{\beta} \right) \right] \quad \dots(2.109)$$

で、剛基盤上の弾性地盤の場合には、

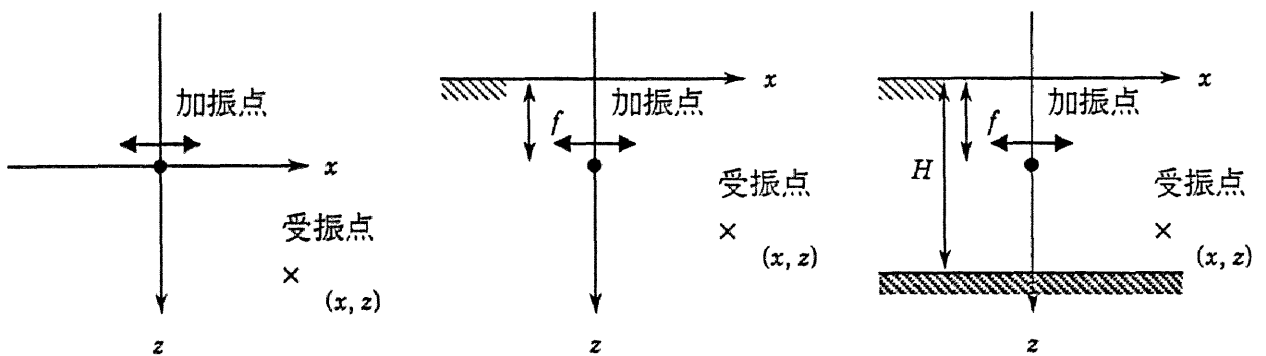
$$\begin{aligned} \frac{\partial F_R(\xi)}{\partial \xi} = \frac{\xi}{a\beta} & \left[8 \left\{ \xi^2(a^2 + \beta^2)(2\xi^2 - k^2) + 2a^2\beta^2(4\xi^2 - k^2) \right\} \right. \\ & - (a - \beta)^2 \left\{ (2\xi^2 - k^2)^2 - 4a\beta\xi^2 \right\} \cosh\{(a + \beta)H\} \\ & - (a + \beta)^2 \left\{ (2\xi^2 - k^2)^2 + 4a\beta\xi^2 \right\} \cosh\{(a - \beta)H\} \\ & - 4(\xi^2 - a\beta)^2 \left\{ (a - \beta)^2\xi^2 - a\beta(\xi^2 - k^2) \right\} \cosh\{(a + \beta)H\} \\ & - 4(\xi^2 + a\beta)^2 \left\{ (a + \beta)^2\xi^2 + a\beta(\xi^2 - k^2) \right\} \cosh\{(a - \beta)H\} \\ & + H(\xi^2 - a\beta)(a + \beta) \left\{ (2\xi^2 - k^2)^2 - 4a\beta\xi^2 \right\} \sinh\{(a + \beta)H\} \\ & \left. - H(\xi^2 + a\beta)(a - \beta) \left\{ (2\xi^2 - k^2)^2 + 4a\beta\xi^2 \right\} \sinh\{(a - \beta)H\} \right] \quad \dots(2.110) \end{aligned}$$

で表される。

以上の議論から、数値積分は①レーリーポールを除いた積分項(Cauchyの主値)、②レーリーポールに伴う留数項(無減衰の時)、③鏡像解(地中加振時)の和で表されることが分かる。本論では、①の積分はGaussの求積法により評価するが、積分区間を④ $0.0 \sim (\xi_{Rn} - \varepsilon)$ のレーリーポール近傍を除く部分の積分、⑤レーリーポール近傍の積分、⑥ $(\xi_{Rn} + \varepsilon) \sim \infty$ の積分に分離して行う。このうち、⑥の無限積分の評価は計算精度ならびに計算時間の観点から重要である。無限積分の評価法としては、Longmanの方法¹⁴³⁾、無限積分の有限化³⁵⁾、静的解を用いた収れん加速法などが提案されている。本論では、最後の収れん加速法を用いる(半無限地盤の静的解で収れん加速)。ただし、二次元半無限地盤では加振方向の変位の静的解が無限発散するので、この項を除いて収れん加速を行う。収れん加速とは、予め静的解 u_S をフーリエ変換場の解 u_S^* とともに求めておき、無限積分の被積分関数からフーリエ変換場 u_S^* の解を引くことによって積分値の収束を速めようとする方法である。たとえば、

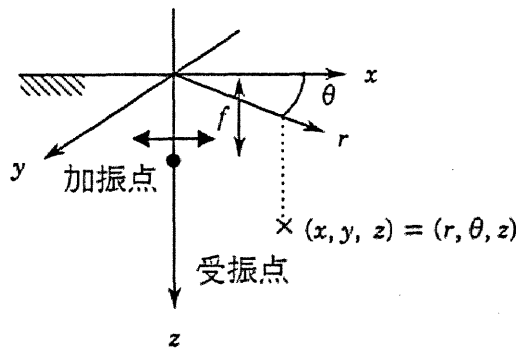
$$\begin{aligned}
 u &= \int_0^{\infty} u^* \exp(i\xi x) d\xi \\
 &= \int_0^{\infty} (u^* - u_S^*) \exp(i\xi x) d\xi + u_S
 \end{aligned}
 \tag{2.111}$$

のように行う。なお、静的解については既に多くの文献¹⁴⁴⁾などで紹介されているのでここでは提示するのを省略する。



(a-1) 全無限地盤 (a-2) 半無限地盤 (a-3) 剛基盤上の弾性地盤

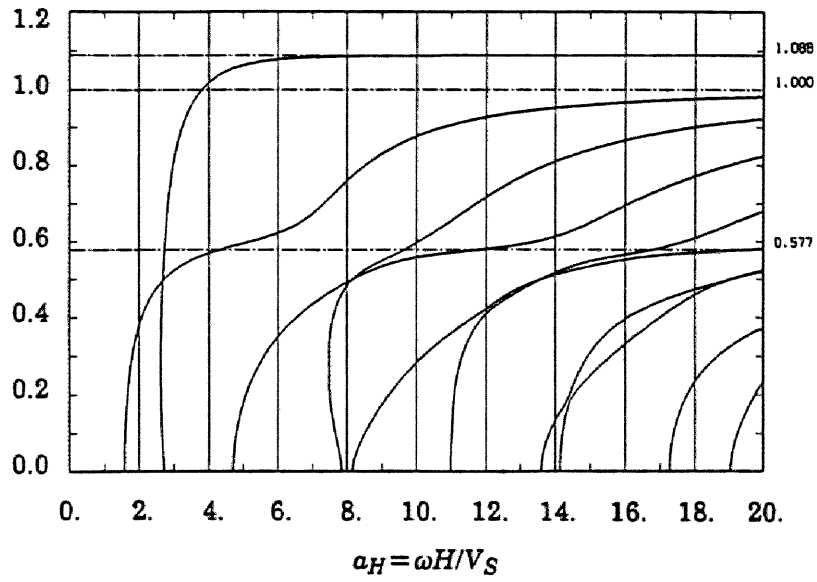
(a) 二次元(擬似三次元)半無限地盤の場合



(d) 三次元半無限地盤の場合

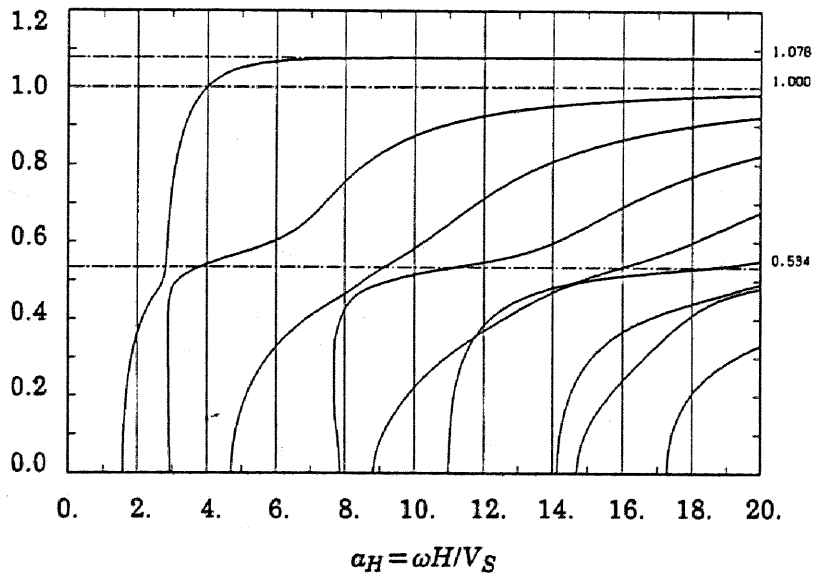
図-2.7 本論で導いたグリーン関数

$$\zeta_R = \xi_R \times \omega / V_S$$



(a) $\nu = 0.25$ の場合

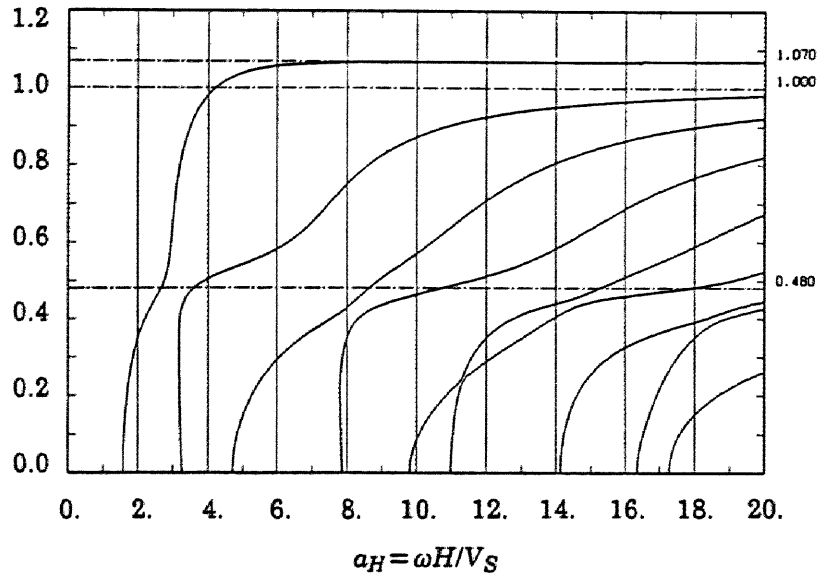
$$\zeta_R = \xi_R \times \omega / V_S$$



(b) $\nu = 0.30$ の場合

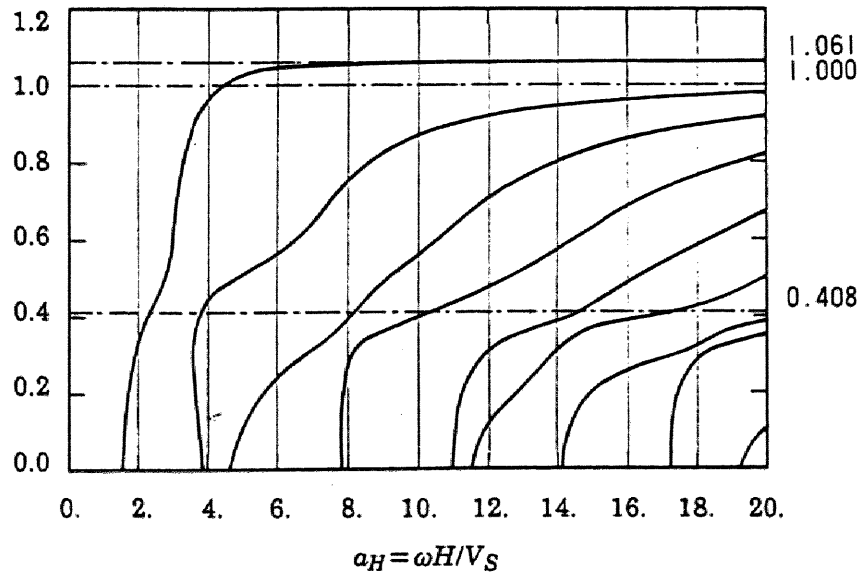
図-2.8 剛基盤上の弾性地盤の分散曲線 (無減衰の場合)

$$\zeta_R = \xi_R \times \omega / V_S$$



(c) $\nu = 0.35$ の場合

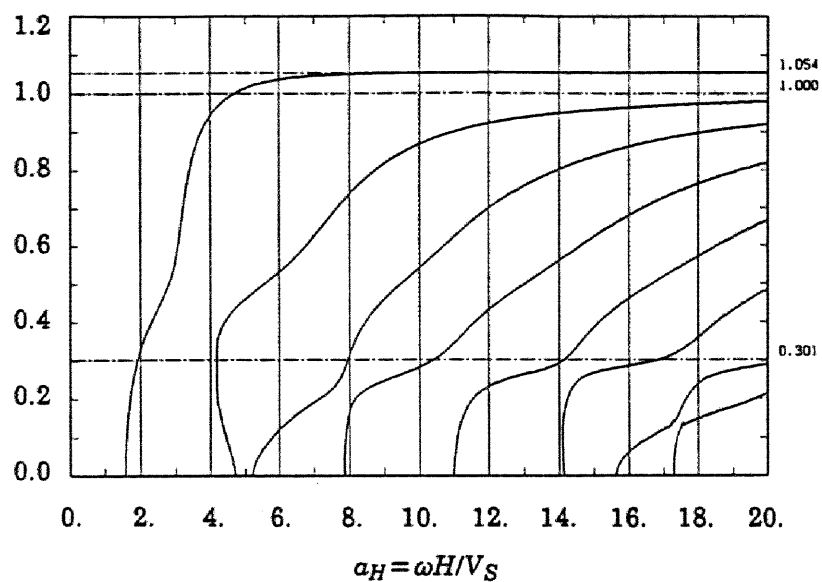
$$\zeta_R = \xi_R \times \omega / V_S$$



(d) $\nu = 0.40$ の場合

図-2.8 剛基盤上の弾性地盤の分散曲線 (無減衰の場合)

$$\zeta_R = \xi_R \times \omega / V_S$$



(e) $\nu = 0.45$ の場合

図-2.8 剛基盤上の弾性地盤の分散曲線 (無減衰の場合)

2.4 入反射波場の誘導

境界要素解析で必要となる入反射波場の変位および応力を誘導する。対象とするのは、半無限地盤に平面P波および平面SV波が任意の入射角で入射する問題と、剛基盤上の弾性地盤に鉛直下方から平面P波および平面SV波が入射する問題である。なお、(2.1)節で述べたように方位角を有さずに平面実体波が入射する場合の入反射波場の支配方程式は、いずれも二次元場の支配方程式となる。

(1) 半無限地盤の場合

変位をポテンシャルを用いて表示すると、(2.57)式と同様に、

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots(2.112)$$

と表される。ここに、 ϕ は平面P波に対応し、 ψ は平面SV波に対応するポテンシャルである。今、図-2.9のような座標系を採用し、 x 軸の正の方向に進む実体波を考えると、これらのポテンシャルは、

$$\begin{aligned} \phi_i &= A_i \exp(-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_p)^2 - \xi^2}) \\ \psi_i &= B_i \exp(-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_s)^2 - \xi^2}) \\ \phi_r &= A_r \exp(-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_p)^2 - \xi^2}) \\ \psi_r &= B_r \exp(-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_s)^2 - \xi^2}) \end{aligned} \quad \dots(2.113)$$

と表すことができる^{142,145)}。ここに、 A_i は入射P波のポテンシャル振幅、 B_i は入射SV波のポテンシャル振幅であり、 A_r および B_r は対応する反射波のポテンシャル振幅である。下添字 i と r は各々入射波と反射波の諸量であることを示す。また、 c_p および c_s は内部減衰を考慮した複素P波およびS波速度であり、(2.59)式で与えられている。 ξ は x 方向の見かけ速度による波数であり、P波入射の場合には入射角を θ_p とすると、

$$\xi = \frac{\omega}{c_p} \frac{\tan \theta_p}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_p}} \quad \dots(2.114)$$

と、SV波入射の場合には入射角を θ_s とすると、

$$\xi = \frac{\omega}{c_S} \frac{\tan \theta_S}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_S}} \quad \dots(2.115)$$

と示すことができる。(2.113)式を(2.112)式に代入すると、変位は、

$$\begin{aligned} u &= -i\xi \left(A_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} + A_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} \right) \\ &\quad + i\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2} \left(B_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} - B_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} \right) \\ w &= -i\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2} \left(A_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} - A_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} \right) \\ &\quad - i\xi \left(B_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} + B_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} \right) \end{aligned} \quad \dots(2.116)$$

と、同様にして応力は、

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \mu \left\{ -\{2\xi^2 - (\omega/c_S)^2 + 2(\omega/c_P)^2\} \left(A_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} + A_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2\xi\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2} \left(B_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} - B_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} \right) \right\} \\ \sigma_z &= -\mu \left\{ \{2\xi^2 - (\omega/c_S)^2\} \left(A_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} + A_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} \right) \right. \\ &\quad \left. - 2\xi\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2} \left(B_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} - B_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} \right) \right\} \\ \tau_{xz} &= \mu \left\{ -2\xi\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2} \left(A_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} - A_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \{2\xi^2 - (\omega/c_S)^2\} \left(B_i e^{-i\xi x - iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} + B_r e^{-i\xi x + iz\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2}} \right) \right\} \end{aligned} \quad \dots(2.117)$$

と示される。半無限地盤の場合には、地表面($z=0$)で応力(σ_z および τ_{xz})がゼロとなるので、(2.117)式より、以下の連立方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} 2\xi^2 - (\omega/c_S)^2 & 2\xi\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2} \\ 2\xi\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2} & -2\xi^2 + (\omega/c_S)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_r \\ B_r \end{Bmatrix}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} -2\xi^2 + (\omega/c_S)^2 \\ 2\xi\sqrt{(\omega/c_P)^2 - \xi^2} \end{array} \right\} A_i \quad \text{又は} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2\xi\sqrt{(\omega/c_S)^2 - \xi^2} \\ 2\xi^2 - (\omega/c_S)^2 \end{array} \right\} B_i$$

..... (2.118)

上式から未定定数 A_i および B_i を求め、(2.116)および(2.117)式に代入することによって、求めるべき半無限地盤の入射波場が得られる。なお、単位の入射波振幅に対応するポテンシャル振幅 A_i および B_i は、

$$A_i = \frac{-1}{i(\omega/c_P)} \quad B_i = \frac{1}{i(\omega/c_S)} \quad \text{.....(2.119)}$$

で与えられる。

(2) 剛基盤上の弾性地盤の場合

剛基盤が存在する場合には鉛直下方入射の場合しかあり得ないので、容易に求めることができる。結果のみを示すと、P波入射の場合の変位は、

$$u = 0 \quad w = \frac{\cos \xi z}{\cos \xi H} w_0 \quad \text{.....(2.120)}$$

と、応力は、

$$\sigma_x = -(\lambda + 2\mu)\xi \frac{\sin \xi z}{\cos \xi H} u_0 \quad \sigma_z = 0 \quad \tau_{xz} = -\mu\xi \frac{\sin \xi z}{\cos \xi H} u_0 \quad \text{.....(2.121)}$$

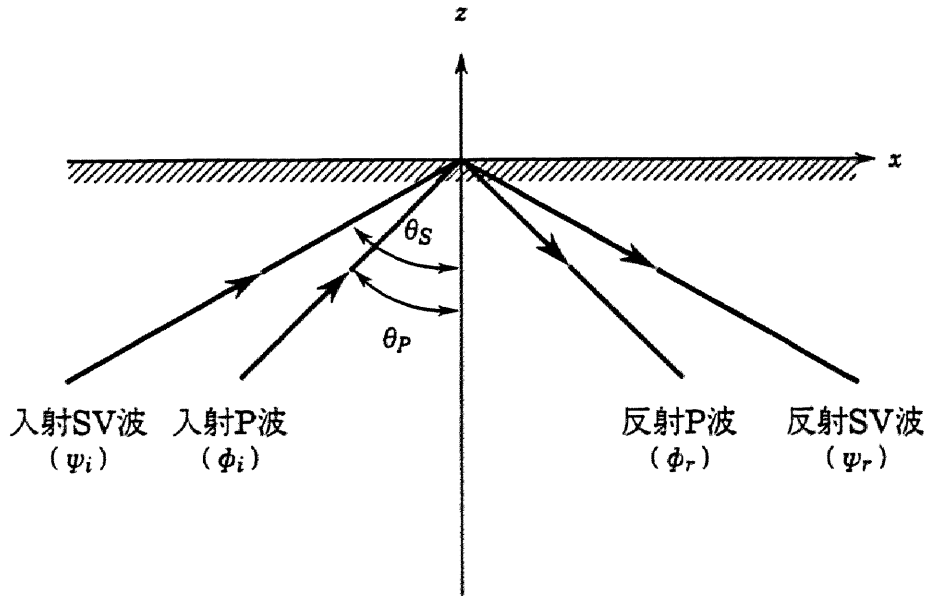
と示される。また、SV波入射の場合には、変位は、

$$u = \frac{\cos \xi z}{\cos \xi H} u_0 \quad w = 0 \quad \text{.....(2.122)}$$

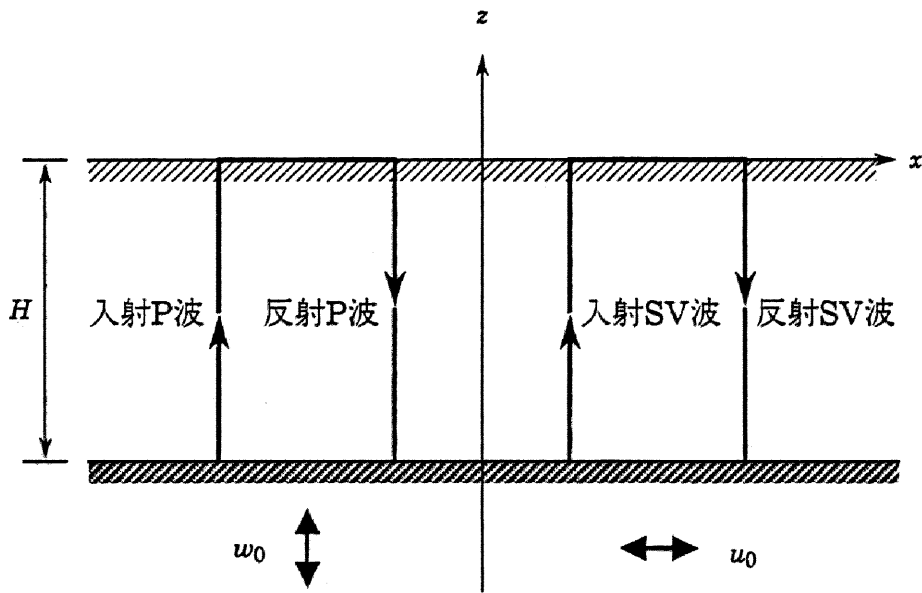
と、応力は、

$$\sigma_x = -\lambda\xi \frac{\sin \xi z}{\cos \xi H} w_0 \quad \sigma_z = -(\lambda + 2\mu)\xi \frac{\sin \xi z}{\cos \xi H} w_0 \quad \tau_{xz} = 0 \quad \text{.....(2.123)}$$

と示される。ここに、 u_0 および w_0 は基盤における水平および上下変位振幅である。



(a) 半無限地盤の場合



(b) 剛基盤上の弾性地盤の場合

図-2.9 入反射波場解析の概念図

第3章 解析理論の検証

第2章で定式化された解析理論の検証を目的として、既往の解析結果との比較および地震観測結果との比較を行う。

3.1 既往の解析結果との検証

(1) 二次元半無限地盤上の剛基礎

無減衰($h_D = \eta = 0$)の二次元半無限地盤上に存在する剛基礎の水平コンプライアンスを、特異積分方程式法によるLucoら²⁵⁾の結果と比較して、図-3.1に示す。ポアソン比は $\nu = 0.25$ とし、境界要素は20個の一定要素を用いている。なお、解析結果は無次元振動数($\omega_0 = \omega B / V_S$)を横軸として、コンプライアンスに $\eta \mu L$ を乗じて無次元化した結果を縦軸として表示されている。両解は全く一致しており、二次元半無限地盤の場合のインピーダンス解析の妥当性が検証される。

(2) 剛基礎上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎

剛基礎上の弾性地盤に埋込まれた無質量剛基礎のインピーダンスならびに基礎入力動の妥当性を検証するために、有限要素法⁸⁸⁾を用いて解析した結果と比較する。図-3.2に示すように、ポアソン比は $\nu = 0.4$ 、内部減衰は $h_D = 0.05$ 、埋込み深さは $E/B = 0.5$ 、基盤深さは $H/B = 2.0$ とし、二次元地盤($\eta = 0$)と擬似三次元地盤($\eta = 2\rho V_S/L$)を対象とする。境界要素解析に用いた境界要素は一定要素であり、底面に20要素、側面には各5要素を設けている。解析結果は無次元表示されるが、有限要素解析では図-3.3に示す解析モデルを用いて有次元解析を行っている。図-3.4に水平および回転インピーダンスを、図-3.5にSV波が鉛直下方から入射したときの基礎入力動を地表面応答に対する伝達関数として示す。境界要素解析結果は有限要素解析結果とよい対応を示しており、剛基礎を有する場合のインピーダンス解析および基礎入力動解析の妥当性が検証される。

(3) 半無限地盤半円筒形谷の入反射波応答

本解析法の入反射波解析に対する妥当性を検証するために、無減衰半無限地盤の半円筒形谷に鉛直下方からSV波が入射したときの地表面変位分布を、積分方程式法によるWong¹⁴⁶⁾の結果と比較して示す。半円筒形谷の半径を a 、S波の波長を $L_S=2\pi V_S/\omega$ としたときの、ポアソン比が $\nu=1/3$ 、無次元振動数 $a_R=2a/L_S$ が $a_R=0.5$ の場合の結果を示す。解析は線形要素を用いた境界要素解析により行い、境界要素数は20個用いている。検証モデルを図-3.6に、解析結果を図-3.7に示す。なお、解析結果は、入射波振幅に対する伝達関数として表示されている。両解析結果はWongによる結果とよい対応を示しており、入反射波解析に対する境界要素解析の妥当性が検証される。

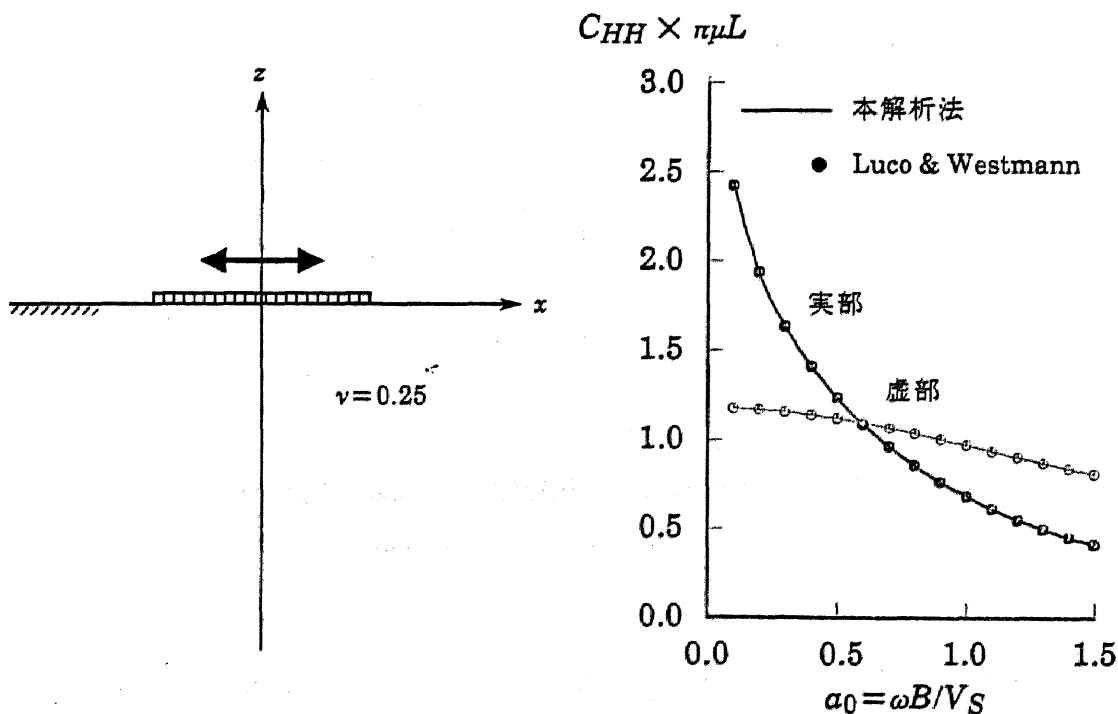


図-3.1 二次元半無限地盤上の剛基礎コンプライアンス

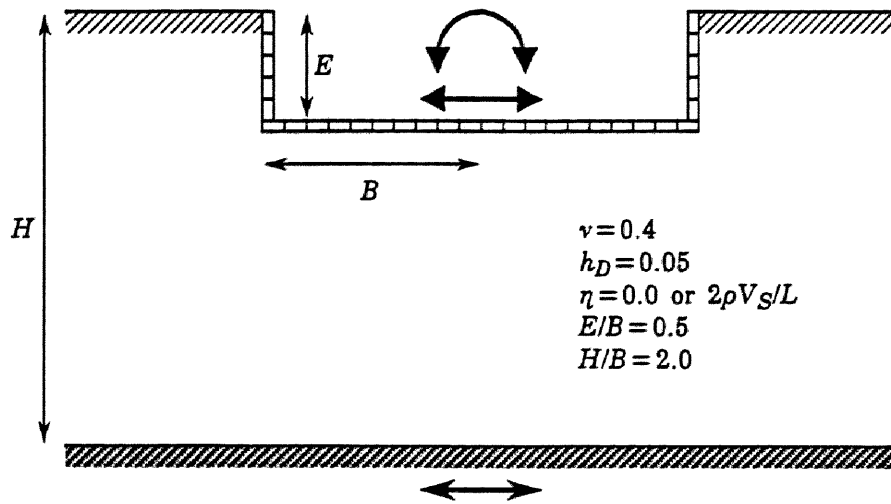


図-3.2 剛基盤上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎の検証モデル

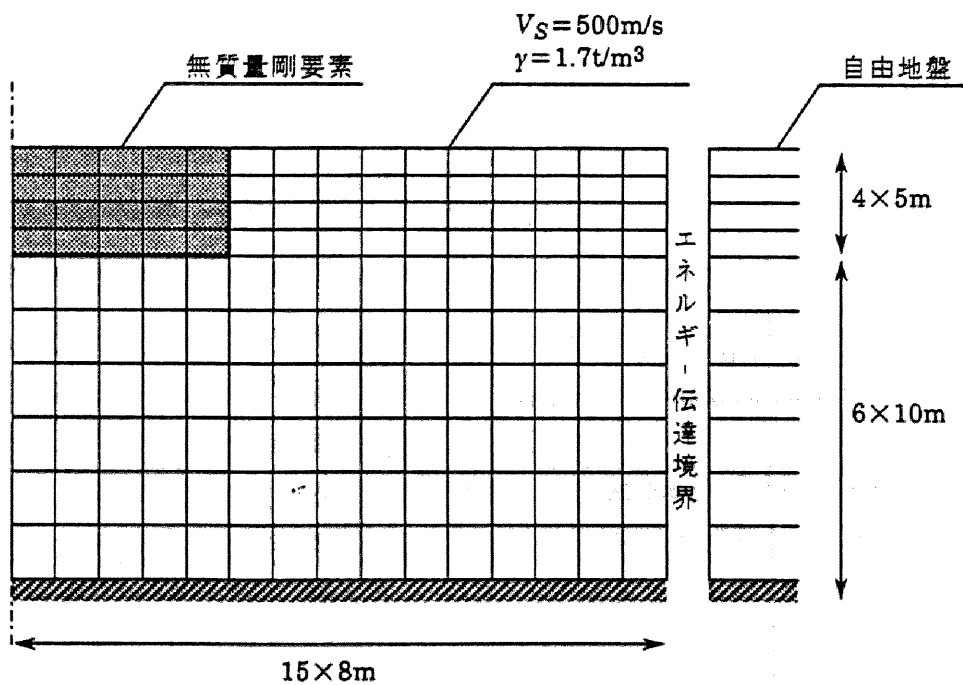
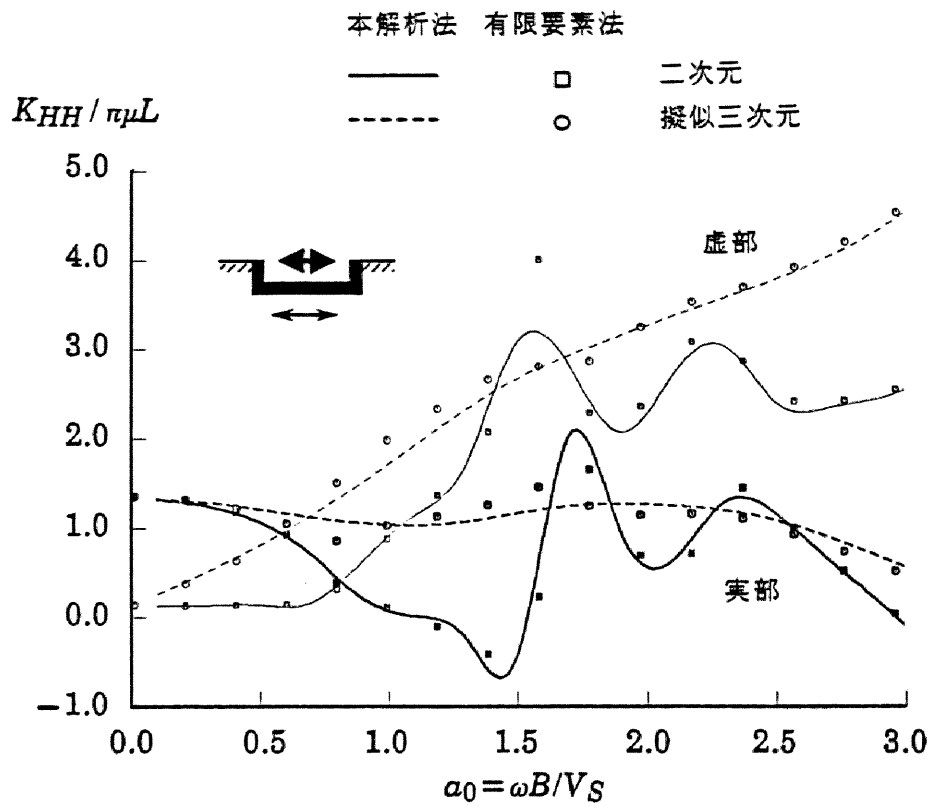
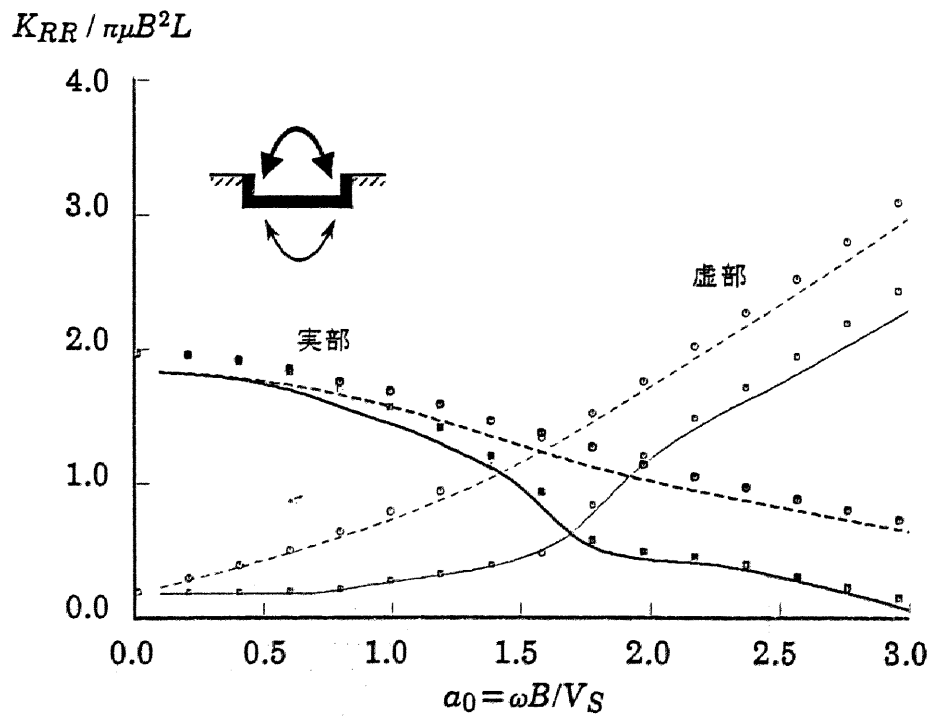


図-3.3 剛基盤上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎の有限要素モデル

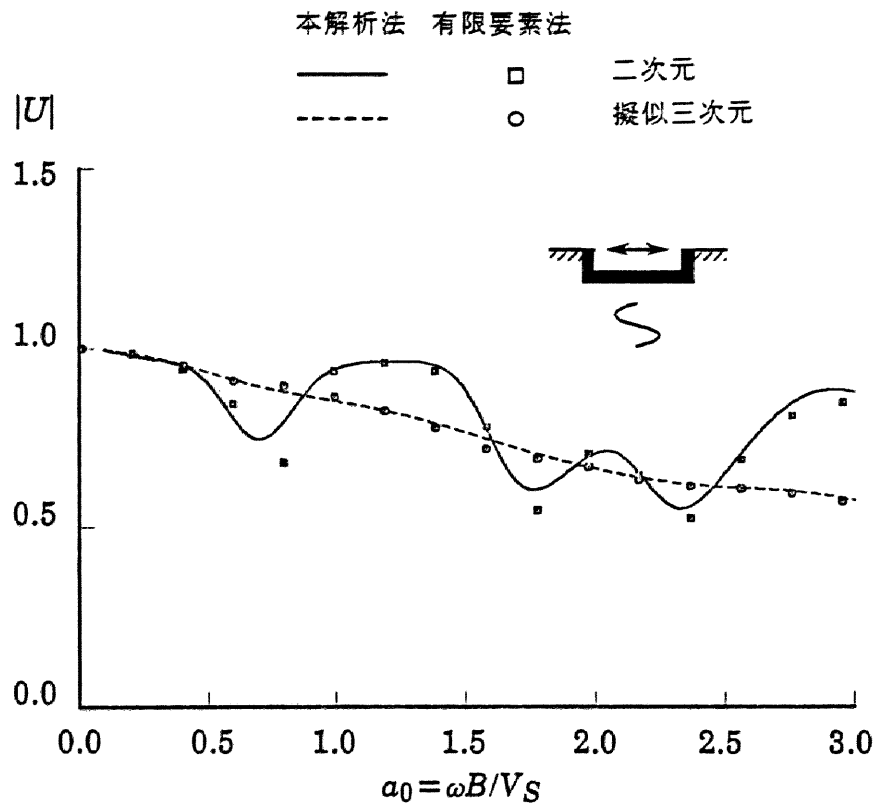


(a) 水平対角成分

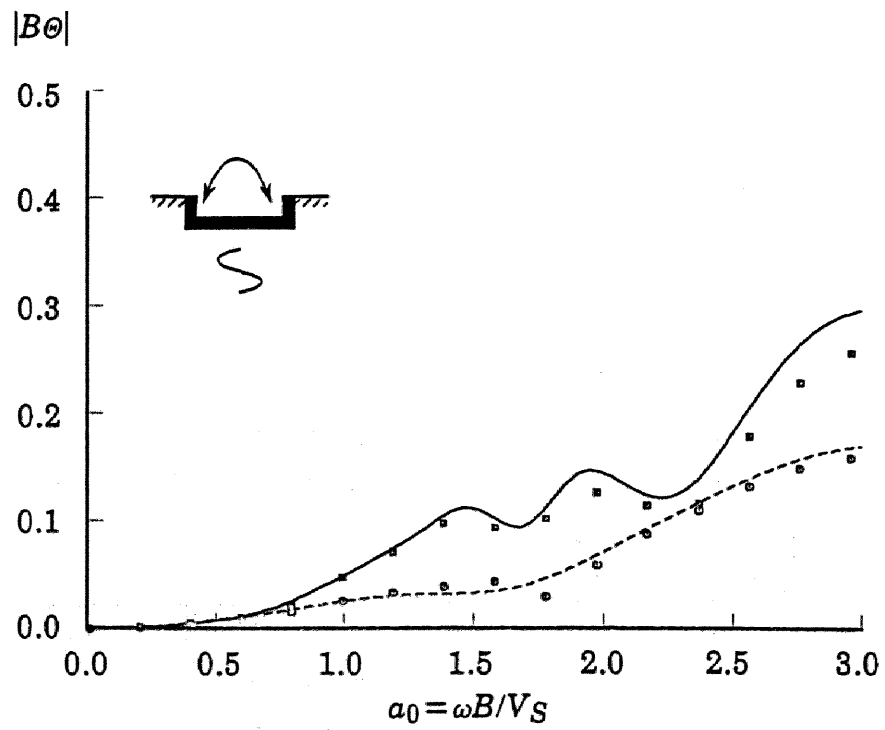


(b) 回転対角成分

図-3.4 剛基盤上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス



(a) 水平成分



(b) 回転成分

図-3.5 剛基盤上の弾性地盤に埋込まれた剛基礎の基礎入力動

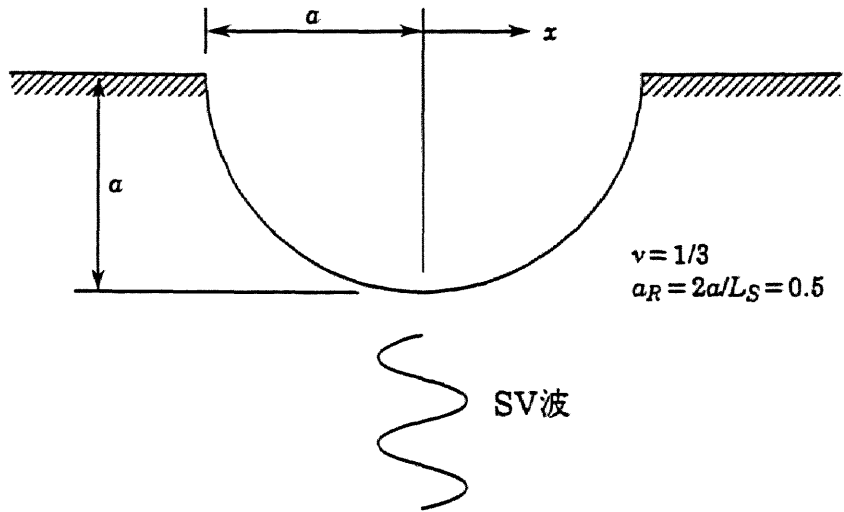


図-3.6 半円筒形谷の入反射問題の検証モデル

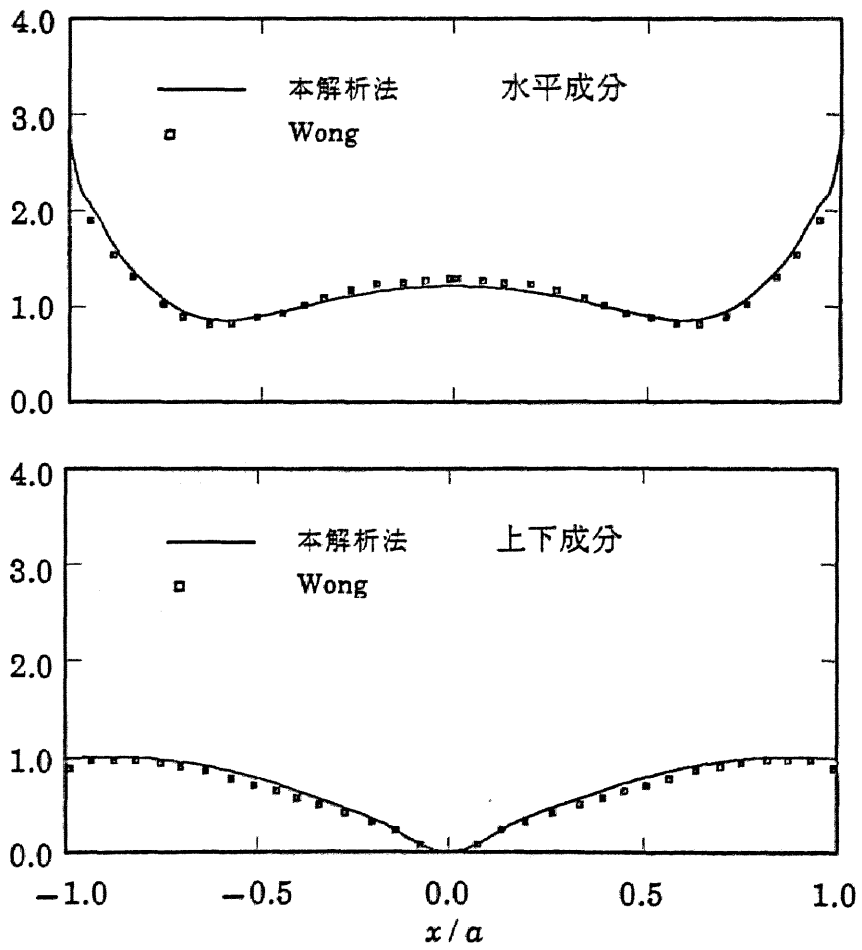


図-3.7 半円筒形谷に鉛直下方からSV波が入射したときの応答

3.2 沖積谷で観測された地震観測結果との検証

前節において既往の解析解との比較を行い、本論で用いる解析手法の妥当性が確認された。本節では、薄い半楕円状の不整形性を有する沖積谷で観測された地震観測結果のシミュレーションを行い、解析手法の有効性を検証する。解析方法は、地盤の不整形性と無限性の両者を容易に取り込むことのできる有限要素-境界要素結合解法を用いる。また、ここで用いた地震観測データは神奈川県藤沢市に建設された道路橋地点において得られたものである¹⁴⁷⁾。解析結果は、基盤に対する地表面の周波数伝達関数、時刻歴波形およびフーリエスペクトルの形で実測値と比較する。なお、不整形地盤の実測結果と対比した既往の解析例は少なく、Pacoima Damでの強震記録のシミュレーションを試みたWongら¹⁴⁸⁾や、起振機による強制振動実験の結果と対比させた小堀ら¹⁴⁹⁾、切盛地盤の動特性を常時微動測定結果と比較して論じた富樫ら¹⁵⁰⁾を数えるのみである。

(1) サイト特性と地震観測結果

地震観測¹⁴⁷⁾が実施されたのは、神奈川県藤沢市の海岸砂州による溺れ谷閉塞の典型的な軟弱地盤であり、河川による後背湿地である。当該地盤の地盤概要ならびに地震計配置を図-3.8に示す。図中、▼位置における土質調査試験結果を図-3.9に示す。表層は層厚約22m、N値0の非常に軟弱な腐食土およびシルトの互層で、S波速度40~65m/secの沖積層である。一方、基盤はN値50以上の粘土および細砂からなるS波速度400m/secの洪積層である。

設置された地震計はサーボ型加速度計であり、図-3.8(●印)に示すように、地表に1台(GS-1)、基盤に4台(GB-1~GB-4)配置されている。GS-1とGB-1とは同一鉛直線上に位置しており、GB-1~GB-3は平面上の3点で構成されるアレーとなっている。各観測点では、水平2方向(図-3.8の断面の面内方向および面外方向の2方向)および上下方向の3成分の加速度記録が得られる。

本解析に用いた地震記録は1983年8月8日に発生した神奈川県西部地震であり、マグニチュード6.0、震央距離42km、震源深さ20kmである。本地震は観測地震中最大加速度を示したものであり、図-3.10に震源位置と観測地点の位置関係を示す。

また、以下の解析で用いるGB-1とGS-1の加速度記録を各々図-3.11、図-3.12に、両記録の最大加速度値を表-3.1に示す。

(2) 解析条件

解析には図-3.13に示すような有限要素-境界要素結合解法モデルを用いる。沖積谷部分は有限要素により、周囲の洪積地盤は境界要素によりモデル化する。沖積谷部分は地盤定数の若干異なる数層より構成されているが、S波速度に着目して二層構造を仮定する。また、洪積地盤は半無限一様地盤とする。これら二種類の地盤定数は、図-3.9に示したボーリングの結果を参考にして設定した。その地盤定数を表-3.2にまとめておく。

沖積谷の境界は地盤調査結果にできるだけ忠実にモデル化したが、ほぼ左右対称と考えられるため対称性を仮定した。メッシュサイズは解析精度に影響するが、今回は対象とする振動数範囲を0~3Hzとして最小波長の1/4を目安にメッシュ分割を行った。

本来、実記録の面外水平、面内水平、上下各成分は、地震波動伝播の3次元の挙動の集積としてとらえなければならない。しかし、当該地盤は面外方向にはほぼ同一性状と見なし得るので、面外水平成分は二次元面外問題における鉛直SH波入射によるものと考え、面内水平、上下各成分は二次元面内問題における鉛直P+SV波入射に対応するものとして、以後の解析を行った。

(2) 観測結果と解析結果の比較

図-3.11、図-3.12に示した観測波形から求めた基盤GB-1と地表GS-1間の伝達関数(ハミングウィンドウによりフーリエスペクトルを平滑化)と、不整形地盤解析によって得られた伝達関数の比較を、各成分ごとに図-3.14に示す。その際、観測点直下の沖積層の厚さを用いた一次元成層仮定による結果も併せて示す。なお、以後の解析では、GB-1の観測波形の面外水平、面内水平、上下各成分はそれぞれSH波、SV波、P波によるものと仮定した。

図-14(a)に面外水平成分の伝達関数を示す。観測波形の伝達関数をみると、1.4秒、0.55秒付近は観測点直下の成層性を仮定した場合の各々一次、二次の卓越周期に対応している。これは、基盤の傾斜が緩やかであることによる。しかし、そ

他の1.0秒、0.7秒、0.4秒付近のピークは、地盤の不整形性に起因するものと考えられる。不整形地盤解析による結果は、周期特性、振幅レベルともにこのような観測記録を良く表現している。

図-14(b)は、面内水平成分の伝達関数である。観測記録による結果は、面外水平成分と異なり、1.0秒から2.0秒にかけてピークが広がっており、特に1.1秒付近のピークは、地盤の不整形性のために生じたものと考えられる。不整形地盤解析の結果は、一次元成層仮定では表現できないこのピークを良くとらえている。また、不整形地盤解析ではP波入射による水平成分はほとんど生じないことがわかる。

図-14(c)は、上下成分の伝達関数である。P波入射の場合、一次の卓越周期がかなり短周期(約0.1秒)であるために、一次元成層仮定と不整形地盤解析による結果は一致しており、ほぼ1の値である。また、不整形地盤解析ではSV波により上下動がかなり大きく励起されることがわかる。従って、観測記録における増幅特性にはSV波による寄与も大きく影響しているものと考えられる。

面内水平、上下成分が面外水平成分に比べて観測記録との整合性において若干差がみられるのは、SH波に比べてかなり複雑な反射、屈折を伴うSV、P波の挙動を、一断面内における鉛直下方入射のみで表現したためであると考えられる。

GS-1とGB-1間の伝達関数およびGB-1の加速度記録を用いて、GS-1の応答波形を求め、観測記録と比較する。3Hzまでの伝達関数を用いているので、比較する観測記録も0~3Hzのフィルターを通した結果を示す。

図-3.15に面外水平成分の加速度波形を示す。(a)は観測点位置の地盤定数を用いたSH波入射時の一次元波動論による結果、(b)は不整形地盤解析による結果である。両者は概ね対応しているものの、主要動部分で不整形地盤解析による応答値の方が観測記録に近く、主要動以降の位相もよく対応していることが認められる。これは、図-3.14(a)において0.4~0.5秒、1.0~1.5秒部分の観測記録の伝達関数との対応が良いことによる。図-3.16にフーリエスペクトルを示す。不整形地盤解析と観測結果とは非常によく一致している。

図-3.17、図-3.19に面内水平、上下成分の加速度波形を示す。(a)はSV波、P波

入射時の一次元波動論による結果、(b)は不整形地盤解析による結果である。なお、不整形地盤解析結果は、SV波とP波が入射した時の応答を合成したものである。面平内水動については、SV波入射による成分がほとんどであり、P波入射によるものは非常に少ない。その結果、一次元波動論も比較的よく対応している。しかし、最大加速度が小さく、主要動以降で位相が観測記録とずれており、不整形地盤解析の方が観測結果によく一致している。一方、上下動では、P波のみならずSV波入射による成分も大きいため、一次元波動論でこの現象を表現することは不可能であり、沖積谷を考慮した解析が必要となる。不整形地盤解析は位相のずれはあるものの振幅レベルをよく再現している。以上のような結果は、沖積谷に伴う波の反射、屈折、Rayleigh波の発生等に起因するものと考えられる。

図-3.18、図-3.20に面内水平、上下成分の加速度波形のフーリエスペクトルを示す。いずれもP波入射時とSV波入射時との応答波形を合成した結果を用いている。水平成分については観測値の定性的傾向をよく表している。

以上、地震観測データをもとに有限要素-境界要素の結合解法によって半楕円沖積谷地盤のシミュレーションを試み、観測記録と良く対応した結果が得られた。そして、SV波入射時に上下動がかなり励起されること等、地盤の不整形性に起因して生ずる現象が認められた。また、このような不整形性があまり強くない地盤の伝達特性は、一次元波動理論によりその基本的性状は模擬できるが、詳細な性状の把握には本解析で用いたような地盤の不整形性を考慮した解析が必要であることが確かめられた。

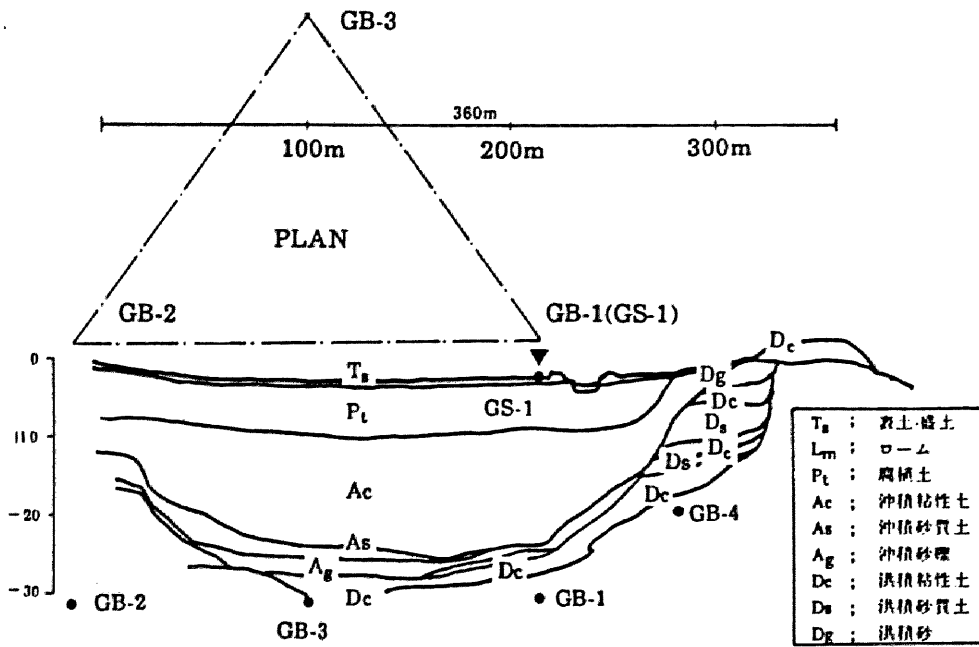


図-3.8 観測地盤の断面図と地震計設置位置 (A-A'断面)

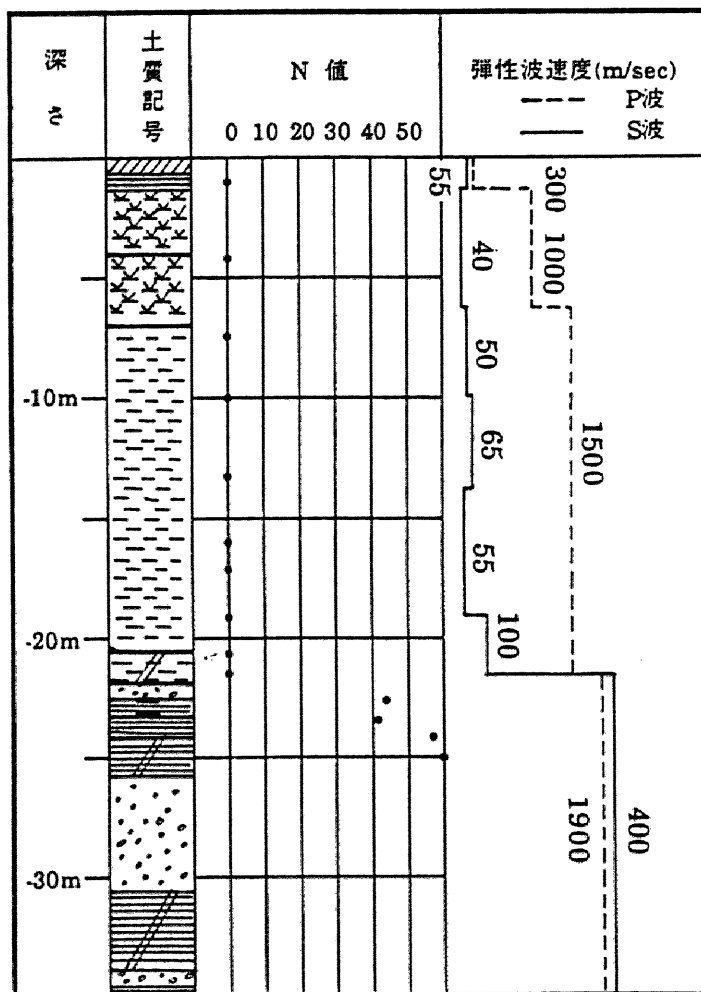


図-3.9 土質調査試験結果

神奈川県西部地震

1983年8月8日

マグニチュード 6.0

震源距離 42km

震源深さ 20km

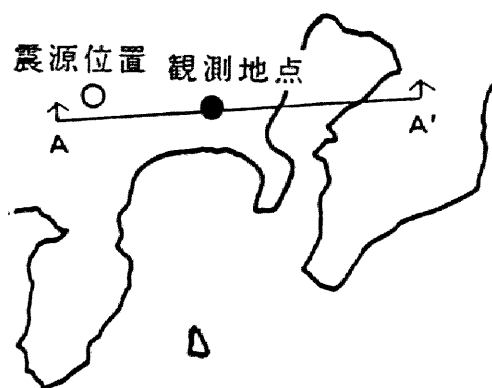


図-3.10 震源位置と観測地点の位置関係

表-3.1 最大加速度値一覧 (Gal)

| 方向成分 | 基盤位置 GB-1 | 地表面上 GS-1 |
|--------|--------------|--------------|
| 面内水平方向 | 33.1 | 113.5 |
| 面外水平方向 | 38.5 | 91.6 |
| 上下方向 | 14.1 | 29.1 |

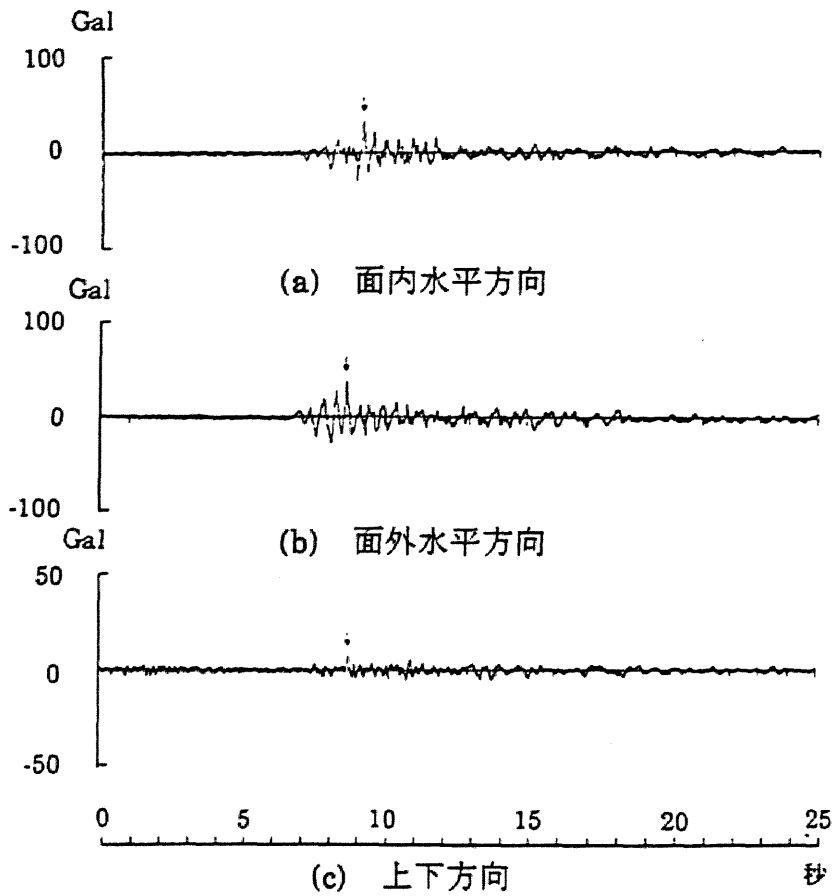


図-3.11 基盤位置(GB-1)の加速度記録

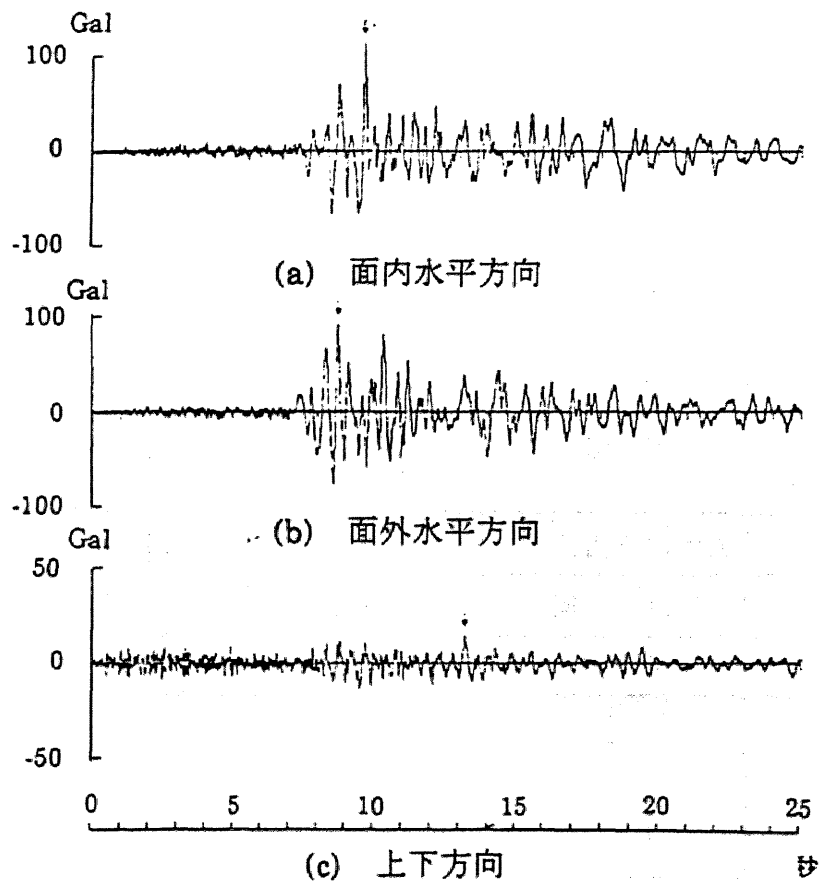


図-3.12 地表面上(GS-1)の加速度記録

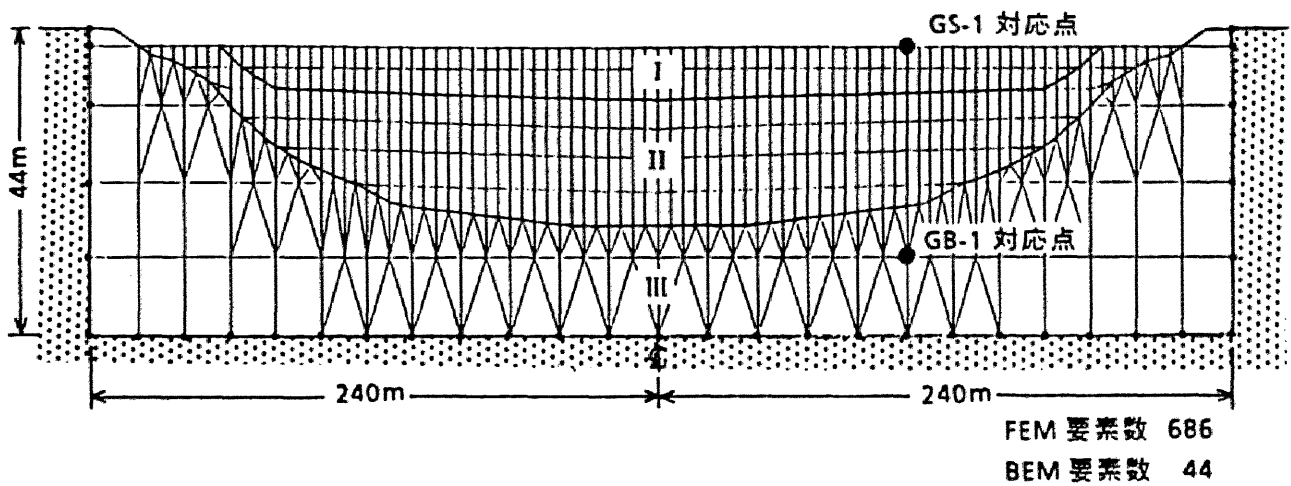
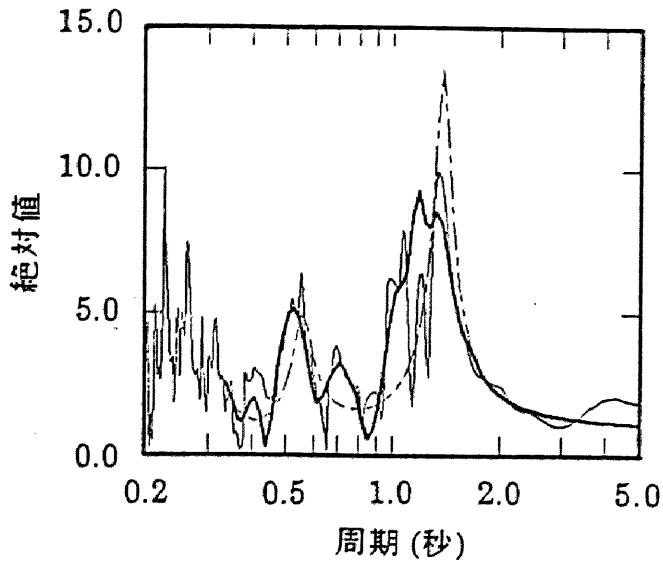


図-3.13 有限要素-境界要素結合解法によるモデル化

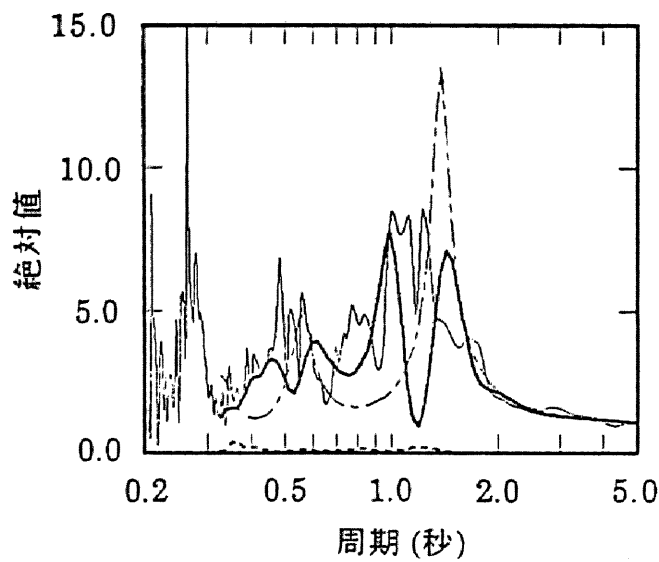
表-3.2 解析に用いた地盤諸元

| 領域 | S波速度 V_S (m/s) | P波速度 V_P (m/s) | 単位体積重量 γ (t/m ³) | 内部履歴減衰 h_D |
|-----|---------------------|---------------------|--|-----------------|
| I | 43 | 1000 | 1.15 | 0.07 |
| II | 65 | 1500 | 1.40 | 0.05 |
| III | 400 | 1900 | 1.80 | 0.03 |



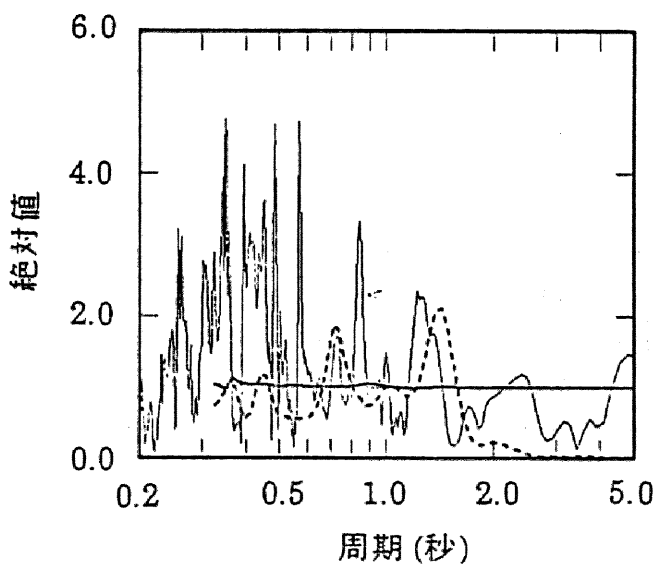
- 不整形地盤解析(SH波入射)
- - - 1次元波動論
- 観測結果

(a) 面外水平成分



- - - 不整形地盤解析(P波入射)
- 不整形地盤解析(SV波入射)
- - - 1次元波動論
- 観測結果

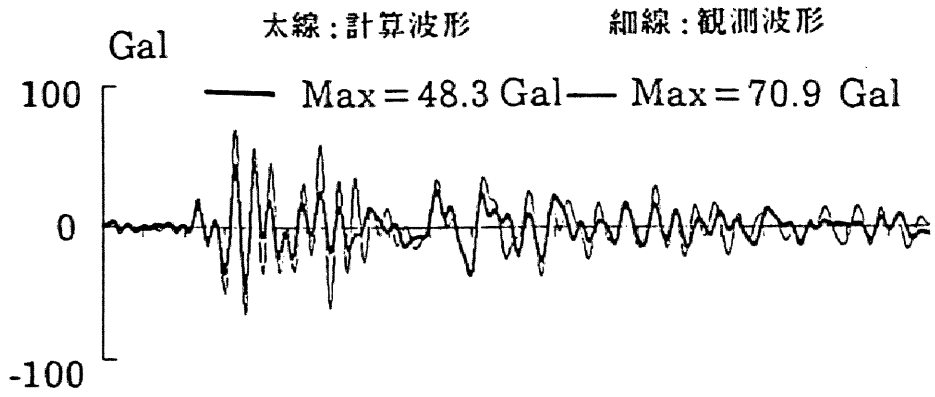
(b) 面内水平成分



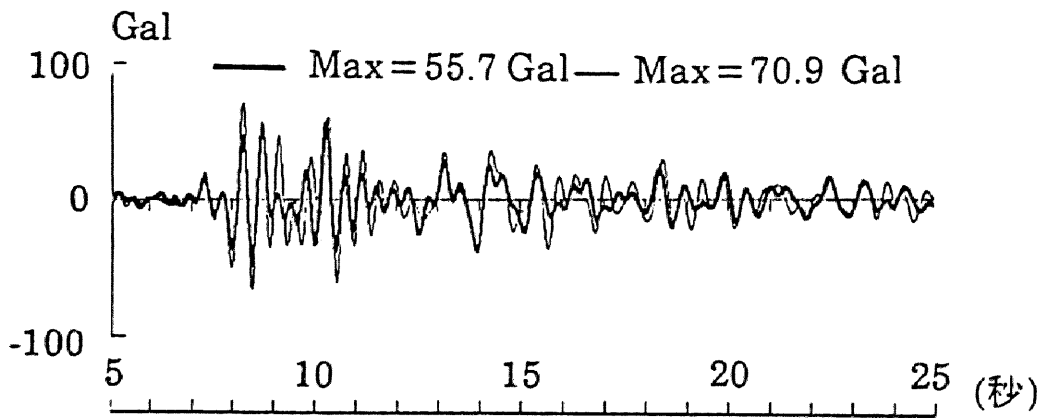
- - - 不整形地盤解析(SV波入射)
- 不整形地盤解析(P波入射)
- - - 1次元波動論
- 観測結果

(c) 上下成分

図-3.14 地表面(GS-1)と基盤(GB-1)の加速度伝達関数



(a) 一次元波動解析



(b) 不整形地盤解析

図-3.15 GS-1面外水平成分の応答波形

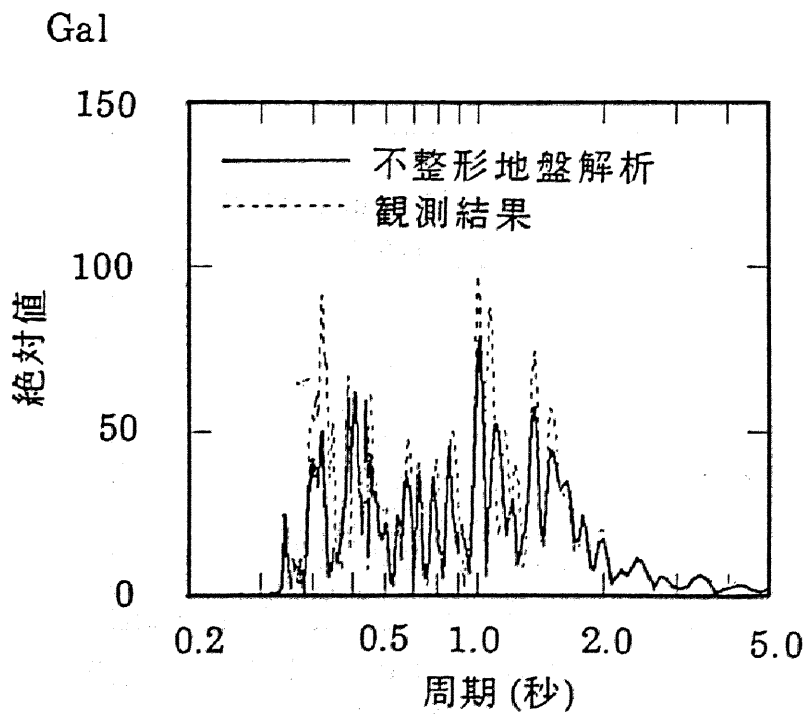
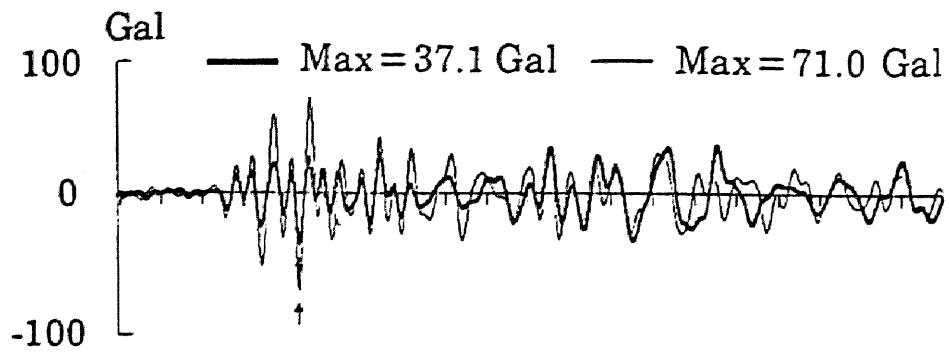
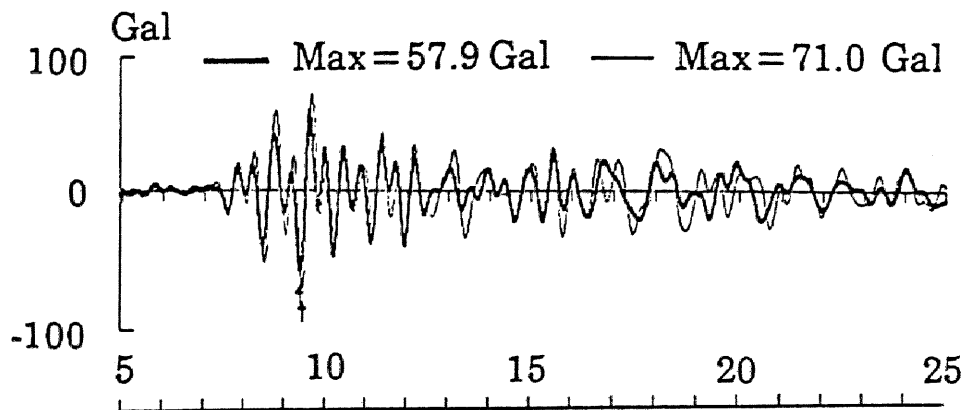


図-3.16 面外水平応答波形のフーリエスペクトル



(a) 一次元波動解析



(b) 不整形地盤解析

図-3.17 GS-1面内水平成分の応答波形

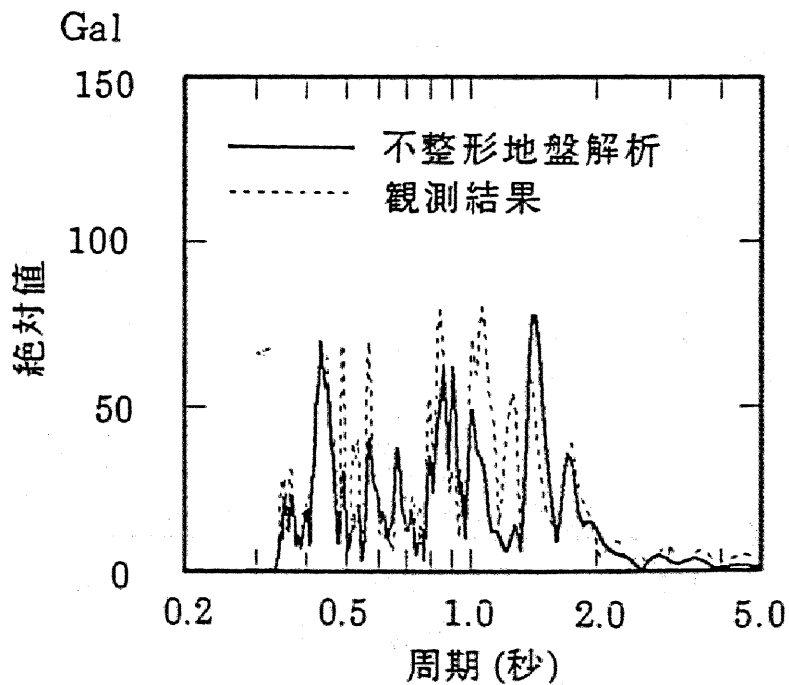
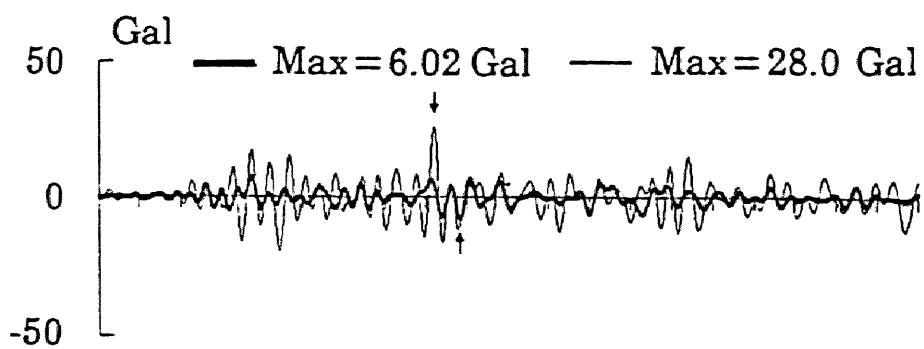
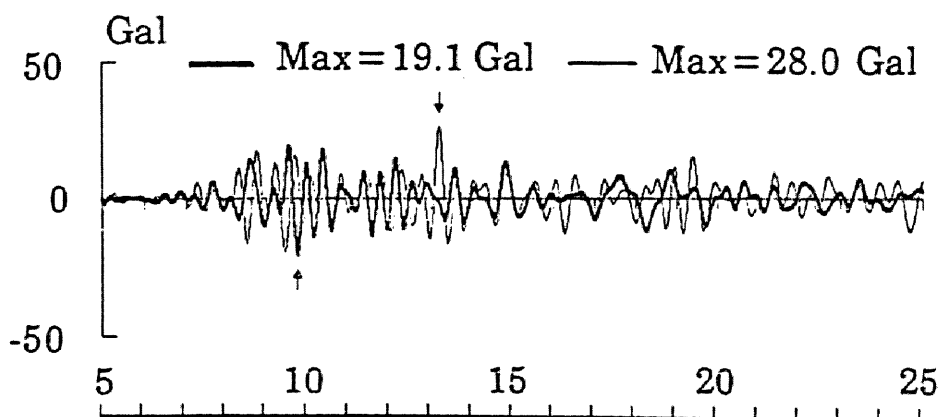


図-3.18 面内水平応答波形のフーリエスペクトル



(a) 一次元波動解析



(b) 不整形地盤解析

図-3.19 GS-1上下成分の応答波形

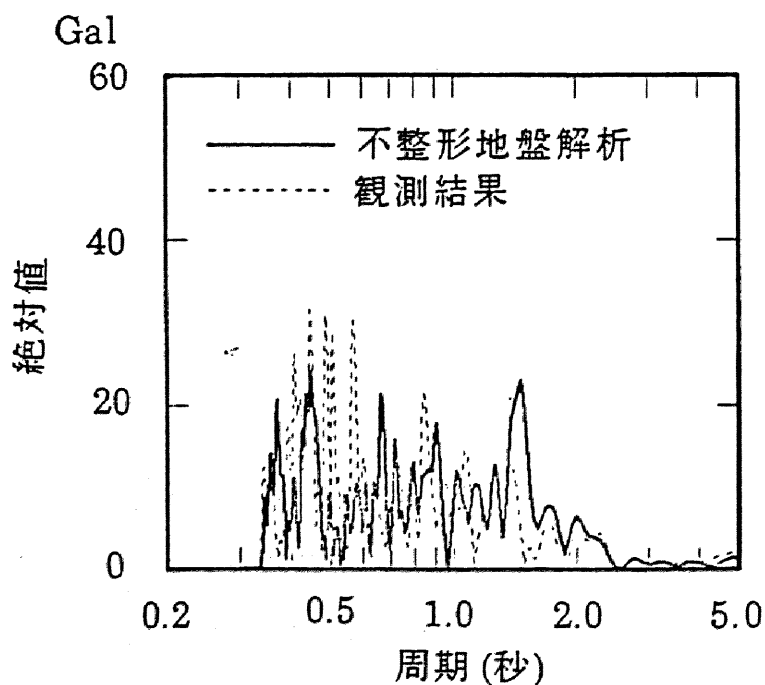


図-3.20 上下応答波形のフーリエスペクトル

第4章 速度比例型粘性減衰が動的相互作用効果に与える影響の考察

擬似三次元解析の有効性を検討することを目的として、境界要素法により剛基礎のインピーダンスと基礎入力動を求める。また、動的サブストラクチャー法の概念を適用して剛基礎の応答を求める。検討は擬似三次元解析結果を二次元および三次元解析結果と比較することにより行い、慣性の相互作用および入力相互作用に及ぼす速度比例型粘性減衰の影響について検討する。最初に、半無限地盤上の剛基礎を対象に擬似三次元効果を考察する。その際に、基礎のアスペクト比、入射波の入射角、基礎重心位置の影響についての検討も加える。次に、動的相互作用問題の主要な検討項目である埋込み効果、基礎間連成効果、成層効果について速度比例型粘性減衰の与える影響を調べる。なお、成層効果については、最も極端な場合である剛基盤上の弾性地盤を対象に解析を行う。以上の検討に基づいて、従来は不明確であった擬似三次元解析の有用性、適用上の留意点を明確にする。

4.1 半無限地盤上の剛基礎の擬似三次元効果に関する検討

半無限地盤上の剛基礎を対象として、二次元解析($\eta=0$)、擬似三次元解析($\eta=2\rho V_S/L$)、および三次元解析による結果の比較を行う。正方形基礎を想定して、半幅 $B=40\text{m}$ 、奥行長さ $L=80\text{m}$ とし、境界要素長は 4m とする。地盤は、ポアソン比 $\nu=0.4$ 、せん断波速度 $V_S=500\text{m/s}$ 、単位体積重量 $\gamma_t=1.7\text{t/m}^3$ 、内部減衰 $h_D=0.0$ とする。基礎は標準的なBWR型原子炉建屋を想定し、重量 $W=334200\text{t}$ 、重心高さ $H_G=20\text{m}$ 、回転慣性 $I=2.683\times 10^8\text{tm}^2$ とする。なお、以下に示す結果は、いずれも無次元化表示し、横軸は無次元振動数 $a_0=\omega B/V_S$ で表す。

図-4.1に剛基礎のインピーダンスを示す。速度比例型粘性減衰の導入により、インピーダンス実部が増大しており三次元解にかなり近づいている。これに対して、虚部には大きな変化は認められない。元来、二次元解と三次元解の主たる相違点は実部に存在しており、虚部には大きな差はない。すなわち、二次元解では逸散減衰が過大に評価される傾向がある。この傾向が、速度比例型粘性減衰の導入によって大きく改善されている。なお、よく知られているように、二次元場では加振方向の静的変位が無限発散し、 $\omega\rightarrow 0$ でインピーダンス(水平対角項 K_{HH} と上下対角

項 K_{VV})がゼロとなるので、三次元解とは異なった性状を示す。擬似三次元解の場合にも $\omega \rightarrow 0$ では二次元解に漸近するので、この傾向は改善されない。インピーダンスの各成分について見てみると、三次元解を最もよく模擬しているのは水平対角項 K_{HH} であり、他の成分については三次元解との間に差異が認められる。このことは、擬似三次元解析において面外方向変位が拘束されていること、面外方向の基礎下応力分布が一定になっていることなどが原因していると考えられ、比較的この条件に近い水平成分が最も三次元解に近づく結果となっている。また、面外方向への波動逸散としてせん断波しか考慮していないことが、Rayleigh波を逸散しやすい回転および上下成分で三次元解と差のある一因とも考えられる。とくに、回転成分では、低振動数域で虚部が大きめに、実部が小さめになる傾向があるので、逸散減衰が過大に評価される。

つぎに、平面SV波が 0° 、 30° 、 60° の入射角で入射したときの基礎入力動を、二次元および三次元解と比較して図-4.2に示す。いずれも入射波振幅の二倍に対する伝達関数として示してある。入射角が 0° の場合には入射波の位相が基礎版上で同一となるので周波数依存性を有さないが、斜め入射時には振動数によって基礎入力動が変化している。振動数がゼロのときが自由地表面の地動に相当するので、斜め入射時には振動数の増加とともに並進方向の基礎入力動が減少し、回転方向の入力動が増加することになる。このような剛基礎の特性は入力損失¹¹⁵⁾あるいは入力の相互作用(Kinematic Interaction)¹⁰²⁾と呼ばれている。また、擬似三次元結果を二次元および三次元結果と比較するとこれらはほぼ一致しており、地表面基礎の場合には基礎入力動に与える速度比例型粘性減衰の影響は小さいことがわかる。これは、無質量剛基礎の仮定により相互作用効果が少ないためと考えられる。

図-4.3にSV波が鉛直下方から入射したときの剛基礎重心の水平応答を入射波振幅の二倍に対する伝達関数として示す。擬似三次元解は二次元解に比較して三次元解に近づいている。インピーダンス実部が増大したのでピーク振動数が高振動数側に移行し、逸散減衰も相対的に小さくなったのでピーク値が増加している。しかし、三次元解とは未だピーク値に差があり、設計上危険側の評価となっている。また、三次元解ではロッキング動による二次ピークが存在しているが他では

認められない。これらは、前述した回転インピーダンスの減衰の大きさに起因していると考えられる。

以上、半無限地盤上の正方形剛基礎を想定して擬似三次元効果の検討を行ったが、単に面外方向へのせん断波の逸散を考慮することによって、動特性が二次元解から三次元解にかなり改善されており、擬似三次元効果の有効性が確認できる。しかし、擬似三次元効果が如何に有効ではあるとはいっても、三次元解を二次元解で評価しようとしているのであるから、自ずから限界がある。擬似三次元効果を適切に利用するためには、その適用限界を明確にしておく必要がある。そこで、半無限地盤上の地表面基礎の適用限界を判断する手掛かりとして、基礎の形状および基礎の重心位置についての検討を行った結果を示す。

まず、図-4.4に基礎形状のアスペクト比 $\kappa=L/2B$ が $\kappa=2.0$ ($L=160\text{m}$)および $\kappa=0.5$ ($L=40\text{m}$)の場合について、水平および回転インピーダンスを示す。基礎の奥行が長くなれば二次元解は三次元解に近づくので、擬似三次元解もアスペクト比が大きい場合の方が三次元解との適合度が良い。アスペクト比が $\kappa=2.0$ の場合には、図-4.1に示した正方形基礎の結果と比較して、低振動数域での三次元解との差異が減少しており、とくに、回転インピーダンスの減衰の過大評価が改善されている。これに対してアスペクト比が $\kappa=0.5$ の場合には、正方形基礎の場合と比較して三次元解との差がかなり大きく、正方形基礎で指摘された問題点が顕著に現れている。このようなことから、アスペクト比が小さい問題に擬似三次元解析を適用することは避けた方が好ましいことが理解できる。

つぎに、半無限地盤上の正方形剛基礎を想定して、重心位置 H_G を0m、10m、20mとした場合について検討する。SV波が鉛直入射したときの基礎重心の水平応答を図-4.5に示す。図から明らかなように、重心位置が高いほど擬似三次元解と三次元解の差が大きくなっている。前述したように、擬似三次元解と三次元解との差異は回転インピーダンスに顕著である。一般に重心位置が高いほど回転インピーダンスの影響を強くうけることから、図-4.5の結果はその反映とみることができる。従って、擬似三次元解析は、重心位置が低い建物にSV波が鉛直入射するときのように、並進運動が卓越する問題に有効であると考えられる。

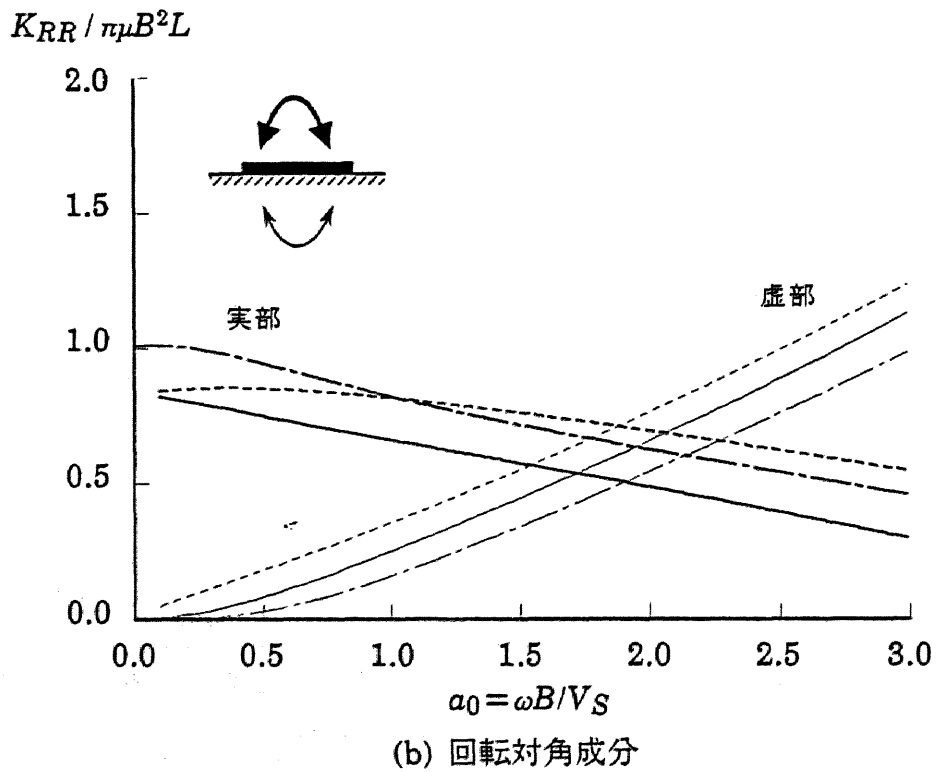
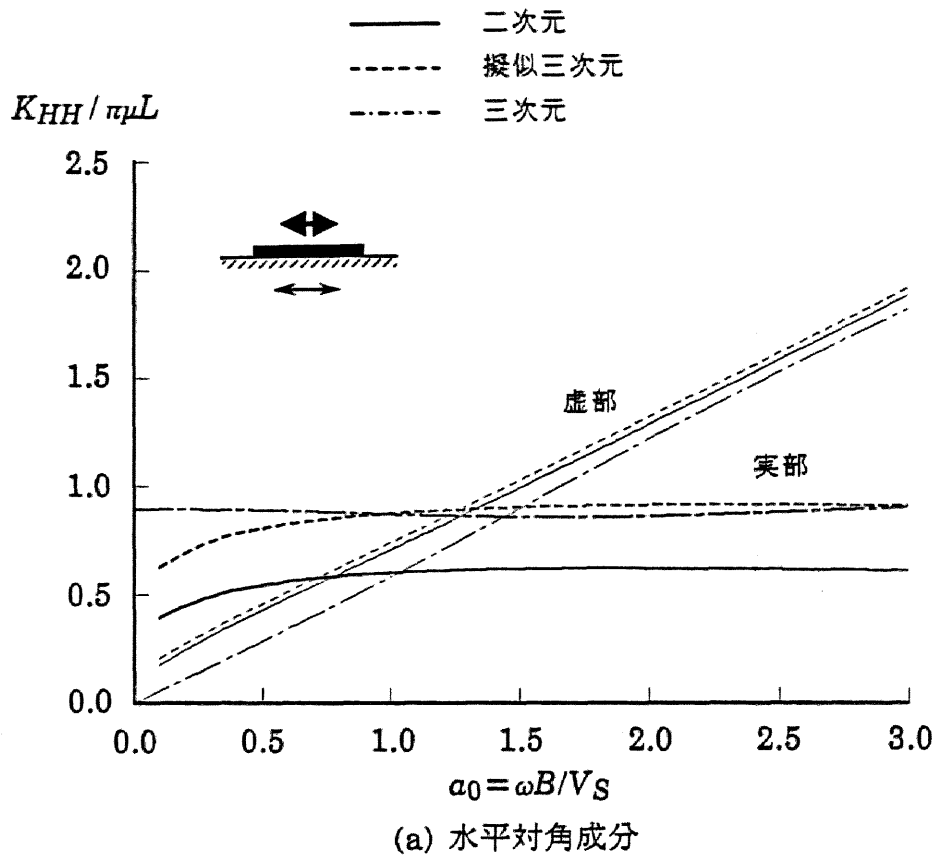


図-4.1 半無限地盤上の剛基礎のインピーダンス

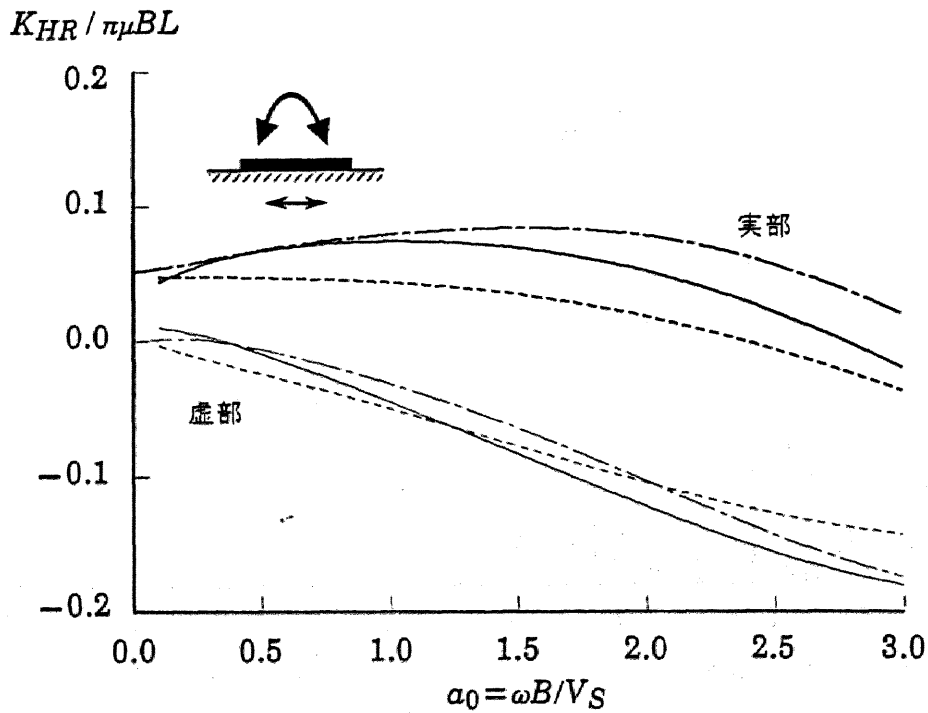
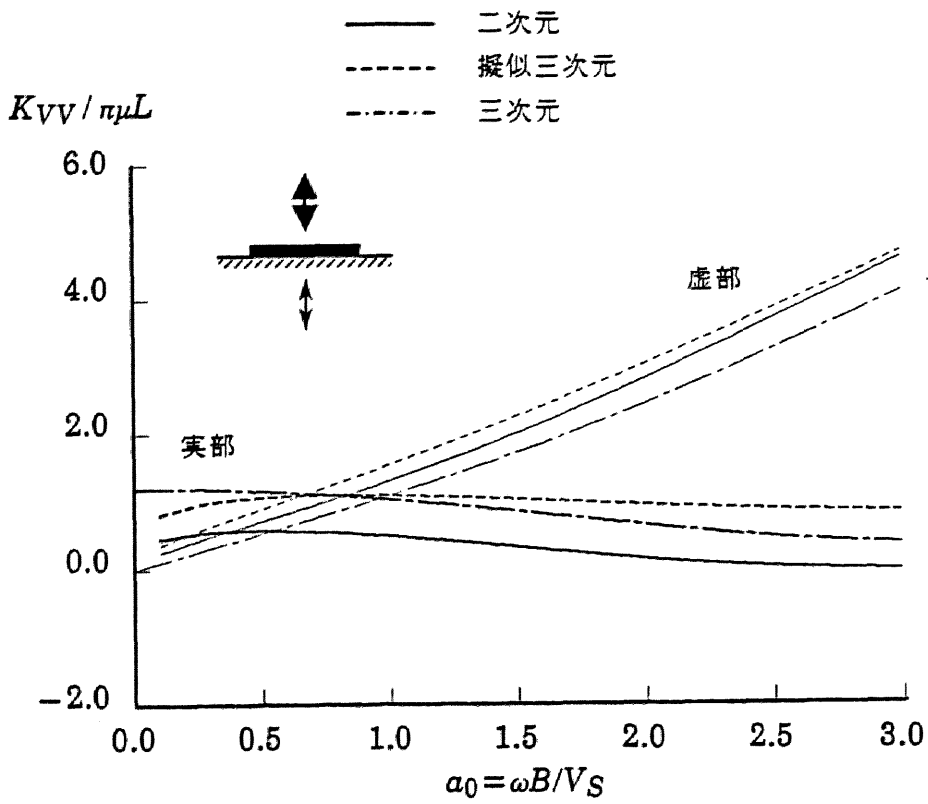


図-4.1 半無限地盤上の剛基礎のインピーダンス

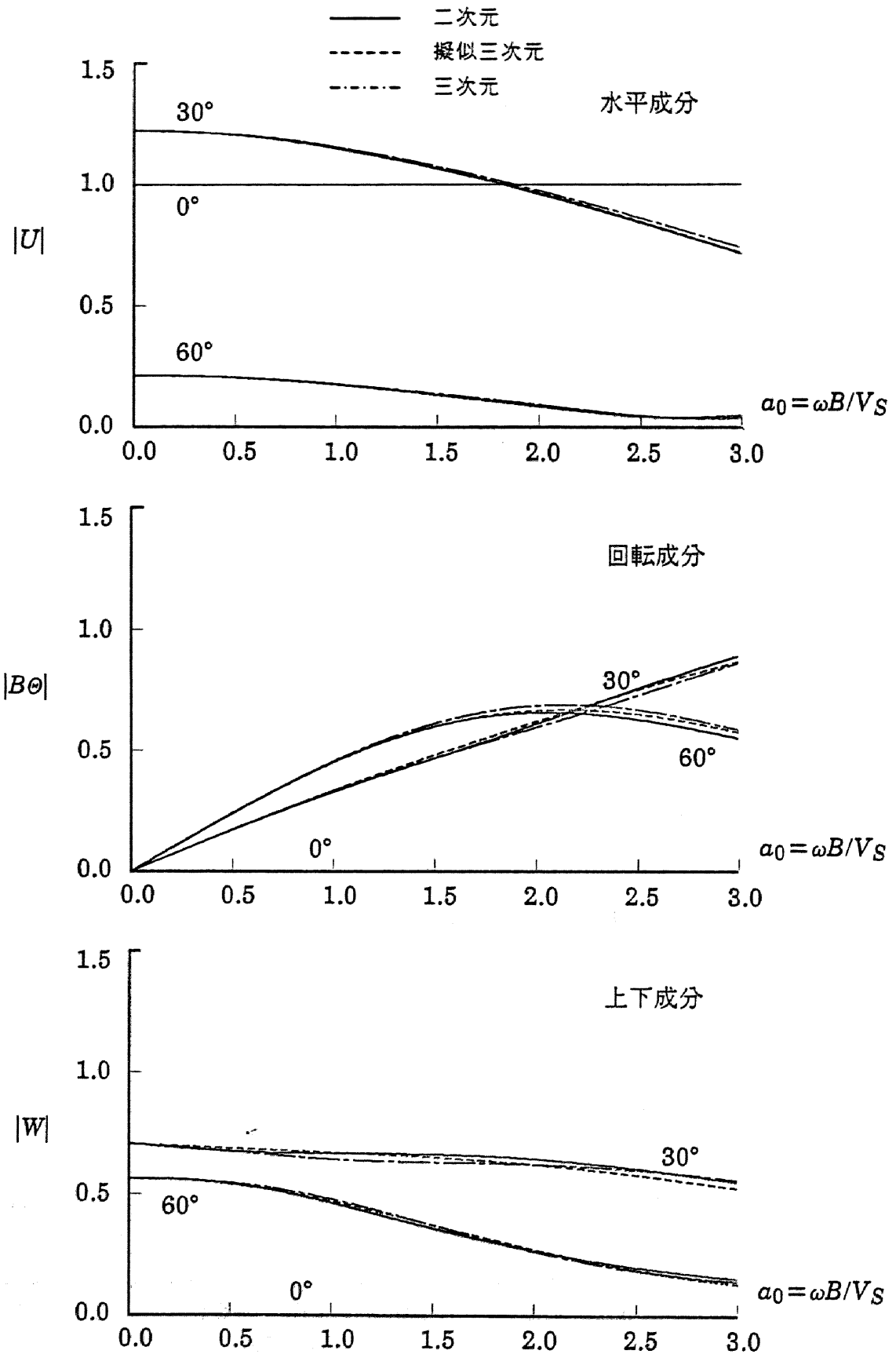
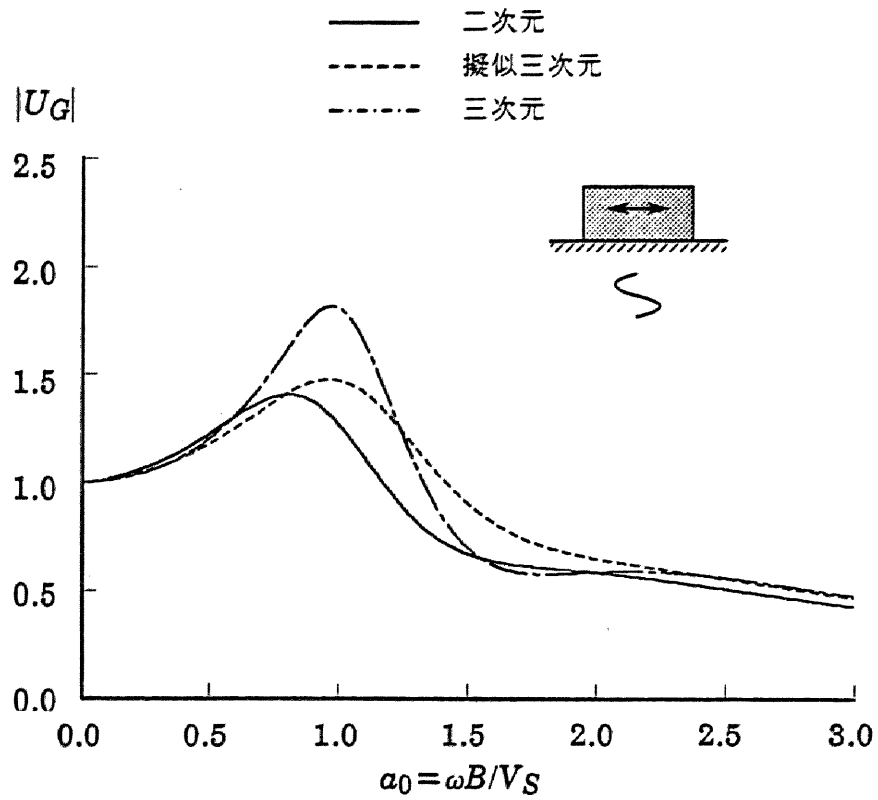
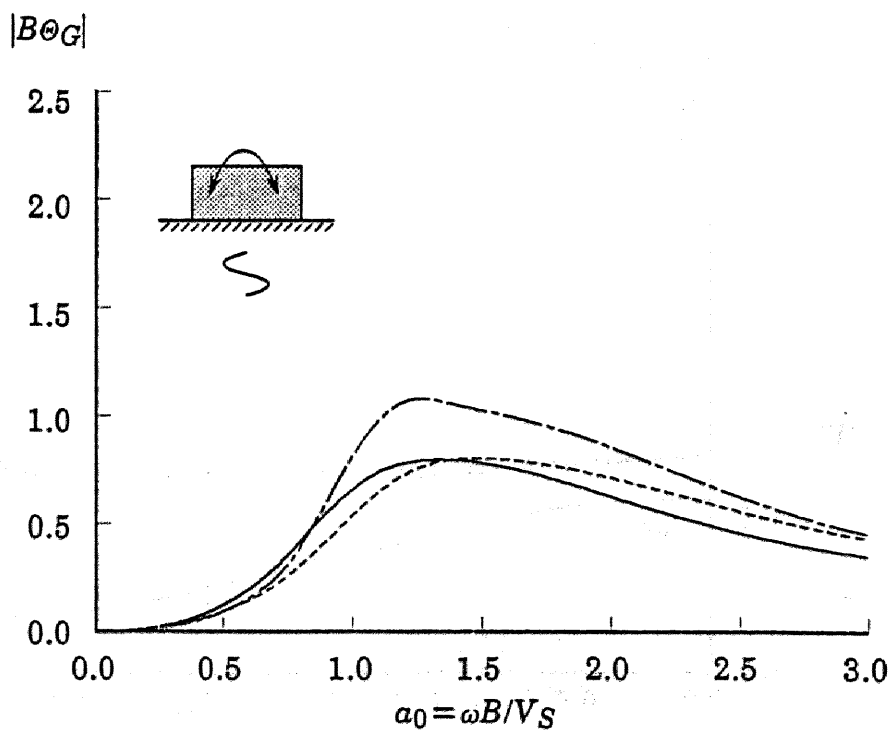


図-4.2 半無限地盤上の剛基礎のSV波入射時の基礎入力動



(a) 水平成分



(b) 回転成分

図-4.3 半無限地盤上の剛基礎重心の応答

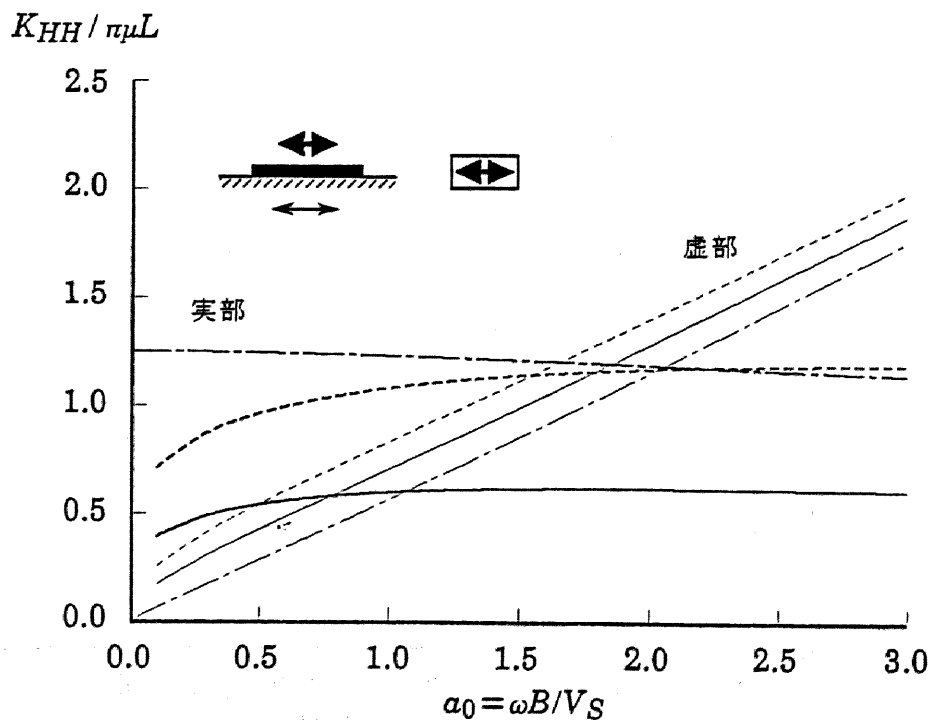
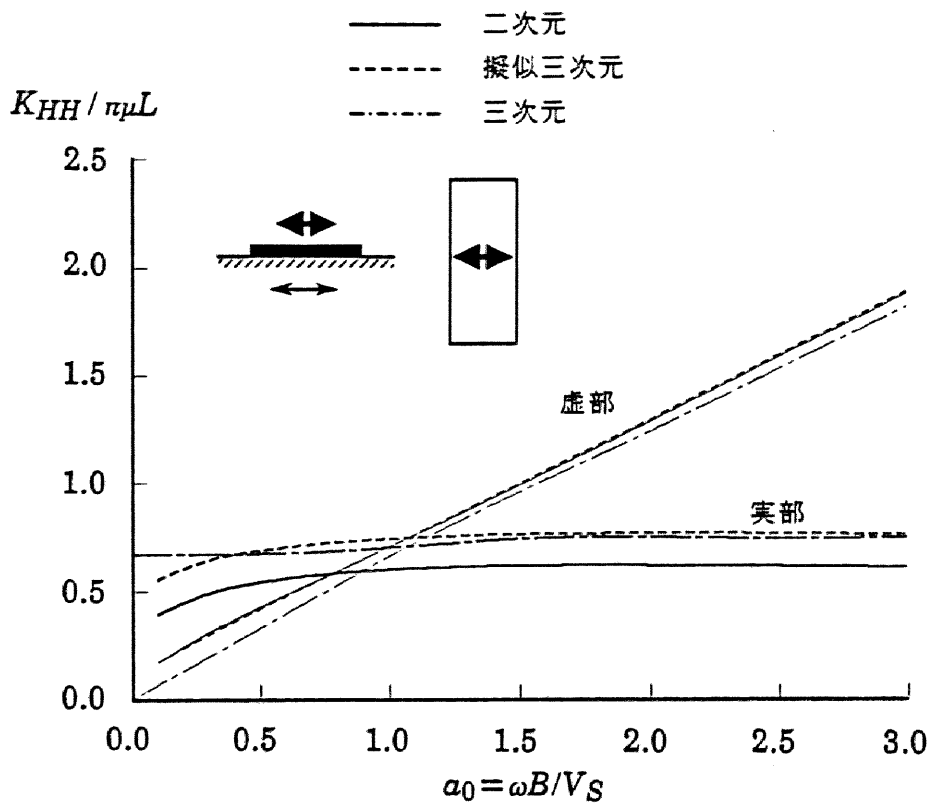
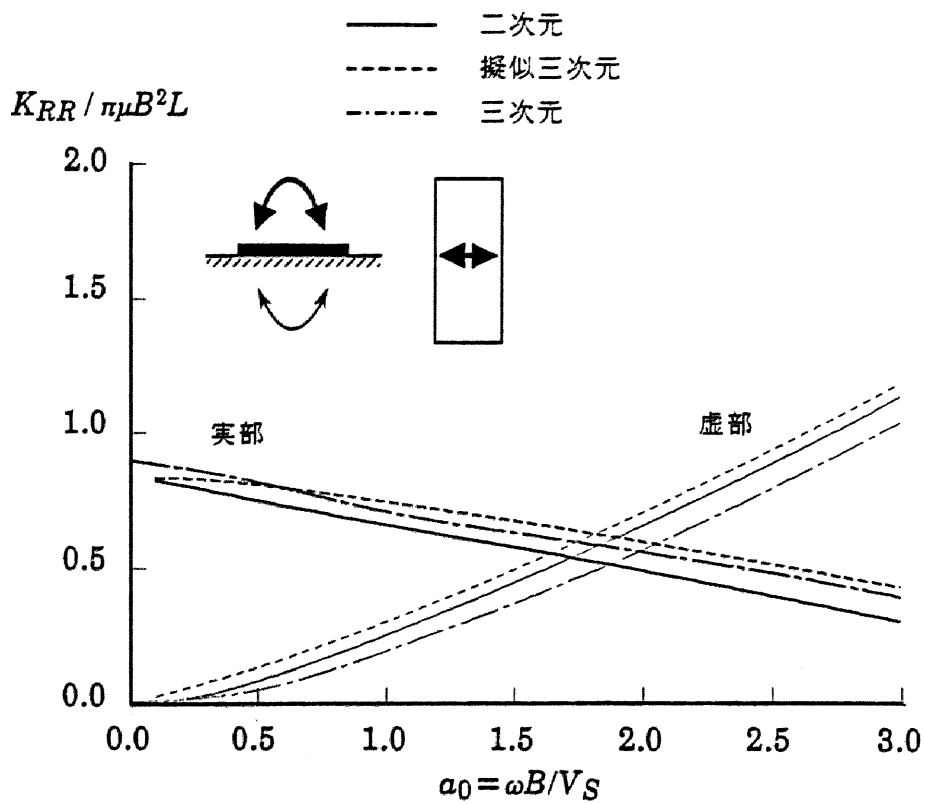
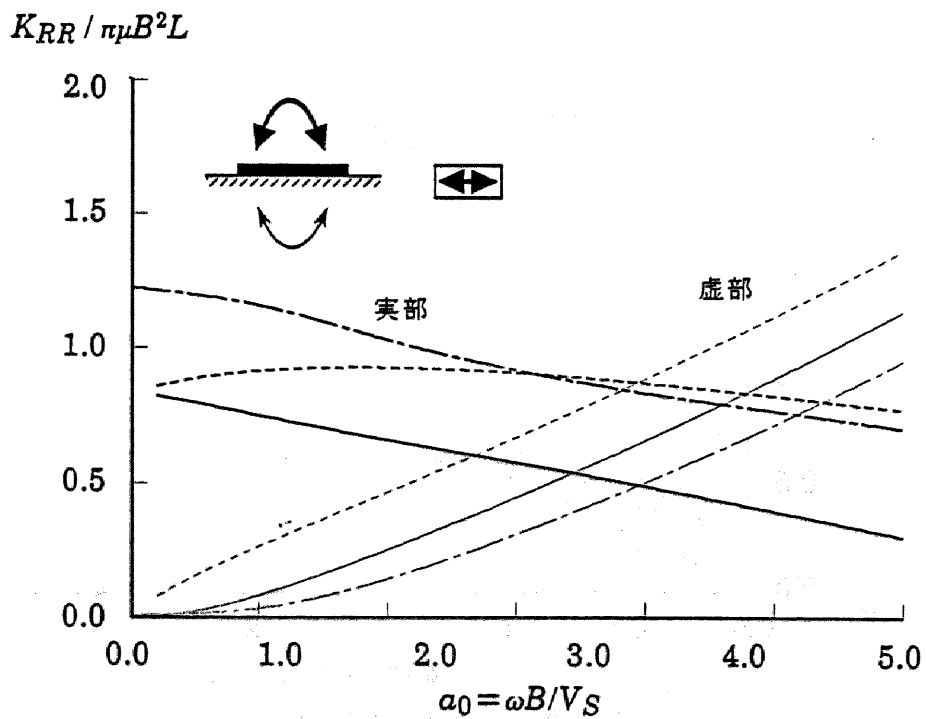


図-4.4 剛基礎のインピーダンスに対するアスペクト比の影響



(b-1) 回転対角成分 ($L/2B=2.0$)



(b-2) 回転対角成分 ($L/2B=0.5$)

図-4.4 剛基礎のインピーダンスに対するアスペクト比の影響

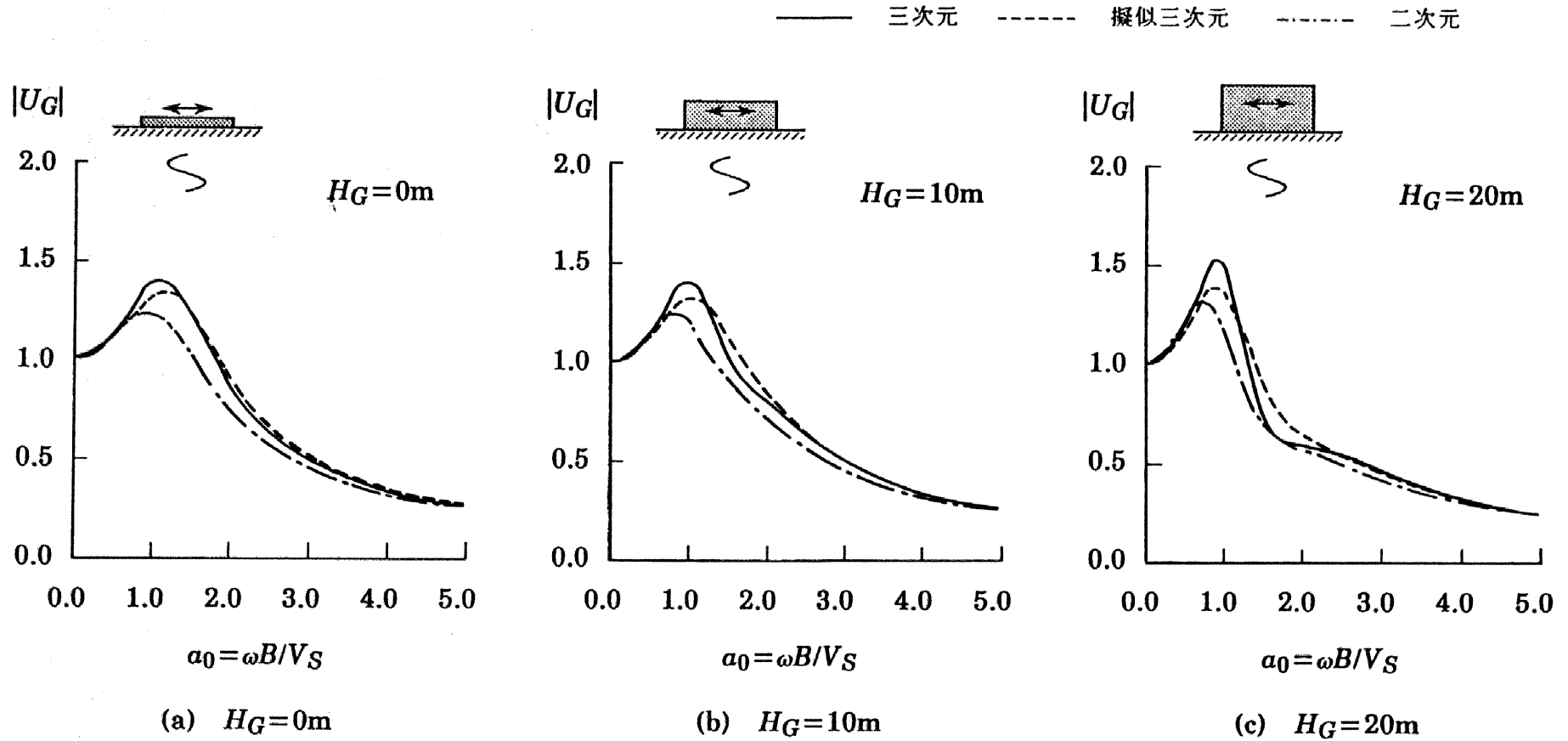


図-4.5 剛基礎の応答に対する基礎重心位置の影響

4.2 埋込み効果に関する検討

速度比例型減衰が埋込み効果に与える影響を考察するために、埋込み剛基礎の擬似三次元効果の検討を行う。対象とするのは半無限地盤に埋込まれた単独剛基礎である。正方形基礎を想定して、半幅 $B=40\text{m}$ 、埋込み深さ $E=20\text{m}$ および $E=40\text{m}$ 、奥行長さ $L=80\text{m}$ とし、境界要素長は 4m とする。地盤および基礎は4.1節で用いた諸元と同一である。表示するのはインピーダンス、およびSV波が鉛直下方から入射する時の基礎入力地動、剛基礎重心の応答であり、地表面応答に対する伝達関数として示す。

図-4.6に埋込み比が $E/B=0.5$ および 1.0 の場合について剛基礎のインピーダンスを示す。図-4.1に示した地表面基礎の結果と比較して、埋込み深さの増大と共に、実部と虚部の値が大きく増加している。これは、埋込みに伴う基礎-地盤接地面積の増加が逸散減衰と拘束効果を増大させたことによる。インピーダンス増加の割合は回転成分で最も大きく、水平、上下の順に小さくなっている。これは、図-4.7(a)に示すように基礎側面地盤の寄与の差に起因しており、側面地盤の変形モードとしてせん断モードと圧縮伸張モードの何れが卓越するかによる。例えば、側面地盤を水平方向に伸びる土柱と仮定すると、土柱の剛性は圧縮伸張モードの方がせん断モードよりも大きくなる。従って、圧縮伸張モードを含む回転および水平成分において埋込みによるインピーダンスの増加の割合が大きくなると考えられる。

擬似三次元効果に関しては、地表面基礎の場合と同様に、擬似三次元解は二次元解に比較して実部が増大し、三次元解をかなりよく模擬している。ただし、埋込みが存在する場合には実部のみならず虚部の値も増大している。これは(2.29)式に示した基礎埋込み部のダッシュポットによる寄与であり、これによって、擬似三次元解の虚部の傾きは三次元解とよい対応を示すようになる。しかし、全体として、擬似三次元解は低振動数域で実部を小さめに虚部を大きめに評価し、とくに回転成分の減衰を過大に評価する結果となっており、地表面基礎で指摘された傾向と同様の結果を示している。一方、二次元解に関しては、三次元解と大きな差が認められ、この差異の大きさは埋込みの増大とともに拡大している。したがって、多

少の問題点はあるものの、半無限地盤に埋込まれた単独基礎の場合にも、速度比例型粘性減衰の存在はインピーダンスを著しく改善すると判断できる。

つぎに、図-4.8に $E/B=0.5$ および 1.0 の場合の基礎入力地動を示す。埋込みを有するときには、鉛直下方入射の場合でも入力 of 相互作用効果が認められる。水平成分は振動数の増加とともに減少し、回転成分は逆に増加する傾向があり、埋込み深さが大きいほどこの傾向が強くなり振動数変化が大きい。これは、地表面基礎の場合には見られない現象であり(図-4.2参照)、深さ方向に入射波の位相が異なることによって生じる。

次元による比較を行うと、埋込みを有する場合には地表面基礎(図-4.2)の場合とは異なり、二次元解と三次元解とに差異が認められる。すなわち、二次元解は高振動数域で水平入力動を大きめに、回転入力動を小さめに評価する傾向がある。この二次元解の特性は速度比例型減衰の導入によって改善され、擬似三次元解は三次元解とよい対応を示すようになる。しかし、水平成分に比較して回転成分の対応が悪く、擬似三次元解は回転成分を小さめに評価する傾向が認められる。

図-4.9に剛基礎重心位置の応答を示す。図-4.6に示した埋込みによる逸散減衰の増加、および図-4.8で見られた入力の相互作用効果によって、地表面基礎の場合(図-4.3)に比較して応答値がかなり減少している。この傾向は埋込み深さが大きいほど強く現れている。

擬似三次元効果に関しては、擬似三次元解は二次元解に比較してピークが高振動数側に移行し、水平応答値が大きくなっている。これは、とくに水平方向のインピーダンス実部増加による剛性の増大と減衰の減少による。これによって、擬似三次元解は三次元解とほぼ同様の応答を与えるようになる。しかし、地表面基礎の場合と同様に、回転応答値を小さめに評価する傾向があり、回転インピーダンスの減衰の大きさに起因していると考えられる。

以上のように、半無限地盤に単独で埋込まれた基礎の場合には、速度比例型減衰は二次元場の動特性を三次元場のそれに大きく改善することが明かとなった。

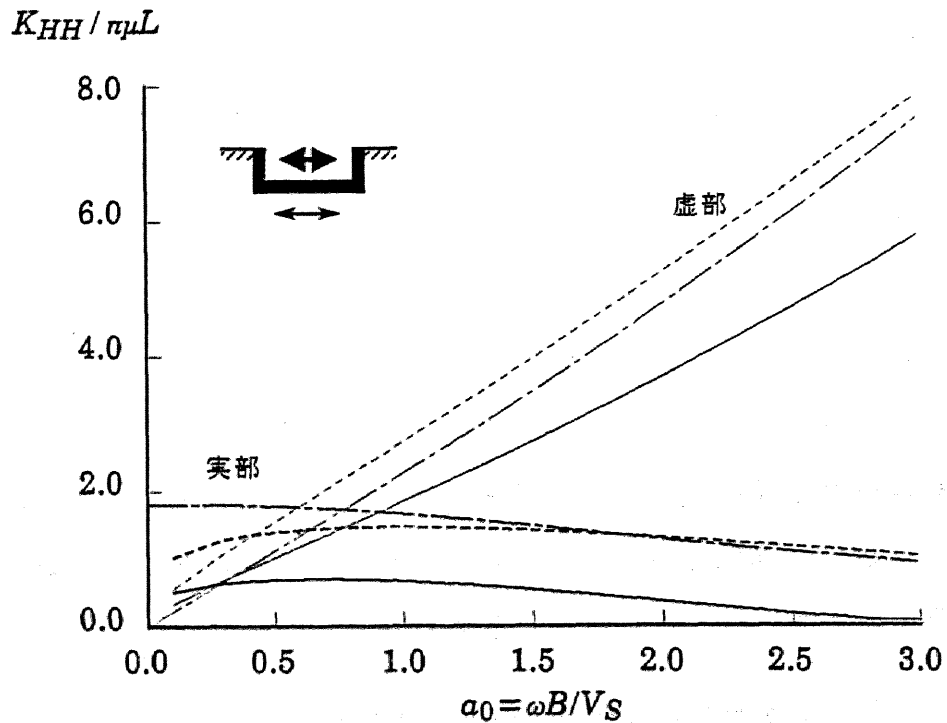
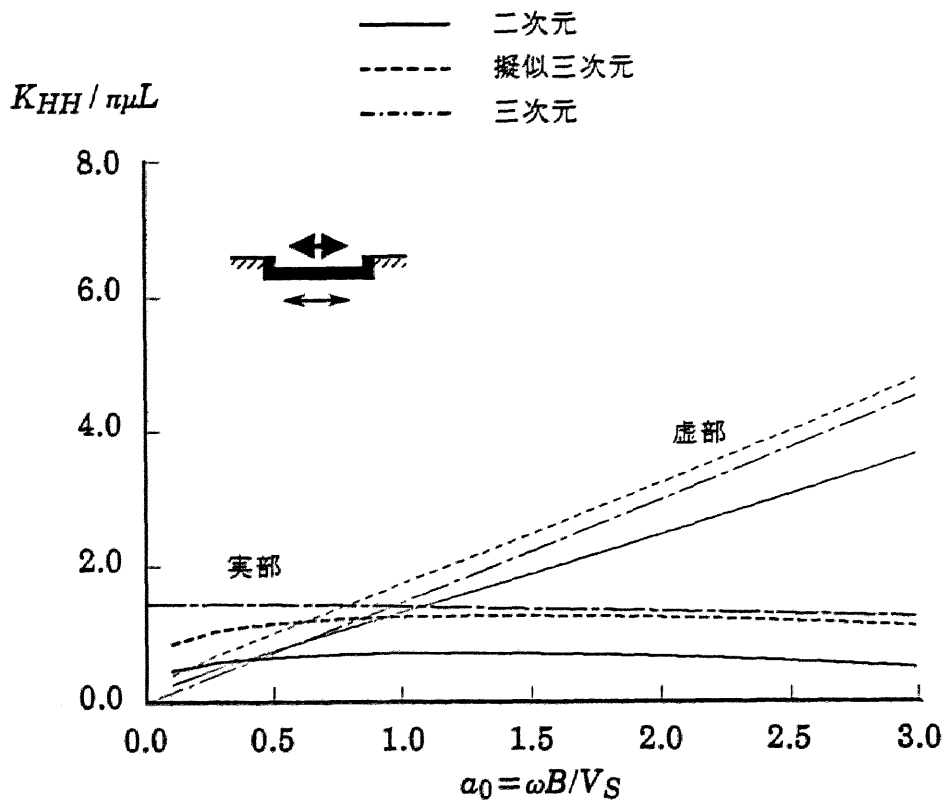
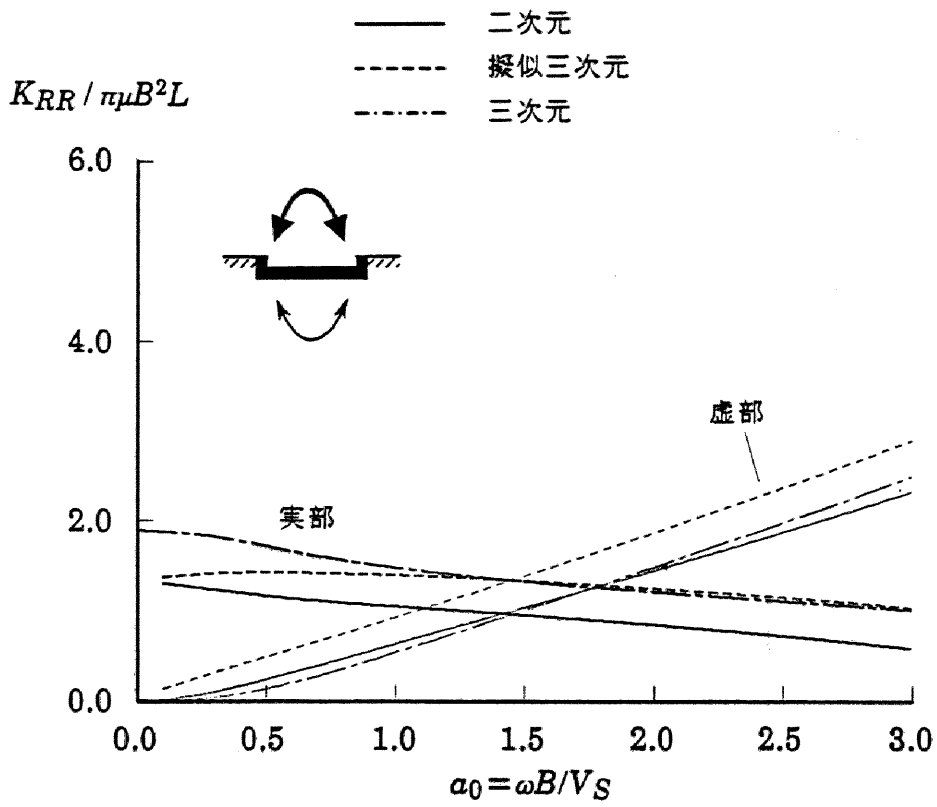
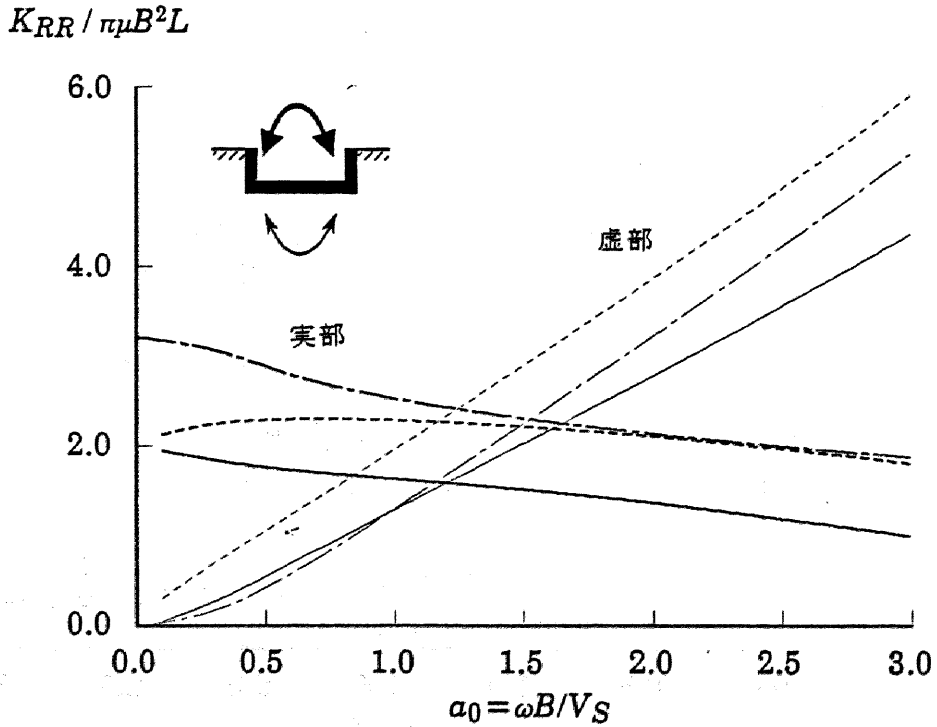


図-4.6 半無限地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス

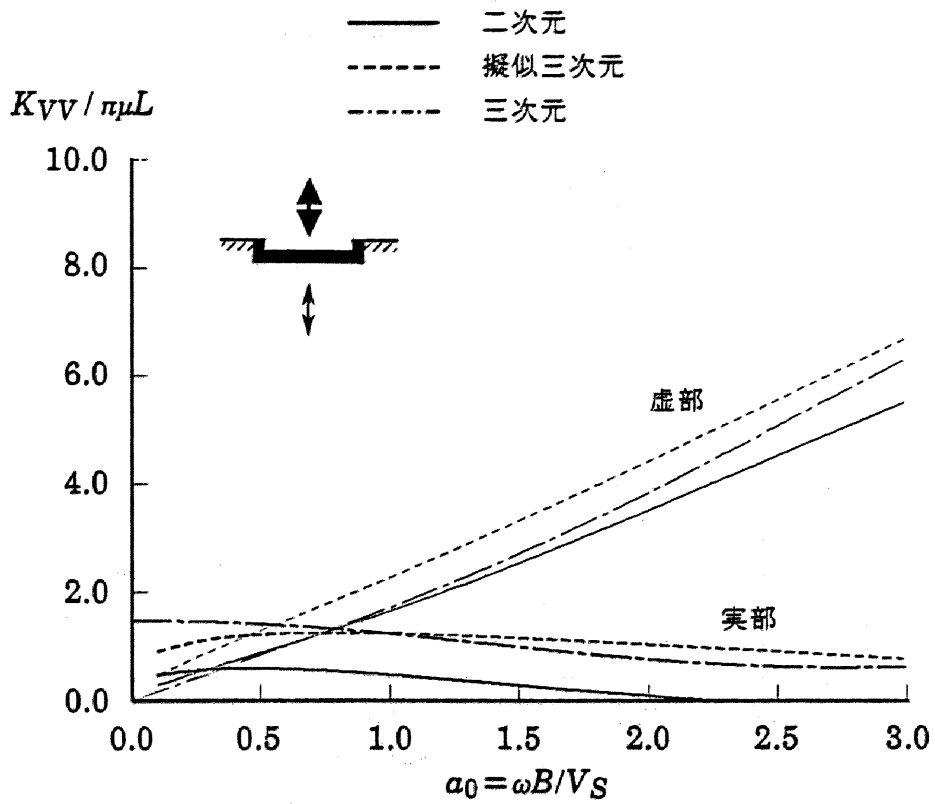


(b-1) 回転対角成分 ($E/B = 0.5$)

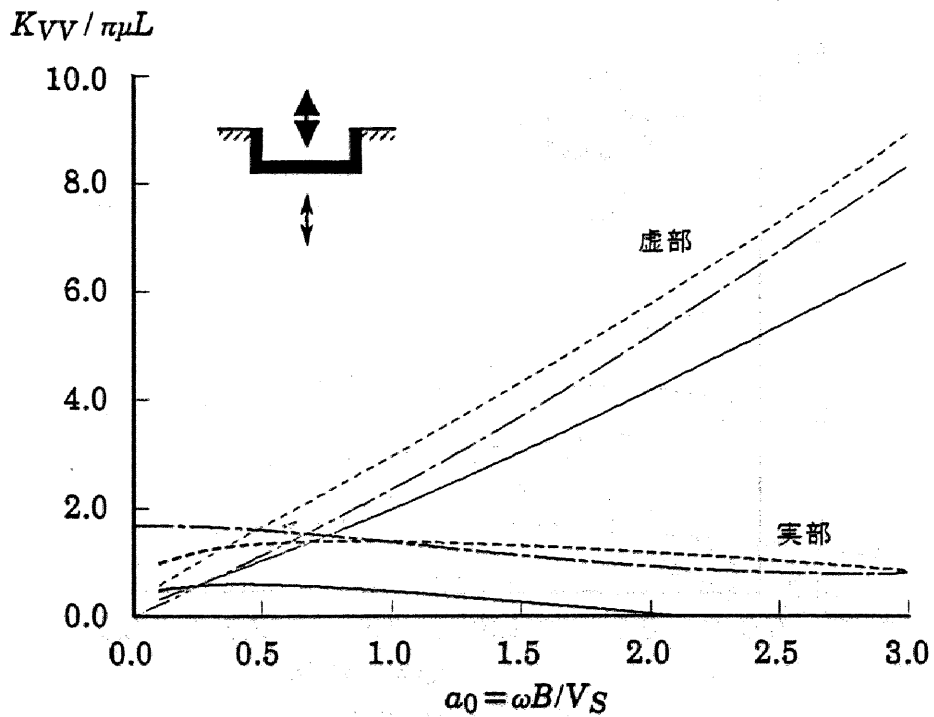


(b-2) 回転対角成分 ($E/B = 1.0$)

図-4.6 半無限地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス

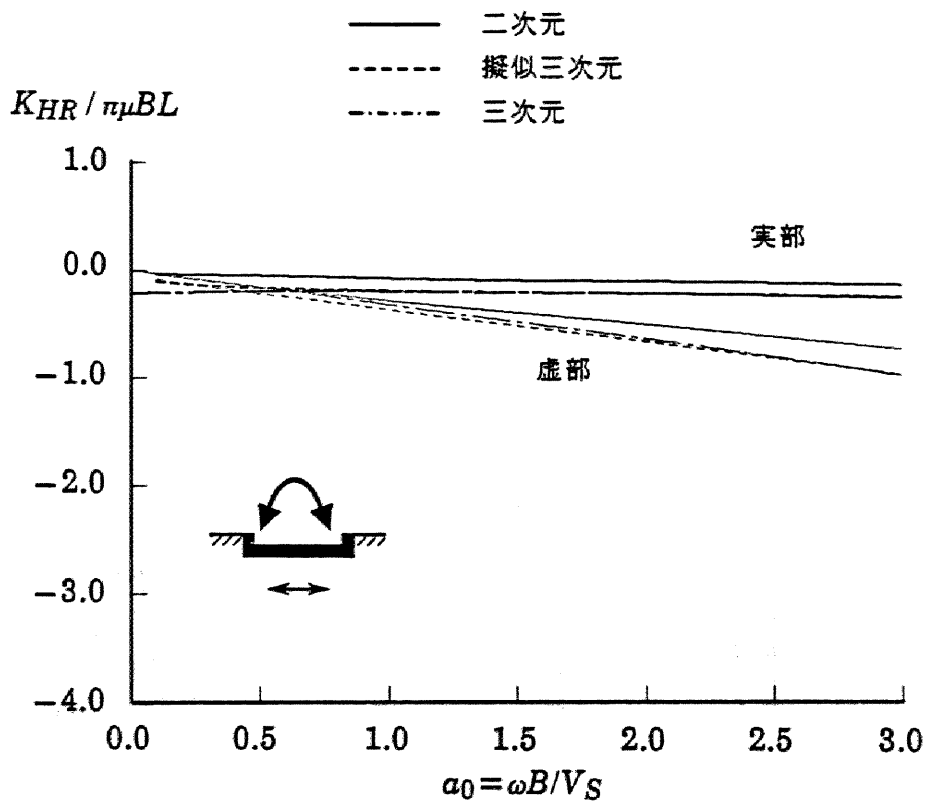


(c-1) 上下対角成分 ($E/B=0.5$)

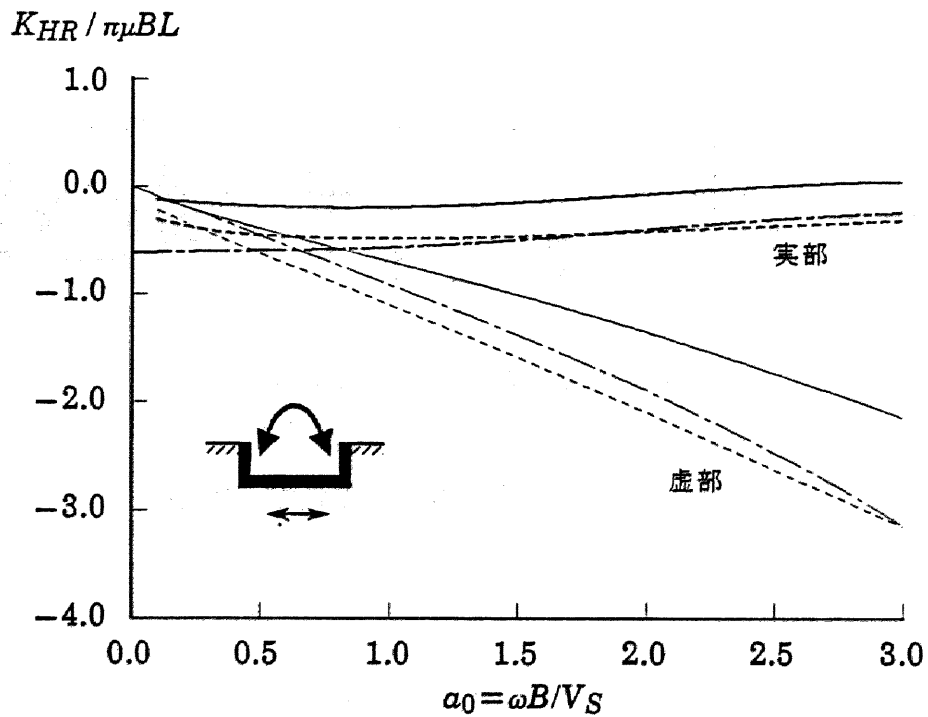


(c-2) 上下対角成分 ($E/B=1.0$)

図-4.6 半無限地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス

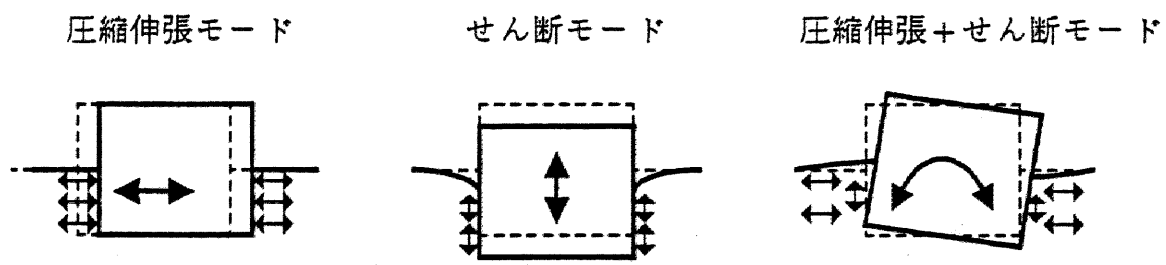


(d-1) 水平-回転連成成分 ($E/B = 0.5$)

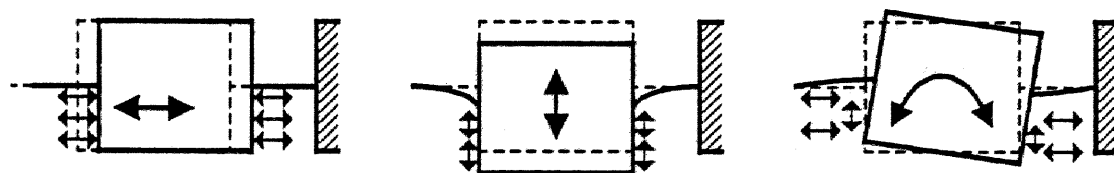


(d-2) 水平-回転連成成分 ($E/B = 1.0$)

図-4.6 半無限地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス



(a) 単独基礎の場合



(b) 隣接基礎が存在する場合

図-4.7 加振時の基礎側面地盤の寄与

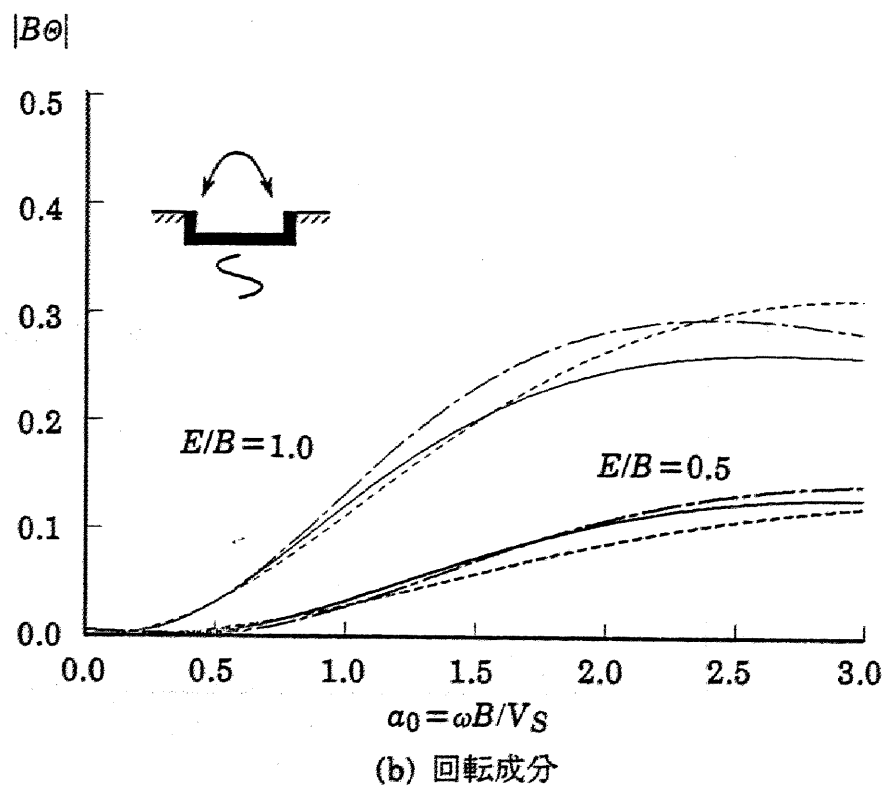
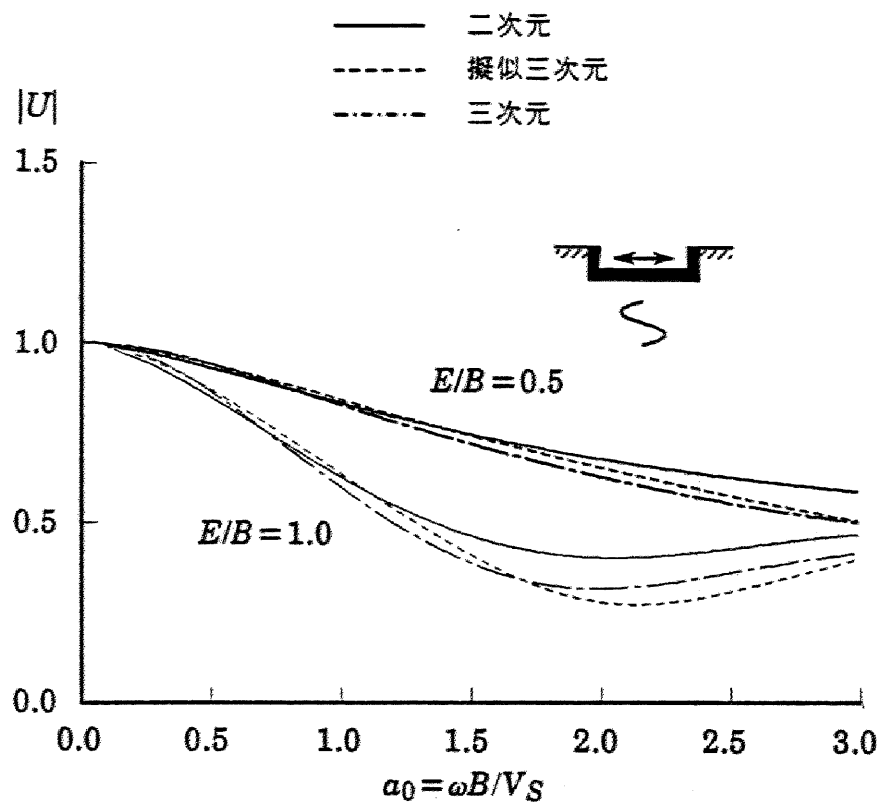
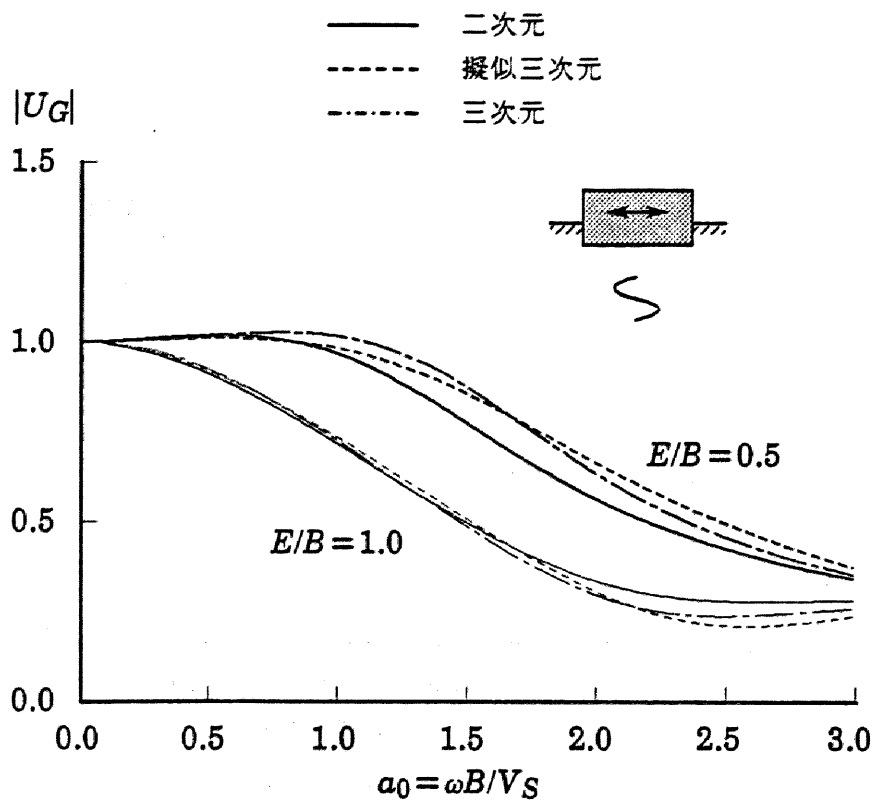
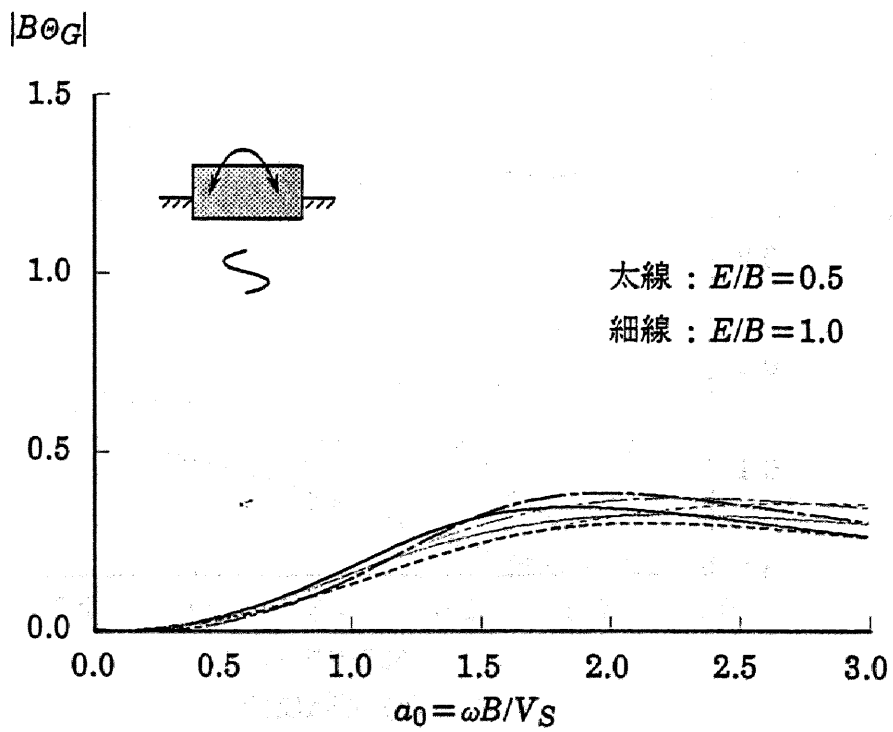


図-4.8 半無限地盤に埋込まれた剛基礎の基礎入力動



(a) 水平成分



(b) 回転成分

図-4.9 半無限地盤に埋込まれた剛基礎重心の応答

4.3 基礎間連成効果に関する検討

速度比例型減衰が基礎間連成効果に与える影響を考察するために、隣接して二つの剛基礎が存在する場合の擬似三次元効果の検討を行う。半無限地盤を対象とし、同一諸元の二つの正方形基礎を想定して、半幅 $B=40\text{m}$ 、埋込み深さ $E=0\text{m}, 20\text{m}$ および $E=40\text{m}$ 、奥行長さ $L=80\text{m}$ 、基礎中心間距離 $D=100\text{m}$ を採用する。地盤および基礎の諸元は4.1節で用いたものと同じである。表示するのはインピーダンス、およびSV波が鉛直下方から入射する時の基礎入力動、剛基礎重心の応答である。

図-4.10に、埋込み比が $E/B=0.0$ および 0.5 の場合の剛基礎のインピーダンスについて、二次元、擬似三次元および三次元解を比較して示す。隣接基礎が存在する場合にはインピーダンスは二つの基礎の六自由度に関するフルマトリックスとなるが、ここでは下式のように同一基礎間のインピーダンスマトリックスのうち対角項と水平-回転の連成項を、基礎間連成のインピーダンスマトリックスのうち水平および上下対角項を示す。

$$[K] = \begin{array}{c} \text{基礎1} \\ \text{基礎2} \end{array} \begin{array}{c} H \\ R \\ V \end{array} \begin{array}{c} \text{基礎1} \\ \text{基礎2} \end{array} \begin{array}{c} H \\ R \\ V \end{array} \begin{array}{c} \text{基礎1} \\ \text{基礎2} \end{array} \begin{array}{c} H \\ R \\ V \end{array}$$

また、図-4.11に、各次元のインピーダンスのうち同一基礎間の水平および回転対角項を単独基礎の結果と比較して示す。

隣接して基礎が存在する場合にも、擬似三次元解は二次元解に比較して実部が増加し、三次元解とよい対応を示しており、このような特性は埋込みの有無に拘わらず認められる。しかし、単独基礎の場合と同様に、低振動数域で実部を小さめに、虚部を大きめに評価する傾向はかわらない。また、振動数変化の大きい方向成分($K_{V_1V_2}$ など)では、擬似三次元解は変動振幅が抑制される傾向がみられる。

単独基礎の結果と比較すると、隣接基礎が存在する場合には、インピーダンスの実部が増加し、虚部が減少すると共に、振動数によって若干振動する傾向がある。なお、同一基礎間のインピーダンスの増減は、隣接基礎間のインピーダンス

の増減によってほぼ相殺される(図-4.10aの $K_{H_1H_1}$ と図-4.10eの $K_{H_1H_2}$ を参照)。

この傾向は、埋込みが存在するときに顕著に認められ、地表面基礎の場合には隣接基礎の影響は小さい。これは、埋込みが存在する場合には、基礎側面部の地盤を通して、隣接基礎の影響が直接的に現れるためと考えられる。すなわち、隣接基礎による基礎側面部の拘束効果の増大、および、隣接基礎における逸散波の反射による逸散減衰の減少および共振性状によって、インピーダンス実部の増加、虚部の減少、振動数による変動が励起される。

この効果の大きさは、基礎側面地盤のモードにより差があり、方向成分で異なる。すなわち、図-4.7(b)に示したように、水平成分では圧縮伸長モードが、上下成分ではせん断モードが卓越すると考えられる。例えば基礎側面地盤を隣接基礎位置で固定された水平土柱と仮定すると、固定境界の影響は圧縮伸長モードの方が大きく現れる。従って、圧縮伸長モードが卓越する水平成分に隣接基礎の影響がより強く現れていると考えられる。なお、回転成分は圧縮伸長モードを含むが基本的に自己釣合系となるので隣接基礎の影響は水平成分ほど大きく現れていない。

このような隣接基礎の存在により現れる現象は、二次元解で最も強く現れ、三次元解、擬似三次元解の順に小さくなっている。これは、二次元場では波動が面内のみ伝播するのに対し、三次元、擬似三次元場では面外方向にも波動が逸散するので、隣接基礎に反射して基礎に戻ってくる波が減少し、結果として隣接基礎の影響が小さくなることによると考えられる。また、擬似三次元解と三次元解の差の原因は、次章で述べるように擬似三次元解が波動を面外へ過度に逸散させることによると考えられる。

つぎに、埋込み比が $E/B=0.5$ および 1.0 の場合について、二次元、擬似三次元および三次元場の基礎入力地動を比較して、図-4.12に示す。また、図-4.13に、各次元について、単独基礎と双設基礎の結果を比較して示す。なお、埋込みが存在しない場合には、基礎下の入射場変位に位相差がないので入力損失はない。

隣接基礎の存在により、高振動数域での水平応答値が単独基礎に比較して大きくなるとともに、回転成分が単独基礎の結果のまわりを振動する。また、単独基礎の場合には存在しない上下応答成分が生じる。このような特性は埋込み比が大きい場合の方が強く現れ、二次元解で最も顕著に認められる。

二次元解は、単独基礎の場合と同様に、擬似三次元解、三次元解に比較して水平入力動がかなり大きめに評価されており、上下入力動も強く励起されている。このような隣接基礎による影響は、二次元解で最も大きく、三次元、擬似三次元解の順に小さくなっている。これは、前述のごとく面外方向への波動の逸散の有無が関係していると考えられる。また、擬似三次元解と三次元解との対応は、微小量と判断できる上下応答値を除くと比較的よい。

図-4.14に、剛基礎重心位置の応答を示す。埋込み比が $E/B=0.0, 0.5$ および 1.0 の場合について、二次元、擬似三次元および三次元場の結果を比較して示してある。また、図-4.15に、各次元について単独基礎と双設基礎の結果を比較して示す。

水平応答値に関しては、次元による差異は地表面基礎の場合に最も強く現れ、埋込みが存在する場合には各ケース共よく対応している。しかし、二次元解と、三次元および擬似三次元解との差は明らかに存在している。擬似三次元解は三次元へと改善されており、三次元解は擬似三次元解のまわりを振動する傾向がある。しかし、回転および上下応答値に関しては、擬似三次元解は三次元解に比較してかなり抑制されている。

回転および上下応答値の抑制は、単独基礎と双設基礎の結果を比較することにより理解できる。基礎間連成がある場合の水平応答結果は、単独基礎の結果のまわりを振動する。これは、隣接基礎の影響である。振動の大きさは、二次元、三次元、擬似三次元解の順に小さくなっており、埋込みが存在する場合には、擬似三次元解は単独基礎の結果と殆ど一致している。したがって、擬似三次元解は、基礎間連成効果が抑制される傾向があり、結果として、隣接基礎の存在によって励起される回転動および上下動の値が小さくなることになる。

このように、擬似三次元解は隣接基礎の存在により生じる影響を過小に評価する傾向がある。しかし、インピーダンスの対角成分、基礎入力動や重心応答の水平成分などに関しては、擬似三次元解は二次元解に比べて三次元解へと近づいており、ある程度の改善効果が得られていると考えられる。なお、隣接基礎の存在による影響の過小評価については、解析次元による面外方向への波動の逸散性状の差異に関連しているものと考えられ、第5章において検討する。

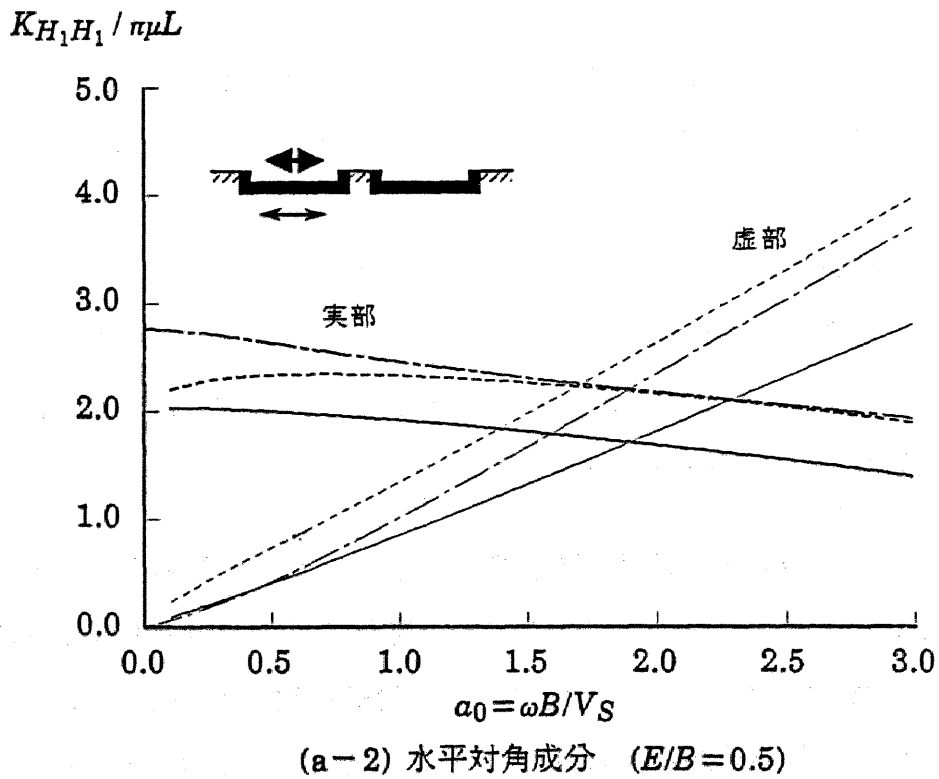
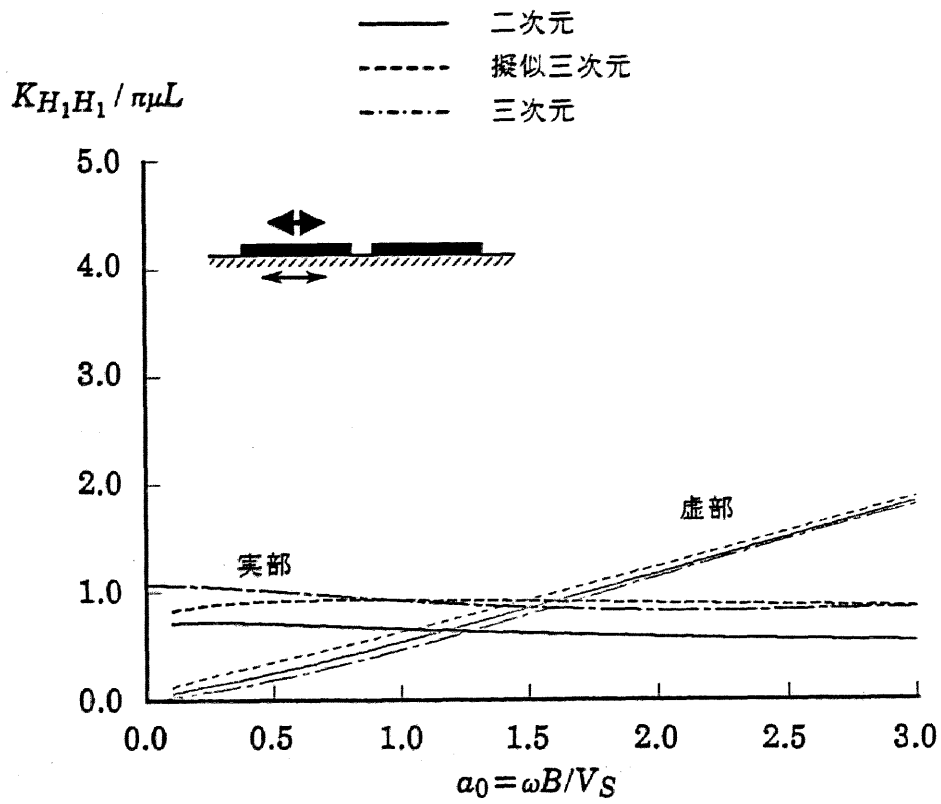
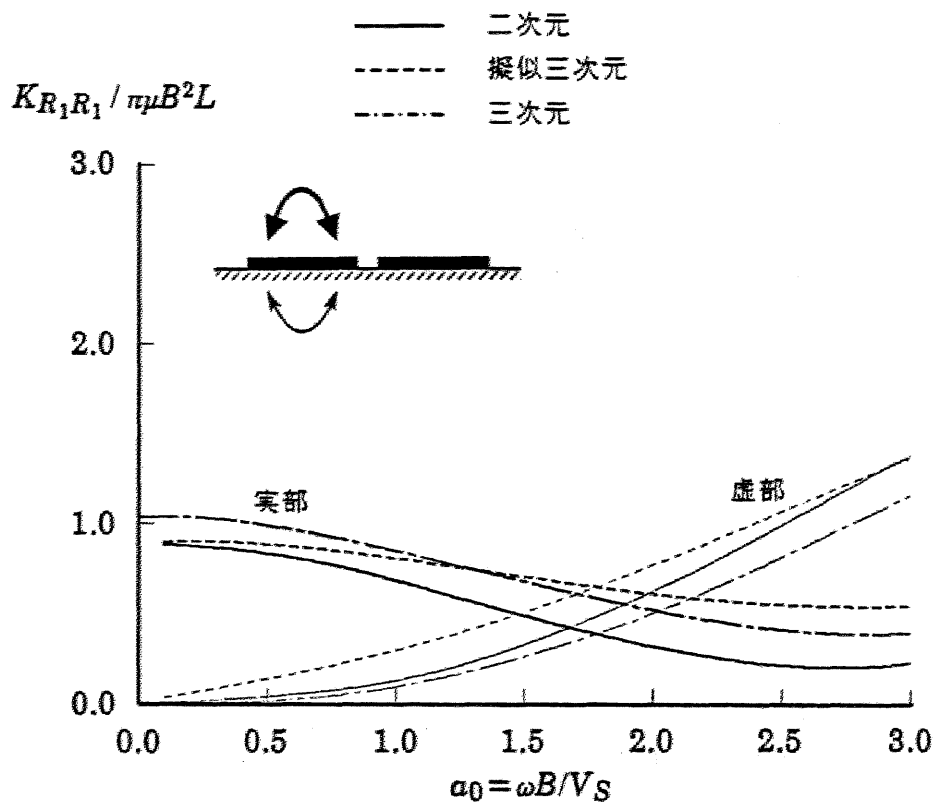
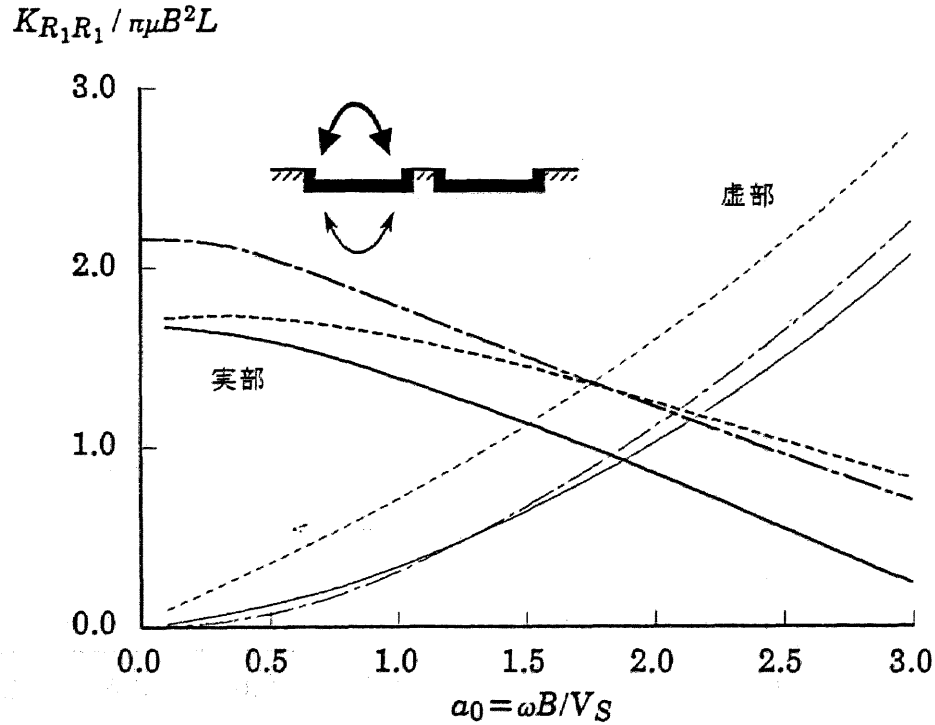


図-4.10 半無限地盤の双設剛基礎のインピーダンス

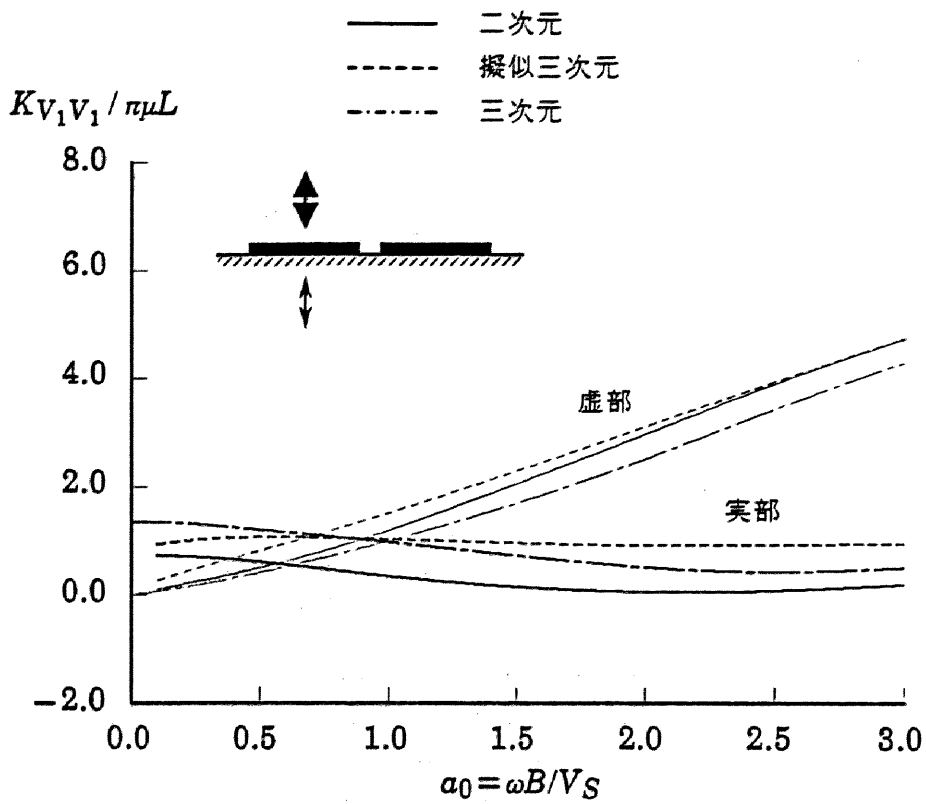


(b-1) 回転対角成分 ($E/B = 0.0$)

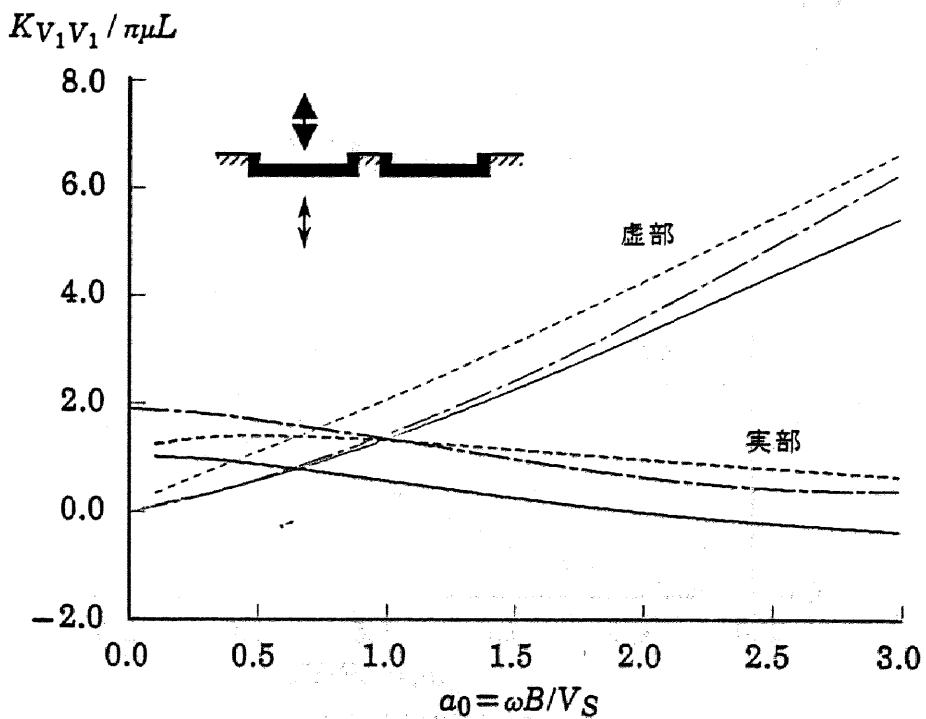


(b-2) 回転対角成分 ($E/B = 0.5$)

図-4.10 半無限地盤の双設剛基礎のインピーダンス

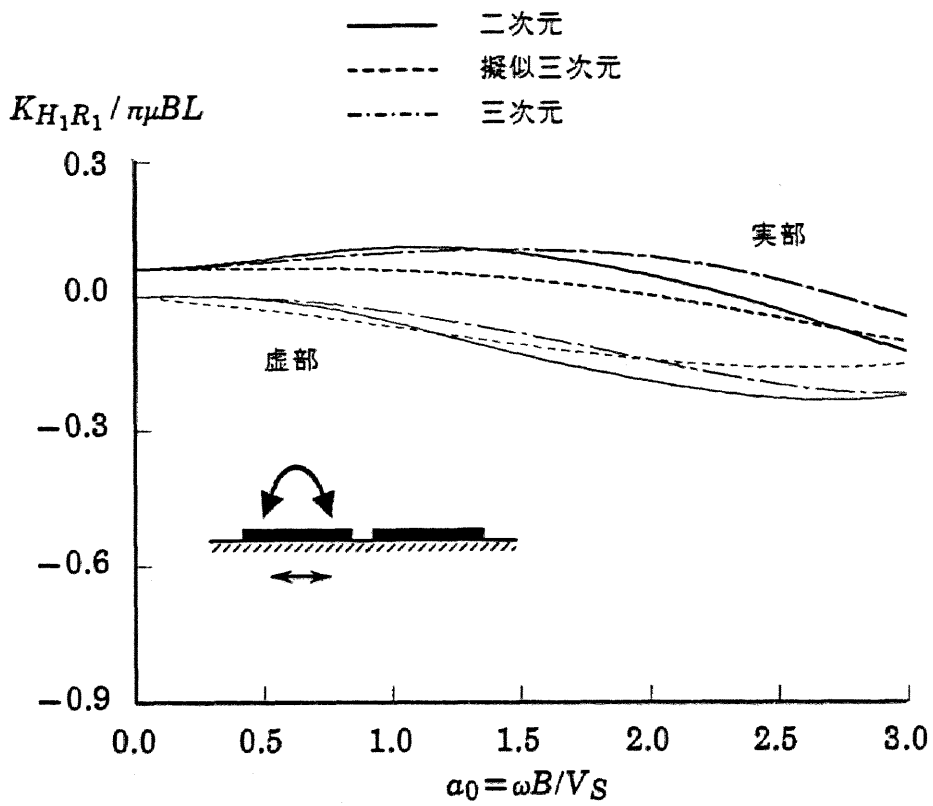


(c-1) 上下対角成分 ($E/B=0.0$)

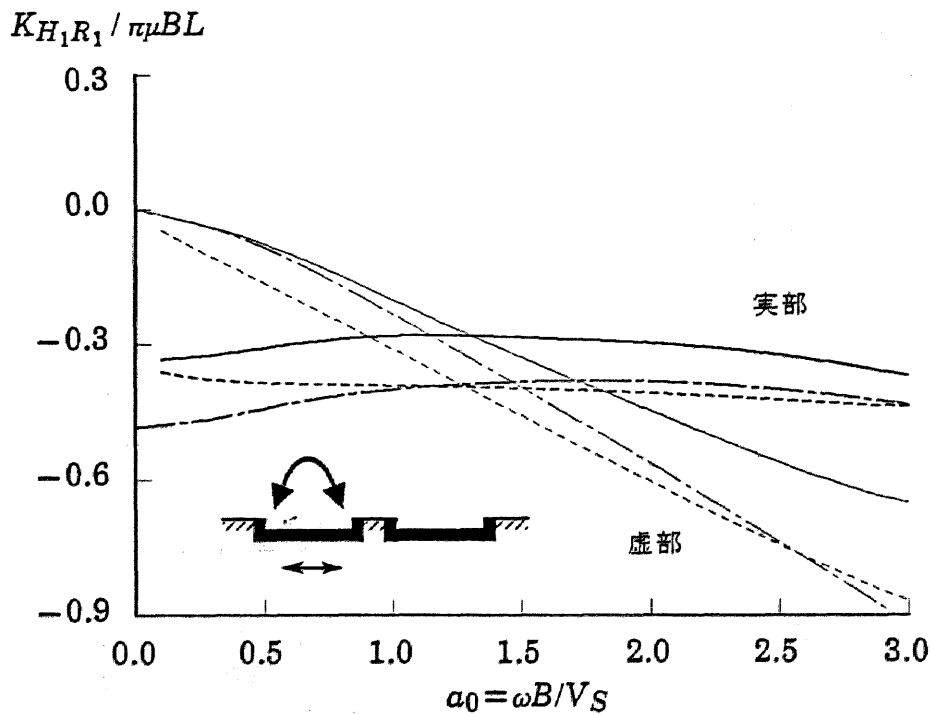


(c-2) 上下対角成分 ($E/B=0.5$)

図-4.10 半無限地盤の双設剛基礎のインピーダンス

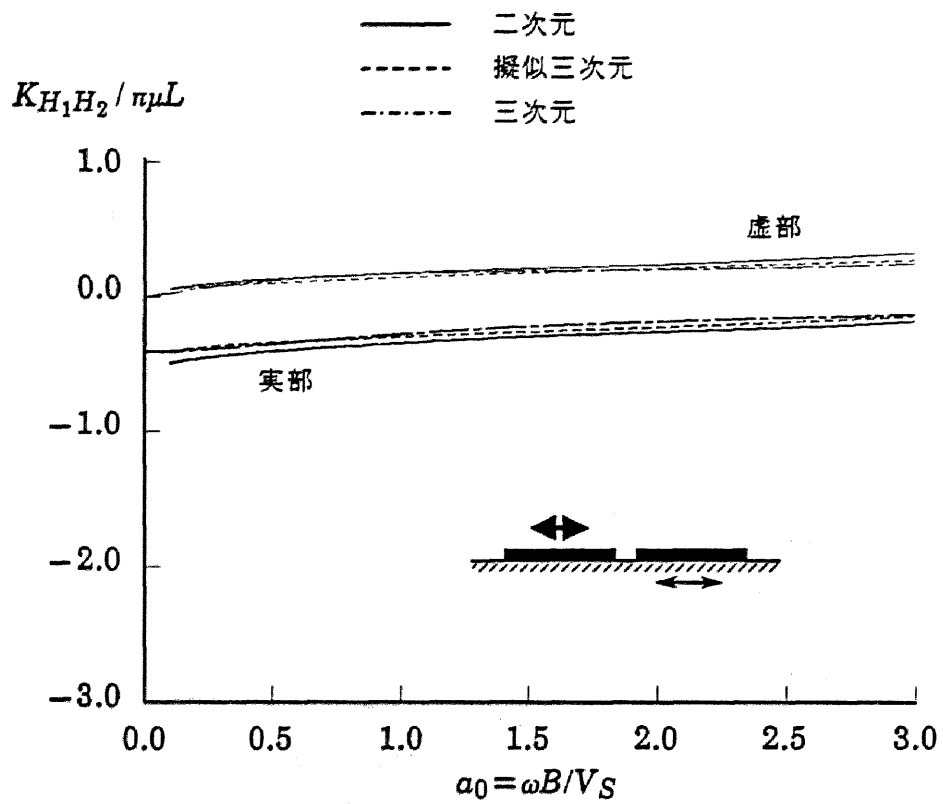


(d-1) 水平-回転連成成分 ($E/B = 0.0$)

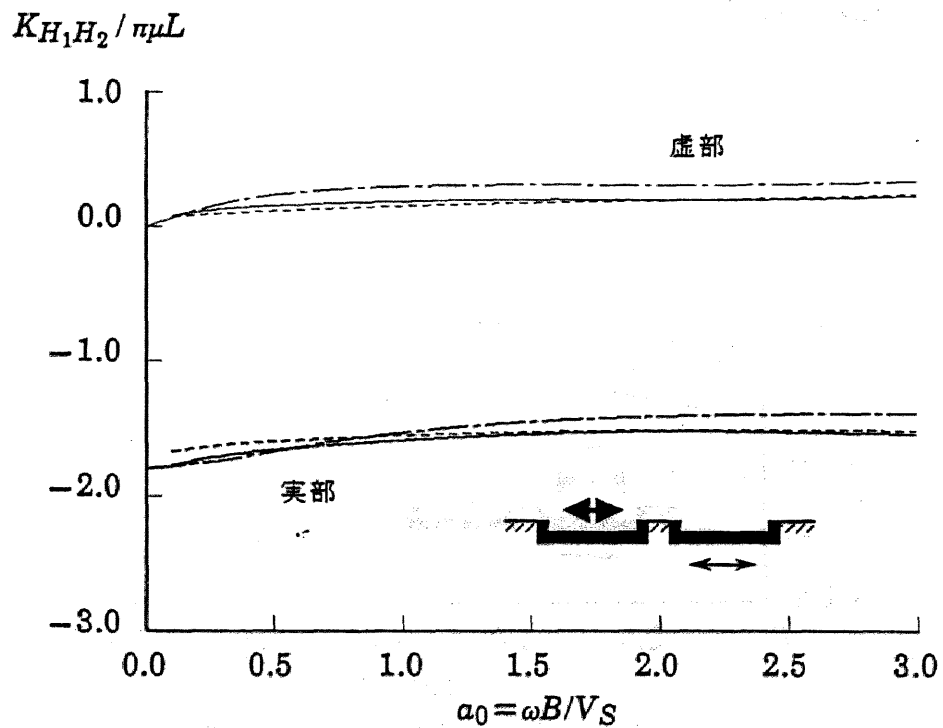


(d-2) 水平-回転連成成分 ($E/B = 0.5$)

図-4.10 半無限地盤の双設剛基礎のインピーダンス



(e-1) 基礎間水平対角成分 ($E/B=0.0$)



(e-2) 基礎間水平対角成分 ($E/B=0.5$)

図-4.10 半無限地盤の双設剛基礎のインピーダンス

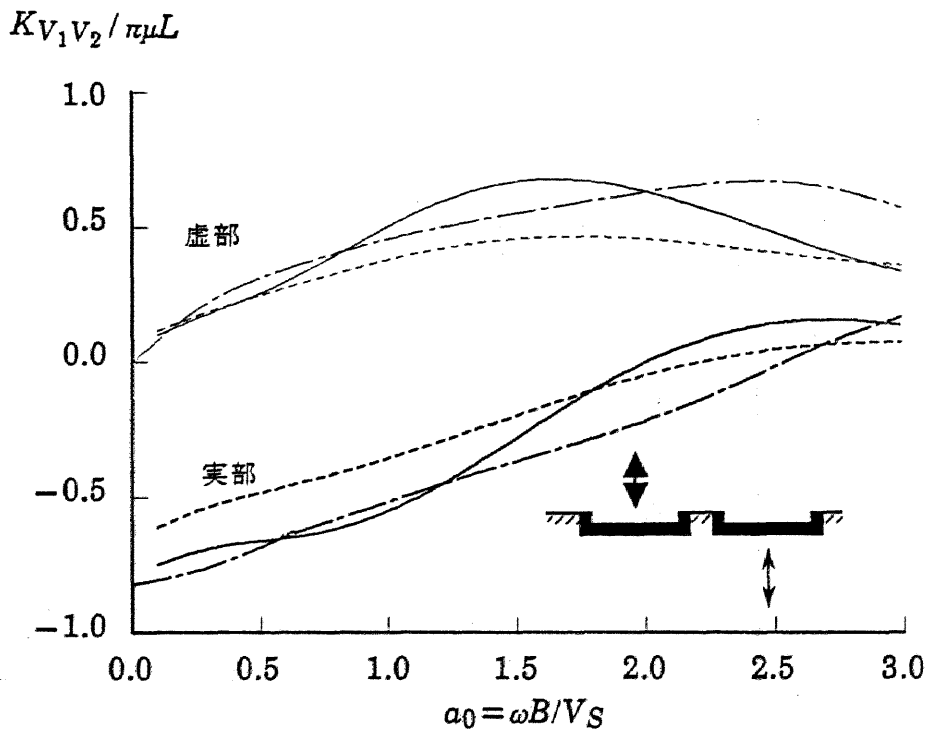
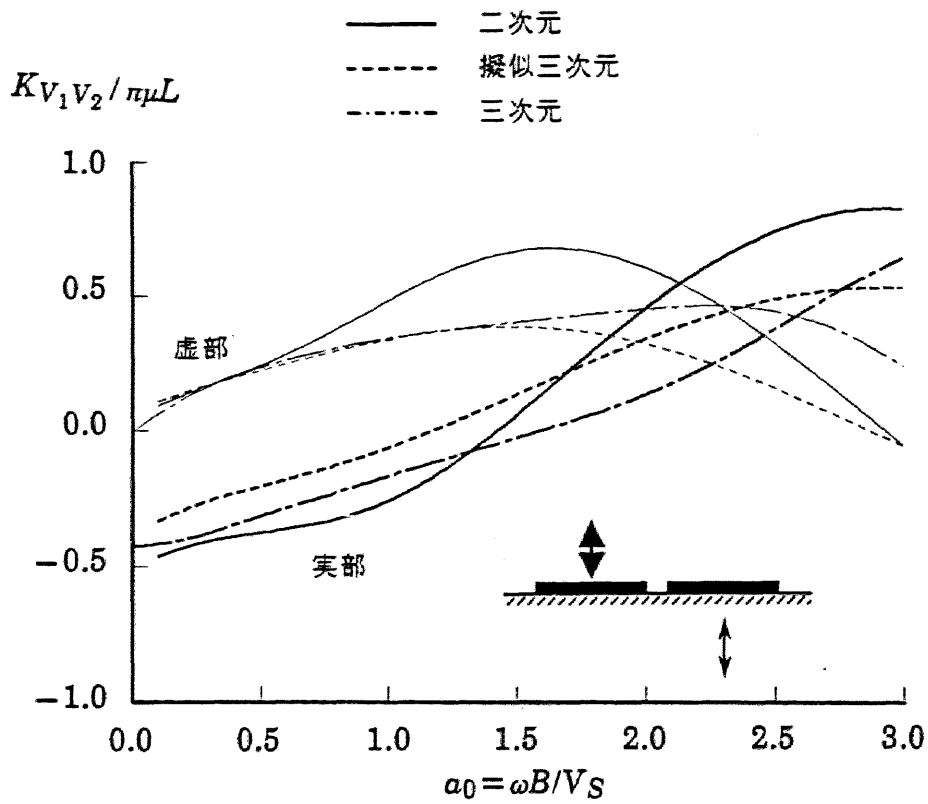
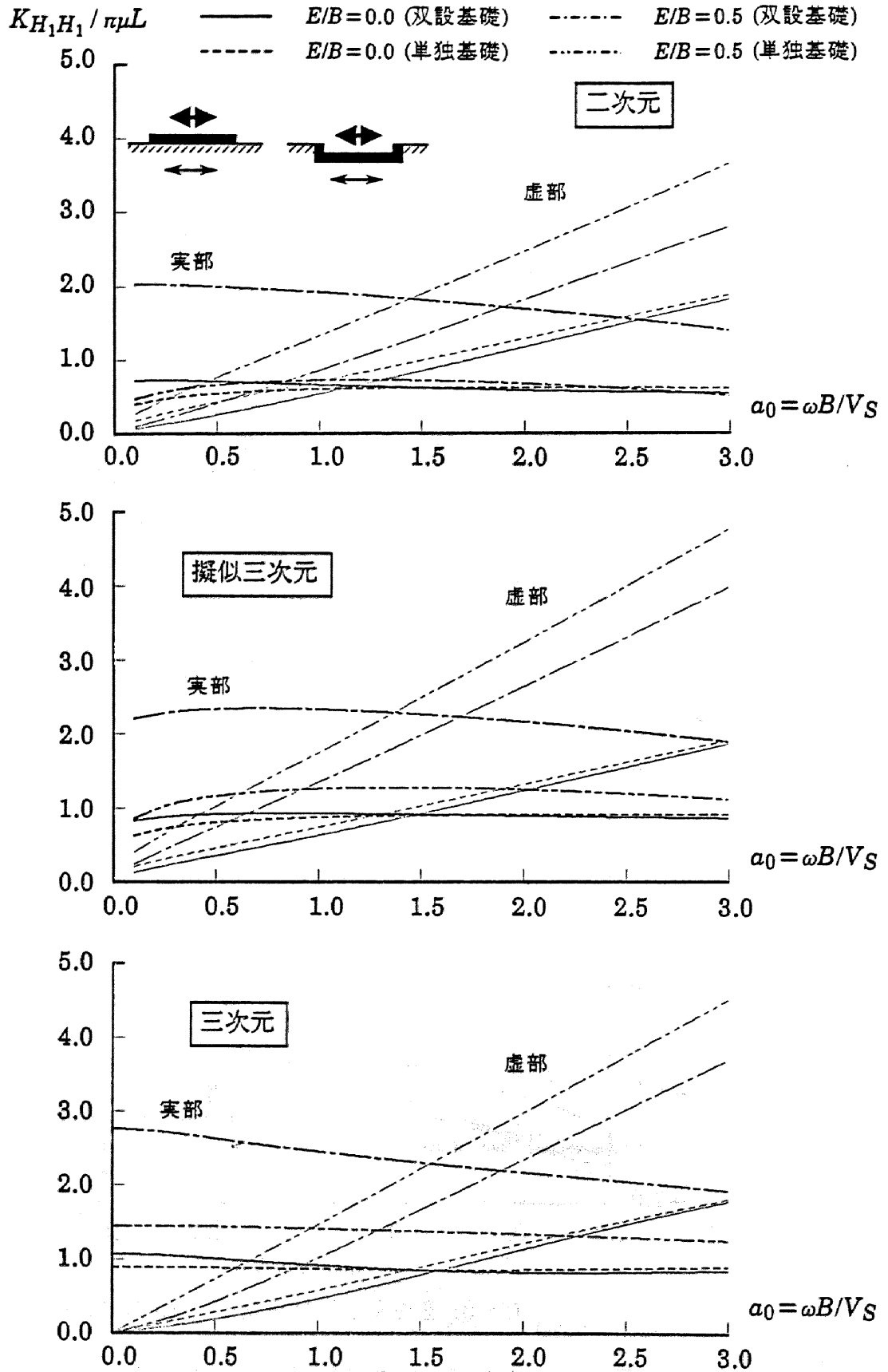


図-4.10 半無限地盤の双設剛基礎のインピーダンス



(a) 水平対角成分

図-4.11 半無限地盤の剛基礎のインピーダンス (単独基礎と双設基礎)

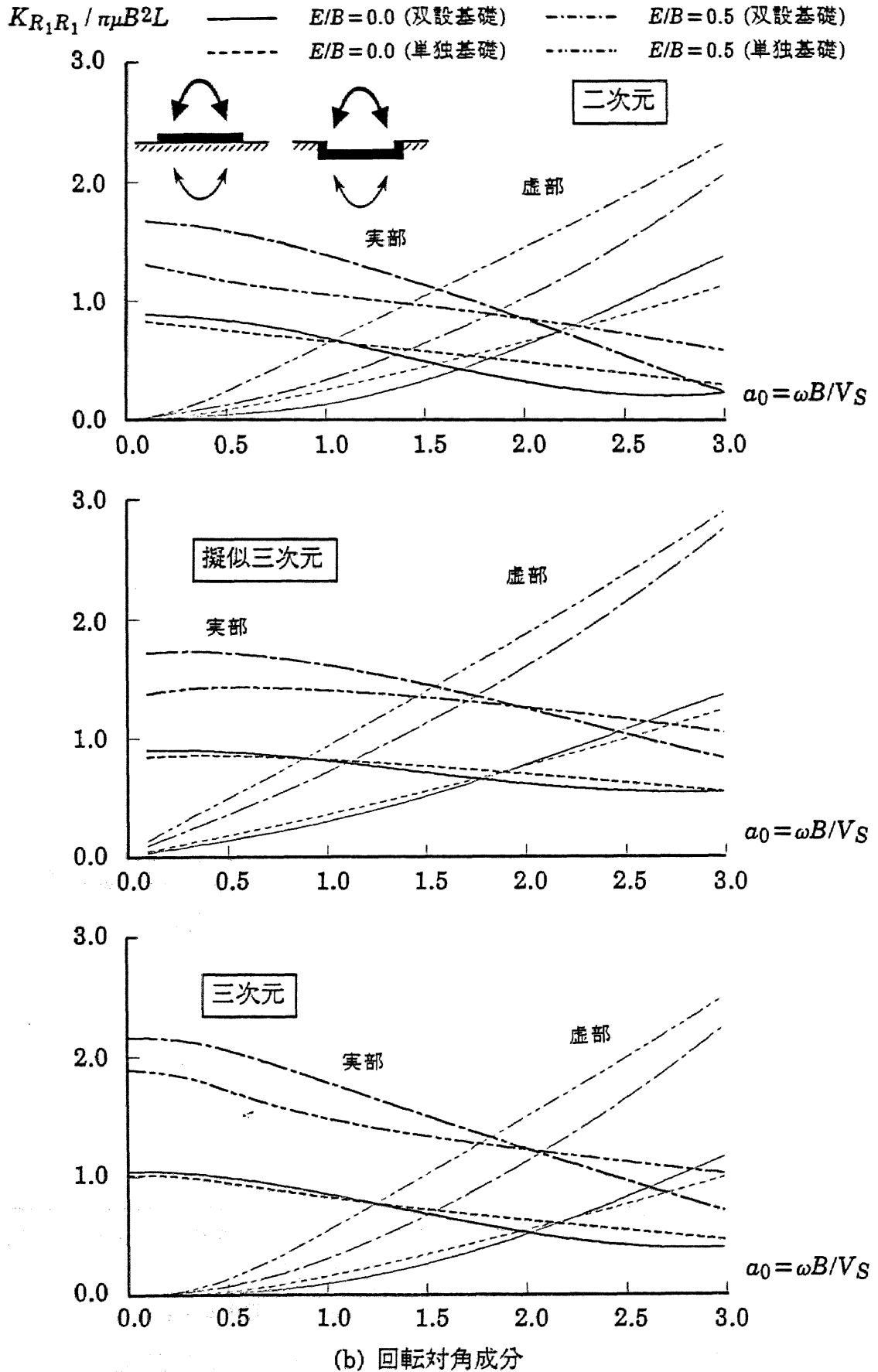
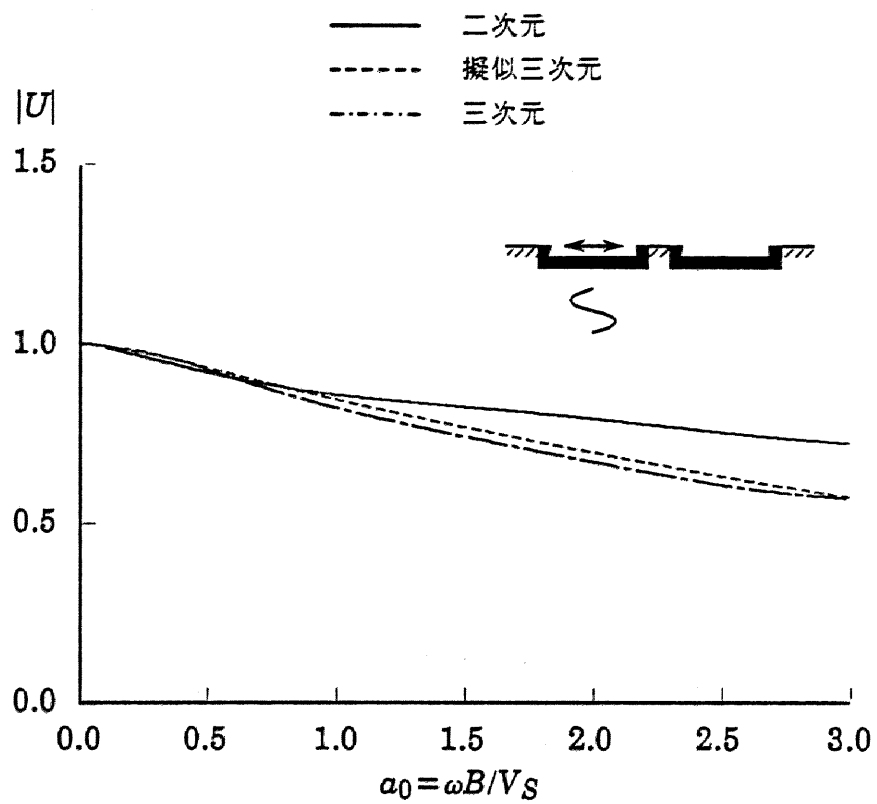
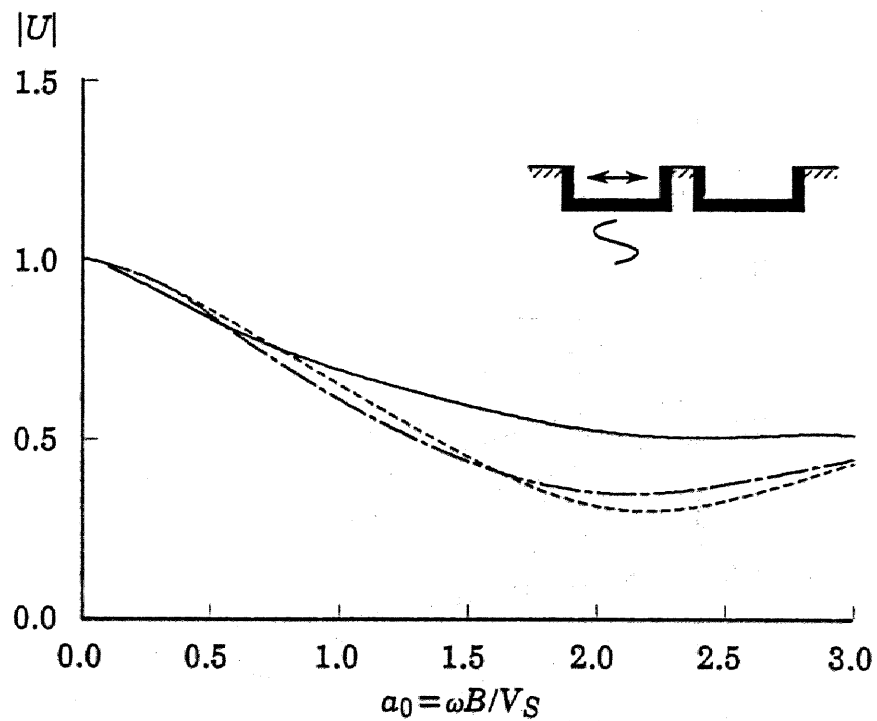


図-4.11 半無限地盤の剛基礎のインピーダンス (単独基礎と双設基礎)

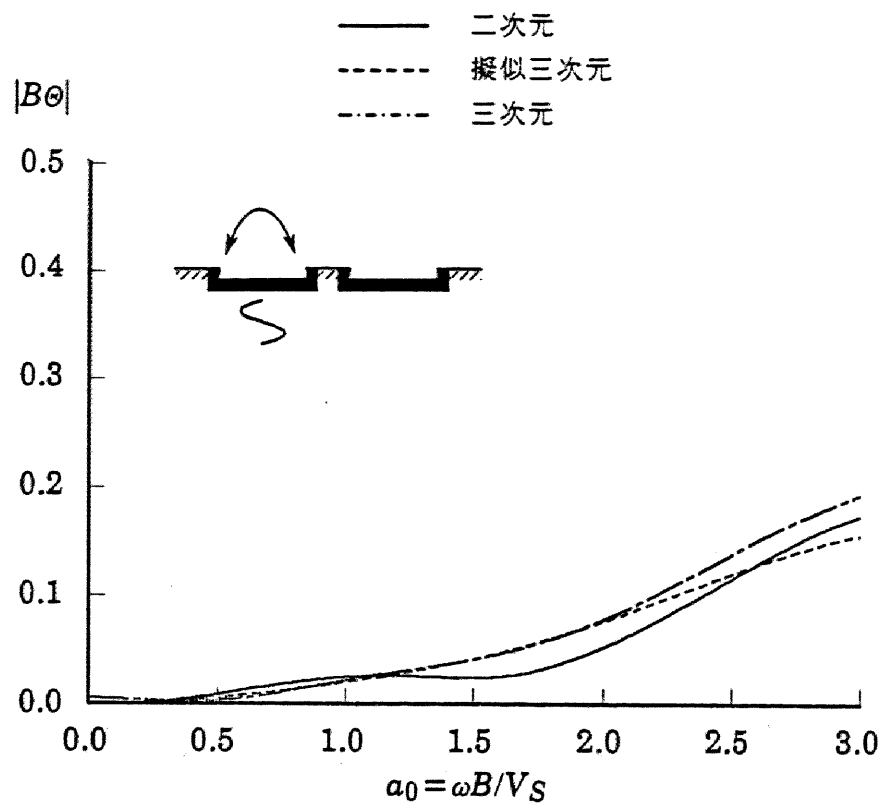


(a-1) 水平成分 ($E/B=0.5$)

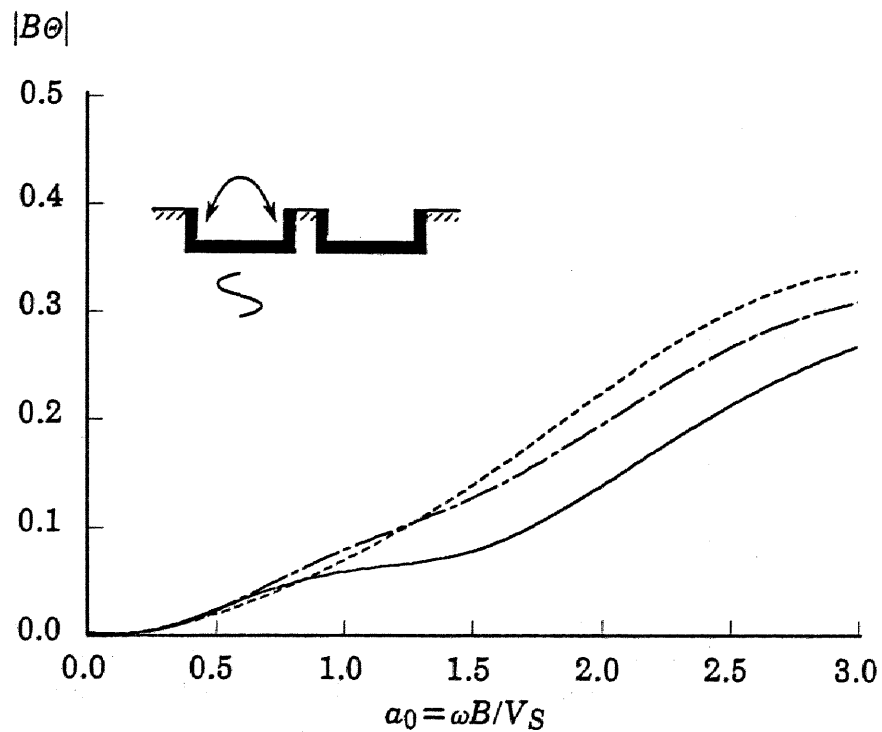


(a-2) 水平成分 ($E/B=1.0$)

図-4.12 半無限地盤に埋込まれた双設剛基礎の基礎入力動

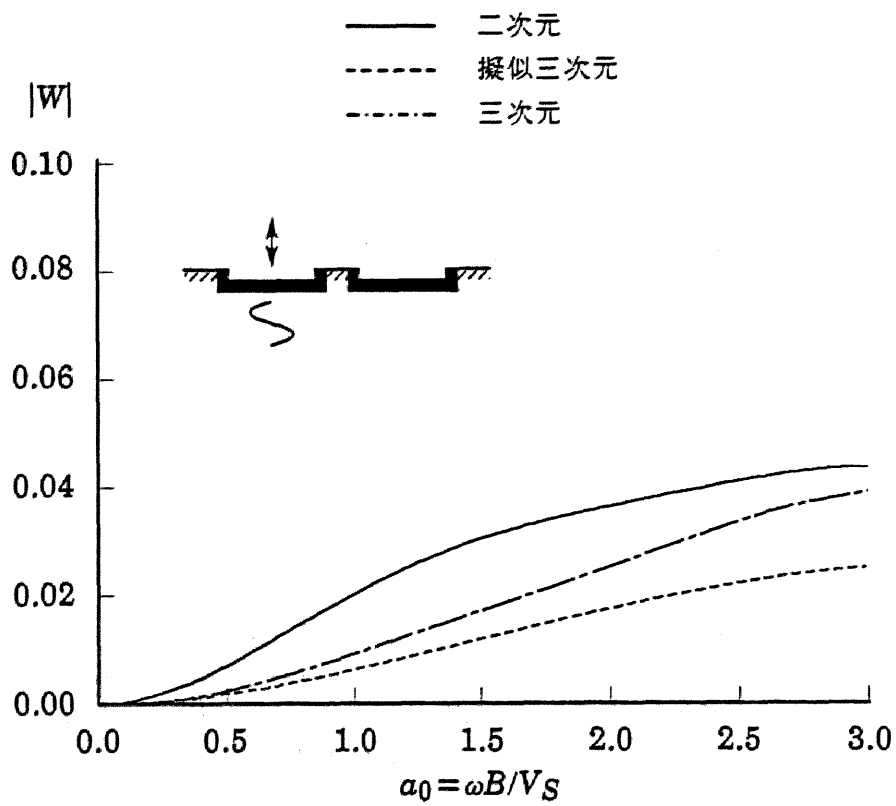


(b-1) 回転成分 ($E/B = 0.5$)

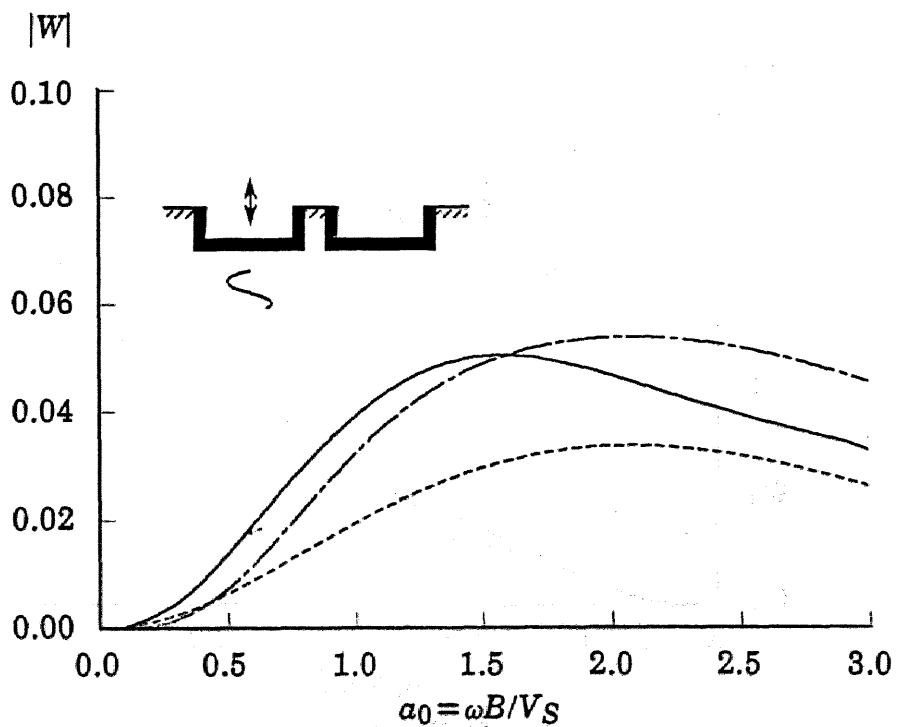


(b-2) 回転成分 ($E/B = 1.0$)

図-4.12 半無限地盤に埋込まれた双設剛基礎の基礎入力動

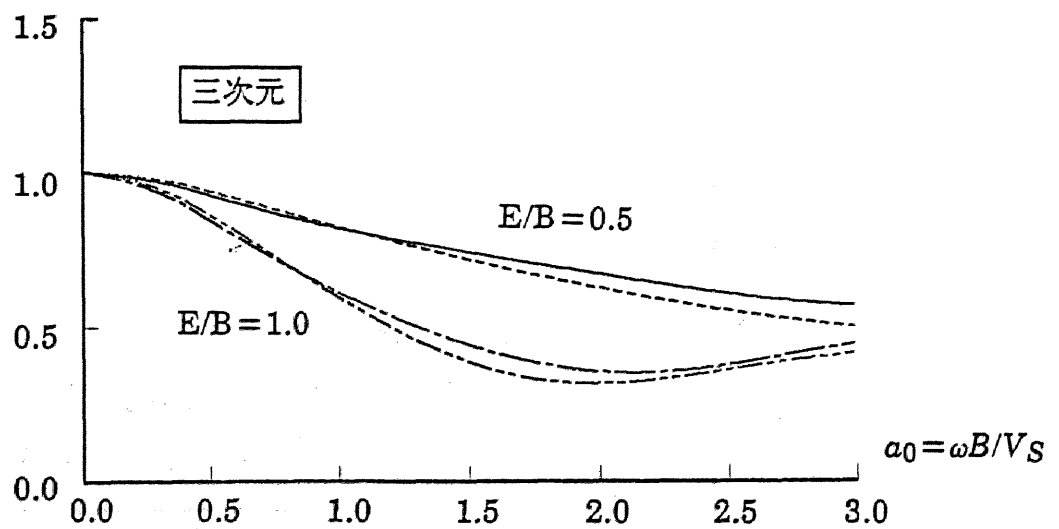
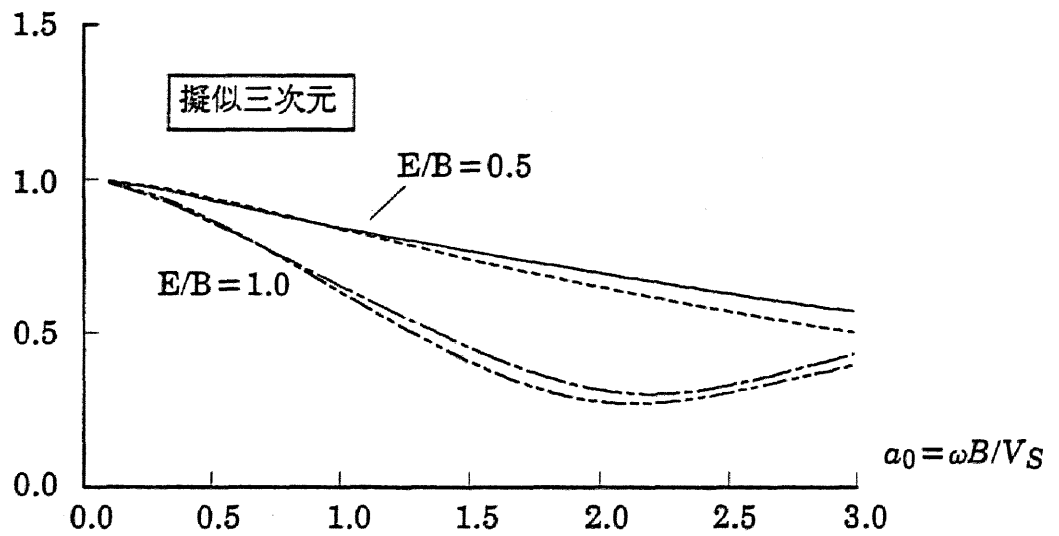
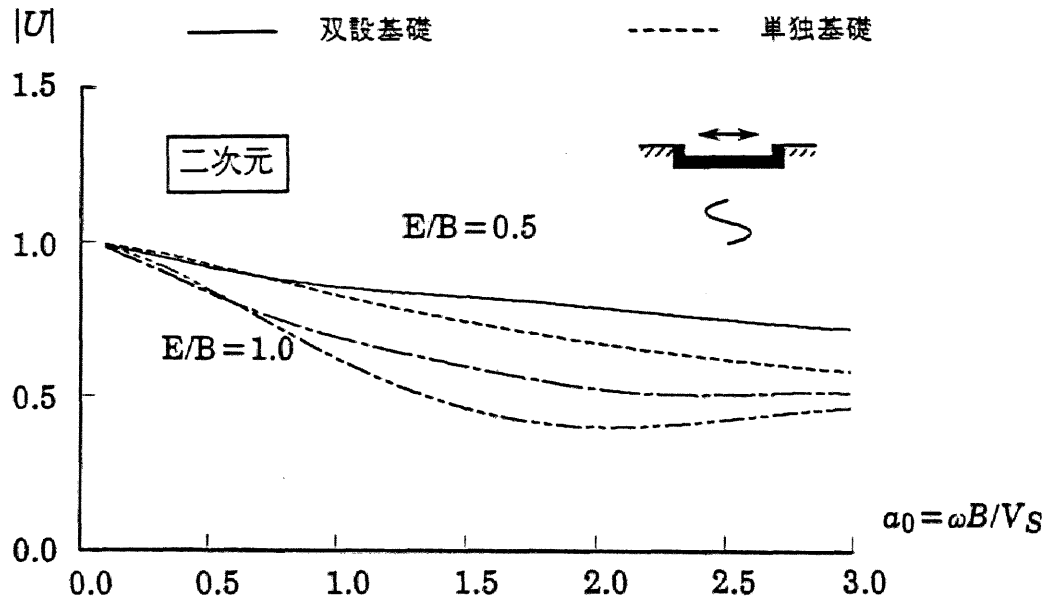


(c-1) 上下成分 ($E/B=0.5$)



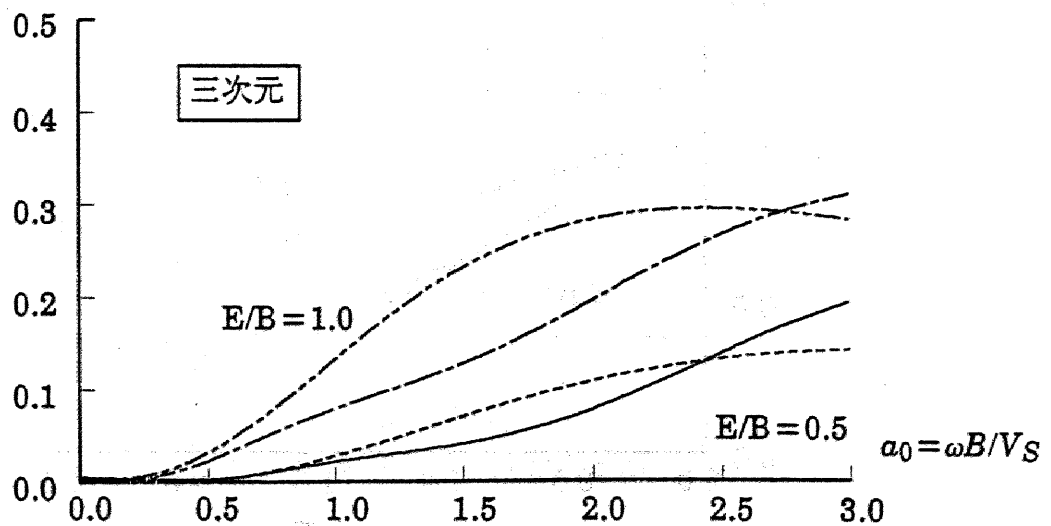
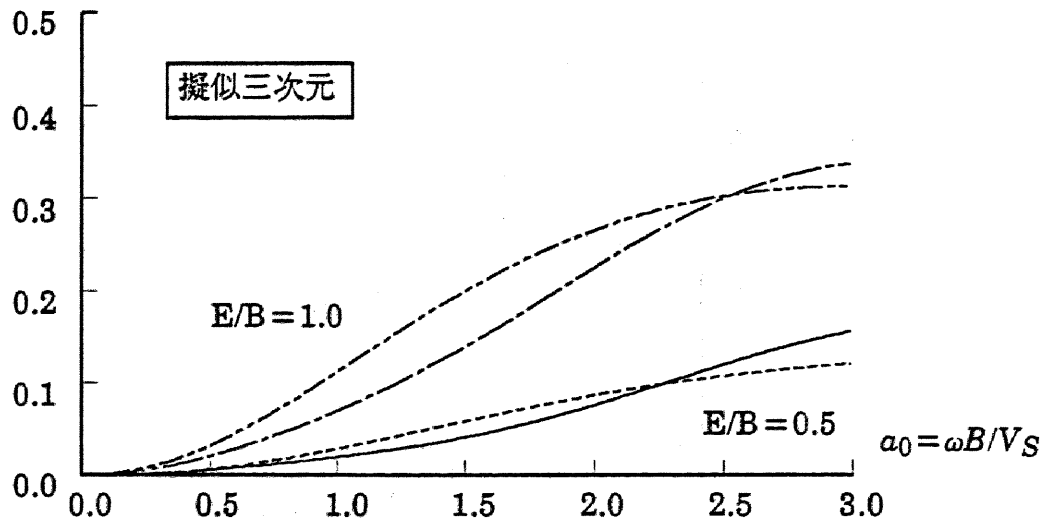
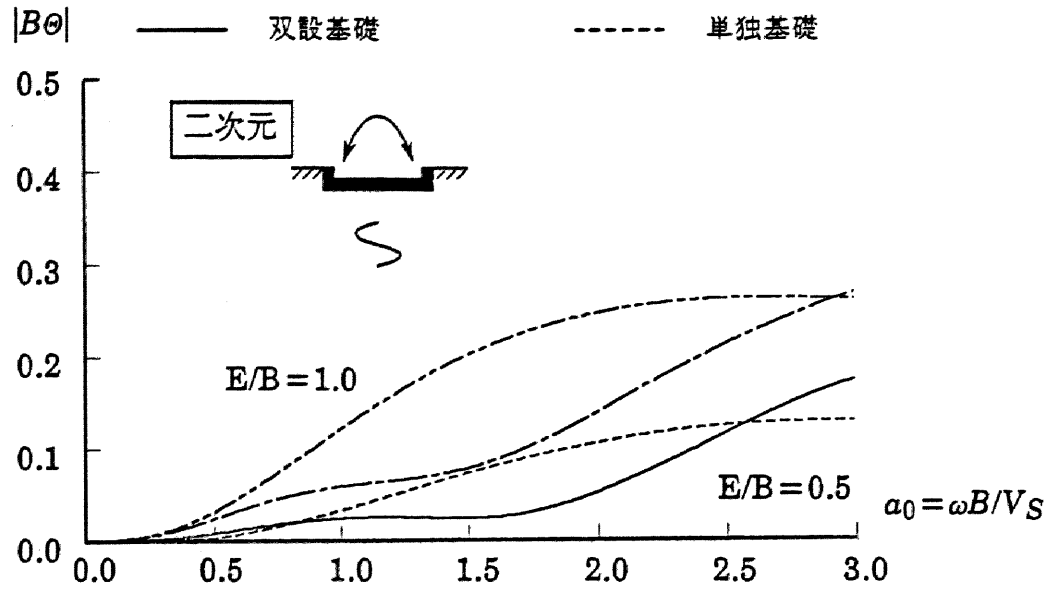
(c-2) 上下成分 ($E/B=1.0$)

図-4.12 半無限地盤に埋込まれた双設剛基礎の基礎入力動



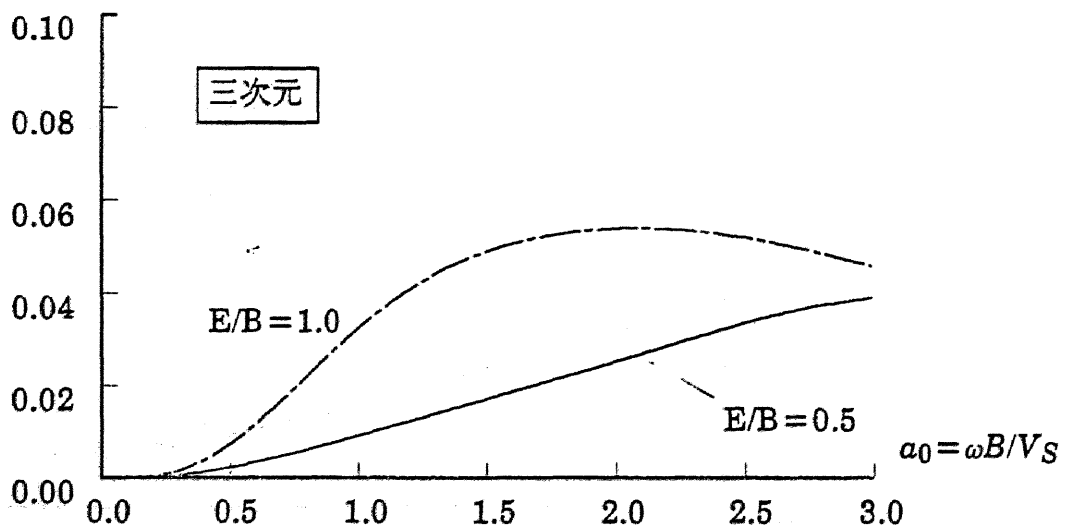
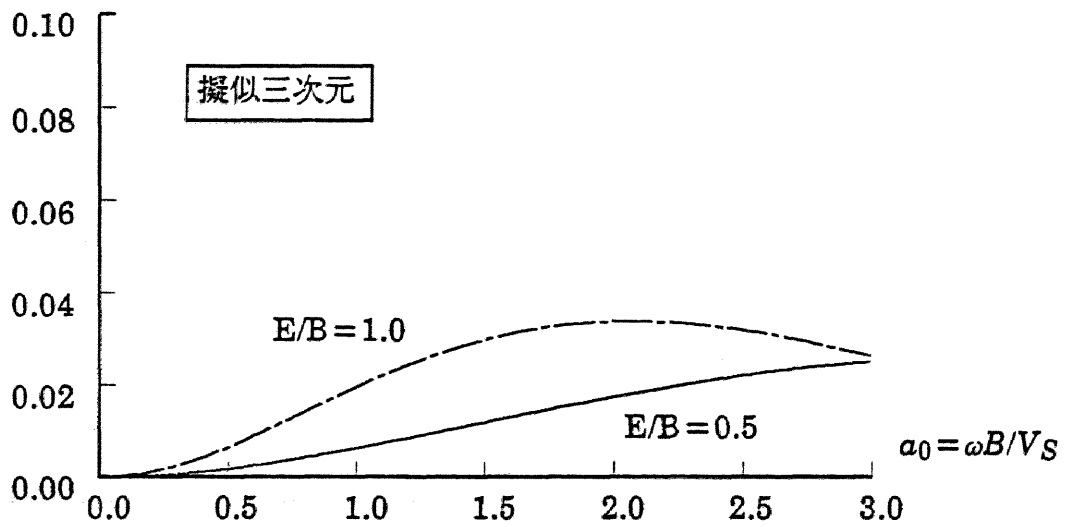
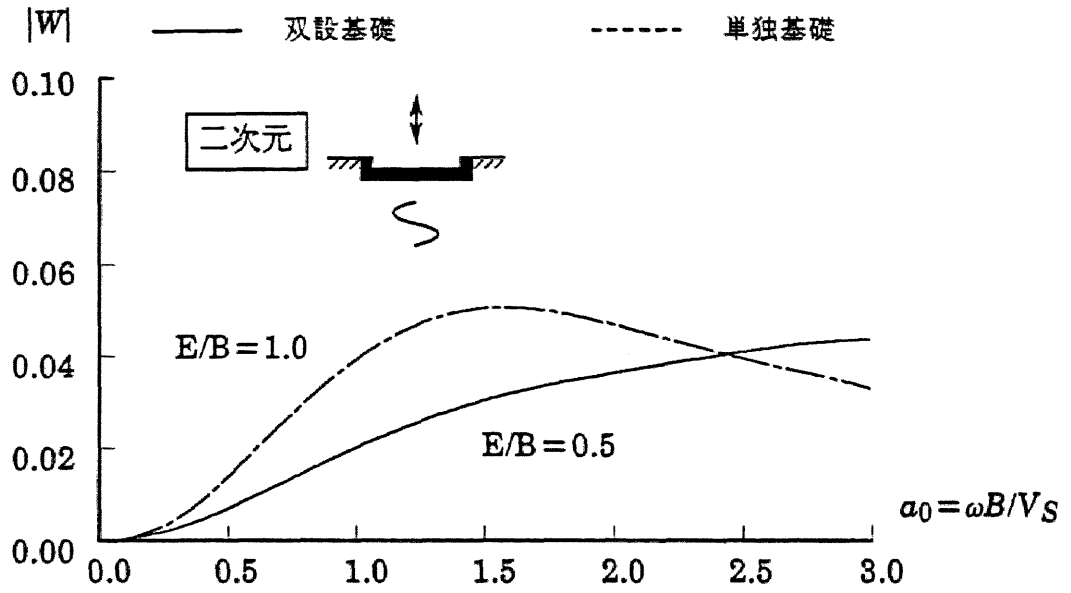
(a) 水平成分

図-4.13 半無限地盤の剛基礎のインピーダンス (単独基礎と双設基礎)



(b) 回転成分

図-4.13 半無限地盤の剛基礎の基礎入力動 (単独基礎と双設基礎)



(c) 上下成分

図-4.13 半無限地盤の剛基礎の基礎入力動 (単独基礎と双設基礎)

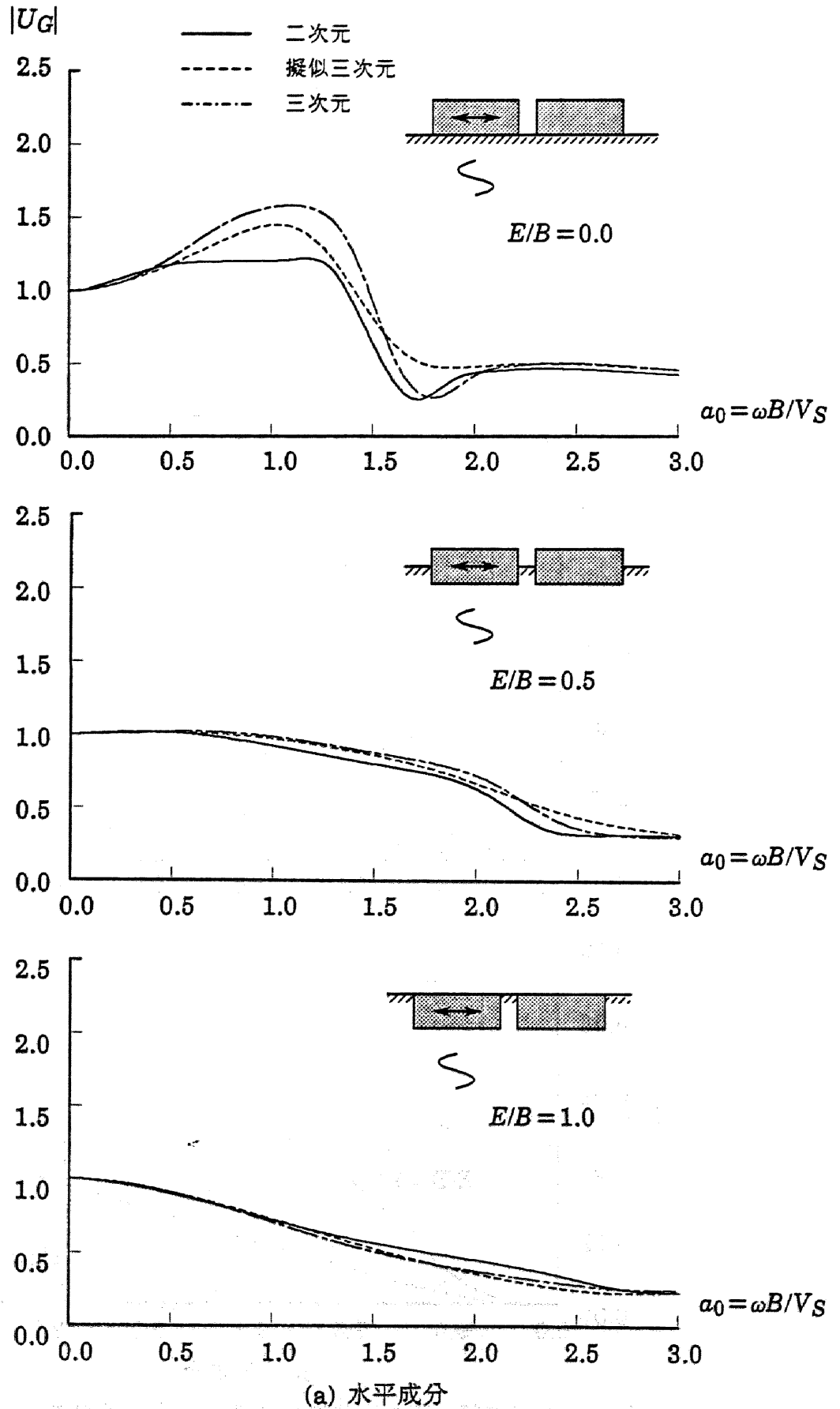
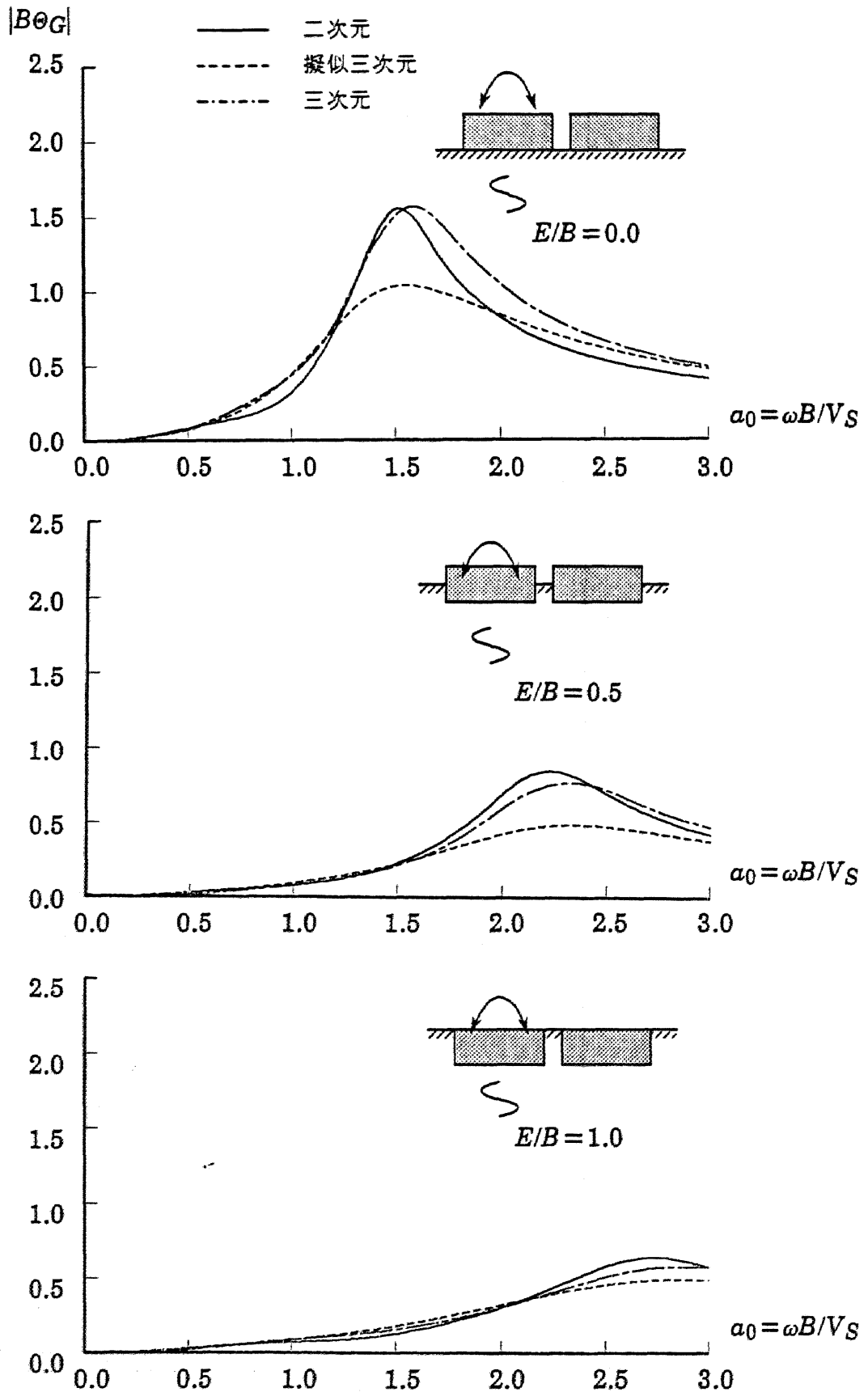
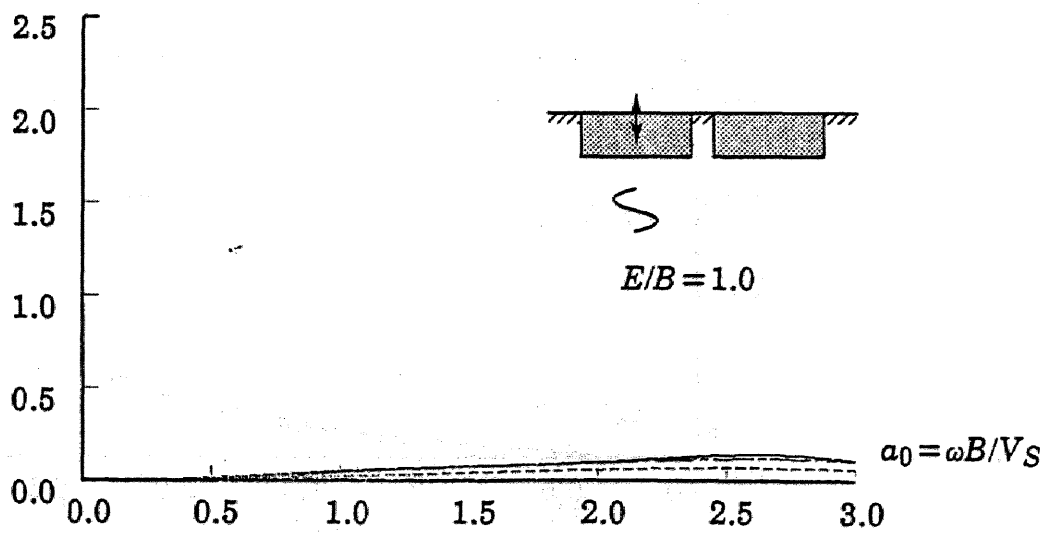
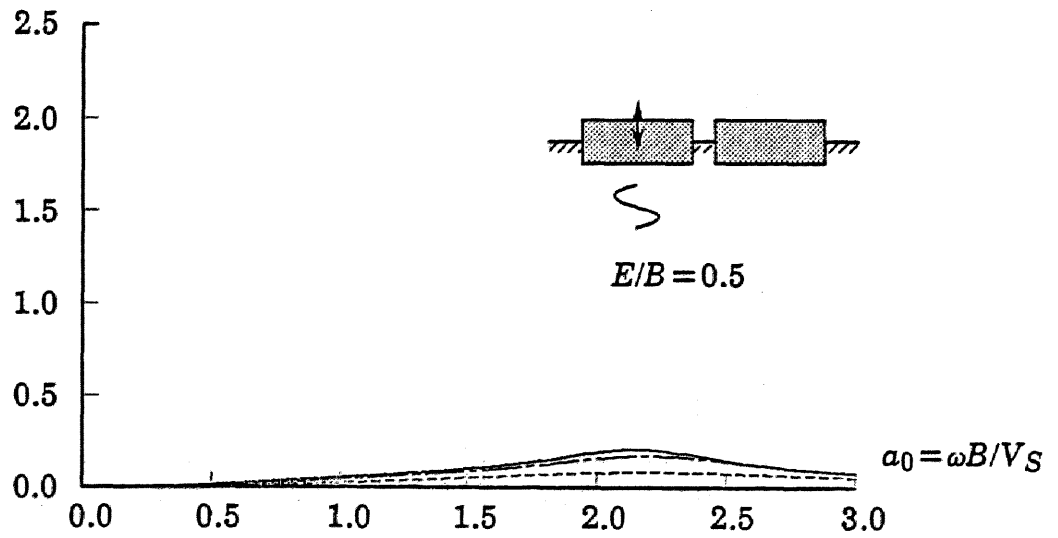
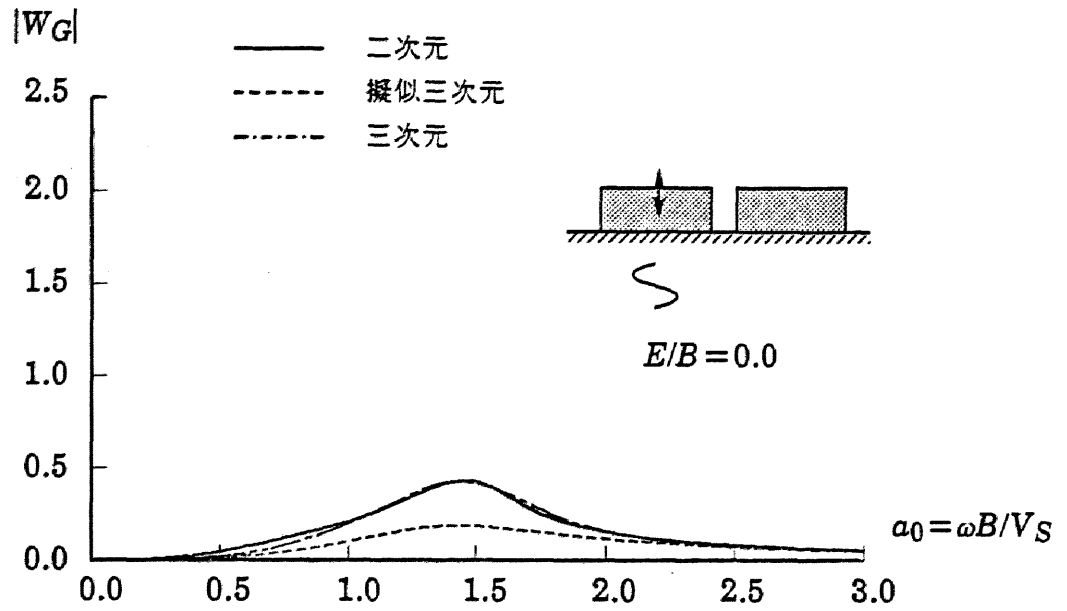


図-4.14 半無限地盤の双設剛基礎の応答



(b) 回転成分

図-4.14 半無限地盤の双設剛基礎の応答



(c) 上下成分

図-4.14 半無限地盤の双設剛基礎の応答

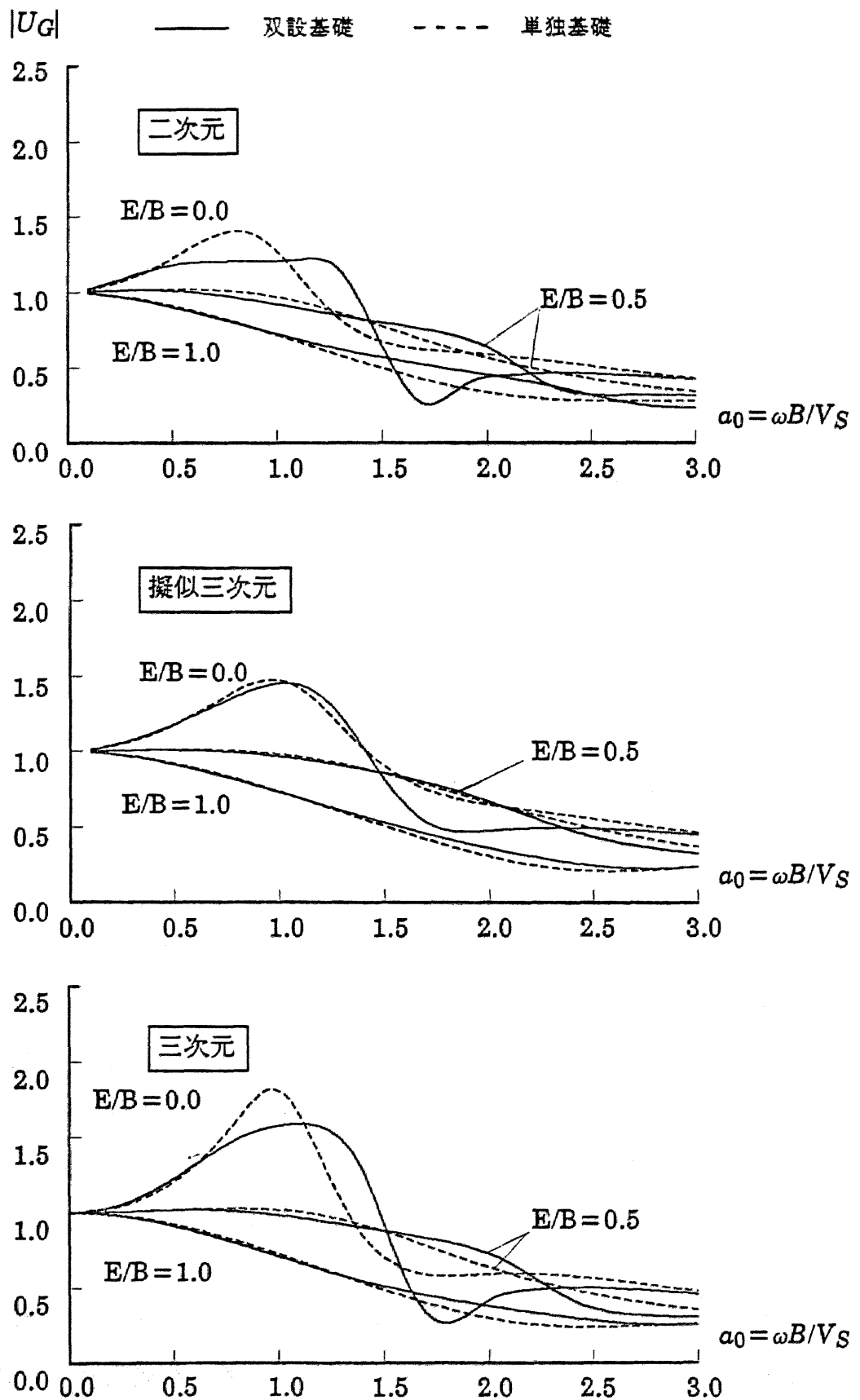


図-4.15 半無限地盤の剛基礎の水平応答 (単独基礎と双設基礎)

4.4 基盤の効果に関する検討

成層効果に及ぼす速度比例型粘性減衰の影響を把握することを目的として、成層地盤の最も極端な例である剛基盤が存在する場合について検討する。弾性一層地盤を対象に、基盤深さ $H=80\text{m}$, 160m および ∞m (半無限地盤)、地盤のせん断波速度 $V_S=500\text{m/s}$ 、単位体積重量 $\gamma_t=1.7\text{t/m}^3$ とする。また、剛基盤を有する場合には、二次元解および三次元解が共振振動数で特異性を示すので、減衰定数 $h_D=0.05$ の内部減衰を考慮する。基礎は正方形基礎を想定し、半幅 $B=40\text{m}$ 、埋込み深さ $E=0\text{m}$ および 20m 、奥行長さ $L=80\text{m}$ を採用する。なお、比較に用いる三次元解は基礎版底面積を等価にした半径 R の円形基礎とし、軸対称有限要素法⁸⁸⁾により求めている。

図-4.16に、地表面剛基礎のインピーダンスを、基盤深さ比 $H/B=2.0, 4.0$ および ∞ について示す。図より、二次元および三次元地盤に見られる共振現象が、擬似三次元地盤では抑制され、半無限地盤の解に近づいていることが分かる。

二次元および三次元地盤では、剛基盤の存在による共振現象によって、インピーダンスが半無限地盤の解のまわりを大きく振動している。この現象は、上下成分や水平成分で大きく現れ、回転成分では小さくなっている。これは、Gazetas¹³²⁾も指摘している通り、上下および水平加振の場合には、加振力の及ぼす影響が地中深くにまで達することによる。これに対して、回転成分は基本的に自己釣合系であるので、基礎近傍地盤の影響しか受けない。

振動の仕方は、上下成分および回転成分では大きく、水平成分では細かい。これは、共振現象が、上下成分および回転成分はP波、水平成分はS波速度に関連するためであり、図-2.8に示した分散曲線により共振点を予測することができる。本解析では内部減衰を考慮しているため、図-2.8から得られる結果とは若干ずれるが、分散曲線の勾配が無限大になる点が共振点となる。これについてはEwingらの著書¹⁴²⁾に詳しく述べられている。

基盤深さの影響については、 $H/B=2.0$ の場合に比べて、基盤深さが大きい $H/B=4.0$ の場合の方が、振動の仕方が細かくなり、半無限解に近づいていることが分かる。一方、擬似三次元地盤では、共振現象が大きく抑えられており、 $H/B=4.0$ の場合には半無限解に殆ど一致している。これは、速度比例型粘性減衰の存在によ

り加振エネルギーが面外方向に逸散するために、基盤まで達する波動が減少し、結果的に基盤の影響が減じられることによると考えられる。これに対して、三次元解は二次元解に比べて振動の振幅は小さいものの、明らかに共振現象を呈しており、擬似三次元解の過度な基盤効果の抑制が認められる。

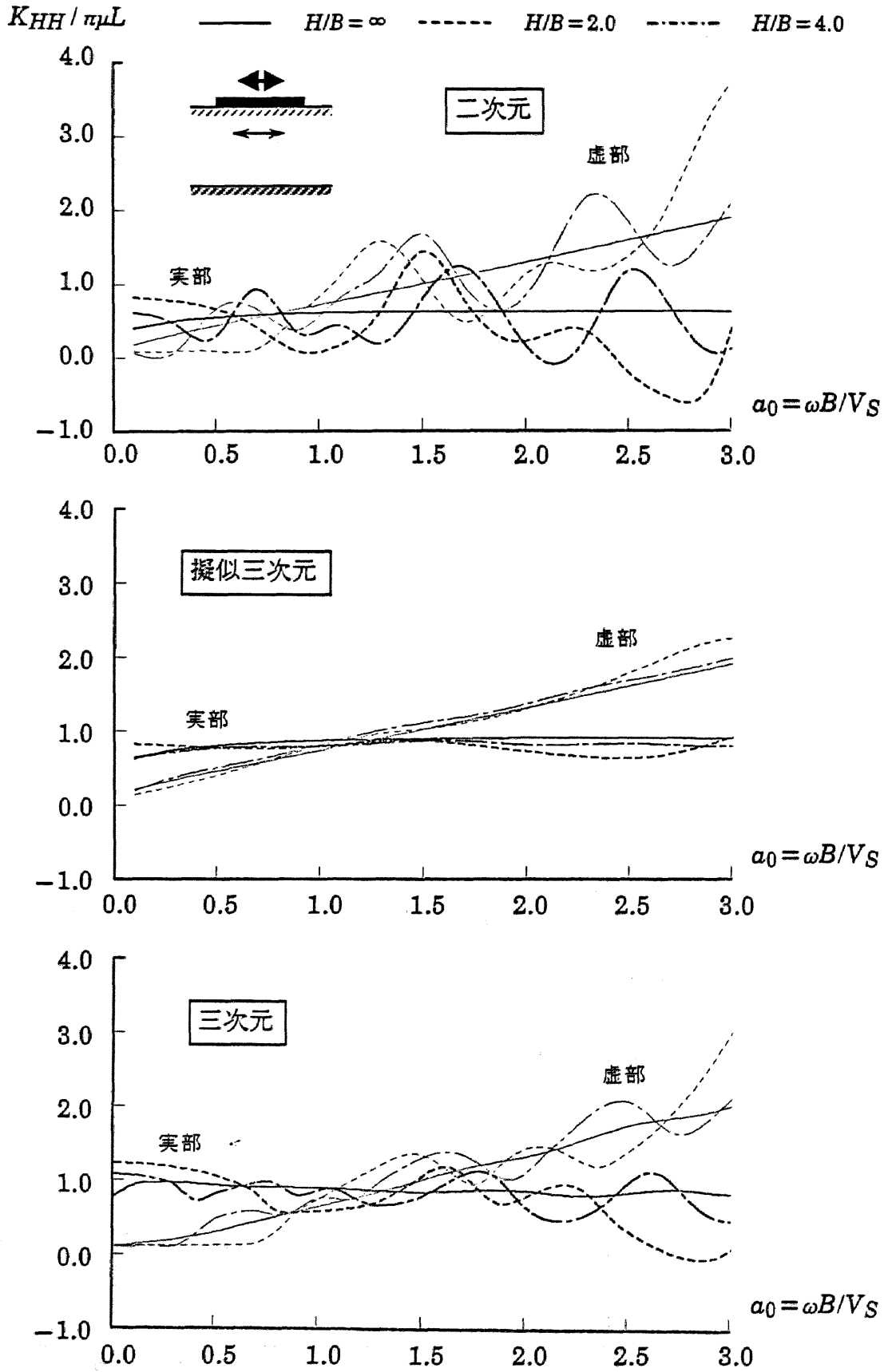
このような特性は、図-4.17に示す基礎重心の応答にそのまま反映されている。図-4.17は、基盤深さ比 $H/B=2.0, 4.0$ および ∞ の場合の応答を示したものであるが、地表面剛基礎の二次元および三次元地盤では、剛基礎を有する場合には振動が激しく、基盤の影響が明らかに現れている。これに対して、擬似三次元地盤では、 $H/B=4.0$ の場合には、半無限地盤の解と殆ど一致している。したがって、速度比例型粘性減衰は、地盤の深い部分の影響、すなわち、基盤の影響を軽減するという性質を持っていることが分かる。

以上は、地表面基礎に対する検討であったが、埋込み比 $E/B=0.5$ の埋込み基礎の場合について以下に示す。図-4.18に、基盤深さ比 $H/B=4.0$ の場合の水平および回転インピーダンスを示す。基盤の存在により、二次元解および三次元解は半無限解(図-4.6)を中心に大きく振動しており、虚部の値はカットオフ振動数以下では内部減衰による寄与のみとなっている。これに対して擬似三次元解は半無限解に殆ど一致している。三次元解は、二次元解に比較して振動の振幅が小さいものの基盤の影響を明らかに受けており、擬似三次元解は基盤の存在による共振現象を過度に抑制している。

図-4.19に基礎入力地動の水平および回転成分を示すが、インピーダンスと同様に、擬似三次元解は半無限解(図-4.7)に殆ど一致しており、基盤の影響を全く受けていない。したがって、入射波問題においても、速度比例型減衰は基盤の影響を抑制することが分かる。

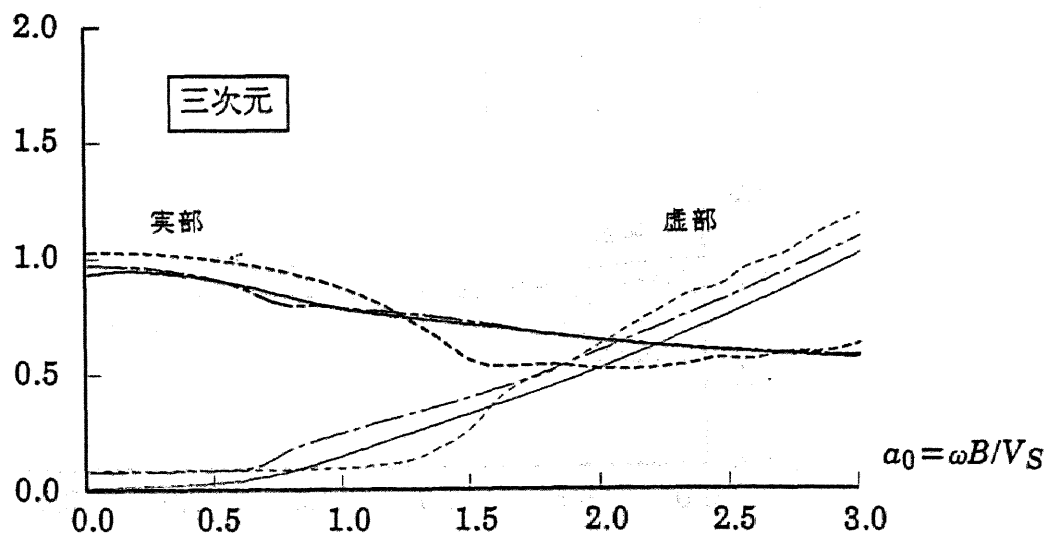
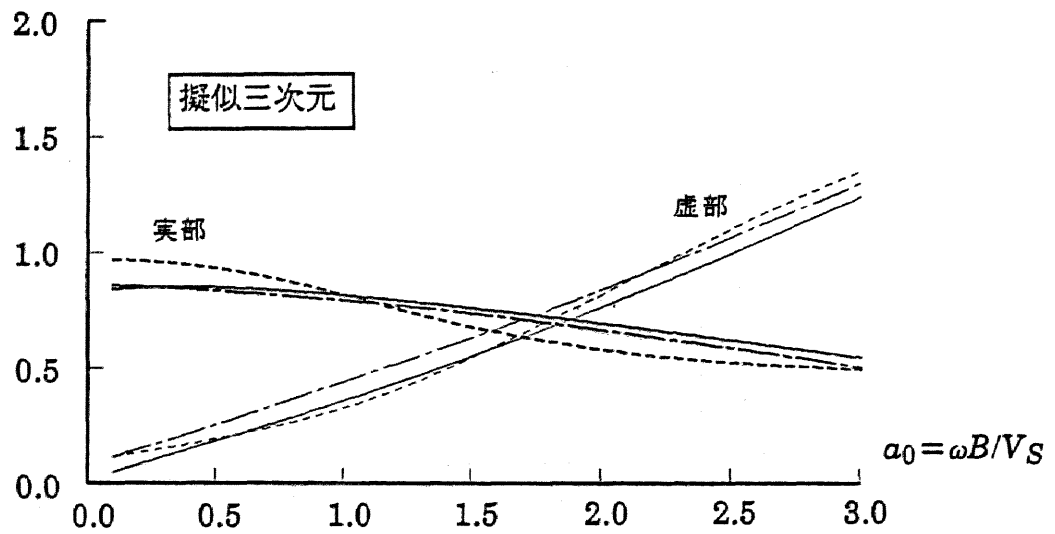
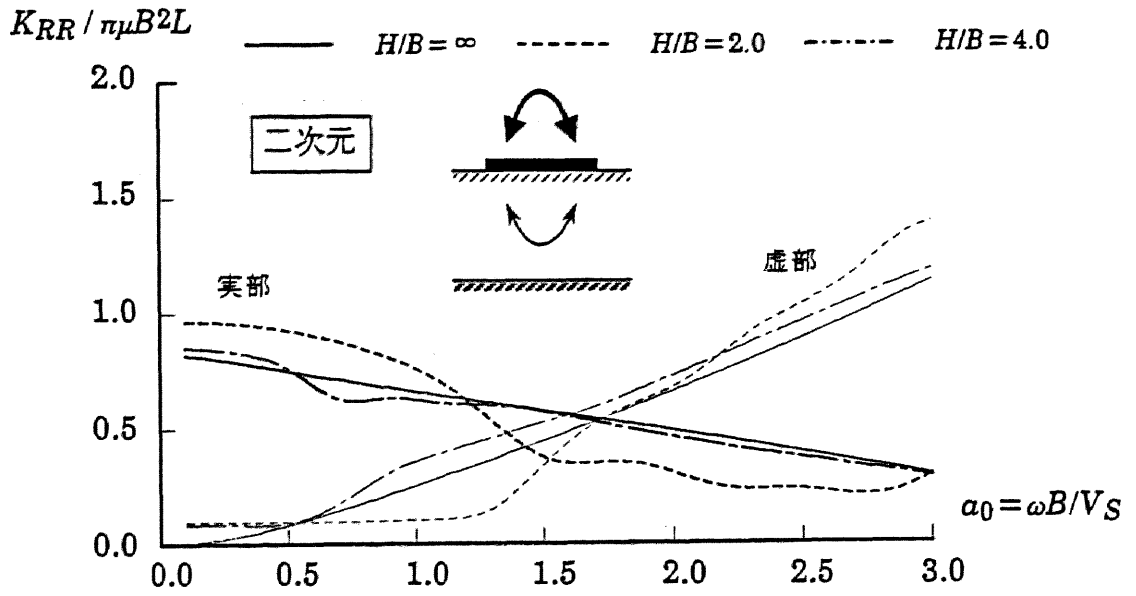
このように、基盤が存在する場合、擬似三次元解は三次元解の振動特性の平均値を模擬することはできるが、基盤を有する地盤の共振現象が過度に抑制される傾向がある。とくに、カットオフ振動数以下の低振動数域で減衰を過大に評価する。この擬似三次元解の特性は基礎間連成の場合と同様に逸散波が面外方向に過度

に逸散しているためと考えられる。結果として、速度比例型粘性減衰は、地盤の深い部分の影響を低減するという特性を持っており、成層地盤を対象とする場合には注意を要する点である。ただし、有限要素法などの数値解法において、不可避な底面境界条件の悪影響を除去するという意味ではメリットともなりうる。



(a) 水平対角成分

図-4.16 剛基盤を有する弾性地盤上の剛基礎のインピーダンス



(b) 回転対角成分

図-4.16 剛基礎を有する弾性地盤上の剛基礎のインピーダンス

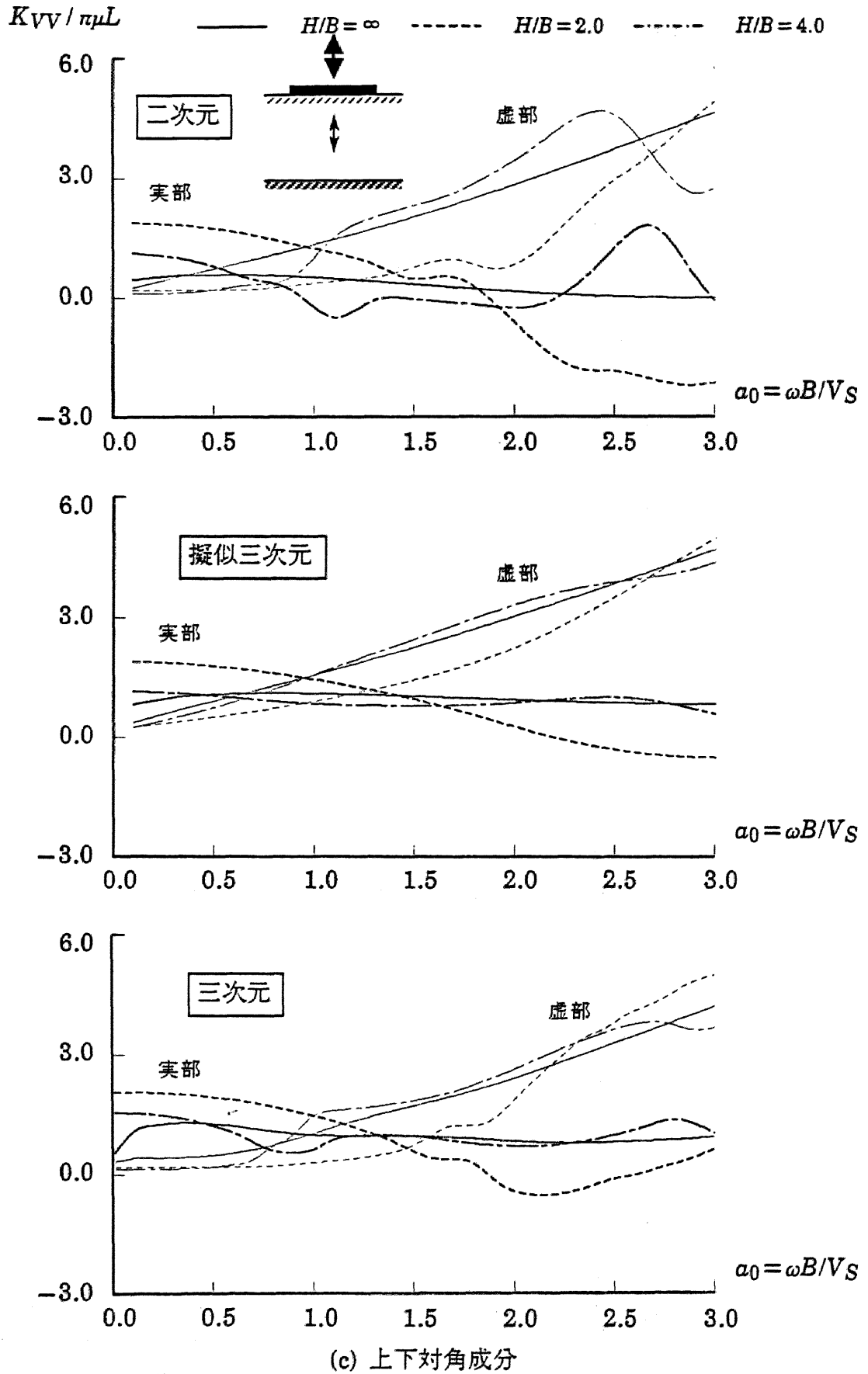


図-4.16 剛基盤を有する弾性地盤上の剛基礎のインピーダンス

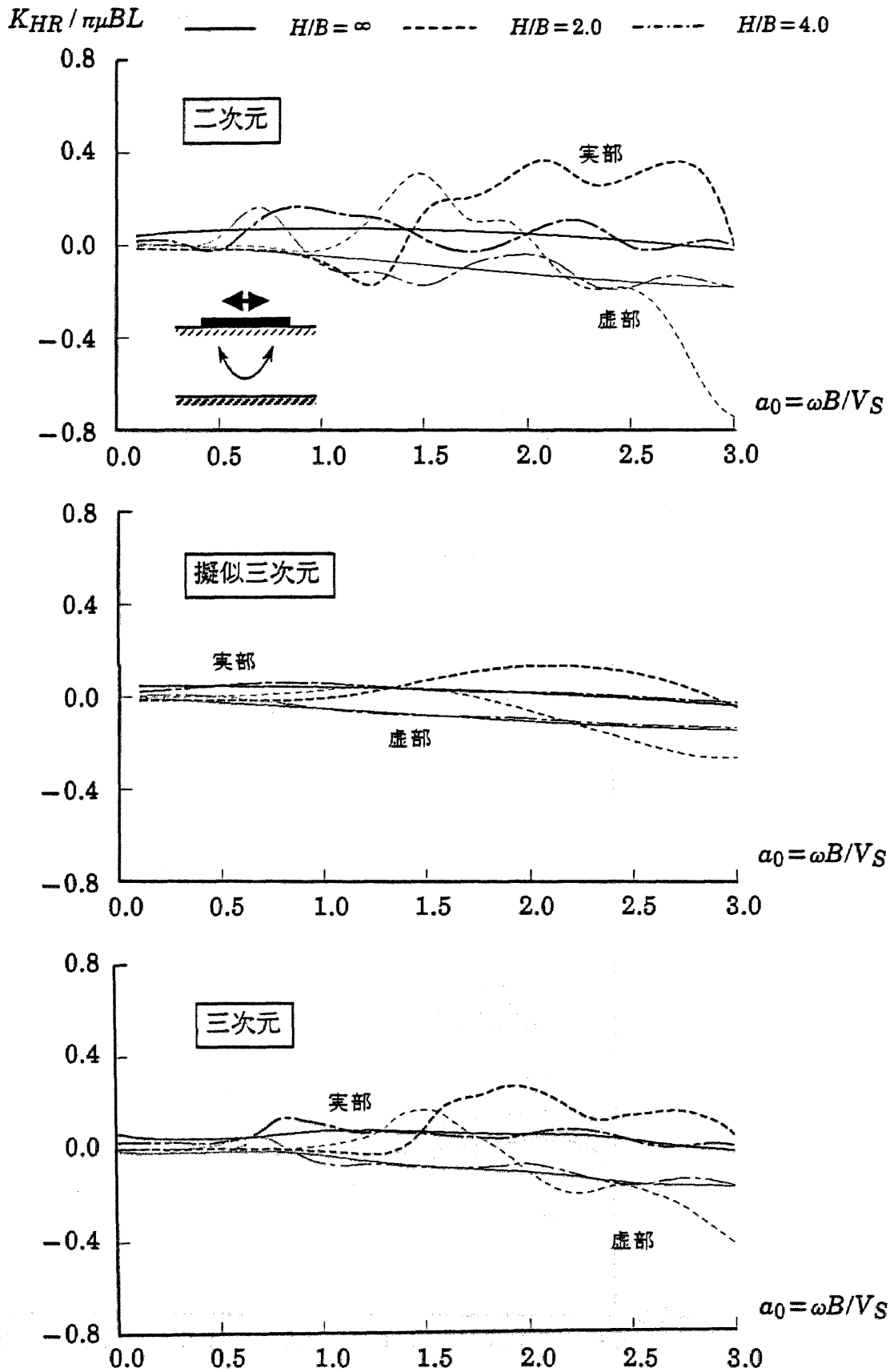
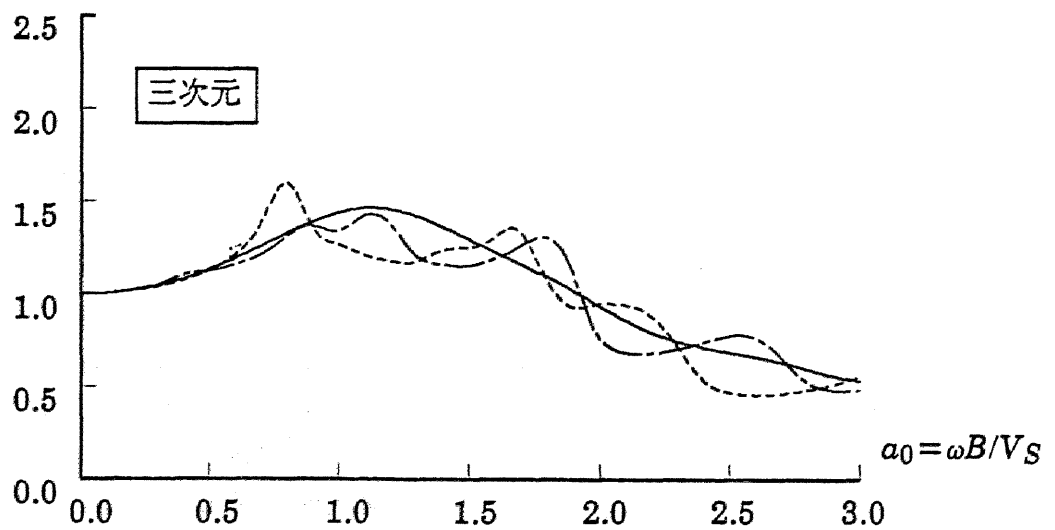
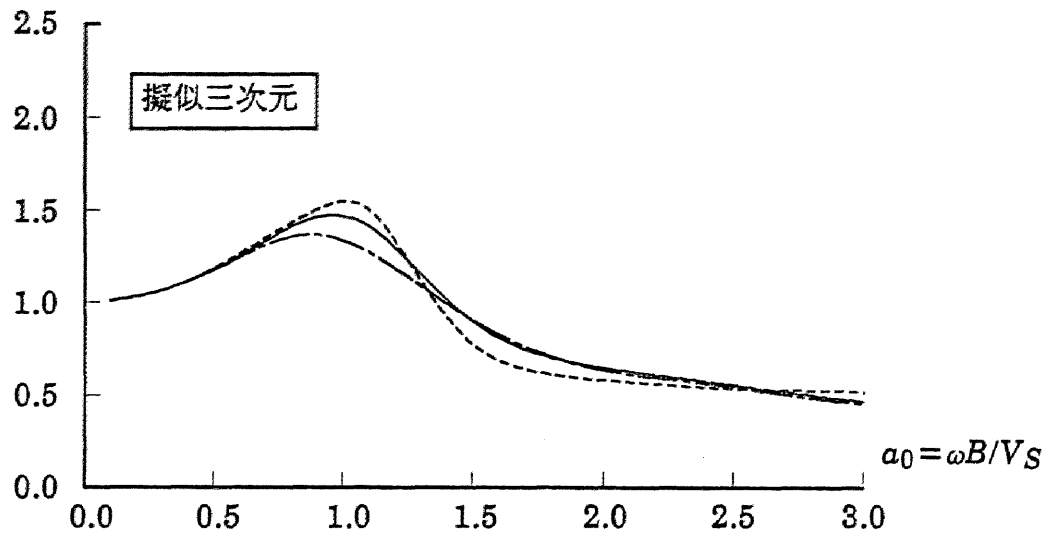
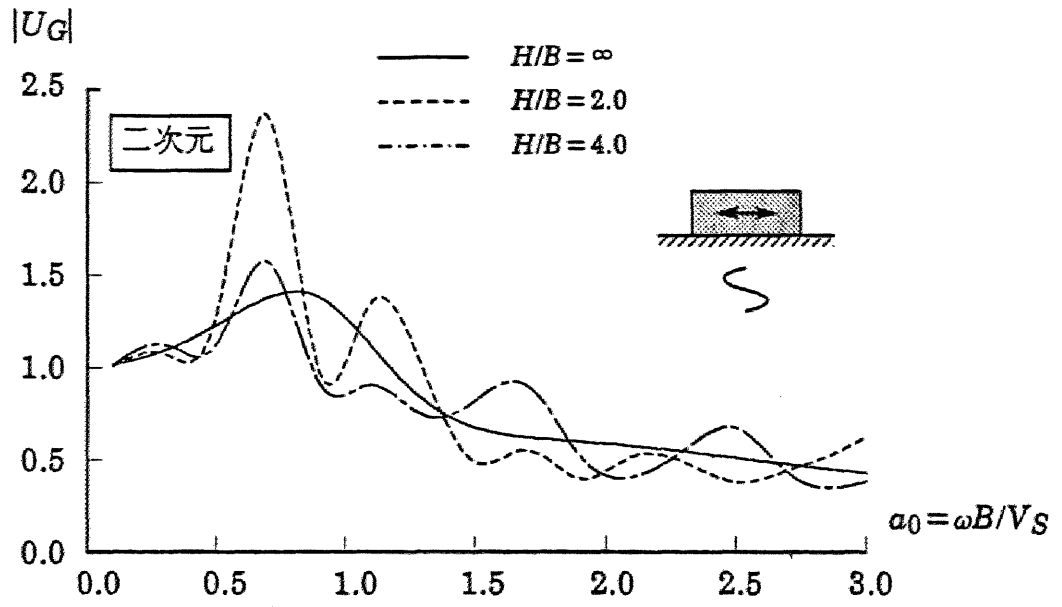
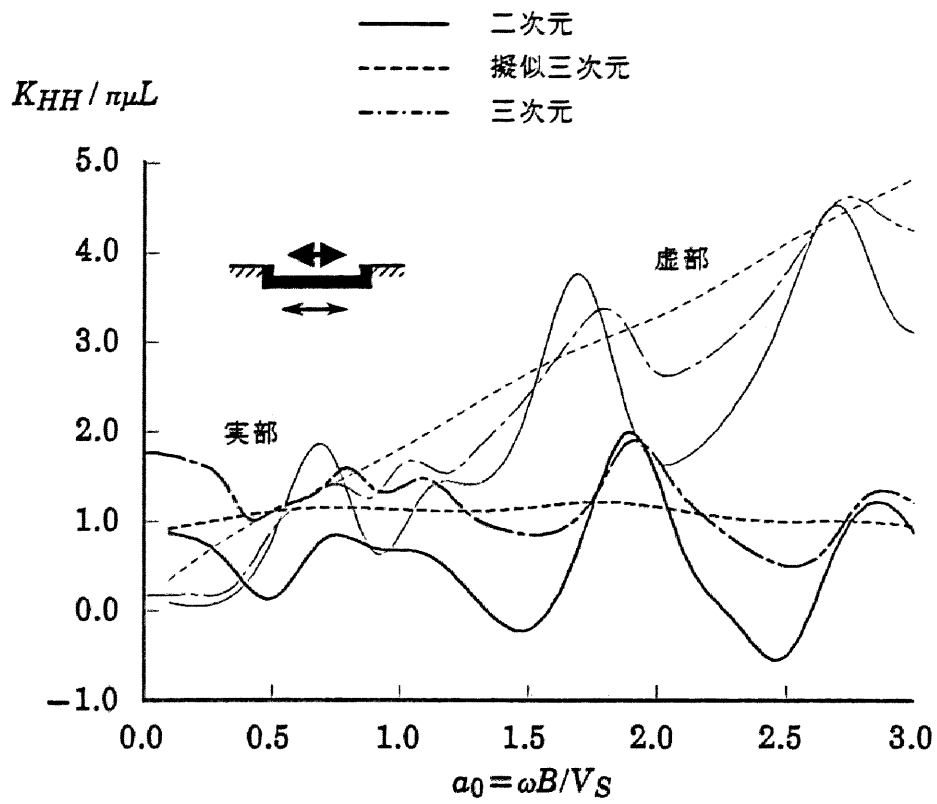


図-4.16 剛基盤を有する弾性地盤上の剛基礎のインピーダンス

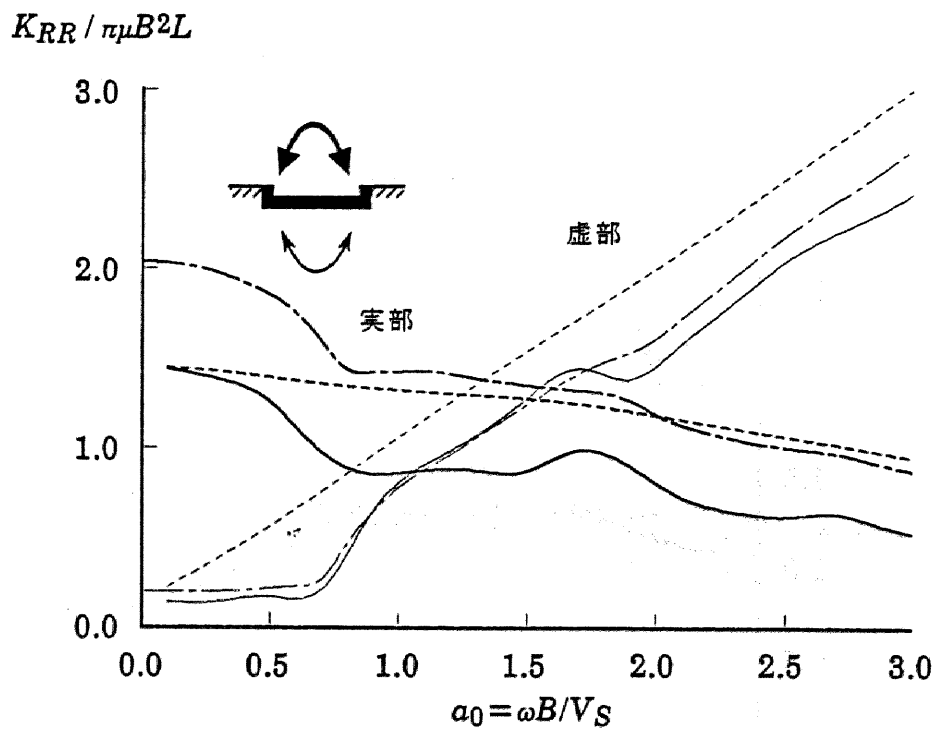


(a) 水平成分

図-4.17 剛基盤を有する弾性地盤上の剛基礎の応答

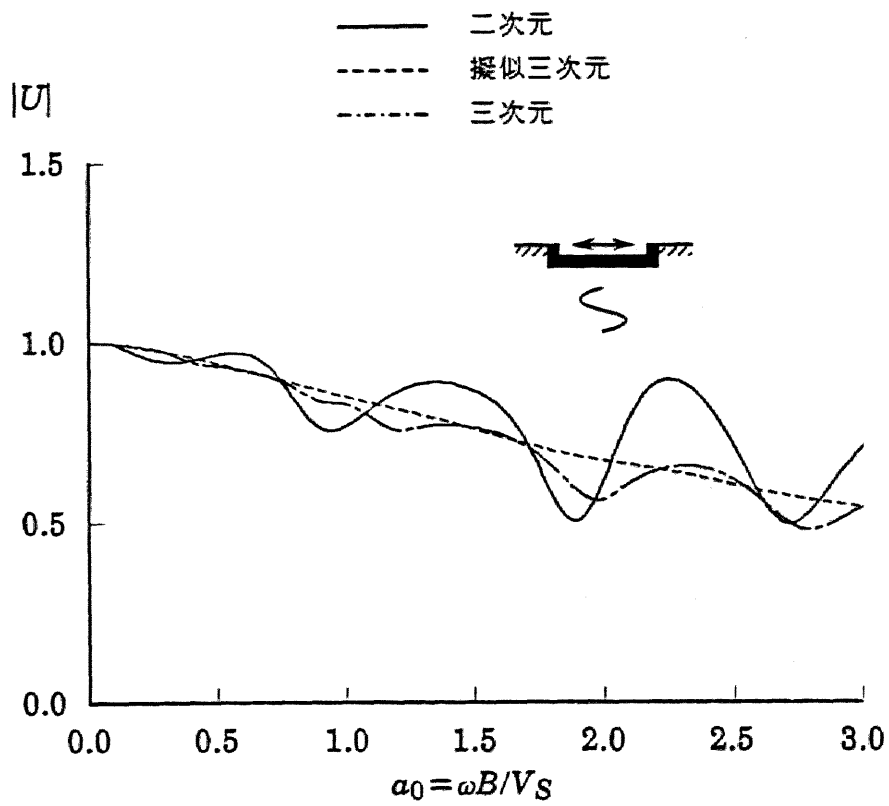


(a) 水平対角成分 ($E/B=0.5$)

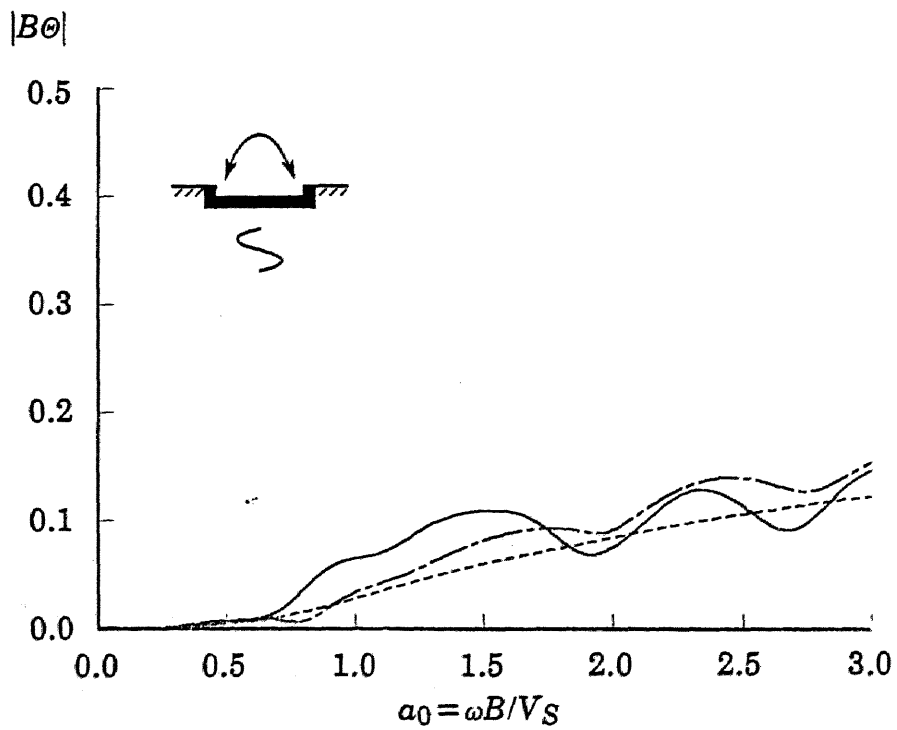


(b) 回転対角成分 ($E/B=0.5$)

図-4.18 剛基盤を有する弾性地盤に埋込まれた剛基礎のインピーダンス



(a) 水平成分 ($E/B = 0.5$)



(b) 回転成分 ($E/B = 0.5$)

図-4.19 剛基礎を有する弾性地盤に埋込まれた剛基礎の基礎入力動

4.5 速度比例型減衰が動的相互作用効果に与える影響のまとめ

前節までに、動的相互作用効果に与える速度比例型粘性減衰の影響を、剛基礎のインピーダンス、基礎入力動、剛基礎の応答について検討し、加振問題、入射波問題、および、応答特性といった観点で考察を行った。検討は、二次元解、擬似三次元解、および三次元解の比較を行うことにより行い、埋込み効果、基礎間連成効果、基盤の効果などに及ぼす速度比例型粘性減衰の影響を考察した。以下に、本章で得られた結論を要約して示す。

- (1) 速度比例型減衰の導入によって、半無限地盤上の単独基礎の振動性状は二次元解から三次元解へと大きく改善される。しかし、低振動数域でインピーダンスの実部を小さめに虚部を大きめに評価(特に回転方向の減衰が大きくなる)するので、構造物の応答が小さくなる傾向がある。とくに、Rayleigh波の面外方向への逸散を評価できないので、回転および上下インピーダンスは三次元解と差があり、回転動が卓越する問題では応答値を過小評価する。なお、地表面基礎の場合には、入力損失効果に及ぼす速度比例型粘性減衰の影響は殆どない。
- (2) 基礎の平面形状が、奥行方向に長いほど擬似三次元解と三次元解はよい対応を示すようになり、逆にアスペクト比が小さくなると擬似三次元解の問題点が顕著となる。
- (3) 半無限地盤かつ単独基礎の場合には、埋込みが存在しても地表面基礎と同様の擬似三次元効果が得られる。地表面基礎と異なるのは、入力損失効果にも擬似三次元効果が現れることである。
- (4) 隣接基礎が存在する場合や基盤が存在する場合には、擬似三次元解は三次元解の振動性状を平均的に模擬することはできるが、これらに起因する現象が抑制される傾向がある。特に、基盤の影響を減じることは成層地盤を対象とする場合には、留意すべきある。したがって、隣接構造物の影響や、地層構造の不規則性の影響を把握することを目的として、FLUSH⁹⁰⁾などの擬似三次元有限要素プログラムを用いる場合には、これらの影響を過小評価する恐れがあるので、注意しなければならない点である。

第5章 速度比例型減衰による擬似三次元効果に関する考察

第4章の検討結果から、速度比例型減衰は二次元のインピーダンス実部を増加させ、三次元解に近づける効果があるが、虚部が増加し逸散減衰を大きく評価すること、基礎間の連成効果や基盤の存在による共振現象を抑制する傾向があることが指摘された。これは、解析次元による波動の逸散性状の差異が原因していると考えられる。そこで、5.1節で、地表面に線加振を作用させた時の波動伝播エネルギーを求めることにより、解析次元の差による波動逸散特性を検討する。このような検討によって、速度比例型減衰が構造物の動的挙動に与える影響について定性的に把握・説明することができる。しかし、インピーダンスの実部のみが増大し、虚部があまり変化しないこと、低振動数域の減衰が大きくなること、などの理由が十分に説明されない。そこで、5.2節で、擬似三次元効果を一次元土柱に適用し、これから簡易的な地表面インピーダンスを陽な形式で求め、この特性を解析的に説明する。

5.1 波動伝播エネルギーによる解析次元と波動伝播特性の考察

地表面に線加振を作用させた時の波動伝播エネルギーを求め、二次元、擬似三次元、および、三次元解析結果を比較することにより、解析次元の差による波動逸散特性を検討する。

面 S を1周期あたりに通過する平均エネルギー伝播率は、総和規約を用いて次式で与えられる^{151~152}。

$$E = \frac{1}{4} i \omega \int \int_S n_i (\sigma_{ij} \bar{u}_j - \bar{\sigma}_{ij} u_j) dS \quad \dots\dots(5.1)$$

ここに、 n_i は外向き法線の方向余弦、 u_i 、 σ_{ij} は変位および応力、 $-$ は共役複素数を示す。

図-5.1のように、地表面に奥行長さ L 、加振合力1の線加振が作用する時の、同心半円筒面(半径 R 、奥行 L)における平均エネルギー伝播率は、

$$E = \frac{i \omega}{4} \int_0^\pi \int_{-L/2}^{L/2} n_i (\sigma_{ij} \bar{u}_j - \bar{\sigma}_{ij} u_j) dy R d\theta \quad \dots\dots(5.2)$$

と表される。ここに、 σ_{ij} 、 u_i は半無限地盤のグリーン関数である。二次元および擬似三次元場では(2.84)式により、三次元場では松岡・八幡の解(2.102)~(2.103)式を

有限線積分することにより求める。なお、以下においては、無次元振動数 $a_L(=L\omega/V_g)$ 、 $a_R(=R\omega/V_g)$ 、波数 $k(=\omega/V_g)$ を用いて無次元化表示する。

(5.2)式において $R\rightarrow 0$ とすることにより、加振源における逸散エネルギー量が求められる。図-5.2に水平加振の場合の逸散エネルギー量を示す。図より擬似三次元効果は、逸散エネルギーを低減し、三次元解に近づける効果があるが、 a_L が2を下回る範囲では逸散エネルギーが三次元解に比較して大きくなっている。この逸散エネルギーの過大評価は地盤ばねの過大な減衰の一因と考えられる。

面内に逸散するエネルギーと面外に逸散するエネルギーの割合を把握するために、図-5.3および図-5.4に、面内伝播エネルギー比率の振動数、距離特性を示す。面内伝播エネルギー比率とは、円筒面 S を透過するエネルギーと加振源の逸散エネルギーの比のことである。

二次元解の場合には、面外への波動の逸散がないので100%円筒面に達するが、擬似三次元解、三次元解では振動数や距離により到達比率が変動する。擬似三次元解は円筒面に到達する割合が三次元解を下回っており、この差は距離、振動数の増加と共に増大している。即ち、面外に逸散する波の成分が多く評価されている。

地盤内のエネルギーの伝播の仕方を把握するために、図-5.5に加振源から面内方向に逸散するエネルギーの分布を示す。これは、同心円筒面に達するエネルギーの単位面積当たりの値を示したもので、(5.2)式の被積分関数に相当する。

面外への波動逸散の有無により、二次元解に比較して、擬似三次元解、三次元解では距離によるエネルギー低減が大きく、分布形状も異なっている。擬似三次元解は、加振源近傍で三次元解とよい対応を示しているが、前述の如く距離による低減が強く、遠方の分布に差異が見られる。

このように、擬似三次元解析は二次元場の逸散性状を三次元場へと近づけるが、低振動数域で逸散エネルギーを過大に評価すること、高振動数かつ遠距離域で面外方向に過度に波動を逸散させることが明らかとなった。従って、擬似三次元解析においては、加振源から離れた位置の影響が抑制されることになり、結果として隣接構造物の影響や基盤の影響が過小に評価されることになる。

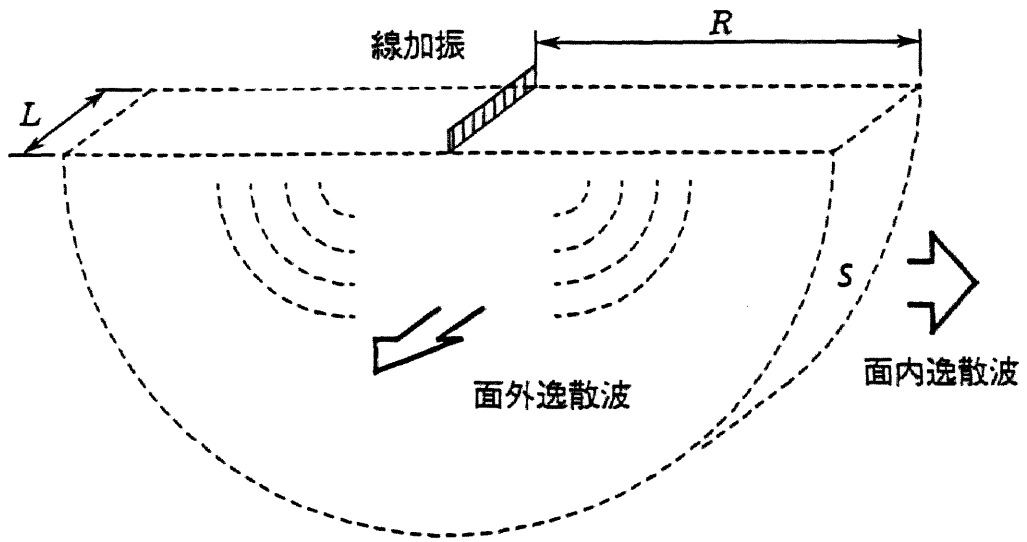


図-5.1 波動伝播エネルギー算定用解析モデル

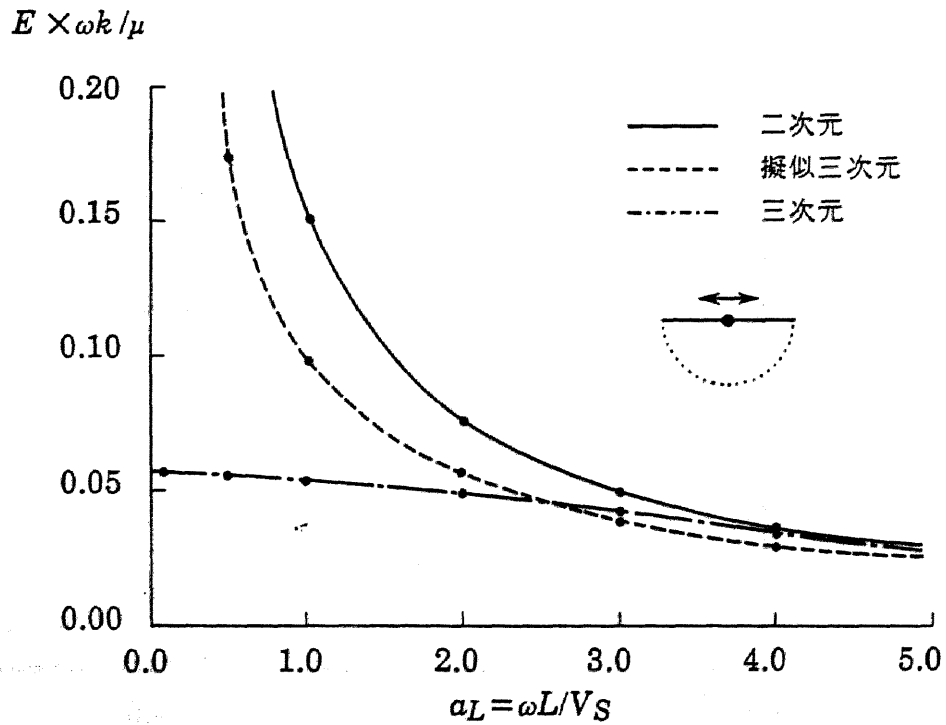


図-5.2 加振源における逸散エネルギー (水平加振、 $\nu=0.4$)

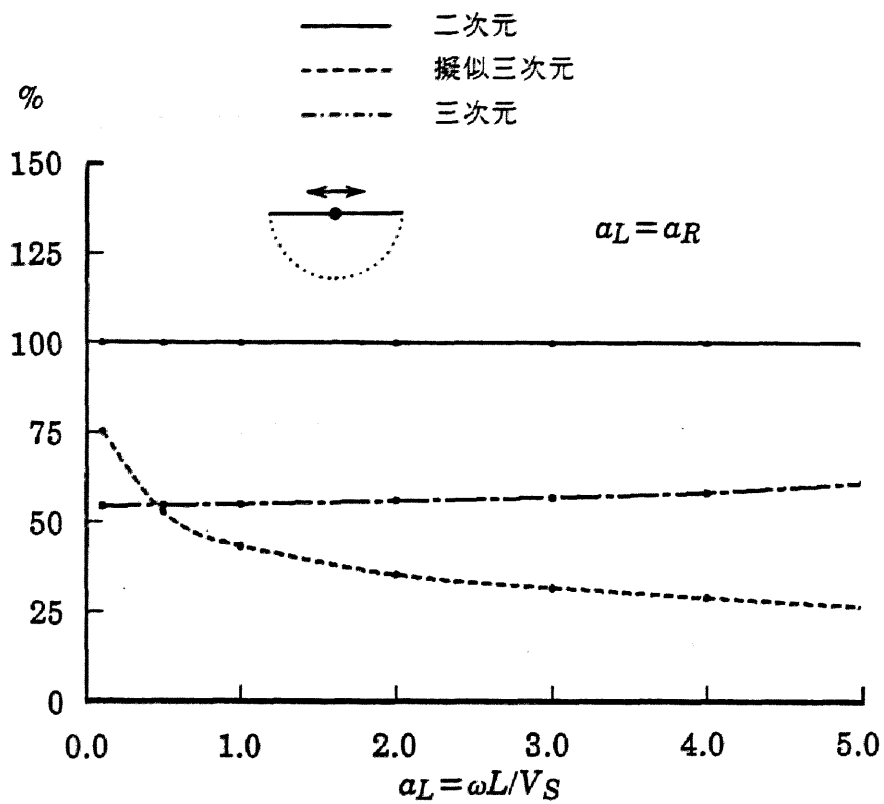


図-5.3 面内伝播エネルギー比の振動数特性 (水平加振、 $\nu=0.4$)

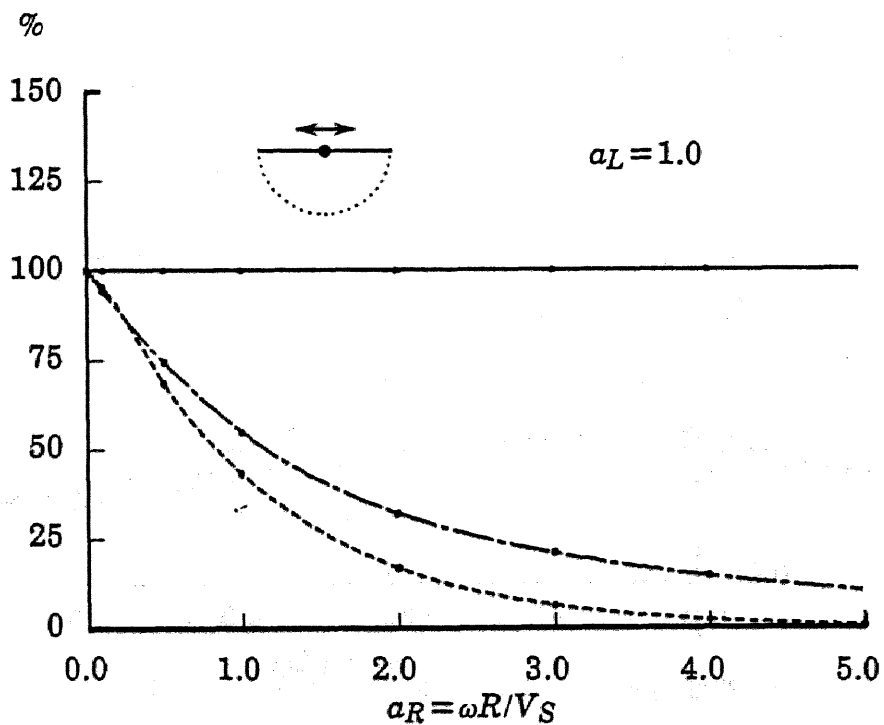
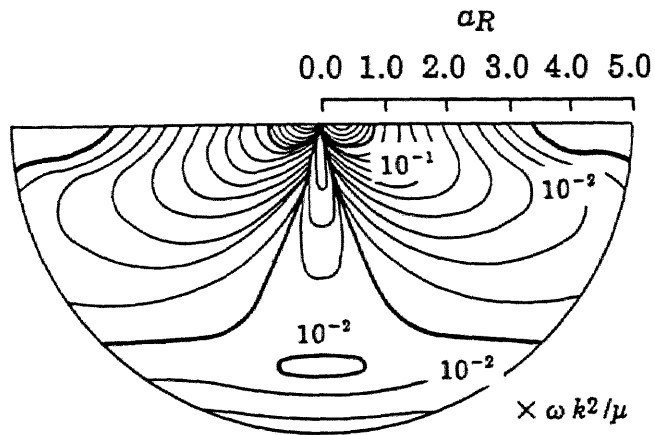
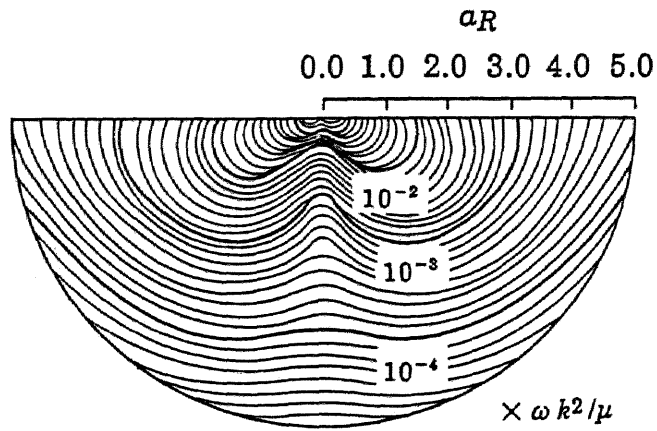


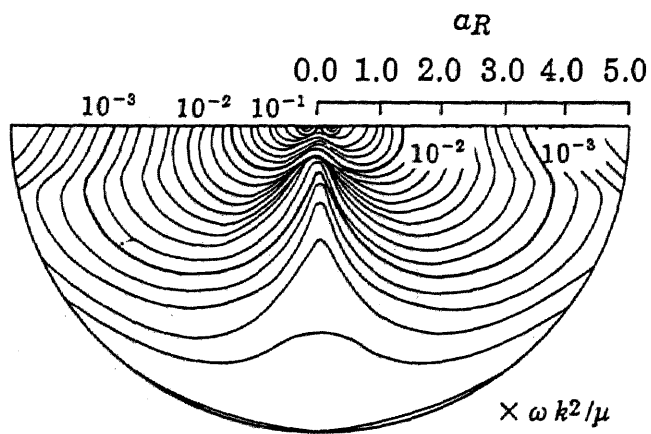
図-5.4 面内伝播エネルギー比の距離特性 (水平加振、 $\nu=0.4$)



(a-1) 二次元水平加振

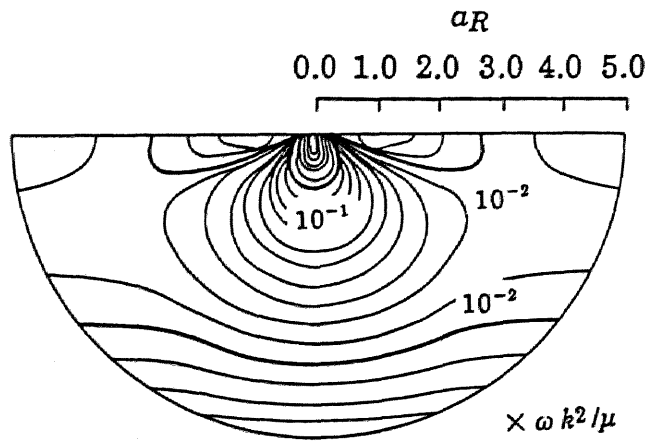


(a-2) 擬似三次元水平加振

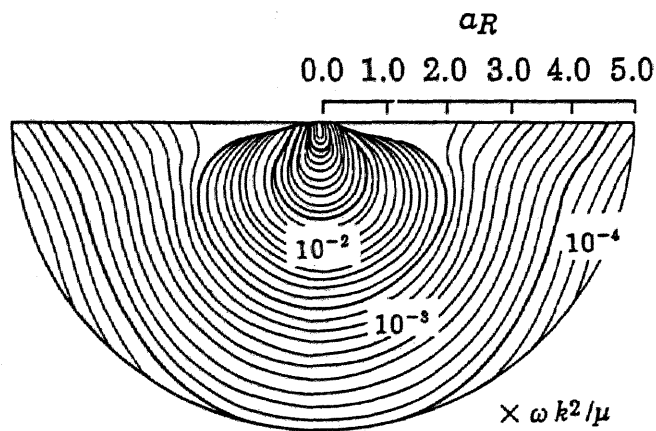


(a-3) 三次元水平加振

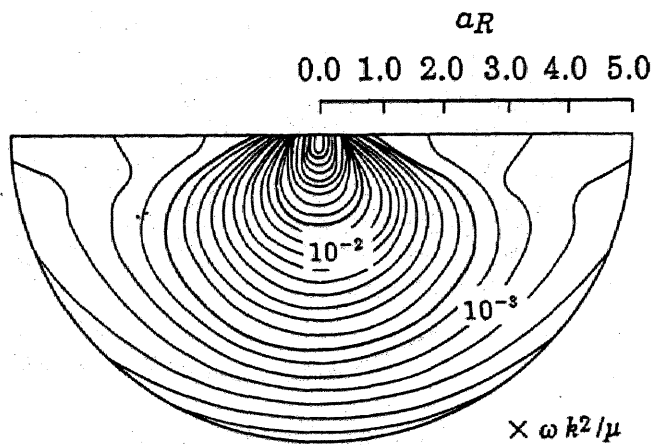
図-5.5 地盤内の面内伝播エネルギーの分布 ($a_L=1.0$, $\nu=0.4$)



(b-1) 二次元上下加振



(b-2) 擬似三次元上下加振



(b-3) 三次元上下加振

図-5.5 地盤内の面内伝播エネルギーの分布 ($a_L=1.0$, $\nu=0.4$)

5.2 簡易なモデルによる擬似三次元効果の数式的考察

速度比例型減衰を導入すると、インピーダンスの実部のみが増大し、虚部があまり変化しないこと、および低振動数域の減衰が大きくなることが指摘された。これを解析的に説明することを目的として、一次元土柱に擬似三次元効果を適用し、簡易的な地表面インピーダンスを陽な形式で求める。

図-5.6のように、一次元土柱の周囲にダッシュポットを付加することにより、擬似三次元効果を一次元土柱に適用する。振動方向にはP波の、面外方向にはS波のダッシュポットを想定し、面外方向のダッシュポットの有無による差を検討することにより、擬似三次元効果を考察する。

一例として水平インピーダンスについて示す。基礎版と同一の断面積 A を有するせん断土柱の釣合方程式は、

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \eta \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \dots\dots(5.3)$$

と表される。ここに、 η は土柱に付加されたダッシュポットによる粘性減衰係数であり、正方形基礎の場合には、対象とする次元に応じて以下のように決定される。

$$\eta = \begin{cases} 0 & \text{(一次元)} \\ \rho V_P/B & \text{(二次元を模擬)} \\ \rho(V_S + V_P)/B & \text{(三次元を模擬)} \end{cases} \quad \dots\dots(5.4)$$

このように、 η の値は面外方向のダッシュポットの存在により増大する。(5.3)式を、地表面での単位変位の条件、および、無限遠での放射条件を用いて解き、基礎版下端の反力を求めることにより、水平インピーダンスは、

$$K_H = \mu A \{-(\omega/V_S)^2 + i\omega\eta/\mu\}^{1/2} \quad \dots\dots(5.5)$$

と求められる。

図-5.7に、得られた簡易ばねを示す。基礎および地盤の諸元は第4章で用いた値を採用した。簡易ばねは面外方向のダッシュポットにより実部が増加しているが、虚部はあまり変化しておらず、擬似三次元効果の特徴とよく対応している。

これは、地盤ばねの表現式から説明される。(5.15)式を実部と虚部に分離して示すと、

$$K_H = \frac{\mu A}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\{\sqrt{(\omega/V_S)^4 + (\omega\eta/\mu)^2} - (\omega/V_S)^2\}} + i \sqrt{\{\sqrt{(\omega/V_S)^4 + (\omega\eta/\mu)^2} + (\omega/V_S)^2\}} \right] \quad \dots\dots(5.6)$$

となる。(5.6)式は、高振動数域では、テーラー展開を利用して

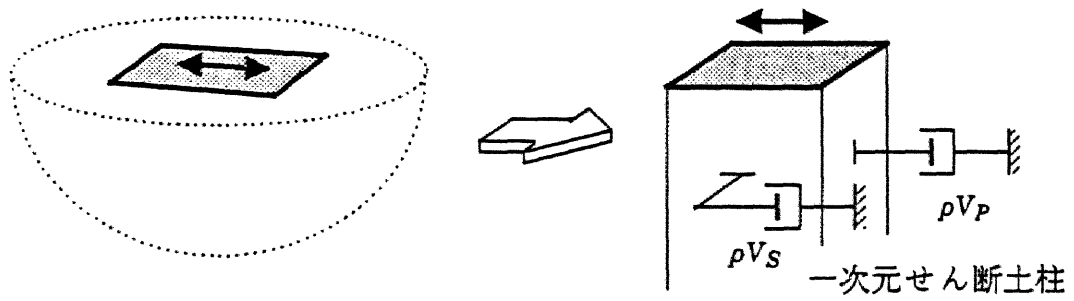
$$K_H \approx \frac{1}{2} V_S \eta A + i \omega \rho V_S A \quad \dots\dots(5.7)$$

と示すことができる。従って、高振動数域では、実部は粘性減衰 η の寄与が大きく、虚部は波動インピーダンス(ρV_S)の寄与が支配的であることが分かる。この結果、擬似三次元効果を考慮すると減衰係数 η が大きくなって実部の値が増加するが、虚部の値があまり変わらないことが説明できる。同様にして、低振動数域においては、(5.6)式は、

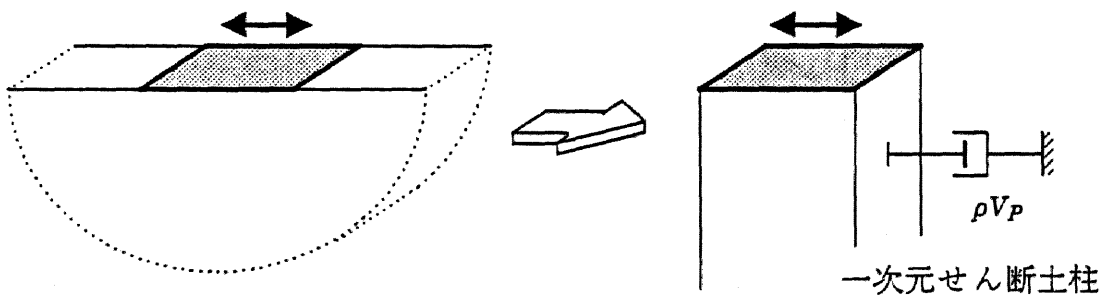
$$K_H \approx \frac{A}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega\eta\mu} (1+i) \quad \dots\dots(5.8)$$

と示すことができる。従って、低振動数域における虚部の増大は、(5.6)式の虚部において、 ω が小さいときに粘性減衰 η の寄与が大きくなるためと考えられる。

このように、擬似三次元場において、インピーダンスの実部が増大すること、低振動数域の減衰が相対的に大きくなることが解析的に説明できる。



(a) 三次元場の問題



(b) 二次元場の問題

図-5.8 簡易地盤ばね算定用解析モデル

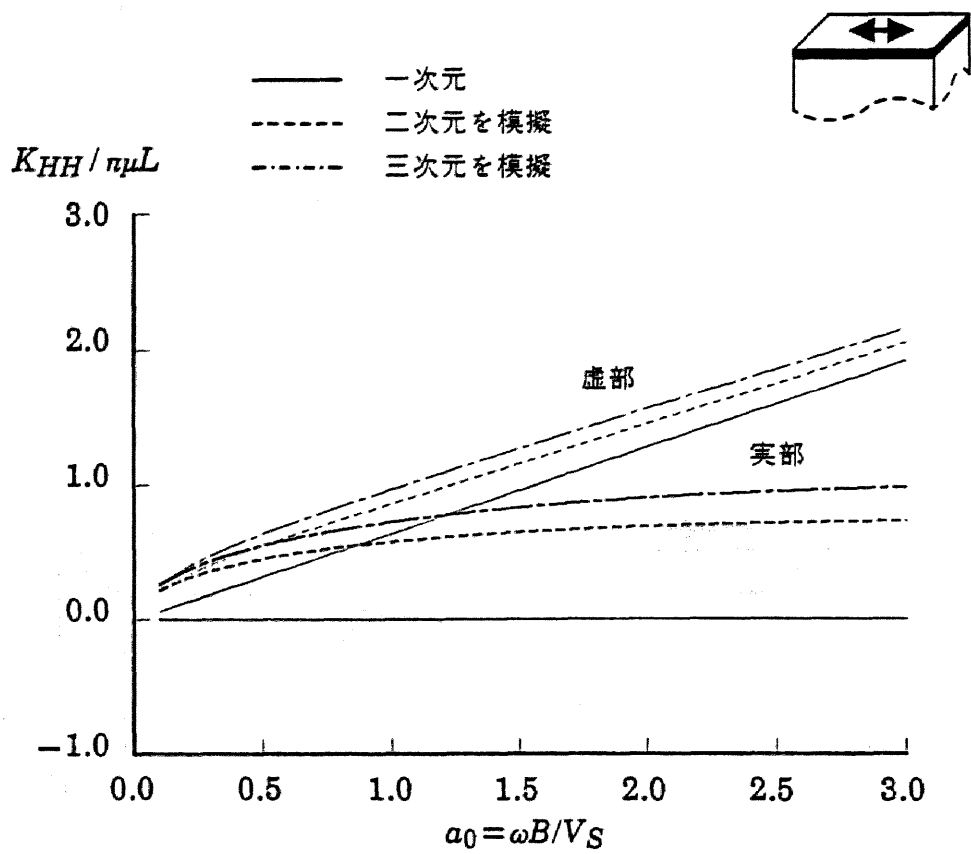


図-5.9 簡易地盤ばねによる水平インピーダンス

第6章 擬似三次元土柱を用いた簡易相互作用解析法

近年、原子力発電所に代表される剛性の高い重量構造物の耐震設計において、構造物と地盤との動的相互作用の重要性が認識され、多岐にわたる研究が精力的になされている。しかしながら、研究の動向は高精度な解析方法の確立に向けられており、相互作用を簡易に扱うという観点での研究は少ない。相互作用問題の本質を究明するための研究の重要性も高いが、本章では実際の設計に結び付けるという視点に立って簡易な相互作用解析法の提案を行う。

6.1 解析法の基本概念

前章までの結果、速度比例型減衰を二次元場の支配方程式に導入することにより、二次元場の動特性が三次元場のそれに大きく改善されることが明らかとなった。とくに、半無限一様地盤かつ単独基礎の場合には、その有効性が高いことが確認された。そこで、この速度比例型減衰の効果を一次元土柱に導入し、簡易的にインピーダンスを求める方法を提示する。さらに、動的サブストラクチャー法の概念を適用することにより、S波が鉛直下方から入射する場合には、三角関数で表される自由地盤応答を用いて、容易に入射波問題が解析できることを示す。

図-6.1のような半無限地盤上の地表面矩形基礎に水平方向に加振された問題を想定すると、基礎に加振された力は地盤内に逸散される。一般に、高振動数域では、逸散波の殆どが鉛直下方にS波として伝播する。したがって、半無限地盤をせん断一次元土柱で表すことは地盤の第一次近似となりうる。山原¹¹⁸⁾の波動リアクタンスも、この考え方の一つと理解することもできる。しかし、一次元土柱で半無限地盤をモデル化した場合には、土柱側面に連続的に広がっている周辺地盤が無視されており、波動の三次元的逸散性状を表すことができない。

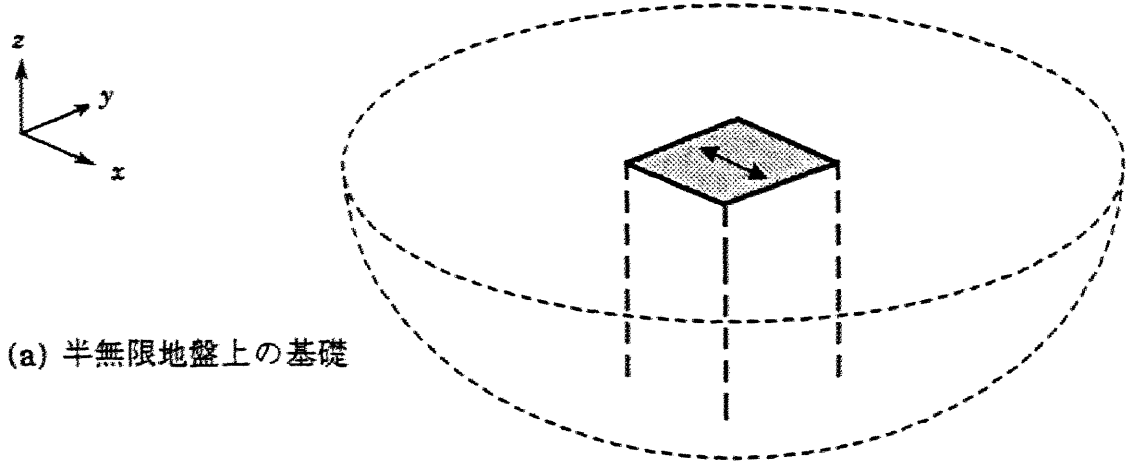
水平加振時には、地盤の動きも水平方向変位が卓越する。したがって、加振方向の側面地盤には圧縮力が、加振直交方向の側面地盤にはせん断力が作用し、無限に続く側面地盤に逸散されると考えることができる。そこで、土柱側面にも、基礎下と同様に一次元土柱を適用する。これは、杭基礎の問題で、Gazetas and Dobry¹⁵³⁾が地盤反力係数の近似値として用いているものと同様の考え方である。

すなわち、加振方向には圧縮一次元土柱を、加振直交方向にはせん断一次元土柱を連続的に設けることになる。一次元土柱はダッシュポットと等価であるので、このことは、基礎直下の一次元土柱に速度比例型の粘性減衰を導入することに相当する。本論では、擬似三次元土柱と呼ぶことにする。これは、二次元場における擬似三次元効果を一次元場に適用したことになる。

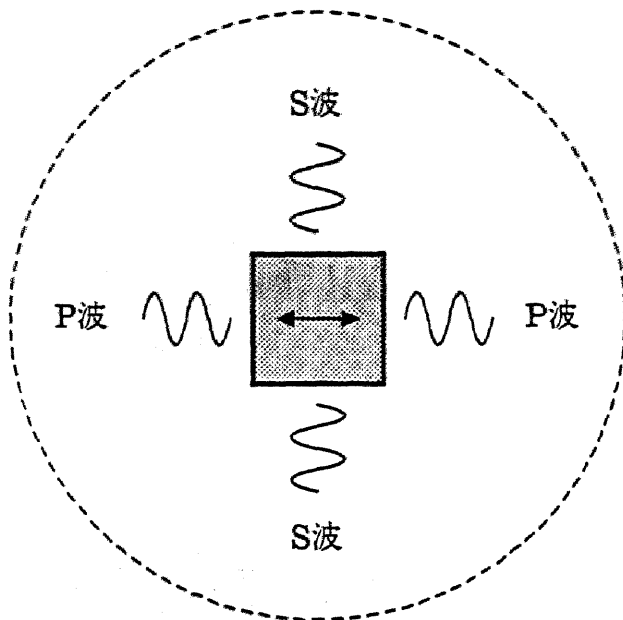
基礎が埋込みを有する場合には、半無限地盤を、図-5.2のように五つの半無限土柱でモデル化する。すなわち、基礎直下の土柱の他に、基礎側面の地盤を表す土柱を設ける。これは、基礎直下の地盤の考え方を、基礎側面地盤にも適用したものである。水平加振問題を対象とする場合には、加振方向の側面土柱は圧縮一次元土柱でモデル化し土柱両側面にS波のダッシュポットを取付ける。また、加振直交方向の側面土柱はせん断一次元土柱でモデル化し、土柱両側面にP波のダッシュポットを取付ける。基礎側面地盤を一次元土柱でモデル化する考え方については、静的問題においてPauw¹⁵⁴⁾が拡張土柱として適用している。また、基礎の埋込み効果を基礎底面の寄与と基礎側面の寄与に分離し、基礎側面地盤を擬似三次元土柱でモデル化する方法は、Novakら⁵¹⁾による埋込み基礎の側面部の扱い(二次元無限場の剛円盤のインピーダンスを利用)をより単純化したものである。

入射波問題に関しては、ドライビングフォースまたは基礎入力動を簡易的に求める方法を示す。これらは、擬似三次元土柱から得られたインピーダンスと、自由地盤の入反射波場とから、動的サブストラクチャー法の概念を適用することにより求められる。2.2節(5)項で示した考え方をを用いることにより、埋込み基礎のドライビングフォースは、基礎の存在しない自由地盤の変位および表面力と、上記インピーダンスとから求めることができる。鉛直下方からS波が入射する場合には、入反射波場は三角関数で表されるので、この計算は非常に容易に行われる。

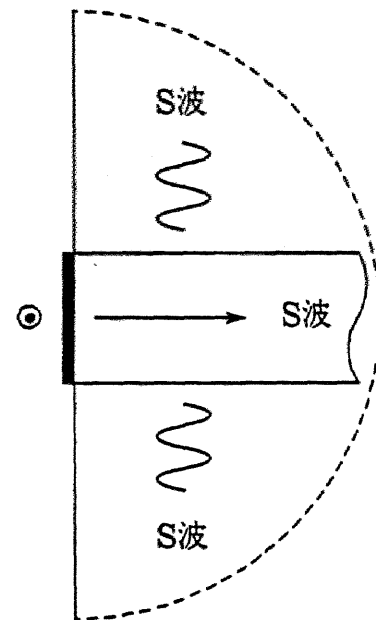
構造物の応答は、得られたインピーダンスと、ドライビングフォースまたは基礎入力動を、構造物に与えることにより求められる。



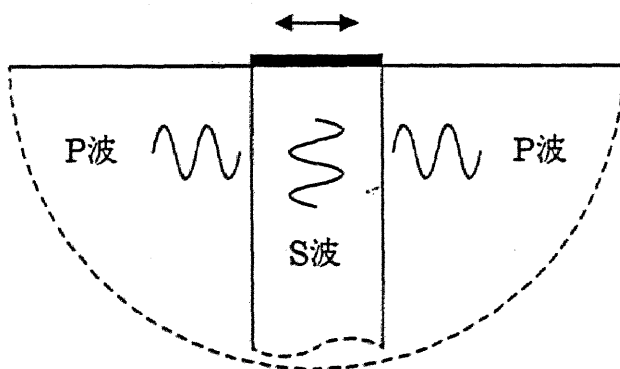
(a) 半無限地盤上の基礎



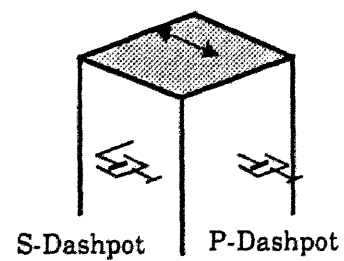
(b-1) 平面的な波動の伝播



(b-3) 面外方向の波動の伝播

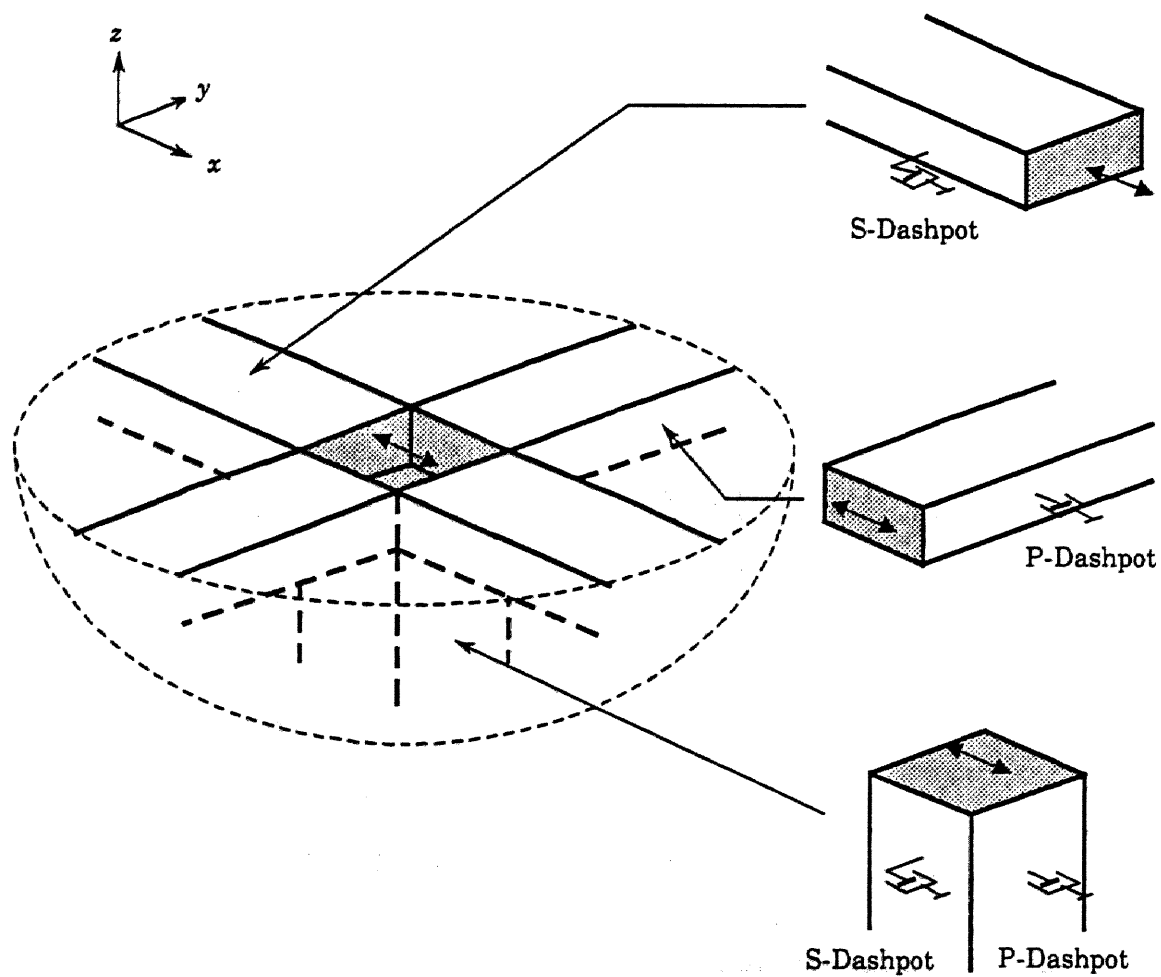


(b-2) 振動方向の波動の伝播



(c) 擬似三次元土柱

図-6.1 擬似三次元土柱の概念図



(a) 土柱による半無限地盤のモデル化

(b) 各土柱のモデル

図-6.2 擬似三次元土柱による地盤のモデル化

6.2 擬似三次元土柱のインピーダンス

図-6.3のように、周囲にダッシュポットを有する半無限一次元土柱を考え、水平、上下、回転、ねじれの各インピーダンスを求める。これは、埋込みのない地表面基礎のインピーダンスに相当する。

まず、水平(x方向)インピーダンスについて示す。この場合、一次元土柱のせん断変形モードを想定することにより、以下の釣合方程式が得られる。

$$V_S^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \dots\dots(6.1)$$

ここに、 V_S はせん断波速度、 ρ は質量密度、 η はダッシュポットによる速度比例型の粘性減衰係数である。

インピーダンスは単位調和変位加振に対する地盤反力であるので、(6.1)式を地表面での境界条件および無限遠条件のもとで解き、基礎下端の地盤反力を求めることにより、以下のように決定される。

$$K_{B1} = -\rho V_S^2 A \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = \rho V_S^2 A \beta_{B1} \quad \dots\dots(6.2)$$

$$\text{ここに } \beta_{B1} = \sqrt{-(\omega/V_S)^2 + i\omega\eta/\rho V_S^2}$$

ここに、 ω は円振動数、 $A(=4BD)$ は基礎底面積であり、 B, D は基礎半幅および半奥行である。また、下添字 B_i は基礎底面の i 方向($i=1\sim 6$ 、各々 $x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ を示す)インピーダンスであることを示す。なお、減衰係数 η は図-6.3(a)に示すように振動方向にP波のダッシュポットを、直交方向にS波のダッシュポットを考えることにより、次式で与えられる。

$$\eta = \frac{\rho \bar{V}_P}{B} + \frac{\rho V_S}{D} \quad \dots\dots(6.3)$$

ここに、 V_P は縦波速度であり、本論では以下のように定義された二種の縦波速度を用いる。

$$\bar{V}_P = \begin{cases} V_P = V_S \sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)} \\ V_L = 3.4 V_S / \pi(1-\nu) \end{cases} \quad \dots\dots(6.4)$$

V_P は通常の縦波速度、 V_L (はLysmer²²⁾が提案した等価縦波速度であり、地表面基礎

の上下インピーダンスの減衰係数の近似式から得られたものである。\$V_L\$を用いる理由はポアソン比が\$\nu=0.5\$の場合にも縦波速度が有限値となること、および地盤の半無限性を反映した量であることにある¹⁵³⁾。

上下(\$z\$方向)、回転(\$y\$軸まわり)、ねじり(\$z\$軸まわり)の各方向についても同様の手順でインピーダンスが得られる。各々の釣合方程式は、

$$\bar{V}_P^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad \dots\dots(6.5)$$

$$\bar{V}_P^2 I_y \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial z^2} - \frac{6}{5} V_S^2 A \phi_y = \frac{\eta}{\rho} I_y \frac{\partial \phi_y}{\partial t} + I_y \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} \quad \dots\dots(6.6)$$

$$V_S^2 I_z \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial z^2} = \frac{\eta}{\rho} I_z \frac{\partial \phi_z}{\partial t} + I_z \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial t^2} \quad \dots\dots(6.7)$$

となる。ここに、\$I_y\$は基礎の\$y\$軸回り断面2次モーメント、\$I_z\$は基礎の極2次モーメントである。

各釣合方程式から、境界条件を考慮することにより、インピーダンスが以下のように求められる。

$$K_{B3} = \rho \bar{V}_P^2 A \beta_{B3}$$

$$\beta_{B3} = \sqrt{-(\omega/\bar{V}_P)^2 + i\omega\eta/\rho\bar{V}_P^2} \quad \dots\dots(6.8)$$

$$\eta = \rho V_S J/B + \rho V_S /D$$

$$K_{B5} = \rho \bar{V}_P^2 I_y \beta_{B5}$$

$$\beta_{B5} = \sqrt{18(V_S^2/\bar{V}_P^2)/5B^2 - (\omega/\bar{V}_P)^2 + i\omega\eta/\rho\bar{V}_P^2} \quad \dots\dots(6.9)$$

$$\eta = 3\rho V_S J/B + \rho V_S /D$$

$$K_{B6} = \rho V_S^2 I_z \beta_{B6}$$

$$\beta_{B6} = \sqrt{-(\omega/V_S)^2 + i\omega\eta/\rho V_S^2} \quad \dots\dots(6.10)$$

$$\eta = 3\rho V_S \frac{B+D}{B^2+D^2} + \rho \bar{V}_P \frac{B^3+D^3}{(B^2+D^2)BD}$$

以上の結果を表-6.1に一覧して示す。また、表中には、ばね定数\$K\$と減衰係数\$C\$の値も示してある。これらは、回転ばね定数を除いて振動数を無限大としたときの収束値を採用している。回転インピーダンスについては静的値が存在するので静

的値を採用する。減衰係数は波動インピーダンスそのものになり、実部は粘性減衰項のみにより表されることが分かる。なお、表中の粘性減衰係数 η については二次元場に対する場合もあわせて示してある。以後の検討では、簡単のためにばね定数と減衰係数を用いてインピーダンスを評価することとする。

表-6.2に、ポアソン比の変化による簡易地盤ばねの適用性を把握することを目的として、ばね定数と減衰係数を境界要素解(Smooth Baseとして解析)と比較した結果を示す。境界要素解のばね定数は静的値を、減衰係数は無次元振動数 $a_0(=\omega B/V_S)=3.0$ で算定した値を用いている。境界要素解は簡易地盤ばねの $\bar{v}_p=v_p$ と $\bar{v}_p=v_L$ の結果の間にあり概ねよい対応を示している。また、全般に、 \bar{v}_p として v_L を用いた場合の方が、 v_p を用いた場合より正解値によく対応している。従って、以下の解析では \bar{v}_p として v_L を用いることとする。

図-6.4に、簡易地盤ばねと、三次元境界要素法により求めた地表面剛基礎のインピーダンスを比較して示す。基礎形状は正方形とし、地盤のポアソン比は $\nu=0.4$ とする。

簡易地盤ばねはその簡便さに比して境界要素解に比較的よく対応している。とくに、耐震解析上重要な水平インピーダンスでは、両解は非常によく一致している。これに対して、上下インピーダンスは、無次元振動数が $a_0<1.0\sim 1.5$ でよい対応を示しているものの、高振動数域では実部を大きめに評価している。これは、上下インピーダンス実部を一定値で表すことの限界であり、この傾向はポアソン比が大きくなるに従って顕著になる。とくに、ポアソン比が $\nu=0.5$ の場合には境界要素解は高振動数域で負の値となるので、ポアソン比が $\nu=0.4$ を越える場合には無次元振動数が $a_0<1.5$ 程度を適用範囲と考えることができる。ただし、一般の構造物-地盤連成系の固有振動数は殆どがこの条件を満足しているので、実用上は問題がないと考えられる。

一方、回転およびねじれインピーダンスについては、並進成分ほど対応がよくない。とくに、虚部については、その傾きは対応しているものの、低振動数域で過大に評価される傾向がある。これは、擬似三次元境界要素解析においても指摘されたことである。一般に、三次元場の回転系のインピーダンス虚部は、低振動数

域で二次曲線的に増加する。これを、直線近似である減衰係数で表すことの限界であり、本簡易解析法の適用に当たっては注意すべき点である。

ただし、簡易解析法が与えるこれらの傾向は、擬似三次元境界要素解析でも指摘されたことであり、図-4.1に示した擬似三次元解析結果と比較しても遜色のない値を与えている。したがって、解析の簡便さを考慮すれば、本解析法は簡易解析手法としては十分な有効性を有していると判断できる。

以上、擬似三次元土柱のインピーダンスを誘導し、振動数に関する収束値を採用することにより、定数化されたばね定数および減衰係数を求めた。これを、半無限地盤の地表面剛基礎のインピーダンスと比較することにより、擬似三次元土柱を用いた簡易解析法の適用性を検討した。その結果、非常に単純な解析手法であるにも拘わらず、両解析法の結果は概ねよい対応を示しており、十分な有効性が確かめられた。ただし、低振動数域で、回転およびねじれインピーダンスの減衰を大きめに評価すること、高振動数域で、上下インピーダンスの実部を大きめに評価する傾向があることが指摘された。したがって、構造物-地盤連成系の固有振動数が $a_0 < 1.5$ を満足する問題に対して、回転インピーダンスの減衰の大きさを念頭にいった上で適用するべきであると考えられる。

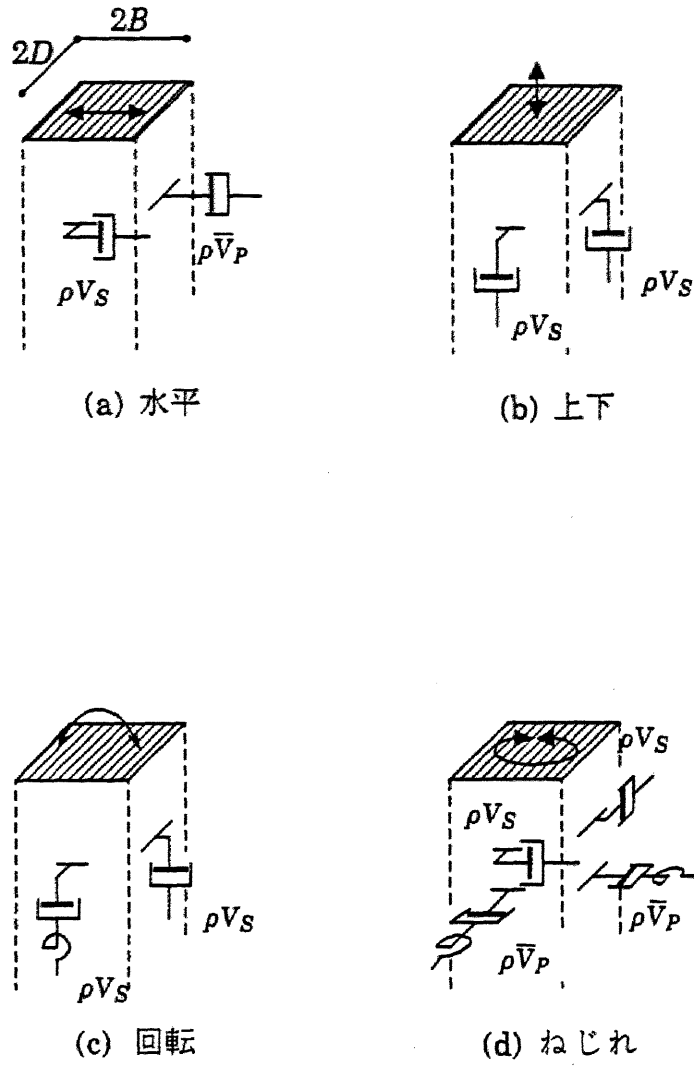


図-6.3 擬似三次元土柱の速度比例型減衰の考え方

表-6.1 擬似三次元土柱のインピーダンス一覧

| 方向 | 釣合方程式 | 複素インピーダンス | ばね定数 | 減衰係数 | $\eta(2-D)$ | $\eta(3-D)$ |
|--------------------|---|--|----------------------------------|----------------|---|--|
| 水平 (x) | $V_S^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ | $i\omega\rho V_S A \sqrt{1 - \frac{i\eta}{\rho\omega}}$ | $\frac{V_S}{2} \eta A$ | $\rho V_S A$ | $\frac{\rho V_L}{B}$ | $\frac{\rho V_L}{B} + \frac{\rho V_S}{D}$ |
| 上下 (z) | $V_L^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ | $i\omega\rho V_L A \sqrt{1 - \frac{i\eta}{\rho\omega}}$ | $\frac{V_L}{2} \eta A$ | $\rho V_L A$ | $\frac{\rho V_S}{B}$ | $\frac{\rho V_S}{B} + \frac{\rho V_S}{D}$ |
| 回転 (θ_y) | $V_L^2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial z^2} - \frac{6A}{5I_y} V_S^2 \phi_y = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial \phi_y}{\partial t} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2}$ | $i\omega\rho V_L I_y \sqrt{1 - \frac{18V_S^2}{5B^2\omega^2} - \frac{i\eta}{\rho\omega}}$ | $1.9 \frac{\rho V_S V_L}{B} I_y$ | $\rho V_L I_y$ | $\frac{3\rho V_S}{B}$ | $\frac{3\rho V_S}{B} + \frac{\rho V_S}{D}$ |
| ねじれ (θ_z) | $V_S^2 \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial z^2} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial \phi_z}{\partial t} + \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial t^2}$ | $i\omega\rho V_S I_z \sqrt{1 - \frac{i\omega\eta}{\rho}}$ | $\frac{V_S}{2} \eta I_z$ | $\rho V_S I_z$ | $\frac{3\rho V_S B^2 + \rho V_L D^2}{(B^2 + D^2)B}$ | $\frac{3\rho V_S (B+D)}{(B^2 + D^2)} + \frac{\rho V_L (B^3 + D^3)}{(B^2 + D^2)BD}$ |

$$A=4BD, I_y=4B^3D/3, I_z=4BD(B^2+D^2)/3$$

表-6.2 地表面上の正方形基礎のばね定数・減衰係数とポアソン比の関係

| ν | 解析方法 | K_{B1} (水平) | | K_{B3} (上下) | | K_{B5} (回転) | |
|-------|--------------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|
| | | $K/\mu B$ | $C/\rho V_S B^2$ | $K/\mu B$ | $C/\rho V_S B^2$ | $K/\mu B^3$ | $C/\rho V_S B^4$ |
| 0.2 | BEM | 5.08 | 3.79 | 5.71 | 6.33 | 5.07 | 1.89 |
| | 簡易ばね($V_P=1.63V_S$) | 5.27 | 4.00 | 6.53 | 6.53 | 4.36 | 2.18 |
| | 簡易ばね($V_L=1.35V_S$) | 4.71 | 4.00 | 5.41 | 5.41 | 3.42 | 1.81 |
| 0.3 | BEM | 5.38 | 3.85 | 6.53 | 7.26 | 5.79 | 2.12 |
| | 簡易ばね($V_P=1.73V_S$) | 5.74 | 4.00 | 7.48 | 7.49 | 4.99 | 2.49 |
| | 簡易ばね($V_L=1.44V_S$) | 5.09 | 4.00 | 6.19 | 6.18 | 3.65 | 2.06 |
| 0.4 | BEM | 5.72 | 3.89 | 7.62 | 8.71 | 6.76 | 2.36 |
| | 簡易ばね($V_P=2.45V_S$) | 6.90 | 4.00 | 9.80 | 9.80 | 6.53 | 3.27 |
| | 簡易ばね($V_L=1.80V_S$) | 5.61 | 4.00 | 7.22 | 7.21 | 4.56 | 2.40 |
| 0.5 | BEM | 6.10 | 4.04 | 9.14 | 9.20 | 8.10 | 2.59 |
| | 簡易ばね($V_P=\infty V_S$) | — | — | — | — | — | — |
| | 簡易ばね($V_L=2.17V_S$) | 6.33 | 4.00 | 8.66 | 8.66 | 5.50 | 2.89 |

BEMのばね定数は静的値、減衰係数はいずれも $a_0=3.0$ で算定

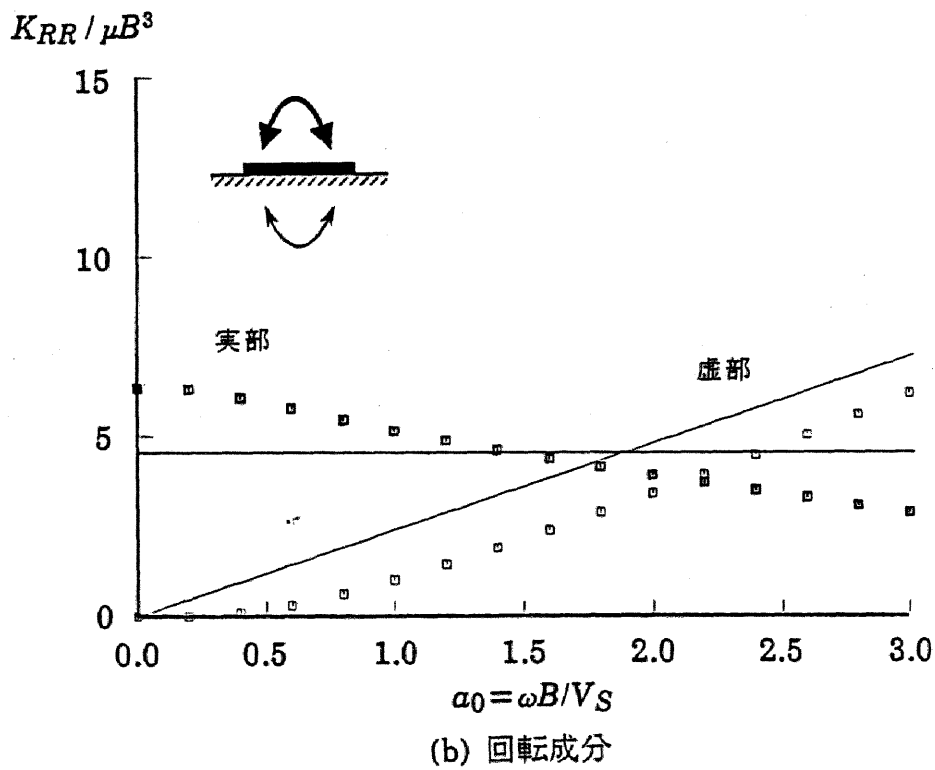
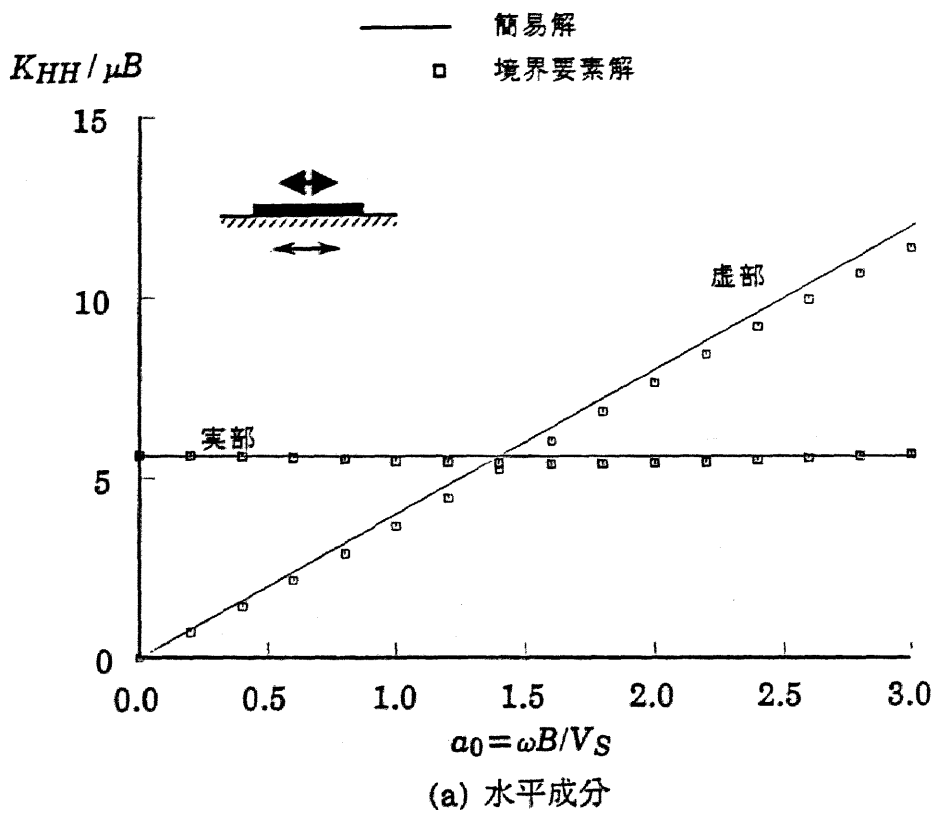


図-6.4 地表面基礎のインピーダンス

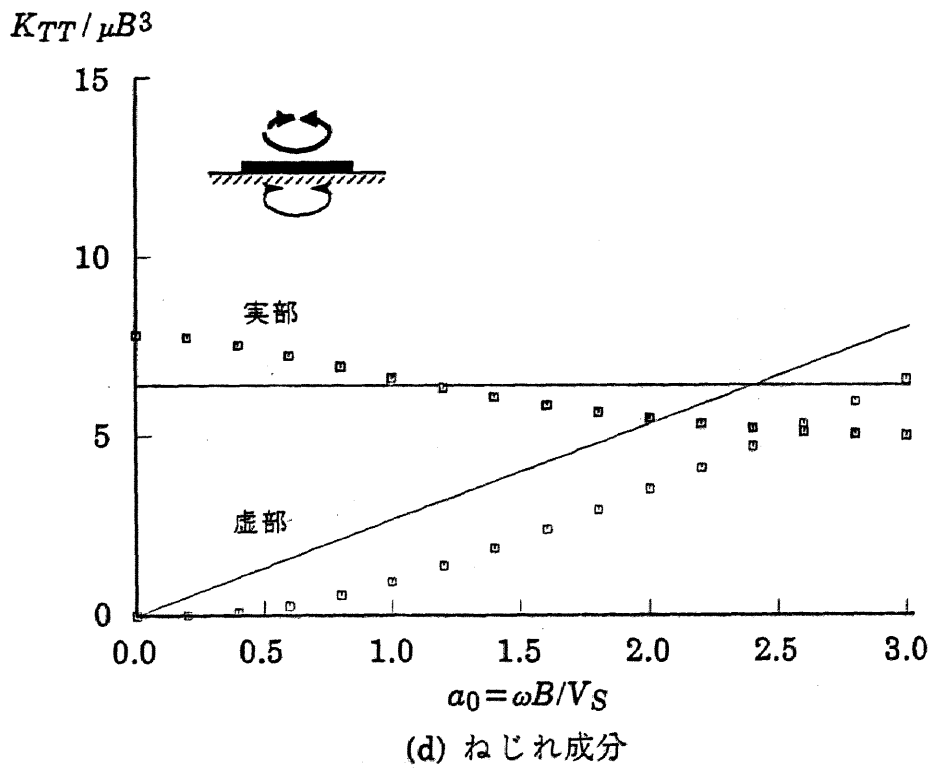
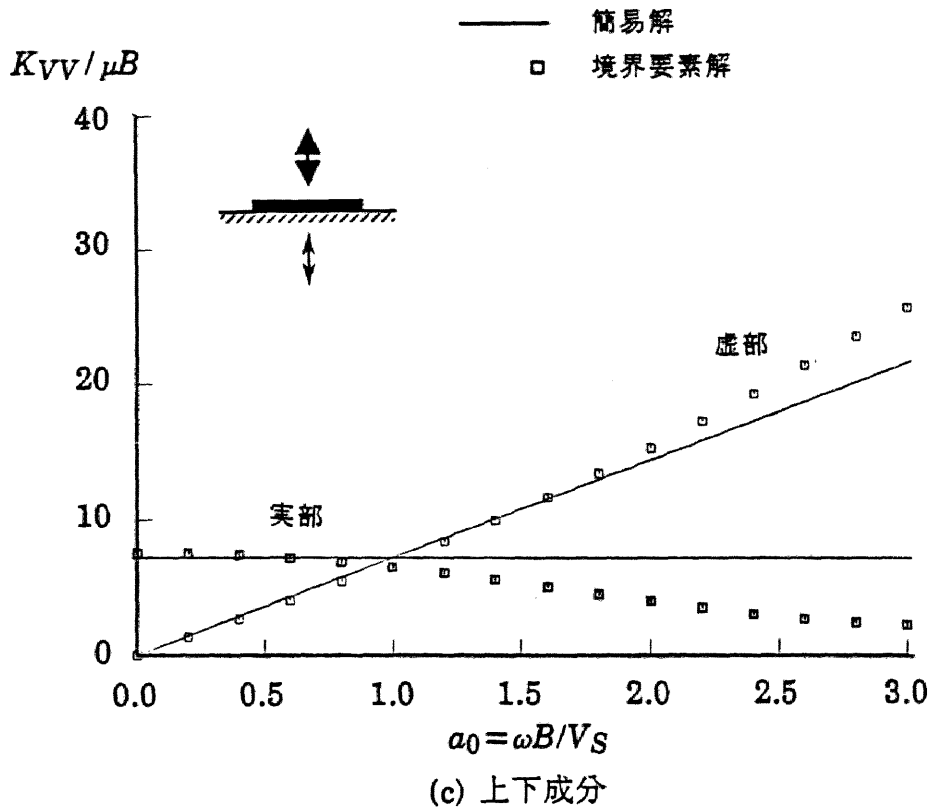


図-6.4 地表面基礎のインピーダンス

6.3 埋込み基礎のインピーダンスの略算法

半無限地盤に埋込まれた基礎のインピーダンスの略算法を示す。図-6.2に示したように、地盤を、基礎直下の土柱と、基礎側面に取りつく四つの土柱で表す。基礎直下の土柱については、前節で示した表-6.1の三次元用の結果をそのまま用いればよい。基礎側面の土柱に関しては、土柱の平面的広がりを考慮して土柱の両側面部にダッシュポットを付加するので、表-6.1中の二次元の粘性減衰係数を用いることになる。

底面土柱を横にしたと考えれば、 x 方向の基礎側面のインピーダンス K_X は、底面土柱の B を D に、 D を $E/2$ によみかえることにより、また、 y 方向の基礎側面のインピーダンス K_Y は、 D を $E/2$ によみかえることにより、表-6.1から求めることができる。このようにして得られた各側面土柱のインピーダンスを、基礎底面土柱のインピーダンスと合わせて、表-6.3に一覧して示す。

埋込み基礎のインピーダンスは、基礎底面および基礎側面のインピーダンスを用いて、基礎の幾何学的形状を考慮することにより求められる。図-6.5のように、基礎各部に取りつくばねを考えると、基礎底面中心のインピーダンスは以下のように得られる。

$$K_G = (\text{底面寄与分} : K_B) + (\text{側面寄与分} : K_S)$$

$$= \begin{Bmatrix} K_{B1} \\ K_{B2} \\ K_{B3} \\ K_{B4} \\ K_{B5} \\ K_{B6} \end{Bmatrix} + 2 \begin{Bmatrix} K_{X1} + K_{Y1} \\ K_{X2} + K_{Y2} \\ K_{X3} + K_{Y3} \\ K_{Y4} + K_{X4} + E^2(K_{Y2} + K_{X2})/4 + D^2 K_{Y3} \\ K_{X5} + K_{Y5} + E^2(K_{X1} + K_{Y1})/4 + B^2 K_{X3} \\ K_{X6} + K_{Y6} + B^2 K_{X2} + D^2 K_{Y1} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(6.11)$$

また、埋込みが存在する場合には、水平一回転連成項が重要になる。そこで、水平土柱による寄与のみを考慮して、

$$K_{G15} = E(K_{X1} + K_{Y1})$$

$$K_{G24} = E(K_{X2} + K_{Y2})$$

\dots\dots(6.12)

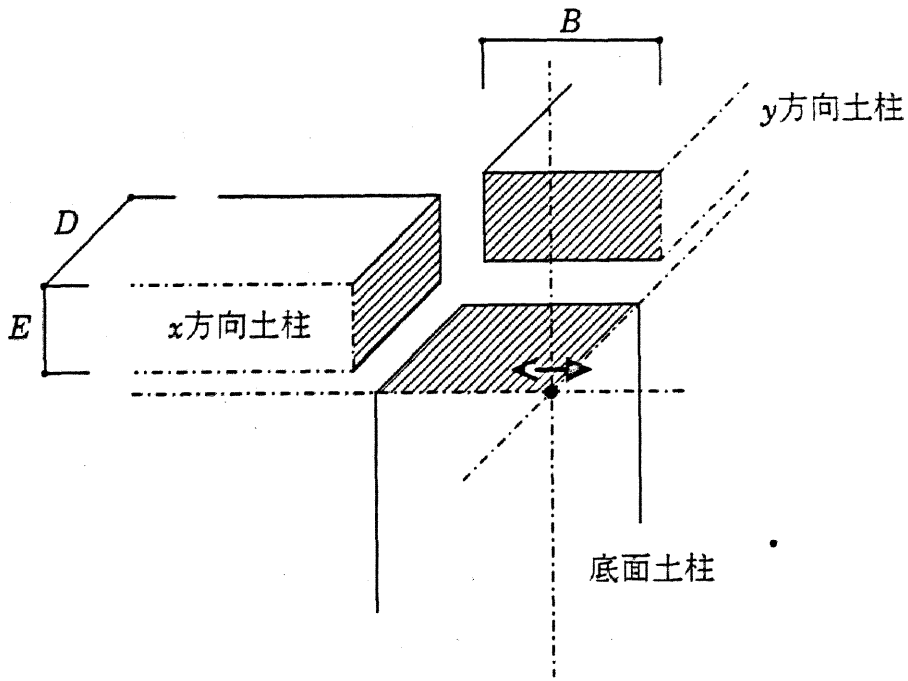
のように求める。

このようにして得られた正方形埋込み基礎のインピーダンスを、表-6.4に一覧して示す。

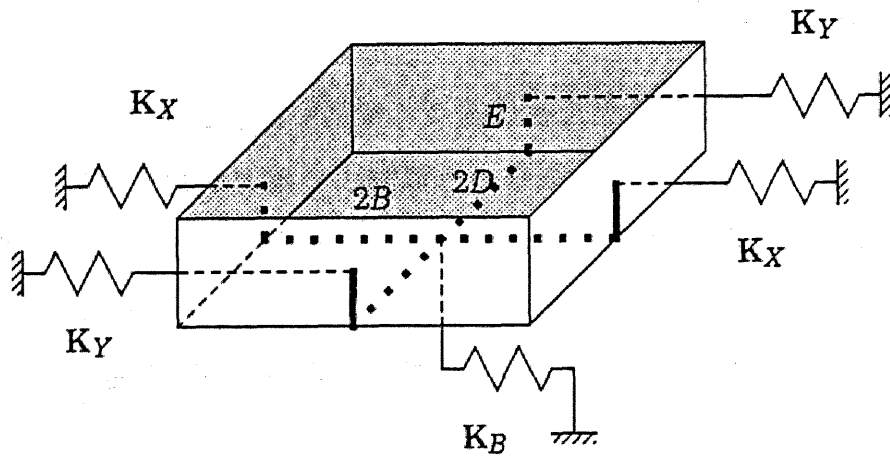
本解析法の有効性を確認するために、図-6.6および図-6.7に、ポアソン比が $\nu=0.4$ の半無限地盤、埋込み比が $E/B=0.5$ および 1.0 の正方形基礎を対象に、インピーダンスを境界要素解と比較して示す。

埋込みが存在する場合にも、地表面基礎の場合と同様の傾向が認められ、簡易解は境界要素解とよい対応を示している。ただし、埋込みが存在する場合には、基礎と一緒に動く地盤の質量効果によってインピーダンス実部が高振動数域で減少する。この傾向は埋込み深さが大きいほど強くなるので、このような場合には簡易解と境界要素解との差が増加する。また、低振動数域での回転インピーダンス実部の差も埋込み深さの増加と共に拡大する傾向がある。これらは、本解析法が基礎側面地盤を一次元土柱でモデル化しているために、側面地盤の深さ方向変位の変化が大きい深埋込みの場合には限界があること、底面と側面の寄与を分離して扱っていること、などに起因していると考えられる。しかし、全体的に見て、簡易解は境界要素解を概ね模擬している。

以上のように、擬似三次元土柱に基づく簡易解析手法は、埋込み基礎に対しても適用できることが示された。従来の近似解法の殆どが地表面基礎に適用が限られていたこと、既往の解的解にフィッティングを図ることによって半経験的に誘導されていたこと、などを念頭にいれると、本解析法の特徴である埋込み基礎への適用可能性と物理的明快さは、より現実的な問題への適用に際して有用であると考えられる。



(a) 埋込み基礎の擬似三次元土柱によるモデル化



(b) 各土柱のインピーダンスマトリクスを組み合せかた

図-6.5 埋込み基礎のインピーダンス算定の考え方

表-6.3 基礎各部に取りつく擬似三次元土柱のインピーダンス

| 方向成分 | 底面土柱 | | x方向土柱 | | y方向土柱 | |
|------------|--|-------------------|--|-------------------|--|-------------------|
| | K_B | C_B | K_X | C_X | K_Y | C_Y |
| x | $2\mu(B+vD)$ | $\rho V_S A_B$ | $\mu v E$ | $\rho V_L A_X$ | $\mu v E$ | $\rho V_S A_Y$ |
| y | $2\mu(D+vB)$ | $\rho V_S A_B$ | $\mu v E$ | $\rho V_S A_X$ | $\mu v E$ | $\rho V_L A_Y$ |
| z | $2\mu v(B+D)$ | $\rho V_L A_B$ | μE | $\rho V_S A_X$ | μE | $\rho V_S A_Y$ |
| θ_x | $2.53\mu v B D^2$ | $\rho V_L I_{Bx}$ | $\mu E(12D^2+vE^2)/12$ | $\rho V_S I_{Xz}$ | $0.63\mu v B E^2$ | $\rho V_L I_{Yx}$ |
| θ_y | $2.53\mu v B^2 D$ | $\rho V_L I_{By}$ | $0.63\mu v D E^2$ | $\rho V_L I_{Xy}$ | $\mu E(12B^2+vE^2)/12$ | $\rho V_S I_{Yz}$ |
| θ_z | $2\mu\{3BD(B+D)+v(B^3+D^3)\}/3$ | $\rho V_S I_{Bz}$ | $1.26\mu v D^2 E$ | $\rho V_L I_{Xx}$ | $1.26\mu v B^2 E$ | $\rho V_L I_{Yy}$ |
| 備考 | $A_B=4BD \quad I_{Bx}=\frac{4BD^3}{3}$ $I_{By}=\frac{4DB^3}{3} \quad I_{Bz}=I_{Bx}+I_{By}$ $v=V_L/V_S$ | | $A_X=2DE \quad I_{Xx}=\frac{2ED^3}{3}$ $I_{Xy}=\frac{DE^3}{6} \quad I_{Xz}=I_{Xx}+I_{Xy}$ | | $A_Y=2BE \quad I_{Yx}=\frac{BE^3}{6}$ $I_{Yy}=\frac{2EB^3}{3} \quad I_{Yz}=I_{Yx}+I_{Yy}$ | |

表-6.4 正方形埋込み基礎のインピーダンス一覧

| 方向成分 | ばね定数 | 減衰係数 |
|------------|--|---|
| Horizontal | $2\mu \left\{ (1+\nu)B + 2\nu E \right\}$ | $4\rho V_S B \left\{ B + (1+\nu)E \right\}$ |
| Vertical | $4\mu \left\{ \nu B + E \right\}$ | $4\rho V_S B \left\{ \nu B + 2E \right\}$ |
| Rotational | $\mu \left\{ 2.53\nu B^3 + 4B^2E + \frac{7}{6}\nu E^3 + 1.26\nu BE^2 \right\}$ | $\frac{4\rho V_S B}{3} \left\{ \nu B^3 + (1+\nu)E^3 + 4B^2E \right\}$ |
| Torsional | $\frac{4\mu}{3} \left\{ (3+\nu)B^3 + 6.79\nu B^2E \right\}$ | $\frac{8\rho V_S B^3}{3} \left\{ B + (3+\nu)E \right\}$ |

$$\nu = V_L/V_S$$

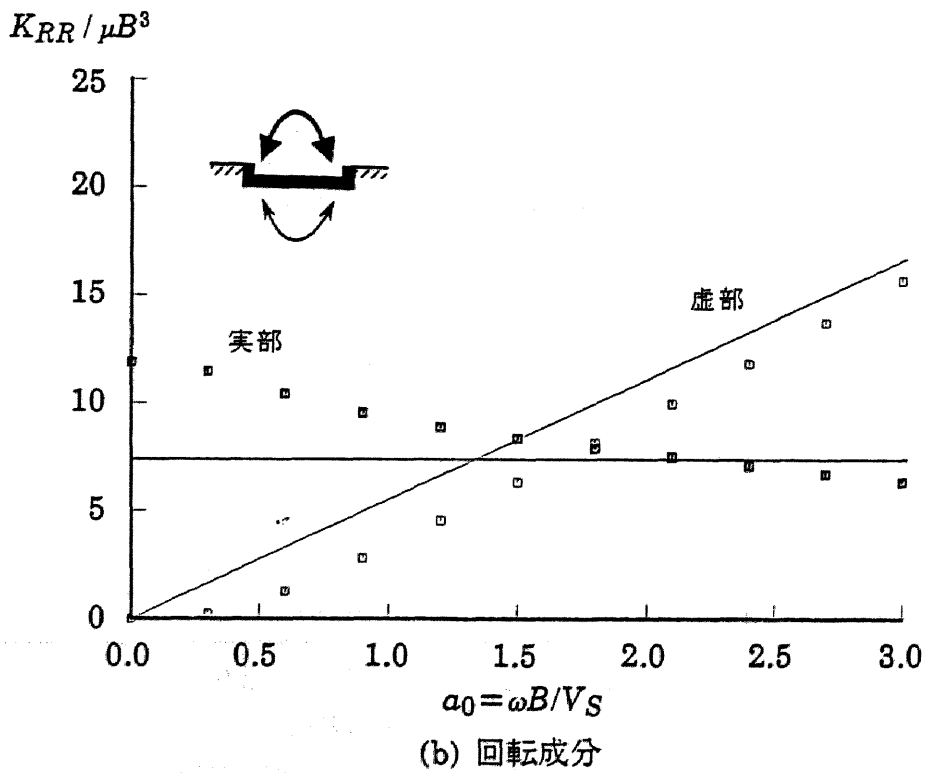
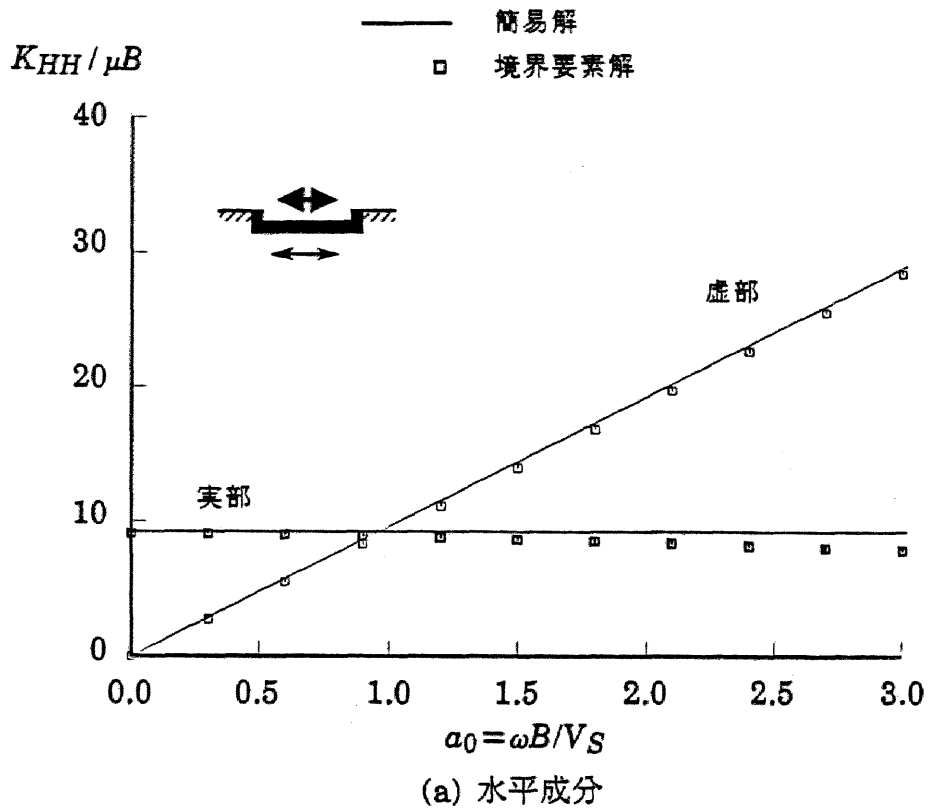


図-6.6 埋込み基礎のインピーダンス ($E/B=0.5$, $\nu=0.4$)

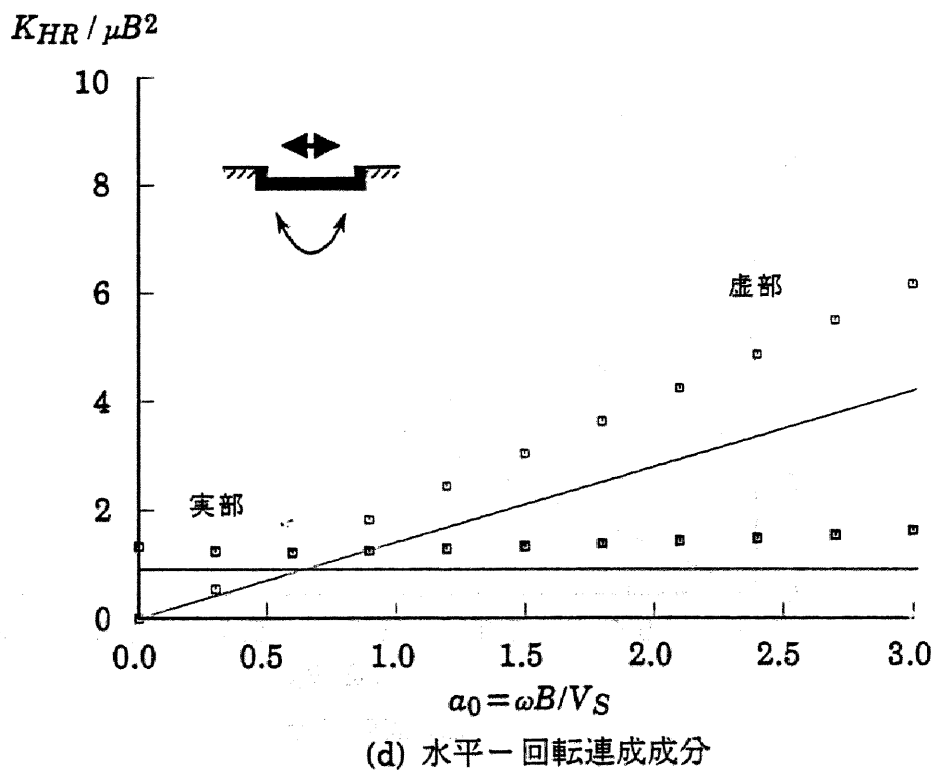
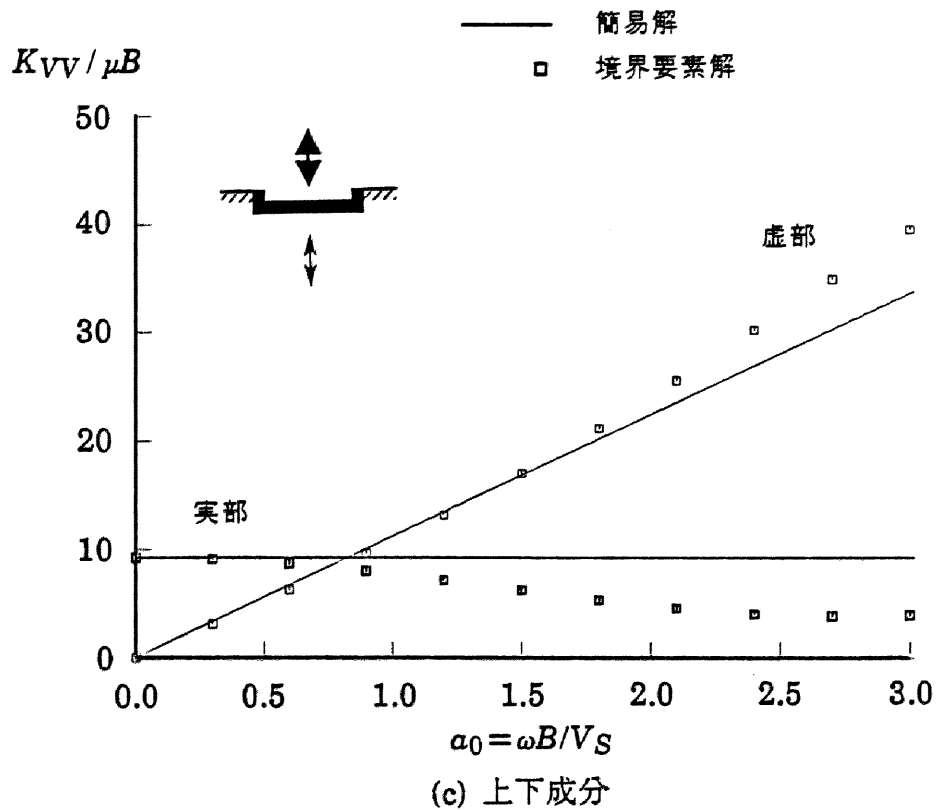


図-6.6 埋込み基礎のインピーダンス ($E/B=0.5$, $\nu=0.4$)

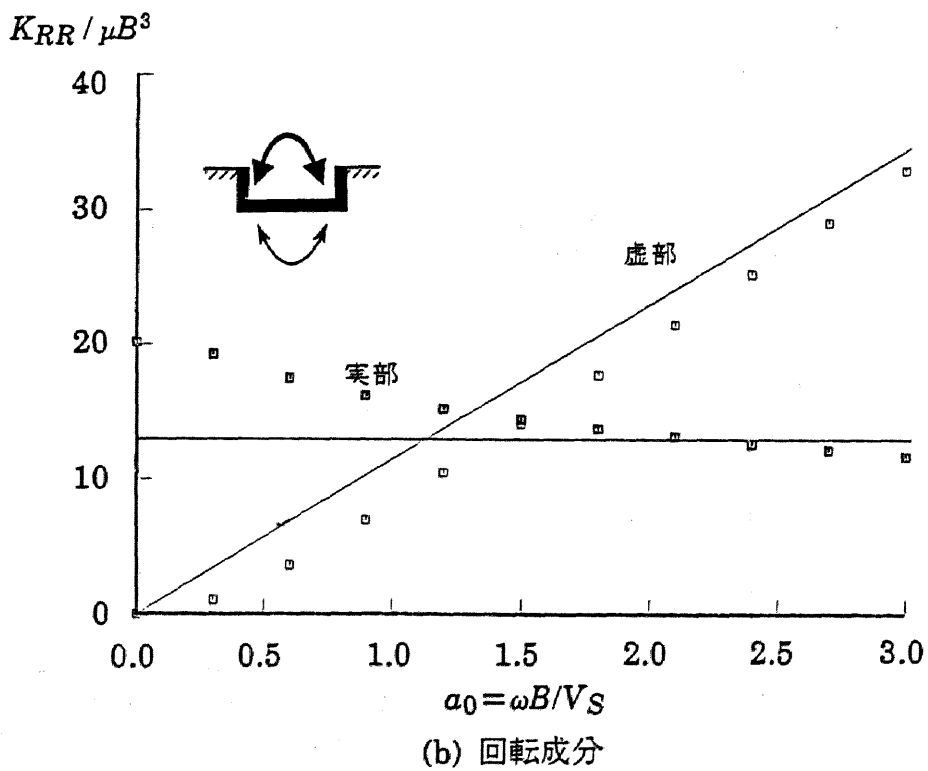
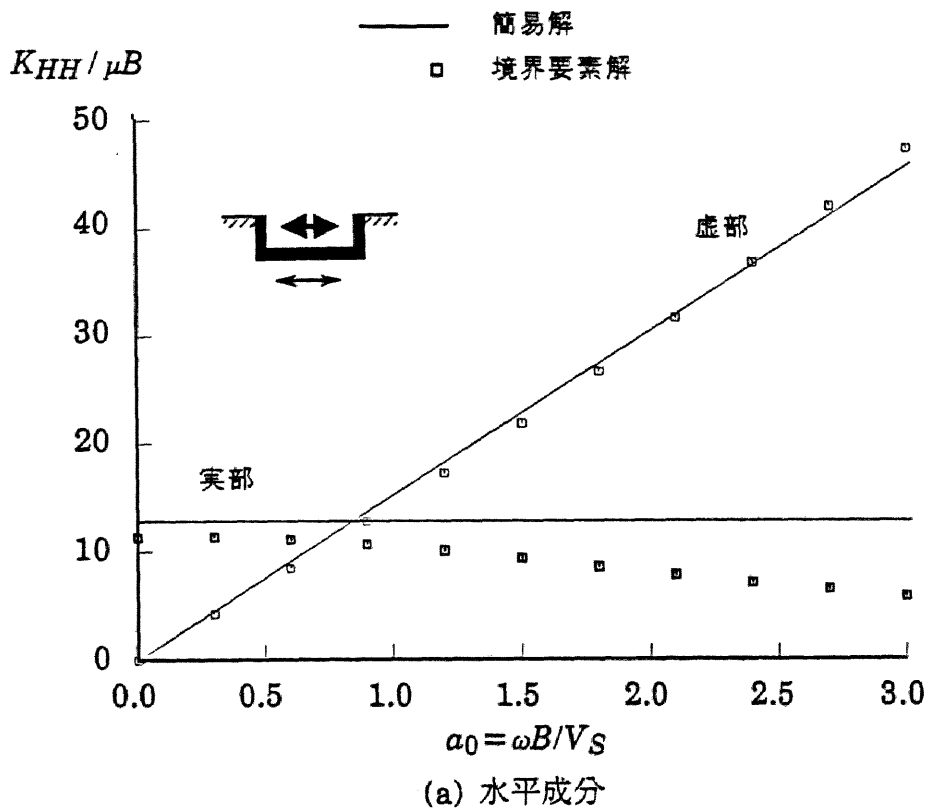
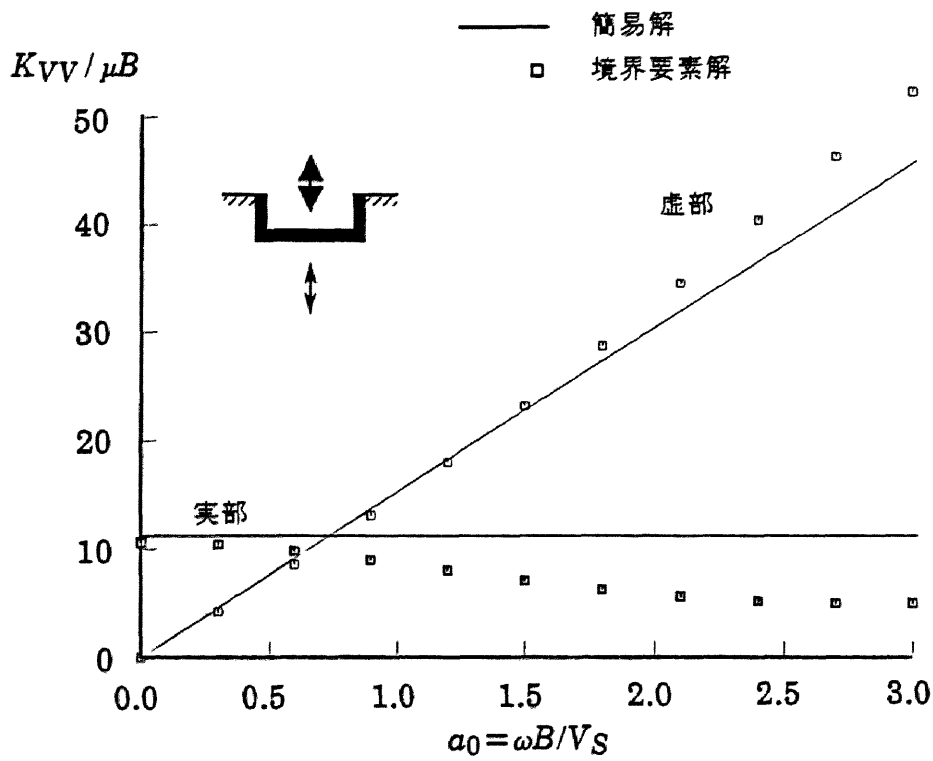
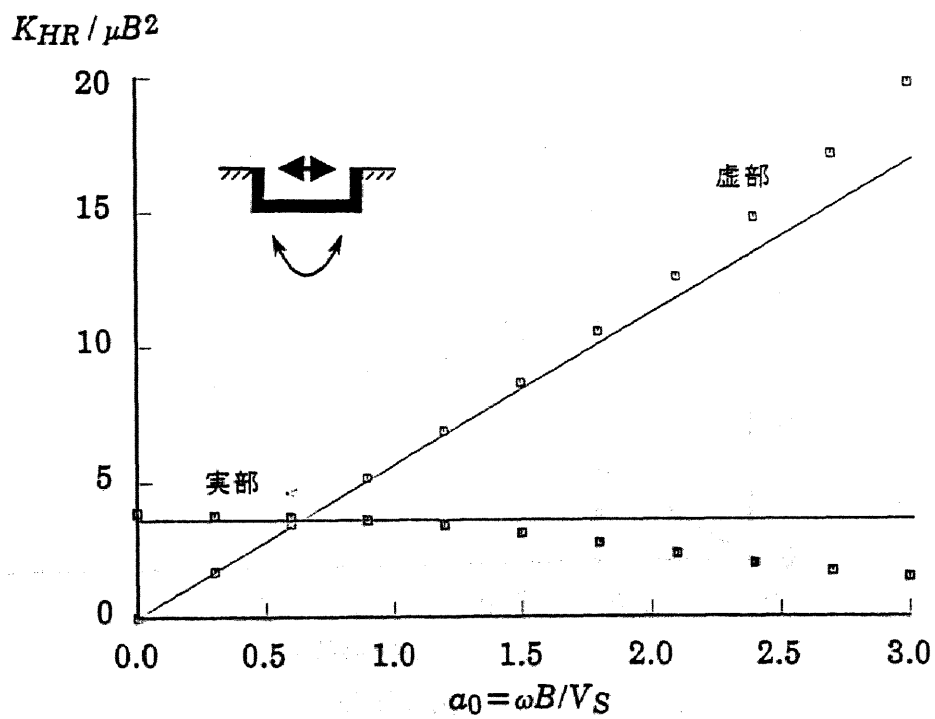


図-6.7 埋込み基礎のインピーダンス ($E/B=1.0$, $\nu=0.4$)



(c) 上下成分



(d) 水平一回転連成成分

図-6.7 埋込み基礎のインピーダンス ($E/B=1.0$, $\nu=0.4$)

6.4 埋込み基礎の基礎入力動の略算法

埋込み基礎の基礎入力動 u_G は、2.2節(5)項で示したように、インピーダンスと、自由地盤の変位および表面力とから求めることができる。これらの寄与を、基礎各部に分離して示すと、(2.43)式から、

$$u_G = T_G \cdot (u^F + K_G^{-1} \cdot p^F) = T_G \cdot \left(\begin{pmatrix} u_X^F \\ u_Y^F \\ u_B^F \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_X & & \\ & K_Y & \\ & & K_B \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} p_X^F \\ p_Y^F \\ p_B^F \end{pmatrix} \right) \quad \dots\dots(6.13)$$

と表すことができる。(2.43)式と切欠き力の項の符号が異なっているのは、基礎を基準として法線方向を採用しているからである。ここに、 u^F は基礎の存在しない自由地盤の入反射波場変位ベクトル、 p^F は地盤を切欠くことに必要な力「切欠き力」であり基礎-地盤境界面で自由地盤の入反射波場応力を積分することにより得られる。 T_G は、基礎各部の変位と基礎底面中心の変位を関係づける変換マトリクスである。また、下添字 X, Y, B は、各々 x 方向側壁、 y 方向側壁、基礎底面の寄与を表す。

S波が鉛直下方入射(振動方向は x 方向)する場合を考えると、自由地盤の入反射波場変位ベクトルとしては、 x 方向のみ値が存在し、

$$u_x^F = U \cos(\omega z / V_S) \quad \dots\dots(6.14)$$

と表すことができる。ここに、 U は地表の変位振幅、 z は地表面からの深さである。図-6.8のように、基礎各部の変位の代表値として境界面上での平均値を採用することになると、基礎各部の x 方向変位は下式で代表される。

$$u_{Bx}^F = U \cos(\xi E) \quad u_{Xx}^F = u_{Yx}^F = U \sin(\xi E) / \xi E \quad \dots\dots(6.15)$$

同様にして、切欠き力は、自由地盤の応力ベクトルを基礎底面および側面で積分することにより、

$$p_{Bx}^F = -4\mu U \xi B D \sin(\xi E) \quad p_{Xz}^F = 2\mu U D \{1 - \cos(\xi E)\} \quad p_{Yz}^F = 0 \quad \dots\dots(6.16)$$

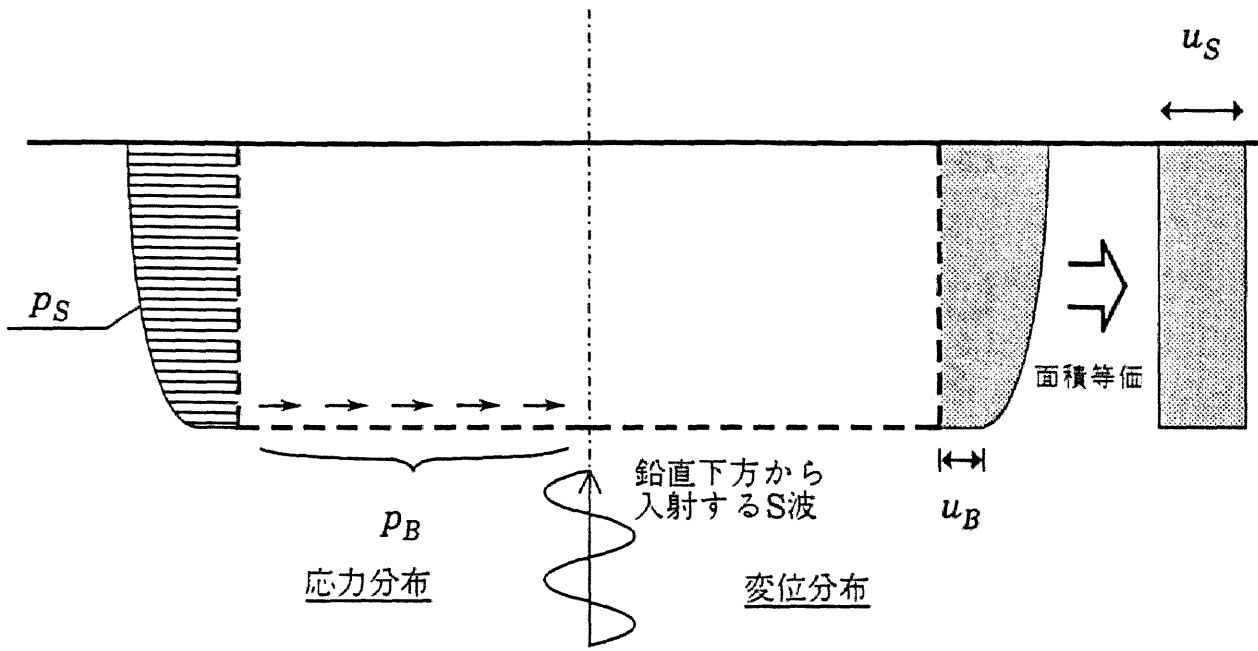
と求めることにする。

基礎入力動は、(6.15)および(6.16)式で得られる入反射波場諸量と、表-6.3に示した基礎各部のインピーダンスを(6.13)式に代入することにより求められる。

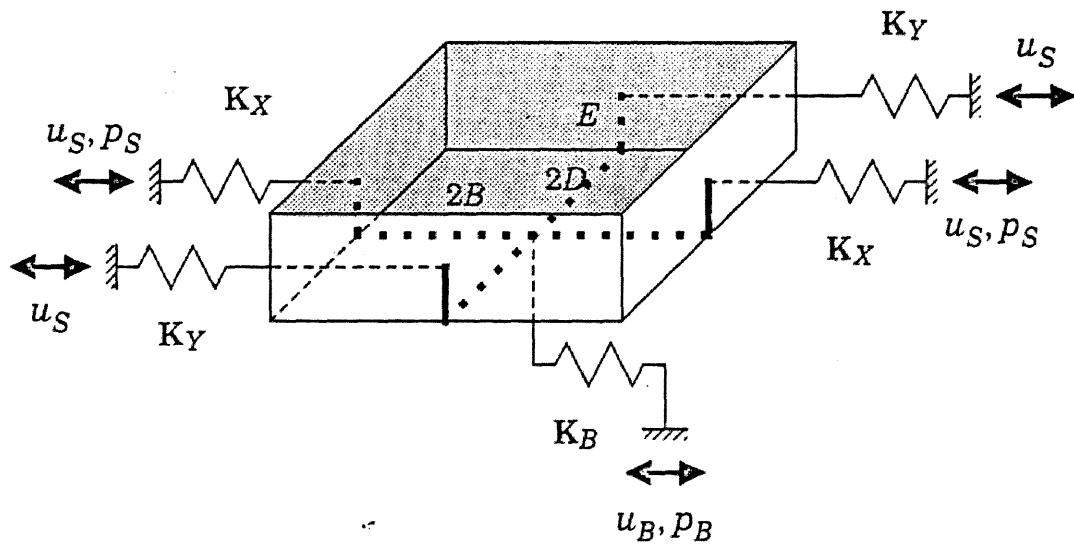
図-6.9および図-6.10に、ポアソン比が $\nu=0.4$ 、埋込み比が $E/B=0.5$ および 1.0 の正方形基礎にS波が鉛直下方から入射した場合を対象に、基礎入力動を境界要素解と比較して示す。

本解析法は回転入力動をやや小さめに評価しているものの、水平入力動については境界要素解と殆ど一致している。元来、基礎の水平入力動は入反射波変位を基礎上で平均することにより近似的に求めることができる。本論でも(6.15)式により側面基礎の変位の平均操作をしていることがよい結果を与えていると考えられる。しかし、埋込み比が $E/B=1.0$ の場合には、 $a_0>1.5$ で水平入力動に境界要素解と差異が認められる。これは、振動数が高くなると、自由地盤変位の深さ方向変位分布の変化が激しくなるために、(6.15)式による平均操作では限界があるためと推察される。 $E/B=1.0$ で $a_0=\pi/2$ の場合が、基礎側面で自由地盤変位分布が $1/4$ 波長になる振動数に相当するので、本解析手法の適用範囲は、構造物-地盤連成系の固有振動数が、 $a_0=\pi B/2E$ を下回る範囲であると理解できる。

以上により、本簡易解析手法の入射波問題への有効性も確認されたと考えられる。従来、この種の基礎入力動の近似解法は殆ど示されていない。本解析手法によれば、入力損失効果を非常に容易に評価することができ、簡単な検討には有用であると考えられる。

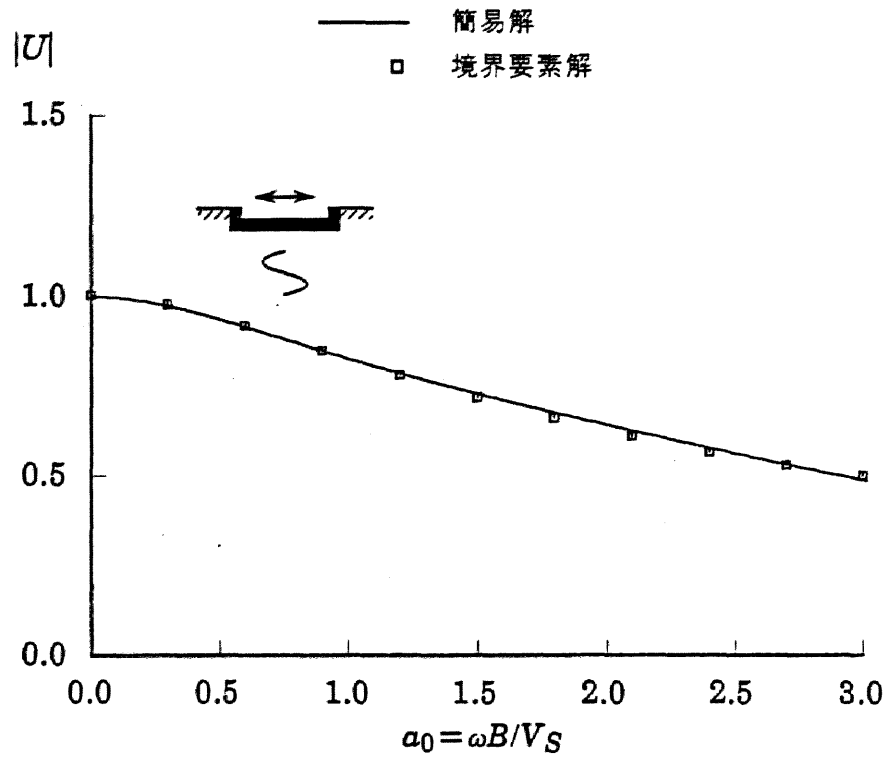


(a) 入反射波場の解析

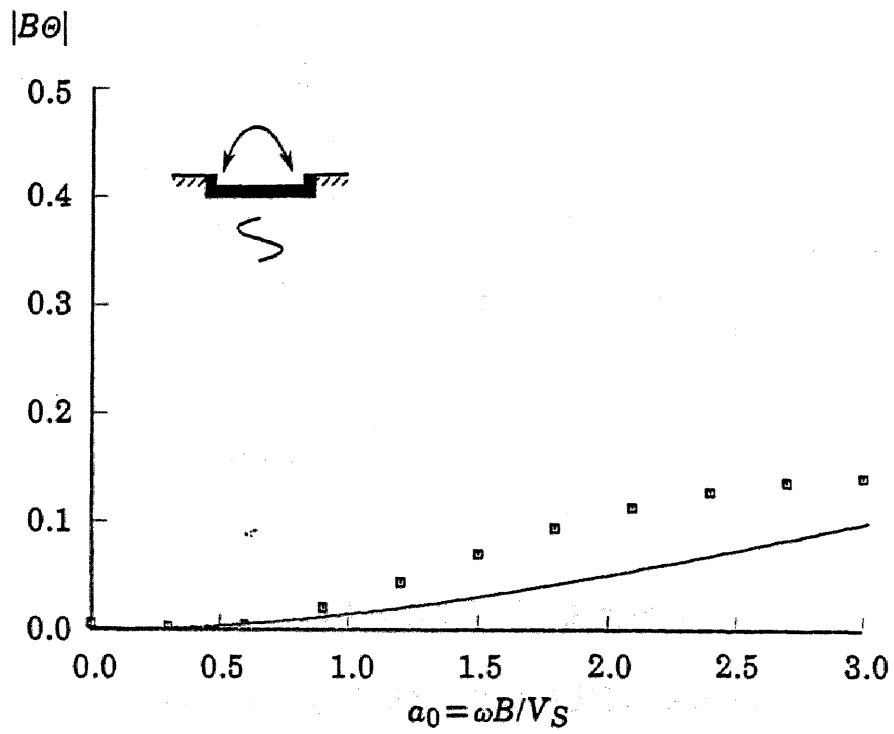


(b) 各土柱に作用する入力動と切欠き力

図-6.8 埋込み基礎の基礎入力動算定の考え方

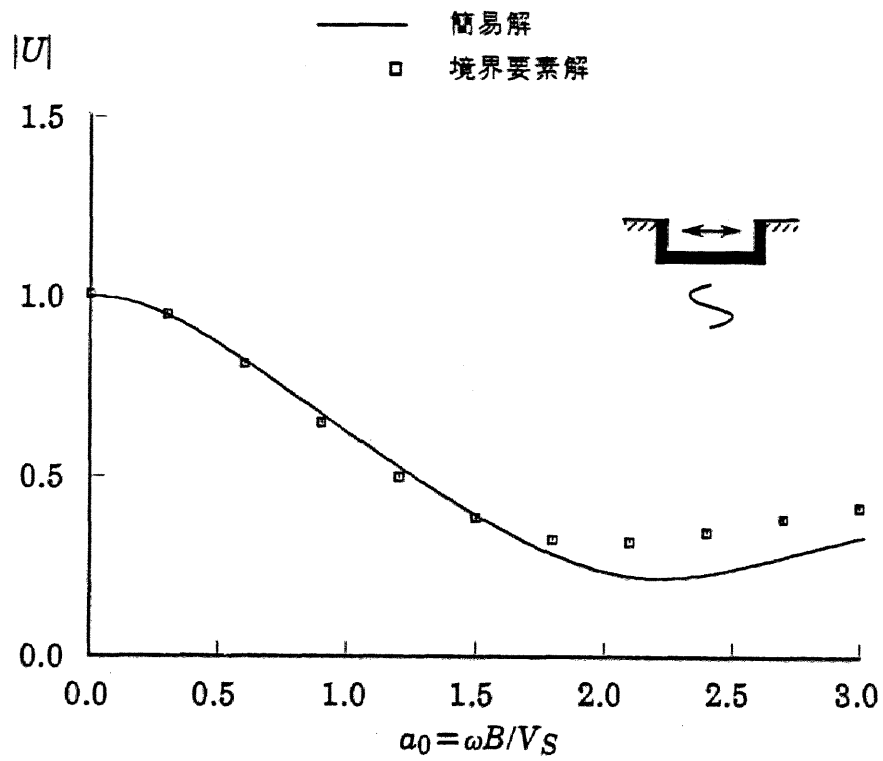


(a) 水平成分

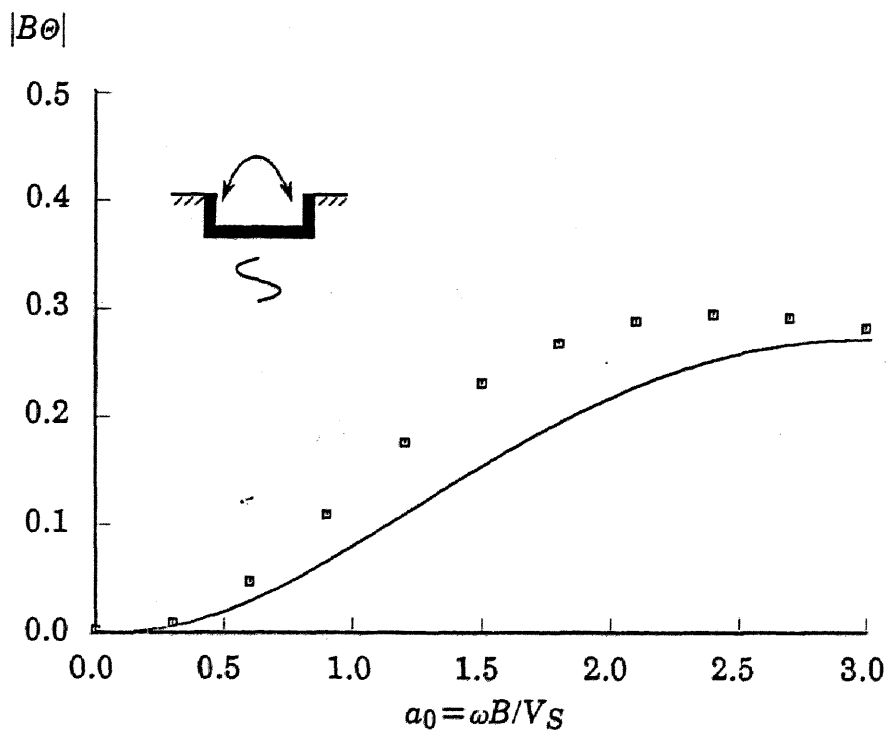


(b) 回転成分

図-6.9 埋込み基礎の基礎入力動 ($E/B=0.5$ 、 $\nu=0.4$)



(a) 水平成分



(b) 回転成分

図-6.10 埋込み基礎の基礎入力動 ($E/B=1.0$, $\nu=0.4$)

6.5 埋込み基礎の応答

前節までに示した、インピーダンスおよび基礎入力動の簡略解から、構造物の応答を求め、構造物応答に対する本解析法の適用性を把握する。

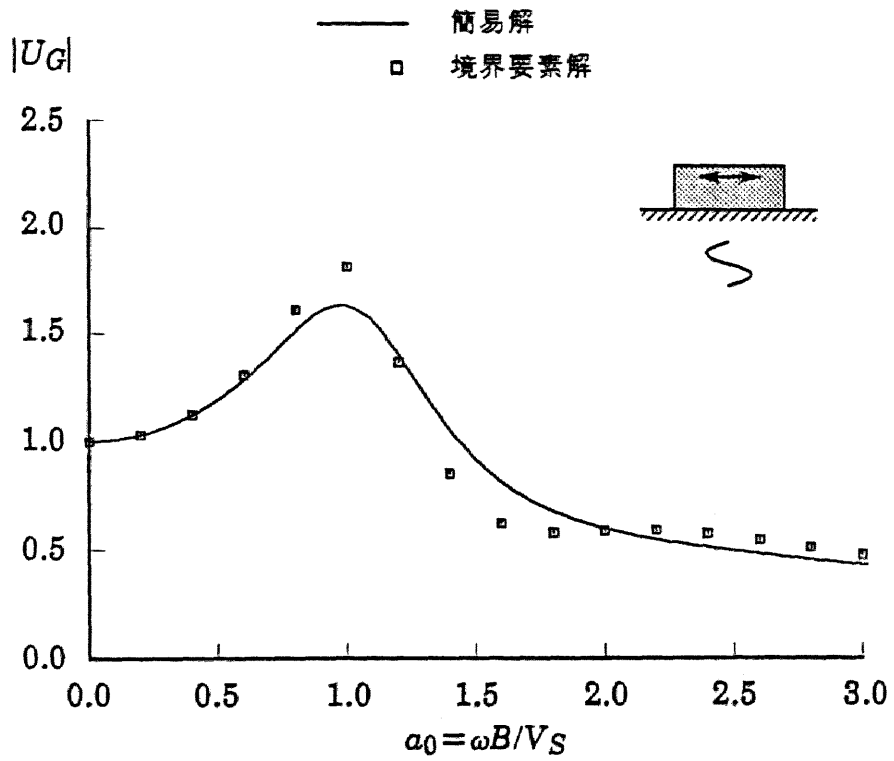
構造物の動的剛性マトリクスを K_S 、インピーダンスを K_G 、基礎入力動を u_G と表すと、構造物の絶対変位場の応答変位 u_S は、以下の釣合方程式を解くことにより得られる。

$$(K_S + K_G) \cdot u_S = K_G \cdot u_G \quad \text{.....(6.17)}$$

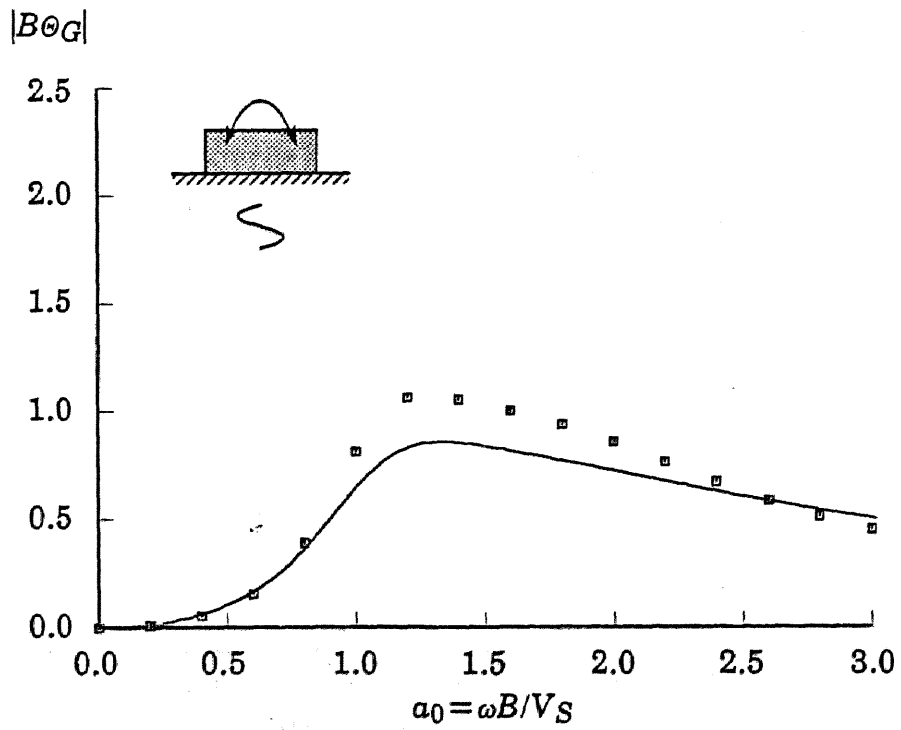
(6.17)式右辺はドライビングフォースに相当する。(6.17)式は、構造物に地盤インピーダンス K_G を取り付け、その端部からドライビングフォース(または基礎入力動)を作用させることにより、構造物の応答が求められることを示している。

原子力発電所建屋を想定して、剛体モデルに置換し、重心位置の応答を求めた結果を図-6.11~図-6.13に示す。地盤の諸元は、ポアソン比 $\nu=0.4$ 、せん断波速度 $V_S=500\text{m/s}$ 、単位体積重量 $\gamma_t=1.7\text{t/m}^3$ 、構造物の諸元は、重量 $W=334200\text{t}$ 、重心高さ $H_G=20\text{m}$ 、回転慣性 $I=2.683 \times 10^8 \text{tm}^2$ とする。基礎の大きさは、半幅 $B=40\text{m}$ 、半奥行 $D=40\text{m}$ とし、埋込み深さは $E=0\text{m}, 20\text{m}, 40\text{m}$ を採用した。各図中には、境界要素法によるインピーダンスと基礎入力動を用いた結果も合わせて示す。

図から、本解析法と境界要素解とは埋込み深さに拘わらずかなりよい対応を示していることが分かる。半無限地盤単独基礎に限れば、第4章で示した二次元あるいは擬似三次元解析結果(図-4.3および図4.9)と比較しても、むしろ、本簡易解析法の方が境界要素解とよい対応を示している。

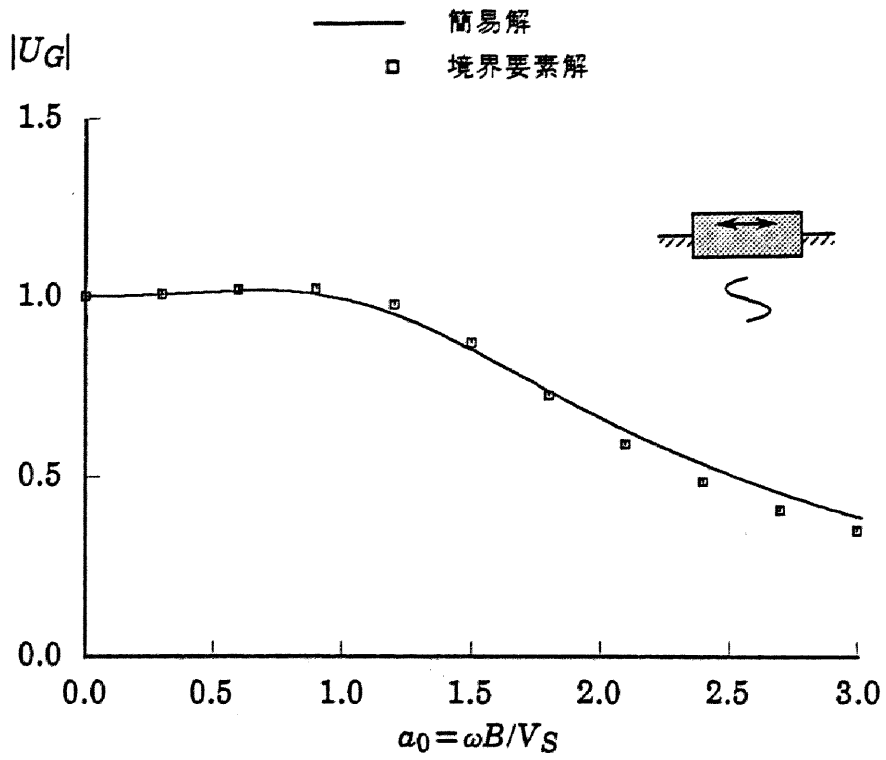


(a) 水平成分

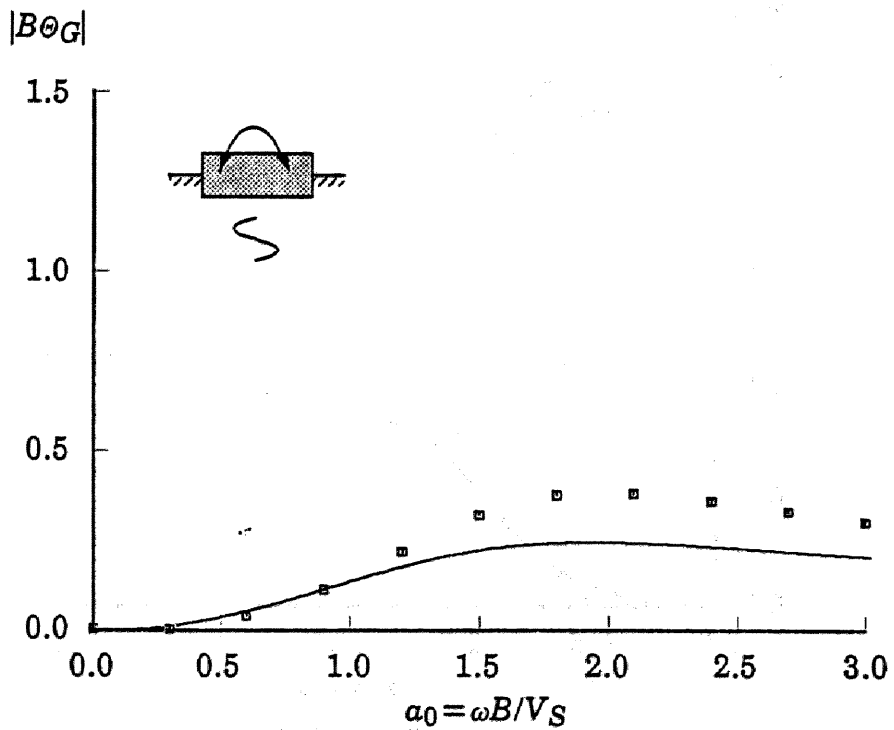


(b) 回転成分

図-6.11 埋込み基礎の応答 ($E/B=0.0$, $\nu=0.4$)

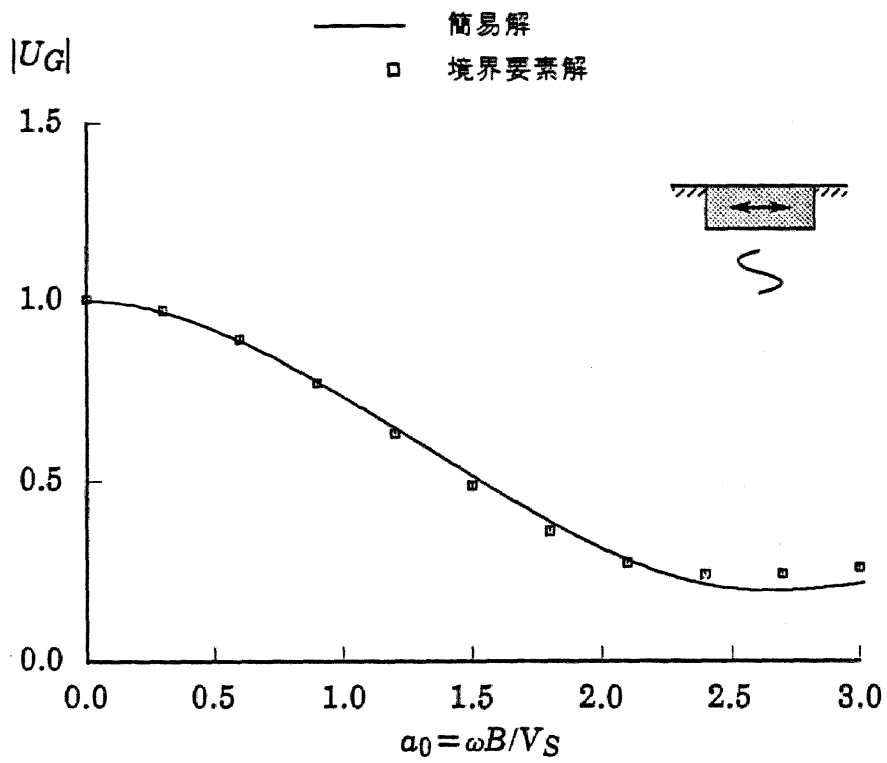


(a) 水平成分

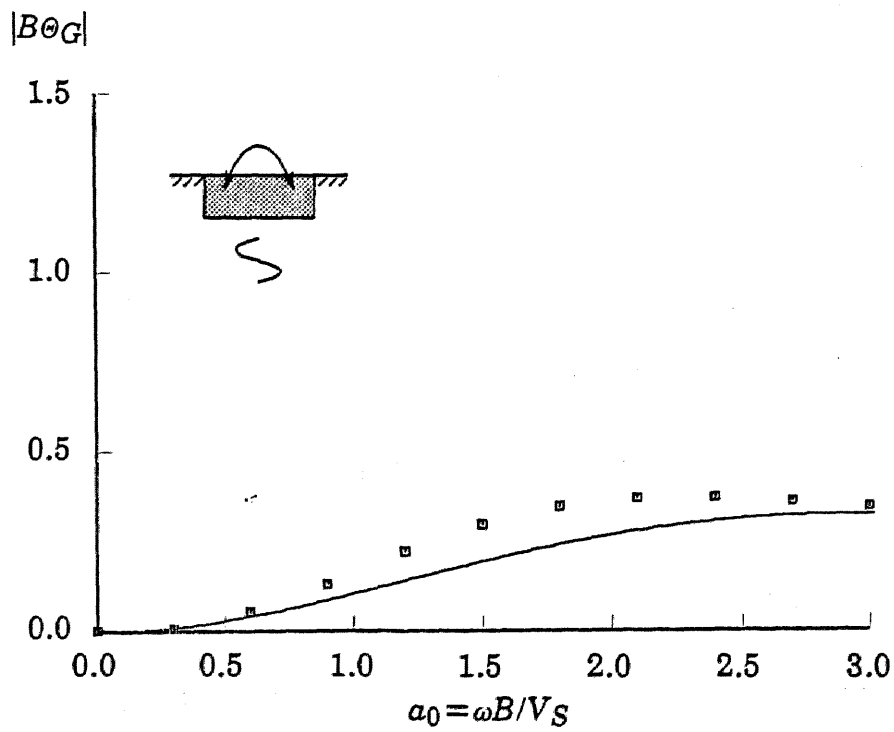


(b) 回転成分

図-6.12 埋込み基礎の応答 ($E/B=0.5$, $\nu=0.4$)



(a) 水平成分



(b) 回転成分

図-6.13 埋込み基礎の応答 ($E/B=1.0$, $\nu=0.4$)

6.6 簡易相互作用解析法のまとめ

速度比例型粘性減衰を付加した擬似三次元土柱によって地盤をモデル化することにより、一次元波動論のみに基づいて、半無限地盤に埋込まれた基礎のインピーダンスおよび基礎入力動を求めることができる簡易な相互作用解析法を提案した。また、三次元境界要素解と比較を行うことにより、本解析法の適用性を検討した。その結果、以下のような結論を得ることができた。

- (1) 一次元土柱に速度比例型粘性減衰を導入した擬似三次元土柱の考え方を提案し、地盤を基礎底面および基礎側面の土柱でモデル化することにより、非常に簡易に埋込み基礎のインピーダンスを評価できることを示した。インピーダンスは、様な形式で得られるが、簡単のために、振動数に関する収束値を採用してばね定数と減衰係数の形で示した。
- (2) インピーダンスは、水平成分で境界要素解との対応が最もよい。上下成分では、高振動数域で実部を大きめに評価し、回転およびねじれ成分では、低振動数域で減衰を大きめに評価する傾向がある。また、埋込み時の質量効果による高振動数域での実部減少を表すことができない。
- (3) 動的サブストラクチャー法の概念を導入することにより、基礎入力動を上記インピーダンスと自由地盤応答から求めることができることを示した。S波が鉛直下方から入射する場合には、自由地盤応答が三角関数で表されるので、基礎入力動は容易に求められる。
- (4) 基礎入力動は境界要素解とよい対応を示した。しかし、側面地盤の自由地盤応答を平均値で評価するために、埋込みが深く振動数が高い場合には、境界要素解との差異が顕著になる。
- (5) 本解析法を用いて構造物の応答を求めた結果も境界要素解とよく対応した。二次元あるいは擬似三次元解析結果と比較しても遜色のない近似値を与えていることが確かめられた。

- (6) 以上のことから、本解析手法は、埋込み深さが基礎半幅程度以下で、構造物-地盤系の固有振動数 f_N が $f_N < V_S/4B$ かつ $f_N < V_S/4E$ を満足する場合には、実用上十分な精度を与えることが明らかとなった。とくに、水平応答が卓越する問題に有効である。
- (7) 本解析法は、その数値的な扱いの簡便さにより、構造物-地盤動的相互作用解析における近似解法の一つとして有効な解析法であると考えられる。とくに、手計算による解析が可能であるので、設計や詳細な解析のチェックなどへの適用が期待できる。また、インピーダンスをばね定数と減衰係数の形で評価しているので、時刻歴非線形問題にも容易に適用することができる。

7. 結論

本論文の最初の部分では、動的相互作用問題で多用されている擬似三次元解析の有効性を明らかにすることを目的として、擬似三次元効果を速度比例型減衰として解析的に導入することにより境界要素法を定式化し、解析手法の検証を行った。その中で、以下の成果を得た。

- (1) 支配方程式に速度比例型減衰を導入することにより、擬似三次元場のグリーン関数を新たに誘導し、擬似三次元境界要素解析の定式化を行った。その際に、擬似三次元場特有の定式化上の留意点を明確にすると共に、有限要素-境界要素結合解法、動的サブストラクチャー法の基本式の考察、時刻歴非線形問題への適用方法などについても言及した。
- (2) 既往の解析解や有限要素解と比較を行うことにより、本解析手法の妥当性を解析的に検証すると共に、半楕円形沖積谷で観測された地震観測結果のシミュレーションを行い、解析手法の妥当性を実証した。

次に、境界要素法を用いて、二次元、擬似三次元、および三次元解析を行い、インピーダンス、基礎入力動、および、基礎の応答の相互比較を行うことにより、速度比例型減衰の効果を考察した。検討内容は、相互作用問題で重要な要因となる、埋込み効果、基礎間連成効果、基盤の効果などに対する速度比例型減衰の影響の把握である。その結果、速度比例型減衰が与える特徴として、以下の結論が得られた。

- (3) 速度比例型減衰の導入によって、半無限地盤の単独基礎の振動性状は、埋込みの有無に拘わらず、二次元場の性状から三次元場へと大きく改善される。しかし、三次元解に比較して、低振動数域で逸散減衰が大きめになるので、構造物応答を危険側に評価する傾向がある。これは、Rayleigh波の面外方向への逸散を評価できないことなどが原因していると考えられ、回転インピーダンスに顕著である。したがって、回転動が卓越する問題では応答値を過小評価することになる。また、基礎の平面形状については、奥行方向に長いほど擬似三次元解と三次元解はよい対応を示し、逆にアスペクト比が小さくなると擬似三次元解の問題点

が顕著となる。

- (4) 地表面基礎の場合には、入力損失効果に及ぼす速度比例型粘性減衰の影響は殆どないが、埋込みが存在すると、二次元場と三次元場の基礎入力動に差異が現れ、速度比例型粘性減衰は基礎入力動を三次元場のそれに近づける効果がある。
- (5) 隣接基礎が存在する場合や基盤が存在する場合には、擬似三次元解は三次元解の振動性状を平均的に模擬することはできるが、これらに起因する現象(共振現象など)が抑制される傾向がある。特に、基盤の影響を減じることは成層地盤を対象とする場合には、留意すべきある。
- (6) 線加振作用時の波動伝播エネルギーを求めることにより、擬似三次元場では波動を面外方向に過度に逸散することが明らかとなった。特に距離による面内伝播エネルギーの低減が著しく、隣接基礎や基盤の影響を減じる原因となる。
- (7) 一次元土柱に速度比例型粘性減衰を導入し簡易地盤ばねを求め、この考察を行うことにより、速度比例型減衰の存在によるインピーダンス実部の増加、低振動数域の減衰の過大評価を解析的に説明した。
- (8) 以上の結果、擬似三次元解は半無限地盤かつ単独基礎の場合には減衰がやや大きくなるものの三次元解の簡略解として非常に有用であることが示された。しかし、隣接構造物や、地層構造の不規則性の影響を把握することを目的として、FLUSH⁹⁰⁾などの擬似三次元解析プログラムを用いる場合には、これらの影響を過小評価する恐れがあるので、擬似三次元解の与える特性を十分に理解して結果を吟味する必要がある。

擬似三次元効果の考察により、半無限地盤かつ単独基礎の場合には速度比例型減衰の有効性が確かめられた。そこで、この効果を一次元土柱に適用した擬似三次元土柱の概念を提示した。さらに、地盤を擬似三次元土柱によってモデル化することにより、一次元波動論のみに基づいて、半無限地盤に埋込まれた基礎のインピーダンスおよび基礎入力動を求めることができる簡易な相互作用解析法を提案した。また、

三次元境界要素解と比較を行うことにより、本解析法の適用性を検討した。その結果、以下のような結論を得ることができた。

- (9) 一次元土柱に速度比例型粘性減衰を導入した擬似三次元土柱の考え方を提案し、地盤を基礎底面および基礎側面の土柱でモデル化することにより、非常に簡易に埋込み基礎のインピーダンスを評価できることを示した。インピーダンスは、ばね定数と減衰係数の形で示したが、耐震解析上重要となる水平成分で境界要素解と非常によい対応を示した。しかし、上下成分では高振動数域で実部を大きめに、回転およびねじれ成分では低振動数域で減衰を大きめに評価する傾向があり、埋込み時の質量効果による高振動数域での実部減少を表すことができないという問題点が指摘された。
- (10) 動的サブストラクチャー法概念を導入することにより、基礎入力動を上記インピーダンスと自由地盤応答から求めることができることを示した。S波が鉛直下方から入射する場合には、自由地盤応答が三角関数で表されるので、基礎入力動は容易に求められ、境界要素解ともよい対応を示した。しかし、側面地盤の自由地盤応答を平均値で評価しているために、埋込みが深く振動数が高い場合には、境界要素解との差異が顕著になる傾向がある。また、本解析法を用いて構造物の応答を求めた結果も境界要素解とよく対応しており、二次元あるいは擬似三次元解析結果と比較しても遜色のない近似値を与えていることが確かめられた。
- (11) したがって、本解析手法は、埋込み深さが基礎半幅程度以下で、構造物—地盤系の固有振動数 f_N が $f_N < V_S/4B$ かつ $f_N < V_S/4E$ を満足する場合には、実用上十分な精度であることが明らかとなった。とくに、水平応答が卓越する問題に有効である。本解析法は、その数値的扱いの簡便さにより、構造物—地盤動的相互作用解析における近似解法の一つとして有効な解析法であると考えられる。とくに、手計算による解析が可能であるので、設計や詳細な解析のチェックなどへの適用が期待できる。また、インピーダンスをばね定数と減衰係数の形で評価しているため、時刻歴非線形問題にも容易に適用することができる。

参考文献

1. A. E. H. Love : *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, Dover Publication, 1927
2. H. Lamb : "On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid", *Phil. Trans. Royal Soc. London*, A203, 1904, pp.1-42
3. E. Reissner : "Stationäre, axialsymmetrische, durch eine schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes", *Ing. Arch.*, 7, 1936, pp.381-396
4. T. Y. Sung : "Vibrations in Semi-infinite Solids Due to Periodic Surface Loading", *Symp. Dyn. Test. Soils*, ASTM STP No.156, 1953, pp.35-64
5. P. M. Quinlan : "The Elastic Theory of Soil Dynamics", *Symp. Dyn. Test. Soils*, ASTM STP No.156, 1953, pp.3-34
6. R. N. Arnold, G. N. Bycroft and G. B. Warburton : "Forced Vibrations of a Body on an Infinite Elastic Solid", *J. Appl. Mech. ASME*, 22, 1955, pp.391-400
7. I. Toriumi : "Vibrations in Foundations of Machines", *Technology Report Osaka Univ.*, 5, 1955, 103-126
8. G. N. Bycroft : "Forced Vibrations of a Rigid Circular Plate on a Semi-infinite Elastic Space and an Elastic Stratum", *Phil. Trans. Royal Soc. London*, A248, 1956, pp.327-368
9. G. B. Warburton "Forced Vibrations of a Body on an Elastic Stratum" , *J. Appl. Mech. ASME*, 24, 1957, pp.55-58
10. 田治見宏 : "耐震理論に関する基礎的研究", 東京大学生産技術研究所報告, 第8巻, 第4号, 1959, pp.170-215
11. W. T. Thomson and T. Kobori : "Dynamical Compliance of Rectangular Foundations on an Elastic Half-Space", *J. Appl. Mech. ASME*, 30, 1963, pp.579-584
12. 小堀鐸二, 南井良一郎, 鈴木有, 日下部馨 : "長方形基礎のDynamical Ground Compliance (その1) - 半無限地盤の場合 -", 京都大学防災研究所年報, 10A, 1967, pp.283-314
13. 小堀鐸二, 南井良一郎, 鈴木有, 日下部馨 : "長方形基礎のDynamical Ground Compliance (その2) - 基盤上に弾性層のある場合 -", 京都大学防災研究所年報, 10A, 1967, pp.315-341

14. 小堀鐸二, 南井良一郎, 鈴木有, 日下部馨: “長方形基礎のDynamical Ground Compliance (その3) - 基盤上に弾性層のある場合(続) -”, 京都大学防災研究所年報, 11A, 1968, pp.331-347
15. 小堀鐸二, 南井良一郎, 鈴木有, 日下部馨: “長方形基礎のDynamical Ground Compliance (その4) - 半無限粘弾性地盤の場合 -”, 京都大学防災研究所年報, 11A, 1968, pp.349-367
16. 妹沢克推: 振動学, 岩波書店, 1932
17. E. Reissner and H. F. Sagoci: “Forced Torsional Oscillations of an Elastic Half-Space”, J. Appl. Phys., 15, 1944, pp.652-662
18. A. O. Awojobi and P. Grootenhuis: “Vibration of Rigid Bodies on Semi-Infinite Elastic Media”, Phil. Trans. Royal Soc. London, A287, 1965, pp.27-63
19. I. A. Robertson: “Forced Vertical Vibration of a Rigid Circular Disk on a Semi-infinite Elastic Solid”, Proc. Camb. Phil. Soc., A62, 1966, pp.547-553
20. P. M. Shah: “On the Dynamic Response of Foundation System”, Ph.D Thesis, Rice University, 1968
21. P. Karasudhi, L. M. Keer and S. L. Lee: “Vibratory Motion of a Body on an Elastic Half Plane”, J. Appl. Mech. ASME, 35, 1968, pp.697-705
22. J. Lysmer: “Vertical Motions of Rigid Footings”, Ph.D. Thesis, University of Michigan, 1965
23. J. Elorduy, J. A. Nieto and E. M. Szekely: “Dynamic Response of Bases of Arbitrary Shape Subjected to Periodic Vertical Loading”, Proc. Int. Symp. Wave Prop. Dyn. Prop. Earth Mat., N.J., 1967, pp.105-121
24. C. L. Pekeris and H. Lifson: “Motion of the Surface of a Uniform Elastic Half-Space Produced by a Buried Pulse”, J. Acous. Soc. America, 29, 1957, 1233-1238
25. J. E. Luco and R. A. Westmann: “Dynamic Response of a Rigid Footing Bonded to an Elastic Half Space”, J. Appl. Mech. ASME, 39, 1971, pp.527-534
26. M. A. Oien: “Steady Motion of a Rigid Strip Bonded to an Elastic Half Space”, J. Appl. Mech., 38, 1971, pp.328-334
27. S. A. Thau: “Radiation and Scattering from a Rigid Inclusion in an Elastic Medium”, J. Appl. Mech. ASME, 34, 1967, pp.509-511
28. J. E. Luco and R. A. Westmann: “Dynamic Response of Circular Footings Bonded to an Elastic Half Space”, J. Eng. Mech. Div. ASCE, 97, 1971, pp.1381-1395

29. A. S. Veletsos and Y. T. Wei : "Lateral and Rocking Vibrations of Footings", J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, 97, 1971, pp.1227-1248
30. J. E. Luco : "Impedance Functions for a Rigid Foundation on a Layered Medium", Nucl. eng. des. 31, 1974, pp.204-217
31. H. L. Wong and J. E. Luco : "Dynamic Response of Rigid Foundations of Arbitrary Shape", Int. J. Earthquake Eng. Str. Dyn., 4, 1976, pp.579-587
32. H. L. Wong and J. E. Luco : "Tables of Impedance Functions for Square Foundations on Layered Media", Soil Dyn. Earthquake Eng., 4, 1985, pp.64-81
33. J. E. Luco and R. J. Apsel : "On the Green's Function for a Layered Half-Space Part I", Bul. Seis. Soc. America, 73, 1983, pp.909-929
34. R. J. Apsel and J. E. Luco : "On the Green's Function for a Layered Half-Space Part II", Bul. Seis. Soc. America, 73, 1983, pp.931-951
35. 小林俊夫 : "半無限弾性体地表面点加振解の無限積分を有限積分で表す方法", 日本建築学会論文報告集, 第302号, 1981, pp.29-35
36. 松岡 理, 八幡夏恵子 : "三次元均質等方弾性体動問題の基本解とその応用 Mindlin 問題 その1", 日本建築学会論文報告集, 第288号, 1980, pp.73-84
37. 松岡 理, 八幡夏恵子 : "三次元均質等方弾性体動問題の基本解とその応用 Mindlin 問題 鉛直方向に点加振が作用する場合 その2", 日本建築学会論文報告集, 第293号, 1980, pp.35-44
38. 松岡 理, 八幡夏恵子 : "三次元均質等方弾性体動問題の基本解とその応用 Mindlin 問題 水平方向に点加振が作用する場合 その3", 日本建築学会論文報告集, 第298号, 1980, pp.43-53
39. 松岡 理, 八幡夏恵子 : "三次元均質等方弾性体動問題の基本解とその応用 - 剛基盤を有する表層の内部に鉛直方向の点加振が作用する場合 - その4", 日本建築学会論文報告集, 第330号, 1983, pp.48-55
40. 松岡 理, 八幡夏恵子 : "三次元均質等方弾性体動問題の基本解とその応用 - 剛基盤を有する表層の内部に水平方向の点加振が作用する場合 - その5", 日本建築学会論文報告集, 第347号, 1985, pp.56-64
41. 松岡理, 八幡夏恵子, 福和伸夫 : "弾性基盤を有する弾性層中に鉛直方向点加振が作用する問題", 日本建築学会東海支部研究報告, 1981
42. 平沢光春 : "3次元多層地盤の地中加振問題の解法 - 地中点加振解を用いた地盤-構造物の相互作用解析 I -", 日本建築学会論文報告集, 第343号, 1984, pp.51-61

43. N. A. Haskell : "The Dispersion of Surface Waves of Multi-Layered Media", *Bul. Seis. Soc. America*, 43, 1953, pp.14-34
44. E. Kausel and R. Peek : "Dynamic Loads in the Interior of a Layered Stratum : An Explicit Solution", *Bul. Seis. Soc. America*, 72, 1982, pp.1459-1981
45. H. Tajimi and M. Izumikawa : "Dynamic Analysis of Embedded Mat Foundations by Application of Point-Load Solution in a Thin Layered Medium", *Proc. 6th Japan Earthquake Eng. Symp.*, 1982, pp.1745-1752
46. M. Iguchi : "Dynamic Interaction of Soil-Structure with Elastic Rectangular Foundation", *Proc. 5th Japanese Earthquake Eng. Symp.*, 1978, pp.457-464
47. 小林俊夫 : "Green関数の離散化手法を用いた建屋と地盤の動的相互作用の研究", *日本建築学会論文報告集*, 第302号, 1981, pp.21-27
48. M. Iguchi and J. E. Luco : "Dynamic Response of Flexible Rectangular Foundation on an Elastic Half-Space", *Int. J. Earthquake Eng. Str. Dyn.*, 9, 1981, pp.239-249
49. H. Tajimi : "Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum", *Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng.*, 3, 1969, pp.54-69
50. 三浦賢治 : "長方形に近い断面を持つ地中基礎構造物の振動特性について(その1)", *日本建築学会論文報告集*, 第232号, 1975, pp.71-80
51. M. Novak and Y. O. Beredugo : "Vertical Vibration of Embedded Footings", *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE*, 98, 1972, pp.1291-1310
52. V. A. Baranov : "On the Calculation of Excited Vibrations of an Embedded Foundation", *Voprosy Dynamiki i Prochnosti*, No.14, Polytechnical Institute of Riga, 1967, pp.195-209
53. Y. O. Beredugo and M. Novak : "Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings", *Canadian Geotech. J.*, 9, 1972, pp.477-498
54. 市川隆之, 中井正一, 渡辺孝英, 広谷勉, 室井一夫 : "動的サブストラクチャー法による埋込みを有する構造物の簡易地震応答解析", *清水建設研究報告*, 第42号, 1985, pp.31-40
55. Y. Ohsaki : "On Movements of a Rigid Body in Semi-Infinite Elastic Medium", *Japan Earthquake Eng. Symp.*, 1973, pp.245-252
56. J. E. Luco : "Torsional Response of Structures for SH Waves : The Case of Hemispherical Foundations", *Bul. Seis. Soc. America*, 66, 1976, pp.109-123
57. J. E. Luco : "Dynamic Interaction of a Shear Wall with the Soil", *J. Eng. Mech. Div. ASCE*, 95, 1969, pp.333-346

58. M. D. Trifunac : "Interaction of a Shear Wall with the Soil for Incident Plane SH-Waves", Bull. Seis. Soc. America, 62, 1972, pp.63-83
59. R. J. Apsel and J. E. Luco : "Torsional Response of a Rigid Embedded Foundation", J. Eng. Mech. Div. ASCE, 102, 1976, pp.957-970
60. C. A. Brebbia and S. Walker : "Boundary Element Techniques in Engineering", Newnes-Butterworths, 1980
61. J. Dominguez and J. M. Roesset : "Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations", Research Rep. R78-20, MIT, 1978
62. J. Dominguez : "Response of Embedded Foundations to Travelling Waves", Research Rep. R78-24, MIT, 1978
63. T. Maeda : "A Study on the Dynamic Interaction of a Rigid Embedded Foundation and Soil by the Boundary Element Method in 3-Dimension", Proc. 6th Japanese Earthquake Eng. Symp., 1982, pp.1761-1767
64. 武藤清, 村田豊弥, 高橋元一, 源栄正人, 釜田正毅, 天野晶彦 : "埋込み構造物と地盤の相互作用に関する解析的研究", 第29回構造工学シンポジウム, 1983, pp.187-194
65. M. Tohdo, O. Chiba, and R. Fukuzawa : "Impedance Functions and Effective Input Motions of Embedded Rigid Foundations", 7th Japanese Earthquake Eng. Symp., 1986, pp.1039-1044
66. T. Kobori, Y. Shinozaki and A. Mita : "Soil-Structure Interaction Analysis of Embedded Structure by Boundary Integral Equation Method", Proc. 6th Japanese Earthquake Eng. Symp., 1982, pp.733-1744
67. R. J. Apsel and J. E. Luco : "Impedance Functions for Foundations Embedded in a Layered Medium : An Integral Equation Approach", Earthquake Eng. Struct. Dyn., 15, 1987, pp.213-231
68. A. Mita : "Dynamic Response of Embedded Foundations : A Hybrid Approach", Ph.D. Thesis, Univ. of California San Diego, 1986
69. J. E. Luco and L. Contesse : "Dynamic Structure-Soil-Structure Interaction", Bull. Seis. Soc. America, 63, 1975, pp.1289-1303
70. 水野二十一 : "異種構造物間連成振動の諸パラメータとその効果", 第4回地震工学シンポジウム, 1975, pp.887-894
71. 小堀鐸二, 南井良一郎, 日下部馨 : "粘弾性層地盤上の構造物群の振動特性", 関東地震50周年記念地震工学シンポジウム, 1973, pp.195-202
72. 多賀直恒, 大島幸雄 : "弾性地盤上の構造物群の連成振動", 関東地震50周年記念地震工学シンポジウム, 1973, pp.109-116

73. T. Kobori and K. Kusakabe : "Dynamic Cross Interaction between Two Embedded Foundations", Proc. 5th Japanese Earthquake Eng. Symp., 1978, pp.521-528
74. 田治見宏, 下村幸夫: "3次元薄層法による建物-地盤系の動的解析", 日本建築学会論文報告集, 第243号, 1976, pp.41-51
75. 中村満喜夫: "半無限弾性地盤上の二つの基礎の地震応答 その1、その2", 愛工大研究報告, 15-B号, 1980, pp.247-263
76. 川瀬博, 吉田一博, 佐藤俊明: "境界要素法による地表面上剛基礎の相互連成解析", 清水建設研究報告, 第38号, 1984, pp.11-21
77. 吉田一博, 川瀬博: "埋設された剛構造物相互の連成振動", 第7回日本地震工学シンポジウム, 1986, pp.1045-1050
78. H. L. Wong and J. E. Luco : "Dynamic Interaction between Rigid Foundations in a Layered Half-space", Soil Dyn. Earthquake Eng., 5, 1986, pp.149-158
79. H-T. Lin, J. M. Roesset and J. L. Tassoulas : "Dynamic Interaction between Adjacent Foundations", Int. J. Earthquake Eng. Struc. Dyn., 1987, pp.323-344
80. J. Lysmer, T. and R. Kuhlemeyer : "Finite Dynamic Model for Infinite Media", J. Eng. Mech. Div. ASCE, 95, 1969, pp.959-977
81. C. M. Ulrich and R. Kuhlemeyer : "Coupled Rocking and Lateral Vibrations of Embedded Footings", Can. Geotech. J., 10, 1973, pp.145-160
82. J. Lysmer and L. A. Drake : "A Finite Element Method for Seismology", Chap.6 of Methods in Computational Physics, Vol.11 : Seismology, Academic Press, 1971
83. G. Waas : "Earthquake Vibration Effects and Abatement for Military Facilities", Tech. Rep. S-71-14, U.S. Army Eng. WES, 1972
84. E. Kausel, J. M. Roesset and G. Waas : "Dynamic Analysis of Footings on Layered Media", J. Eng. Mech. Div. ASCE, 101, 1975, pp.679-693
85. E. Kausel and J. M. Roesset : "Dynamic Stiffness of Circular Foundations", J. Eng. Mech. Div. ASCE, 101, 1975, pp.771-785
86. 清水信行, 田治見宏, 山本鎮男, 河田毅治, 桑折能彦: "薄層要素による地中深く埋めこまれた原子炉建物の地震応答解析", 第4回日本地震工学シンポジウム, 1975, pp.297-304
87. 奥村光男, 多田和美, 宇高竹和: "地盤-構造物系の相互作用解析における一手法", 第4回電子計算機利用シンポジウム, 1982, pp.145-150

88. 福和伸夫, 長谷川正幸, 高田毅士, 佐藤俊明, 奈良岡浩二, 小柳義雄: “FEMによる構造物-地盤連成系解析システム”, 第6回電子計算機利用シンポジウム, 1984, pp.85-90
89. J. Lysmer, T. Udaka, H. B. Seed and R. N. Hwang : “LUSH - A Computer Program for Complex Response Analysis of Soil-Structure System”, Research Rep. No. EERC 74-4, University of California, Berkeley, 1974
90. J. Lysmer, T. Udaka, H. B. Seed and R. N. Hwang : “FLUSH - A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems”, Research Rep. No. EERC 75-30, University of California, Berkeley, 1975
91. J. Lysmer, T. Udaka, C-F. Tsai and H. B. Seed : “ALUSH - A Computer Program for Seismic Response Analysis of Axisymmetric Soil-Structure Systems”, Report No. EERC 75-31, University of California, Berkeley, 1975
92. R. N. Hwang , J. Lysmer and E. Berger : “ Simplified Three Dimensional Soil-Structure Interaction Study”, Proc. 2nd ASCE Specialty Conference on Structural Design of Nuclear Plant Facilities, I -A, New Orleans, 1975
93. S. M. Day : “Finite Element Analysis of Seismic Scattering Problems”, Ph.D Thesis, University of California, San Diego, 1977
94. S. Gupta, T. W. Lin, J. Penzien and C. S. Yeh : “Hybrid Modelling of Soil-Structure Interaction”, Rep. No. EERC 80-9, University of California, Berkeley, 1980
95. G. Dasgupta : “Foundation Impedance Matrices by Substructure Deletion”, J. Eng. Mech. Div. ASCE, 106, 1980, pp.517-523
96. J. Lysmer, R. M. Tabatabaie, F. Tajirian, S. Vahdani, F. Ostadan : “SASSI - A System for Analysis of Soil-Structure Interaction”, UCB/GT/81-02, University of California, 1981
97. S. Nakai, I. Takahashi, T. Tamura and N. Fukuwa : “Simplified Infinite boundary for Three-Dimensional Finite Element Analysis of Soil-Structure Interaction”, Proc. 6th Japanese Earthquake Eng. Symp., 1986, pp.961-966
98. 山原浩: “地震時の地動と地震波の入力損失(第1報),(第2報)”, 日本建築学会論文報告集, 第165号, 1969, pp.61-66, 第167号, 1970, pp.25-30
99. 井口道雄: “地震動の位相差及地盤-構造物の相互作用を考慮した地震応答”, 関東地震50周年記念地震工学シンポジウム, 1973, pp.211-218

100. T. Kobori, T. Minai and Y. Shinozaki : "Vibration of a Rigid Circular Disk on an Elastic Half-Space Subjected to Plane Waves", *Theoretical and Appl. Mech.*, 21, 1973, pp.109-119
101. J. E. Luco : "Torsional Response of Structures to Obliquely Incident SH Waves", *Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 4, 1976, pp.207-219
102. E. Kausel, R. V. Whitman, J. P. Morray and F. Elasabee : "The Spring Method for Embedded Foundations", *Nucl. Eng. Des.*, 48, 1978, pp.377-392
103. H. L. Wong and J. E. Luco : "Dynamic Response of Rectangular Foundations to Obliquely Incident Seismic Waves", *Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 6, 1978, pp.3-16
104. M. Iguchi : "An Approximate Analysis of Input Motions for Rigid Embedded Foundations", *Tran. AIJ*, No.315, 1982, pp.61-75
105. V. W. Lee and M. D. Trifunac : "Body Wave Excitation of Embedded Hemisphere", *Eng. Mech. Div. ASCE*, 108, 1982, pp.546-563
106. J. E. Luco and H. L. Wong : "Seismic Response of Foundations Embedded in a Layered Half-space", *Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 15, 1987, pp.233-247
107. J. E. Luco, H. L. Wong and M. D. Trifunac : "A Note on the Dynamic Response of Rigid Embedded Foundations", *Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 4, 1975, pp.119-127
108. G. N. Bycroft : "Soil Foundation Interaction and Differential Ground Motion", *Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 8, 1980, pp.397-404
109. J. E. Luco : "Linear Soil-Structure Interaction", Rep. UCRL-15272, Lawrence Livermore National Laboratory, California, 1980
110. J. P. Wolf : *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, 1985
111. 中井正一, 市川隆之, 渡辺孝英, 広谷勉, 室井一夫 : "切欠き型サブストラクチャー法の分類と適用 (その1~2)", *日本建築学会大会学術講演梗概集*, 1985, pp.349-352
112. J. E. Luco : "On the Relation between Radiation and Scattering Problems for Foundations Embedded in an Elastic Half-space", *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 5, 1986, pp.97-101
113. 吉田長行, 藤谷義信, 藤井大地 : "基本物理量の相互関係に基づく地盤と基礎の動的相互作用解析", *日本建築学会構造系論文報告集*, 第367号, 1986, pp.103-110

114. J. R. Hall : "Coupled Rocking and Sliding Oscillations of Rigid Circular Footings", Proc. Int. Symp. Wave Prop. Dyn. Prop. Earth Mat., N.M., 1967, pp.139-148
115. 山原浩 : "弾性地盤上の基礎および構造物の振動性状に関する研究(その1)(その2)", 日本建築学会論文報告集, 第115号, 1965, pp.6-14, 第120号, 1966, pp.35-43
116. J. W. Meek and A. S. Veletsos : "Simple Models in Foundations of Lateral and Rocking Motion", Proc. 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome 2, 1974, pp.2610-2613
117. J. P. Wolf and D. R. Somaini : "Approximate Dynamic Model of Embedded Foundation in Time Domain", Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn., 14, 1986, pp.683-703
118. M. Graffar-Zadeh and F. Chapel : "Frequency-Independent Impedances of Soil-Structure Systems in Horizontal and Rocking Modes", Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn., 11, 1983, pp.523-540
119. H. Mizuno and M. Iiba : "Shaking Table Testing of Seismic Building-Pile-Soil Interaction", Proc. 6th Japan Earthquake Eng. Symp., 1982, pp.1713-1720
120. 飯場正紀, 水野二十一 : "建物-杭-地盤系の相互作用に関する実験的研究", 第7回日本地震工学シンポジウム, 1986, pp.853-858
121. 松島豊, 町田亘寛, 水野二十一, 佐藤幸一, 寺田倫康, 岡野創 : "深い根入れを有する大型構造物の模型振動台実験 (その1~3)", 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1984, pp.697-702
122. 秋野金次, 石川嘉崇, 中井正一, 慈道順一, 河村壮一, 角田智彦, 丹羽正徳 : "大型模型による原子炉建屋と地盤の動的相互作用 (その1~6)", 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1984, pp.2301-2312
123. 篠崎祐三 : "油圧制御起振機実験による鋼構造実大架構-地盤連成系の振動特性", 第7回日本地震工学シンポジウム, 1986, pp.895-900
124. K. Ishida : "Dynamic Characteristics of Soil-Foundation Interaction System Detected from Forced Vibration Test and Earthquake Observation", Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn., 13, 1985, pp.799-825
125. 丹羽正徳, 八幡夏恵子, 石橋敏久, 太田外気晴 : "ブロック基礎の起振機実験結果に基づく成層地盤の動的相互作用の一考察", 日本建築学会論文報告集, 第364号, 1986, pp.99-110
126. G. Gazetas and J. M. Roesset : 'Vertical Vibration of Machine Foundations', J. Geotech. Eng. Div. ASCE, 105, 1979, pp.1435-1454

127. Z. Hryniewicz : "Vibration of Rigid Body on an Elastic Half-Plane", *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 24, 1980, pp.113-123
128. E. Kausel : "Forced Vibrations of Circular Foundations on Layered Media", *Research Report R74-11, MIT, 1974*
129. J. E. Luco and A. H. Hadjian : "Two-dimensional Approximation of the Three-dimensional Soil-Structure Interaction Problem", *Nucl. Eng. Des.* 31, 1974, 195-203
130. M. Jakub and J. M. Roesset : "Dynamic Stiffness of Foundations : 2D vs 3D Solutions", *Reserch Report R77-36, MIT, 1977b*
131. F. E. Richart, R. D. Woods and J. R. Hall : *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1970
132. G. Gazetas, 'Analysis of Machine Foundations : State of the Art', *Int. J. Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 2, pp.1-42
133. 武藤清, 金山弘雄 : "最近の原子力発電所の耐震解析の新技术(多質点系「格子型モデル」による応答解析)", 第26回構造工学シンポジウム, 1980, pp.141-148
134. D. W. Coats : "Recomended Revisions to Nuclear Regulatory Commission Seismic Design Criteria", *NUREG/CR-1161, 1980*
135. 藤谷芳男, 松本茂紀, 安井讓 : "基礎地盤動特性の等価2質点置換モデル", *日本建築学会学術講演梗概集*, 1980, pp.595-596
136. 平島新一, 小柳義雄, 渡辺孝英, 中井正一, 市川隆之, 須原淳二 : "地盤-建物連成系振動解析モデルに関する一考察", *日本建築学会学術講演梗概集*, 1981, pp.637-638
137. 長谷川正幸, 中井正一, 渡辺孝英 : "時刻歴の地震応答解析に対する動的サブストラクチャー法の適用", *清水建設研究報告*, 40, pp.33-47
138. 福和伸夫, 小柳義雄, 市川隆之 : "動的地盤ばねの幾何学的非線形性を考慮した基礎浮上り解析", *構造工学論文集*, 32B, 1986, pp.11-18
139. J. P. Wolf and P. Oberhuber : "Non-linear Soil-Structure-Interaction Analysis Using Dynamic Stiffness or Flexibility of Soil in the Time Domain", *Int. J. Earthquake Eng. Struc. Dyn.*, 13, 1985, pp.195-212
140. 林康裕, 福和伸夫, 中井正一 : "コンタクト要素と時刻歴BEM/FEMハイブリッド法を用いた非線形地震応答解析", *日本建築学会大会学術講演梗概集*, 1987, pp.525-526
141. I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik : *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1980

142. W. M. Ewing, W. S. Jardetzky and F. Press : *Elastic Waves in Layered Media*, McGraw-Hill, 1957
143. I. M. Longman : "On the Numerical Evaluation of Cauchy Principal Values of Integrals", *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, 12, 1958, pp.205-207
144. 木村孟 : 土の応力伝播, 鹿島出版会, 1978
145. 佐藤泰夫 : 弾性波動論, 岩波書店, 1968
146. H. L. Wong : "Diffraction of P, SV and Rayleigh Waves by Surface Topographies", Rep. No. CE79-05, Univ of South. Cal., 1979
147. 田蔵隆, 清水勝美, 嶋田穰, 木全宏之 : "基盤の深さが大きく変化する地盤の震動特性について", 第18回土質工学研究発表会, 1983, pp.657-660
148. H. L. Wong, P. C. Jennings : "Effect of Canyon Topography on Strong Ground Motion", *Bull. Seis. Soc. Am.*, 65, 1975, pp.1239-1257
149. 小堀鐸二, 篠崎祐三 : "起振機実験による不整形地盤の振動特性", 地震, 第2輯, 第35巻, 1982, pp.259-281
150. 富樫豊, 横井薫 : "不整形地盤の振動特性", 第6回日本地震工学シンポジウム, 1982, pp.673-680
151. Y-H. Pao and C-C. Mow : *Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations*, Crane Russak, N. Y., 1971
152. G. F. Miller and H. Pursey : "On the Partition of Energy between Elastic Waves in a Semi-infinite Solid", *Proc. Roy. Soc.*, A233, 1955, pp.55~69
153. G. Gazetas and R. Dobry, "Simple Radiation Damping Model for Piles and Footings", *J. Eng. Mech. Div. ASCE*, 110, 1984, pp.937-956
154. A. Pauw : "A Dynamic Analogy for Foundation-Soil Systems," *Symp. Dyn. Test. Soil*, 1953, pp.90~112

謝 辞

相互作用問題に携わる契機となったのは、名古屋大学在学中に松岡理教授の下で指導を受けた地中内部加振問題に関する研究である。以来、松岡先生には大局的な立場に立っての貴重な助言を多く受けてきた。また、小坂義夫教授、坂本順教授、多賀直恒教授には、在学中より多くの知見を教示頂いてきた。多賀先生には耐震問題全般についての薫陶を受け、坂本先生、松井徹哉助教授と共に公私にわたって暖かい励ましを受けた。

本論文は、清水建設(株)入社以来約八年間に行った研究をまとめたものである。研究の発端はプログラムFLUSHの導入に当たって、当時脚光をあびはじめた境界要素法を用いて相互作用問題への適用性を解析的に検証しようとしたことに溯る。このアイデアは中井正一博士、平島新一氏、渡辺孝英博士などとの議論から生まれたものであり、以来、中井氏と共同して研究を進めてきた。中井氏には、種々のシステム開発、原子力発電施設の耐震設計、受託研究など研究・仕事の両面に亘って多くの助言を受け、耐震設計全般への目を広げて頂いた。また、本研究の基礎ともなる弾性波動論に道を開いてくれたのは在学当時研究生であった八幡夏恵子博士(鹿島建設技術研究所)であり、研究室の先輩である水野二十一氏と共に在学中以来多くの示唆を受けた。

本研究の中で、三次元境界要素解析については吉田一博氏および川瀬博氏により、有限要素-境界要素結合解法のうち面外解析問題については佐藤俊明氏により開発されたコードであり、沖積谷の地震観測結果は西野康雄氏、田蔵隆氏、清水勝美氏のご好意により使用させて頂いたものである。本研究の多くは、原子力部在部以来、原子力施設の相互作用解析手法の確立を目指して行ってきたものであり、前出の各氏のと共に、小柳義雄氏、長谷川正幸氏らを初めとする大崎研究室原子力グループの諸氏との有益な議論や啓発に負う所が大きい。また、大崎順彦博士、山原浩博士には幅広く研究・仕事に携わる環境を作って頂き常に暖かく見守って頂いた。

略 歴

- 1975年～1979年 名古屋大学工学部建築学科
- 1979年～1981年 名古屋大学大学院工学研究科建築専攻
- 1981年～1982年 清水建設(株)原子力部
- 1982年～ 清水建設(株)大崎研究室

発表論文一覧

本研究に直接関係する論文

審査論文

1. 中井正一, 福和伸夫: “2次元地盤地表面上剛基礎の動特性 —境界要素法による動的擬似3次元効果に関する研究—”, 日本建築学会論文報告集, 第344号, 1984, pp.81-92
2. 福和伸夫, 佐藤俊明, 川瀬博, 中井正一: “不整形性を有する沖積地盤の地震観測シミュレーション —BEMとFEMの結合解析による解析—”, 構造工学論文集, Vol.31B, 1985, pp.1-10
3. 中井正一, 福和伸夫: “埋込み剛基礎の動特性に基づく動的擬似3次元効果の考察 —境界要素法による動的擬似3次元効果に関する研究—”, 日本建築学会構造系論文報告集, 第380号, 1986, pp.57-67

国際会議・シンポジウムなど

4. S. Nakai and N. Fukuwa: “Boundary Element Analysis of Approximate Three Dimensional Soil-Structure Interaction”, Proc. 6th Japan Earthquake Eng. Symp., 1982, pp.1633-1640
5. S. Nakai and N. Fukuwa and M. Hasegawa: “Approximate Three Dimensional Analysis of Embedded Structures”, 8th World Conf. Earthquake Eng., III, 1984, pp.689-696
6. 福和伸夫, 中井正一: “基礎—地盤系の相互作用解析における簡易的解析手法に関する研究”, 清水建設研究報告, 第47号, 1988, pp.47-58

グリーン関数・境界要素法・有限要素法などの数値解析に関連する論文

国際会議・シンポジウムなど

7. 松岡理, 八幡夏恵子, 福和伸夫: “地中加振問題の一考察 —点加振解とその構造物への応用—”, 第27回構造工学シンポジウム, 1981, pp.77-84
8. 高田毅士, 市川隆之, 福和伸夫, 中井正一, 古村利幸, 小柳義雄: “サブストラクチャー法による構造物—地盤連成系解析システム”, 第5回電子計算機利用シンポジウム, 1983, pp.157-162
9. 福和伸夫, 長谷川正幸, 高田毅士, 佐藤俊明, 奈良岡浩二, 小柳義雄: “FEMによる構造物・地盤連成系解析システム”, 第6回電子計算機利用シンポジウム, 1984, pp.85-90
10. 長谷川正幸, 中井正一, 福和伸夫, 田村哲郎: “薄層法による地中点加振解を用いた境界要素法 —根入れを有する剛構造物への適用—”, 第30回構造工学シンポジウム, 1984, pp.379-386

11. M. Hasegawa, S. Nakai, N. Fukuwa and T. Tamura : "Dynamic Analysis of A Rigid Structure Embedded in a Multilayered Medium by the Boundary Element Method", Shimizu Technical Bulletin, No.4, 1985, pp.1-7
12. S. Nakai, I. Takahashi, T. Tamura and N. Fukuwa : "Simplified Infinite Boundary for Three-Dimensional Finite Element Analysis of Soil-Structure Interaction", Proc. 7th Japan Earthquake Eng. Symp., 1987, pp.961-966
13. 高橋郁夫, 中井正一, 福和伸夫, 奈良岡浩二 : "三次元有限要素法を用いた大型振動台周辺地盤の振動特性に関する研究", 第10回電子計算機利用シンポジウム, 1988, pp.151-156
14. 渡辺宏一, 福和伸夫, 大沢一彦, 林康裕, 金子美香, 田村和夫, 小柳義雄 : "三次元非線形振動解析システムDAC3Nの開発", 第11回情報・システム・利用・技術シンポジウム, 1989(掲載予定)

地盤および建屋の振動シミュレーションに関連する論文

審査論文

15. 奈良岡浩二, 福和伸夫, 渡辺宏一, 塩谷清人, 箕輪親宏 : "大型振動台加振時の周辺地盤の振動性状と振動抑制に関する実験・解析的研究", 構造工学論文集, Vol.35B, 1989(印刷中)

国際会議・シンポジウム

16. 高田毅士, 福和伸夫, 佐藤俊明, 萩原哲也, 中井正一, 横田治彦 : "実証運転用石炭サイロの振動試験シミュレーション解析", 第7回電子計算機利用シンポジウム, 1985, pp.121-126", 構造工学論文集, Vol.32B, 1986

非線形振動問題に関連する論文

審査論文

17. 福和伸夫, 小柳義雄, 市川隆之 : "動的な地盤ばねの幾何学的非線形性を考慮した基礎浮上り解析", 構造工学論文集, Vol.32B, 1986, pp.11-18

国際会議・シンポジウム

18. 林康裕, 市川隆之, 福和伸夫 : "非対称な埋込みを有する構造物の非線形地震応答解析", 第7回日本地震工学シンポジウム, 1986, pp.1027-1032
19. I. Takahashi, Y. Koyanagi, N. Fukuwa and K. Yoshida : "Dynamic Characteristics of Base-Isolated Reactor Building Subjected to Various Types of Travelling Waves", 9th SMIRT, K2, 1987, pp.661-666
20. Y. Hayashi, N. Fukuwa, S. Nakai and Y. Koyanagi : "Earthquake Response Analysis Considering Soil-Structure Separation Using Contact Elements and Dynamic Flexibility of Soil in Time Domain", 9th World Conf. Earthquake Eng., 1988