

減速材領域応答関数法による 原子炉動特性の研究

名古屋大学図書
和 826908

山 根 義 宏

名古屋大学工学部原子核工学科

1980

目 次

第I章 序論	1
1.1 原子炉の動特性	1
1.2 モード法とロード法	3
1.3 本研究の背景	6
1.4 本研究の概要	11
第II章 減速材領域応答関数法	14
2.1 予備的考察	14
2.1.1 中性子の動的挙動	14
2.1.2 1点炉近似の動特性方程式	19
2.2 減速材領域応答関数	28
2.2.1 応答行列法	28
2.2.2 減速材領域応答関数法の導出	30
2.2.3 応答関数の性質	35
2.3 原子炉動特性方程式の導出	41
2.3.1 基礎方程式	41
2.3.2 結合炉動特性方程式の導出	45
2.3.3 裸炉, 反射体付原子炉に対する表現	54
第III章 結合型原子炉の動特性パラメータ	57
3.1 T. Kawai の方程式との比較	57
3.1.1 T. Kawai の伝達関数	57
3.1.2 動特性の伝達関数表現	59
3.2 結合炉動特性パラメータの定義	62
3.2.1 一般化された方程式から Baldwin 型表現へ	62
3.2.2 結合係数と未臨界度	69
3.2.3 Argonaut 炉の動特性パラメータ値	72
3.3 動特性パラメータの炉心間距離依存性	77

3.3.1	KUCA C35G x H ₂ O 炉と熱群定数	77
3.3.2	C35G x H ₂ O 炉の動特性パラメータ値	81
第Ⅳ章 パイルオシレータ実験		90
4.1	動特性パラメータの評価法	90
4.1.1	従来のパラメータ評価法	90
4.1.2	動特性パラメータ評価法の原理	96
4.2	実験装置	101
4.2.1	臨界集合体とパイルオシレータ装置	101
4.2.2	測定系	104
4.3	データ処理	106
4.3.1	摂動反応度値の決定	106
4.3.2	分割積分法	111
4.3.3	誤差評価	117
4.4	測定結果	119
4.4.1	周波数応答 $ \Sigma_{I,m} , \angle \Sigma_{I,m}$	119
4.4.2	結合係数 Δ	123
4.4.3	結合の遅れ時間 $\bar{\tau}$	127
4.4.4	中性子生成時間 Λ	131
第Ⅴ章 反射体付単一炉の中性子生成時間		135
5.1	反射体効果を含む中性子生成時間	135
5.1.1	問題の背景	135
5.1.2	円柱形状反射体付炉の中性子生成時間 Λ_r	137
5.2	中性子生成時間の構造	141
5.2.1	随伴中性子の物理的解釈	142
5.2.2	中性子インポートランス量の収支	144
5.2.3	素過程に基づく Λ_r の導出	148
5.3	数値計算と測定値の比較	153
5.3.1	測定値	153
5.3.2	数値計算法	156
5.3.3	計算結果	161

第Ⅵ章	2群計算法と非対称性	165
6.1	2群計算への拡張	165
6.1.1	動特性方程式の導出	165
6.1.2	2群減速材領域応答関数	171
6.1.3	動特性パラメータの定義	174
6.1.4	検討	177
6.2	非対称性の問題	178
6.2.1	非対称の定義	178
6.2.2	中性子束分布の測定と非対称度	182
6.2.3	非対称炉の動特性パラメータ値	186
6.2.4	パラメータ抽出法に対する非対称性の問題	190
6.3	境界流の近似と1点炉近似	196
6.3.1	境界流の近似	196
6.3.2	1点炉近似について	198
6.4	減速材領域応答関数法の応用	203
第Ⅶ章	要約	205
	あとがき	210
Appendix A	時間領域応答関数の導出	212
B	外部中性子源Sと体系全体の反応度	215
C	標準偏差 $\sigma(N_k)$ の導出	217
D	円柱状反射体付単一炉に対する動特性方程式	219
E	円柱体形における随伴中性子流の導出	221
F	円環状反射体領域の応答関数	223
G	中性子波伝播定数	225
	引用文献	227
	発表論文リスト	235

第I章 序論

この章では、原子炉の動特性研究を概説した後に、本研究の目的とその概要を述べる。

1.1 原子炉の動特性

原子炉を対象として、中性子増倍の関与する現象を調べる炉物理のうち、中性子集団の時間的挙動を研究する分野を原子炉動特性の研究という。ここで中性子集団の時間的挙動を調べるとは、典型的には次の様な問題を扱う。いま一定の出力で運転している原子炉に、この定常状態を乱す外乱が加わった時、出力がその後どの様に推移するのかを調べる。これにより、対象とした原子炉の出力が発散する事がない、つまり安定であるか否かを知る事ができる、また逆に安定である様に炉を設計したり、制御するのに必要な知見を得る事ができる。この点において原子炉の動特性の研究は炉物理の基礎的研究であると同時に工学的にも重要な問題である。

ところで、当然であるが、対象とする原子炉の違いによってその炉の動特性を特長づける現象には相違がある。そこで、原子炉をその大きさと出力の状態で分類した時に注意しなければならない特長を表I-1にまとめてみる。ここでいう「点炉近似」とは制御の分野の“集中定数系”に相当する

表 I-1 動特性からみた原子炉の分類

	小 型 炉	大 型 炉
低 出 力	1 点 炉 近 似 の 扱 い	空 間 依 存 の 扱 い
高 出 力	1 点 炉 近 似 の 扱 い フィードバック効果	空 間 依 存 の 扱 い フィードバック効果

ものであり、先の外乱に対する応答の例で考えるならば、炉に加わった外乱の効果はすみやかに原子炉全体に及び、結果的に原子炉のどの部分も外乱に対して同じ時間的振舞いを示すとみなす事に相当する。この1点炉近似の扱いは本研究においても重要な役割りをしており、詳しい解説は第II章以降で扱う。他方、大型の炉を想定した場合には、外乱の影響が原子炉全体に及ぶにはある時間遅れを必要とし、結局原子炉はその場所毎に少しずつ異なった時間的挙動を示す、これを動特性の空間依存性という。次に低出力の場合には、外乱に対する応答は、入力対出力の関係として比較的簡単に処理できるが、高出力の場合には事情が異なってくる。すなわち、外乱に対する応答が原子炉の場合典型的には温度効果を介して入力側にフィードバックする効果が生ずる。以上の

事から、研究用原子炉の様に比較的小型で出力のあまり高くないものは、1点炉近似の範囲で扱える事になる。一方、商業用発電炉の様に大型高出力の炉に対しては、空間依存、フィードバック効果を考慮した動特性を扱う必要がある。近年商業炉の実用化に伴ない、大型炉・高出力時の動特性の研究に力が注がれている。[2,3]

1.2 モード法とロード法

前節で述べた様に、比較的小型の原子炉は1点炉近似で扱えるが、小型の原子炉でも、炉心（中性子増倍物質を含む領域を以下、炉心と称する）を中性子経済を有利にする目的で反射体（主に中性子減速材からなり、炉心から洩れ出た中性子を炉心に戻す効果がある）で囲んだ、いわゆる反射体付原子炉や、複数の炉心が結合領域（主に中性子減速材からなり、この領域は反射体としての効果も同時に兼ねている）を介して互に影響しあい全体として原子炉を構成している結合型原子炉では、少し事情が異なってくる。つまり、反射体、結合領域の様な減速材からなる部分と、増倍物質を含む炉心部分とは、外乱に対する応答特性に違いがあり、もはや厳密な意味で1点炉近似の扱いをするのは無理があり、空間依存動特性を考える必要がある。

こうした事情を反映して、反射体付原子炉や結合型原子炉を

[4,5]

空間依存動特性の視点から扱う研究が今迄にも数多く行われて来た。この方向の研究は、大別するとモード法とノード法という二つのアプローチのいずれかに分類できる。モード法とは、対象とする体系を記述する中性子拡散方程式を固有値方程式とみなし、固有値とそれに対する固有関数を扱う手法で解析する。この時、固有値は一般に無限個存在するので、各固有値およびその固有関数をモードとよび、これがモード法の名の由来である。ところで、拡散方程式のどの変量について固有値問題を設定するかによって、種々な型のモードの扱いが可能である。例えば、時間について、あるいは空間についての固有値問題が設定可能であり、通常前者を ω -モード法（または α -モード法）、後者を λ -モード法とよびならわしている。[6] どのモード法を採用するかは特別のきまりはなく、対象とする問題の性質に応じて、解析を簡単にできる——少数のモードで現象を良く表現できる——様なモード法が選択できるし、またここにモード法の選択を工夫する余地がある。

一方、ノード法とはその名の如く、原子炉を多数の領域（節・ノード）に分割し、その小領域を代表する量（例えば、小領域全体に渡って積分した中性子数）の収支を表わす方程式を、互に連立させて解く事により空間依存性を表現する。この場合にもどの程度の大きさの小領域に分割するのか、またどうゆう原理で領域相互の

[11]

關係を表現するのにかよって種々の工夫が講じられている。先に述べた1点炉近似は炉心を1つの領域とするノード法の1種とみなし得る。またこれとは別に、小領域間の中性子の流れに着目し、小領域を透過する中性子流とここで反射する中性子流を使って、

[12]

小領域間の關係を表現する応答行列法（または応答関数法）という手法がある。これは時間依存アルベドの方法を発展させたものであるが、これもノード法の一種とみなし得る。

さて、モード法とノード法では各々が長短を持ち、空間依存動特性の研究という目的からすれば、各々相い補なう型で使い分けられるのが望ましいと思われる。ところが、今までの研究成果を概観してみると、モード法は主に理論的側面から、逆にノード法は実験的側面から研究されており、しかも互に独立に進められていて交渉は少ないと思われる。特に、本研究の目的の1つである

[8-12]

結合型原子炉の動特性に關しては、ノード法に従う研究が大部分を占めている。

これは、先に述べた結合炉を特長付ける“結合の効果”がノード法では“結合係数”

とよばれる直観的に理解しやすく、また比較的容易に測定できるパラメータで表現

されるのに対して、モード法では“結合の効果”が基本モード固有値とオイモード固有値

[13,14]

*)

の差で表現される事になり、直観的にとらえ難い上に測定しにくい量になっている

からだと思われる。

*) “eigenvalue separation” という様な量が提案されたりしている。[14]

本研究は、オII章で明確にするが、1点炉近似と応答関数法を併用している。基本的にはノード法の範疇に属するが、その導出の過程でモード法の考え方を援用している。この節で説明した空間依存動特性の概説には須田

[1]

[7]

信英、応答関数法に関しては清水彰直・青木克忠による成書が参考になる。

特に前者は豊富な文献表が貴重である。また、結合炉におけるモード法とノード法

[12,13]

の関係については、川合敏雄の論文が重要である。

1.3 本研究の背景

本研究に着手した動機とその経過について少し触れておこう。

直接の動機は京都大学原子炉実験所に建設が予定されている30MWの高中性
子束炉(KUR-II)の建設計画に端を発する。KUR-IIは高い熱中性子束(目標
値 $1 \times 10^{15} \text{ n/cm}^2 \cdot \text{s}$)を広い領域で達成する為に、軽水減速・軽水冷却の高濃縮
ウラン非均質炉心を重水容器内に約10cmの間隔で2個配置した結合型原子炉
として設計が開始された。[15] これと並行して、この特別な仕様の原子炉の設計に役
立つデータを提供するために、同所の臨界集合体実験装置(通称KUCA)の軽水
減速架台に組んだ結合型の模擬炉心を使って、臨界量、制御棒価値、
温度係数、中性子束分布さらに動特性の各種炉物理実験が全国大学

炉物理研究者の協力研究によって実施された。この協力研究の一環として我々は結合型原子炉の動特性を主に理論面から検討する作業に取り組んだ。

この作業を通して、結合型原子炉の研究状況が概略次の様である

点が解った。まず結合型原子炉の研究自体は古く、すでに原子力研究の揺籃

期に始まっており、才2回原子力の平和利用に關する国際会議(1958年)における

[16]

R. Avery の論文がその代表ともいえるものである。その後、米国アルゴンヌ国立研究

[17]

所に設置された教育訓練炉が、軽水減速濃縮ウラン炉心を黒鉛体系中に

配置して結合型原子炉とする事ができる為、この原子炉(通称 Argonaut 炉)

[8,12]

を使用して結合炉の実験的研究が本格的に始まった。さらに、これを契機

[18]

[19,20]

[9,21]

として フロリダ大学、アイオワ州立大学 さらに西ドイツのカーlsruhe 研究所、英国の

[22]

リバプール・マンチェスター大学連合 など各所に Argonaut 炉に類似の原子炉が作られ

研究が活発に進められた。1967年には米国テキサス A & M 大学で同大学・アメリカ

[23]

原子力学会(ANS)共催の「結合炉専門家会議」が開催された。この会議には

多数の論文が提出され、そこで提示された基本的な考え方は物理的洞察に富み

現在でもなお多くの示唆を含んでいる。その後もこの方面の研究成果は散発的

ではあるが各雑誌に発表されつつ現在に至っている。

ところで、1.2 節に述べた様に、これらの研究は大部分がノード法表現

[8]

に基づいている。特に、1959年に G.C. Baldwin が Argonaut 炉を対象として

提唱した動特性方程式がその代表格であり、通常この方程式は Baldwin モデル

の名でよばれており、多くの研究者は基本的にはこのモデルを出发点として自から

[23]

の議論を展開している。この方程式は、各炉心を裸の炉心と仮定して 1 点炉

近似で扱い、もう一方の炉心の影響を“結合係数”を使って 1 点炉近似した方程

式に取り込むという思想にたっている。簡単にする為に炉心 I と炉心 II の 2 つの炉心

からなる結合炉を考えてみると、方程式は次の様になる。

$$\begin{aligned} \frac{dN_m(t)}{dt} = & \frac{\rho_m - \beta}{\Lambda_m} N_m(t) + \frac{\Delta_{m \leftarrow n}}{\Lambda_m} \int_0^\infty N_n(t-\tau) g_{mn}(\tau) d\tau \\ & + \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k \lambda_k}{\Lambda_m} \int_0^\infty N_m(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + Q_m(t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$(m, n = I, II \quad m \neq n)$$

ここで、

$N_m(t)$: 炉心 m の中性子密度、

ρ_m : 炉心 m の反応度、

Λ_m : 炉心 m の中性子生成時間、

$\Delta_{m \leftarrow n}$: 炉心 n から炉心 m への結合係数、

$g_{mn}(\tau)$: 炉心 n から炉心 m への中性子透過又は結合を表現する積分核、

但し $\int_0^\infty g_{mn}(\tau) d\tau = 1$ に規格化されている。

β_k : 遅発中性子生成割合、 $\beta = \sum_k \beta_k$

λ_k : 遅発中性子崩壊定数.

$Q_m(t)$: 炉心 m における外部中性子源.

この方程式は 炉心 m の中性子密度の時間変化 $N_m(t)$ には, 炉心 m に固有の反応度 β_m

(右辺第1項), 炉心 m における遅発中性子 (第3項), 炉心 m に存在する外部中性子源

$Q_m(t)$ (第4項)の効果に加えて, 炉心 m の中性子密度 $N_n(t)$ の時間変動が

ある時間遅れ分布 $g_{mn}(\tau)$ を通して及ぶ事を示している. この(1)式は結合炉動特性

を表現するのには, 簡潔である上に結合炉の物理的特長を明確に含んでいる点で優れて

いると考えられる. 即ち, 結合炉の動的特性は, しばしば結合炉動特性

パラメータと総称される, 結合係数 $\Delta_{m \leftarrow n}$, 中性子生成時間 Λ_m , 中性子平均

遅れ時間 $\bar{\tau}_{mn}$ の3つのパラメータの組み合わせにより表示できる. ここで, $\bar{\tau}_{mn}$ は

(1)式中に陽には現われていないが, 結合の時間遅れ分布関数 $g_{mn}(\tau)$ の

1次モーメントとして次の様に定義される量である.

$$\bar{\tau}_{mn} \equiv \int_0^{\infty} \tau g_{mn}(\tau) d\tau \quad (2)$$

しかし(1)式は残念ながら大きな欠点を持っている. それは, 関数 $g_{mn}(\tau)$ を含む項

は"結合の効果"として動特性方程式に附加された項である為, 動特性方程式

を立式する際に自動的にその表現が決まる手続きになっていない事である.

つまり、関数 $g_{mn}(\tau)$ の具体型は物理的洞察によってしか決定できない。

ここに多くの研究者がもっともらしい関数 $g_{mn}(\tau)$ を探して種々の工夫をこらす余地があった。実際オV章で改めて詳しく論ずるが、多くの関数 $g_{mn}(\tau)$

[23]

がこれまでに提案されている。

ところで、この $g_{mn}(\tau)$ が物理的洞察によってしか決まらないという事実は次の問題を引き起こす。即ち、

① (2)式で解る如く、中性子平均時間遅れ $\bar{\tau}_{mn}$ は関数型 $g_{mn}(\tau)$

に直接依存している。

② また(1)式右辺オ2項で示される様に、結合係数 $\Delta_{m \leftarrow n}$ は見方によって関数 $g_{mn}(\tau)$ の規格化因子ともみなせるので、結合係数 $\Delta_{m \leftarrow n}$ を評価する事は関数 $g_{mn}(\tau)$ の絶対値を評価する事と等価となる。

従って $g_{mn}(\tau)$ が物理的考察に依存している以上、少なくとも理論的導出にあたっては結合係数も物理的判断によってしか決める事ができない。

③ オV章で詳しく論ずるが、炉心 m に対する中性子生成時間 Λ_m も、

炉心 m をとりまく反射体、結合領域の影響をどの様にここに反映

させるかの点において任意性を有している。

まとめてみると次の様になる。つまり、物理的洞察にたよって関数 $\beta_{mn}(t)$ が評価されていて、対象とする炉の配置、寸法、材質からこれを導く手続きが明示されていない為に、結合炉動特性パラメータ $\Delta_m, \Delta_{m+n}, \bar{t}_{mn}$ を実験に先だって系統的に予想する事は困難である。しかも、上記パラメータは [10] [11,12] 結合炉体系の実験結果、例えばパルス応答、周波数応答などに (1) 式をなんらかの方法で fitting した時の adjustable パラメータとしての性格が強い。

1.4 本研究の概要

本研究では、(1) 式の型のノード法表現の特長、その簡潔さを失う事なく、結合炉動特性パラメータの理論計算を可能にする動特性方程式の導出を目的とした。この目的のために、中性子の時間的挙動に対して異なった性質を有する炉心領域と減速材領域(反射体・結合領域)とを意識的に異なる手法、即ち前者を1点炉近似、後者を応答関数法(時間依存アルベド)で扱い、この両手法を炉心・反射体の境界条件を考慮して結び合わせる事により、体系全体を記述する動特性方程式を導く。すると、得られた方程式は (1) 式に示した従来のノード法表現とは異なった型をしており、より一般化された方程式になっている。この過程をオII章でまず論ずる。

次に、この一般化された方程式を結合型原子炉に適用した場合をオIII章で論ずる。この章では一般化された方程式をBaldwin型の方程式(1)式に還元する操作によって、Baldwin型方程式中に含まれる結合炉動特性パラメータ Λ_m , $\bar{\tau}_{mn}$, $\Delta_{m \leftarrow n}$ を明確に定義し、理論計算のできるパラメータの表式を導く。これにより結合炉動特性パラメータが結合領域の厚さの変化によってどのように変化するかをKUCA軽水減速結合炉を解析対象として調べる。

さらにオIV章において、前章の動特性パラメータに対する理論式の適用限界を調べる目的で、KUCA結合炉体系で実施したパイルオシレータ法による周波数応答実験について論ずる。まず周波数応答測定値から結合炉動特性パラメータ Λ_m , $\bar{\tau}_{mn}$, $\Delta_{m \leftarrow n}$ を評価する手法を呈示する。次に、この方法で評価した動特性パラメータ測定値の結合領域厚さ依存性を、オIII章で予想した理論値との比較において論ずる。

また、一般化された方程式を反射体付原子炉に適用した例をオV章に示す。この章では「反射体付原子炉の中性子生成時間、裸炉と比べて、反射体に中性子が滞在する時間だけ長くなる」という経験的事実を

はっきりと説明できる“反射体効果を含んだ中性子生成時間”の表式を導く。

これにより反射体の中性子生成時間に及ぼす効果を定量的に把握できる。

この表式の妥当性を、原研平均質臨界集合体(通称SHE)で行なわれた

[24,25,26]

金子・住田らのパルス減衰実験から得られる中性子生成時間を対象として、

数値計算例を比較する方法で検討する。

オVI章では、本論文で展開した手法の適用限界に関する議

論のうち各章では十分に論じる事ができなかった、2群計算法と非対称

性の問題について述べる。

最後に、本研究の主要な結論を要約としてオVII章にまとめる。

本論文はオIからオVIIまでの章と、各章毎のいくつかの節、

さらに項からなっているが、特にオIII章からオV章までは上に述べた様に

互に関連を保ちながらそれぞれ自身で独立した内容となっているので、各章が

1編の論文の体裁をなしている。また図、表の番号は各章毎に通番

としたが、式および引用文献は全章を通して通番とした。

第Ⅱ章 減速材領域応答関数法

この章では、1点炉近似と応答関数を紹介した後に、両手法を組み合わせる事により一般化された原子炉動特性方程式を導出する手順について詳述する。ここで導かれた原子炉動特性方程式がⅢ,Ⅳ,Ⅴ章の基礎方程式となる。

2.1 予備的考察

2.1.1 中性子の動的挙動

本論文では「原子炉のうち主として熱中性子炉を解析対象とする。

従って、原子炉は (a) 熱核分裂性物質 と減速材とが均質に、また場合によっては非均質に配列された炉心領域と、(b) 軽水、重水、黒鉛などの減速材だけからなる領域（反射体、結合領域）とから構成されているとする。この原子炉に加えた外乱に対する中性子の応答は炉心領域と減速材領域とではおのずから違いがあると予想できる。この違いを中性子波伝播理論の概念を使って調べてみる。

[27]

中性子波伝播理論は、1948年に Weinberg and Schweinler

*)

がパイルオシレータ法の理論解析を通して提唱したのが最初である。彼達は裸の原子炉中に置いた微少物質の吸収断面積の大きさが周期的に変動

*) 彼等の用いたパイルオシレータ法は、微少試料を原子炉中で周期的に変動させて原子炉の中性子束応答変化から試料の主に吸収断面積を測定する奥馬食法であった。

する場合、原子炉の中性子束がいかに対応するかを論じた。具体的には裸の長方体原子炉の中心に振動角周波数 ω の振動源がある問題を、長方体々系の空間固有関数で展開する手法で扱う。そして遅発中性子崩壊定数 λ に対して $\omega \ll \lambda$ の条件を満足する角周波数領域では空間基本モードが高調波モードに比べて優勢である事、またこれ以上の角周波数領域では高調波の影響が無視できなくなり、中性子変動を原子炉中を伝播して行く中性子密度波として表現できる事を解析的に示した。この事は、増倍物質を含む炉心での中性子束の動的挙動は角周波数 ω に依存しており、低周波数域では原子炉全体の中性子束が近似的に同位相で変動をし、高い周波数域では場所毎に異なる位相で変動し空間依存性が無視できる事を意味している。ところで Weinberg と Schweinler が与えた条件 $\omega \ll \lambda$ を満足する周波数 f は、6組 [28]

の遅発中性子を平均した 平均遅発中性子崩壊定数 $\bar{\lambda} = 7.84 \times 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$ を目安として調べてみると、周波数 $f \ll 1.23 \times 10^{-2} \text{ Hz}$ という事になる。ところで裸の原子炉を想定して、その原子炉の動特性を伝達関数 または 周波数応答で表現すると、 ω が大きい場合 次の型のいわゆる 1次遅れの関数型で充分近似できる [29]

事が知られている。

$$\Sigma(i\omega) \simeq \frac{1}{\omega^2 + \omega_0^2} \quad (3)$$

ここに ω_0 は折点角周波数と呼ばれる量で、この量は原子炉の反応度 ρ 、遅発中性子生成割合 β 、および炉の中性子平均寿命 ℓ を使って

$$\omega_0 = \frac{\beta - \rho}{\ell} \quad (4)$$

と表現出来る。ここで特に原子炉が臨界状態にあるとすると $\rho = 0$ であり、折点角周波数 ω_0 は、 β と ℓ によって決まる量となる。ここで、 ℓ は原子炉を構成する物質により決まり黒鉛減速では $\sim 10^{-3}$ sec、軽水減速では $\sim 10^{-5}$ sec

程度である。一方 β は増倍物質の種類、例えば ^{235}U か ^{239}Pu かによっていく分

[28]

の違いがあるが、そのオーダーは いずれも 10^{-3} 程度である。従って折点角周波数

ω_0 は $1 \sim 10^2$ のオーダーであり、よって、折点周波数 f_0 は $1.5 \times 10^{-1} \sim 1.5 \times 10$ Hz

の範囲にある事になる。この周波数と先の Weinberg and Schweinler が "空間

依存性を考慮しないで良い周波数領域" の条件とした $f \ll 1.23 \times 10^{-2}$ Hz とを比較

すると、彼達のいう周波数領域は折点周波数より 1~2 桁低い周波数域で

ある事が解る。ところが、経験的には (4) 式で与えられる折点角周波数の

領域まで、空間依存性を考慮しない 1 点炉近似が成立すると言われている。

実は (3)(4) 式もこの 1 点炉近似の下で評価された関係式であるが、それにもか

かわらず、この両式は裸の原子炉の動特性を良く表現している。この事から Weinberg と

Schweinfiler の与えた条件は少し厳しすぎると思われる。ここでは、経験的評価に従って、おおよそ折点周波数までの周波数領域では 1 点炉近似が妥当性を有するとして議論を進める。この 1 点炉近似の問題については、第 VII 章で反射体付炉、結合型炉を対象として再び触れる。

以上は増倍物質を含む炉心領域に対する考察であったが、減速材物質だけから成る領域における中性子密度波の伝播を考えてみる。減速材体系に変調中性子源がある場合を、先の Weinberg and Schweinfiler の方法で扱ってみると、この場合も体系中をあたかも波の様に伝播していく型の解が存在する。この中性子波 — もっと正確には wave-like な解とよぶべきもの — は r を振動源からの距離とすると複素数表示で、

$$\varphi(r, t) \simeq \frac{1}{r} e^{-\alpha(\omega)r} e^{i[\omega t - \xi(\omega)r]} \quad (5)$$

の型に表現できる。ここに $\alpha(\omega)$ は振幅の単位距離当りの減衰を表わす減衰定数、 $\xi(\omega)$ は単位距離当りの位相遅れを表わす定数であり中性子波が伝播する物質の炉定数と角周波数 ω から決まる量である。簡単なエネルギー

一群時間依存拡散方程式を基にすると、この $\alpha(\omega)$, $\xi(\omega)$ は次の関係式を満足する。

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha^2(\omega) - \xi^2(\omega) = \frac{\Sigma_a}{D} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha(\omega) \cdot \xi(\omega) = \frac{\omega}{2vD} \end{array} \right. \quad (7)$$

ここで、 Σ_a 、 D は物質の巨視的吸収断面積と拡散係数であり、 v はエネルギー群を考えた際の平均中性子速度である。角周波数に依存する $\alpha(\omega)$ 、 $\xi(\omega)$ を

測定すれば、(6)式から $\Sigma_a/D \equiv 1/L^2$ として拡散距離 L を評価し、(7)式の α の曲線の傾きから拡散係数 D を評価できる。この測定は 1955 年に

[30]

V. Raievski and J. Horowitz によって提唱されて以来、黒鉛、ベリリウム等の

減速材体系について多くの実験^{*)}がおこなわれた。この種の測定は 0 Hz から 1000 Hz 程度の周波数域で実施される事が多いが、このうち測定周波数の上限は変調中性子源の装置としての限界によっている。この事から少なくとも折点周波数以上の周波数で変動する外乱に対する減速材体系の動的振舞いを中性子波伝播の概念で取り扱う事は妥当であると思われる。

以上の事から、増倍物質を含む炉心領域には 1 点炉近似の扱いを採用しても、減速材だけからなる領域には、中性子波伝播で表現される

*) この実験は減速材物質の定数を求めるだけでなく、結晶性媒質の中性子熱化機構の理論的検討を裏証する為の測定として、パルス中性子減衰実験と相補なう型で使われた。

空間依存性を意識した扱いをする事が、炉心領域だけでなく反射体、結合領域をも含む一般の原子炉の動特性を扱う際には望ましい。

2.1.2 1点炉近似の動特性方程式

動特性を記述する際に、従来よく利用されて来た1点炉近似

[(1)]

の動特性方程式は次の手続きで導出される。この導出法は、後に結合炉、

反射体付炉の方程式を導く際の比較の対象に、また中性子生成時間などを

論ずる場合の基準となるので、少し詳しくなるが以下に示す。裸の熱中性子炉

の時間依存熱中性子束を $\Phi(r, t)$ とすると、この熱中性子束の満足すべき拡散方程式は、

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(r, t)}{\partial t} = \nabla \left[D(r, t) \cdot \nabla \Phi(r, t) \right] + \mathcal{L}_p(r, t) \cdot (1 - \beta) v \Sigma_f(r, t) \Phi(r, t) - \Sigma_a(r, t) \Phi(r, t) + \mathcal{L}_d(r, t) \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j(r, t) + S(r, t), \quad (8a)$$

$$\frac{\partial C_j(r, t)}{\partial t} = \beta_j v \Sigma_f(r, t) \Phi(r, t) - \lambda_j C_j(r, t), \quad (8b)$$

である。こゝに、

$D(r, t)$, $v \Sigma_f(r, t)$, $\Sigma_a(r, t)$: 各々場所・時間依存の拡散係数, 核分裂断面積 および 吸収断面積.

λ_j , β_j , $C_j(r, t)$: j 組の遅発中性子に関する崩壊定数, 遅発中性子生成割合 および 遅発中性子先行核濃度. $\beta = \sum_{j=1}^6 \beta_j$.

$S(r, t)$: 外部中性子源

$\mathcal{L}_p(r, t)$, $\mathcal{L}_d(r, t)$: 即発中性子および遅発中性子が減速過程で

消滅しない確率，

である。

(8a)式は熱中性子束の時間変化を記述し，右辺第1項が中性子の拡散による効果を，第2項，第4項が即発中性子および遅発中性子による増加を，第3項が吸収による減少を，第5項が独立な外部中性子源による寄与を表わしている。(8b)式は遅発中性子の生成を決める先行核濃度に関する方程式である。

ここで，原子炉全体の動特性を記述するのに適したより簡単な表現を

導く為に，次の近似を導入する。

① 中性子束の空間分布は時間によって変らない。つまり時間 t と空間 \underline{r} に変数分離

ができる。 $\Phi(\underline{r}, t) = R(\underline{r})T(t)$, $C_j(\underline{r}, t) = R_j(\underline{r})T_j(t)$, $S(\underline{r}, t) = s(\underline{r})\tau(t)$.

② 原子炉は完全に均一であり， D , $\nu\Sigma_f$, Σ_a は場所 \underline{r} に依存しないとする。

③ 減速過程で消滅しない確率 \mathcal{L}_p と \mathcal{L}_d は場所 \underline{r} に依存しない定数 γ

を使って， $\mathcal{L}_d(\underline{r}, t) = \gamma \mathcal{L}_p(\underline{r}, t)$ の関係にあるとする。

以上の近似のもとに，(8a)式を原子炉全体に渡って空間積分すると，

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{dT(t)}{dt} \int R(\underline{r}) d\underline{r} = & D(t)T(t) \int \nabla^2 R(\underline{r}) d\underline{r} + (1-\beta)\nu\Sigma_f(t)T(t) \int \mathcal{L}_p(\underline{r}, t) R(\underline{r}) d\underline{r} \\ & - \Sigma_a(t)T(t) \int R(\underline{r}) d\underline{r} + \sum_{j=1}^6 \lambda_j T_j(t) \int \mathcal{L}_d(\underline{r}, t) R_j(\underline{r}) d\underline{r} + \tau(t) \int s(\underline{r}) d\underline{r}, \quad (9a) \end{aligned}$$

を得る。他方 (8b) 式に $\mathcal{L}_d(r, t)$ を乗じて全空間で積分すると,

$$\begin{aligned} \frac{dT_j(t)}{dt} \int \mathcal{L}_d(r, t) R_j(r) dr &= \beta_j \nu \Sigma_f(t) T(t) \int \mathcal{L}_d(r, t) R(r) dr \\ &\quad - \lambda_j T_j(t) \int \mathcal{L}_d(r, t) R_j(r) dr, \end{aligned} \quad (9b)$$

を得る。ここで、まず次の諸量を定義する。

原子炉全体の中性子数: $N(t)$

$$N(t) \equiv \frac{1}{v} T(t) \int R(r) dr \quad (10)$$

原子炉全体の等価先行核数: $C_j(t)$

$$C_j(t) \equiv T_j(t) \int \mathcal{L}_d(r, t) R_j(r) dr \quad (11)$$

外部中性子源により原子炉に供給される中性子数: $Q(t)$

$$Q(t) \equiv \tau(t) \int S(r) dr \quad (12)$$

この定義により, (9a) 式の左辺および右辺の4, 5項は容易に書きなおせる。次に

(9a) 式右辺の1, 2, 3項を整理するには, 原子炉内での中性子の消滅に着目する

方法と, 生成過程に着目する方法の2つのやり方がある。まず消滅過程に

着目するやり方を示す。このために次の量を新に定義する。

原子炉の実効増倍係数 $k_{eff}(t)$ を

$$k_{\text{eff}}(t) \equiv \frac{\nu \Sigma_f(t) \int \bar{\mathcal{L}}(r, t) R(r) dr}{-D(t) \int \nabla^2 R(r) dr + \Sigma_a(t) \int R(r) dr} \quad (13)$$

と定義する。ここで分子にある $\bar{\mathcal{L}}(r, t)$ は仮定③によって次の様に定義した減速途中に消滅しない平均の確率である。

$$\bar{\mathcal{L}}(r, t) = (1-\beta) \mathcal{L}_p(r, t) + \beta \mathcal{L}_a(r, t) = (1-\beta + \nu\beta) \mathcal{L}_p(r, t). \quad (14)$$

(13)式の分母は原子炉からの洩れ $-D(t) \int \nabla^2 R(r) dr$ と原子炉中での中性子吸収 $\Sigma_a(t) \int R(r) dr$ により体系から消滅する中性子数であり、一方分子は体系中で核分裂によって生ずる全熱中性子数であるから、この比は確かに体系の実効増倍係数になっている。さらに中性子が体系からの洩れと体系中での吸収により消滅するまでの平均時間を中性子平均寿命とよび次式で定義する。

$$l \equiv \frac{\frac{1}{\nu} \int R(r) dr}{-D(t) \int \nabla^2 R(r) dr + \Sigma_a(t) \int R(r) dr} \quad (15)$$

そこで、(13)式を変型し(14)式を使用すると、(9a)式第2項の核分裂の項は

$$\begin{aligned} & (1-\beta) \nu \Sigma_f(t) T(t) \int \mathcal{L}_p(r, t) R(r) dr \\ &= \frac{1-\beta}{1-\beta + \nu\beta} k_{\text{eff}}(t) \left[-D(t) \int \nabla^2 R(r) dr + \Sigma_a(t) \int R(r) dr \right] \end{aligned}$$

と書ける。これを(9a)式第2項に使い、第1,3項とを考慮して整理した後、

(15)式を利用して消滅項 $-D(t) \int \nabla^2 R(r) dr + \Sigma_a(t) \int R(r) dr$ を消去すると、

$$(9a) \text{式} \text{の} 1, 2, 3 \text{項} = \left[\frac{1-\beta}{1-\beta+\gamma\beta} k_{\text{eff}}(t) - 1 \right] \frac{1}{\ell} \frac{T(t)}{v} \int R(r) dr$$

を得る。ここでさらに上式は (10) 式によって $N(t)$ で表現できる。

以上の操作により (9a) 式は結局 $N(t)$ に関する次の方程式に帰着する。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{1}{\ell} \left[\frac{1-\beta}{1-\beta+\gamma\beta} k_{\text{eff}}(t) - 1 \right] N(t) + \sum_j \lambda_j C_j + Q(t) \quad (16a)$$

同様にして (9b) 式は、

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = \frac{\gamma\beta_j k_{\text{eff}}(t)}{1-\beta+\gamma\beta} \cdot \frac{1}{\ell} N(t) - \lambda_j C_j(t) \quad (16b)$$

となる。ところで普通には、 γ は 1 に近い値であり、 β は $\sim 7 \times 10^{-3}$ のオーダーであるから、

$$\frac{1-\beta}{1-\beta+\gamma\beta} \approx (1-\beta)(1+\beta-\gamma\beta) \approx 1-\gamma\beta \quad (17)$$

$$\frac{\gamma\beta_j}{1-\beta+\gamma\beta} \approx \gamma\beta_j \quad (18)$$

の近似を利用して、(16a, b) 式は次の表現で使用されることが多い。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{(1-\gamma\beta) k_{\text{eff}}(t) - 1}{\ell} N(t) + \sum_j \lambda_j C_j + Q(t) \quad (19a)$$

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = \frac{\gamma\beta_j k_{\text{eff}}(t)}{\ell} N(t) - \lambda_j C_j(t) \quad (19b)$$

以上は中性子の消滅過程に着目した方程式の整理であったが

生成過程に着目した際には少し異なった型の方程式になる。それは、実効増倍

係数 $k_{\text{eff}}(t)$ のかわりに、

$$\rho(t) \equiv \frac{k_{\text{eff}}(t) - 1}{k_{\text{eff}}(t)} \quad (20)$$

で定義される反応度と、中性子平均寿命 ℓ のかわりに、核分裂によって生成する中性子の生成から生成までの平均時間 Λ とで表現される。ところで、この中性子生成時間 Λ は

$$\Lambda \equiv \frac{\frac{1}{v} \int R(r) dr}{v \Sigma_f(t) \int \bar{\mathcal{L}}(r, t) R(r) dr}, \quad (21)$$

と定義できる。この諸量を使用して先の場合と同様の手順で (9a, b) 式を変形

整理すると次式を得る。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{1}{\Lambda} \left[\rho(t) - \frac{\alpha\beta}{1-\beta+\alpha\beta} \right] N(t) + \sum_j \lambda_j C_j + Q(t), \quad (22a)$$

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = \frac{\alpha\beta_j}{1-\beta+\alpha\beta} \frac{1}{\Lambda} N(t) - \lambda_j C_j(t) \quad (22b)$$

ここでさらに先と同様に (18) 式の近似を使用すると、(19a, b) 式と表現の異なる

動特性方程式が導かれる。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \alpha\beta}{\Lambda} N(t) + \sum_j \lambda_j C_j(t) + Q(t), \quad (23a)$$

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = \frac{\alpha\beta_j}{\Lambda} N(t) - \lambda_j C_j(t). \quad (23b)$$

ところで、平均寿命 ℓ と生成時間 Λ との間には次の関係式が成立している。即ち

$$\begin{aligned} \frac{\ell}{\Lambda} &= \frac{\frac{1}{v} \int R(r) dr}{-D(t) \int \nabla^2 R(r) dr + \Sigma_a(t) \int R(r) dr} \cdot \frac{v \Sigma_f(t) \int \bar{\mathcal{L}}(r, t) R(r) dr}{\frac{1}{v} \int R(r) dr} \\ &= \frac{v \Sigma_f(t) \int \bar{\mathcal{L}}(r, t) R(r) dr}{-D(t) \int \nabla^2 R(r) dr + \Sigma_a(t) \int R(r) dr} \end{aligned}$$

これは (13) 式で定義した $k_{eff}(t)$ に他ならない。従って (20) 式を利用して反応度 $\rho(t)$ で表現すれば、 Λ と ℓ とは次の関係式を満足している。

$$\Lambda = [1 - \rho(t)] \ell. \quad (24)$$

従って、先に導出した 2 つの表現は上式を使って互に他の表現に移る事ができ、

2 つの表現 (19 a, b) 式と (23 a, b) 式の間に本質的な差はない。実際問題

として、原子炉が臨界からわずかにずれた状態での動特性を論じる際には、

$\rho \approx 0$ であるから、平均寿命 ℓ と生成時間 Λ とはほとんど同じとみなしてよく

(19 a, b) 式と (23 a, b) 式とは同等とみなし得る。

さて、原子炉の動特性を扱う場合の外乱は、体系の拡散係数 $D(t)$ 、吸収断面積 $\Sigma_a(t)$ 、核分裂断面積 $v \Sigma_f(t)$ を変化させる事に相当する。従って動特性方程式において外乱の効果は (13) (20) 式で各々定義した $k_{eff}(t)$ 、 $\rho(t)$ に集約して表現

される事になる。ところが、 $D(t)$ 、 $\Sigma_a(t)$ 、 $v \Sigma_f(t)$ の変化は (15) 式と (21) 式の定義から

容易に解る如く平均寿命 ℓ および生成時間 Λ をも変化させる。即ち $D(t)$ 、 $\Sigma_a(t)$

$\nu\Sigma_f(t)$ の時間依存性の結果として、 ℓ および Λ も厳密には時間依存の量である。

しかし、 ℓ 、 Λ を時間依存として扱う事は (19 a. b), (23 a. b) で与えられた動特性方程式の扱いを非常に困難にする。そこで通常は、 ℓ 、 Λ は時間に依存せず、外乱の加わる前後でその値は変化しないとして扱う。これは近似に他ならないが、この近似は次の様に外乱の性質に制限を加える事で保証できると思われる。つまり、考えている外乱が吸収断面積 $\Sigma_a(t)$ の変化によるのみ生じ、核分裂断面積 $\nu\Sigma_f(t)$ は不変である様なものであれば、この外乱によって $k_{eff}(t)$ 、従って $\rho(t)$ は変化するが、(21)式で解る如く、生成時間 Λ は $\nu\Sigma_f$ で決まる量なので、この外乱に対しては不変に保つ事ができる。逆に $\nu\Sigma_f(t)$ のみが変わる様な外乱に対しては、平均寿命 ℓ は一定に保たれる事になる。普通はこうした考え方によって、 ℓ 、 Λ は時間に依存しない量として取り扱われている、本論文でもこの考え方に従って ℓ 、 Λ は時間に依存しないとして扱う事にする。

以下、本論文では 1点炉近似の動特性方程式として (23 a. b) の表現によるものを使う事にする。またこの時遅発中性子に対する方程式と連立して書くわずらわしさを除く為に、遅発中性子の項を積分型で表現して 1本の方程式としておく。その為にまず (23 b) 式に積分因子 $e^{\lambda_0 t}$ を乗じて整理

[31]

すると,

$$\frac{d}{dt} [e^{\lambda_j t} c_j(t)] = \frac{\sigma \beta_j}{\Lambda} N(t) e^{\lambda_j t},$$

これを,

$$C_j(t) = \frac{\sigma \beta_j}{\Lambda} \int_{-\infty}^t N(t') e^{-\lambda_j(t-t')} dt' = \frac{\sigma \beta_j}{\Lambda} \int_0^{\infty} N(t-t') e^{-\lambda_j t'} dt'. \quad (25)$$

この式を (23a) 式 右辺 第 2 項に 使って 結局 次の 1 点炉近似動特性方程式を得る。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \sigma \beta}{\Lambda} N(t) + \sum_{j=1}^6 \frac{\sigma \lambda_j \beta_j}{\Lambda} \int_0^{\infty} N(t-t') e^{-\lambda_j t'} dt' + Q(t). \quad (26)$$

この方程式は 裸の原子炉に対して導かれたものであり, この式を 反射体付原子炉に

対して使用する事は 厳密には 誤りである。しかし, これまで 経験的には, 反射体付

原子炉に 関しても, “反射体の存在を考慮に入れた 生成時間” を 使用すれば, 厳密だが

[26]

扱いのめんどうな方程式によらなくても, (26) 式で 充分うまく その動特性が 扱えると されてきた。

また, 結合型原子炉に対しては, 炉心領域を 各々 1 点炉近似で 扱い, 各炉心

に対して (26) 式の 型の 方程式を立て, しかる後に 炉心間の 相互の影響を 結合係数

を パラメータとして 結びあわせ, 炉心領域の数だけの 連立方程式で 動特性方

程式を 構成する 手法が 使われてきた。この考え方に基づく 方程式の 例は,

既に Baldwin モデルとして 第 I 章の (1) 式に 示してある。

2.2 減速材領域応答関数

2.2.1 応答行列法

オI章で簡単に述べた様にノード法の1種として応答行列法と

[7]

よばれる手法がある。この手法は A. Shimizu and K. Aoki によって提唱された

[32]

もので、天体物理の分野で開発された *Invariant Embedding* 法を原子炉の

[33]

[34]

臨界計算に應用した R. Bellman の仕事の延長上にあり、D.S. Selengut

の方法の拡張になっている。Shimizu and Aoki の方法は Selengut の着想

*)

と同様に、中性子流 (partial neutron current) に注目して原子炉を記述

する。後にこの方法を部分的に利用するので以下に簡単に説明しておく。

① 解析対象とする原子炉を、その領域内部では均質とみなせる小領域に分割

する。図 II.1 に 2つの平板領域に分割した例を示す。

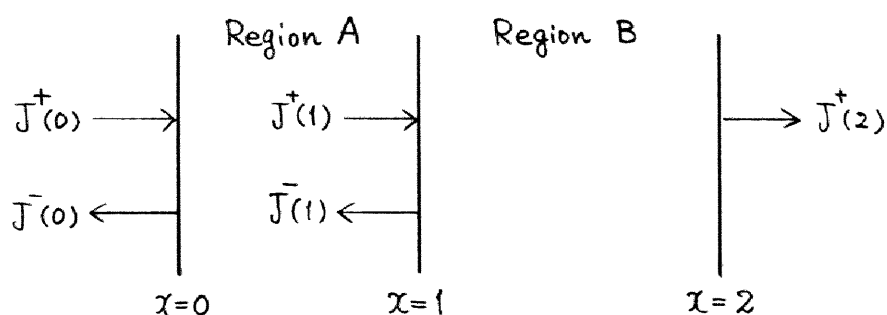
② 図 II.1 の如く $x=0$ における右向きの中性子流を $J^+(0)$, 左向きのものを $J^-(0)$

と書く事にすると、平板領域 A に関して

$$J^-(0) = R_A^+ J^+(0) + T_A^- J^-(1), \quad (\text{Shimizu, Aoki 7.12})$$

$$J^+(1) = T_A^+ J^+(0) + R_A^- J^-(1), \quad (\text{Shimizu, Aoki 7.13})$$

*) 中性子流には partial neutron current と net neutron current の2種類ある
本論文では前者を“中性子流”とよび、後者を特に“正味の中性子流”とよんで
区別する。



図Ⅱ.1 Schematic for "Response Matrix Method."

の関係が成立する。ここに R_A^\pm , T_A^\pm は領域 A を左端面 (+) もしくは右端面 (-) から眺めた場合の反射および透過の応答関数である。

③ ②の関係式を全領域について考え、この原子炉が臨界である条件を探すと、この条件式は中性子流 $J^\pm(x)$ を含まず、応答関数だけで表現出来る。ところで、均質な小領域に於ける応答関数は容易に、小領域の端面から入射する中性子流 (入力) とそれが反射もしくは透過を受けて出て来る中性子流 (出力) の関係から導ける。従って予め応答関数を計算しておけば、小領域内部の中性子束を知らなくても臨界計算が可能である。

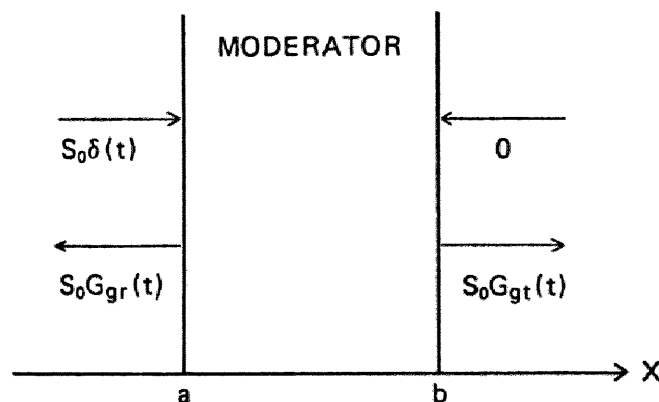
④ 実際には、エネルギー G 群の場合を扱えば、 $J^\pm(x)$ はベクトルとなり、応答関数はマトリックスとなるので "応答行列法" と名付けられている。

応答行列法では、対象とする原子炉を炉心、減速材領域の別なく小領域に分割するので 1 種のノード法とみなせる事になる。しかし、本論文で展開する手法では、原子炉全体を小領域に分割する立場はとらない。即ち、

炉心領域にはすでに前節で論じた1点炉近似を採用するので、炉心以外の減速材だけからなる領域にのみ応答行列法において重要な役割を演じている応答関数の手法を適用する。ここで使用する応答関数は Shimizu and Aoki に [35] によるものと同じであるが、減速材領域にのみ適用する手法の意図をはっきりさせる為に“減速材領域応答関数法”の名でよぶことにする。

2.2.2 減速材領域応答関数の導出

原子炉動特性方程式を導くのに必要となる時間依存応答関数を定義し、その具体型をエネルギー1群拡散方程式から導く。ここでは図II.2の如き幅 $d = b - a$ の均質な、外部中性子源を含まない減速材領域を考える。端面 $x = a$ から時間 t に関してデルタ関数状の中性子流入射があり、端面 $x = b$ からは



図II.2 The Definition of Moderator Region Response Functions.

中性子流が入射しないという境界条件を満たす時間依存熱中性子束 $u(x,t)$ は次の拡散方程式の解である。

$$D \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - (\Sigma_a + DB_{\perp}^2) u(x,t) = \frac{1}{v} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}, \quad (27)$$

$$J^+(a,t) \equiv \frac{u(a,t)}{4} - \frac{D}{2} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=a} = S_0 \delta(t), \quad (28)$$

$$J^-(b,t) \equiv \frac{u(b,t)}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=b} = 0. \quad (29)$$

但し, $J^{\pm}(x,t)$ は x の正方向 または 負の方向に流れる中性子流を表わす。また 図 II.2

において x 方向に垂直な (y,z) 面, つまり体系の側面からの中性子の流れの影響

は, y,z 方向の熱中性子束分布を Cosin 分布と仮定して, 垂直方向 Buckling B_{\perp}^2 を

[36]

使って (27) 式に考慮されている。

ここで, 反射 および 透過に関する減速材領域応答関数 $G_r(t)$ と $G_t(t)$ は

次式で各々定義される。

$$G_r(t) \equiv \frac{J^-(a,t)}{S_0} = \frac{1}{S_0} \left[\frac{u(a,t)}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=a} \right], \quad (30)$$

$$G_t(t) \equiv \frac{J^+(b,t)}{S_0} = \frac{1}{S_0} \left[\frac{u(b,t)}{4} - \frac{D}{2} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=b} \right]. \quad (31)$$

従って, (27)~(29) 式の解 $u(x,t)$ がわかれば 容易に $G_r(t)$, $G_t(t)$ の具体型が

決まる。ここではまず 1次元時間依存拡散方程式の解法の常套手段である

ラプラス変換法を使ってラプラス変換された応答関数を導く。

ラプラス変換を次の様に定義し、

$$\tilde{u}(x, s) \equiv \int_0^{\infty} u(x, t) e^{-st} dt, \quad (32)$$

(27)(28)(29)式をラプラス変換した方程式を解く事により

$$\tilde{u}(x, s) = 4S_0 \frac{\sinh [K(s)(b-x)] + 2DK(s) \cosh [K(s)(b-x)]}{f[K(s), d]}, \quad (33)$$

を得る。但し、

$$K(s) \equiv \left(\frac{\Sigma a}{D} + B_{\perp}^2 + \frac{s}{vD} \right)^{1/2}, \quad (34)$$

$$d = b - a, \quad (35)$$

$$f[K(s), d] \equiv [1 + 4D^2 K^2(s)] \sinh [K(s)d] + 4DK(s) \cosh [K(s)d], \quad (36)$$

である。この $\tilde{u}(x, s)$ からラプラス変換された応答関数 $\tilde{G}_r(s)$, $\tilde{G}_t(s)$ が次の様に導かれる。

$$\tilde{G}_r(s) = \frac{1}{S_0} \left[\frac{\tilde{u}(a, s)}{4} + \frac{D}{2} \frac{d\tilde{u}(x, s)}{dx} \Big|_{x=a} \right] = \frac{[1 - 4D^2 K^2(s)] \sinh [K(s)d]}{f[K(s), d]}, \quad (37)$$

$$\tilde{G}_t(s) = \frac{1}{S_0} \left[\frac{\tilde{u}(b, s)}{4} - \frac{D}{2} \frac{d\tilde{u}(x, s)}{dx} \Big|_{x=b} \right] = \frac{4DK(s)}{f[K(s), d]}. \quad (38)$$

[35]

この応答関数のラプラス変換型は Shimizu and Aoki によっても導かれているが、

時間領域 (time domain) での表現 $G_r(t)$, $G_t(t)$ ———— これらは原理的には

(37)(38)式をラプラス逆変換して導かれる ———— は今迄に導かれていない。時間領域

での表現を得る努力がこれまでに払われなかったのは次の理由によると考えられる。

応答関数の時間領域での表現 $G(t)$ とこのラプラス変換型の間には、ラプラス変換の定義から当然次の関係式が成立している。

$$\tilde{G}(s) = \int_0^{\infty} G(t) e^{-st} dt \quad (39)$$

ここで $s \rightarrow 0$ の極限操作を上式両辺に施すと、

$$\lim_{s \rightarrow 0} \tilde{G}(s) = \int_0^{\infty} G(t) dt, \quad (40)$$

の関係を得る。上式右辺は定常入力に対する全応答に他ならないので、この式は

定常入力に対する全応答が $\tilde{G}(s)$ の $s \rightarrow 0$ の極限值で与えられる事を意味している。

さらに、 $G(t)$ の 1 次モーメントを \bar{t} とするとそれは $G(t)$ によって

$$\bar{t} \equiv \int_0^{\infty} t G(t) dt / \int_0^{\infty} G(t) dt, \quad (41)$$

と評価される事になるが、ここでも

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{d\tilde{G}(s)}{ds} \right] = - \int_0^{\infty} t G(t) dt \quad (42)$$

を利用すれば、(41)式で定義される $G(t)$ の 1 次モーメント \bar{t} は (40)(42)式から ラプラス変換型 $\tilde{G}(s)$ の 極限值 だけで計算できる。即ち \bar{t} は次式で評価できる。

$$\bar{t} = - \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{d\tilde{G}(s)}{ds} \right] / \lim_{s \rightarrow 0} \tilde{G}(s) \quad (43)$$

従って、応答関数を利用する際には、周波数領域 (frequency domain) だけで

議論する場合はもちろんであるが、時間領域を問題にする場合にも 全応答

$\int_0^\infty G(t)dt$ と 1 次モーメント \bar{t} だけで議論をすませようとするなら、(40)(43)式が利用

できるので ラプラス変換型 $\tilde{G}(s)$ のみを知っていれば充分である。実際、本論文のオV章

で 時間領域の議論をする時にも必要となるのは $\int_0^\infty G(t)dt$ と \bar{t} であり 時間

領域での表現は特に必要とはならない。

ところが、応答関数 $G(t)$ の性質、特にオIV章で扱う結合炉の結合効果の性質

を論ずる際には 時間領域での表現が重要な役割りを果たす。

ここで (37)(38)式を ラプラス逆変換して得られる 平極状体系に属

する 応答関数の 時間領域での表現 $G_r(t), G_t(t)$ を導く。 ラプラス逆変換を与える

複素積分は、被積分関数 (37)(38)式の分母 $q[K(s), d]$ が 超越方程式であり

無限個の零点を持つが、これらはいずれも 1 位の極となるので、Bromwich

の積分路をうまく選ぶ事で 留数計算に帰着できる。 この計算の詳細は

Appendix A にまかせ ここにはその最終結果だけを示す。

反射に関する応答関数 $G_r(t)$ は,

$$G_r(t) = Dv \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8Da_n^2}{(1+4D^2a_n^2)d+4D} e^{-v(\Sigma a + DB_1^2 + Da_n^2)t} - 8(Dvt) e^{-v(\Sigma a + DB_1^2)t} \right\} \quad (44)$$

透過に関するもの $G_t(t)$ は,

$$G_t(t) = Dv \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-8Da_n^2(1-4D^2a_n^2)}{[(1+4D^2a_n^2)d+4D](1+4D^2a_n^2)\cos a_n d} e^{-v(\Sigma a + DB_1^2 + Da_n^2)t} \quad (45)$$

となる。ここで a_n は次の方程式を満足する。

$$\tan a_n d = - \frac{4Da_n}{1-4D^2a_n^2} \quad (46)$$

2.2.3 応答関数の性質

時間領域の応答関数 (44)(45) 式は無限級数の和の表現に

なっているが、これの物理的意味を考えてみる。まず、 a_n を与える (46) 式の意味を

探る為に次の問題を考えてみる。厚さ d の平板状減速材領域の両端から

中性子流入射がない場合 (図 II.3) の中性子束 $\varphi(x)$ を考えてみる。解くべき

方程式と境界条件は次の様になる。

$$D \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \varphi(x) + S = 0, \quad (47)$$

$$J^+(-d/2) = J^-(d/2) = 0 \quad (48)$$

この中性子束 $\varphi(x)$ を体系の固有関数 $\varphi_n(x) = \cos a_n x$ の重畳として表現し

$$\varphi(x) = \sum_n A_n \cos a_n x, \quad (49)$$

この型の解をもとめる。この時、固有関数 $\cos a_n x$ は直交関数列をなしているので、

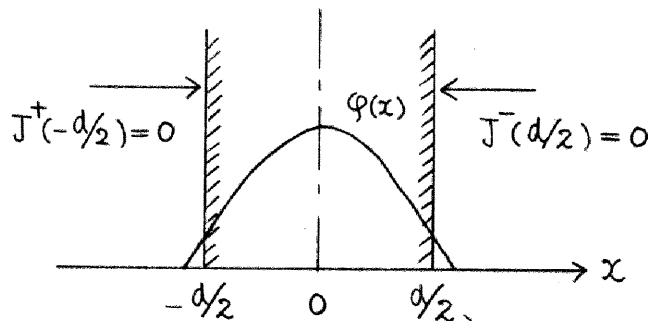
a_n の満たすべき条件は境界条件 (48) 式から導かれる。即ち、

$$\frac{A_n}{4} \left(\cos \frac{a_n d}{2} - 2D a_n \sin \frac{a_n d}{2} \right) = 0 \quad (50)$$

これより係数 $A_n = 0$ 以外にこの方程式を満足する条件は、

$$\tan \frac{a_n d}{2} = \frac{1}{2D a_n},$$

である。これに正接関数の和の公式を利用すれば容易に (46) 式を導ける。ところで、



図II.3 The Schematic Neutron Flux in Slab System.

(50)式は $\varphi_n(d/2) = \cos(a_n d/2)$, $\varphi'_n(d/2) = -a_n \sin(a_n d/2)$ であるから

$$\varphi'_n(d/2) / \varphi_n(d/2) = -\frac{1}{2D},$$

とも表現できるが, これは図 II.4 に示す如く, 各モードの中性子束は実際の外端から直線外挿すれば, n によらず全て $2D$ の距離で零になる事を意味している。従って a_n はまさに厚さ d , 外挿距離 $2D$ の平板体系の x 方向 Buckling に他ならない。

そこで a_n は Buckling を評価する次式で与えられるはずである。

$$a_n^2 = \left(\frac{n\pi}{d+4D} \right)^2 \quad (51)$$

この事から近似的には, (46)式のかわりに n によらない外挿距離をもとにした (51)式を使って良い事になるが, これを確認る為に (46)式と (51)式とで計算した a_n を比較してみる。

この時に, 次に説明する Argonaut 炉を想定して, 体系は厚さ $d = 61 \text{ cm}$ の黒鉛, 拡散係数 $D = 0.916 \text{ cm}$ とすると表 II-1 の結果となり, (51)式で充分 a_n を評価できる事が解る。

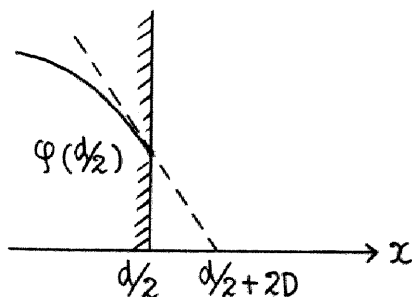


表 II-1 (46)式と (51)式による
 a_n^2 値の比較

a_n^2	(46)式	(51)式
$n = 1$	2.36×10^{-3}	2.36×10^{-3}
$n = 2$	9.45×10^{-3}	9.44×10^{-3}
$n = 3$	2.13×10^{-2}	2.12×10^{-2}

図 II.4 The Extrapolation Length.

さて、 a_n^2 を平板体系 x 方向の Buckling とすれば、(44)(45) 式の応答関数の指数部に
ある $DB_1^2 + Da_n^2$ は対象としている体系からの洩れによる消滅を表わしているので、指数部の

$\Sigma a + DB_1^2 + Da_n^2$ は吸収および洩れによる中性子の消滅を表現している。ところで、
[37]

Lamarsh の標準的教科書によれば、直方体体系にパルス中性子を入れた時の

中性子束は体系の固有関数を使って表現すると、 $\exp[-\nu(\Sigma a + DB_n^2)t]$

の重畳で表現される。ここで DB_n^2 は n 次固有関数に対する Buckling B_n^2 で

表現した体系からの洩れである。(44)(45) 式の指数関数もこれと類似の型

になっている事から解る如く、(44)(45) 式は体系の固有関数を使った応答関数の

表示に他ならない。

この固有関数表示から時間 t が充分経過した後は、 $G_r(t)$,

$G_t(t)$ とともに単一指数関数 $\exp[-\nu(\Sigma a + DB_1^2 + Da_1^2)t]$ で減衰する事が

示せる。何故なる、(51) 式から $a_n^2 \propto n^2$ であり一般に $a_1^2 < a_2^2 < a_3^2 < \dots$

の関係があるので n の高次のものほど速く減衰し、 t が大きい領域では最低次

の a_1^2 の項だけが支配的になるからである。逆に時間 t が小さい所では、高次の

n までの寄与を考える必要がある。つまり体系へのパルス打込みによって全モードが

励起され、経過時間が短い間はこれらのモードの和によって表現される

“パルス伝播”の現象が顕著である。そして時間が経過するに従ってモードが接別され $n=1$ の基本モードに落ちつく事になる。

さてここで、結合型原子炉 Argonaut 炉の

黒鉛からなる結合領域（二つの炉心間

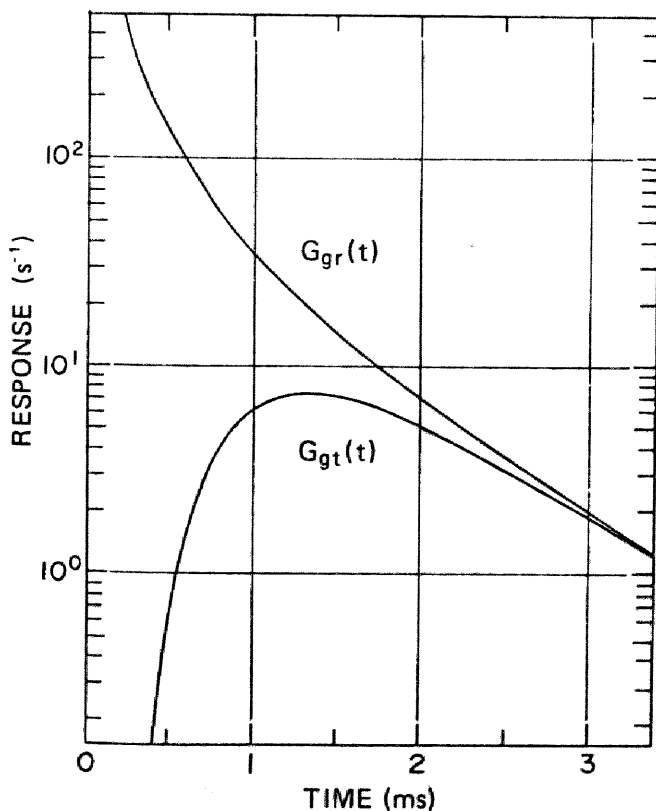
に存在する減速材領域）を対象にして、

(44)(45)式から計算した 応答関数を

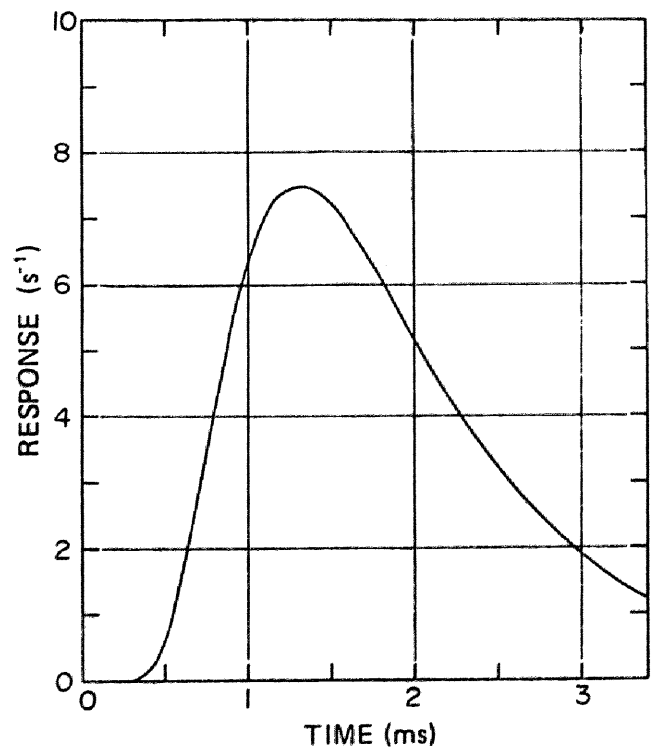
図Ⅱ.5, Ⅱ.6 に示す。 計算に使用

表Ⅱ-2 Argonaut 炉結合領域
(黒鉛)の定数

D [cm]	0.916
Σ_a [cm ⁻¹]	0.000539
d [cm]	61.0
B_1^2 [cm ⁻²]	2.08×10^{-3}
v [cm·s ⁻¹]	2.48×10^5



図Ⅱ.5 The Values of $G_{gr}(t)$ and $G_{gt}(t)$ for the Coupling Region of the Argonaut Reactor in Logarithmic Scale.



図Ⅱ.6 The Values of $G_{gt}(t)$ for the Coupling Region of the Argonaut Reactor.

[12]

した定数は表Ⅱ-2に示す。ここで図Ⅱ.5は反射と透過の応答を同一スケール

で描いたもので、この厚さ 61 cm の黒鉛平板体系の場合には、先に述べた様に

$t = 3 \text{ ms}$ 以降では共に同じ傾きをもつ指数関数で減衰している事が解る。

さらに両応答を比較してみると、反射の応答が透過よりも優勢である事が解る。

ちなみに全応答 $\int_0^{\infty} G(t) dt$ の値を (40) 式から計算すると、

$$\int_0^{\infty} G_r(t) dt = 0.826 \quad , \quad \int_0^{\infty} G_t(t) dt = 0.0135$$

となりこの黒鉛体系の例では実に入射流の 83 % 程度が反射して来る。この事実

は二つの炉心の間に介在した減速材領域は、普通結合領域 (coupling region)

とよばれているが、反射体としても重要な役割をはたしている事を示唆している。

次に、図Ⅱ.6は透過の応答関数を linear scale で表現したものであるが、これ

より透過の応答はある時間遅れの後に極大値を持つ事がよく解る。この極大値

τ_{max} は約 1.3 ms であり、これに対して (41) 式または (43) 式で評価した $\bar{\tau}$ は少し大

きくなり 1.92 ms である。一方、厚さ 61 cm の平板を平均の速さ $2.48 \times 10^5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$

の熱中性子が透過するとして評価した値 0.25 ms は τ_{max} の約 $1/5$ 、 $\bar{\tau}$ の

約 $1/8$ である。この値は応答関数 $G_t(t)$ が零ではなくなる立ち上がり開始

時間に相当している事が図Ⅱ.6から読み取れる。結合炉の結合現象を

記述する応答関数 $G_t(t)$ が図II.6の様な時間遅れを持った関数であるから、必然的に結合現象も時間的遅れを持っている。ここで与えた応答関数の時間領域での表現が知られる以前においては、熱中性子の速さを基にした立ち上がりまでの時間を結合の遅れ時間とみなす扱いがされていたが、本論文では透過する中性子の平均的挙動がこの遅れ時間を与えるとの観点から、応答関数の1次モーメント^{*} τ を結合に關する平均遅れ時間として扱う。

2.3 原子炉動特性方程式の導出

2.3.1 基礎方程式

炉心に1点炉近似を、反射体、結合領域には減速材領域応答関数法を適用して一般化した動特性方程式を導く際の基礎方程式をまず示す。対象とする体系(図II.7)は、二つの炉心の間に中央減速材領域があり、さらに炉心の外側には反射体がついている1次元平板の結合型原子炉とする。但し、各領域内は均質、減速材領域中に外部中性子源はないとする。外乱が摂動として加わる前には、体系は炉心に分布する外部中性子源 $S_0(x)$ によって定常状態を保って

^{*}) τ_{max} 値ではなく1次モーメント τ を遅れ時間評価の基準とする事は、 τ 値がラプラス変換型から(43)式によって容易に計算できる点で有利である。

いるとすると、定常状態の中性子束 $\psi_0(x)$ は次の拡散方程式によって記述できる。

$$D^j \frac{d^2 \psi_0(x)}{dx^2} + (\nu \Sigma_f^j - \Sigma_a^j) \psi_0(x) + S(x) = 0, \quad (52)$$

但し、 j は領域 (I, II, ..., V) を表示するサフィクスであり、拡散係数と中性子

断面積は各々の領域内では一定値である。ここで、

$$S(x) = \begin{cases} S_c(x), & \text{領域 I, II} \\ 0, & \text{領域 III, IV, V} \end{cases}$$

$$\Sigma_f^j = 0, \quad \text{領域 III, IV, V}$$

である。また境界条件は、領域境界においては中性子束と正味の中性子流

$-D^j d\psi_0(x)/dx$ が連続であり、最外端境界 $x = c + T_2$ と $x = -T_1$ では外側から

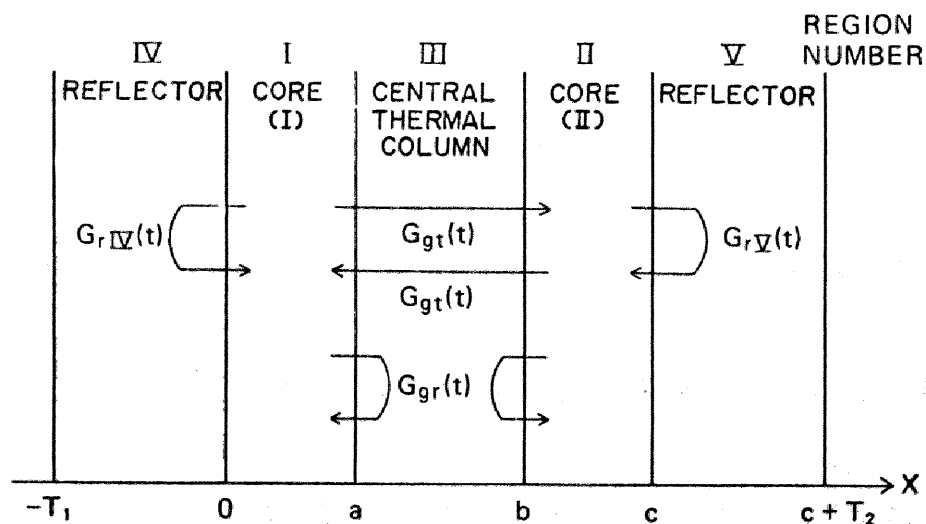


図 II.7 The Coupled-Core System Analyzed and the Response Function Employed.

中性子流は入射しないという条件

$$J_0^+(-T_1) = \frac{1}{4} \left[\psi_0(-T_1) - 2D^{\nabla} \frac{d\psi_0(x)}{dx} \Big|_{x=-T_1} \right] = 0, \quad (53)$$

$$J_0^-(c+T_2) = \frac{1}{4} \left[\psi_0(c+T_2) + 2D^{\nabla} \frac{d\psi_0(x)}{dx} \Big|_{x=c+T_2} \right] = 0, \quad (54)$$

とする。

次に、炉心 I に外乱が時間依存吸収断面積変化 $\delta \Sigma_a(x, t)$ として加わった

摂動後の状態は、

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} &= D^j \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + [v \Sigma_f^j (1-\beta) - \Sigma_a^j] \psi(x, t) \\ &+ v \Sigma_f^j \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty \psi(x, t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + \delta \Sigma_a(x, t) \delta I_j^j \psi(x, t) + S(x), \quad (55) \\ &\quad (j = \text{I, II, III, IV, V}) \end{aligned}$$

時間依存拡散方程式で表現できる。但し、炉心 I 以外の領域では $\delta \Sigma_a(x, t)$ を

含む項は零である。遅発中性子の項は (26) 式と同様に積分型で表示されている。

次節の準備として、摂動前の状態 (52) 式に対する固有値問題を定義する。

$$\mathcal{L} f_n(x) = \rho_n v \Sigma_f^j f_n(x), \quad (56)$$

但し \mathcal{L} は次式で定義した中性子拡散に関するオペレータである。

$$\mathcal{L} \equiv D^j \frac{d^2}{dx^2} + (v \Sigma_f^j - \Sigma_a^j) \quad (57)$$

(56)式に対する境界条件は摂動前の定常状態 $\psi_0(x)$ に対して課したものと同一とする。

ここで、 $f_n(x)$ は 結合炉体系全体に対する n 次の固有関数であり、従って固有値 ρ_n は 全領域に共通に定義された量であり、物理的には n 次モード中性子束の体系全体に関する反応度に相当する。

ここで y_1, y_2 を任意の関数とする時、次の関係式で定義される随伴オペレータ

[38]

\mathcal{L}^* を導入する。

$$\int_{-T_1}^{C+T_2} y_1(x) \mathcal{L}^* y_2(x) dx = \int_{-T_1}^{C+T_2} y_2(x) \mathcal{L} y_1(x) dx \quad (58)$$

この随伴オペレータに対する随伴固有関数を $f_n^*(x)$ とすると、これは次の随伴方程式を満足する。

$$\mathcal{L}^* f_n^*(x) = \rho_n \sum_j^i f_n^*(x) \quad (59)$$

但し、この随伴方程式に対する境界条件は、固有値方程式 (56) 式に対する

ものとは異なる。即ち随伴方程式に対しては 最外端境界において 外向きの

随伴中性子流が零であるとする。例えば $x = C + T_2$ においては

$$j_n^{*+}(C+T_2) = \frac{1}{4} \left[f_n^*(C+T_2) + 2D^{\nabla} \frac{df_n^*(x)}{dx} \Big|_{x=C+T_2} \right] = 0$$

となる。

ところで、(59)式で定義された随伴関数のうちの基本モード随伴関数 $f_0^*(x)$ は

[39]

物理的には Lewins によって定義された インポートランス関数と解釈される。そして

$f_0^*(x)$ は次節の動特性方程式の導出にあたって重み関数の役割をする。

最後に、本節で扱うエネルギー 1 群の問題の場合には、(57)式の拡散オペレータ \mathcal{L}

[38]

に対する随伴オペレータ \mathcal{L}^* は \mathcal{L} と全く同じになる。この事は定義式 (58)式と $f_n(x)$,

$f_n^*(x)$ に付加した境界条件とから容易に証明できる。 $\mathcal{L} = \mathcal{L}^*$ であるから、エネルギー

1 群の問題においては $f_n(x) = f_n^*(x)$ に他ならない。

2.3.2 結合炉動特性方程式の導出

各々の炉心に 1 点炉近似を行ない、炉心間の結合を減速材

領域応答関数で表現する、2 点炉近似の結合炉動特性方程式を導出する。

その導出法を炉心 I を対象として詳述する、この為に外乱の項 $\delta \Sigma(x, t)$ を含んだ

炉心 I に対する方程式 (55)式を出発点とする。

さて、2.1.2 項で言論じた 1 点炉近似の導出においては、時間依存中性子束は時間と

空間に完全に変数分離が可能であるという仮定を含んでいたが、ここでは、A.F.

[40]

Henry によって提案された、完全変数分離を仮定しない方法になろう事にする。この

方法では炉心領域の時間依存中性子束 $\psi(x, t)$ を時間関数 (time function)

$P(t)$ と形状関数 (shape function) $\phi(x, t)$ との積

$$\psi(x, t) = P(t) \cdot \phi(x, t), \quad (60)$$

で表わす。この場合形状関数 $\phi(x, t)$ は空間変数 x だけでなく時間変数 t をも含んでいるので完全変数分離ではない。つまり、 $\psi(x, t)$ の時間依存性を $P(t)$ と $\phi(x, t)$ の両者の時間依存性で表現する事になるが、この両者の分担のし方は (60) 式からだけでは決まらず種々の可能性がある。ここでは、形状関数 $\phi(x, t)$ と随伴方程式 (59) 式の基本モードに対する解 $f_0^*(x)$ との積 $f_0^*(x) \cdot \phi(x, t)$ を考え、この量の各炉心領域全体に渡る積分は時間によらない定数 C_k であり、しかもこの定数は擾動前の定常状態時の中性子束 $\psi_0(x)$ と $f_0^*(x)$ との積の積分値に等しいとする。つまり、

$$C_k \equiv \int_{\text{炉心 } k} f_0^*(x) \psi_0(x) dx = \int_{\text{炉心 } k} f_0^*(x) \phi(x, t) dx, \quad (61)$$

という、以下 "Henry の条件" とよぶものを採用する。これは形状関数 $\phi(x, t)$ の規格化条件に相当するが、随伴中性子束 $f_0^*(x)$ はインポートランス関数に他ならない点に注意すべし、その物理的意味は次の様に解釈される。つまり、形状関数 $\phi(x, t)$ の空間分布は時間とともに変化しうるが、その分布に基づく全インポートランス量は

振動前に炉心 k が持っていた全エネルギー量 C_k に規格化される。この Henry の条件に従って、炉心 I に対する $P_I(t)$, $\phi_I(x,t)$ を具体的に導いてみる。そこには (60) 式に $f_0^*(x)$ を乗じて 炉心 I 領域全体 ($0 \leq x \leq a$) で積分し、(61) 式の条件を適用すればよい。その結果 $P_I(t)$ は

$$P_I(t) = \int_0^a f_0^*(x) \psi(x,t) dx / C_I, \quad (62)$$

となる。つまり時間関数 $P_I(t)$ とは振動によって増加または減少する炉心 I の全エネルギー量の時間変化を、 C_I (振動前の全エネルギー量) を単位として計ったものになっている。従って、振動前の状態では、(62) 式において $\psi(x,t)$ を $\psi_0(x)$ で置きかえれば直ちに解る如く、 $P_I(t) = 1$ である。以下ではこの時間関数 $P_I(t)$ [又は炉心 II に対する $P_{II}(t)$] に関する方程式を導く事になるが、^{*} 動特性の測定で観測される

物理量はこの時間関数自身もしくはそれに比列する量になっていると仮定する。

他方、形状関数 $\phi_I(x,t)$ は (60) 式から

$$\phi_I(x,t) = \psi(x,t) / P_I(t), \quad (63)$$

である事になる。

* 2.1.2 項の従来の 1 点炉近似では、(10) 式で定義した“原子炉全体の中性子数” $N(t)$ で動特性方程式が記述されていた。

さて 炉心 I に対する擾動後の方程式 (55) 式で $j=I$) に $f_0^*(x)$ を乗じて

$0 \leq x \leq a$ の領域で積分する。また 左辺の時間微分の項は (62) 式から容易に

$$\int_0^a f_0^*(x) \frac{1}{v} \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} dx = \frac{C_I}{v} \cdot \frac{dP_I(t)}{dt}$$

となる。また 右辺のオ1項は 部分積分を2回施す事により次の様になる。

$$\begin{aligned} \int_0^a f_0^*(x) D^I \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} dx \\ = \left[f_0^*(x) D^I \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right]_0^a - \left[\frac{df_0^*(x)}{dx} D^I \psi(x,t) \right]_0^a + \int_0^a \frac{d^2 f_0^*(x)}{dx^2} D^I \psi(x,t) dx \end{aligned}$$

さらに 右辺 オ2, 3, 4, 5 項は次の様になる。

$$\begin{aligned} \int_0^a f_0^*(x) [\nu \Sigma_f^I (1-\beta) - \Sigma_a^I] \psi(x,t) dx + \nu \Sigma_f^I C_I \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P_I(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' \\ + \delta \rho_I(t) P_I(t) \nu \Sigma_f^I C_I + S_I \nu \Sigma_f^I C_I \end{aligned}$$

但し、オ4, 5 項には、炉心 I の反応度変化 $\delta \rho_I(t)$ 、炉心 I の実効外部中性子源

S_I を以下の様に定義して使用した。

$$\delta \rho_I(t) \equiv \int_0^a f_0^*(x) \delta \Sigma_a(x,t) \phi_I(x,t) dx / \int_0^a f_0^*(x) \nu \Sigma_f^I \phi_I(x,t) dx, \quad (64)$$

$$S_I \equiv \int_0^a f_0^*(x) S_c(x) dx / \int_0^a f_0^*(x) \nu \Sigma_f^I \psi_0(x) dx \quad (65)$$

ここで、この等をまとめ、 $\nu \Sigma_f^I$ は炉心内で一定であるという条件を使って整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{C_I}{v} \frac{dP_I(t)}{dt} = & \left| f_0^*(x) D^I \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right|_0^a - \left| \frac{df_0^*(x)}{dx} D^I \psi(x,t) \right|_0^a \\ & + \left[\int_0^a \frac{d^2 f_0^*(x)}{dx^2} D^I \psi(x,t) dx + \int_0^a f_0^*(x) (\nu \Sigma_f^I - \Sigma_a^I) \psi(x,t) dx \right] \\ & + [\delta \rho_I(t) - \beta] \nu \Sigma_f^I C_I P_I(t) + \nu \Sigma_f^I C_I \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P_I(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' \\ & + S_I \nu \Sigma_f^I C_I \end{aligned}$$

ところで、上式の右辺第3項 [...] の部分は、(59)式の $n=0$ に対する随伴方程式に $\psi(x,t)$ を乗じ 炉心 I 領域に渡って積分して得られる、次の基本モードに関する方程式の左辺に相当している。

$$\begin{aligned} & \int_0^a D^I \frac{d^2 f_0^*(x)}{dx^2} \psi(x,t) dx + \int_0^a (\nu \Sigma_f^I - \Sigma_a^I) f_0^*(x) \psi(x,t) dx \\ & = \rho_0 \int_0^a \nu \Sigma_f^I f_0^*(x) \psi(x,t) dx \end{aligned} \quad (66)$$

従って、第3項 [...] の部分を 炉心全体の反応度 ρ_0 を含む上式右辺に等しいとする事により次の方程式を得る。∴

$$\begin{aligned} \frac{C_I}{v} \frac{dP_I(t)}{dt} = & \left| f_0^*(x) D^I \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right|_0^a - \left| \frac{df_0^*(x)}{dx} D^I \psi(x,t) \right|_0^a \\ & + [\rho_0 + \delta \rho_I(t) - \beta] \nu \Sigma_f^I C_I P_I(t) \\ & + \nu \Sigma_f^I C_I \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P_I(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + S_I \nu \Sigma_f^I C_I \end{aligned} \quad (67)$$

この方程式の右辺第1,2項を“境界項”とよび、この境界項に第2.2節の減速材

領域応答関数を適用する事により、炉心 I に隣接する反射体、中央減速材領域の効果をとり込む事になる。この手順を示す前に、(67)式までの導出を振り返ってみると次の事が解る。すなわち、 $\nu \Sigma_f^I$ は炉心 I 領域内で一定であるという条件を繰り返し利用しているが、 Σ_a^I については (66)式を利用して $\int_0^a f_0^*(x) \Sigma_a \psi(x,t) dx$ の空間積分のまま消去しているので、 Σ_a^I は炉心 I 領域内で均質で一定値である必要はない。

さて境界項に応答関数を適用する為に、まず中性子束、随伴中性子束 および その微分表現を中性子流、随伴中性子流で書き直す。定義式

$$J^\pm(x,t) = \frac{1}{4} \left[\psi(x,t) \mp 2D \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right], \quad (68)$$

$$j_0^{*\pm}(x) = \frac{1}{4} \left[f_0^*(x) \pm 2D \frac{df_0^*(x)}{dx} \right]. \quad (69)$$

より次の関係式が導かれる。

$$\psi(x,t) = 2 \left[J^+(x,t) + J^-(x,t) \right],$$

$$D \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} = J^-(x,t) - J^+(x,t),$$

$$f_0^*(x) = 2 \left[j_0^{*+}(x) + j_0^{*-}(x) \right],$$

$$D \frac{df_0^*(x)}{dx} = j_0^{*+}(x) - j_0^{*-}(x).$$

これ等を使って境界項を書き直すと,

$$(67)\text{式の境界項} = 4 \left| j_0^{*-}(x) J^-(x,t) - j_0^{*+}(x) J^+(x,t) \right|_0^a, \quad (68')$$

となる。ところで まず 境界 $x=0$ に着目すると, 図 II.7 に描かれている様に, その左側

$-T_1 \leq x \leq 0$ の領域 N に 反射体が存在する。そこで 領域 N に対する反射の

応答関数を $G_{rN}(\tau)$ とすれば, $J^+(0,t)$ と $J^-(0,t)$ は 応答関数の定義より

次の関係にある。

$$J^+(0,t) = \int_0^\infty J^-(0,t-\tau) G_{rN}(\tau) d\tau \quad (69')$$

一方 境界 $x=a$ においては $a \leq x \leq b$ の領域に 中央減速材領域が存在し,

この領域はオ2.2.3項で説明した様に 反射体と結合領域の機能をはたしている。

そこで, この領域の反射, 透過の応答関数を $G_{gr}(\tau)$, $G_{gt}(\tau)$ とすれば 次の関係式

が境界における中性子流に成立する。これはオ2.2.1項の (Shimizu, Aoki 7.12) 式に相当する。

$$J^-(a,t) = \int_0^\infty J^+(a,t-\tau) G_{gr}(\tau) d\tau + \int_0^\infty J^-(b,t-\tau) G_{gt}(\tau) d\tau \quad (70)$$

ここで, 一つの仮定を導入する, この仮定は "炉心から流出する中性子流の時間変化は,

各々の炉心の時間関数 $P_I(t)$ 又は $P_{II}(t)$ に比例する," というものである。この近似は

具体的には (69)(70) 式中の $J^-(0,t)$, $J^+(a,t)$, $J^-(b,t)$ に関して次式の様に表現できる。

$$J^-(0, t) \simeq j_0^-(0) P_I(t) , \quad (71)$$

$$J^+(a, t) \simeq j_0^+(a) P_I(t) , \quad (72)$$

$$J^-(b, t) \simeq j_0^-(b) P_{II}(t) , \quad (73)$$

ここで $j_0^\pm(x)$ は 擾動前の方程式 (52) 式の解つまり 定常中性子束 $\psi_0(x)$ を (68) 式

と類似の式に適用して計算した定常中性子流である。従って (71) ~ (73) 式は

擾動が加わった後の $t > 0$ に対する近似であり、擾動前 $t < 0$ においては

左辺と右辺は厳密に等しい。この近似の問題は第 VI 章で再び触れる。

さて (71) ~ (73) 式を (69') (70) 式に使い、さらにこの近似式で (68') 式の境界項を

書き直すと 結局

$$\begin{aligned} \text{境界項} = & 4 j_0^{*+}(0) j_0^-(0) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{rN}(\tau) d\tau \\ & + 4 j_0^{*-}(a) j_0^+(a) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{gr}(\tau) d\tau \\ & - 4 \left[j_0^{*-}(0) j_0^-(0) + j_0^{*+}(a) j_0^+(a) \right] P_I(t) \\ & + 4 j_0^{*-}(a) j_0^-(b) \int_0^\infty P_{II}(t-\tau) G_{gt}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (74)$$

となる。随伴中性子流 $j_0^{*\pm}(x)$ の正確な物理的解釈は後の第 V 章で詳しく

論ずるが、中性子流に関するインポータンスを表わしていると理解されるので、(74) 式

の各項は次の様に解釈できる。

- オ1項： 反射体領域での中性子反射によって炉心Iに戻ってくるインポートランス量，
- オ2項： 中央減速材領域における中性子反射によって炉心Iに戻ってくるインポートランス量，
- オ3項： 炉心Iから境界 $\alpha=0, a$ を通して減速材領域へ出て行くインポートランス量，
- オ4項： 中央減速材領域を炉心IIから炉心Iへ透過する中性子によって炉心Iにもたらされるインポートランス量。

つまり、境界項は 炉心境界を横切って流入・流出する中性子によるインポートランス量の

収支を表現している。

さて (74)式の境界項を (67)式に使い両辺を $\nu \Sigma_f^I$ で割ると、炉心Iに対する

動特性方程式をうる。 炉心IIに対してもここに示したのと全く同様の操作

を施す事により動特性方程式が導かれる。^{*} これが結合炉に対する一般化

された二点炉近似動特性方程式である。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu \Sigma_f^I} \cdot \frac{dP_I(t)}{dt} = & \frac{4}{\nu \Sigma_f^I C_I} \left\{ j_0^{*+}(0) j_0^{-}(0) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{rN}(\tau) d\tau \right. \\ & + j_0^{*-}(a) j_0^{+}(a) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{gr}(\tau) d\tau \\ & - [j_0^{*-}(0) j_0^{-}(0) + j_0^{*+}(a) j_0^{+}(a)] P_I(t) \\ & \left. + j_0^{*-}(a) j_0^{-}(0) \int_0^\infty P_{II}(t-\tau) G_{gt}(\tau) d\tau \right\} \\ & + [\rho_0 + \delta \rho_I(t) - \beta] P_I(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P_I(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + S_I, \quad (75) \end{aligned}$$

* 但し、摂動は炉心Iにのみ加えるとしたので、炉心IIでは $\delta \Sigma_a(\alpha, t) = 0$ である。

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v \Sigma_f^{\text{II}} v} \cdot \frac{dP_{\text{II}}(t)}{dt} = & \frac{4}{v \Sigma_f^{\text{II}} C_{\text{II}}} \left\{ j_0^{*-}(c) j_0^{+}(c) \int_0^{\infty} P_{\text{II}}(t-\tau) G_{rV}(\tau) d\tau \right. \\
 & + j_0^{*+}(b) j_0^{-}(b) \int_0^{\infty} P_{\text{II}}(t-\tau) G_{gr}(\tau) d\tau \\
 & - \left[j_0^{*+}(c) j_0^{+}(c) + j_0^{*-}(b) j_0^{-}(b) \right] P_{\text{II}}(t) \\
 & \left. + j_0^{*+}(b) j_0^{+}(a) \int_0^{\infty} P_{\text{II}}(t-\tau) G_{gt}(\tau) d\tau \right\} \\
 & + (p_0 - \beta) P_{\text{II}}(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^{\infty} P_{\text{II}}(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + S_{\text{II}}. \quad (76)
 \end{aligned}$$

この平板状結合型原子炉に対する2点炉近似方程式が第III, IV章における
基本方程式となる。

2.3.3 裸炉，反射体付原子炉に対する表現

ここで，平板状炉心を平板状反射体で両側からサンドウィッチ状に
はさんだ型の反射体付原子炉，および裸の原子炉に対する1点炉近似動特性
方程式が，(75)式の結合炉に対する一般的な表現から物理的考察により容易に
導ける事を示す。まず反射体付炉を図II.7の領域IV, I, IIIから構成されている
体系であるとみなせば， $b < \infty$ の領域は存在しない。従って， $x=b$ 境界を負の方向
に流れる中性子流 $j_0^{-}(b)$ を零とすれば前項の手法がそのまま使える事になる。

つまり，(75)式で $j_0^{-}(b)=0$ とし，炉心は1つだけなので炉心Iのサフィックスを省略し，

さらに領域Ⅲの応答関数を $G_{gr}(t)$ ではなく $G_{rⅢ}(t)$ と表示する事にすれば,

反射体付原子炉に対する 1 点炉近似動特性方程式は次の様になる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu \Sigma_f V} \frac{dP(t)}{dt} = & \frac{4}{\nu \Sigma_f c} \left\{ j_0^{*+}(0) j_0^{-}(0) \int_0^{\infty} P(t-\tau) G_{rⅣ}(\tau) d\tau \right. \\ & + j_0^{*-}(a) j_0^{+}(a) \int_0^{\infty} P(t-\tau) G_{rⅢ}(\tau) d\tau \\ & - \left[j_0^{*-}(0) j_0^{-}(0) + j_0^{*+}(a) j_0^{+}(a) \right] P(t) \Big\} \\ & + [P_0 + \delta p(t) - \beta] P(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^{\infty} P(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + S \end{aligned} \quad (77)$$

次に裸の炉を考えると、それは図Ⅱ.7の領域Ⅰだけで構成される事になるので

領域Ⅲ,Ⅳに相当する領域からの中性子の反射は無い。従って、反射体付

原子炉の方程式(77)式を基にすれば、 $G_{rⅢ}(\tau) = 0$, $G_{rⅣ}(\tau) = 0$ である。

さらに $x=0, a$ は体系の最外端境界 (図Ⅱ.7の結合炉体系の場合の $x=-T_1$,

$c+T_2$) に他ならないので、随伴方程式(59)式に課した境界条件より、ここの

外向き随伴中性子流 $j_0^{*-}(0)$, $j_0^{*+}(a)$ は零である。以上の応答関数と

外向き随伴中性子流とに対する条件により、裸炉では(77)式の境界項の部分

がなくなり、結局次の方程式に帰着する。

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{[P_0 + \delta p(t) - \beta]}{\Lambda} P(t) + \sum_{k=1}^6 \frac{\lambda_k \beta_k}{\Lambda} \int_0^{\infty} P(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + \frac{S}{\Lambda} \quad (78)$$

但し、ここで、中性子生成時間 Λ を

$$\Lambda \equiv \frac{1}{\nu \Sigma_f v} \quad (79)$$

と定義して使用した。本節の動特性方程式の導出では、1群理論に依ったため、オ2.1.2項の従来の扱いで考慮されていた、減速過程で消滅しない確率 α_p , α_d , $\bar{\alpha}$ を考慮していないので、上に定義した Λ は先に(21)式で定義した中性子生成時間と物理的意味においては矛盾しない。

ここで、裸炉に対する(78)式を、オ2.1.2項で説明した従来の1点炉近似方程式(26)式と比べてみると、対応する諸量の定義の違い、例えば $P(t)$ と $N(t)$, $P_0 + \delta P(t)$ と $P(t)$, S/λ と $Q(t)$, を除けば、方程式としては全く同じである事が解る。しかし裸炉に対する(78)式と、反射体付炉に対する(77)式とを比較してみると、境界項の分だけ明らかに方程式の型が異なっている。従ってオ2.1.2項に既に述べた様に反射体付原子炉に対して裸炉の方程式(26)式また(78)式を流用するには注意を必要とする。

第Ⅲ章 結合型原子炉の動特性パラメータ

前章で導出した結合型原子炉に対する一般化された動特性方程式と、T. Kawai が Argonaut 炉を対象として導いた動特性方程式との比較から、どの点が一般化されているかを明らかにする。次に、一般化された動特性方程式から Baldwin 型の表現を導き、この過程で Baldwin 型方程式に含まれる三つの結合炉動特性パラメータ Λ_m , \bar{c}_{mn} , $\Delta_{m \leftarrow n}$ に明確な定義を与え、理論計算の可能な表式を導く。最後に、結合型原子炉の結合領域（中央減速材領域）厚さの変化に対する動特性パラメータの依存性を、KUCA の軽水減速結合炉を対象にして理論計算によって調べる。

3.1 T. Kawai の方程式との比較

3.1.1 T. Kawai の伝達関数

[12]

T. Kawai は Argonaut 炉においてパイルオシレータ法により周波数応

答測定を行い、この測定値から結合係数を評価した。この時 T. Kawai の

取った手順は、結合炉動特性実験からその動特性パラメータを評価する

[12, 13]

従来の手法の典型例である上に、T. Kawai の論文はその物理的指摘において

示唆に富んでいる。そこで T. Kawai との比較で、前章で導いた方程式の特長を

調べる。まず T. Kawai の手順の概略を文献[12]に従って以下に示す。

① 結合炉体系の片方の炉心にパイルオシレータを設置し、これに対する各炉心の

周波数応答を測定する。

② 物理的考察により、理論的に結合炉体系を記述する伝達関数

$F_{m \rightarrow m}(s)$, $F_{m \rightarrow n}(s)$ の表現が次の様になる事を導く。

$$F_{m \rightarrow m}(s) = \frac{G_m(s)}{1 - \Delta_I^* \Delta_{II}^* G_I(s) G_{II}(s)},$$

(Kawai 13)

$$F_{m \rightarrow n}(s) = \frac{\Delta_n^* G_I(s) G_{II}(s)}{1 - \Delta_I^* \Delta_{II}^* G_I(s) G_{II}(s)}, \quad (m = I, II, n \neq m)$$

但し、関数 $G_m(s)$ は、

$$G_m(s) = \frac{1}{s \left[l^* + \sum_k \frac{\beta_k}{\lambda_k + s} \right] + \Delta_m^*}, \quad (m = I, II) \quad (\text{Kawai 8})$$

[41]

と定義した 炉心 m に対する未臨界炉伝達関数であり、 Δ_m^* は炉心 m の未臨界

度である。また l^* は反射体付単一炉心に対する中性子平均寿命である。

③ (Kawai 13) 式から伝達関数の比 $F_{m \rightarrow n} / F_{m \rightarrow m}$ を計算すると、

$$\frac{F_{m \rightarrow n}}{F_{m \rightarrow m}} = \frac{\Delta_n^*}{\Sigma^*(s) + \Delta_n^*}, \quad (\text{Kawai 14})$$

となる。そこで、測定した周波数応答の比に上式を最小自乗法で fitting

してパラメータ Δ_n^* を評価する。

④ 評価されたパラメータ Δ_n^* は炉心 n の未臨界度であるが、これは摂動が

弱く、かつその変化がゆるやかであり、その結果として両炉心の出力比が著しく

変化しない場合には、炉心 m から n への結合係数に等しい。

[13]

- ⑤ さらに、この結合係数と結合炉体系をモード法で扱った際のオ1高調モードの未臨界度 Δ^* との間に次の関係が成立する。

$$\Delta_I^* = \frac{\phi_{II}^2}{\phi_I^2 + \phi_{II}^2} \Delta^* \quad \Delta_{II}^* = \frac{\phi_I^2}{\phi_I^2 + \phi_{II}^2} \Delta^* \quad (\text{Kawai 12})$$

但し、 ϕ_m^2 は各炉心の中性子束の自乗を体積積分した量である。

- ⑥ Argonaut 炉に対して、結合係数は $\Delta_I^* = (1.6 \pm 0.2)\beta$,

$\Delta_{II}^* = (4.0 \pm 0.4)\beta$ であった。但し、この解析においては $\lambda^* = (180 \pm 5)\mu s$

を使用した。

3.1.2 動特性の伝達関数表現

Kawai の使用した伝達関数と比較する為に、前章の一般化された

動特性方程式 (75)(76) 式から伝達関数の表現を導く。その為に時間関数 $P_m(t)$

を摂動前の定常値 [これは時間関数の定義式 (62) 式より 1 である] とこれからの

ずれ $\delta P_m(t)$ との和で表現する。つまり、 $P_m(t)$ を次の様に表わし

$$P_m(t) = 1 + \delta P_m(t), \quad (m = I, II), \quad (80)$$

これを (75)(76) 式に代入する。これから (75)(76) 式の定常状態における関係式

$$\frac{4}{\nu \Sigma_f^I C_I} \left\{ j_0^{*-+}(0) j_0^-(0) \int_0^\infty G_{rv}(\tau) d\tau + j_0^{*-+}(a) j_0^+(a) \int_0^\infty G_{gr}(\tau) d\tau \right. \\ \left. - [j_0^{*-+}(0) j_0^-(0) + j_0^{*-+}(a) j_0^+(a)] + j_0^{*-+}(a) j_0^-(a) \int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau \right\} + P_0 + S_I = 0, \quad (81)$$

$$\frac{4}{\nu \Sigma_f^I C_{II}} \left\{ j_0^{*-+}(c) j_0^-(c) \int_0^\infty G_{rv}(\tau) d\tau + j_0^{*-+}(b) j_0^-(b) \int_0^\infty G_{gr}(\tau) d\tau \right. \\ \left. - [j_0^{*-+}(c) j_0^-(c) + j_0^{*-+}(b) j_0^-(b)] + j_0^{*-+}(b) j_0^-(a) \int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau \right\} + P_0 + S_{II} = 0, \quad (82)$$

を各々差し引いた後に，擾動項 $\delta P_I(t)$ と変動量 $\delta P_{II}(t)$ との積は2次の微少

量として無視する線形化近似を施す。この結果の $\delta P_I(t)$ ， $\delta P_{II}(t)$ に関する

方程式をラプラス変換し，入力のラプラス変換型 $\delta \tilde{P}_I(s)$ と出力のラプラス変換型

$\delta \tilde{P}_m(s)$ との比で伝達関数 $Z_{I,m}(s)$ を定義すると次の表式を得る。

$$Z_{I,I} \equiv \frac{\delta \tilde{P}_I(s)}{\delta \tilde{P}_I(s)} = \frac{Y_I(s)}{1 - \Delta_I(s) \Delta_{II}(s) Y_I(s) Y_{II}(s)}, \quad (83)$$

$$Z_{I,II} \equiv \frac{\delta \tilde{P}_{II}(s)}{\delta \tilde{P}_I(s)} = \frac{\Delta_{II}(s) Y_I(s) Y_{II}(s)}{1 - \Delta_I(s) \Delta_{II}(s) Y_I(s) Y_{II}(s)}, \quad (84)$$

但し， $\Delta_m(s)$ ， $Y_m(s)$ は次の様に定義された量である。

$$\Delta_I(s) \equiv \frac{4}{\nu \Sigma_f^I C_I} j_0^{*-+}(a) j_0^-(b) \tilde{G}_{gt}(s) \quad (85)$$

$$\Delta_{II}(s) \equiv \frac{4}{\nu \Sigma_f^I C_{II}} j_0^{*-+}(b) j_0^-(a) \tilde{G}_{gt}(s) \quad (86)$$

$$Y_m(s) \equiv \frac{1}{s \left[l_m + \sum_k \frac{\beta_k}{\lambda_k + s} \right] - \rho_0 + [L_m - R_m(s)]} \quad (87)$$

さらに, l_m は 炉心 m の 中性子生成時間, L_m は 炉心 m から 洩れ出る 中性子流の
効果, $R_m(s)$ は 炉心 m に 反射体で 反射して 戻って 来る 中性子流の 効果 を 表わし,
例えば 炉心 I については 次の 量 である。

$$l_I \equiv \frac{1}{v \sum_f^I v} , \quad (88)$$

$$L_I \equiv \frac{4}{v \sum_f^I C_I} \left[j_0^{*-}(0) j_0^-(0) + j_0^{*+}(a) j_0^+(a) \right] , \quad (89)$$

$$R_I(s) \equiv \frac{4}{v \sum_f^I C_I} \left[j_0^{*+}(0) j_0^-(0) \tilde{G}_{rN}(s) + j_0^{*-}(a) j_0^+(a) \tilde{G}_{gr}(s) \right] . \quad (90)$$

さて, ここで 導いた 伝達関数 (83)(84)式 と T.Kawai の 与えた 伝達

関数 (Kawai 13)式 とを 比較してみる。 $\Delta_m^* \leftrightarrow \Delta_m(s), G_m(s) \leftrightarrow Y_m(s)$ が

互に対応する 量 であると考えれば 形式的には 両者は 互に 一致している。しかし

① T.Kawai が 未臨界度に 等しいとして 定義した 結合係数 Δ_m^* に対応する 量

$\Delta_m(s)$ は, (85)(86)式に 示されている 様に 透過の 応答関数 $\tilde{G}_{gt}(s)$ を 含み

物理的には 炉心間の 結合を 表現しているが, Δ_m^* の 様に 定数ではなく

s すなわち 周波数 依存の 量 になっている。

② T.Kawai が 未臨界炉 伝達関数 であるとした $G_m(s)$ と 本論文の $Y_m(s)$ とを 比較

すると、 $Y_m(s)$ は 結合炉体系全体の反応度 ρ_0 と L_m , および周波数に依存

する $R_m(s)$ を含んでいる。T.Kawai の $G_m(s)$ では 結合係数に等しい未臨界度

Δ_m^* を含む表現になっていたが、 $Y_m(s)$ はそれに相当する $\Delta_m(s)$ を含んでいない。

の 2 点において T.Kawai と本論文との表現は異なっている。つまり、(83)(84)式

の伝達関数は、(Kawai 13)式との比較からみて 結合係数、未臨界度に相当する量

がいずれも周波数依存になっている点において、一般化された方程式と考える事ができる。

3.2 結合炉動特性パラメータの定義

3.2.1 一般化された方程式から Baldwin 型表現へ

前節で示した如く、伝達関数 (83)(84)式、従ってその基になった 2 点炉

近似動特性方程式 (75)(76)式は一般化された内容を含んでいる。この節では、

臨界近傍の動特性を対象とし、かつ時間変動は比較的ゆるやかであるという

近似の下では、(1)式に示した Baldwin 型表現に (75)(76)式が帰着できる事と、

その過程で、Baldwin 型に含まれている動特性パラメータを明確に定義できる

事を示す。その後、従来の Baldwin 型方程式の 1 種になっている T.Kawai の

与えた伝達関数の妥当性について再度論ずる。

まず炉心 I に対する一般化された動特性方程式を再掲する。

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\nu \Sigma_f^I v} \cdot \frac{dP_I(t)}{dt} = & \frac{4}{\nu \Sigma_f^I C_I} \left\{ j_0^{*+}(0) j_0^{-}(0) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{rN}(\tau) d\tau \right. \\
 & + j_0^{*-}(a) j_0^{+}(a) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{gr}(\tau) d\tau \\
 & - [j_0^{*-}(0) j_0^{-}(0) + j_0^{*+}(a) j_0^{+}(a)] P_I(t) \\
 & \left. + j_0^{*-}(a) j_0^{-}(0) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{gt}(\tau) d\tau \right\} \\
 & + [p_0 + \delta p_I(t) - \beta] P_I(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P_I(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + S_I. \quad (75)
 \end{aligned}$$

ここで 反射に関する応答関数 $G_{rN}(\tau)$, $G_{gr}(\tau)$ に掛かっている時間因子 $P_I(t-\tau)$ を時刻 t のまわりで τ について Taylor 展開し, その第 1 次までで打ち切って近似する。

$$P_I(t-\tau) \simeq P_I(t) - \frac{dP_I(t)}{dt} \cdot \tau \quad (91)$$

次に 透過に関する応答関数 $G_{gt}(\tau)$ の項は, 透過の全応答 $\int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau$ で

規格化した応答関数 $G_{gt}^*(\tau)$,

$$G_{gt}^*(\tau) \equiv G_{gt}(\tau) / \int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau \quad (92)$$

で表現し直す事にする。

この両操作を (75) 式に施し, 時間因子 $P_I(t)$ の微分を含む項は左辺にまとめて

整理を行うと次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \frac{1}{v \Sigma_f^I v} + \frac{4}{v \Sigma_f^I C_I} \left[j_0^{*+}(0) j_0^-(0) \int_0^\infty \tau G_{rN}(\tau) d\tau + j_0^{*-}(a) j_0^+(a) \int_0^\infty \tau G_{gr}(\tau) d\tau \right] \right\} \cdot \frac{d P_I(t)}{dt} \\
 &= \frac{4}{v \Sigma_f^I C_I} \left\{ j_0^{*+}(0) j_0^-(0) \int_0^\infty G_{rN}(\tau) d\tau + j_0^{*-}(a) j_0^+(a) \int_0^\infty G_{gr}(\tau) d\tau \right. \\
 &\quad \left. - [j_0^{*-}(0) j_0^-(0) + j_0^{*+}(a) j_0^+(a)] \right\} P_I(t) \\
 &\quad + \frac{4}{v \Sigma_f^I C_I} j_0^{*-}(a) j_0^-(0) \int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau \cdot \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{gt}^*(\tau) d\tau \\
 &\quad + [\rho_0 + \delta \rho_I(t) - \beta] P_I(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P_I(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + S_I \quad (93)
 \end{aligned}$$

ここで、反射の応答関数の1次モーメントを以て“平均中性子反射体滞在時間”と定義する。

$$\bar{\tau}_r \equiv \int_0^\infty \tau G_r(\tau) d\tau / \int_0^\infty G_r(\tau) d\tau. \quad (94)$$

この量を使えば、(93)式左辺 時間微分項の係数は次の形に書き直す事ができる。

$$\Lambda_I \equiv \frac{1}{v \Sigma_f^I v} + \frac{4}{v \Sigma_f^I C_I} \left[j_0^{*+}(0) j_0^-(0) \bar{\tau}_{rN} + j_0^{*-}(a) j_0^+(a) \int_0^\infty G_{gr}(\tau) d\tau \cdot \bar{\tau}_{rg} \right] \quad (95)$$

するとこの係数は時間の次元を持つ量であり、これは“反射体中での中性子滞在

時間効果を含む、炉心 I に対する中性子生成時間”とみなす事ができる。ここで、

上式のオ2項が反射体の効果を表現している事の証明および $\bar{\tau}_{rN}$, $\bar{\tau}_{rg}$ にかかって

いる係数とともにそこに含まれる随伴中性子流の物理的意味については、オV章で

反射体付原子炉への適用例に関連して詳しく論ずる。そこで、ここでは随伴中性子流

$j_0^{*+}(x)$ は、物理的には正(負)方向に流れている中性子流の持つインポート量に相当

する事だけを指摘しておく。

次に、随伴中性子流に対するこの解釈を使えば、(93)式の右辺

の2項の透過に関するたたみ込み積分にかかっている係数 $(4/\nu\Sigma_f^I C_I) j_0^*(a) j_0^-(b) \times$

$\int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau$ は、結合の強さをインポータンス量を基準にして計ったものだ^{*}と

みなせる。まず、炉心IIから結合領域へ流出した中性子流 $j_0^-(b)$ に透過の全

応答 $\int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau$ を乗じた量が炉心Iに流入する事になる。そこでこれにその流入に

伴うインポータンス $j_0^*(a)$ を掛けたものが、炉心IIから炉心Iに透過する中性子流に

起因する炉心Iのインポータンス量増加に他ならない。^{*}一方この係数の分母 $\nu\Sigma_f^I C_I$ は

(61)式で定義した定数 C_I の性質から、炉心Iの全核分裂によるインポータンス量である。

そこで、この係数を“炉心IIから炉心Iへの結合係数 $\Delta_{I \leftarrow II}$ ”と定義する。

$$\Delta_{I \leftarrow II} \equiv \frac{4}{\nu\Sigma_f^I C_I} j_0^*(a) j_0^-(b) \int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau \quad (96)$$

ところで上式の右辺は、透過の応答関数と摂動前の体系に関する定常中性子流、

随伴中性子流で表現されているので、これは容易に計算できる。

一方、この結合係数 $\Delta_{I \leftarrow II}$ の掛っている $\int_0^\infty P_{II}(t-\tau) G_{gt}^*(\tau) d\tau$ は Baldwin 型

方程式(1)式の結合項に他ならない。つまり、本論文では透過の減速材領域

^{*} $j_0^*(a)$ に掛っている係数4の意味は才V章に明確に示されている。

応答関数 $G_{gt}^*(\tau)$ が, Baldwin の用いた結合の遅れ時間を表わす関数に相当する。

従って, 第II章で述べた様には, $G_{gt}^*(\tau)$ の1次モーメントで結合の遅れ時間を定義するのは妥当であろう。

$$\bar{\tau} \equiv \int_0^{\infty} \tau G_{gt}^*(\tau) d\tau \quad (97)$$

以上 (95)(96)(97)式が, 3つの結合炉動特性パラメータに対する理論式である。

さて, 以上の各量の定義に基づき, (93)式中に中性子流, 随伴中性子流を含む

ままで残っている右辺第1項を結合係数の型に書き直す。その為には, 摂動前の定常状態

に対する関係式 (81)式を利用する。まず (81)式に応答関数の定義から導かれる

$$j_0^+(0) = j_0^-(0) \int_0^{\infty} G_{rN}(\tau) d\tau, \quad (98)$$

$$j_0^+(a) \int_0^{\infty} G_{gr}(\tau) d\tau = j_0^-(a) - j_0^-(0) \int_0^{\infty} G_{gt}(\tau) d\tau, \quad (99)$$

を代入して整理すると,

(100)

$$\frac{4}{V \Sigma_f^I C_I} \left[j_0^{*+}(0) j_0^+(0) + j_0^{*-}(a) j_0^-(a) - j_0^{*-}(0) j_0^-(0) - j_0^{*+}(a) j_0^+(a) \right] + \rho_0 + S_I = 0$$

となる。

ところで, 摂動前の状態が単に定常というだけでなく, 臨界であった場合には,

外部中性子源は存在しない $S_I = 0$, 臨界 $\rho_0 = 0$ という条件から (100)式は次の様

に変更される。

$$\dot{j}_0^{*+}(0) \dot{j}_f^+(0) + \dot{j}_0^{*-}(a) \dot{j}_f^-(a) - \dot{j}_0^{*-}(0) \dot{j}_f^-(0) - \dot{j}_0^{*+}(a) \dot{j}_f^+(a) = 0, \quad (101)$$

但し、(100)式中の中性子流 $\dot{j}_0^{\pm}(x)$ は定常中性子束 $\psi_0(x)$ から評価されたものであるが、(101)式の臨界時の中性子流は、固有値方程式の解 $f_0(x)$ から評価されるものにはならないので、これを区別する為に $\dot{j}_f^{\pm}(x)$ と記した。

さて、ここで近似を導入する。解析対象とする体系は臨界に近く、定常中性子流 $\dot{j}_0^{\pm}(x)$ は $\dot{j}_f^{\pm}(x)$ で近似できるとする。そこで、まず(93)式右辺第1項を(98)(99)式によって書き直し、この近似を採用すると、

$$(93) \text{式右辺第1項} \simeq \frac{4}{v \Sigma_f^I C_I} \left\{ \left[\dot{j}_0^{*+}(0) \dot{j}_f^+(0) + \dot{j}_0^{*-}(a) \dot{j}_f^-(a) - \dot{j}_0^{*-}(0) \dot{j}_f^-(0) - \dot{j}_0^{*+}(a) \dot{j}_f^+(a) \right] - \dot{j}_0^{*-}(a) \dot{j}_f^-(a) \int_0^{\infty} G_{gt}(\tau) d\tau \right\}$$

となる。ここで(101)式を利用すると、上式「……」の項はなくなり、結局

$$(93) \text{式右辺第1項} \simeq - \frac{4}{v \Sigma_f^I C_I} \dot{j}_0^{*-}(a) \dot{j}_f^-(a) \int_0^{\infty} G_{gt}(\tau) d\tau \quad (102)$$

となる。つまり、 $\dot{j}_0^-(a) \simeq \dot{j}_f^-(a)$ の近似の下では、最初の意図通り(93)式右辺第1項は結合係数 $\Delta_{I \leftarrow I}$ [(96)式] に等しい。この事が、次項に述べる結合係数と

未臨界度の関係を考える際の手がかりとなる。

ここで、 $j_0^\pm(x) \simeq j_f^\pm(x)$ といった近似に関連して次の点を指摘しておく。本論文に示した扱いでは、境界 $x=x_b$ での時間依存中性子流 $j^\pm(x_b, t)$ を定常中性子流 $j_0^\pm(x_b)$ と時間関数の積とで近似する [オII章 (71)~(73)式] 事と、さらに $j_0^\pm(x_b)$ を臨界時の中性子流 $j_f^\pm(x_b)$ で近似する事の二段に分けた。これは必要とする方程式に応じてこれらの近似の片方または双方が必要となり、分けた方が考え易いからである。例えば、第II章の一般化された動特性方程式 (75)(76)式を導く為には後者の近似は特に必要とならない。また、Baldwin型表現を導く事だけを目的とするなら、(71)~(73)式を与える段階で、臨界時の中性子流 $j_f^\pm(x_b)$ と時間関数の積に時間依存中性子流 $j^\pm(x_b, t)$ を近似してもかまわない。但し、この場合、擾動前の実際の状態が臨界でない場合には、2つの近似を暗黙のうちに同時に施している事になる。もう一点は、 $j_0^\pm(x_b) \simeq j_f^\pm(x_b)$ とする近似が不必要となる場合がある事である。結合炉の2個の炉心および反射体領域が各々同じ材質、寸法で構成されている対称な結合炉体系では、体系全体の反応度 ρ_0 と外部中性子源 S の間に

$$\rho_0 = -S \quad (S \equiv S_I = S_{II}), \quad (103)$$

の関係がある事が証明出来る (Appendix B)。従って、この場合、(100)式から容易に

$$j_0^{*+}(0) j_0^+(0) + j_0^{*-}(a) j_0^-(a) - j_0^{*-}(0) j_0^-(0) - j_0^{*+}(a) j_0^+(a) = 0, \quad (104)$$

が導かれる，これは $j_0^{\pm}(x)$ が (101) 式に相当する関係を満たしている事になる。従って，

対称結合炉の場合には定常状態の中性子束 $\psi_0(x)$ から計算した中性子流 $j_0^{\pm}(x)$ を

臨界時の中性子流 $j_f^{\pm}(x)$ で近似しなくても Baldwin 型の方程式を導く事ができる。

(95) 式の中性子生成時間，(96) 式の結合係数および (102) 式の近似式を

(93) 式に使用して整理すると，結局次の動特性方程式の表現を得る。

$$\begin{aligned} \frac{dP_I(t)}{dt} = & \frac{\rho_0 - \Delta_{I \leftarrow II} + \delta\rho_I(t) - \beta}{\Lambda_I} P_I(t) + \frac{\Delta_{I \leftarrow II}}{\Lambda_I} \int_0^{\infty} P_{II}(t-\tau) G_{gt}^*(\tau) d\tau \\ & + \sum_{k=1}^6 \frac{\lambda_k \beta_k}{\Lambda_I} \int_0^{\infty} P_I(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + \frac{S_I}{\Lambda_I} \end{aligned} \quad (105)$$

同様にして炉心 II に対しては，

$$\begin{aligned} \frac{dP_{II}(t)}{dt} = & \frac{\rho_0 - \Delta_{II \leftarrow I} - \beta}{\Lambda_{II}} P_{II}(t) + \frac{\Delta_{II \leftarrow I}}{\Lambda_{II}} \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{gt}^*(\tau) d\tau \\ & + \sum_{k=1}^6 \frac{\lambda_k \beta_k}{\Lambda_{II}} \int_0^{\infty} P_{II}(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + \frac{S_{II}}{\Lambda_{II}} \end{aligned} \quad (106)$$

となる。これが，本論文の一般化された動特性方程式 (75)(76) 式から導かれた

Baldwin 型の動特性方程式である。

3.2.2 結合係数と未臨界度

さて導いた方程式 (105)(106) 式と，従来の 1 点炉近似を基に物理的

洞察から導いた Baldwin 型方程式 (1) 式とを比較してみる。この為には，(1) 式と

(105)(106)式'をまとめて書いた式とを並べて再掲する。

$$\begin{aligned} \frac{dN_m(t)}{dt} = & \frac{\rho_m - \beta}{\Lambda_m} N_m(t) + \frac{\Delta_{m \leftarrow n}}{\Lambda_m} \int_0^\infty N_n(t-\tau) g_{mn}(\tau) d\tau \\ & + \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k \lambda_k}{\Lambda_m} \int_0^\infty N_m(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + Q_m(t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_m(t)}{dt} = & \frac{\rho_0 - \Delta_{m \leftarrow n} - \beta}{\Lambda_m} P_m(t) + \frac{\Delta_{m \leftarrow n}}{\Lambda_m} \int_0^\infty P_n(t-\tau) G_{qt}^*(\tau) d\tau \\ & + \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k \lambda_k}{\Lambda_m} \int_0^\infty P_m(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + \frac{S_m}{\Lambda_m} \end{aligned} \quad (105, 106)$$

$$(m, n = I, II \quad m \neq n)$$

上の2つの方程式は (1)式が 炉心中の全中性子数 $N_m(t)$, (105)(106)式が各炉心のインポートス総量 $P_m(t)$ に対して導かれている点を除けば, 同じ物理的役割を持つ対応する項で構成されており 同等の方程式になっている。従って (105)(106)式の導出過程から明らかな様に, このBaldwin型の方程式は 臨界状態から擾動によってわずかにずれた体系の動特性を表現し, 中性子生成時間 Λ_m , 結合係数 $\Delta_{m \leftarrow n}$ は前項で定義した物理的意味を有している。

この2つの動特性パラメータの他に, (1)式において 炉心 m の反応度として定義された ρ_m は, (105,106)式との比較から, 結合炉体系全体の反応度 ρ_0 と 結合係数 $\Delta_{m \leftarrow n}$ との差で決まる量である事が解る。即ち

$$\rho_m \equiv \rho_0 - \Delta_{m \leftarrow n} . \quad (107)$$

例えば，結合炉体系全体が臨界である状態 $\rho_0 = 0$ を考えてみると，炉心 m 固有の反応度は $-\Delta_{m \leftarrow n}$ となり，結合係数に相当する反応度だけ未臨界状態である事が直ちに解る，従って $\Delta_{m \leftarrow n}$ は炉心 m の未臨界度とみなせる。この事は，オ3.1.1項で紹介した T. Kawai の結合係数と未臨界度に関する指摘の妥当性を裏付けている。念のために，Baldwin型表現 (105, 106) 式からオ3.1.2項と同様の操作で伝達関数を導いてみると次の様になる。

$$\Sigma_{I, I} \equiv \frac{\delta \hat{P}_I(s)}{\delta \hat{P}_I(s)} = \frac{H_I(s)}{1 - \Delta_{I \leftarrow I} \hat{G}_{gt}^*(s) \cdot \Delta_{I \leftarrow I} \hat{G}_{gt}^*(s) \cdot H_I(s) \cdot H_I(s)} , \quad (108)$$

$$\Sigma_{I, II} \equiv \frac{\delta \hat{P}_{II}(s)}{\delta \hat{P}_I(s)} = \frac{\Delta_{II \leftarrow I} \hat{G}_{gt}^*(s) H_I(s) H_{II}(s)}{1 - \Delta_{I \leftarrow I} \hat{G}_{gt}^*(s) \cdot \Delta_{II \leftarrow I} \hat{G}_{gt}^*(s) \cdot H_I(s) H_{II}(s)} , \quad (109)$$

但し，ここで $H_m(s)$ は $Y_m(s)$ の近似型で次の様に定義した量である。

$$H_m(s) \equiv \frac{1}{s \left[\Lambda_m + \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\lambda_k + s} \right] - (\rho_0 - \Delta_{m \leftarrow n})} \quad (110)$$

この表現を (87) 式で定義した $Y_m(s)$ と比較すると，

- ① 中性子生成時間 ℓ_m が，反射体の効果を含んだ中性子生成時間 Λ_m になっている。

② $L_m, R_m(s)$ 関数で表現されていた項が (107) 式の 炉心 m の反応度 ρ_m つまり

$\rho_0 - \Delta m \leftarrow n$ で表現されている。

点で異なっている。一方, T. Kawai の $G_m(s)$ 関数 [(Kawai 8) 式] と比べてみると,

① T. Kawai は Δm のかわりに, 同じく反射体効果を暗に含んだ, 反射体付単一炉に対する実験値を ρ^* として使用した。

② T. Kawai は 臨界に近い体系を扱っており $\rho_0 \approx 0$ とみなしてよい。

の 2 点を考慮すれば, $H_m(s)$ は $G_m(s)$ と同じである事が解る。

そこで, ここで導いた伝達関数 (108)(109) 式と, T. Kawai の与えた伝達関数 (Kawai 13)

式とは結合係数に掛っている透過の応答関数のラプラス変換型 $\hat{G}_{gt}^*(s)$ を除いて

一致している。この事は, T. Kawai の与えた結合炉モデルは, 結合に要する遅れ時間を

無視したモデルである事を意味している。

3.2.3 Argonaut 炉の動特性パラメータ値

オ3.2.1 項で与えた定義式を使用して Argonaut 炉の動特性パラメータ値を

[9, 12]

計算し実験値と比較する。Argonaut 炉は, 図 III.1 に示す様に, MTR 型 燃料板から

なる軽水減速炉心と直径約 61 cm の黒鉛結合領域及び黒鉛反射体

[12, 17]

からなる結合炉である。オ3.2.1 項で定義した動特性パラメータの計算式を

利用するには、対象とする結合炉体系を図Ⅱ.7の様な1次元平極体系にモデル化
する必要がある。以下にこのモデル化と計算手順について示す。

まずモデル化を次の方針で行う。

- ① 結合に關して重要な結合領域と反射体領域、つまり減速材領域

応答関数を適用する領域の幅は現実の体系の幅と同じにする。

但し、この Argonaut 炉の場合は炉心が完全な平極状ではなく幾分曲がっている

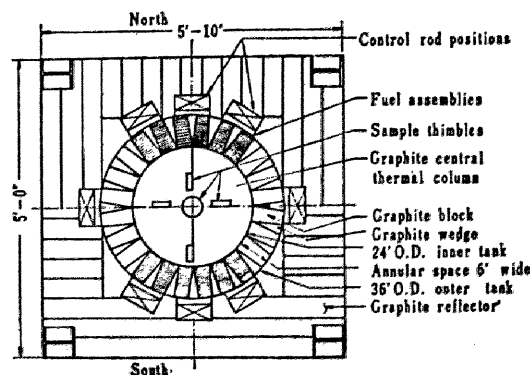
ので、各領域の幅を正確に決めるのは困難である。そこで結合領域幅を

61 cm (円柱状結合領域の直径、炉心間の最長距離)とした場合と、43 cm (曲がった

炉心間の最短距離)とした場合の両極端について計算した。但し、黒鉛反射体幅

は、両方の場合に共通に 30.5 cm と固定した。次に計算手順を示す。

- ② 両炉心の幅を未知数として、エネルギー1群で臨界計算を行い、炉心幅



図Ⅲ.1 Argonaut Two Slab Core Section. [12]

を決定する。

この Argonaut 炉は対称結合炉体系であると仮定し、表Ⅲ-1 に示す熱群^{*)}群定数を使用して計算した。この時横方向への中性子の流れは表中の横方向バックリング B_{\perp}^2 で考慮した。

③ 臨界時の中性子束分布 $f_0(x)$ を基にして、各炉心境界における中性子流

$j_f^{\pm}(x)$ を計算する。また随伴中性子流は $j_0^{*\pm}(x) = j_f^{\mp}(x)$ の関係から

容易に導かれる。

④ 臨界幅、中性子束分布 $f_0(x)$ から定数 $C_K = \int_K f_0(x) f_0^*(x) dx$ を計算する。

⑤ 減速材領域応答関数をオII章オ2.2.2項に示した手順で計算する。

表Ⅲ-1 Argonaut 炉の熱群定数^{†)}

領域	D [cm]	Σ_a [cm^{-1}]	$\nu \Sigma_f$ [cm^{-1}]	B_{\perp}^2 [cm^{-2}]
炉心	0.215	6.16×10^{-2}	9.85×10^{-2}	3.10×10^{-3}
結合領域	0.916	5.39×10^{-4}	0.0	2.08×10^{-3} ^{a)}
反射体	0.916	5.39×10^{-4}	0.0	3.10×10^{-3}

$$B = 0.0076 \text{ } ^b)$$

†) この定数は文献[12]から引用した。

a) 文献[12]の Table 2 の値を外挿して評価した値。

b) 文献[42]の P.374 から引用した。

*) T.Kawai の測定結果は対称結合炉でない事を示している。しかし、実験の非対称性の原因が明らかでなく、この計算には考慮できないので対称性を仮定した。

⑥ 以上に評価した値を定義式に使うて動特性パラメータ値を計算する。

[12]

黒鉛結合領域幅を 61, 43 cm とした場合の動特性パラメータ値を, T. Kawai,

[9]

W. Seifritz and R.W. Albrecht, の測定結果と比較して表Ⅲ-2に示す。

結合係数 について: T. Kawai の測定は完全な対称性を示さず, 1.6β と 4.0β

である。また Seifritz and Albrecht は炉雑音法によるコヒーレンスの測定

から 3.07β であると結論している。この測定に対して, 計算値は対称結合炉

を仮定したので $\Delta_{I \leftarrow II}$ と $\Delta_{II \leftarrow I}$ は等しく, 61 cm 幅黒鉛結合領域の場合

1.86β , 43 cm 幅で 5.11β となった。この計算結果から結合係数は結合領域

幅に敏感であり, 従って, 正確な結合領域幅を決めにくい Argonaut 炉の

場合には, 測定値を計算値で再現するのは困難である。但し, こでの計算値

は結合係数の上下限值に相当し, しかも 1次元1群の単純化した扱いである事

表Ⅲ-2 Argonaut 炉動特性パラメータの比較

	結合係数	中性子 生成時間	結合の 遅延時間
Theory $\begin{cases} 61 \text{ cm} \\ 43 \text{ cm} \end{cases}$	1.86β 5.11β	$265 \mu s$ $270 \mu s$	1.92 ms 1.18 ms
Kawai [12]	$\Delta_I^* = (1.6 \pm 0.2)\beta$ $\Delta_{II}^* = (4.0 \pm 0.4)\beta$	$180 \mu s$	—
Seifritz & Albrecht [9]	3.07β	—	0.28 ms

$$\beta = 0.0076$$

を考えあわせれば、この計算値は比較的良く測定値を再現しているとみなせる。

中性子生成時間 について： 計算値は結合領域幅に対して敏感ではなく約 270

μs である。これに対して T. Kawai は結合係数の評価に際して必要な中性子生成

時間の値として、反射体付単一炉に対する値 $180\mu\text{s}$ を使用した。また Seifritz

[43]

and Albrecht はこの値を評価していない。この表には示さなかったが、Pawlicki は

T. Kawai の $180\mu\text{s}$ と比べるべき値として $220\mu\text{s}$ を上げている。つまり、Kawai の測定値

とはもちろんのこと、この値と比較しても $270\mu\text{s}$ はかなり大きな値になっている。

結合の遅れ時間： 計算値は結合係数の場合と同様に上下限値を与えて

おり約 $1\sim 2\text{ ms}$ の範囲にある事を示している。これに対して、T. Kawai はこの遅れ

時間を無視したモデルを採用しているので当然その値を評価していないが、

Seifritz and Albrecht は 0.28 ms であると結論している。 Seifritz and

[44]

Albrecht はこの測定結果から、A.R. Boynton and R.E. Uhrig が Argonaut 炉

*)

と似た仕様の UFTR (University of Florida Training Reactor) に対して熱中性

子波伝播速度から推定した 2.6 ms は長が過ぎると述べている。また D.E. Jeffers

[11]

and Humphreys は UFTR と同等の URR (The Universities Research Reactor) の

周波数応答測定から Seifritz and Albrecht の結果を支持する $(0.23 \pm 0.02)\text{ ms}$

*) UFTR の黒鉛結合領域幅は Argonaut 炉より短かく約 30 cm である。

を結論している。従って, Seifritz and Albrecht と Jeffers and Humphreys の値が Argonaut 炉に対する測定値を代表しているとみなすと, 計算値はこの約 10 倍程度ありかなり過大評価になっている。この原因として, エネルギー群の計算値には含まれていない熱外中性子の伝播の影響が考えられる, この点はオ IV 章で再び論ずる。

3.3 動特性パラメータの炉心間距離依存性

3.3.1 KUCA C35G₁H₂O₁ 炉と熱群定数

前項の Argonaut 炉を対象とした計算例では, 炉心間距離つまり結合領域幅の決め方にあいまいさが残っている為に, 測定値との比較が不十分であった。また Argonaut 炉をはじめとする今迄の研究者の扱った結合炉は炉心間距離が固定しており, 動特性パラメータの変化に対する系統的な研究, 例えば炉心間距離依存性の検討はさめていなかった。本研究では, 前項で定義した動特性パラメータの表示を使用して, この依存性を計算し, 併せて炉心間距離を変えた動特性実験を 1 次元体系にモデル化しやすい平板状結合炉で実施した。そして, この計算値と測定値の比較によって動特性パラメータ表示の適用限界を調べた。まずこの節では, 計算対象として京大原子炉実験所臨界集合体装置に構成

した結合炉体系の概略，計算に使用した群定数，そして動特性パラメータの計算結果について述べる。実験の詳細と実験値との相互比較は次の章で論ずる。

京大原子炉実験所臨界集合体装置 (KUCA) には，A, B そして C-

[45]

架台と名付けられた3つの架台がある。このうち A, B-架台は固体減速・反射体

(黒鉛, ポリエチレン) の炉が構成できる。これに対し C-架台は 1.8 m 深さ 2 m 直径の

タンク中に燃料集合体を構成し，軽水を満たして炉を構成する軽水減速, 軽水

[46]

反射体の炉である。さらに C-架台に関しては3種の炉心構成が可能である。

すなわち 0.5 mm 厚さの 93% 濃縮ウラン-アルミ合金を両側から 0.5 mm のアルミ

被覆でサンドウィッチ状にはさんだ幅 6.2 cm 高さ 60 cm の燃料板を，その中心

間距離が公称値で 3.0 mm, 3.5 mm, 4.5 mm となる様に軽水中に配列できる。

[47]

そして，これらは各々 C-30, C-35, C-45 炉心の略称で区別されている。またその

[47, 48]

$H/^{235}\text{U}$ 原子数比は C-30, C-35, C-45 の順に約 159, 212, 315 である。本研究

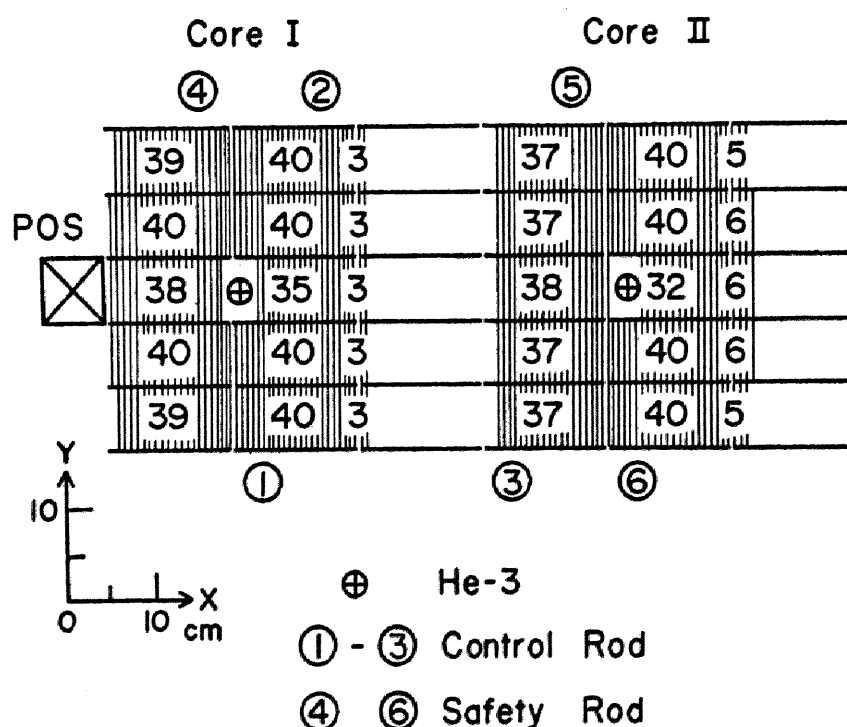
では HFR 炉心模擬実験に関連してその静特性 (臨界量, 各種の反応度係数,

中性子束分布) が良く調べられている C-35 炉心を使って，幅 x cm の軽水結合

領域を持つ平板状対称結合炉，略称 C35 G|x H₂O| 体系を構成し，結合

領域幅つまり炉心間距離 x を 7 cm, 10 cm, 14 cm と変化させて実験を行った。

ここで対称結合炉の“対称”とは構成した結合炉の各炉心の中の装荷燃料板枚数が等しい事を意味している。実験に使用した結合炉心のうち $x=14\text{ cm}$ の C35G|14H₂O| 体系の X-Y 平面図を例として図Ⅲ.2 に示す。図中に示した数字は装荷燃料板枚数であり、この C35G|14H₂O| 体系の場合は各炉心に406枚、両炉心合計 812枚で臨界となった。この場合 Safety Rod 3本は完全に引き抜かれており、更に Control Rod も出来る限り引き抜いた状態で臨界となる様



図Ⅲ.2 The Symmetric Coupled-Core Configuration C35G|14H₂O|.

にし、制御棒の部分的挿入による中性子束分布のゆがみは出来る限り少なくした。

さてこの $C35G|_{xH_2O}|$ 体系を計算にのせる際に使用した熱群定数を

表Ⅲ-3 に示す。 KUCA-C 架台の諸実験を解析する際に必要となる群定数の整備

[47]

[48]

は 京大原子炉実験所 また他の研究グループにおいて現在進行中である。 表Ⅲ-3 に

まとめた定数は、HFR 建設計画の初期の段階において 著者の属する研究グループが

[49]

1次元拡散コード EXPANDA を使用して行った 結合型原子炉の臨界量、中性子束分布

[50]

に使用するパラメータ・サーベイ計算用に準備した2群定数からとったものである。この2群定数

[51]

[52]

は高速群を UGMG-42 コード、熱群を THERMOS コードで作成したが、表Ⅲ-3 は

この熱群定数に相当する。 体系を1次元体系にモデル化する際に垂直方向の

中性子の流れは、垂直方向の中性子束分布に $\cos\theta$ 分布を仮定して、 DB_{\perp}^2 の型で

表Ⅲ-3 $C35G|_{xH_2O}|$ 体系の熱群定数

		炉心 $^{235}\text{U}, \text{H}_2\text{O}, \text{Al}$	結合領域・反射体 H_2O
D	[cm]	6.717×10^{-1}	3.383×10^{-1}
Σ_a	[cm^{-1}]	8.393×10^{-2}	1.917×10^{-2}
$\nu \Sigma_f$	[cm^{-1}]	1.472×10^{-1}	0.0
ν	[$\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$]	2.482×10^5	
B_{\perp}^2	[cm^{-2}] ^{a)}	5.211×10^{-3}	

a) この垂直方向バックリンク B_{\perp}^2 には、測定した中性子束分布から評価した反射体節約 8.90 cm が考慮されている。

考慮した。この際、垂直方向バックリング B_{\perp}^2 は、横方向炉心領域幅に、この方向

[53]

に付随した軽水反射体の効果を反射体節約として加味して評価した。つまり、

測定体系の横方向炉心幅が Y, Z cm であり、この方向の反射節約が δ_Y, δ_Z で

ある時、 B_{\perp}^2 は

$$B_{\perp}^2 = \left(\frac{\pi}{Y + 2\delta_Y} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{Z + 2\delta_Z} \right)^2$$

とした。表中の値を得るには、 $Y = 34.70$ cm, $Z = 60.00$ cm とし、また Y 方向の奥側

中性子束分布に \cos 分布を fitting して評価した反射体節約の値 8.90 cm を

Y, Z 方向に共通に使った。また炉心領域と結合領域・反射体とは共通の垂直

[54]

バックリング値を使用した。この妥当性は2次元拡散コード EQUIPOISE-3 で、 Y -

Z -方向の中性子束分布を計算し、軽水領域中の中性子束分布が炉心領域の分布

と相似になっている事で確かめた。

3.3.2 C35G|xH₂O| 炉の動特性パラメータ値

動特性パラメータを計算する為の体系のモデル化、計算法は既に

述べたオ3.2.3項の手順と同じである。例えば、C35G|xH₂O| 体系は平極状

対称結合炉であるので(図Ⅲ.2)、これを図Ⅲ.3の様に1次元平極体系にモデル

化した。この時、炉心間距離 $x (=2a)$ は実験条件と等しくした。また中性子経済

上は無限大とみなせるほど厚い軽水反射体はその幅を $T=30\text{ cm}$ とし計算した。

この軽水幅 30 cm は、表Ⅲ-3 から計算した軽水の拡散距離 $L=(D/\Sigma_a)^{1/2}=4.20\text{ cm}$

の約7倍に相当し十分に無限大とみなせると判断した。

以下に動特性パラメータの炉心間距離依存性の計算結果を示す。

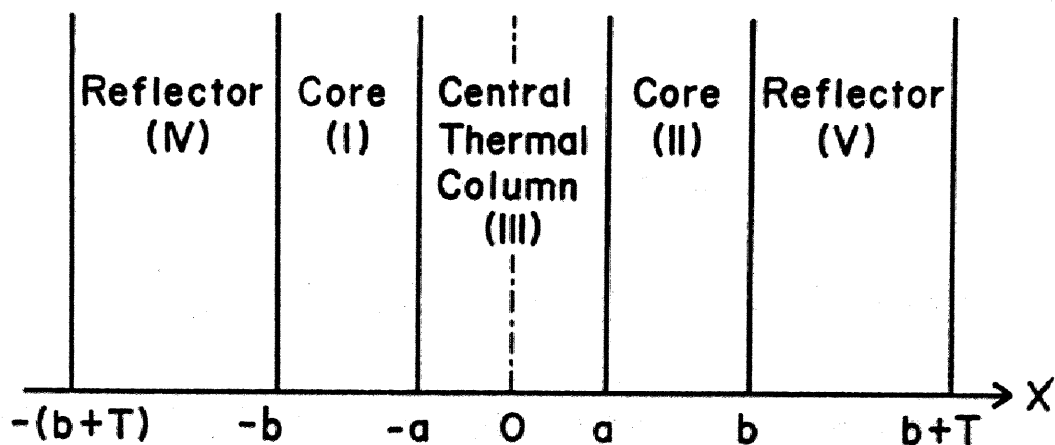
以下の図中、計算結果は全て実線で描かれている。

結合係数：図Ⅲ.4 に結合係数の結果を示す。この $C35\text{ G}|\alpha\text{ H}_2\text{O}|$ 体系では

炉心間距離が拡散距離 4.20 cm の約2倍 (8 cm) 以上になると単一指数関数

$e^{-x/\delta}$ で減少している。この場合の緩和距離 δ を $x=15\text{ cm}$ での結合係数値

1.23β と $x=30\text{ cm}$ での値 $2.90 \times 10^{-2}\beta$ とを使って計算してみると $\delta=4.00\text{ cm}$

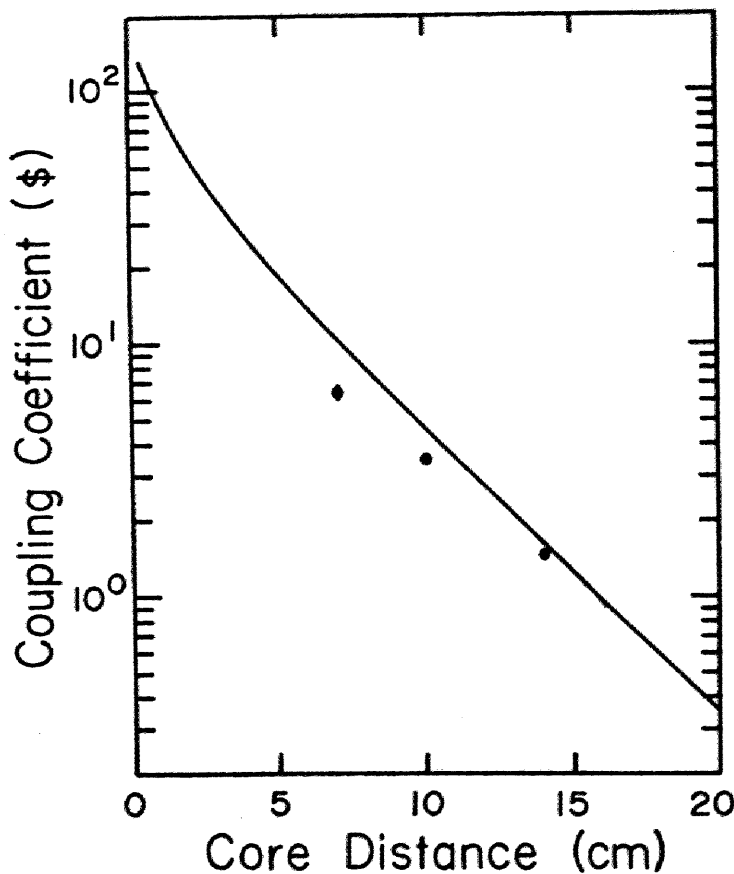


図Ⅲ.3 The Coupled-Core System Modelled for Analyses.

となる。この緩和距離の物理的意味を調べる為に、結合係数の計算式(96)式を考えてみる。その為に、(96)式中の全応答 $\int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau$ はラプラス変換型の $s \rightarrow 0$ 極限に等しいという(40)式の関係を使って、(96)式をラプラス変換型(36)(38)式で表現する。

$$\Delta = \frac{4}{\nu \Sigma_f C} j_0^*(-a) j_0^-(a) \frac{4DK}{(1+4D^2K^2) \sinh Kx + 4DK \cosh Kx} \quad (111)^*)$$

この式において、炉心間距離 x に依存する量は C , $j_0^*(-a)$, $j_0^-(a)$, さらに陽に x で表現されている応答関数の項である。この内応答関数の x が大きい所での振舞い



図Ⅲ.4 Core-Distance - Dependence of Coupling Coefficient.

*) 図Ⅱ.11とここでの計算体系図Ⅲ.3を比較すると、炉心境界の座標が $a \rightarrow -a$, $b \rightarrow a$ と異なっているので、これに対応して境界流の座標が(96)式と異なっている。

を調べる為に次の様に変形する。

$$\frac{4DK}{(1+4D^2K^2)\sinh Kx + 4DK\cosh Kx} = \frac{4DK}{(1+2DK)^2} \cdot \frac{e^{-Kx}}{1 - \left(\frac{1-2DK}{1+2DK}\right)^2 e^{-2Kx}}, \quad (112)$$

ここで、定数 K は (34) 式 $K(s)$ の $s \rightarrow 0$ の極限で与えられる量、

$$K \equiv \lim_{s \rightarrow 0} K(s) = \left(\frac{\Sigma a}{D} + B_{\perp}^2 \right)^{1/2}, \quad (113)$$

であり、軽水の場合には表Ⅲ-3 より $K \simeq 0.249$ である。従って (112) 式分母の e^{-2Kx} にかかる係数は 0.5 程度となり、よって x が大きい場合 (112) 式は $\sim e^{-Kx}$ の依存性を示すと考えられる。そこで K の逆数をあたってみると $1/K \simeq 4.02 \text{ cm}$ となり、これは先に数値計算結果から評価した緩和距離 γ の 4.00 cm と一致する。この事より結合係数の $e^{-x/\gamma}$ 依存性は主に応答関数から決まり、緩和距離 γ は (113) 式 K の逆数で与えられると言える。この事は同時に、 x が大きい所では定数 C , $f_0^{*-}(a)$, $f_0^-(a)$ の x 依存性は弱い事を示している。つまり物理的には x が大きくなると、

オ3.2.2 項で指摘した様に結合係数即ち各炉心の未臨界度が減少し結合炉の各々の炉心がそれぞれ単独で臨界を保てる様になり、その結果 x の変化は炉心の臨界幅及び境界での中性子束、随伴中性子束分布に大きな変化を与えなくなる。この性質を、Baldwin や Albrecht and Seifritz 達は

“弱結合 (Weak Coupling)” の性質と呼んでいる。特に Albrecht and Seifritz

は 弱結合が 強結合かを結合係数が1以上であるか否かで判別すると言っている。

しかし、この軽水の例では結合係数が1 ($\alpha \sim 15 \text{ cm}$ に相当) 以上でも、 $\Delta \sim e^{-\alpha/\lambda}$

の性質が認められ、すでに弱結合の性質を示しているとみなせる。つまり弱結合と

みなせる α の範囲は、結合領域を構成している物質とその大きさによって決まり、

単に結合係数の値で判断するのは無理がある。

結合の遅れ時間 (結合領域中性子透過時間) : 図Ⅲ.5 に結合の遅れ時間の

結果を示す。結合に要する遅れ時間は炉心間距離が増加するに従って単調に

増加する、特にここで示した軽水の場合には $\alpha = 10 \text{ cm}$ 以降ではほぼ直線的に

変化している。従って炉心間距離が増加すると、一方の炉心において生じた変動が他

の炉心におよびさらにまた自分の所にその効果が返って来るまでに、長い時間を要する

事になる。この遅れ時間が充分長くなると、それは結合炉の動特性、制御を考える

上で無視出来ない効果を示す可能性がある。例えば、片方の炉にパルス状に中性子

を投入したとすると、この影響は再び自分自身に戻って来て、結局遅れ時間の2倍を

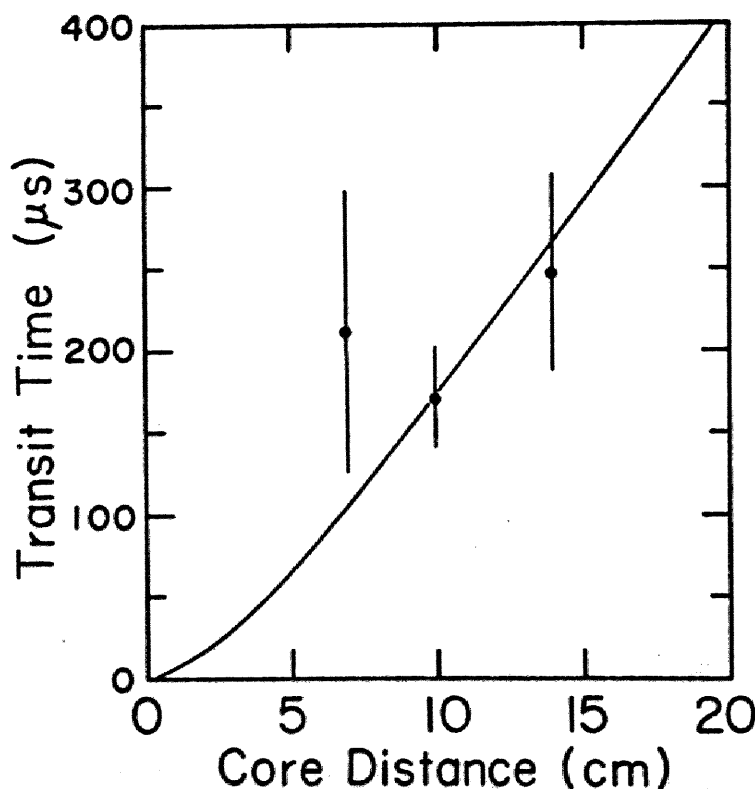
[57~59]

周期として炉心の中性子数が増加・減少を繰り返して周期的変化を生ずる可能性

が考えられる。ところが、この様に遅れ時間が長くなるような炉心間距離の大きい

所では、先に論じた如く一般に結合係数は小さい、従って遅れ時間は長くても影響力は小さくなっていて顕著な現象を引き起こさないと考えられる。結局、パルス減衰における振動現象などを扱う際には、単に遅れ時間の長短だけでなく結合係数の大小をも合わせて考慮する必要がある。

中性子生成時間： 中性子生成時間の計算結果を図Ⅱ.6に示す。中性子生成時間は炉心距離の変化に対して著しい変化は示さず約 $65\mu\text{s}$ の一定値をとる。ところで、この中性子生成時間は次式で示される様に、炉心定数だけで決まる量の右辺第1項、



図Ⅱ.5 Core-Distance-Dependence of Transit Time.

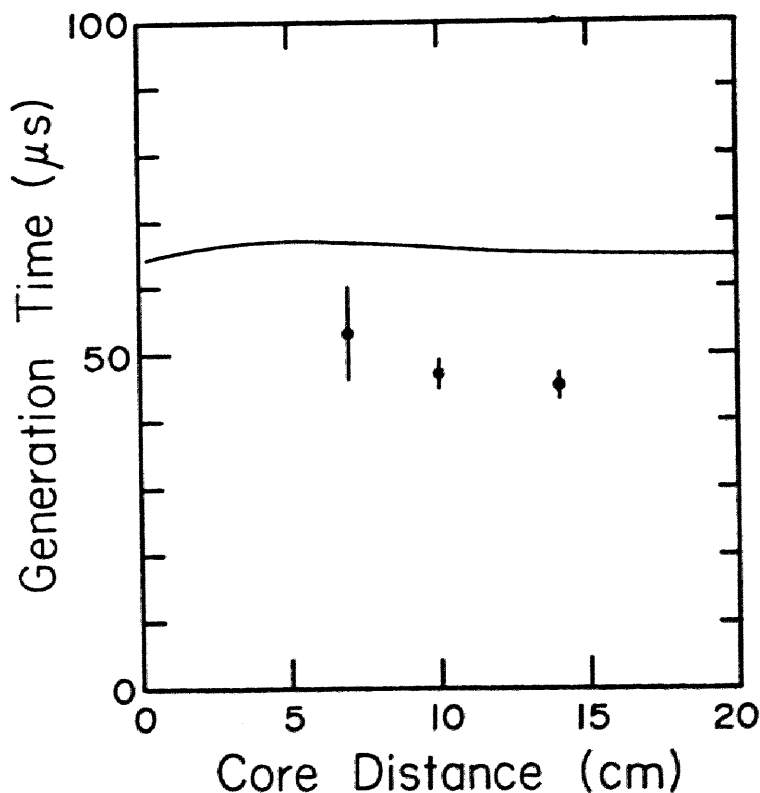
30 cm 厚さの軽水反射体で決まるオ2項, および 炉心間距離と等しい幅をもつ

結合領域の中性子反射から決まるオ3項の和になっている。

$$\Lambda = \frac{1}{\nu \Sigma_f v} + \frac{4}{\nu \Sigma_f c} j_0^{*+}(-b) j_0^+(-b) \bar{\tau}_{r\pi} + \frac{4}{\nu \Sigma_f c} j_0^{*-}(-a) j_0^+(-a) \int_0^\infty G_{gr}(\tau) d\tau \cdot \bar{\tau}_{rg} \quad (114)^{*})$$

この式で, 炉心間距離 x に依存しない量は $\nu \Sigma_f$, v , $\bar{\tau}_{r\pi}$ だけでありその他は

依存するのに 合計としての Λ が一定値をとる様子を, 各項の内訳を表にした表Ⅲ-4



図Ⅲ.6 Core-Distance-Dependence of Neutron Generation Time.

*) この式は Λ の計算式(95)式を 図Ⅲ.3 の 炉心Ⅰ に対して書き下したものである。

でみている。炉心部は $1/\nu\Sigma_0$ だけで決まり確かに一定値 $27.37\mu s$ となっている。

一方オ2項とオ3項は α の増加に対して逆の傾向を示している。まずオ2項は反射体厚さが $30cm$

と一定のため \bar{c}_{rv} 自体は一定値 (この軽木の場合は $33.34\mu s$) であるが、 α の増加に伴って

オ2項は約 $33\mu s$ から約 $19\mu s$ までと変化する。これは α の増加に伴って各炉心の

臨界幅が増加し、この結果定数 C が増加する事によっている。そこで、 α が増加しても

この炉心幅が著しく変化しなくなる $\alpha = 10cm$ 以上 (結合係数の項で述べた

弱結合の状態) になると、オ2項の変化は小さくほぼ一定値 $19\mu s$ をとる事になる。

これは、定数 C が炉心中の全インポートランス量であるから、反射体領域で反射し

表Ⅲ-4 炉心間距離に対する中性子生成時間とその内訳 ^{*}

炉心間距離 α [cm]	中性子生成時間 Δ [μs]	炉心部 (114)式オ1項	30cm反射体 (114)式オ2項	結合領域 (114)式オ3項
1	64.86 (100.0)	27.37 (42.2)	32.50 (50.1)	4.990 (7.7)
5	66.90 (100.0)	27.37 (40.9)	23.20 (34.7)	16.33 (24.4)
10	65.96 (100.0)	27.37 (41.5)	19.76 (30.0)	18.83 (28.5)
15	64.96 (100.0)	27.37 (42.1)	18.85 (29.0)	18.74 (28.9)
20	64.54 (100.0)	27.37 (42.4)	18.59 (28.8)	18.58 (28.8)

^{*}() は Δ に対する各項の % を示す。

して戻って来る中性子の持つインポートランス量の相対価値が、 α の増加とともに減少する事を物理的には意味している。これに対して、オプ項の結合領域での反射の影響は、 α の増加とともに約 $5\mu s$ から 約 $19\mu s$ まで変化し、やはり $\alpha=10\text{ cm}$ 以上ではほぼ一定値となる。この現象は、オプ項の全応答 $\int_0^\infty G_{gr}(\tau) d\tau$ と $\bar{\tau}_{rg}$ が α の増加とともに増す効果と、定数 C の増加により結合領域で反射する中性子の持つインポートランス量の相対価値が減少する効果の両者によっている。しかし、結合領域の厚さが 15 cm 以上になると反射効果に関しては無限反射体とみなせる様になり、その結果 $\int_0^\infty G_{gr}(\tau) d\tau$, $\bar{\tau}_{rg}$ 自体が α に依存しなくなる。そこで $\alpha=15\text{ cm}$ 以降では 30 cm 反射体領域と同様の効果となり、その値も同じになってくる。

表Ⅲ-4 中の括弧に示したのは、中性子生成時間 Λ に対する各項の割合である。これによると反射体、結合領域の中性子生成時間に対する寄与は約 58% 程に達し、この効果の大きい事が解る。

以上で、主に理論計算による $C35G[\alpha H_2O]$ 炉の動特性パラメータ

の議論を終え、次章に実験手帳とその結果を述べる。

第IV章 パイルオシレータ実験

本章では KUCA C35G | α H₂O | 体系で実施したパイルオシレータ法による周波数応答実験の詳細について述べる。特に、測定データから周波数応答(ゲイン, 位相)を抽出する方法, およびこの周波数応答から結合炉動特性パラメータを評価する方法には工夫をこらしたのでこの点について述べる。最後に炉心向距離 $x = 7, 10, 14$ cm に対する動特性パラメータの測定値と前章に示した炉心向距離依存性の計算結果との比較を論ずる。

4.1 動特性パラメータの評価法

4.1.1 従来のパラメータ評価法

結合炉の動特性パラメータを決める実験は、今迄にも多くの実験者によって試みられて来た。この実験は測定法によって大きく次の5つに分類する事ができる。

① 周波数応答測定 : 周期的外乱に対する中性子束の応答をゲインと位相

[12]

[11]

とで表現する。T. Kawai と D.E. Jeffers and E. Humphreys とによって

行われた。

② パルス中性子減衰実験 : 炉心にパルス状中性子を投入し、その後の中性子の

時間変化, 主に中性子束減衰定数, を測定対象とする。U. Farinelli and

[10]

[60]

N. Pacilio, F.R.N. McDonnell and M.J. Harris, F.C. Difilipp and

[61]

[62]

R.M. Waldman 及び A.S. Tai and J.P. Schneeberger によって利用

された。

③ flux tilting 法： 結合炉の両炉心の中性子束比（例えば、各炉心の中性子束

ピーク値又は各炉心の平均中性子束を対象とする）が、炉心に加えられた外乱

によって変化する事を利用する測定法であり、動的測定法というよりも

[21]

静的な測定である。 結合炉研究の初期に G. Kussmaul, D.E. Jeffers

[22]

[14]

and K. Hall 及び R.A. Rydin, J.A. Burke, W.E. Moore, and K.W. Seemann

によって行われた。

[63]

④ 中性子相関実験（時間領域の中性子雑音実験）： Rossi- α ,

[64]

Feynman- α 測定を結合炉体系へ適用した実験がこれに属する。

[65]

E. Türkcan and J.B. Dragt, と M. Edelmann, J. Ehrhardt, and

[66]

W. Vöth らの測定がある。

⑤ 中性子雑音実験（周波数領域の中性子雑音実験）： 主に相互相関

関数、自己相関関数のフーリエ変換で定義される Cross-Power-Spectral-

Density (CPSD), Auto-Power-Spectral-Density (APSD), およびこの両者から

得られる コヒーレンス関数とが測定量となる。 この測定法を採用する実験者

[9]

は多く 代表的な W. Seifritz and R.W. Albrecht, の他にも以下の研究者

[18]

が挙げられる。 A.R. Boynton and R.E. Uhrig, R.A. Hendrickson and

[19] [67]
G. Murphy, D.D. Ebert, J.D. Clement, and W.M. Stacey, Jr.,
[68] [69] [70, 71]
E. Viehl, 及び J.P. Genoud. また KUCA での Hiroshi Takeuchi

の実験もこれに分類される。

ところで上に挙げた研究者達は、いずれもオI章冒頭に示した Baldwin 型の方程式

(1)式に基づいて動特性パラメータを評価している。しかもほとんどの研究者は3つの
[8, 12, 18, 19, 21, 22, 65, 66]

動特性パラメータのうちゆすかに1つを、例えば結合係数 あるいは
[62, 69]

結合の遅れ時間だけを決めており、結合係数と遅れ時間という様に2つの値を
[9, 11, 60, 68]

決めているのは数人の研究者にすぎない。その上、ある目的とする動特性パラメータを

決定するデータ処理に必要な目的以外の動特性パラメータ値には、同様の体系に対する

他の研究者の測定値 あるいは 単純化した体系（例えば結合炉の片側炉心

だけに着目する）に対する計算値を借用している。これは、評価された動特性

パラメータ値が借用した値に依存している事を意味し望ましくない。そこで、測定量

だけから系統的に3つの動特性パラメータ値を評価する手法が必要となるが、

これに対する1つの解答を次節に示す。

さらに従来の方法における向題点は、今までにも指摘して来たが、

(1)式の結合核 $g_{mn}(t)$ が各々の研究者毎に 物理的洞察から決められ

データ処理に使用されて来た点である。この事は、評価対象とする動特性パラメータ値が $g_{mn}(\tau)$ の関数型に依存する場合には特に重大となる。

この問題は既に2人の研究者によって調べられているので、それを簡単に紹介しておく。

[60]

まず; McDonnell and Harris は Risley にある Universities Research Reactor でパルス中性子減衰実験を行い、4つの典型的な $g_{mn}(\tau)$ を使ってデータ

処理をし結合係数を評価してその相違を調べた。彼達が調べた関数型は

[72]

① Belleni-Morante による,

$$g_{mn}(\tau) = \delta(t - \bar{t}) \quad \text{と} \quad N_m(t - \bar{t}) \simeq N_m(t) - \bar{t} \dot{N}_m(t)$$

とを組み合わせたもの。

[8]

② Baldwin による,

$$g_{mn}(\tau) = \delta(t - \bar{t}).$$

[73]

③ Chezem and Helmick による,

$$g_{mn}(\tau) = \frac{1}{\bar{t}} e^{-\tau/\bar{t}}.$$

[74]

④ Gage による,

$$g_{mn}(\tau) = \frac{Q}{\bar{t}} [h(t - t_s) - h(t - t_p)] e^{(t - t_s)/\bar{t}},$$

但し $h(t)$ はステップ関数

の4つである。彼達は、各関数型に含まれる平均遅延時間 \bar{t} に、彼達の測定とは

[11]

独立にパイルオシレータ実験で予め評価されていた値 0.23ms を使って、結合係数を評価した。その結果、得られた値は各関数型 $g_{mn}(\tau)$ に依存せずほぼ一定値であり、結合係数は関数型 $g_{mn}(\tau)$ に対して鈍感であると結論した。

[9]

他方、Seifritz and Albrecht は Baldwin と Chazem and Helmik の関数型に加えて

$$g_{mn}(\tau) = \frac{4\tau}{\tau^2} e^{-2\tau/\tau}$$

の関数型を使って、結合の遅れ時間の相互比較をした(表 IV-1)。具体的には Karlsruhe にある Argonaut 型の炉 (ARK) で中性子雑音実験を行い、測定した CPSD と APSD から コヒーレンス関数を計算し、これから 炉合炉の各炉心に対する未臨界度 (結合係数) をまず評価する。次にこの未臨界度 $\$$ と CPSD の

*)

[56]

折点周波数 α_{crit} と Sink frequency α_0 を次の (115) 式に使い、仮定した

関数 $g_{mn}(\tau)$ の周波数応答 $\tilde{g}_{mn}(\omega)$ に含まれるパラメータを算出した。

$$-\alpha_0 \frac{\text{Im } \tilde{g}_{mn}(\alpha_0)}{\text{Re } \tilde{g}_{mn}(\alpha_0)} = (1-\$) \alpha_{\text{crit}} \quad (115)$$

この結果、結合の遅れ時間 τ は一定値 0.28ms を示し、彼達は関数型に依存しないと結論した。この理由を Seifritz and Albrecht は次の様に

[9]

説明している。

*) コヒーレンス関数 (又は CPSD) の値が正から負に転ずる周波数。

解析式 (115) 式 右辺にある $\hat{g}_{mn}(\alpha_0)$ の実数部と虚数部との比は各関数型

[56]

に対して表 IV-1 の様になる。ところが $1 \gg \bar{\tau}\alpha_0$ の条件の下では各関数型の違い

は顕著でなくなり，結局次の式に帰着される。

$$\bar{\tau}\alpha_0^2 \simeq (1-\phi)\alpha_{crit}$$

ここで，Argonaut 炉の場合には $\bar{\tau} = 0.28 \text{ ms}$ ， $\alpha_0 = 730 \text{ s}^{-1}$ であり， $1 \gg \bar{\tau}\alpha_0$

[9]

の条件を満足しているとみなせ，従って各関数型の差は認められなかった。

この事は結局次の様に表現できる。即ち，結合核のラプラス変換型 $\hat{g}_{mn}(s)$

の s を $i\omega$ とおいた関数 $\hat{g}_{mn}(\omega)$ が，測定周波数領域内で次の 1 次までの展開

$$\hat{g}_{mn}(\omega) \simeq \hat{g}_{mn}(0) + \hat{g}'_{mn}(0) \cdot i\omega = 1 - i\omega\bar{\tau}, \quad (116)$$

で充分表現出来るなら， $\hat{g}_{mn}(\omega)$ すなわち $g_{mn}(\tau)$ の具体型は必要なくなり， $g_{mn}(\tau)$

[9.56]

表 IV-1 Seifritz and Albrecht の調べた結合核 $g_{mn}(\tau)$ ，

$g_{mn}(\tau)$	$\hat{g}_{mn}(\omega)$	(115) 式
$\delta(\tau - \bar{\tau})$	$e^{-i\omega\bar{\tau}}$	$\alpha_0 \tan \alpha_0 \bar{\tau} = (1-\phi)\alpha_{crit}$
$\frac{1}{\bar{\tau}} e^{-\tau/\bar{\tau}}$	$\frac{1}{1+i\omega\bar{\tau}}$	$\alpha_0^2 \bar{\tau} = (1-\phi)\alpha_{crit}$
$\frac{4\tau}{\bar{\tau}^2} e^{-2\tau/\bar{\tau}}$	$\frac{1}{(1+i\omega\bar{\tau}/2)^2}$	$\frac{\alpha_0^2 \bar{\tau}}{1-\alpha_0^2 \bar{\tau}^2/4} = (1-\phi)\alpha_{crit}$

の 1 次モーメント $\bar{\tau}$ だけが重要になる。

この結論によれば、通常の動特性実験で扱う測定周波数域では $g_{mn}(\tau)$ の具体型は特に必要なく (116) 式の展開型で充分という事になる。しかしここでも $g_{mn}(\tau)$ は結合領域の透過の応答関数で与えられるその具体型を得ているという利点は依然として意味を持っている。なぜなら (116) 式の展開型に含まれる 1 次モーメント $\bar{\tau}$ の値は、従来の物理的洞察にたよっている限り測定に先だって予め決定する事は出来ず、従って (116) 式の展開の妥当性も測定後 adjustable parameter としての $\bar{\tau}$ を決定した後初めて議論可能となる。 $g_{mn}(\tau)$ の具体型を得ている事がこの展開の妥当性上いかに利するかは、具体例によって次項に示す。

4.1.2 動特性パラメータ評価法の原理

対称結合炉体系で測定した周波数応答から、3つの動特性パラメータ値を抽出評価する手法を示す。

まず前章第 3.2.2 項に示した伝達関数 (108) (109) 式を対称結合炉に対して書き下し、その変数 s を周波数 $i\omega$ とした周波数応答を記す。但し対称炉を想定すると、結合係数の $\Delta_{I \leftarrow II}$ と $\Delta_{II \leftarrow I}$ 、および (110) 式に定義した関数の H_I と H_{II} の相違はなくなるので、これを単に Δ と $H(i\omega)$ と書く事にする。

$$\bar{Z}_{I,I}(\omega) \equiv \frac{\delta \tilde{P}_I(\omega)}{\delta \tilde{P}_I(\omega)} = \frac{H(\omega)}{1 - [\Delta \cdot \tilde{G}_{gt}^*(\omega) \cdot H(\omega)]^2}, \quad (117)$$

$$\bar{Z}_{I,II}(\omega) \equiv \frac{\delta \tilde{P}_{II}(\omega)}{\delta \tilde{P}_I(\omega)} = \frac{\Delta \tilde{G}_{gt}^*(\omega) H^2(\omega)}{1 - [\Delta \cdot \tilde{G}_{gt}^*(\omega) \cdot H(\omega)]^2}, \quad (118)$$

但し,

$$H(\omega) \equiv \frac{1}{i\omega \left[\Lambda + \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\lambda_k + i\omega} \right] - (\rho_0 - \Delta)}, \quad (119)$$

であり, 上式に含まれる結合係数 Δ と中性子生成時間 Λ は既に前章の3.3.2項において (111)式, (114)式として各々定義した量である。

次に周波数応答 $\bar{Z}_{I,I}(\omega)$ と $\bar{Z}_{I,II}(\omega)$ の差 および和の逆数を各々 $\eta(\omega)$, $\xi(\omega)$ と定義する。これは (117) (118)式を使うと次の様になる。

$$\eta(\omega) \equiv [\bar{Z}_{I,I}(\omega) - \bar{Z}_{I,II}(\omega)]^{-1} = \frac{1 + \Delta \tilde{G}_{gt}^*(\omega) H(\omega)}{H(\omega)}, \quad (120)$$

$$\xi(\omega) \equiv [\bar{Z}_{I,I}(\omega) + \bar{Z}_{I,II}(\omega)]^{-1} = \frac{1 - \Delta \tilde{G}_{gt}^*(\omega) H(\omega)}{H(\omega)}. \quad (121)$$

上式より容易に解る如く, 測定した周波数応答 $\bar{Z}_{I,I}$, $\bar{Z}_{I,II}$ から計算した $\eta(\omega)$ と

$\xi(\omega)$ とのさらに差をとると, それは $2\Delta \cdot \tilde{G}_{gt}^*(\omega)$ に等しくなる。つまり

$$\Delta \cdot \tilde{G}_{gt}^*(\omega) = \frac{1}{2} [\eta(\omega) - \xi(\omega)], \quad (122)$$

である。一方 $\eta(i\omega)$ と $\xi(i\omega)$ との和からは次式が導かれる。

$$H(i\omega) = \left\{ \frac{1}{2} [\eta(i\omega) + \xi(i\omega)] \right\}^{-1} \quad (123)$$

まず (122) 式に着目する。測定周波数応答を右辺の様に処理すれば、

これから結合係数 Δ および、透過の応答 \hat{G}_{gt}^* に関する情報を引き出し得る。ところが

この為には $\hat{G}_{gt}^*(i\omega)$ の性質が必要となる。ここで予め $\hat{G}_{gt}^*(i\omega)$ が計算できその性質を知

っている利点が生かされる。図 IV.1 に表 III-3 を使って計算した幅 14 cm の軽水に対する規格

化した透過の応答関数の周波数応答を示す。この場合、周波数 f が 200 Hz

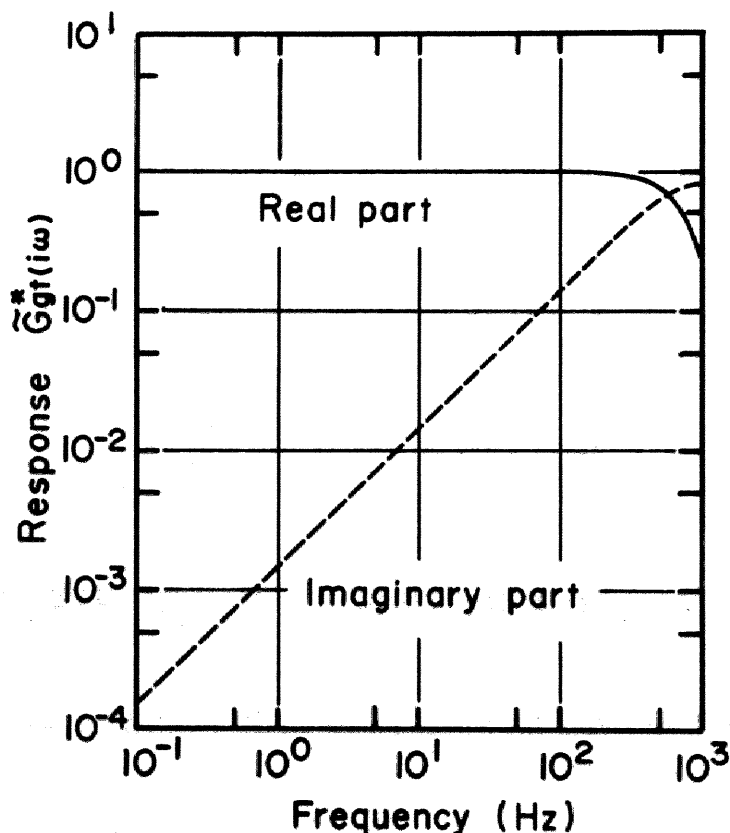


図 IV.1 Value of $\hat{G}_{gt}^*(i\omega)$ for Light Water of 14 cm Wide.
Solid Curve: Real Part, Dotted Curve: Imaginary Part.

(角周波数 $\omega < 1257 \text{ rad/sec}$) 以下では, 実数部は一定, 虚数部は周波数 f

に比例している事が 図 IV.1 から直ちに解る。一方, KUCA C35 G|xH₂O| 体系の実験

は, 上限周波数 $\sim 195 \text{ Hz}$ までの周波数領域で行った。従って, この実験解析

に対しては, 透過の応答関数 $\hat{G}_{gt}^*(i\omega)$ を次の様に近似できる事になる。

$$\hat{G}_{gt}^*(i\omega) \simeq 1 - i\omega \bar{\tau} \quad (124)$$

これは (116) 式に対応する関係式に他ならない。さらに $\bar{\tau}$ は $\hat{G}_{gt}^*(i\omega)$ の 1-次モ-メントで

あり, (97) 式で定義した結合の遅れ時間である。

さて, $\hat{G}_{gt}^*(i\omega)$ の近似式 (124) 式を (122) 式左辺に代入すれば, 結局 結合係数 Δ は

(122) 式右辺の実数部から,

$$\Delta = \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} [\eta(i\omega) - \xi(i\omega)] \right\}, \quad (125)$$

また 結合の遅れ時間 $\bar{\tau}$ は (122) 式右辺の虚数部から,

$$\bar{\tau} = -\frac{1}{\omega} \text{Im} \left\{ \frac{1}{2} [\eta(i\omega) - \xi(i\omega)] \right\} \quad (126)$$

と各々 測定量より評価できる。

次に, (123) 式の $H(i\omega)$ 関数からは 中性子生成時間 Λ が決定できる。

(119) 式に定義した $H(i\omega)$ 関数は 第三章で論じた様に, 各炉心に属する未臨界炉

伝達関数である。ところで、未臨界炉伝達関数の性質については今迄に良く調べ

[41]

られている。遅発中性子崩壊定数 λ_k に比べて大きい周波数域 $\lambda_k \ll \omega \simeq \beta/\Lambda$

では、(119)式 $H(i\omega)$ 関数の分母において λ_k が ω に比べて小さいとして無視できて、結局

$$H(i\omega) \simeq \frac{1}{\Lambda \left[i\omega + \frac{\beta - (\rho_0 - \Delta)}{\Lambda} \right]} \quad (127)$$

[75]

と近似できる。しかもこの近似型は良く知られた1次遅れの伝達関数型

$(1 + s/\omega_0)^{-1}$ をしているので折点角周波数 ω_0 が存在する。(127)式の結合炉の場合には

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{\beta - (\rho_0 - \Delta)}{\Lambda} \quad (128)$$

である事が解る。

従って、(123)式の右边測定量に1次遅れの関数を最小自乗法で fitting し、折点

周波数 f_0 を決定する。次に(125)式を使って評価した結合係数 Δ と測定条件

から決まり既知である結合炉体系全体の反応度 ρ_0 および遅発中性子生成割合

β とを(128)式に代入すれば、中性子生成時間 Λ を決定できる。

以上が、測定した周波数応答から、動特性パラメータを抽出評価

する原理である。

4.2 実験装置

4.2.1 臨界集合体とパイルオシレータ装置

パイルオシレータ法によって周波数応答を測定する際に使用した京大臨

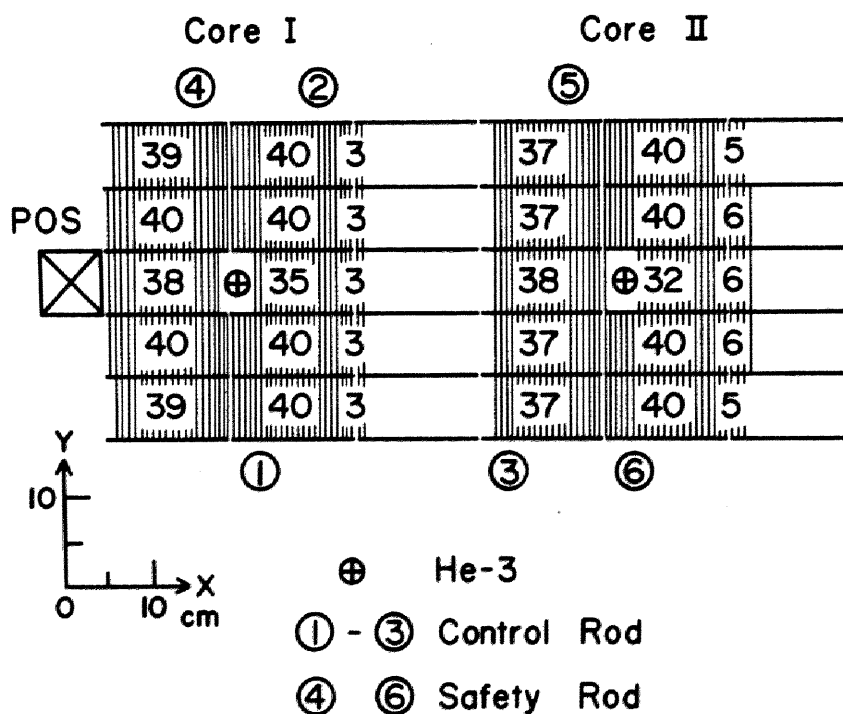
界集合体 KUCA および 実験体系 C35G|7H₂O|, C35G|10H₂O|, C35G|14H₂O|

については既に 第三章オ3.3.1項で説明した。ここでは、パイルオシレータ装置、測定

系の説明の便宜を考慮して、C35G|14H₂O|体系平面図を図N.2として再掲しておく。

結合炉体系に擾動反応度を加える為にパイルオシレータ (POS) を

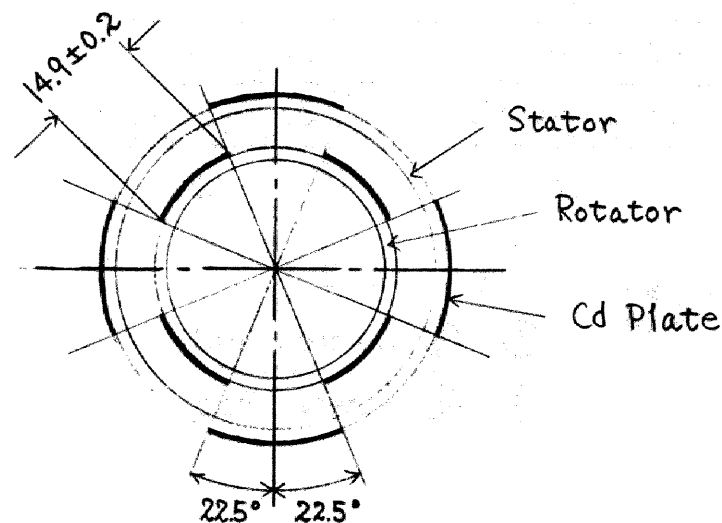
図N.2 に示す如く、炉心 I と反射体との境界に設置した。このパイルオシレータ装置は



図N.2 The Cross-Section of C35G|14H₂O| System.

結合炉に擾動反応度を与えるヘッド部と、これの駆動部および測定系の時間
 基点信号を取り出す制御部とから成っている。ヘッド部(図Ⅳ.3)は円筒型の
 アルミパイプ円周上に等間隔に4枚のカドミウム板(厚さ0.5mm, 長さ10cm)を
 [76, 77]
 各々はった, 回転子と固定子からできている。このヘッド部を木密性のアルミ
 角パイプ中に収め, ヘッド部が燃料板高さ方向(図Ⅳ.2のZ方向)の中央に
 なる様に炉心工に接して設置した。とこで, 回転子と固定子にはったカドミウム
 板の重なり具合が回転子の回転につれて変化すると, これに応じてカドミウム板
 に吸収される中性子数が増減する。即ち, カドミウム板が完全に重なった状態
 で最小の, また完全に離れた状態で最大の中性子吸収が生じ, 結局, 図Ⅳ.6
 に示すような近似的に正弦波状の周期的反応度変化を生ずる。

このヘッド部回転子の回転は, ヘッド部垂直上方の炉心外に固定した駆動部の



図Ⅳ.3 The Head of POS. [76]

回転軸とヘッド部回転子の軸とをユニバーサル・ジョイントを介して結びつける方法で行った。駆動部には直流サーボ・モータ (MOTOMATIC E-650 MG) を使用し、この回転は遠隔操作可能な回転制御装置 (MOTOMATIC E-650 M) によって 0 rpm から最高 3000 rpm まで連続可変である。ところで、ヘッド部の回転子・固定子には各々 4 枚のカドミウム板がはってあるので、直流サーボ・モータの 1 回転あたりその 4 倍の反応度変化が生ずる。従って、反応度周波数としては原理的には 0 Hz から最高 200 Hz までが可能である。ところが極端な低速回転の場合には回転むらが発生し測定上望ましくない^{*)}ので、本実験は 0.2 Hz から上限 195 Hz までの反応度周波数領域で実施した。

回転周波数の測定にも利用する、測定系に対する時間基準信号 (trigger signal) は、駆動部の軸に直結した制御部から取り出した。この制御部には、回転のアナログ量を 10 bit のデジタル量に変換する AD 変換器の 1 種である、絶対値型光学式エンコーダ (TAMAGAWA SEIKI TS1202-5V87BL) を採用した。^[77]

このエンコーダは回転軸と同期して回転する 10 bit のスリット・パターンを刻んだ円盤と、特定の位置に円盤をはさんで固定した光源と光ダイオード素子

とから成っている。スリットを通過する光のパターンが回転と共に変化するのを検知し

*) 最高回転の場合に対して更刻した反応度周波数である。

回転角の絶対値を電気信号に変換する。さらに制御部は、この電気信号を処理して回転角度を表示し、かつ1回転あたり1個の trigger signal を発生する装置 (Trigger Generator) とで構成されている。10 bit エンコーダの使用は、回転角度を分解能 ± 0.352 度で決定する事を可能にし、後に述べる摂動反応度波形 (図 IV.6) の測定精度向上に役立った。さらに、エンコーダの使用は trigger signal の time jitter を押さえ高周波数域での測定精度向上に有効であった。

4.2.2 測定系

POS による摂動反応度に対する各炉心の応答は、各炉心の中央に設置 (図 IV.2) した直径 $\frac{1}{4}$ inch, 有感領域 6 inch, ガス圧 6 atm の ^3He 検出器 (TEXLIUM 9321) によって検出した。ところで、検出器を炉心中央に挿入して使用しても周囲の中性子束を著しくやがめず、かつ高感度でしかも計数の飽和現象を引きおこさないう様に、この小型のパルス計数型 ^3He 比例計数管を電流型の電離箱に改造して使用した。この電流型に改造した ^3He 検出器の結線図の概略を図 IV.4 に示しておく。実験に使用した2本の ^3He 検出器の暗電流は 0.77×10^{-11} A と 1.4×10^{-11} A であった、この差の原因は明らかではないが、改造

*) この装置は京大原子炉実験所の木村康洋氏に作成していただいた。

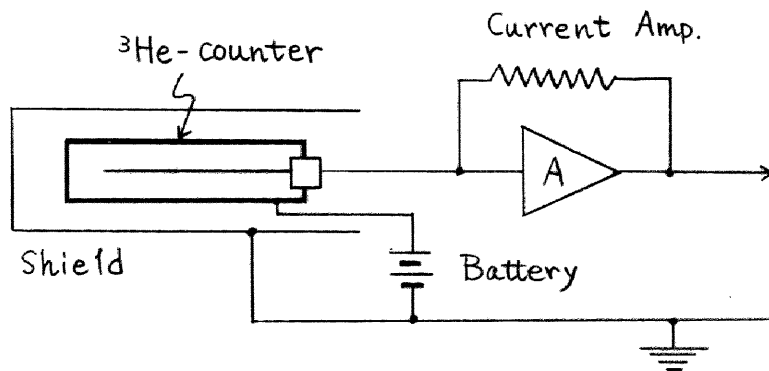
時の工作, 結線などによっていると考えている。この暗電流に対して周波数応答

測定時には, 電流出力が $\sim 10^{-7} A$ 程度になる様に炉出力を調整して実験した。

[78-81]

またこの検出器の印加電圧は プラト-曲線を測定した後に $-90 V$ と決定し

印加電圧の電源変動をさける為に バッテリー から供給した。



[76]

図 IV.4 The Wiring of the Current-type ^3He -Counter.

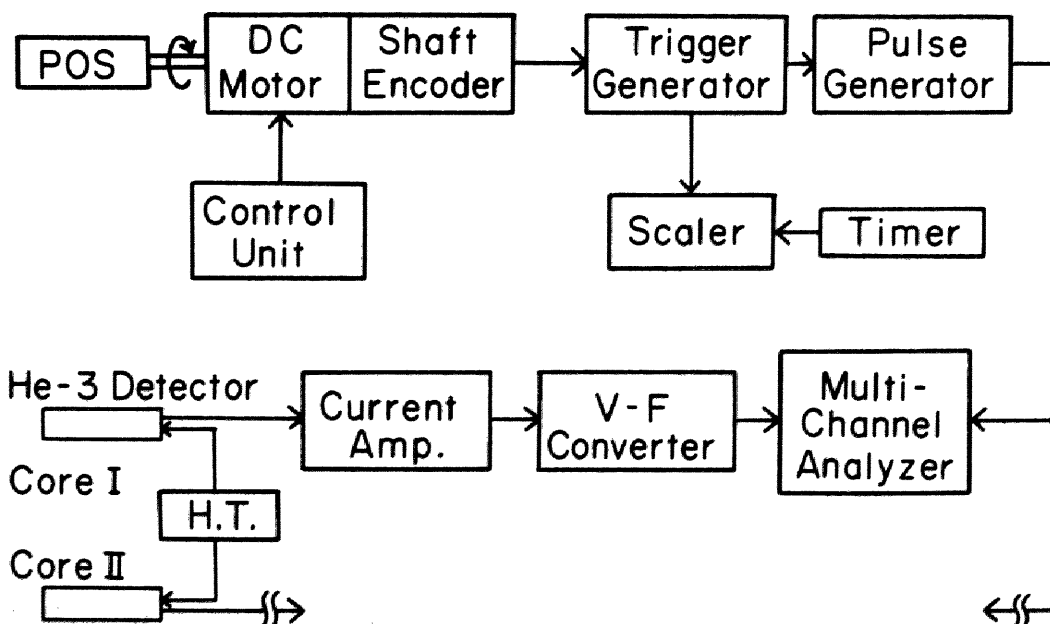


図 IV.5 Block Diagram of Data Accumulation.

本実験に採用した測定系の Block Diagram を図 IV.5 に示す。

^3He 検出器からの $\sim 10^{-7}\text{A}$ 程度の電流出力を電流増幅器 (KEITHLEY 427)

でまず増幅する。次にこの増幅器からの約 1V の電圧出力を 1V 当り 10^5cps に

[80, 81] *)

予め校正した V-F コンバータでパルス列に変換する。さらにこのパルスは Multi-Channel

Analyzer (MCA, HITACHI 505) に導かれる。この MCA を、前項に説明した

Trigger Generator 装置からの trigger signal で掃引を開始する Multi-Scaling

Mode (MCS) で作動させ、 ^3He 検出器からの出力を MCA 上に多数回加算

計数する。この方式の採用は、計数集積時間を充分とる事により高周波数に

対する応答も十分な統計を得る事ができる点と、応答中に含まれる白色雑音成分

[76]

が自動的にならされて取り除かれる点において有利である。本実験では応答の

計数上の peak-to-peak が最低 3000 カウント以上ある事を十分な統計の目安にした。

また測定周波数は単位時間当りの trigger signal 数を数える事で決定した。

4.3 データ処理

4.3.1 摂動反応度値の決定

*) 本実験に使用した V-F コンバータは、京大臨界集合体に昭 53 年度夏季実習生として滞在した 福井高等工業専門学校の 大越 洋、清水 照士、西野 勝二 君が 京大 原 三 郎 実験所 助手 代谷 誠治 氏の 指導の下に作成したものである。同装置のパルス立ち上がり時間は $0.03\mu\text{s}$ であり優れた特性であった。

軽水反射体で取り囲まれた単一炉心の C35G0 体系の炉心・反射体境界に於4.2.1項で説明した POS 装置を設置し、POS の振動反応度波形を体系の余剰反応度を測定する方法で評価した。その具体的手順は次の様である。

① POS ヘッド部を特定の位置に固定し、3本の制御棒のうち2本は全引き抜き、残り1本を調整して臨界にする。

② 次に調整した制御棒を全引き抜きの位置まで引き抜き、生ずる正ペリオドを核計装用の核分裂計数管で測定する。

③ 測定した正ペリオド値を逆時間公式を使って反応度（余剰反応度）値に変換する。

この測定を種々の POS ヘッド回転角に対して実施した結果を図 IV.6 に示す。

この図から解る様に、振動反応度波形は完全な正弦波ではなく、若干上に鋭い波形となる。ところで、本実験で必要となるのはこの振動反応度の基本波成分に関する peak-to-peak 値である。この反応度波形から基本波成分を抽出するには次項に述べる分割積分法を採用したが、図 IV.6 中の破線はその時に使用する測定値に対する fitting 曲線である。この fitting は次の要領で行った。

① 最初に、図 IV.6 の右端測定値を含む連続する 5 個の測定値（オ1群）に

3次の多項式を最小自乗法で fitting する。

② 次に，オ1群の内の左端測定値に，これに連続する新なる3個の測定値を加えた合計4個の測定値（オ2群）に3次式を fitting する。但しこの場合オ1群，オ2群に共通する測定値を与える POS 回転角に対しては，オ1群の fitting で得た fitting 値と1次微係数値とがオ2群 fitting において保存する様にする。

③ オ2群左端測定値に，連続する新なる3点を加えた合計4点（オ3群）をとる。

2,3群に共通する点に，②と同様の fitting 値，1次微係数値 保存の

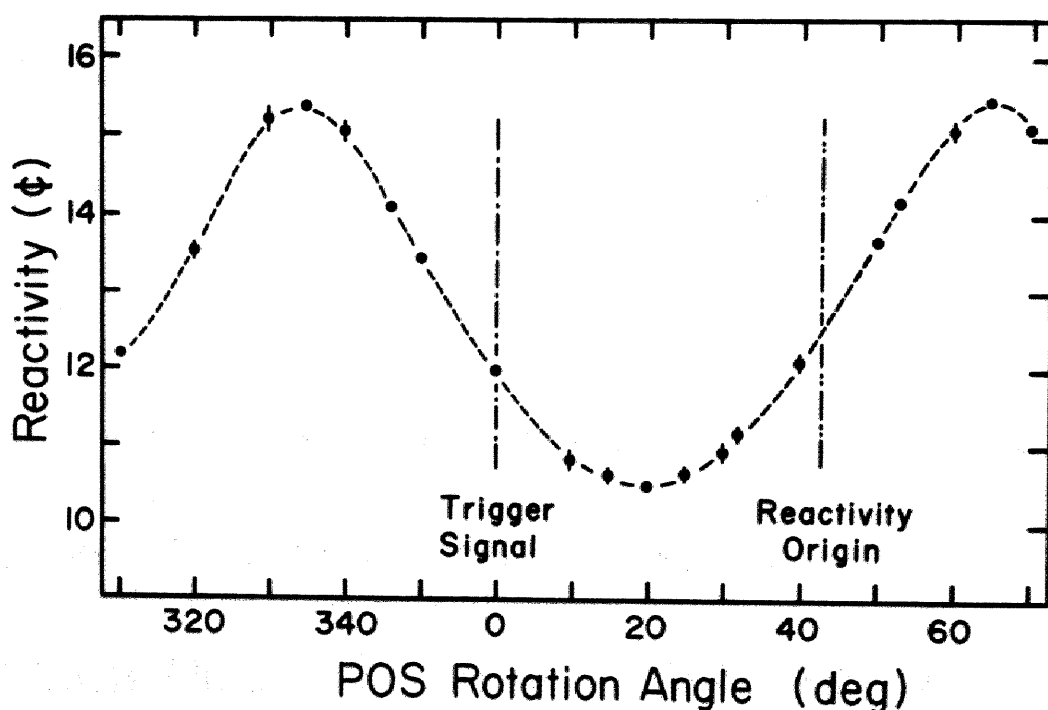


図 IV.6 POS Reactivity Variation in C35G0 System with Rotation Angle..

制限条件を課して3次式を *fitting* する。以下、この手順を繰返す。

この順次3次式を *fitting* する方法により、図 IV.6 に示した如く、擾動反応度波形をうまく表現する関数が得られる。

さて、図 IV.6 の擾動反応度波形の基本波成分 $\delta\rho_T(t)$ は炉全体に対する反応度変化であり、才4.1.2項の周波数応答 $Z_{II}, Z_{I,II}$ [(117)(118)式] の定義に現われ、周波数応答測定処理の際に必要となる、炉心 I に対する擾動反応度 $\delta\rho_I(t)$ とは異なる。この $\delta\rho_T(t)$ と $\delta\rho_I(t)$ とは 1 群擾動理論 [82] によれば次の様に関係づけられる。

POS によって炉心 I に加えられる擾動を吸収の時間変動 $\delta\Sigma_a(x, t)$ で表わすと

結合炉全体の擾動反応度 $\delta\rho_T(t)$ は

$$\delta\rho_T(t) = \frac{\int_{V_I} f_0^*(x) \delta\Sigma_a(x, t) \phi'(x, t) dx}{\int_{V_I} f_0^*(x) \nu\Sigma_f \phi'(x, t) dx + \int_{V_{II}} f_0^*(x) \nu\Sigma_f \phi'(x, t) dx}, \quad (129)$$

と表わされる。一方、炉心 I に対する擾動反応度 $\delta\rho_I(t)$ は

$$\delta\rho_I(t) = \frac{\int_{V_I} f_0^*(x) \delta\Sigma_a(x, t) \phi'(x, t) dx}{\int_{V_I} f_0^*(x) \nu\Sigma_f \phi'(x, t) dx}, \quad (130)$$

と炉心Iに関する積分量だけで表現される。但し、 V_I, V_{II} は 炉心I, IIの体積、

$f_0^*(x)$ と $\phi'(x, t)$ は 各々 擾動前の随伴中性子束と 擾動後の中性子束である。

(129), (130)式から一般には次の関係が成立する。

$$\delta \rho_I(t) = \delta \rho_T(t) \left[1 + \frac{\int_{V_{II}} f_0^*(x) \nu \Sigma_f \phi'(x, t) dx}{\int_{V_I} f_0^*(x) \nu \Sigma_f \phi'(x, t) dx} \right] \quad (131)$$

[82]

ところで、通常の擾動論における扱いと同様に、 $\phi'(x, t)$ を 擾動前の中性子束 $f_0(x)$ で

近似すると積分量の比は、才II章才2.3.2項の規格化因子 [(61)式] の比 C_{II}/C_I に比例

する。またここでの実験の様に体系の対称性が仮定できる場合には、上式は簡単な次式となる。

$$\delta \rho_I(t) = 2 \delta \rho_T(t) \quad (132)$$

本研究の測定データ処理に使った、各 C35 G | x H₂O | 体系に対する Peak-to-Peak

*)

値 $|\delta \rho_I|$ は、各体系毎に 図IV.6 の様な反応度波形を測定する手間を省き、

Peak-to-peak 値の比例関係と (132)式とを利用した次式で決定した。

$$\text{C35 G | x H}_2\text{O | 体系の } |\delta \rho_I| = 2 \delta \rho_T \frac{\delta \rho_{xpp}}{\delta \rho_{opp}}, \quad (133)$$

但し、 $\delta \rho_{opp}$, $\delta \rho_{xpp}$ は 各々 C35 G O, G35 G | x H₂O | 体系で実験した反応度波形

*) C35 G | x H₂O | 体系では 図IV.6 の様な全波形は測定せず Peak 附近だけを実験した。

の Peak-to-peak 値である。また δp_T は C35G0 の反応度波形 (図 IV.6) の基本波に対する Peak-to-peak 値 (表 IV-2 の振幅に相当) である。(133)式によって決定した各結合炉体系に対する $|\delta p_E|$ は表 IV-3 にまとめて示してある。

4.3.2 分割積分法

図 IV.6 に認められる様に、擾動反応度波形は完全な正弦波ではない。従って、この擾動に対する応答にも基本波成分以外に高調波成分が含まれる。この成分を取り除き基本波に属する振幅と位相を評価する為に、中性子波[83]伝播実験の簡略な測定装置の開発に際して以前提案した“分割積分法”を、周波数応答測定値のデータ処理法として利用する。この分割積分法は周期関数のフーリエ解析の一種であるが、解析対象とする周期関数 $f(t)$ の周期 T が予め知られていれば、通常のフーリエ解析に比べて簡単な演算で同精度の結果を得る事ができる。

図 IV.7 に示す様に測定された応答は周期 $T (= 2\pi/\omega)$ の周期関数 $N(t)$ である。この一周期を n 等分し i 番目 $[(i-1)T/n, iT/n]$ 時間幅の積分量を Y_i と定義する。

$$Y_i \equiv \int_{(i-1)T/n}^{iT/n} N(t) dt = \sum_k N_k \quad (i=1, 2, 3, \dots, n) \quad (134)$$

但し、実際の測定ではこの積分量 Y_i は Multi-Channel Analyzer の k 番目のチャンネルの計数 N_k の和で与えられる事になる。但しこの時 k の取り得る範囲は $[(i-1)T/n, iT/n]$ 時間幅に対応して $m(i-1) < k \leq im$ となる。ここで、 m は、 t_D を Multi-Channel Analyzer の 1チャンネル当りの dwell time とすれば、 $T = mn t_D$ で決まる数である。

次に、 $\varepsilon = T/2n$ で n 等分した時間幅の半幅を、また $T_i = (2i-1)\varepsilon$ で i 番目時間幅の中点を表わす事にする。さて積分量 Y_i に $\cos \omega T_i$ または $\sin \omega T_i$ を乗じて i について和をとった量と 周期関数 $N(t)$ のフーリエ係数 a_n, b_n との間

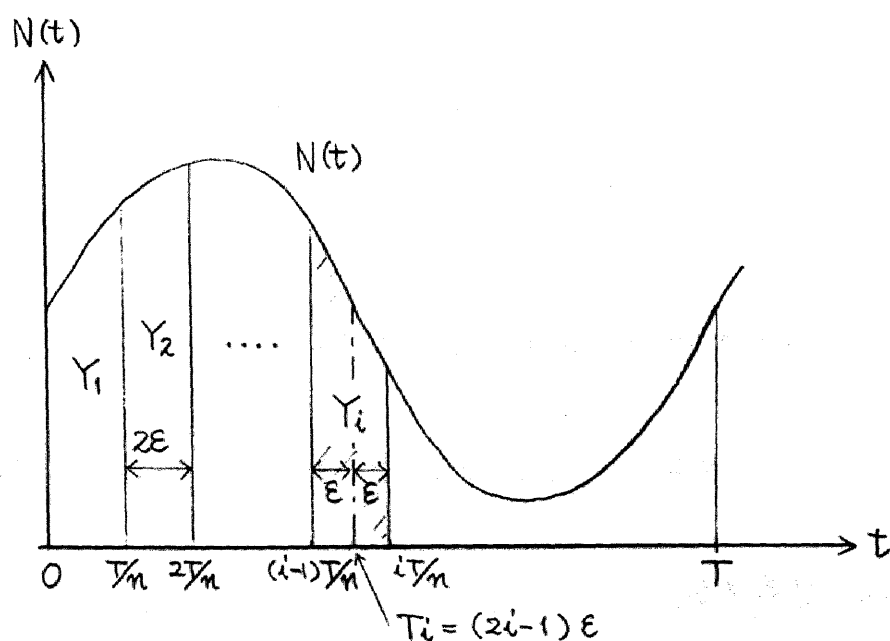


図 N.7 The Time-Segment of Periodic Function $N(t)$.

には次の関係式が成立する。

$$\sum_{i=1}^n Y_i \sin \omega T_i = \frac{n}{\omega} \left\{ a_1 \sin \omega \varepsilon + \frac{a_{n-1}}{n-1} \sin \omega (n-1) \varepsilon - \frac{a_{n+1}}{n+1} \sin \omega (n+1) \varepsilon \right. \\ \left. - \frac{a_{2n-1}}{2n-1} \sin \omega (2n-1) \varepsilon + \frac{a_{2n+1}}{2n+1} \sin \omega (2n+1) \varepsilon + \dots \right\},$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i \cos \omega T_i = \frac{n}{\omega} \left\{ b_1 \sin \omega \varepsilon - \frac{b_{n-1}}{n-1} \sin \omega (n-1) \varepsilon - \frac{b_{n+1}}{n+1} \sin \omega (n+1) \varepsilon \right. \\ \left. + \frac{b_{2n-1}}{2n-1} \sin \omega (2n-1) \varepsilon + \frac{b_{2n+1}}{2n+1} \sin \omega (2n+1) \varepsilon + \dots \right\}$$

この式より $(n-1)$ 次以上の高調波を無視する近似を許せば、基本波に対する

フーリエ係数 a_1 (sin 成分) と b_1 (cos 成分) は次式で評価できる。

$$a_1 \simeq \frac{\omega}{n \sin \omega \varepsilon} \sum_{i=1}^n Y_i \sin \omega T_i, \quad (135)$$

$$b_1 \simeq \frac{\omega}{n \sin \omega \varepsilon} \sum_{i=1}^n Y_i \cos \omega T_i \quad (136)$$

ここで、 $n, \omega, \varepsilon, T_i$ は実験および解析条件によって決める量であるので、(134)式

で定義した積分量 Y_i を測定値 N_k から算出すれば容易に a_1, b_1 が定まる。

このフーリエ係数 a_1, b_1 より基本波の振幅 A と位相 φ は、

$$A = (a_1^2 + b_1^2)^{1/2}, \quad (137)$$

$$\varphi = \text{Arctan} \frac{a_1}{b_1}, \quad (138)$$

の両式から決定できる。

この分割積分法をテストし、さらに本解析に使用する分割数 n を決定する目的で、擾動反応度波形 (図 IV.6) にこれを適用した。但しこの場合、測定点だけでは分割積分法を適用するのに不十分なので、前項で説明した *fitting* 曲線を利用した。この結果を、Fast Fourier Transform (FFT) 法で得た厳密解と比較して表 IV-2 に示す。この表より FFT の $n=2^{14}$ を厳密解とみなせば、 $n=2^8$ 程度の FFT 法よりは $n=6$ 以上の分割積分法の方が優れて

表 IV-2 分割積分法と Fast Fourier Transform 法の比較

	分割数 n	フーリエ係数 a_1 [ϕ]	フーリエ係数 b_1 [ϕ]	振幅 (137) 式 A [ϕ]	位相 (137) 式 φ [deg]
分割積分法	3	-0.901	2.110	2.294	11.31
	4	-0.828	2.196	2.347	11.07
	5	-0.813	2.206	2.351	11.02
	6	-0.804	2.210	2.352	11.00
	7	-0.802	2.211	2.352	10.99
	8	-0.802	2.212	2.352	10.99
	9	-0.801	2.212	2.352	10.99
	10	-0.801	2.211	2.352	10.99
FFT	2^8	-0.854	2.191	2.352	11.13
	2^{10}	-0.814	2.206	2.352	11.03
	2^{12}	-0.804	2.210	2.352	11.00
	2^{14}	-0.801	2.211	2.352	10.99

いる事が解る。従って本実験のデータ処理では分割数を $n=6$ とした。

測定した周波数応答 $Z_{I,m}$ ($m=I, II$) [その定義は(117)(118)式]は、

ゲイン $|Z_{I,m}|$ と位相 $\angle Z_{I,m}$ とで整理した。まずゲイン $|Z_{I,m}|$ を分割積分法

を使ってデシベル [DB] 単位で評価する式を次式に示す。

$$|Z_{I,m}| \equiv 20 \log_{10} \left| \frac{A_{I,m}}{\bar{n}_{I,m} \cdot \delta p_I} \right| \quad (m=I, II) \quad (139)$$

ここで、 $A_{I,m}$ は(137)式で計算した炉心 m の振幅、 δp_I は前項に定義した

炉心 I に対する擾動反応度の Peak-to-peak 値である。また、 $\bar{n}_{I,m}$ は炉心 m

の平均計数率であり、(134)式で定義した積分量 Y_i の和として、

$$\bar{n}_{I,m} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^6 (\text{炉心 } m \text{ の } Y_i) \quad (140)$$

容易に与えられる。(139)式に定義したゲイン $|Z_{I,m}|$ は検出器の効率また

測定時の出力に依存しない量であり、規格化せずに前章に説明した理論計算値と比較できる。

位相 $\angle Z_{I,m}$ は(138)式によって計算した位相 ϕ に次に述べる補正

をして得られる。擾動反応度波形(図 IV.6)に図示されている様に、ここで使用

した POS 装置の trigger signal 発生位置は反応度波形の位相原点と θ だけずれている。

と3で、MCAに集積した計数を(138)式に適用して得られる位相 φ は、trigger signal発生位置を原点として評価した値である。従って、理論計算値と比較すべき反応度波形の原点に対する位相 $\angle \Sigma_{I,m}$ を得る為には θ だけの補正を必要とする。つまり、

$$\angle \Sigma_{I,m} = \varphi_{I,m} - \theta \quad (141)$$

補正角 θ は、POS装置が正、逆両方向に回転可能な利点を生かして、同一周波数

に対する正方向(clockwise, CW)と逆方向(counter-clockwise, CCW)の周波数

[12]

応答測定値から評価した。図IV.6のPOS回転角が増加する方向を正方向(CW)と

し、(138)式で評価した位相を φ_{cw} 、この場合の補正角を θ_{cw} とする。他方、逆方向

(CCW)に対しては各々 φ_{ccw} 、 θ_{ccw} と表わす事にする。すると両回転方向に対して各々

(141)式が成立するので、次の関係式が得られる。

$$\angle \Sigma_{I,m} = \varphi_{cw} - \theta_{cw} \quad (142)$$

$$\angle \Sigma_{I,m} = \varphi_{ccw} - \theta_{ccw} \quad (143)$$

と3で、 θ_{cw} と θ_{ccw} の間には、

$$\theta_{ccw} = 180^\circ - \theta_{cw} \quad (144)$$

の関係が一般に成立している。そこで、上式を (142)(143) 式'に使い $\angle Z_{I,m}$ を消去

すると、正方向に測る補正角 θ_{cw} は測定量 $\varphi_{cw}, \varphi_{ccw}$ から次式で決定できる。

$$\theta_{cw} = \frac{1}{2} (\varphi_{cw} - \varphi_{ccw}) + 90^\circ \quad (145)$$

実際には、全測定を基本的に正方向回転 (φ_{cw}) で行い、 θ_{cw} 評価用に数点の

周波数についてのみ逆方向測定 (φ_{ccw}) を行った。この方法で評価した θ_{cw} には

著しい周波数依存性が認められなかったので、その平均値を補正角 θ とし、全測定

周波数域 (0.2 Hz ~ 195 Hz) に共通にこの値を使用した。

4.3.3 誤差評価

測定値に対する誤差は、MCA の k 番目チャンネルの計数 N_k の

もつ統計誤差 [その標準偏差を $\sigma(N_k)$ とする] を基にして評価した。但し、

計数 N_k には、検出器に検出される中性子の従う Poisson 統計、また

電流型検出器の充放電特性、電流増幅器のフィードバック回路、さらに MCA での

加算計数の特性を考慮して次に示す標準偏差を考えた。(この式の導出

は Appendix C に示す。)

* 但し、補正角 θ の測定は $C35G|7H_2O|$, $C35G|10H_2O|$, $C35G|14H_2O|$ 体系毎に実施した。

$$\sigma(N_k) = \left[V_f G q N_k t_D / 2RC \right]^{1/2}, \quad (146)$$

但し ここで,

$V_f = 10^5$ [cps/V] : V-F コンバータの変換効率,

$G = 10^7$ [V/A] : 電流増幅器のゲイン,

$q = 4.08 \times 10^{-15}$ [C] ^{*)} : ^3He 検出器で $^3\text{He}(n,p)^3\text{H}$ 反応 1 回当りに生ずる電荷,

t_D : MCA 1 チャンネル当りの dwell time,

RC : 電流増幅器の時定数, である。

C35G|14 H₂O| 体系の場合, (146) 式を基にして評価した相対誤差 $\sigma(N_k)/N_k$

は, 全測定のあるゆるチャンネル k に対して 0.02% 以下であった。さらに, これを

誤差伝播の法則に基づいて (134), (137), (138) そして (139) 式に適用して評価した

振幅 $A_{I,m}$ と位相 ϕ の相対誤差は 0.12% 以下であった。この相対誤差の大きさは

*) $^3\text{He}(n,p)^3\text{H}$ 反応の Q 値 765 KeV は全て電離過程で消費されると仮定した。

さらに電離当りのエネルギー消費 W 値は, 本実験のガス圧 6 気圧の ^3He 検出器の場合 Parks ^[84] の測定値から外挿して 30 eV/ion pair であると仮定した。そして

$$q = \frac{Q}{W} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

によって評価した値である。ここに使用した仮定はいずれも q を大き目に, 従って偏差 $\sigma(N_k)$ を大き目に評価する傾向にある。

他の $C35G|7H_2O|$, $C35G|10H_2O|$ 体系に対しても同程度であった。

但し、周波数応答の位相 $\angle Z_{I,m}$ に対しては、この統計誤差に加えて、前項に述べた

補正角 θ に関する誤差 $\delta\theta$ を考慮した。この誤差 $\delta\theta$ は、補正角 θ を評価する

際に両方向回転 φ_{cw} , φ_{ccw} に対する周波数設定を完全に一致させて

測定できない事から生ずる。例えば、 $C35G|14H_2O|$ 体系の場合、この誤差は

$\delta\theta = 1.39 \text{ deg.}$ となったが、結果的にはこの $\delta\theta$ が位相 $\angle Z_{I,m}$ の誤差

に効き、図 IV.9 に示す如く $\angle Z_{I,m}$ の最終的な誤差は全測定値に対して

周波数に依らず一定値 $\pm 2.3 \text{ deg}$ 程度となった。

動特性パラメータに対する誤差は、周波数応答に対する誤差を基に

誤差伝播則に従って評価した。

4.4 測定結果

この節では、測定結果を $C35G|14H_2O|$ 体系を例にして示し、前章

が 3.3.2 項の理論計算結果との比較を論ずる。

4.4.1 周波数応答 $|Z_{I,m}|$, $\angle Z_{I,m}$

$C35G|14H_2O|$ 体系のゲイン $|Z_{I,m}|$ ($m=I, II$) を理論計算値と比較

て図 IV.8 に示す。図中に示した理論値は，オIII章に示した一般化された動特性方程式に基づいた伝達関数 (83)(84) 式で計算したものである。これと，Baldwin 型に近似した方程式 [(105)(106) 式] に基づいて求めた伝達関数 (108)(109) 式に， Δ, τ, Λ の理論値を使って計算したものとの間に違いは認められなかった。測定値と理論値とはいかなる規格化もせずに図中に示してあるが， $f = 10 \text{ Hz}$ までの周波数域では両者は良く一致している。ところで 10 Hz 以下の周波数域のゲイン

[85]

$|Z_{I,I}|$ と $|Z_{I,II}|$ との差は結合係数 Δ を評価する 1 つの指標となる。この点を示すには，まず (108)(109) 式を使ってゲイン差 Δ を定義すると次の様になる。

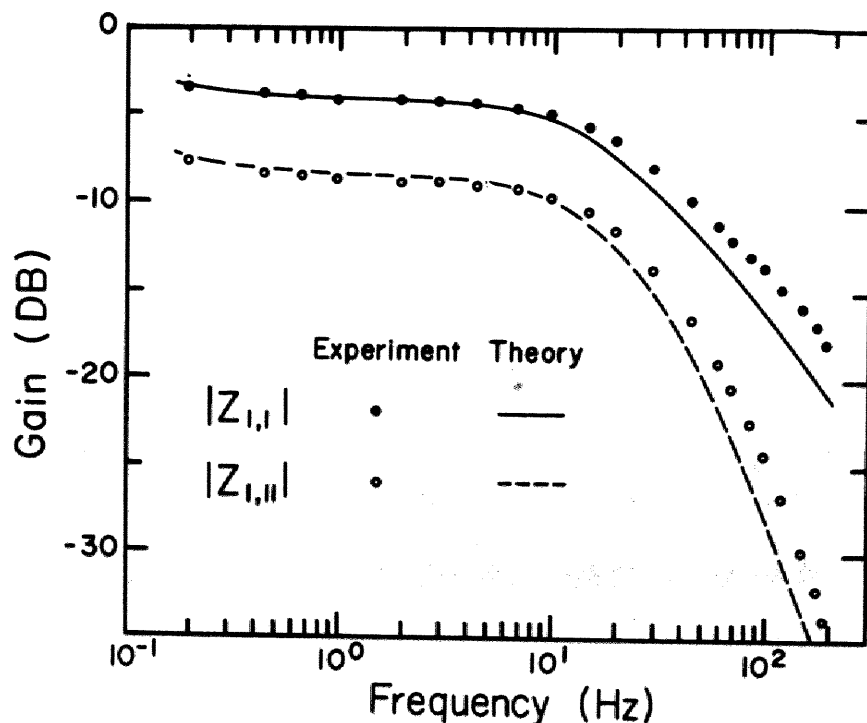


図 IV.8 Gains of C35G/14H₂O System Compared with Theoretical Values.

$$\begin{aligned}
 L &\equiv 20 \log_{10} \left| \frac{Z_{I,I}}{Z_{I,II}} \right| = 20 \log_{10} \left| \frac{1}{\Delta_{II \leftarrow I} \tilde{G}_{gt}^*(i\omega) H_{II}(i\omega)} \right| \\
 &= 20 \log_{10} \left| \frac{i\omega \left[\Lambda_{II} + \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\lambda_k + i\omega} \right] - (\rho_0 - \Delta_{II \leftarrow I})}{\Delta_{II \leftarrow I} \cdot \tilde{G}_{gt}^*(i\omega)} \right| \quad (147)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\lambda_k \ll \omega \ll \beta/\Lambda_{II}$ の角周波数域でのゲイン差しに着目する事にすれば、上式分子の遷移中性子に関する項は $|i\omega \Lambda_{II}/\beta| \ll 1$ より β だけに、また分母の $\tilde{G}_{gt}^*(i\omega)$ は (124) 式より 1 と近似できるので、結局、

$$L \simeq 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{\beta - \rho_0}{\Delta_{II \leftarrow I}} \right|, \quad (148)$$

となり、ゲイン差しから結合係数 $\Delta_{II \leftarrow I}$ が評価できる。

従って、図 N.8 の様に理論値のゲインが $f=10$ Hz 付近まで測定値をうまく再現

している事は、結合係数の値をも十分に理論値が再現している事を示唆している。

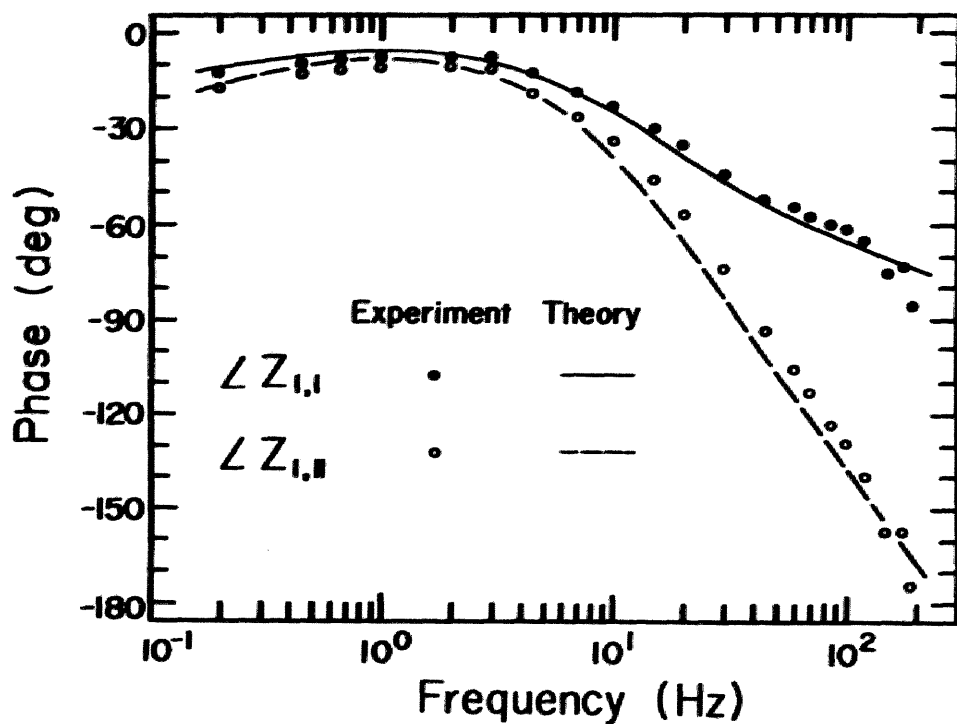
さて、図 N.8 に認められる如く、10 Hz 以上の周波数域では、 $|Z_{I,I}|$

$|Z_{I,II}|$ 共に理論値が測定値よりも小さくなっている。そこで、図 N.9 に示す位相

$\angle Z_{I,I}$, $\angle Z_{I,II}$ もゲインと同様の傾向が認められる。即ち 10 Hz 以下では理論値

と測定値が良く合っているにもかかわらず、10 Hz 以上では理論値がより遅れた位相

を示している。この様に 10 Hz 以上において周波数応答に違いが生ずる原因としては、



図W.9 Phases of C35G/4H₂O System Compared with Theoretical Values.

こゝでの1群理論計算には考慮されていない熱中性子の影響が考えられる。定性的には、熱中性子を無視した効果としては、①その分だけゲインの減少が強調される事、②熱中性子と比べて速い速度で伝播する中性子が無いため位相の遅れが強調される事の2点が考えられる。しかも、この効果は熱中性子自体の効果が弱くなる比較的高い周波数域で顕著になって来ると予想できる。図W.8, W.9 における10Hz以上の不一致の傾向はこの定性的説明と矛盾しない。

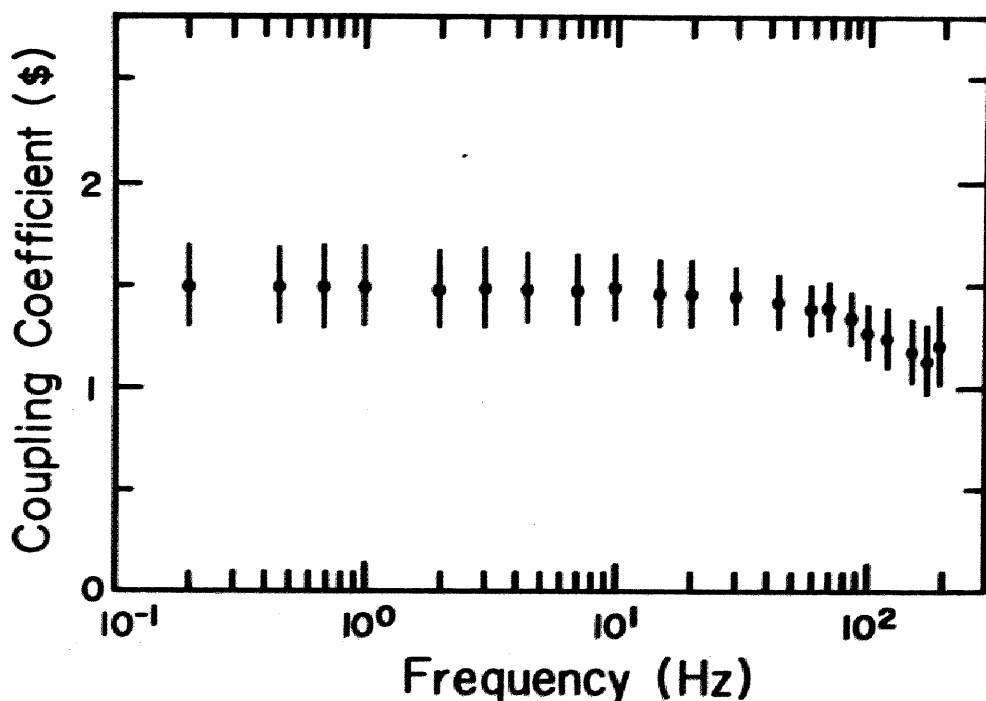
さてこの周波数応答の傾向は、以下に述べる動特性パラメータの抽出に影響すると予想

される。つまり 10Hz 以上の周波数域の測定値から評価される中性子遅延時間 τ と中性子生成時間 Λ とは、1群理論計算によって算出した前章オ3.3.2の値は一致しない可能性がある。但し、先に指摘した如く結合係数 Δ は 10Hz 以下の周波数応答と関連させて求めるので、これには熱外中性子を無視した効果は顕著に現われないはずである。以下、これらの各量を順に検討していく。

4.4.2 結合係数 Δ

オ4.1.2項に説明した周波数応答測定から結合係数を算出する式

(125)式に、前項の $(35\text{G}/14\text{H}_2\text{O})$ 体系での測定値を適用した結果を図IV.10に示す。



図IV.10 Measured Coupling Coefficients of $(35\text{G}/14\text{H}_2\text{O})$ System.

オ4.1.2項で(125)式を導く際に、透過の応答関数 $\hat{G}_{gt}^*(i\omega)$ の性質を調べ、

C35G|14H₂O|体系の場合には図N.1に示した如く、約200Hz附近までその実数部が一定である事を確めた。つまり、これ以上の周波数では、(125)式右辺は周波数と共に

その値が小さくなるが、200Hz以下の周波数では一定値 Δ となる事が期待された。

ところで、図N.10によれば、30Hzまでの周波数域では一定値となり、それ以上では

周波数の増加と共に減少する傾向を示し、定性的には $\hat{G}_{gt}^*(i\omega)$ の性質から

の予想と一致している。しかも、ここには示さなかったが、計算では炉心間距離が減少

するにつれて $[\hat{G}_{gt}^*(i\omega) \text{ の実数部 }] \simeq 1$ の成立つ周波数域はより高い所まで広がる。

この性質を裏付ける現象がC35G|7H₂O|, C35G|10H₂O|の測定値による結合係

数対周波数の図(図N.10と同種)に認められた。特にC35G|7H₂O|体系では測定

の上限周波数195.3Hzまでも Δ は一定値で、減少の傾向は観測できなかった。

図N.10の様には周波数と共に減少する効果をも含めて結合係数

を取り扱う場合には、“周波数依存結合係数 $\Delta(i\omega)$ ” の概念の導入が考えられ

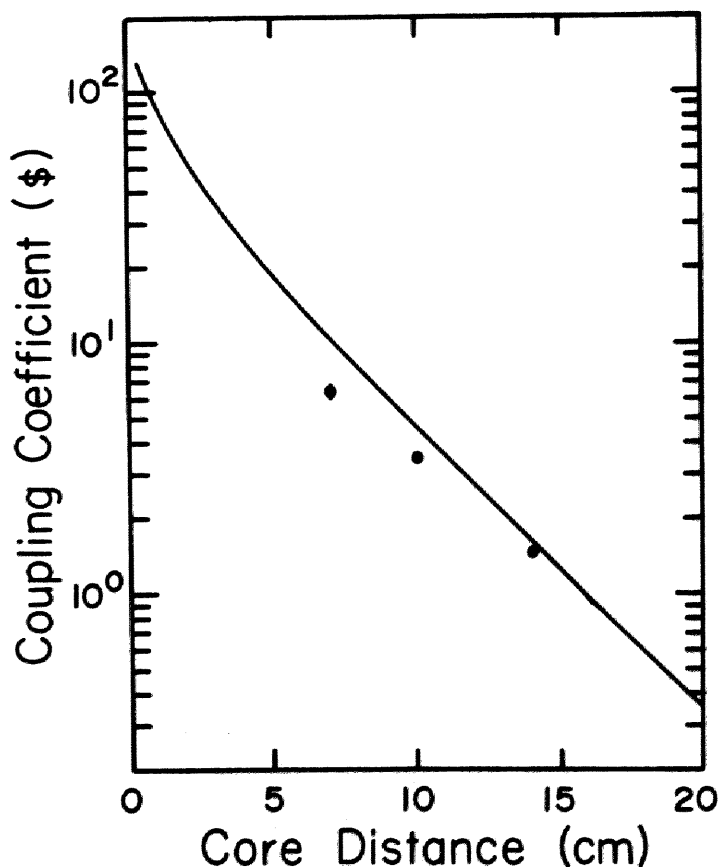
るが、これについては未だ充分に考察を深めていないので、その指摘だけにとどめる。

本論文では、結合係数 Δ は周波数に依存しない量として扱って来たので、各体系

に対する結合係数の最確値は(125)式から得られた一定値 Δ の重み付き平均

として算出した。但し重みには各測定点に対する分散の逆数をとった。例えば、 $C35G|H_2O|$ 体系の場合には、図N.10で解る様に 30Hz 以下の 12 の測定値の平均値を、この体系の結合係数とした。この手順で各体系に対して評価した値を理論値と比較して表N-3に示す。また前章オ3.3.2項で計算した炉心間隔依存性との比較を再び図N.11として示す。

$C35G|H_2O|$ 体系の結合係数 Δ は 6.5\$ から 1.5\$ であり、炉心間距離の増加と共に減少する。これは前章オ3.3.2項での説明を裏付けている。



図N.11 Core - Distance - Dependence of Coupling Coefficient.

表Ⅳ-3 KUCA C35G| x H₂O| 結合炉動特性パラメータ
測定結果と理論値の比較

	C35G $_7$ H ₂ O		C35G $_{10}$ H ₂ O		C35G $_{14}$ H ₂ O	
	測定値	理論値	測定値	理論値	測定値	理論値
振動反応度 $ \delta\rho_{\text{I}} $ [%] ^{a)}	2.49×10^{-2}	—	2.18×10^{-2}	—	1.99×10^{-2}	—
結合係数 Δ [%] ^{a)}	6.4 ± 0.4	10.25	3.50 ± 0.06	4.495	1.47 ± 0.05	1.591
結合の遅れ時間 $\bar{\tau}$ [μ s]	211 ± 86	105.4	170 ± 31	172.8	246 ± 60	267.0
中性子生成時間 Λ [μ s]	53 ± 7	66.73	47 ± 2	65.97	45.2 ± 1.5	65.10
折点周波数 f_0 [Hz]	169 ± 21	204.2	115 ± 5	100.9	66.1 ± 1.8	48.20

a) $\beta = 0.00761$

理論値は炉心間距離が短い所 (C35G17H₂O1 体系) で測定値より大きくなって
いるが、前章で説明した“弱結合”状態になるほどその一致は良くなる傾向があり、
全体として測定値をかなりうまく再現していると判断できる。

4.4.3 結合の遅れ時間 τ

(126)式を使って算出した C35G17H₂O1 体系の結合の遅れ時間 τ の測定値
と、前章で計算した理論値との比較を、表 IV-3 と図 IV.12 に示す。この τ を算出する
際には、各測定間波数点毎に (126)式を適用し、得られた値の重み付き (重みは分散の

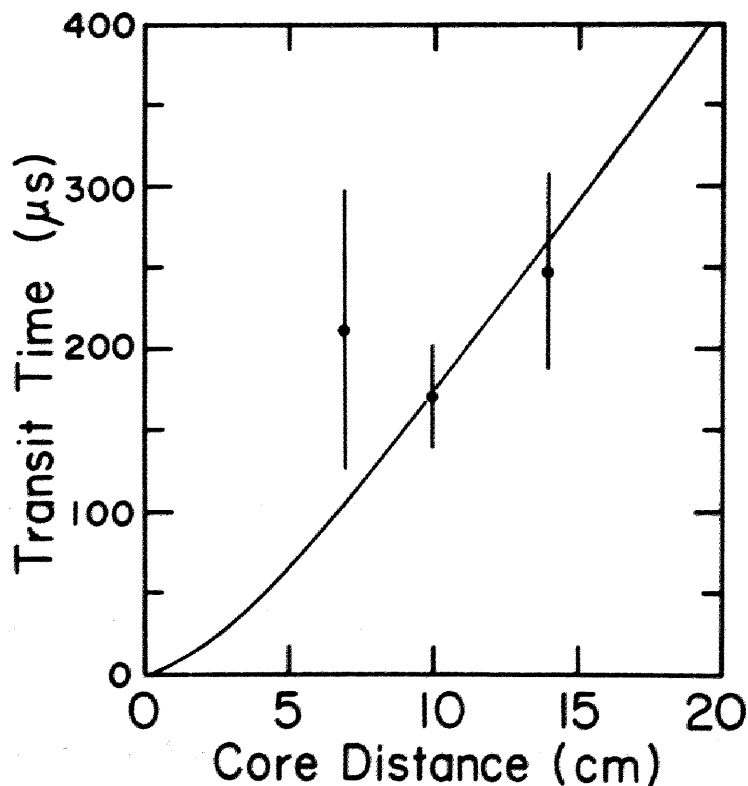


図 IV.12 Core-Distance-Dependence of
Transit Time.

逆数) 平均値を $\bar{\tau}$ の最確値とした。原理的には、どの周波数に対しても (126) 式から $\bar{\tau}$ 値を算出できるはずであるが、実際には、比較的高い周波数域 (数 10 Hz 以上) の測定点に対してのみ物理的に意味のある値が導かれ、低い周波数域では極めて大きな誤差を伴った値、あるいは極端な場合には負の $\bar{\tau}$ 値が算出された。例えば、 $C35G|7H_2O|$ 体系では全 20 個の測定点のうち僅かに 2 点のみが正值であり、それ以外は全て負値であった。また $C35G|4H_2O|$ 体系では 60 Hz 以上の 8 点が最確値の算出に利用された。これは、(126) 式が示す如く、 $\bar{\tau}$ は基本的には周波数応答の差の虚数部に依存する量であるので、 $Z_{I,I}$ と $Z_{I,II}$ の差が小さい炉心間距離の短い体系、さらにその虚数部が実数部に比べて 2~3 桁小さい低周波数域 (図 IV.1) では、一般的に評価しにくい量である事に依る。この点から、炉心間距離の短い $C35G|7H_2O|$ 体系に対する測定値の信頼性は低いと考えられる。

表 IV-3、図 IV.12 によれば、測定精度上問題のある $C35G|7H_2O|$ 体系を除けば、測定値と理論値の一致は良い様にみえる。しかし、上に説明した様に、この測定値 $\bar{\tau}$ はいずれも数 10 Hz 以上の周波数域の測定値から

*) この事は、ここで扱った POS 実験だけでなく、各々その処理法は異なるが、パルス中性子減衰実験^[62]、中性子相関実験^[86] から $\bar{\tau}$ を評価する場合にもあてはまる。

評価されたものであり、オ4.4.1項で既に指摘した様に、熱外中性子を考慮して

いない理論値との直接の比較には注意を必要とする。前章オ3.2.3項の

Argonaut 炉を対象とした理論値と測定値の比較（表Ⅲ-2）の所でも触れたが、

1群理論計算値は一般に $\bar{\tau}$ を過大評価する傾向にある。この事は1群計算法を

熱外中性子をも含む様に拡張した2群減速材領域応答関数法（この扱いは第Ⅶ章

で論ずる）に基づいた遅小時間 $\bar{\tau}_{2g}$ との比較でも確かめる事が出来る。例えば幅14cm

の軽水領域の熱外中性子を考慮した遅小時間 $\bar{\tau}_{2g}$ は石川敏夫氏に依って評価された

[87]

が、それは約 $60 \sim 70 \mu s$ 程度であった。これは1群理論値 $\bar{\tau}_{1g} = 267 \mu s$ の約 $1/4$ 程に

なっており、熱外中性子は $\bar{\tau}$ を小さくする効果を示す。しかし、この計算の基になった2群

の応答関数法は熱群中性子と高速群中性子とを等重率で扱う手法になって

*)

おり、熱中性子に感度が高い検出器で測定した実験値と定量的比較をする

には、高速群中性子（熱外中性子）の効果が強調されすぎているという不備が未だある。

つまり、この場合の2群理論値 $\bar{\tau}_{2g}$ は、1群計算値とは逆に過少評価になって

いると考えられる。

以上の中性子スペクトルが遅小時間 $\bar{\tau}$ に及ぼす影響の他に、測定上の次の問題点

も意識する必要がある。即ち、測定は各炉心中央に設置した検出器で行なっている

*) 詳しい扱いは第Ⅶ章に示す。

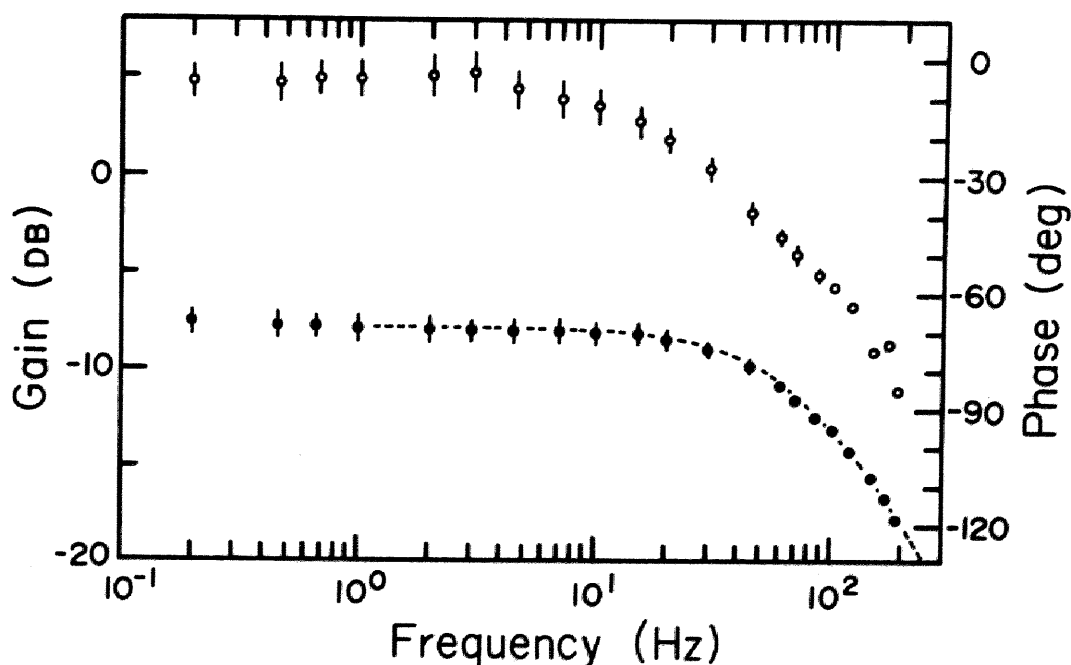
為に測定値は検出器間の遅れ時間量に相当していると考えられる。一方比較した理論値は軽水領域幅だけで決まる透過の応答関数の1次モーメントとして定義されているので、検出器間に軽水領域以外に存在している炉心領域での遅れの効果は考慮されていない。この炉心領域の遅れの効果は、軽水領域幅が広い場合にはそれほど大きな影響を持たないと予想されるが、軽水幅の短い場合には無視出来ない効果となる。この炉心領域遅れ時間の補正法として、炉心領域中を伝播する熱中性子波を考え、この伝播速度 v_c と検出器間に介在する炉心領域幅 α_c とから炉心領域遅れ時間 τ_c を評価する方法が考えられる。しかしこの方法によると幅 α_c の評価が重要になるが、1群理論計算のモデル化(オ3.2.3項)では、炉心幅 α_c を1群臨界計算によって決めている為に極めて小さい幅になってしまう。その為に補正量としての τ_c も小さくなってしまい実質的には τ_{1q} に対して効かなくなる。従って1群計算に基づく限り、中性子波伝播の考え方からこの効果を正當に評価する事は困難である。

以上の事から、図IV.12における測定値と1群理論値との一致は、理論値における熱外中性子無視の影響による過大評価と、炉心領域遅れ時間も考慮してゐない事による理論値の過小評価とが打ち消し合った

結果であると推論できる。但しここで指摘したスペクトルの影響と炉心領域遅れ時間の影響は推論の域を出ず実証されたものではない。この点を明確にするには、例えばスペクトルの影響を調べる為にカドミでおおった検出器による測定、また炉心領域遅れ時間の影響を確認する為には炉心・軽水境界附近に検出器を配置した体系での測定などが有効であると思われる。

4.4.4 中性子生成時間 Λ

(123)式から計算した伝達関数 $H(i\omega)$ を図IV.13に示す。このゲインは図中破線で示した1次遅れの伝達関数で良く表現出来る。この *fitting* 曲線から



図IV.13 Transfer Function $H(i\omega)$ for C35G/14 H₂O System.
 \diamond : Gain \circ : Phase

評価した折点周波数は、この C35 G | 14 H₂O | 体系の場合、 $f_0 = 66.1 \pm 1.8$ Hz であった。この値と先に決定した結合係数値 $\Delta = (1.47 \pm 0.05)\beta$ とを (128) 式に使い、さらに結合炉体系全体は臨界であるとして $\rho_0 = 0$ とすれば、中性子生成時間 Λ が決定できる。結果を表 IV-3、図 IV.14 に示す。

表 IV-3、図 IV.14 によれば、いずれの体系に対しても理論値は測定値より約 20 μ s 程大きくなっている。この傾向は 第三章 3.2.3 項において Argonaut 炉に関する比較 (表 III-2) において指摘したのと同様である。中性子生成時間 Λ は図 IV.13 に示した如く 10 Hz 以上の測定点から評価される。そこで 1 群理論値が測定値より

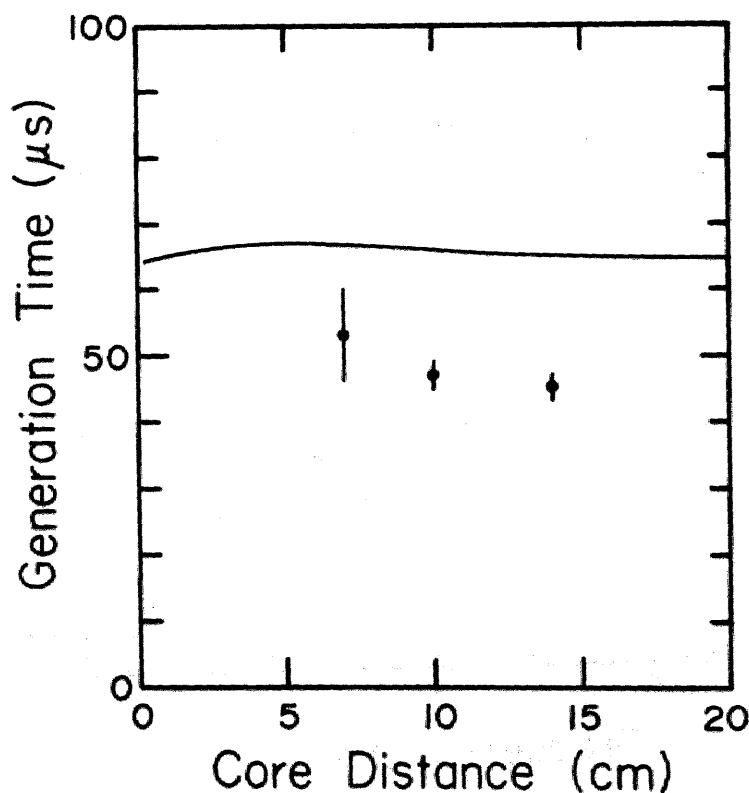


図 IV.14 Core-Distance-Dependence of Neutron Generation Time.

大きくなる原因として前項の \bar{c} と同様に熱外中性子を無視した影響が考えられる。

この点を確かめる為に、2群減速材領域応答関数に基づいて計算した生成時間 Δ_{2G}

を 表 IV-4 に 1群理論値と比較して示す。これによれば熱外中性子の考慮をした

Δ_{2G} の方が短くなっているが、1群理論値との差はたかだか 2~4 μs 程であり

測定値との差約 20 μs を説明するには至らない。しかも、ここで示した2群計算値 Δ_{2G}

は、前項で説明した高速群(熱外中性子)を熱群と等重みで扱うモデルに基づいて

おり、熱外中性子の効果は強調されているはずである。従って、1群理論値が測定値

より大きくなる傾向の原因を、熱外中性子の影響だけに限定するのは無理である。

一方、C35G| $_{14}H_2O$ |体系で村田尚え氏が実施した相関実験による

[86]

測定結果は、ここに示した測定値と良く似ており測定値に問題はないと判断される。

さらに次のオV章で示すが、反射体付単一炉の場合には中性子生成時間測定値と

1群理論計算値とが比較的良く一致している。以上の点を考え合わせると

表 IV-4 結合炉の中性子生成時間に対する熱外中性子の影響

	1群計算 Δ_{1G} [μs]	2群計算 Δ_{2G} [μs]	測定値 Δ [μs]
C35G $_{7}H_2O$	66.73	64.81	53 \pm 7
C35G $_{10}H_2O$	65.97	63.43	47 \pm 2
C35G $_{14}H_2O$	65.10	61.50	45.2 \pm 1.5

一群理論値と測定値の不一致のはっきりした原因は解らない。ただし可能性として、結合炉の各炉心に属する中性子生成時間の定義、(114)式自体に反省を加えてみる事は無意味ではない。これは(114)式の定義では結合領域の反射体としての効果だけを中性子生成時間に取り込んでおり、結合領域を透過して来る中性子の効果は含めていない、これで充分であろうかという事である。この問題は、結合炉体系の各炉心固有の中性子生成時間と、結合炉体系全体の中性子生成時間とはどうゆう関係にあるかを調べる事に相当する。この問題を解く為に、次のオV章で展開する反射体付単一炉における中性子の吸収素過程を確率的に扱う手法を結合炉へ拡張する事を試みたが未だ成功していない。従ってここではこの問題の指摘だけにとどめる。

最後に非対称性の問題について記しておく。本章の扱いでは全て対称炉であると仮定して処理したが、実際にはPOSの強い吸収効果の為に中性子束分布には歪みが生じて炉心IとIIとでは非対称性が生じていると予想される。そこで実際に中性子束分布を測定して非対称性の度合を評価し、これの結合炉動特性パラメータに及ぼす影響を簡単なモデル計算を基にして調べた。結論的には、認められた非対称効果はこの章の今までの議論を大幅に変更するものではなかった。そこで非対称性の詳細はオV章で改めて論ずる。

第V章 反射体付単一炉の中性子生成時間

反射体付単一炉の中性子生成時間 Λ は中性子平均寿命 Λ_0 は、反射体の無い裸炉のそれに比べて長くなるという、今迄の経験的事実を明確に基礎づける式を、一般化された動特性方程式を足がかりにして導く。さらにこの表式の物理的意味を中性子インポートランスの概念を使った方法で調べる。最後に原研SHE（黒鉛反射付円柱状単一炉）のパルス中性子減衰実験から算出した中性子生成時間を本手法で解析し、その結果を、別の方法——時間固有値に基づく α -モード法、黒井英雄氏によって提案された方法——による結果と比較する。

5.1 反射体効果を含む中性子生成時間

5.1.1 問題の背景

[88]

現在では、特殊な目的を持った Godiva の様な裸の高速炉は、
べつにして、特に熱中性子炉で裸の炉は稀であり普通は炉心を反射体が
取り囲む反射体付原子炉である。この反射体付炉の動特性を取り扱う際には、
既にオII章オ2.1.2項で簡単に触れたが、反射体付炉に対して Henry が導いた
[40]
厳密な動特性方程式を扱うよりは、むしろ、裸炉に対して導いた動特性方程式
[例えば(26)式]を使っていた。この根拠は、方程式中に含まれるパラメータ、反応度 ρ 、
遅発中性子定数 β_i, λ_i および中性子生成時間 Λ を反射体の効果を含む様に変え
ておけば、取り扱いやすい裸の方程式でも十分にうまく反射体付炉の動特性を扱え得るとい
う経験的事実だと思われる。特に上記パラメータのうち反射体付炉の中性子生成時間 Λ_r
は、反射体付炉の炉心と同じ物質で仮想上の裸の臨界炉を構成した場合の

[89, 90]

中性子生成時間 $\Lambda_{f, bare}$ より長くなると指摘されている。即ち,

$$\Lambda_r = \Lambda_{f, bare} + \delta\Lambda \quad (\delta\Lambda > 0), \quad (149)$$

但し, $\Lambda_{f, bare}$ は 炉心の核分裂断面積で次の様に表現できる。^{*}

$$\Lambda_{f, bare} = \frac{1}{\nu \Sigma_f \nu} . \quad (150)$$

従って, 反射体付炉の動特性を裸炉に対する動特性方程式で扱う時には, $\Lambda_{f, bare}$ のかわりに (149) 式の Λ_r を使う事になる。

ここで問題は対象とする反射体付炉に対する中性子生成時間 Λ_r , 特に
[40]

その増分 $\delta\Lambda$ を予め理論的に評価する手法があるかという事である。これは, A.F. Henry が提唱

した一般的な厳密な手法を適用すれば原理的には可能ではある。しかし Henry の

手法には, 彼の扱いにおいて重要な役割をする形状関数 $\varphi(r, u, t)$ を反射体を

含む全体系に対してどの様に選択するのかという困難がある。また, 逆に扱いやすい

[41]

$\varphi(r, u, t)$ を選択した場合には, 反射体効果 $\delta\Lambda$ だけをうまく分離して表示する事

が困難になる。

そこで第II章オ 2.3.3 項で導いた反射体付炉に対する一般化

した動特性方程式を足がかりにして, 反射体効果 $\delta\Lambda$ の表式を決めるのが

* この関係式は (12) 式で減速途中に消滅しない平均の確率 \bar{c} を 1 とすれば得られる。

この章の目的である。

5.1.2 円柱形状反射体付炉の中性子生成時間 Λ_r

この章のオ5.3節で六角柱状の原研SHEを対象とした数値計算例を論ずるので、その準備として1次元、円柱状反射体付炉に対する中性子生成時間 Λ_r の表式を導出する。解析対象とする炉心半径 R 、反射体外半径 L の円柱状反射体付炉の断面を図V.1に示す。この体系に対する一般化された動特性方程式の導出法はオII章に示した結合炉体系に対する手法とほとんど同じであるので (Appendix D に示す) ここにはその結果を記す。

$$\begin{aligned} \frac{1}{v\Sigma_f v} \frac{dP(t)}{dt} = & \frac{4R}{v\Sigma_f C} \left[j_0^{*-}(R) j_0^{*+}(R) \int_0^\infty P(t-\tau) G_r(\tau) d\tau - j_0^{*+}(R) j_0^{*-}(R) P(t) \right] \\ & + [\rho_0 - \delta\rho(t) - \beta] P(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + S \end{aligned} \quad (151)$$

但し $P(t)$, $\phi(r,t)$, C , $\delta\rho(t)$ 及び S は各々 時間関数, 形状関数, 規格化定数, 反応度変化, 及び 外部中性子源を表わし, その物理的意味は第II章オ2.3.2項で述べたものと全く同じである。しかし平板状結合炉と体系が異なる為にその表式は異なっている, それを以下にまとめて示す。

$$P(t) \equiv \int_0^R r f_0^*(r) \psi(r,t) dr / \int_0^R r f_0^*(r) f_0(r) dr, \quad (152)$$

$$\phi(r,t) \equiv \frac{\psi(r,t)}{P(t)} \quad (153)$$

$$C \equiv \int_0^R r f_0^* \phi(r,t) dr = \int_0^R r f_0^* f_0 dr, \quad (154)$$

$$\delta \rho(t) \equiv - \frac{\int_0^R r f_0^* \delta \Sigma_a(r,t) \phi(r,t) dr}{\nu \Sigma_f \int_0^R r f_0^* f_0 dr}, \quad (155)$$

但し、 $\psi(r,t)$ は 時間依存中性子束であり、また $f_0(r)$ は 擾動前の体系に対して定義した固有値方程式の基本固有関数、 $f_0^*(r)$ はこれに対する基本随伴関数、 ρ_0 は基本モードの固有値である点は 結合炉の場合と全く同じである。さらに、中性子流 $j_0^\pm(r)$ 、随伴中性子流 $j_0^{*\pm}(r)$ は 平板体系と類似の次の式で与えられる。

$$j_0^\pm(r) = \frac{1}{4} \left[f_0(r) \mp 2D \frac{df_0}{dr} \right] \quad (156)$$

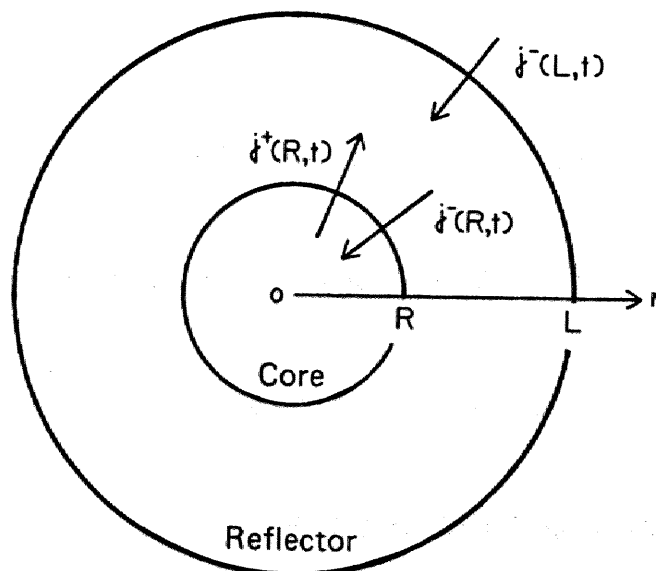


図 V.1 Cylindrical, Reflected Reactor System.

$$j_0^{*\pm}(r) = \frac{1}{4} \left[f_0^*(r) \pm 2D \frac{df_0^*}{dr} \right] \quad (157)^*$$

さて (151) 式の右辺第1項は円環状反射体領域に対する反射の減速材領域応答関数 $G_r(\tau)$ [この具体型は Appendix F に示す。] を含み反射体の効果を表現する境界項である。従って特に中性子生成時間 Λ_r を意識しないで反射体付炉の動特性を論ずる場合には、この一般化された動特性方程式のままで扱えば充分である。しかし、 Λ_r に注目する場合と、従来の裸炉に対する方程式を反射体付炉へ流用する事の正当性を示したい場合には、結合炉体系に対する一般化された動特性方程式を Baldwin 型方程式¹⁾に帰着させたのと同様の手続 (第III章オ3.2.1項) をする事になる。それには反射の応答関数に掛かる時間関数 $P(t-\tau)$ を Taylor 展開しその第1次までをとる近似 (91) 式を使う。

$$P(t-\tau) \simeq P(t) - \tau \frac{dP(t)}{dt} \quad (91)$$

この近似式を (151) 式に使い、さらに応答関数の定義式

$$j_0^-(R) = j_0^+(R) \int_0^\infty G_r(\tau) d\tau \quad (158)$$

* 円柱形状に対してこの式が成立するのは自明ではないのでその導出を Appendix E に示す。

と、次節で証明する 炉心・反射体境界 $r=R$ に於ける 中性子インポータンスの

つり合いを表わす次式

$$j_0^{*-}(R) j_0^-(R) - j_0^{*+}(R) j_0^+(R) = 0, \quad (159)$$

を利用して整理すると、裸炉に対するのと同型の動特性方程式を得る。

$$\left[\frac{1}{\nu \Sigma_f V} + \frac{4R j_0^{*-}(R) j_0^+(R)}{\nu \Sigma_f C} \int_0^\infty \tau G_r(\tau) d\tau \right] \cdot \frac{dP(t)}{dt} = [\rho_0 - \delta P(t) - \beta] P(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P(t-t') e^{-\lambda_k t'} dt' + S. \quad (160)$$

この式の左辺 $dP(t)/dt$ に掛っている係数を (94) 式に定義した

“平均中性子反射体滞在時間” $\bar{\tau}_r$ を使って書き直すと、この係数は時間の次元

を持っている事がはっきりする。これを Λ_r とみなす事ができる。

$$\Lambda_r = \frac{1}{\nu \Sigma_f V} + \frac{4R j_0^{*-}(R) j_0^+(R)}{\nu \Sigma_f C} \bar{\tau}_r \quad (161)$$

さてこの式の右辺第1項は (150) 式から $\Lambda_{f, \text{bare}}$ に他ならない、従って上式の第2項

が (149) 式の 反射体効果による増分 $\delta \Lambda$ に相当する。即ち、

$$\delta \Lambda = \frac{4R j_0^{*-}(R) j_0^+(R)}{\nu \Sigma_f C} \bar{\tau}_r \quad (162)$$

である。

ところで、(160) 式の導出にあたっては、物理的には中性子束の変動がゆるやかである事を意味する (91) 式の Taylor 展開の近似を使用した。従って、この近似の範囲内では、反射体効果 $\delta\Lambda$ を含む様に中性子生成時間 $\Lambda_{f, \text{bare}}$ を補正してさえおけば、裸炉に対する動特性方程式で反射体付炉を扱ってかまわない事になる。これで従来の便法に対する根拠がはっきりした。

[40]

さて $\delta\Lambda$ に対する Henry の表式は次の様に書ける。

$$\frac{1}{V\Sigma_0 C^H} \int_{\text{Reflector}} \frac{1}{v} f_0^*(r) \varphi(r, t) dr .$$

但し、 $\varphi(r, t)$ は Henry が反射体領域を含む全体系に対して定義した形状関数であり、また C^H は (154) 式に定義した規格化因子 C に類似の量であるが、Henry は体系全体に渡る積分量として定義している点異なる。この式と (162) 式とを比べると、(162) 式は \bar{c}_r の様な物理的意味の明確な量で記述されている点で勝っている。また \bar{c}_r にかかっている係数の物理的意味は次節の解析において明確になる。

5.2 中性子生成時間の構造

この節では、(161) 式の Λ_r が確かに反射体付炉の中性子生成時間

[39, 92, 93]

である事を中性子インポートスの概念を使って証明する。合わせて $\delta\Lambda$ の \bar{c}_r にかかっ

いる係数の物理的意味を明らかにする。この準備として、オ5.2.1項では従来の教科書では明確に説明していない随伴中性子流 $j_0^{*\pm}(r)$ の意味を明らかにし、オ5.2.2項では炉心・反射体境界における中性子インポートランスの収支について論ずる。

5.2.1 随伴中性子流の物理的解釈

一般に、角度依存随伴中性子束 $\Phi_0^*(r, \mu, \alpha)$ は場所 r において

*)

(μ, α) 方向の立体角要素 $d\mu d\alpha$ へ運動している中性子の持つインポートランス量である

[93]

事が知られている。また、臨界体系においては、その相対値だけが物理的意味

[94]

を持ち絶対値については特に注意を払わなくてもよい事がわかっている。ところで、

随伴中性子束には角度依存性を考慮したが、これに対して中性子束は等方分布で

あり、場所 r において立体角 $d\Omega$ 方向に運動している中性子の密度を $N_0(r)d\Omega$

γ/cm^3 と仮定する。この仮定は次に示す様な随伴中性子束と中性子密度の積を扱う

場合には、この積の近似のレベルが(161)式を導出する際に使用している近似と同レベル

にあれば充分である事によっている。今の場合(161)式の近似のレベルに対しては、どちらか

一方に非等方成分を考慮すれば充分である。

さて、場所 r における全中性子インポートランス量は、 $\Phi_0^*(r, \mu, \alpha)$ と $N_0 d\Omega$ の積を

*) 座標系は Appendix E の図.E を参照。

全立体角に渡って積分して得られる。

$$\int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\chi N_0(r) \Phi_0^*(r, \mu, \chi) = N_0(r) f_0^*(r), \quad (163)$$

一方、場所 r における全中性子数は $4\pi N_0(r)$ に他ならないから、"場所 r において中性子が 1 個あたりに持つ平均インポータンス量" は、

$$\frac{N_0(r) f_0^*(r)}{4\pi N_0(r)} = \frac{f_0^*(r)}{4\pi}, \quad (164)$$

である。

次に、随伴中性子流について考える。"場所 r において r 方向に垂直な

単位面積を通過して外向きに移動していく 1 個の中性子の持つ平均インポータンス量" は

中性子流が等方分布であるという仮定の基では次式で表現できる。

$$\frac{2 \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{\pi/2} d\chi N_0(r) \Phi_0^*(r, \mu, \chi) (1-\mu^2)^{1/2} \cos \chi}{2 \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{\pi/2} d\chi N_0(r) (1-\mu^2)^{1/2} \cos \chi} = \frac{j_0^{*+}(r)}{\pi} \quad (165)$$

ここで、 r の正方向に流れる随伴中性子流は角度依存中性子束 $\Phi_0^*(r, \mu, \chi)$

と次の関係にある事を利用した。(Appendix E 参照)

$$j_0^{*+}(r) \equiv 2 \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{\pi/2} d\chi \Phi_0^*(r, \mu, \chi) (1-\mu^2)^{1/2} \cos \chi. \quad (166)$$

同様にして， γ の減少する方向（内向き）に移動する1個の中性子の持つ平均インポータンス量は

は $j_0^{*-}(r)/\pi$ である。（164）（165）式に示した中性子1個あたりの平均インポータンス量が

次項の中性子インポータンス収支を考える場合の基礎になる。

5.2.2 中性子インポータンス量の収支

擾動前の体系に対する基本モード固有関数 $f_0(r)$ の従う固有値方程式は

第II章オ2.3.1項の（56）式と同じ型で与えられる。そしてこの固有値方程式は

中性子の収支を表現する方程式である。そこで，この方程式に（164）式で定義した

中性子1個あたりの平均インポータンス量に乗じて炉心領域全体に渡って積分する，つまり

$$\int_0^R [f_0(r) \text{の従う固有値方程式}] \times \frac{f_0^*(r)}{4\pi} \times 2\pi r dr$$

今の場合 ∇^2 は円柱形状に対するものである点に留意しながら，拡散項 $D\nabla^2 f_0(r)$

の部分に2回部分積分を施し，さらに（156）（157）式を使えば，次のインポータンス量の

収支に関する式を得る。

$$2R j_0^{*-}(R) j_0^{-}(R) + \nu \Sigma_f (1 - \rho_0) \frac{C}{2} = 2R j_0^{*+}(R) j_0^{+}(R) + \frac{\Sigma_a C}{2} - \frac{D}{2} \int_0^R r f_0 \frac{1}{r} \left(\frac{d}{dr} r \frac{df_0^*}{dr} \right) dr \quad (167)$$

この関係式を構成する4つの項は，炉心中の中性子が持つインポータンス量を基準にして，

増加の寄与と減少の寄与とに分類する事ができる。この分類を表V-1に示し、以下各項の意味を述べる。

a項： この項は、炉心へ反射体で反射されて戻って来る中性子の持つ平均インポータンス

量 $j_0^{*-}(R)/\pi$ と戻って来る全中性子数 $2\pi R j_0^{*-}(R)$ との積に他ならない。

従って、反射体で反射して炉心に戻って来る中性子による増加分を表現している。

c項： この項は、a項と同じ様に解釈され、中性子が炉心から反射体へ洩れる

事による減少分を表わしている。

b, d項： まず、
$$\frac{C}{2V} = \frac{1}{V} \int_0^R 2\pi r f_0 \frac{f_0^*}{4\pi} dr$$

表V-1 炉心中の中性子インポータンス量に対する寄与

増 加：(167)式左辺	減 少：(167)式右辺
a. $2R j_0^{*-}(R) j_0^{*-}(R)$ (炉心に戻って来る中性子)	c. $2R j_0^{*+}(R) j_0^{*+}(R)$ (中性子の反射体への洩れ)
b. $V \sum_f (1 - \rho_0) \frac{C}{2}$ (核分裂過程)	d. $\frac{\sum_a C}{2}$ (吸収過程)
	e. $-\frac{D}{2} \int_0^R r f_0 \frac{1}{r} \left(\frac{d}{dr} r \frac{df_0^*}{dr} \right) dr$ (拡散過程)

であり、従って $C/2v$ は 炉心中の全中性子による全インポートンス量である。これに留意

すは、 b 項は 核分裂によって中性子が増加する事による増加分、 d 項は
*)
中性子の吸収による減少分を表現している事になる。

c 項： この項は 中性子インポートンスの 場所依存性によって生ずる項である。

またこれは、以下に説明する様に、炉心中を拡散によって移動する中性子に起因する炉心中の全インポートンス量減少効果とみなせるので、これを拡散過程によるものと名付ける。

吸収と核分裂の無い 半径 r と $r+\Delta r$ の 薄い円環状領域を考える。

さらにこの微小領域においては、 r の正および負方向に移動する中性子

は存在するが、正味の中性子流 $j_0(r)$ は無いと仮定する。この仮定の基では

境界における中性子流 j_0^{\pm} は互に等しく、(156)式からそれは $j_0(r)/4$ である。

これに対して、(165)式から中性子の移動に伴うインポートンス量は各々 $j_0^{*\pm}(r)/\pi$

と $j_0^{*\pm}(r+\Delta r)/\pi$ とである。この仮想的な微小領域における

インポートンスの減少率 ΔI_d は、この微小領域の境界を横切って流入、流出

する中性子に伴うインポートンス量の収支から計算できる。

*) $(1-p_0)$ の因子は、固有値問題において臨界からずれた体系を、仮想的な臨界にする為必要となる因子である

$$\Delta I_d = \frac{f_0(r)}{4} \left\{ 2\pi(r+\Delta r) \left[\frac{j_0^{*+}(r+\Delta r)}{\pi} - \frac{j_0^{*-}(r+\Delta r)}{\pi} \right] + 2\pi r \left[\frac{j_0^{*-}(r)}{\pi} - \frac{j_0^{*+}(r)}{\pi} \right] \right\}.$$

これを (157) 式を使って整理すると次式を得る。

$$\Delta I_d = \frac{D}{2} f_0(r) \left[(r+\Delta r) \frac{df_0^*(r+\Delta r)}{dr} - r \frac{df_0^*(r)}{dr} \right]$$

ここで、 $\Delta V = 2\pi r \Delta r$ で両辺を割り Δr を零に近づければ、単位体積当り

のイオンタンス減少率 I_d が次の様に与えられる。

$$I_d = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\Delta I_d}{\Delta V} = \frac{D}{4\pi} f_0(r) \frac{1}{r} \left(\frac{d}{dr} r \frac{df_0^*(r)}{dr} \right)$$

これをイオン領域に渡って積分したものが e 項に他ならない。従って e 項は

正味の中性子流がなくても中性子が正または負方向に移動してゐればその効果が生ずる。

さて (162) 式の収支式における ϕ, d, e 項に、基本モード随伴関数 $f_0^*(r)$

の従う方程式と、基本モード固有関数とから導かれる関係式

$$\int_0^R [f_0^*(r) \text{ の従う随伴方程式 }] \times f_0(r) \times 2\pi r dr$$

を使うと、 ϕ, d, e 項は打ち消し合つて、前節で示した (159) 式が得られる。

従って (159) 式は，炉心・反射体境界を横切って正，負方向に移動する中性子数に差がある場合でも，この中性子流によってもたらされるインポートランス量は互に釣り合っている事を示している。ここで扱っている 1 群計算の範囲では自己随伴の関係より $j_0^{*\pm}(r) = j_0^{\mp}(r)$ であり，(159) 式はほとんど自明な表現である様にみえる。しかし第 II 章で示す 2 群計算においては，これに相当する量は，1, 2 を群を示す添字とした時，

$$j_{1,0}^{*+}(R) j_{1,0}^{+}(R) + j_{2,0}^{*+}(R) j_{2,0}^{+}(R) = j_{1,0}^{*-}(R) j_{1,0}^{-}(R) + j_{2,0}^{*-}(R) j_{2,0}^{-}(R),$$

と表現される。これはもはや演算上の等式ではなく，ここで示したインポートランスの釣り合いという物理的解釈が実質的な意味を持って来る点を指摘しておく。

5.2.3 素過程に基づく Λ_r の導出

(24) 式に一般的に示した様に中性子生成時間 Λ_r と中性子平均寿

[95]

命の間には， $\Lambda_r = (1 - \rho_0) l$ の関係がある。ここではまず中性子の吸収による消滅の素過程を解析して平均寿命 l の表現を導く。

炉心領域に核分裂で N_0 個の中性子が生じ，この中性子は初期

インポートランス量 I_0 を持っているとする。そして，この中性子は消滅するまでに 図 V.2

に示す様な過程 μ を可能な限りたどるとする。ここで過程 μ とは

図 V.2 において 反射体領域における n 回の反射を含む過程と定義する。

次に中性子が n 過程 をたどる 確率 を P_n とし、これを 初期インポダンス量 I_0

と n 過程 における 中性子消滅 によって **消滅する**インポダンス量 I_n' との比で与える。

$$P_n = \frac{I_n'}{I_0} \quad (168)$$

そして、この n 過程 に属する 中性子が 発生から 消滅 までに 費やす 時間 を l_n

で表わす事にすれば、平均寿命 l は 全過程 に渡る l_n の 期待値 で評価できる

事になる。即ち、

$$l = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} l_n P_n}{\sum_{n=0}^{\infty} P_n} \quad (169)$$

ところで、図 V.2 によれば、過程 n は 中性子が 炉心から 洩れる 素過程、洩れなくて 吸収消滅

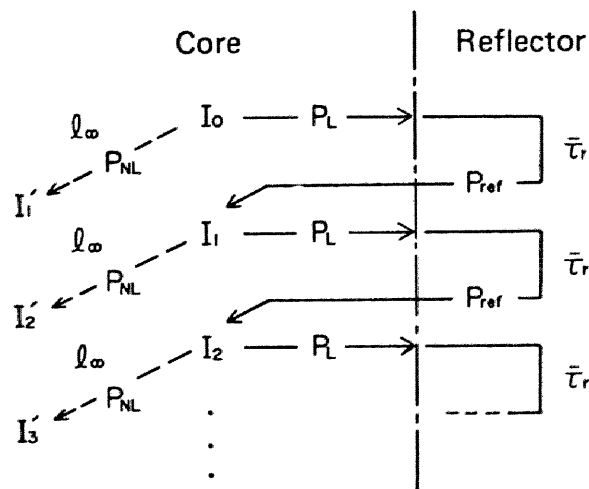


図 V.2 Concept of Neutron Importance Flow in a Reflected System.

する素過程，そして 反射体で反射する素過程の組み合わせから構成される事が解る。そこで、
各々の素過程の前後におけるインポータンス量の比で各々の素過程の確率を定義し、それを P_L , P_{NL} として P_{ref} と書く事にする。すると n 過程は n 回の吸収と n 回の反射、そして 1 回の吸収消滅より構成されるから、 n 過程において減少するインポータンス量 I'_n は、

$$I'_n = I_0 P_{NL} (P_L P_{ref})^n$$

となる。これを (168) 式に代入すれば確率 P_n は次式で与えられる。

$$P_n = P_{NL} (P_L P_{ref})^n \quad (170)$$

また、3つの素過程のうち時間経過を伴うのは反射の素過程と吸収消滅の素過程と仮定し、この素過程に要する時間を各々 l_∞ および $\bar{\tau}_r$ と記す事にする。従って、 n 過程において中性子が生成から消滅までに費す時間 l_n は

$$l_n = l_\infty + n \bar{\tau}_r \quad (171)$$

と表現できる。

(170) 式の P_n と (171) 式の l_n とを中性子平均寿命 l を評価する式 (169) 式に代入し、

$P_L P_{ref} < 1$ に留意して無限級数和を計算すると、結局次の式を得る。

$$l = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (l_{\infty} + n \bar{\tau}_r) P_{NL} (P_L \text{Pres})^n}{P_{NL} \sum_{n=0}^{\infty} (P_L \text{Pres})^n} = l_{\infty} + \frac{P_L \text{Pres}}{1 - P_L \text{Pres}} \bar{\tau}_r \quad (172)$$

さて次に、確率 P_L , Pres および 経過時間 l_{∞} を前項で

表 V-1 にまとめた 炉心領域インポータンスに対する減少率, c, d, e 項を使って表現する。

洩れの確率 P_L は次の様に計算出来る。

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{\text{中性子の洩れによる炉心領域インポータンスの減少率}}{\text{炉心領域インポータンスの減少率}} = \frac{c \text{ 項}}{c \text{ 項} + d \text{ 項} + e \text{ 項}} \\ &= \frac{4Rj_0^{**}(R)j_0^{+}(R)}{\nu\Sigma_f(1-\rho_0)C + 4Rj_0^{**}(R)j_0^{+}(R)}, \end{aligned} \quad (173)$$

但し, d 項と e 項の和は b 項に等しいという (159) 式を導く際に使用した関係を利用した。

洩れない確率 P_L は $1 - P_L$ として容易に計算できて,

$$P_{NL} = 1 - P_L = \frac{d \text{ 項} + e \text{ 項}}{c \text{ 項} + d \text{ 項} + e \text{ 項}} = \frac{\nu\Sigma_f(1-\rho_0)C}{\nu\Sigma_f(1-\rho_0)C + 4Rj_0^{**}(R)j_0^{+}(R)},$$

となる。また同様の考慮により 反射の確率 Pres は,

$$\text{Pres} = \frac{a \text{ 項}}{c \text{ 項}} = \frac{2Rj_0^{*-}(R)j_0^{-}(R)}{2Rj_0^{**}(R)j_0^{+}(R)}, \quad (174)$$

となる。但しこの確率はインポータンス量の収支で評価すると, (159) 式より 1 に

他ならない事になる。

次に ℓ_{∞} は、中性子が反射体に滞在した経験の有無に関係なく、炉心領域中でその中性子が費やす全時間の平均値であると考え、次式で与える。

$$\begin{aligned}\ell_{\infty} &= \frac{\text{炉心領域の全インポートランス量}}{\text{炉心領域からの流れによらない減少率} (\text{d項} + \text{e項})} \\ &= \frac{\int_0^R 2\pi r \frac{f_0^*}{4\pi} \cdot \frac{f_0}{v} dr}{\nu \Sigma_f (1 - \rho_0) \frac{c}{2}} = \frac{1}{\nu \Sigma_f v (1 - \rho_0)} \quad (175)\end{aligned}$$

また $\bar{\tau}_r$ には応答関数 $G_r(\tau)$ の1次モーメントで定義した“平均中性子反射体滞在時間”をそのまま使用するは充分である。

さて (173) (174) (175) 式を (172) 式に代入して整理すると、中性子平均寿命 ℓ は次式で表現できる。

$$\ell = \frac{1}{1 - \rho_0} \left[\frac{1}{\nu \Sigma_f v} + \frac{4R j_0^*(R) j_0(R)}{\nu \Sigma_f c} \bar{\tau}_r \right] \quad (176)$$

この式の [...] の部分は、 $\Lambda_r = (1 - \rho_0) \ell$ の関係式から中性子生成時間 Λ_r に相当し、そして (161) 式に一致している。従って、先に (161) 式に与えた中性子生成

時間 Λ_r は確かに“反射体効果を含んだ 中性子生成時間”である。

また $\bar{\tau}_r$ にかかる係数は (172) 式から直ちに解る様に、演算

$$\sum_{n=0}^{\infty} n P_{NL} (P_L \text{Pres})^n \Big/ P_{NL} \sum_{n=0}^{\infty} (P_L \text{Pres})^n,$$

から導かれた量である。ところでこの演算は反射体領域における反射回数 n の平均値 \bar{n} を与える式ともみなす事ができる。従って $\bar{\tau}_r$ の係数は物理的には平均反射回数 (平均境界横断回数の半分) \bar{n} に他ならない。

$$\bar{n} = \frac{P_{L\text{Pref}}}{1 - P_{L\text{Pref}}} = \frac{4R \int_0^{\infty} \bar{\tau}_r(R) \bar{\tau}_0^-(R)}{V \Sigma_f (1 - \rho_0) C} \quad (177)$$

5.3 数値計算と測定値の比較

[24]

[25]

この節では, K. Sumita and Y. Kaneko, 及び Y. Kaneko, et al.

による日本原子力研究所・半均質臨界集合体 SHE における測定値と, (161)式

[6, 89, 96]

[90]

による理論値, α -モード法に基づく計算値 及び 黒井英雄氏の方法による計算値

との相互比較を行う。

5.3.1 測定値

SHE は 図 V.3 に示す様な 高さ 240 cm の六角柱状の 熱中性子,

黒鉛減速の臨界集合体である。ここで述べる一連の実験は $C/^{235}\text{U}$ 原子数

比の異なる 4 つの炉心 SHE-5, -6, -7, -8 に対して行われたが, $C/^{235}\text{U}$ の変更

は半径 2.25 cm 厚さ 1 cm の燃料板と黒鉛板の組み合わせ枚数を変化する

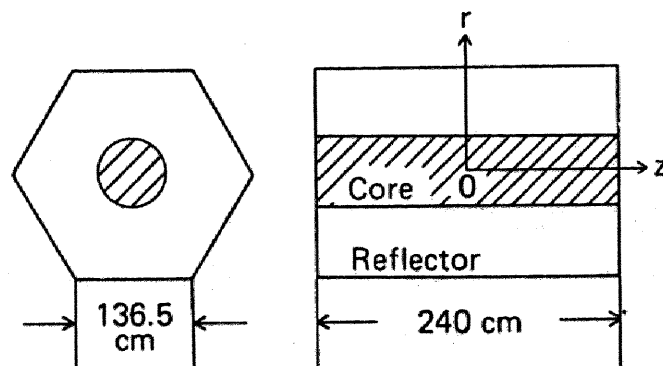
方法で行われた。但し燃料板は 20% 濃縮の UO_2 と純粋な黒鉛を均質

[97]

に混合したもので、その C/UO_2 重量比は 10 である。 SHE-5 から SHE-8 までのどの炉心（番号が大きくなるほど $C/^{235}U$ は小さくなる）も黒鉛反射体で取り囲まれているがその厚さは、この集合体が外ワクを固定した構造（図 V.3）である為、炉心半径が小さくなるに従って厚くなるという様に変化する。使用した炉心の $C/^{235}U$ 、測定された臨界半径 R_{exp} 、および六角形断面を等面積近似で円柱化した時の奥効反射体厚さ（ $L - R_{exp}$ ）を表 V-2 に示す。但し L は等面積近似による奥効外端半径で 129.2 cm である。

[25]

Kaneko et al. は各炉心毎に数点の未臨界状態でハルス中性子減衰実験を行なって各未臨界状態における即発中性子減衰定数 α を測定した。そして、これらの測定値から外挿法によって各炉心に対する“臨界時の即発中性子減衰定数” $\alpha_{c,exp}$ を決定した。ところで本章で比較の対象とする中性子生成時間の



[25]

図 V.3 SHE Assembly Investigated by Kaneko et al.

[25]

測定値 $\Delta r, \exp$ は, この測定された臨界時の減衰定数 $\alpha_{c, \exp}$ から次式によって決定した。

$$\Delta r, \exp = \frac{\beta}{\alpha_{c, \exp}} \mu \quad (178)$$

但し, μ は遅発中性子成分が即発中性子減衰定数 α の決定に及ぼす影響を補

正する為の補正係数であり 式(178)に従う。

$$\mu = \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\beta} \cdot \frac{\alpha_{c, \exp}}{\alpha_{c, \exp} - \lambda_k}$$

この補正係数 μ は この実験の場合 炉心毎に若干異なるが 約 1.09 程度であった。

[25]

また β の値はこの解析では全炉心共通に $\beta = 0.00684$ を使用した。

(178)式で評価した中性子生成時間の測定値 $\Delta r, \exp$ を表 V-3 と図 V.4 とに

示す。これには, $C/^{235}\text{U}$ の増加に伴って $\Delta r, \exp$ は増加しやがて飽和する

傾向がわずかながら認められる。

[25]

表 V-2 SHE 各炉心の特性

炉 心	$C/^{235}\text{U}$ [原子数比]	臨 界 半 径 R_{\exp} [cm]	奥効反射体厚さ ^{a)} $L - R_{\exp}$ [cm]
SHE-5	5483	35.1	94.1
SHE-6	4395	33.2	96.0
SHE-7	3359	31.1	98.1
SHE-8	2316	28.7	100.5

a) 奥効外端半径 $L = 129.2$ cm

表 V-3 SHE の中性子生成時間 Δ_r (測定値と理論値の比較)

炉心	$C/^{235}\text{U}$ [原子数比]	中性子生成時間 Δ_r [ms]			
		測定値 ^{a)}	本手法	黒井法	α -モード法 ^{a)}
SHE-5	5483	1.34 ± 0.02	1.37	1.59	1.39
SHE-6	4395	1.31 ± 0.03	1.29	1.53	1.34
SHE-7	3359	1.16 ± 0.05	1.20	1.46	1.28
SHE-8	2316	1.06 ± 0.05	1.07	1.35	1.19

a) この値は全炉心共通に $\beta = 0.00684$ を使用して (178) 式から評価。

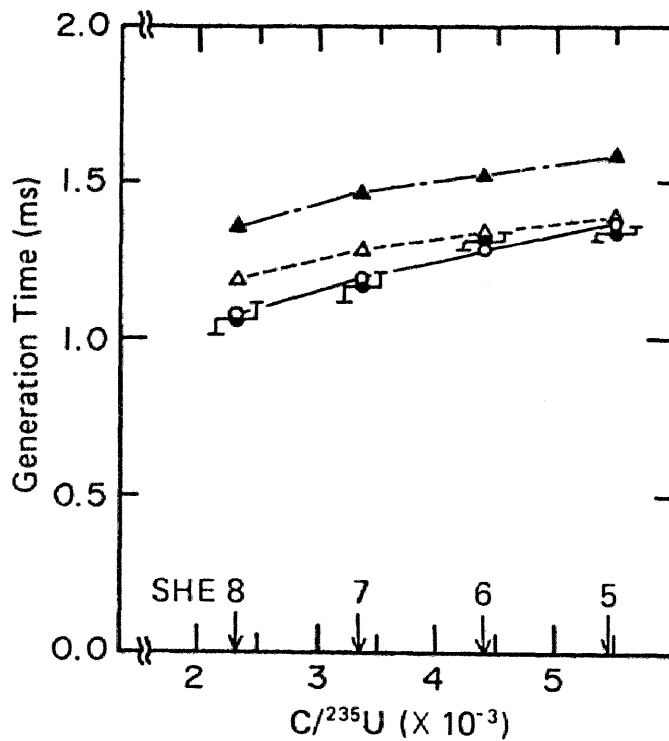


図 V.4 Generation Time for SHE
Obtained by Various Methods :

- ◆ = experiments by Kaneko et al.
- = present work
- △ = α -mode method
- ▲ = Kuroi method.

5.3.2 数値計算法

(161) 式によって Δ_r の理論値を算出する手順は、才Ⅱ章オ3.2.3項

で結合炉に対する動特性パラメータ値を算出したものと基本的には同じであるので

以下に簡単に記しておく。

① 六角形状断面 (図 V.3) の SHE を図 V.1 の様な同心円柱形状の1次元体系に

モデル化する。この時、基本的には六角形の断面積が保存する様に円柱化近似を行ったが、具体的には以下の方法で決めた。SHEの体系は、燃料板、黒鉛板を充填する半径 $r_0=3.25\text{cm}$ の黒鉛マトリックス管を層状に配列したもので、 P 層(但し中心を0層とする)までに含まれるマトリックス管総数は簡単な幾何学的計算で $(3P^2+3P+1)$ 本となる。またこのマトリックス管1本に外接する六角柱を考えるとこの面積は $2\sqrt{3}r_0^2$ である。従って、 P 層までの面積が等しい等価半径 x は次式から導かれる。^[98]

$$x = \left[\frac{2\sqrt{3}(3P^2+3P+1)}{\pi} \right]^{1/2} r_0,$$

ここで使用したSHE体系は、 $P=21$ 層であるから上式より $x=127.1\text{ cm}$

*) となる。最終的に円柱化近似した場合(図V.1)の実効最外端半径 L は

この等価半径 x に約 2 cm の外挿距離を加えて $L=129.2\text{ cm}$ とした。

② z 方向1の中性子の洩れは、約 2 cm の外挿距離 δ を含めた z 方向Buckling

$$B_z^2 = \left(\frac{\pi}{240+2\delta} \right)^2$$

*) 等価半径 x を与える六角柱の1辺の長さ y は $y = \sqrt{2\pi/3\sqrt{3}} x$ であるから、 $x=127.1\text{ cm}$ で計算すると $y=139.8\text{ cm}$ となる。一方図V.3には、最外層($P=21$)上に並んだマトリックス管の本数21本と直径 $2r_0=6.5\text{ cm}$ とから計算した 136.5 cm が示されている。この両者は、マトリックス管の半径 $r_0=3.25\text{ cm}$ に相当する分だけ当然異なる。

で考慮に入れた。

- ③ 臨界状態の中性子束 $f_0(r)$ および 随伴関数 $f_0^*(r)$ から 境界における

中性子流 $j_0^\pm(R)$ と 規格化因子 C を計算する為には, 表 V-2 に示した

実効反射体厚さ ($L-R_{exp}$) を固定して 1 群 臨界計算を行う。

この時に使用した 熱群定数を 表 V-4 に示すが, これは 秋濃藤義ら

[98]

が評価した 2 群定数のうちの 熱群の部分である。但し 高速核分裂因子

ϵ は, 秋濃藤義ら による 高速群での核分裂 $(\nu\Sigma_f)_1$ を 熱群定数に

考慮する為には 次式によって評価した量である。

$$\epsilon = 1 + \frac{(\nu\Sigma_f)_1 \cdot \Sigma_{a2}}{(\nu\Sigma_f)_2 \cdot \Sigma_r} \quad (179)$$

ここで Σ_{a2} は 熱群吸収断面積, Σ_r は 高速群除去断面積である。

- ④ 実効反射体厚さ ($L-R_{exp}$) の 黒鉛反射体における τ_r は, Appendix F

に示した 減速材領域応答関数の ラプラス変換型 から評価する。

この手順で各炉心に対して得た Δ_r を, 本手法 (present work) として 表 V-3, 図 V.4 にまとめて示す。

[90]

次に 黒井英雄氏が提唱した方法 (黒井法) について簡単に説明して

おく。この方法も 素過程を考え その確率から 過程 n に対する確率 P_n と経過

表V-4 SHE体系の熱群定数^{*)}

定 数	体 系			
	SHE-5	SHE-6	SHE-7	SHE-8
D [cm]	8.694×10^{-1}	8.641×10^{-1}	8.548×10^{-1}	8.306×10^{-1}
Σ_a [cm ⁻¹]	6.580×10^{-3}	7.883×10^{-3}	1.000×10^{-2}	1.445×10^{-2}
$\nu\Sigma_f$ [cm ⁻¹]	1.294×10^{-2}	1.558×10^{-2}	1.988×10^{-2}	2.888×10^{-2}
ϵ ^{a)}	1.092	1.111	1.151	1.234
D ^r [cm]	8.615×10^{-1}	8.615×10^{-1}	8.617×10^{-1}	8.623×10^{-1}
Σ_a^r [cm ⁻¹]	2.510×10^{-4}	2.509×10^{-4}	2.506×10^{-4}	2.496×10^{-4}
v [cm/s]	2.612×10^5	2.612×10^5	2.615×10^5	2.626×10^5

* Ref. [98] より.

a) $\epsilon = 1 + \{(\nu\Sigma_f)_1 \cdot \Sigma_{a2} / [(\nu\Sigma_f)_2 \cdot \Sigma_r]\}$ で評価した高速核分裂因子.

表V-5 SHE体系中性子生成時間 Δ_r とその内訳

	SHE-5	SHE-6	SHE-7	SHE-8
$C/^{235}\text{U}$ [原子数比]	5483	4395	3359	2316
臨界半径 R_{cal} [cm] ^{a)}	11.05	9.55	7.80	5.65
反射体厚さ [cm]	94.1	96.0	98.1	100.5
Δ_r [ms]	1.37	1.29	1.20	1.07
$\Delta_{f,bare}$ [ms]	0.296	0.246	0.192	0.132
$\delta\Delta$ [ms]	1.075	1.045	1.003	0.924
$\bar{\tau}_r$ [ms]	0.466	0.469	0.479	0.504
\bar{n} [回]	2.31	2.23	2.09	1.83

a) この値は1群臨界計算によって評価した値である.

時間 λ_n を計算し、(169)式に従って中性子平均寿命 λ を評価する。但し素過程

を考える場合には、この方法では炉心領域、反射体領域における中性子減速過程

をも含めるので、才5.2.3項に示した場合よりかなり複雑な素過程を扱うことに

[99]

なる。そして素過程の確率は2群定常中性子束分布、2群の定常アルベドを基

にして算出する。一方、反射体領域における中性子滞在時間 τ_r の様な、素過程

の経過時間の評価法には、着目する素過程のおこる領域(炉心領域、反射

体)が単独に存在すると仮定し、その領域の端面から打込んだパルス中性子の

減衰を体系の定常中性子束を重みとして展開するという複雑な方法を使っている。

[90]

黒井法の原式は球体系を対象にして導いてあるので、これを円柱体系用

*)

[98]

に変形した後に、秋濃藤義らによる2群定数を使ってSHEの Δ_r を評価した。この結果

を表V-3、図V.4に示す。

[6,89,96]

最後に、 α -モード法について簡単に説明しておく。時間依存中性子束の

時間依存性は、炉心、反射体によらず共通に $e^{-\alpha t}$ の型で表現できるとし、時間依存

拡散方程式を時間固有値 α の固有値問題に帰着させて解く方法である。得ら

れた固有値 α はパルス中性子減衰実験で測定される即発減衰定数に相当する。

*) 円柱体系を扱う場合には、高次のベッセル関数を扱う事になる。

特に、予め臨界に調整した体系に対して、即発中性子の寄与 $\nu\Sigma_f(1-\beta)$ だけを考慮し、遅発中性子の効果は無視 ($\beta\lambda=0$) した時間固有値問題を計算すると、直接、臨界時の即発中性子減衰定数 α_c が評価できる。この方法は、多群計算が可能な様に計算機コード化され、反射体付炉の α_c 値を評価する標準的な手法として良く利用される。

[49]

SHEの計算は、1次元拡散計算コード EXPANDA を α 固有値

[100]

計算用に藤井勝氏が改造した EXPANDA-ALPHA 計算コードで行った。計算は

2群で行い、秋濃藤義らの2群定数を使用した。ただし、彼達の定数には

与えられていない高速群の中性子の速さ v_1 には各炉に共通に 8.513×10^6 cm/s を

[100]

使用した。(178)式の $\alpha_{c,exp}$ に、この計算結果 α_c を使って算出した中性子生成

時間を α -モード法理論値として表V-3、図V.4に示す。

5.3.3 計算結果

表V-3、図V.4によれば、本手法による理論値は非常に良く測定

値を再現している。一方、黒井法、 α -モード法による結果は2群計算にもかかわらず測定値との一致は良くない。このうち α -モード法に関しては次の点が指摘できる。ここには

示さなかったが Kaneko et al. が行った 34群1次元P-1近似 α -時間固有値計算コード

MEID-P-1 ALPHA による計算値は測定値を比較的良く再現している事から、

臨界計算の様な静的特性でなく α 固有値の様な動的な量を目的とする場合には

少数群計算では不十分であるかも知れない。但しこの事は多群定数を入手できな

かったので計算で確かめたわけではない。

また、 Δ_r 値は計算に使用した群定数に 敏感 であるので、群定数によっては

表 V-3, 図 V.4 の結論は変化する可能性がある。従って本手法が黒井法、

α -モード法に対して優れていると結論する事はできない。但し本手法は 1 群計算

という簡単な扱いにもかかわらず、黒井法、少数群 α -モード法と同程度の

精度が期待できると判断できる。

表 V-5 (P.159) に本手法で計算した Δ_r に関する内訳、 $\Delta_{f, bare}$,

反射体効果の増分 $\delta\Delta$, 平均中性子反射体滞在時間 $\bar{\tau}_r$ として平均反射回数

$\bar{\eta}$ を示す。この表によれば、この黒鉛反射体の場合、反射体効果 $\delta\Delta$ は Δ_r の

約 80% を占めており反射体効果の強い事が解る。しかもこの効果は $\bar{\tau}_r$ が長いと

いうよりも平均反射回数 $\bar{\eta}$ が約 2 回程ある事によっている。また $\bar{\tau}_r$ は、黒鉛反射

体厚さがその拡散距離の 3 倍 (約 150 cm) よりも小さい為に飽和しておらず、

$C^{235}U$ 値の低下にともなう反射体厚さの増加にしたがって長くなる傾向を示している。

これに対して平均反射回数 \bar{n} は $C/235U$ 値の低下とともに小さくなっている。これは (177) 式と熱群定数表 V-4 から解る様に核分裂断面積 Σ_f の増加に依っていると考えられる。

本章で示した様に、反射体効果を含む中性子生成時間の簡単な表示は黒鉛反射体付熱中性子炉に対しては定量的にも良好な結果を与えた。この手法を

[101]

高速パルス炉の基礎研究に關して SPR-II で行われている炉心の周囲に種々の反射体物質を置いて中性子生成時間の変化を測る実験の解析に適用する事は、本手法で高速炉の中性子生成時間を捉えるか否かを測るのに適している。熱中性子炉の様に優勢なエネルギースペクトルが存在する場合には、そこに着目した少数群計算で充分であるが、高速炉の場合には、かなり広いエネルギー範囲を扱う為に多群で、しかも減速過程、反射体の存在によるスペクトルの変化などをも考慮できる様な工夫が要求されるかも知れない。この点に關しては今後の検討が望まれる。

また、反射体の効果を疑似遅発中性子群を導入して説明しようとする

[102]

Rice et al. の提案がある。この Rice et al. の主張は一般化された動特性方程式に基づけば次の様に解釈できる。つまり、(151) 式の右辺第1項の境界項を中性子生成時間に対する寄与として解釈せずに、新たな疑似的遅発中性子とみなして遅発中性子

の項に含めてしまおうという事になる。

従って境界項に含まれる応答関数

を利用すれば, Rice et al. が定性的にしか議論していない疑似遷移中性子の

性質, その疑似崩壊定数 $\lambda_{k,s}$, 生成割合 $\beta_{k,s}$ などを定量化できると思われる。

これについても今後の研究が望まれる。

第Ⅶ章 2群計算法と非対称性

この章では、減速材領域応答関数法による動特性方程式に熱外中性子の影響を取り入れる2群計算法への拡張について述べる。次に第Ⅳ章の最後に指摘した非対称性について考察する。最後に減速材領域応答関数法において使用した仮定・近似に関する議論をする。但し、ここに記した内容は、全般に仮説に基づいた議論が多く評価の定まったものではない。しかし今後の研究の出発点としての意味を持っていると考え一章としてまとめた。

6.1 2群計算への拡張

第Ⅳ章オ4.4節で指摘したが、予備的な2群計算理論値は熱外中性子を考慮したにもかかわらず測定値の傾向を正しく再現できなかった。ここではその2群化の方法を示し、この2群化では測定値をうまく説明できない原因と考えている点を指摘しておく。

6.1.1 動特性方程式の導出

熱外中性子の効果を含めた動特性方程式の導出は、基本的には1群について第Ⅱ章に示した手順を丁寧に2群拡散方程式に対して適用する事で達成される。従って、ここでは第Ⅱ章オ2.3.1項の図Ⅱ.7に示したのと同じ平極状結合炉に対する方程式の導出を簡単に述べる。

基本となる炉心領域に対する2群時間依存拡散方程式を示す。

[103]

記号は通常使用されるもので、サフィックス1,2で高速群(オ1群)、熱群(オ2群)を表示する。

但し 遅発中性子の項は簡略化の為に 1組で表現した。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{v_1} \frac{\partial \psi_1(x,t)}{\partial t} = D_1 \nabla^2 \psi_1 - \Sigma_1 \psi_1 + \nu \epsilon \Sigma_{2f} (1-\beta) \psi_2 + \nu \epsilon \int_{-\infty}^t \psi_2(x,t') e^{-\lambda(t-t')} dt' \\ \frac{1}{v_2} \frac{\partial \psi_2(x,t)}{\partial t} = D_2 \nabla^2 \psi_2 - \Sigma_2 \psi_2 + \rho \Sigma_1 \psi_1 - \delta \Sigma_2(x,t) \psi_2 \end{array} \right. \quad (180)$$

$$(181)$$

また、高速群における核分裂効果は、高速核分裂因子 ϵ で考慮に入れ、擾動は

熱群の断面積変化 $\delta \Sigma_2(x,t)$ で表現した。結合炉の場合には各々の炉心に対して

(180)(181)式が成立し、着目する炉心を示す記号 I, II を厳密にはつける必要があるが、ここでは

擾動を加える方の炉心だけに着目する事にし、炉心を示す記号は省略した。さて擾動前には

*)

体系全体が臨界であったとする。この状態に対する炉心領域の 2 群定常随伴方程式は

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 \nabla^2 f_1^*(x) - \Sigma_1 f_1^* + \rho \Sigma_1 f_2^* = 0 \\ D_2 \nabla^2 f_2^*(x) - \Sigma_2 f_2^* + \nu \epsilon \Sigma_{2f} f_1^* = 0 \end{array} \right. \quad (182)$$

$$(183)$$

である。次に、時間依存中性子束 $\psi_i(x,t)$ を 時間関数 $P(t)$ と 形状関数 $\phi_i(x,t)$

の積で表わす。すなわち、

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1(x,t) = \phi_1(x,t) \cdot P(t) \\ \psi_2(x,t) = \phi_2(x,t) \cdot P(t) \end{array} \right. \quad (184)$$

$$(185)$$

*) ここでは簡略化の為に外部中性子源は考えず、擾動前に体系は臨界であったとして扱う。

この時、時間関数 $P(t)$ は群に依存しない量であると定義する事が、ここで示す2群化の

*)

要点になる。そして、この $P(t)$ を次の様に定義する。

$$P(t) \equiv \frac{\int_0^a \left[f_1^* \frac{1}{v_1} \psi_1(x,t) + f_2^* \frac{1}{v_2} \psi_2(x,t) \right] dx}{\int_0^a \left[f_1^* \frac{1}{v_1} f_1(x) + f_2^* \frac{1}{v_2} f_2(x) \right] dx} \quad (186)$$

但し、積分は対象とする炉心領域 $[0, a]$ で行い、中性子束 $f_i(x)$ ($i=1, 2$) は擾動前の体系（臨界時）の定常中性子束を表わす。

ところで、(186)式に (184)(185)式を代入すれば、形状関数 $\phi_i(x,t)$ に対する次の関係式が容易に導かれる。

$$\int_0^a \left[f_1^* \frac{1}{v_1} \phi_1(x,t) + f_2^* \frac{1}{v_2} \phi_2(x,t) \right] dx = \int_0^a \left[f_1^* \frac{1}{v_1} f_1 + f_2^* \frac{1}{v_2} f_2 \right] dx = C \quad (187)$$

但し C は臨界時の中性子束 f_i と、随伴中性子束 f_i^* が決まる定数である。即ちこれは

第II章で述べた Henry の条件に他ならない。逆に言えば、この Henry の条件を満足する

様に (186)式の $P(t)$ を定義した事になる。これは (186)(187)式の物理的意味が1群の扱い

の場合と同様である事を意味する。以上の準備の後に、次の演算を行う。

$$\int_0^a \left[(180)式 \times f_1^*(x) + (181)式 \times f_2^*(x) \right] dx$$

*) 時間関数 $P(t)$ も群に依存するとする扱いは、ここに示すのとは異なった2群表現を導く。

この時に、空間微分の項は 2 回部分積分を行い、さらに (187) 式の定義を使うと次式を得る。

$$\begin{aligned}
 C \frac{dP(t)}{dt} = & D_1 \left\{ f_1^* \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \Big|_0^a - \frac{df_1^*}{dx} \psi_1 \Big|_0^a \right\} + D_2 \left\{ f_2^* \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \Big|_0^a - \frac{df_2^*}{dx} \psi_2 \Big|_0^a \right\} \\
 & - \nu \varepsilon \Sigma_{2f} \beta P(t) \int_0^a f_1^* \phi_2(x, t) dx + \nu \varepsilon \Sigma_{2f} \lambda \beta \int_0^a dx f_1^* \int_{-\infty}^t dt' \phi_2(x, t') P(t') e^{-\lambda(t-t')} \\
 & - P(t) \int_0^a \delta \Sigma_2(x, t) f_2^* \phi_2(x, t) dx + \int_0^a \left[D_1 \frac{d^2 f_1^*}{dx^2} - \Sigma_1 f_1^* + P \Sigma_1 f_2^* \right] \psi_1(x, t) dx \\
 & + \int_0^a \left[D_2 \frac{d^2 f_2^*}{dx^2} - \Sigma_2 f_2^* + \nu \varepsilon \Sigma_{2f} f_1^* \right] \psi_2(x, t) dx. \quad (188)
 \end{aligned}$$

ところで上式の右辺最後の 2 項は (182) (183) 式から零となり落ちる。また右辺 5 項の擾動を表現する項は次の定義により擾動反応度 $\delta\rho(t)$ で表わすことにする。

$$\delta\rho(t) \equiv - \frac{\int_0^a \delta \Sigma_2(x, t) f_2^*(x) \phi_2(x, t) dx}{\nu \varepsilon \Sigma_{2f} \int_0^a f_1^*(x) \phi_2(x, t) dx} \quad (189)$$

さて、右辺 1, 2 項の境界項を次に定義する中性子流 $J_i^\pm(x, t)$ 、と定常随伴中性子流 $j_{i,0}^{*\pm}(x)$ とで書き直す。

$$J_i^\pm(x, t) = \frac{1}{4} \left[\psi_i(x, t) \mp 2D_i \frac{\partial \psi_i(x, t)}{\partial x} \right], \quad (i=1, 2) \quad (190)$$

$$j_{i,0}^{*\pm}(x) = \frac{1}{4} \left[f_i^*(x) \pm 2D_i \frac{df_i^*(x)}{dx} \right], \quad (i=1, 2) \quad (191)$$

すると, (188)式は次式となる。

$$\begin{aligned} C \frac{dP(t)}{dt} = & 4 \left[-j_{1,0}^{*+}(x) J_1^+(x,t) + j_{1,0}^{*-}(x) J_1^-(x,t) - j_{2,0}^{*+}(x) J_2^+(x,t) + j_{2,0}^{*-}(x) J_2^-(x,t) \right]_0^a \\ & - \nu \varepsilon \Sigma_2 \beta P(t) \int_0^a f_1^* \phi_2(x,t) dx + \nu \varepsilon \Sigma_2 \lambda \beta \int_{-\infty}^t dt' P(t') e^{-\lambda(t-t')} \int_0^a dx f_1^* \phi_2(x,t') \\ & + \nu \varepsilon \Sigma_2 \delta P(t) P(t) \int_0^a f_1^* \phi_2(x,t) dx \end{aligned} \quad (192)$$

ここで, 右辺 オ2項以下にはオ2群の形状関数 $\phi_2(x,t)$ とオ1群随伴関数 $f_1^*(x)$ の積が共通にあらわれる。オII章で示した1群計算では, 形状関数は Henry の条件によって規格化定数 C に繰り込まれてしまい, その具体形を取り扱う必要はなかった。しかし2群へ拡張すると, オ2群の形状関数 $\phi_2(x,t)$ が消えないで残ってしまう。形状関数 $\phi_2(x,t)$ の具体型に関する情報はなにより, このまま扱えば $\phi_2(x,t)$ を通してオ2項以下を時間依存で扱わなければならない^{*}。そこでここに2群計算に固有の近似を持ち込む。つまり,

$$\int_0^a f_1^*(x) \phi_2(x,t) dx \simeq \int_0^a f_1^*(x) f_2(x) dx \equiv g, \quad (193)$$

として定数 g でこの項を表わす事にする。

ここで, 2群減速材領域応答関数を導入して, (192)式の境界項を書き直す。但し, この場合にも1群計算法において使った時間依存境界流を

* (187)式のオ1項とオ2項の比, つまり炉心中のインボータンス量のオ1群とオ2群の比の時間依存性が, 例えば α -モード法などで解ければ, この近似の妥当性が検討できると思われる。

定常中性子流 (定常中性子束 $\phi_i(x)$ から評価できる) $\phi_{i,0}^{\pm}(x)$ と 時間関数 $P(t)$ の積で表わす近似を採用する。すなわち

$$J_i^{\pm}(x,t) \simeq \phi_{i,0}^{\pm}(x) P(t) \quad (194)$$

と近似する。おと例に境界 $x=0, x=a$ において炉心へ流入して来る時間依存中性子流は 2 群減速材領域応答関数法によって次の様に表現できる。

$$J_1^+(0,t) \simeq \phi_{1,0}^-(0) \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{r11}(\tau) d\tau, \quad (195)$$

$$J_2^+(0,t) \simeq \phi_{1,0}^-(0) \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{r12}(\tau) d\tau + \phi_{2,0}^-(0) \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{r22}(\tau) d\tau, \quad (196)$$

$$J_1^-(a,t) \simeq \phi_{1,0}^+(a) \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{gr11}(\tau) d\tau + \phi_{1,0}^-(a) \int_0^{\infty} P_{II}(t-\tau) G_{gt11}(\tau) d\tau, \quad (197)$$

$$J_2^-(a,t) \simeq \phi_{1,0}^+(a) \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{gr12}(\tau) d\tau + \phi_{2,0}^+(a) \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{gr22}(\tau) d\tau \\ + \phi_{1,0}^-(a) \int_0^{\infty} P_{II}(t-\tau) G_{gt12}(\tau) d\tau + \phi_{2,0}^-(a) \int_0^{\infty} P_{II}(t-\tau) G_{gt22}(\tau) d\tau, \quad (198)$$

但し、ここでは 結合炉の 相手側炉心からの寄与を考えに入れるので、炉心を示すサマックス I, II を 時間関数につけた。ここで $G_{r12}(\tau), G_{gt12}(\tau)$ は 反射, 透過の途中でオ1群からオ2群へ減速する過程を含む応答関数であり、1群計算にはなかつた応答関数である。

さて、(192)式境界項に (194)~(198)式を使い、オ2項以下には

(193)式で近似した定数 g を使うと、結合炉の炉心Iに対して次の方程式を得る。

$$\begin{aligned}
 C_I \frac{dP_I(t)}{dt} = & 4 \left[- \left\{ j_{1,0}^{*+}(a) j_{1,0}^{+}(a) + j_{2,0}^{*+}(a) j_{2,0}^{+}(a) \right\} P_I(t) \right. \\
 & + j_{1,0}^{*-}(a) \left\{ j_{1,0}^{+}(a) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{gr11}(\tau) d\tau + j_{1,0}^{-}(a) \int_0^\infty P_{II}(t-\tau) G_{gt11}(\tau) d\tau \right\} \\
 & + j_{2,0}^{*-}(a) \left\{ j_{1,0}^{+}(a) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{gr12}(\tau) d\tau + j_{2,0}^{+}(a) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{gr22}(\tau) d\tau \right. \\
 & \quad \left. + j_{1,0}^{-}(a) \int_0^\infty P_{II}(t-\tau) G_{gt12}(\tau) d\tau + j_{2,0}^{-}(a) \int_0^\infty P_{II}(t-\tau) G_{gt22}(\tau) d\tau \right\} \\
 & - \left\{ j_{1,0}^{*-}(0) j_{1,0}^{-}(0) + j_{2,0}^{*-}(0) j_{2,0}^{-}(0) \right\} P_I(t) + j_{1,0}^{*+}(0) j_{1,0}^{-}(0) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{r11}(\tau) d\tau \\
 & \quad \left. + j_{2,0}^{*+}(0) \left\{ j_{1,0}^{-}(0) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{r12}(\tau) d\tau + j_{2,0}^{-}(0) \int_0^\infty P_I(t-\tau) G_{r22}(\tau) d\tau \right\} \right] \\
 & + (\nu \Sigma_{2f})_I g_I \left[(\delta P(t) - \beta) P_I(t) + \beta \lambda \int_{-\infty}^t P_I(t') e^{-\lambda(t-t')} dt' \right] \quad (199)
 \end{aligned}$$

省略するが炉心IIに対しても同様の式が容易に導ける。これが一般化された結合炉

動特性方程式の2群表現である。

6.1.2 2群減速材領域応答関数

2群計算の場合には、オ1群からオ1群、オ1群からオ2群、そしてオ2群から

オ2群という応答関数が各々反射と透過の過程に対して考えられるので、合計6個の応答

関数を準備する必要がある。この導出は1群計算の場合と基本的には同じであって、

平板体系の場合には、厚さ d の減速材領域を考え、次の2群時間依存拡散

方程式'をラプラス変換の手法で解く事により、応答関数のラプラス変換型を得る事ができる。

$$\begin{cases} \frac{1}{v_1} \frac{\partial \varphi_1(x,t)}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 \varphi_1(x,t)}{\partial x^2} - \Sigma_1 \varphi_1(x,t) , \\ \frac{1}{v_2} \frac{\partial \varphi_2(x,t)}{\partial t} = D_2 \frac{\partial^2 \varphi_2(x,t)}{\partial x^2} - \Sigma_2 \varphi_2(x,t) + \Sigma_{1r} \varphi_1(x,t) . \end{cases}$$

但しこの方程式に含まれる断面積は減速材に関するものであるので特に之を明示する

サフィックスは付けなかった。このラプラス変換型は

$$\begin{cases} D_1 \frac{d^2 \tilde{\varphi}_1(x,s)}{dx^2} - (\Sigma_1 + \frac{s}{v_1}) \tilde{\varphi}_1(x,s) = 0 \end{cases} \quad (200)$$

$$\begin{cases} D_2 \frac{d^2 \tilde{\varphi}_2(x,s)}{dx^2} - (\Sigma_2 + \frac{s}{v_2}) \tilde{\varphi}_2(x,s) + \Sigma_{1r} \tilde{\varphi}_1(x,s) = 0 , \end{cases} \quad (201)$$

となる。これを適当な境界条件の下に解く事で応答関数のラプラス変換型が得られる。

例えば、反射に関するオ1群からオ2群への応答関数 $\hat{G}_{r12}(s)$ を導く時は、次の

境界条件

$$\hat{J}_1^+(0,s) = S ,$$

$$\hat{J}_2^+(0,s) = \hat{J}_1^-(d,s) = \hat{J}_2^-(d,s) = 0 ,$$

の下に(200)(201)式を解き、次式で $\hat{G}_{r12}(s)$ を計算する。

$$\hat{G}_{r12}(s) \equiv \frac{\hat{J}_2^-(0,s)}{S} = \frac{1}{4S} \left[\hat{\varphi}_2(0,s) + 2D_2 \frac{\partial \tilde{\varphi}_2(x,s)}{\partial x} \Big|_{x=0} \right] .$$

以下に 厚さ d の平板に対する ラプラス変換された応答関数の具体型を列挙しておく。

反射の応答関数：

$$\tilde{G}_{r11}(s) = \frac{(1 - 4D_1^2 K_1^2) \sinh K_1 d}{(1 + 4D_1^2 K_1^2) \sinh K_1 d + 4D_1 K_1 \cosh K_1 d}$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{r12}(s) = & \frac{\Sigma_{1r}}{(K_2^2 - K_1^2) D_2} \left\{ \frac{(1 - 4D_1 D_2 K_1^2) \sinh K_1 d + 2K_1 (D_1 - D_2) \cosh K_1 d}{(1 + 4D_1^2 K_1^2) \sinh K_1 d + 4D_1 K_1 \cosh K_1 d} \right. \\ & \left. - \frac{[2K_1 (D_1 + D_2) \cosh K_1 d + (1 + 4D_1 D_2 K_1^2) \sinh K_1 d] (1 - 4D_2^2 K_2^2) \sinh K_2 d + 8D_2 K_1 K_2 (D_1 - D_2)}{[(1 + 4D_1^2 K_1^2) \sinh K_1 d + 4D_1 K_1 \cosh K_1 d] \cdot [(1 + 4D_2^2 K_2^2) \sinh K_2 d + 4D_2 K_2 \cosh K_2 d]} \right\} \end{aligned}$$

$$\tilde{G}_{r22}(s) = \frac{(1 - 4D_2^2 K_2^2) \sinh K_2 d}{(1 + 4D_2^2 K_2^2) \sinh K_2 d + 4D_2 K_2 \cosh K_2 d}$$

透過の応答関数：

$$\tilde{G}_{gt11}(s) = \frac{4D_1 K_1}{(1 + 4D_1^2 K_1^2) \sinh K_1 d + 4D_1 K_1 \cosh K_1 d}$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{gt12}(s) = & \frac{\Sigma_{1r}}{(K_2^2 - K_1^2) D_2} \left\{ \frac{2(D_1 + D_2) K_1}{(1 + 4D_1^2 K_1^2) \sinh K_1 d + 4D_1 K_1 \cosh K_1 d} \right. \\ & \left. - \frac{[2K_1 (D_1 + D_2) \cosh K_1 d + (1 + 4D_1 D_2 K_1^2) \sinh K_1 d] 4D_2 K_2 + 2K_1 (1 - 4D_2^2 K_2^2) (D_1 - D_2) \sinh K_2 d}{[(1 + 4D_1^2 K_1^2) \sinh K_1 d + 4D_1 K_1 \cosh K_1 d] \cdot [(1 + 4D_2^2 K_2^2) \sinh K_2 d + 4D_2 K_2 \cosh K_2 d]} \right\} \end{aligned}$$

$$\tilde{G}_{gt22}(s) = \frac{4D_2 K_2}{(1 + 4D_2^2 K_2^2) \sinh K_2 d + 4D_2 K_2 \cosh K_2 d}$$

但し K_i は 次の量である。

$$K_i \equiv \frac{\Sigma_i}{D_i} + \frac{s}{v_i D_i}, \quad (i=1, 2)$$

ここで注意すべき点は、 \hat{G}_{r11} と \hat{G}_{r22} とは同じ関数型をしており、しかもその関数型は
 1群計算の場合の関数型 (37) 式と全く同じである。同様に \hat{G}_{gt11} と \hat{G}_{gt22} ,
 そして (38) 式とは 同じ関数型である。従って、これら 4つの応答関数の時間領域
 表現はオII章と同じ様にして与えられる。しかし減速過程を含む2つの応答関数
 $\hat{G}_{r12}(s)$ と $\hat{G}_{gt12}(s)$ のラプラス逆変換は複雑な為には実行しておらず、その時間領域
 表現は得られていない。

6.1.3 動特性パラメータの定義

(199) 式の2群化した方程式を Baldwin 型表現に選えし、結合炉動特性
 パラメータを定義する操作は、第III章の1群計算の場合と同様である。すなわち、解析
 対象とする体系は臨界に近く、しかも擾動による変動は微小くないという近似のもとに
 反射に関する応答関数にかかっている時間関数を Taylor 展開して1次までとることにする。

この操作を (199) 式に対して丁寧に実行し、さらに臨界時に成立する境界流の関係式

$$\begin{aligned} & -j_{1,0}^{*+}(a)j_{1,0}^{+}(a) - j_{2,0}^{*+}(a)j_{2,0}^{+}(a) + j_{1,0}^{*-}(a)j_{1,0}^{+}(a) \int_0^{\infty} G_{gr11}(\tau)d\tau + j_{2,0}^{*-}(a)j_{1,0}^{+}(a) \int_0^{\infty} G_{gr12}(\tau)d\tau \\ & + j_{2,0}^{*-}(a)j_{2,0}^{+}(a) \int_0^{\infty} G_{gr22}(\tau)d\tau + j_{1,0}^{*-}(a)j_{1,0}^{-}(b) \int_0^{\infty} G_{gt11}(\tau)d\tau + j_{2,0}^{*-}(a)j_{1,0}^{-}(b) \int_0^{\infty} G_{gt12}(\tau)d\tau \\ & + j_{2,0}^{*-}(a)j_{2,0}^{-}(b) \int_0^{\infty} G_{gt22}(\tau)d\tau - j_{1,0}^{*-}(0)j_{1,0}^{-}(0) - j_{2,0}^{*-}(0)j_{2,0}^{-}(0) + j_{1,0}^{*+}(0)j_{1,0}^{-}(0) \int_0^{\infty} G_{r11}(\tau)d\tau \end{aligned}$$

$$+ j_{2,0}^{*+}(0) j_{1,0}^{-}(0) \int_0^{\infty} G_{r12}(\tau) d\tau + j_{2,0}^{*+}(0) j_{2,0}^{-}(0) \int_0^{\infty} G_{r22}(\tau) d\tau = 0 \quad (202)$$

を利用すると最終的に次の型の方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{dP_I(t)}{dt} = & \frac{\delta\rho(t) - \Delta_{I \leftarrow I, 2G} - \beta}{\Lambda_{I, 2G}} P_I(t) + \frac{\Delta_{I \leftarrow I, 1 \leftarrow 1}}{\Lambda_{I, 2G}} \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{gt11}^*(\tau) d\tau \\ & + \frac{\Delta_{I \leftarrow I, 2 \leftarrow 1}}{\Lambda_{I, 2G}} \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{gt12}^*(\tau) d\tau + \frac{\Delta_{I \leftarrow I, 2 \leftarrow 2}}{\Lambda_{I, 2G}} \int_0^{\infty} P_I(t-\tau) G_{gt22}^*(\tau) d\tau \\ & + \frac{\lambda\beta}{\Lambda_{I, 2G}} \int_0^{\infty} P_I(t-t') e^{-\lambda t'} dt' \end{aligned} \quad (203)$$

*)
これが 1 群計算における Baldwin 型方程式 (105) 式に対応する式である。

ここで、上式に含まれるパラメータ $\Lambda_{I, 2G}$, $\Delta_{I \leftarrow I, 2G}$, $\Delta_{I \leftarrow I, i \leftarrow j}$ は中性子生成時間,

全結合係数, σ_j 群から σ_i 群への中性子寄与による結合係数を各々表現し, 次の様に

定義した量である。2 群計算に基づく事を明示するために 2G のサフィクスをつける。

$$\begin{aligned} \Lambda_{I, 2G} = & \frac{C_I}{(\nu \epsilon \Sigma_{2f})_I q_I} + \frac{4}{(\nu \epsilon \Sigma_{2f})_I q_I} \left[j_{1,0}^{*-}(a) j_{1,0}^{+}(a) \int_0^{\infty} \tau G_{gr11}(\tau) d\tau \right. \\ & + j_{2,0}^{*-}(a) j_{1,0}^{+}(a) \int_0^{\infty} \tau G_{gr12}(\tau) d\tau + j_{2,0}^{*-}(a) j_{2,0}^{+}(a) \int_0^{\infty} \tau G_{gr22}(\tau) d\tau \\ & + j_{1,0}^{*+}(0) j_{1,0}^{-}(0) \int_0^{\infty} \tau G_{r11}(\tau) d\tau + j_{2,0}^{*+}(0) j_{1,0}^{-}(0) \int_0^{\infty} \tau G_{r12}(\tau) d\tau \\ & \left. + j_{2,0}^{*+}(0) j_{2,0}^{-}(0) \int_0^{\infty} \tau G_{r22}(\tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (204)$$

*) 但し, 外部中性子源の項は考慮に入れなかったため含まれていない。また臨界結合炉体系を扱ったので, 体系全体の反応度 ρ_0 は零である。

$$\Delta_{I \leftarrow II, 2G} \equiv \Delta_{I \leftarrow II, 1 \leftarrow 1} + \Delta_{I \leftarrow II, 2 \leftarrow 1} + \Delta_{I \leftarrow II, 2 \leftarrow 2} \quad (205)$$

$$\Delta_{I \leftarrow II, i \leftarrow j} \equiv \frac{4}{(\nu \Sigma_{2f})_I q_I} j_{i,0}^{*-}(\alpha) j_{j,0}^{-}(\beta) \int_0^{\infty} G_{gtji}(\tau) d\tau \quad (206)$$

さて、(205)(206)式で定義した量が結合係数である事は、第三章(96)式の1群計算の類推から納得がいく。さらに、(204)式の中性子生成時間の表現において、オI項が反射体効果によるものである事もやはり1群計算の表式(95)式からの類推で解る。しかし同式のオI項は少し異なっている。そこでこの項の意味を調べる為に q_I, C_I の定義にかえて書き直してみると次の様になる。

$$\frac{C_I}{(\nu \Sigma_{2f})_I q_I} = \frac{\int_0^a (f_1^* \frac{1}{v_1} f_1 + f_2^* \frac{1}{v_2} f_2) dx}{(\nu \Sigma_{2f})_I \int_0^a f_1^* f_2 dx}$$

すると、上式分母は“核分裂による炉心内インポータンス生産率”，分子は“炉心に存在する全中性子による全インポータンス量”と解釈できるので，この比は炉心に固有の中性子生成時間を与えている事になり1群計算のオI項 $1/\nu \Sigma_{2f} v$ と同じ物理的意味を持つ。

さて、残されたパラメータは結合の遅れ時間 τ である。これは群に

依存した遅れ時間，つまり規格化した透過に関する応答関数の1次モーメント

$$\bar{\tau}_{i \leftarrow j} \equiv \int_0^{\infty} \tau G_{gtji}(\tau) d\tau, \quad (207)$$

を結合係数 $\Delta_{I \leftarrow II, i \leftarrow j}$ を重みとして平均した量であると定義するのが (203) 式右辺の

[87]

オ2, オ3, 又はオ4項の型からみて一番自然である。つまり次の様に定式化する。

$$\bar{\tau}_{2G} \equiv \frac{\Delta_{I \leftarrow II, 1 \leftarrow 1} \bar{\tau}_{1 \leftarrow 1} + \Delta_{I \leftarrow II, 2 \leftarrow 1} \bar{\tau}_{2 \leftarrow 1} + \Delta_{I \leftarrow II, 2 \leftarrow 2} \bar{\tau}_{2 \leftarrow 2}}{\Delta_{I \leftarrow II, 2G}} \quad (208)$$

6.1.4 検討

第IV章 オ4.4.3項で述べたが、(208)式で評価した $\bar{\tau}_{2G}$ は測定値より

も小さな値であった。これは、高速中性子の透過現象で決まる為に小さな値である $\bar{\tau}_{1 \leftarrow 1}$

の効果を大きく見積っているからだと予想した。この扱いでは、時間関数 $P(t)$ を Henry

の条件を満足する様に オ1群とオ2群とを同じ重みで加算する方式 [(186)式] で定義

している。しかもこの $P(t)$ が測定量に比例すると仮定している。ところが現実の測定に使う

検出器の感度は一般にエネルギー依存性を持っているので、これによる測定値をここで定義

した $P(t)$ で評価するのは無理がある。そして今の場合には熱中性子に感度の高い検出

器による測定なので、オ1群の寄与が (208)式において過大評価になっているという

のが予想の根拠である。

従って、測定値と直接比較ができる理論値を得る1つの方法

として、当然、時間関数 $P(t)$ の定義を検出器の感度による効果を含めた型に

変更する事が考えられる。この方向の検討を試みた結果、現在の所次の点で困難

を生ずる事が解った。まず、検出器感度に応じた重みを α_1, α_2 群につけ、

かつ Henry の条件を満足する様に $P(t)$ を定義する事はできない。そこで、次に検出器

感度の効果を含んだ随伴関数を定義してこれによって $P(t)$ を扱う方法を選った。

[104]

しかし、この場合随伴方程式に検出の効果を含める一般的な扱い方、つまり (182)(183) 式

へ検出器に依存する項を附加するやり方は、ここで展開した様な臨界（もしくは定常）

状態を基準にした問題に対しては、結局附加した項が消えてしまい適用できない事が

[87]

明らかになった。

従って現在の所、納得の出来る正規化法は確立していないが、随伴方程式

に検出器効果を含めかつ時間依存でこれを行う方法が検討されている。これは随伴

関数の物理的解釈の見直しにも関連する問題であり今後が期待される。

6.2 非対称性の問題

6.2.1 非対称性の定義

[56]

Albrecht and Seifritz によると一般に結合炉体系は図 VI.1

に示す様なブロック図で表現できる。但し、 $H_i(i\omega)$ は nodal transfer function を

$K_i(i\omega)$ が coupling function を, P_I, P_{II} が出力, S_I, S_{II} が入力を表わす。この図に

基づけば, 出力と入力の関係は次の様に表現できる。

$$P_i = \frac{S_i H_i + S_j H_j K_i}{1 - K_i K_j} \quad (i, j = I, II) \quad (209)$$

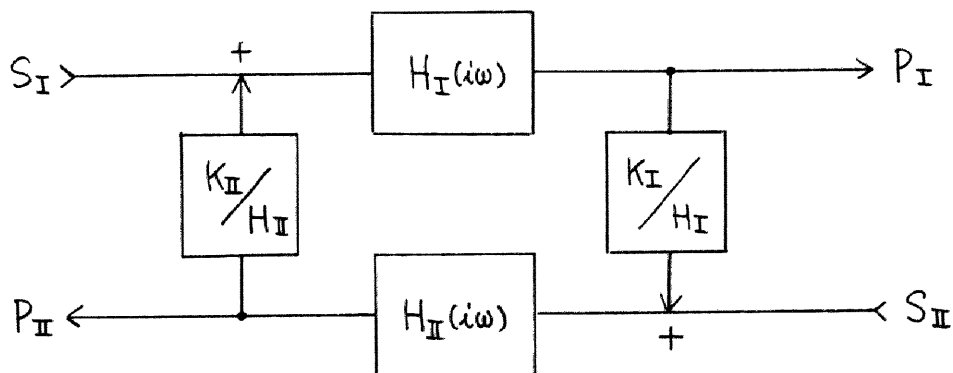
例えば, 第三章オ3.2.1項に示した炉心Iにのみ擾動を加える POS 実験は $S_{II}=0$

に相当するからその伝達関数 $\Sigma_{I,I}, \Sigma_{I,II}$ は上式から

$$\Sigma_{I,I} \equiv \frac{P_I}{S_I} = \frac{H_I}{1 - K_I K_{II}}, \quad (210)$$

$$\Sigma_{I,II} \equiv \frac{P_{II}}{S_I} = \frac{K_{II} H_I}{1 - K_I K_{II}}, \quad (211)$$

となる。これと第三章オ3.2.1項で導いた伝達関数(108)(109)式と比較すると



図Ⅶ.1 Block-Diagram of Coupled-Core System.

ここで定義した $H_i(i\omega)$ は (110) 式と同じであり, $K_i(i\omega)/H_i(i\omega)$ は

$$\frac{K_i(i\omega)}{H_i(i\omega)} = \Delta_{i \leftarrow j} \tilde{G}_{gt}^*(i\omega), \quad (212)$$

に他ならない事がまず解る。従って, 第III章オ3.2.1項で導いた Baldwin型表現

も一般的に (209) 式で扱って良い事になる。

さて, 一般に (210)(211) 式には H_{II} が含まれていないので, 2つの結合係数 $\Delta_{I \leftarrow II}, \Delta_{II \leftarrow I}$ を

*)

この2つの測定量 $Z_{I, I}, Z_{I, II}$ だけでは決定できない。そこで, 更に $S_I = 0, S_{II} \neq 0$

という実験を考えて, その伝達関数 $Z_{II, I}, Z_{II, II}$ を (209) 式から計算すると,

$$Z_{II, I} = \frac{P_I}{S_{II}} = \frac{K_I H_{II}}{1 - K_I K_{II}}, \quad (213)$$

$$Z_{II, II} = \frac{P_{II}}{S_{II}} = \frac{H_{II}}{1 - K_I K_{II}}, \quad (214)$$

となる。ここで, $Z_{I, I}, Z_{I, II}, Z_{II, I}, Z_{II, II}$ は互に独立な測定量であるから, これら

を連立して解けば, $H_I, H_{II}, K_I/H_I, K_{II}/H_{II}$ が決定でき, (212) 式から $\Delta_{I \leftarrow II}$ と

$\Delta_{II \leftarrow I}$ が評価できる。

以上が非対称性がある場合の測定原理であるが, ここで重要な要

請は, λ 力 S_I, S_{II} が独立に操作出来る事とこの操作によって H_I, H_{II} が変化を受けない

*) 対称炉を仮定すれば $H_I = H_{II} = H, K_I = K_{II} = K$ となり, 未知量は H, K の2つなので

$Z_{I, I}, Z_{I, II}$ の2つの測定量があれば充分である。これが第IV章の基本になっている。

事である。ここで POS 実験では入力を独立に操作する事は可能であるが、POS の設置による非対称性は、次項で示すが、POS の吸収効果による中性子束分布のひずみによるものであり炉心に固有のものではない。つまり POS を炉心 I から II へ移動すると、炉心 I の中性子束は回復し、逆に炉心 II の中性子束がひずむ事になり、入力 S_I, S_{II} の変更によって H_I, H_{II} 自身が変わる事になる。そこで入力 S_I, S_{II} の変更によって H_I, H_{II} が変化を受けない非対称性を“測定可能な非対称性”、変化する場合を“測定不可能な非対称”と名付け分類する事にする。POS 実験の様な後者の場合には源の変更以外で、あと2つの独立な測定量を追加しなければ非対称の効果を押さえる事はできないが、それは不可能だと思われる。

片側に POS を設置する測定では必ず“測定不可能な非対称性”が生ずる。これを解決する手段として、炉心 II にも POS と同程度の吸収効果を持つダミーを予め設置して、POS による非対称性を解消してしまい対称炉として扱う方法がある。実験の立場からいけばこの方法が望ましいが、C35G | x H₂O | 体系の場合には吸収体を2本挿入する事による反応度減少効果が大きく、手持ちの燃料では臨界になり得ない事が懸念され、この方法を採用しなかった。

残された方法は理論計算でその効果を補正する事であるが、

これに対する試みを以下に述べる。

6.2.2 中性子束分布の測定と非対称度

POS設置による中性子束分布のひずみをC35G/H₂O体系で、金線(直径0.26mm)の放射化法により測定した事例をまず示す。金線は図IV.2において、POSの下側々面から燃料板フレームの間に沿ってX軸と平行に張り、そのZ方向位置はほぼ燃料中央になる様に固定した。一昼夜に渡る周波数測定の間は照射を続け、測定終了後適当な冷却期間の後に取り出し、1cm長さの小片に切断して、ウェル型シンチレータ[81]によって1分間計測を行った。目的は中性子束分布の様子をつかむ事にあつたので、裸の金線を使用し、加ミ比などの測定は行わなかった。また計数値には、測定時、金片の重量および測定回路系全体の不感時間10 μ sの補正だけを考慮し相対値だけを算出した。この測定結果を図IV.2に示す。

この図によれば、結合領域、右側反射体の軽水部に中性子束のピークが認められる。これはC35炉心のH/²³⁵U比が212.0で減速不十分な炉心である事を裏付けている。ところが、左側反射体ではこの中性子束ピークが小さく、しかも左側の炉心Iの分布が全体的に炉心IIに比べて低くなっている事がはっきりと解る。これが炉心Iの境界に設置したPOSの吸収効果による中性子束分布のひずみである。

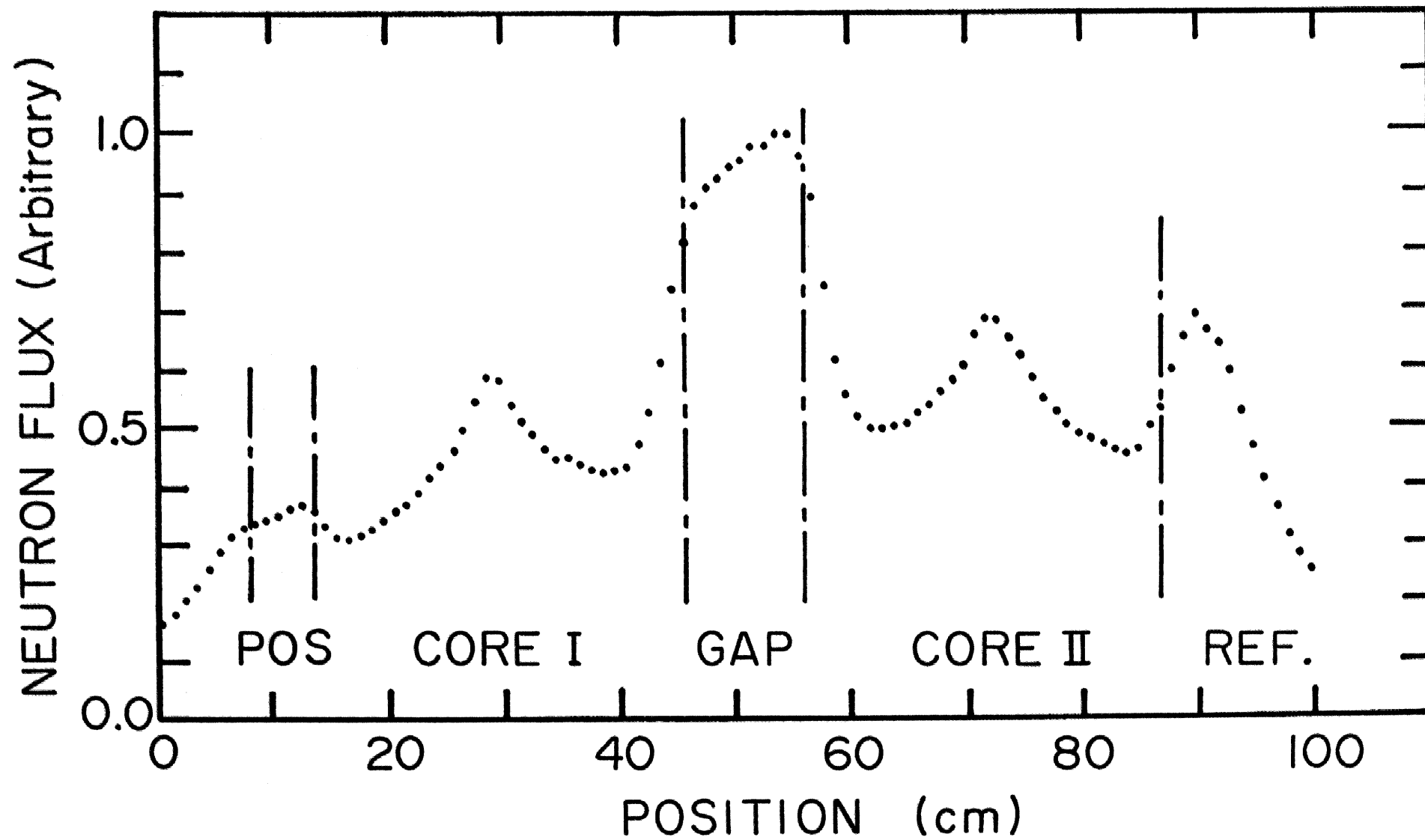


Fig. 2 Measured Neutron Flux for C35G/H₂O System.

また各炉心のほぼ中央に認められる小さな中性子束のピークは、減速不充分の性質を

持つ炉心部に出来た小さな軽水領域による効果であると考えている。なぜなら、この部分

には、 ^3He 検出器を炉心内部に挿入するために燃料板を取り除いた事による $2.65 \text{ cm} \times$

[78]

1.7 cm の X-Y 断面 (図 IV.2 参照) を持つ軽水領域が 2ヶ所存在している。

さてこの図 VI.2 測定された中性子束分布のゆがみは、非対称性の効果と

してどの程度なのかを定量化する必要がある。この為に再び 1 群計算の動特性

パラメータの定義式を利用する。第 III 章オ 3.2.1 頁 (96) 式に与えた結合係数 $\Delta_{I \leftarrow II}$

は次式であった。

$$\Delta_{I \leftarrow II} = \frac{4}{\nu \Sigma_f^I C_I} j_0^{*-}(a) j_0^-(b) \int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau \quad (96)$$

同様にして $\Delta_{II \leftarrow I}$ は次式で与えられる事になる。

$$\Delta_{II \leftarrow I} = \frac{4}{\nu \Sigma_f^{II} C_{II}} j_0^{*+}(b) j_0^+(a) \int_0^\infty G_{gt}(\tau) d\tau \quad (215)$$

そこで、この結合係数の比 $\Delta_{I \leftarrow II} / \Delta_{II \leftarrow I}$ を非対称性の度合を示す指標とする。

すると、1 群計算の場合には自己随伴である事と、中性子流 (68) 式、随伴中性

流 (69) 式との関係から直ちに

$$j_0^{*-}(a) = j_0^+(a), \quad j_0^{*+}(b) = j_0^-(b)$$

である事が解り、この関係式を使えば結局次式が得られる。

$$\frac{\Delta_{I \leftarrow II}}{\Delta_{II \leftarrow I}} = \frac{\nu \sum_f^{II} C_{II}}{\nu \sum_f^I C_I} \quad (216)$$

結局、 $\nu \sum_f^I, \nu \sum_f^{II}$ は既知であるから、規格化因子 C_k ($k=I, II$) の比が非対称性の度合を示す事になる。ところで、この規格化因子 C_k は (61) 式より $C_k = \int_{\text{炉心 } k} f_0^*(x) \psi_0(x) dx$ であり、臨界もしくは臨界に近い系を扱っている場合には $\psi_0(x) \simeq f_0(x)$ と近似できるから結局 C_k は次式で与えられる事になる。

$$C_k \simeq \int_{\text{炉心 } k} f_0^2(x) dx \quad (217)$$

つまり熱中性子束分布 $f_0(x)$ を測定すれば、(217) 式で C_k が決まりその比によって

*)

非対称性の度合が評価できる。

測定した中性子束分布を $f_0(x)$ だとして評価した非対称の度合 C_{II}/C_I は

C35G|7H₂O| 体系で 1.33, C35G|14H₂O| 体系で 1.51 であった (表 VI-1, p.190)。

但し $\nu \sum_f$ は両炉心で同じ値であるとした。この結果は非対称の度合がかなり大きい事

を示唆している。ところが、この評価法では測定した中性子束分布が熱中性子束による

ものだと仮定している。しかし測定は裸の金線で行っておりこの仮定は厳密には成立していない。

) これと同様の事が T. Kawai^[12] によって非対称性を特長づける量として指摘されている。つまり、第二章の (Kawai 12) 式より、容易に $\Delta_I^/\Delta_{II}^* = \phi_{II}^2/\phi_I^2$ が導かれる。

しかも、残念な事にカドミ比を測定していないので、この近似の妥当性を定量的におさえる事ができない。そこで、今の所は荒い評価でがまんせざるを得ない。従って定量的には改善の余地があるが、この非対称性を基にして非対称理論値の計算を以下に試みる。

6.2.3 非対称炉の動特性パラメータ値

POS 設置による非対称性を 1 群理論計算に取り入れる為に

次の様なモデル計算をした。その計算手順は次の様である。

① 結合領域、反射体領域の厚さは実験条件に合う様に固定する。

② まず完全に対称な体系で臨界計算をする。

③ 次に、炉心 I 領域の吸収断面積 Σ_{aI} だけをわずかに増加し、両炉心幅が同じになる条件の下で臨界にする。計算値 $f_0(x), f_0^*(x)$ を基に第三章の方法で

動特性パラメータ値、結合係数 $\Delta_{I \leftarrow II}, \Delta_{II \leftarrow I}$ 、中性子生成時間 Λ_I, Λ_{II} を計算する。

④ さらに、炉心 I の Σ_{aI} だけを増加させるという③の手順を繰り返し、その

結果を $\Sigma_{aI} / \Sigma_{aII}$ をパラメータとして整理する。

このモデル計算を C35G|14H₂O|体系を対象にして行った結果、つまり $\Delta_{I \leftarrow II}, \Delta_{II \leftarrow I}$

および Λ_I, Λ_{II} の $\Sigma_{aI} / \Sigma_{aII}$ に対する依存性を図 VI.3 に示す。

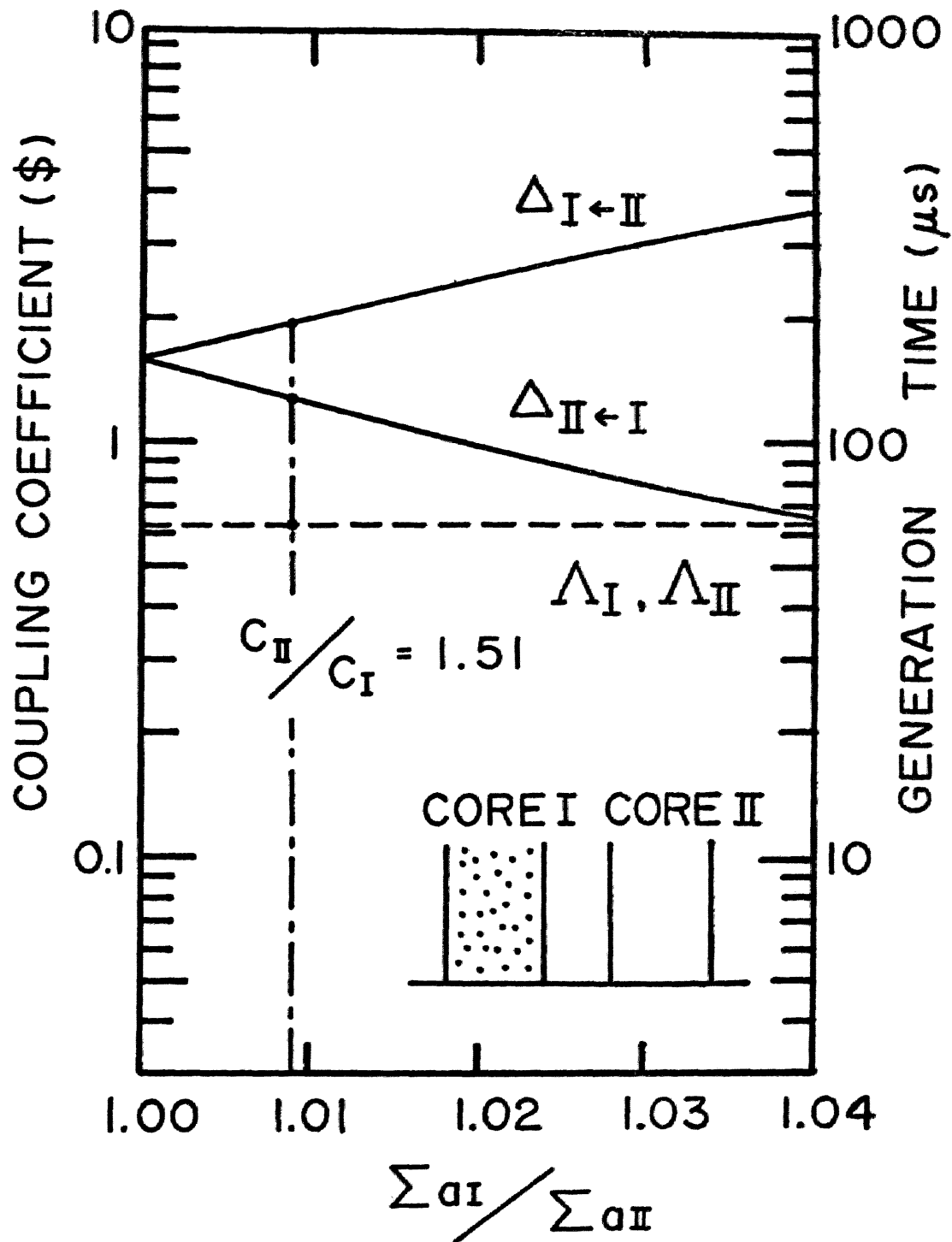


Fig. 3.3 Unsymmetric Effects of Coupling Coefficient and Neutron Generation Time.

この結果から Σ_{aI}/Σ_{aII} が増加し非対称の度合が増すにつれて、

- ① 結合係数の $\Delta_{I \leftarrow II}$ と $\Delta_{II \leftarrow I}$ の差は増し、 $\Delta_{I \leftarrow II}$ は対称 ($\Sigma_{aI}/\Sigma_{aII} = 1$) 時の値 Δ より大きく、 $\Delta_{II \leftarrow I}$ は小さくなる。そしてこの間には近似的に次の関係が成立している。

$$\Delta \simeq (\Delta_{I \leftarrow II} \cdot \Delta_{II \leftarrow I})^{1/2} \quad (218)$$

- ② また中性子生成時間 Λ は非対称性の影響を受けず、近似的に

$$\Lambda \simeq \Lambda_k \quad (k = I, II) \quad (219)$$

として良い事が解る。

このうち、非対称性の増加につれて、炉心 II から炉心 I への結合係数 $\Delta_{I \leftarrow II}$ が大きくなるのは、炉心 I の吸収の増加によって炉心 I 自身の未臨界度が増す事を考えれば物理的に納得のいく結果である。

以上のモデル計算から、まず中性子生成時間には非対称性の影響を考えなくて良いので、測定値と比較すべき理論値としては対称炉を想定した理論値 (第 IV 章 表 IV-3, 表 IV-4) をそのままつかって良い事になる。従って、第 IV 章 4.4.4 項での中性子生成時間についての議論は何ら変更

する必要はない。問題は、非対称性の影響の大きい結合係数であり、測定値

と比較すべき理論値として非対称性を考慮した値を用意する必要が生ずる。

そこでまず、モデル計算の結果図Ⅶ.3を利用して非対称動特性パラメータ値を評

価する。その方法は次の様にした。各々の $\Sigma a_I / \Sigma a_{II}$ 値に対して行った臨界計算

から得られている中性子束 $f_0(x)$ をもとに (61) 式で C_k ($k=I, II$) の計算値を求め、

非対称性の度合の計算値 (C_{II}/C_I) 計算と $\Sigma a_I / \Sigma a_{II}$ 値との対応関係を決める。次に中性子束

分布測定から評価した (C_{II}/C_I) 測定値に一致する (C_{II}/C_I) 計算を採り、これを与えて

いる $\Sigma a_I / \Sigma a_{II}$ 値を決定する。すると、この $\Sigma a_I / \Sigma a_{II}$ 値における $\Delta I \leftarrow II$, $\Delta II \leftarrow I$ が

求めたい非対称結合係数である。

この方法は、 (C_{II}/C_I) 測定を1群計算による (C_{II}/C_I) 計算と等しい

とする点に仮定が含まれており、より厳密には2群計算で同様の方法が適用できる

のが望ましい。しかし前章で述べた様に2群計算法が確立していないので、ここでは

その限界に留意しながら1群計算法を採用する。中性子束分布から (C_{II}/C_I) 測定の

評価されている $C^{35}G|7H_2O|$, $C^{35}G|14H_2O|$ 体系について、上の方法で得た非対称

結合係数を測定値と比較して表Ⅶ-1に示す。さてここでこの表を解釈するにあたって

新たな問題が生ずる。それは、第Ⅳ章オ4.1.2項で述べた動特性パラメータ抽出法

に関する問題点である。それを次項に示し、しる後に表Ⅶ-1を検討する。

表Ⅶ-1 非対称結合係数理論値と結合係数測定値の比較

	C35G $7H_2O$	C35G $14H_2O$
非対称度 (C_{II}/C_I) ^{a)} 測定	1.327 ± 0.010	1.513 ± 0.003
非対称結合 $\Delta_{I \leftarrow II}$ [\$]	11.5	1.95
係数(理論値) ^{b)} $\Delta_{II \leftarrow I}$ [\$]	8.64	1.30
結合係数(測定値) ^{c)} Δ_M [\$]	6.4 ± 0.4	1.47 ± 0.05

a) 中性子束分布測定値を(217)式に使うて評価。 b) (C_{II}/C_I)測定を1群モデル計算に使うて評価した理論値。 c) 表Ⅳ-3 (p.126)と同じ。

6.2.4 パラメータ抽出法に対する非対称性の問題

前項に指摘した問題とは次の様に要約できる。非対称性のある

条件下で測定した周波数応答を、対称性を仮定して処理(オⅣ章オ4.1.2項)した

場合の結合係数測定値とは何か? この問題を扱う為に、第Ⅳ章

オ4.1.2項の $\eta(s)$ [(120)式], $\xi(s)$ [(121)式] を非対称性を考慮に入れた

伝達関数(本章オ6.2.1項) $Z_{I,I}$ [(210)式], $Z_{I,II}$ [(211)式] で書いてみる。

$$\eta(s) \equiv \left[Z_{I,I} - Z_{I,II} \right]^{-1} = \frac{1 - K_I K_{II}}{(1 - K_{II}) H_I} \quad (220)$$

$$\xi(s) \equiv \left[Z_{I,I} + Z_{I,II} \right]^{-1} = \frac{1 - K_I K_{II}}{(1 + K_{II}) H_I} \quad (221)$$

これを使えば、(122)、(123)式に相当する量は次の様になる。

$$\frac{1}{2} [\eta(s) - \xi(s)] = \frac{K_{II}}{H_I} \cdot \frac{1 - K_I K_{II}}{1 - K_{II}^2}, \quad (222)$$

$$\frac{1}{2} [\eta(s) + \xi(s)] = \frac{1}{H_I} \cdot \frac{1 - K_I K_{II}}{1 - K_{II}^2}. \quad (223)$$

この式において対称ならば $H_I = H$, $K_I = K_{II} = K$ となり確かにオIV章オ4.1.2項の(122)(123)式に一致する。

さて、ここで $H_m(s)$, $K_m(s)$ ($m = I, II$) を POS 測定条件に合うように近似する。まず $H_m(s)$

は(110)式で定義した量であるが、そこに含まれる中性子生成時間 Λ_m は非対称の影響

を受けない事が前項のモデル計算で解っているので、これは炉心 m によらず Λ であると

する。さらに臨界状態を扱っているので体系全体の反応度 ρ_0 は零であるとする。

すると $H_m(s)$ は炉心 m によらない部分 $G(s)$ と結合係数 $\Delta_{m \leftarrow n}$ の部分とに分けて

書く事ができる。これを次の様に $H_{app, m}(s)$ とする

$$H_{app, m} = \frac{1}{G(s) + \Delta_{m \leftarrow n}}, \quad (224)$$

但し、

$$G(s) \equiv s \left[\Lambda + \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\lambda_k + s} \right]. \quad (225)$$

次に、 $K_m(s)$ は(212)式で与えられるが、それに含まれる透過の応答関数は展開式

を使って近似する。即ち,

$$K_m(s) = \Delta_{m \leftarrow n} \hat{G}_{gt}^*(s) H_m(s) \simeq \Delta_{m \leftarrow n} (1 - \bar{c}s) \cdot H_{app,m}(s). \quad (226)$$

これを使って, (222)(223)式'に共通に含まれている因子を書き直す.

$$\frac{1 - K_I K_{II}}{1 - K_{II}^2} \simeq \frac{1 - \Delta_{I \leftarrow II} (1 - \bar{c}s) H_{app,I} \cdot \Delta_{II \leftarrow I} (1 - \bar{c}s) H_{app,II}}{1 - \Delta_{II \leftarrow I}^2 (1 - \bar{c}s)^2 H_{app,II}^2}$$

さらに (224)式'におり $H_{app,m}$ を G と $\Delta_{m \leftarrow n}$ で表現すると, (227)

$$\frac{1 - K_I K_{II}}{1 - K_{II}^2} \simeq \frac{G^2 + 2\Delta_{II \leftarrow I} G + \Delta_{II \leftarrow I}^2 - \Delta_{I \leftarrow II} \Delta_{II \leftarrow I} (1 - \bar{c}s)^2 \cdot [G + \Delta_{II \leftarrow I}] / [G + \Delta_{I \leftarrow II}]}{G^2 + 2\Delta_{II \leftarrow I} G + \Delta_{II \leftarrow I}^2 - \Delta_{II \leftarrow I}^2 (1 - \bar{c}s)^2},$$

を得る。まず $\eta(s)$ と $\xi(s)$ の和の (223)式'に上式を使い整理する,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\eta(s) + \xi(s)] &\simeq (G + \Delta_{I \leftarrow II}) \times (227)式' \\ &= [G + \Delta_{II \leftarrow I}] \cdot \frac{(G + \Delta_{I \leftarrow II})(G + \Delta_{II \leftarrow I}) - \Delta_{I \leftarrow II} \Delta_{II \leftarrow I} (1 - \bar{c}s)^2}{(G + \Delta_{II \leftarrow I})^2 - \Delta_{II \leftarrow I}^2 (1 - \bar{c}s)^2}. \end{aligned} \quad (228)$$

次に, この結果を (222)式'に使用して整理すると,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\eta(s) - \xi(s)] &\simeq K_{II} \times (228)式' \\ &= \Delta_{II \leftarrow I} (1 - \bar{c}s) \cdot \frac{(G + \Delta_{I \leftarrow II})(G + \Delta_{II \leftarrow I}) - \Delta_{I \leftarrow II} \Delta_{II \leftarrow I} (1 - \bar{c}s)^2}{(G + \Delta_{II \leftarrow I})^2 - \Delta_{II \leftarrow I}^2 (1 - \bar{c}s)^2}, \end{aligned} \quad (229)$$

を得る。ここで再び (228)(229)式'には共通の因子が掛っている。この共通の因子に

おいて $(\bar{c}s)^2$ を $2\bar{c}s$ に対して無視するという近似をし, 整理すると次式を得る。

(230)

$$[(228)(229)\text{式共通因子}] \simeq 1 + \frac{G(s) + 2\Delta_{II \leftarrow I} \bar{c} s}{G^2(s) + 2\Delta_{II \leftarrow I} G(s) + 2\Delta_{II \leftarrow I}^2 \bar{c} s} (\Delta_{I \leftarrow II} - \Delta_{II \leftarrow I})$$

従って、上式のオ2項を s 依存の補正因子 $\varepsilon(s)$ と定義して、この結果を (228)(229)式

に使うと結局、

$$\frac{1}{2} [\eta(s) + \xi(s)] \simeq [G + \Delta_{II \leftarrow I}] \cdot (1 + \varepsilon(s)), \quad (231)$$

$$\frac{1}{2} [\eta(s) - \xi(s)] \simeq \Delta_{II \leftarrow I} (1 - \bar{c} s) \cdot (1 + \varepsilon(s)), \quad (232)$$

但し、補正因子は、

$$\varepsilon(s) \equiv \frac{G(s) + 2\Delta_{II \leftarrow I} \bar{c} s}{G^2(s) + 2\Delta_{II \leftarrow I} G(s) + 2\Delta_{II \leftarrow I}^2 \bar{c} s} (\Delta_{I \leftarrow II} - \Delta_{II \leftarrow I}), \quad (233)$$

となる。

(231)(232)式は次の事を意味している。第N章オ4.1.2項に示した手順でテータ

処理をすると $\varepsilon(s)$ が小さい場合には、近似的に結合係数として $\Delta_{II \leftarrow I}$ 、すなわち炉心I

からIIへの結合係数、つまり POS 設置をしていない炉心IIの未臨界度が評価される。

補正係数 $\varepsilon(s)$ は周波数に依存する量なので、これを実数部と虚数部に

分けて扱うと、(232)式左辺の測定量実数部から決まる Δ_M (これが測定された

結合係数) と (232)式右辺実数部との間には次の関係がある。

$$\Delta_M = \Delta_{II \leftarrow I} (1 + \operatorname{Re}[\varepsilon] + \omega \bar{\varepsilon} I_m[\varepsilon]) \quad (234)$$

*)

上式右辺の $\Delta_{II \leftarrow I}$ にかかる係数の大きさを具体的に $C35\text{ G} | 14\text{ H}_2\text{O} |$ 体系で計算してみると、周波数 10 Hz 以下ではほぼ一定値 1.14 となる。つまり、 $C35\text{ G} | 14\text{ H}_2\text{O} |$ 体系の場合には測定値 Δ_M を非対称理論値 $\Delta_{II \leftarrow I}$ の 1.14 倍と比較すべきだということになる。これを表Ⅶ-1の $\Delta_{II \leftarrow I} = 1.30$ に対して適用すると、 $1.30 \times 1.14 = 1.48$ となり測定値 $\Delta_M = 1.47$ と驚くほど良く合っている。ところが、結合係数を評価する 10 Hz 以下の低周波数域では $\operatorname{Re}[\varepsilon] \gg \omega \bar{\varepsilon} I_m[\varepsilon]$ であり、しかも一般的に $\operatorname{Re}[\varepsilon] > 0$ であるので、(234)式の補正係数は1より大きい。従って一般に $\Delta_M > \Delta_{II \leftarrow I}$ であるはずだが $C35\text{ G} | 7\text{ H}_2\text{O} |$ 体系の場合には表Ⅶ-1で解る様にこれを満足していない。実際に $C35\text{ G} | 7\text{ H}_2\text{O} |$ 体系に対する補正係数は 1.15 であるので、 $\Delta_{II \leftarrow I} = 8.64$ を基にすれば測定値 Δ_M は 9.94 [¢] 程度でないといけない。この原因ははっきりとは解っていないが、ここで示した補正值も実は前項で示した非対称理論値に依存しているので、非対称理論値自身に問題が ~~残~~ っていると考えている。

結合係数の非対称効果を定量的に押さえるまでには至らなかつ

たが、少なくとも第Ⅳ章オ4.1.2項に示した方法によるデータ処理によって得られる

結合係数 Δ_M は、非対称理論値 $\Delta_{II \leftarrow I}$ と比較すべき値である事がこの項で

*) この $\varepsilon(i\omega)$ の計算に必要なパラメータ値 $\bar{\varepsilon}$, $\Delta_{m \leftarrow n}$ には前項の非対称理論値を使用した。

示された。そこで再び表Ⅶ-1をみると、C35G|7H₂O|体系には先に指摘した問題があるが、C35G|14H₂O|体系では測定値 $\Delta_M = 1.47 \pm 0.05$ [dB] は $\Delta_{I \leftarrow I} = 1.95$ [dB] よりは確かに $\Delta_{II \leftarrow I} = 1.30$ [dB] に近い値となっている。ところで、ここで展開した複雑な扱いによらないで非対称結合係数 $\Delta_{II \leftarrow I}$ を測定から直接評価する手段がある。これにはオⅣ章オ4.4.1項に示した(148)式 $L \simeq 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{\beta - \rho_0}{\Delta_{II \leftarrow I}} \right|$ を利用し、測定したゲイン $|Z_{I,I}|$ と $|Z_{I,II}|$ の差 L [dB] から $\Delta_{II \leftarrow I}$ を評価する。この式によって評価したC35G|14H₂O|体系の非対称結合係数 $\Delta_{II \leftarrow I}$ の測定値は $\Delta_{II \leftarrow I, \text{測定}} = 1.467$ [dB] であり、対称炉を仮定した測定値 $\Delta_M = 1.47 \pm 0.05$ [dB] との間に差は認められない。この傾向は他の2つの体系についても確かめられ、C35G| α H₂O|体系の実験では、対称炉を仮定したデータ処理による結合係数 Δ_M を $\Delta_{II \leftarrow I, \text{測定}}$ として良い事になる。

他方、理論値は図Ⅶ.3より $\Delta_{II \leftarrow I} < (\text{対称理論値 } \Delta)$ であるから、正しく非対称効果を取り入れればオⅣ章の図Ⅶ.11 (P.125)の理論曲線 Δ は下にシフトし、測定値との一致は改善されると考えられる。従って少なくともオⅣ章オ4.4.2項の結合係数に関する結論を変更する必要はないと判断する。

最後に、結合の遅れ時間 τ について触れておく。理論値では透過の応答関数の1次モーメントなので、結合領域内の状態が変化しない限り、たとえ非対

称があっても 1 群計算による場合は何ら変更を受けない。従って第 IV 章オ 4.4.3 項の議論

は非対称性によって影響を受けない。しかし、オ 6.1.3 項の (208) 式で定義した 2 群計算に

よる遅延時間 $\bar{\tau}_{2q}$ は、群依存結合係数 $\Delta_{m \leftarrow n, i \leftarrow j}$ ($m, n = \text{I, II}, i, j = 1, 2$) を重みとする

[87]

ので、非対称性によって重みが変わる事を介してその影響を受ける。これを指唆する実験が

[62]

Tai によって報告されているが、2 群計算に基づく解析は今後の検討課題である。

6.3 境界流の近似と 1 点炉近似

6.3.1 境界流の近似

一般化された動時性方程式を導出する際に使った唯一の近似は

炉心から出て行く時間依存中性子流を、定常時の中性子流と時間関数の積

で表現した事である。(第 II 章オ 2.3.2 項 (71)(72)(73) 式)。つまり、これは

$$\begin{aligned} J^{\pm}(x_b, t) &= \frac{1}{4} \left[\psi(x_b, t) \mp 2D \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_b} \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[\phi(x_b, t) \mp 2D \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_b} \right] \cdot P(t) \\ &\simeq \frac{1}{4} \left[\psi_0(x_b) \mp 2D \frac{d\psi_0(x)}{dx} \Big|_{x=x_b} \right] \cdot P(t) \\ &= j_0^{\pm}(x_b) \cdot P(t) \end{aligned} \tag{235}$$

とした事になる。この近似は時間依存中性子束 $\psi(x, t)$ を炉心の中いたる所で、

時間 $T(t)$ と場所 $R(x)$ とに変数分離するという近似よりは弱い近似であると考えられる。 $\psi(x, t) \simeq R(x)T(t)$ と変数分離した場合には境界流の近似式は次の様に書ける。

$$\begin{aligned} J^{\pm}(x_b, t) &= \frac{1}{4} \left[\psi(x_b, t) \mp 2D \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_b} \right] \\ &\simeq \frac{1}{4} \left[R(x_b) \mp 2D \frac{dR(x)}{dx} \Big|_{x=x_b} \right] \cdot T(t) \end{aligned} \quad (236)$$

ここで、(235)(236)式のオ2行目の近似を比較してみると同じではない。何故なら(235)式の時間関数 $P(t)$ は全炉心領域のインポートランス量を基にして定義している為に単に境界 $x=x_b$ の時間変動を表現してはいない、これに対して(236)式の $T(t)$ は炉心の別の場所における変動も全く同じであるとしている点で前者より強い近似を要請している。従って、炉心から流出する時間依存中性子流は時間関数 $P(t)$ に比例するとする仮定は無理のない近似だと判断できる。

さらに、擾動反応度による擾動は小さいと仮定する扱いでは、境界での形状関数 $\phi(x_b, t)$ は時間に強く依存せず、擾動前の定常中性子束 $\psi(x_b)$ から大きくずれないと近似してもさしつかえないであろう。従って、この場合には時間関数 $P(t)$ の比例定数を $j_0^{\pm}(x_b)$ とし、境界流を $J^{\pm}(x_b, t) \simeq j_0^{\pm}(x_b) P(t)$ と近似する事は妥当であると考えられる。

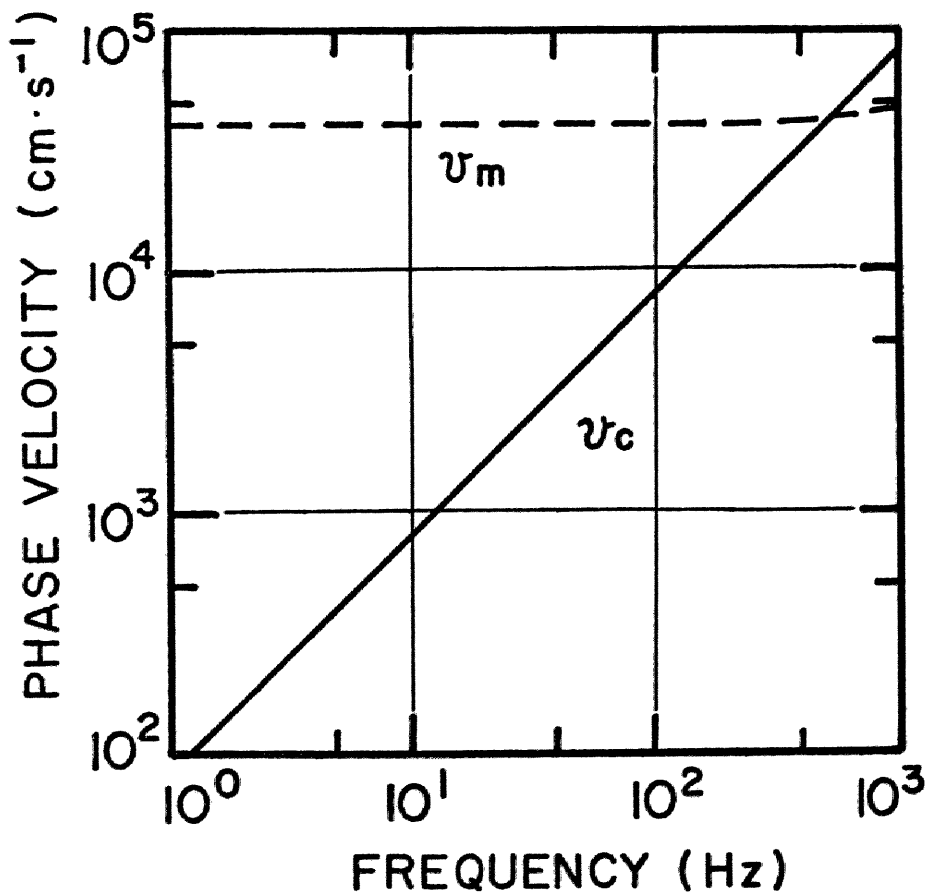
6.3.2 1点炉近似について

本論文で示した手法は炉心領域を1点炉で扱う1点炉近似の限界を持っている。ところで、ここでは裸の原子炉ではなく、炉心領域を減速材が取り囲んだ反射体付炉、結合炉を解析対象としているので、この近似の限界を検討するには各々の領域の応答の違いに着目する必要がある。例えば、減速材領域を応答関数の様な中性子伝播の効果を含んだ手法で扱う時には、炉心を1点炉近似で扱っても体系全体を問題にする際にはそれほど悪い近似ではないかもしれない。そこでこの近似の限界を中性子波伝播の位相速度の概念を利用して、定量化しようと試みたがその目的は完全には達成できなかった。今後の検討の手がかりとしてその方法を記しておく。

第Ⅱ章オ2.1.1項の(5)式で表現される中性子波の伝播を考えると、物質中をこの中性子波が伝播する位相速度 $v(\omega) = \omega/\xi(\omega)$ は、単位距離当りの位相遅れ $\xi(\omega)$ から決まる。一般に、大きい位相速度 すなわち中性子波の伝播が速いほど擾動による乱れが着目している体系中をすみやかに行き渡ると考えられる。ところで、 $\xi(\omega)$ は物質の定数によって決まるので (Appendix G)、炉心中の位相速度を $v_c(\omega)$ 、減速材中のそれを $v_m(\omega)$ とすれば、擾動に対して

炉心領域の応答が1体とみなせる（1点炉近似して良い）周波数域は、炉心領域と減速材領域を比較して、条件 $v_m(\omega) < v_c(\omega)$ から定量化できると考えた。

具体的に、C35炉心の $v_c(\omega)$ と軽水の $v_m(\omega)$ とをオIII章表III-3の群定数を使って計算した例を図Ⅶ.4に示す。この図によれば、軽水の v_m は周波数によらずほぼ一定値であり、一方炉心の v_c は周波数に比例して大きくなる。そして先に示した



図Ⅶ.4 Comparison of Phase Velocity for Core Region with Phase Velocity of Moderator Region.

v_c : Core Region C35, v_m : Moderator Region H₂O.

*)

$v_m(\omega) < v_c(\omega)$ の条件は約 500 Hz 以上で成立している。この事実^{*)}に先の仮説を適用すると、C35 炉心と軽水の組み合わせでは $f = 500$ Hz 以上でのみ炉心を 1 点炉近似で扱えるという結論に達する。ところが、これは一般に折点周波数 (C35 G₁₄H₂O 体系の場合は約 50 Hz) 以下では 1 点炉近似が妥当であるとする経験的事実と大きな違いを生ずる。これは単純に $v_m(\omega) < v_c(\omega)$ の条件で 1 点炉近似の定量化をしようとした仮説の方にあやまりがあると考えている。位相速度 $v(\omega)$ によって 1 点炉近似の適用限界を論ずる際には、単に $v(\omega)$ の大小だけでなく、その周波数依存性の物質による違い —— 炉心領域では周波数に比例し、減速材では一定値となる —— にも注意を払う必要があるのではないかと考えているが、この点は未だ深くはつめていない。

さて、透過に関する減速材領域応答関数の 1 次モーメント \bar{t}_m は、着目する体系を透過する中性子の平均遅れ時間である。これに着目した別の考え方を示す。まず減速材の場合と同様に炉心領域に関する透過の応答関数 $G_{ct}(t)$ の 1 次モーメント \bar{t}_c は、対象とする炉心領域を中性子が透過するのに要する平均遅れ時間とみなせる。そこで炉心に 1 点炉近似を適用できる条件を、各領域の平均遅れ時間の

*) 横方向の遅れ DBL² は炉心の位相速度 $v_c(\omega)$ を速くする効果を持つ。但し図 VI-4 に示した周波数域ではその効果は小さく、ここでの結論 500 Hz 以上を大きく変えるほどではない。

比較から判定するという考え方が生れる。例えば、炉心の遅れ時間 $\bar{\tau}_c$ が $\bar{\tau}_m$ より小さいという条件 $\bar{\tau}_c < \bar{\tau}_m$ を 1 点炉近似の適用条件とみなす事ができる。図 VI.5 に 対称結合炉 (C35 炉心, 軽水結合領域) を対象にして 1 群応答関数法によって計算した例を示す。この場合には 軽水結合領域の幅がパラメータであり、これが 5 cm 以上あれば充分 $\bar{\tau}_c < \bar{\tau}_m$ とみなして良い事が図から解る。この事は 第 III 章オ 3.3.2 項に触れた“弱結合”と結合炉をみなして良い条件と対応している。つまり $\bar{\tau}_c < \bar{\tau}_m$ の条件において各炉心を 1 点炉とみなし得る結合炉とは、実は“弱結合”の炉であると言える。この $\bar{\tau}_c < \bar{\tau}_m$ による条件は、“弱結合”の概念と結びつく点で意味があるが、1 点炉近似の適用条件を周波数に対して明示できないのが欠点である。また $\bar{\tau}_c < \bar{\tau}_m$ の条件を 2 群計算で扱うとどの様になるかは興味深い問題である。

最後に、時間固有値 α -モード法 (第 V 章オ 5.3.2 項) を援用して 1 点炉近似の適用性を語る方法が考えられる。一般に α -モード固有関数の高次項 $\varphi_{\alpha n}(x)$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を計算すると、それは正值だけでなく場所 x によっては負値の部分も持ち、場所 x に関して振動する様な型の解を得る。この振動部分の重ね合せ
$$\sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{\alpha n}(x) e^{-\alpha_n t}$$
 が最終的に中性子の伝播効果を表現するので、炉心領域と減速材領域とでこの効果がどの様に違うか、つまり $\varphi_{\alpha n}(x)$ 分布が

炉心領域と減速材領域のどちらで主に振動現象を示すかを調べる事で1点炉近似の適用性を判定しようという考え方である。この考え方に基づいた予備的計算を軽水反射体付C35炉心体系を対象にして、1群および2群計算α-モード法で行ったが、[105]
定量的な評価をするまでには至らなかった。モード展開法において1点炉近似という
モード法表現の適用性を調べる方法は、モード法の問題として興味深く、今後の発展が期待される。

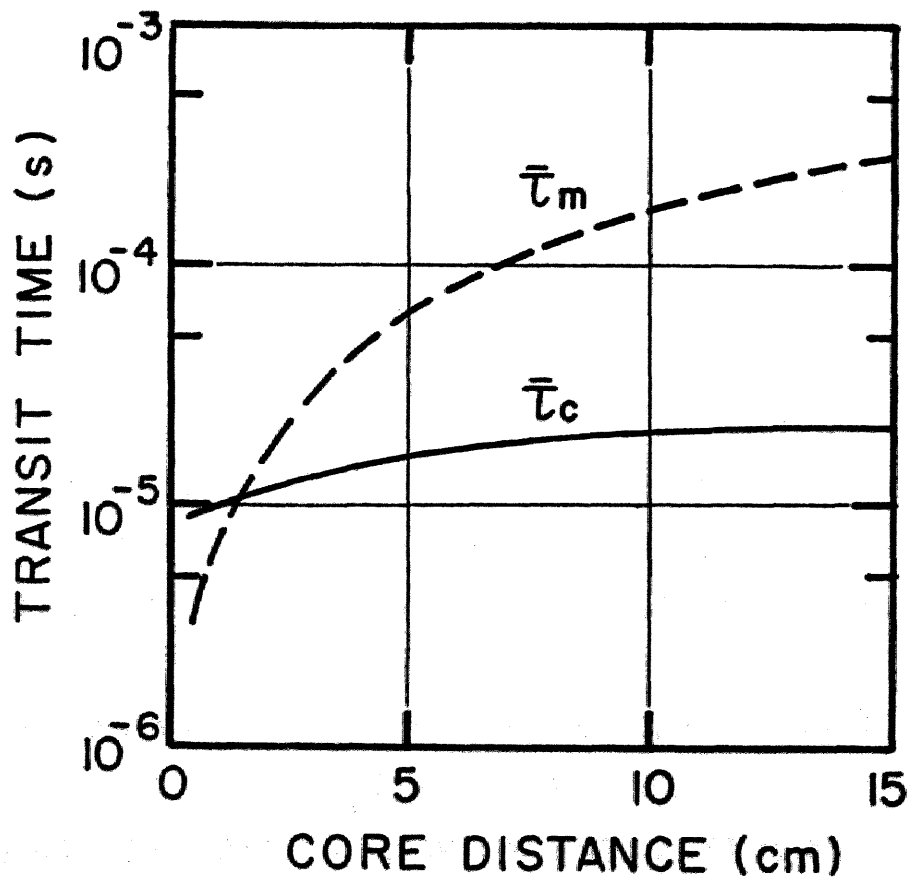


図 V.5 Comparison of Transit Time for Core Region with Transit Time for Moderator Region.

$\bar{\tau}_c$: Core Region C35, $\bar{\tau}_m$: Moderator Region H₂O.

6.4 減速材領域応答関数法の応用

最後に、本論文で示した減速材領域応答関数法の応用に關して2つの可能性を指摘しておく。1つは大型炉の動特性問題への応用である。大型炉を多点炉の集合体とみなしノード法で扱う事は、大型炉の3次元中性子束分布を計算する靜的な問題では既に実用化されている。この時には、ノード間の結合を表現する関数の導出に、例えば衝突^[106]確率法^[106]を利用するなどの工夫をしている。ところで最近大型炉の動特性を熱水力をも含めて扱う事に関心がむいている。この問題をノード法で扱う事にすれば、当然結合を表現する関数は時間依存となる。この部分に減速材領域応答関数法を応用する事は興味深い問題である。但し大型炉を扱うには本論文で示した1次元では不十分であり、2次元、3次元の時間依存応答関数を必要とする。^{*}この多次元への拡張は簡単ではなく、1次元の場合の様に完全に解析的には扱えず一部数値計算を援用するなどの工夫が必要になると考えられる。しかし本論文で示した基本的な考え方は2次元へ拡張する際の指針たり得ると考えており、この方面への今後の発展が期待される。

もう1つは、結合係数と各炉心の未臨界度とは同等であるという概念に關連するものである。まず本論文の結論によると、結合係数を決定すれば各炉心がどれだけ未臨界であるかを知る事ができる。ところで最近、原子炉以外の場所——燃料又は燃料再処理工場など

* 靜的な問題に対する2次元応答関数の拡張例は Ref. [7] にある。

— で燃料集合体を多量に貯蔵する機会が増加するに従い、臨界安全性の問題が注目されて来た。臨界安全性とは、燃料集合体を貯蔵管理する際に、いかなる不測の事態に対してもこの集合体が臨界にならないという安全上の技術的条件を明確にしようというものである。例えば、それ自体が充分未臨界な集合体を相互の影響によって臨界に達しない様に配列するにはどうしたらよいのかという問題は臨界安全性の問題の一つである。この場合、各集合体の未臨界度を正確に押さえる事が重要になるし、またそれらが相互に影響しあう度合つまり結合係数の評価が必要となる。そこで臨界安全性の問題に結合係数と未臨界度との関係が生かされる事になる。しかし本論文で得た結合係数と未臨界度の等価性の結論は、結合炉体系全体としては臨界に近い体系、つまり $\rho_0 \approx 0$ におけるものである。そこでかなり深い未臨界体系 (ρ_0 が負で大きい場合) においても、この等価性が成立するか否かをまず実験的に確かめる必要がある。またさらに1次元で扱える簡単な体系でなく、2次元の扱いを必要とする体系でもこの等価性は有効であるかを検討しなければならない。

この様に拡張に際して解決すべき問題は多いが、しかし本論文の等価性に関する結論は、臨界安全性の問題を扱う時に、一つの指針となると考えられる。この方向に沿った今後の進展が期待される。

第Ⅶ章 要約

第Ⅰ章序言論につづく各章で述べた本研究の成果をまとめると

以下のである。

第Ⅱ章では、本研究の骨格をなす、炉心に 1 点炉近似を減速材領域に応答関数法を適用して原子炉動特性を扱う方法（減速材領域応答関数法）を述べた。まず減速材領域応答関数の時間領域表現を導き、時間依存透過中性子流の性質を調べた。その結果、結合の遅れ時間は時間依存透過中性子流の時間 1 次モードで与えるのが物理的に妥当であり、また計算処理上も有利である事を指摘した。

次に具体的に平板状結合炉に対する一般化した動特性方程式を導いた。この方程式を基にして、裸炉および反射体付原子炉に対する方程式を導き、裸炉の方程式は従来の方程式と同じ型に帰着するが、反射体付炉に対しては、反射体効果を陽に含む表現になっている事を明らかにした。

第Ⅲ章では、T. Kawai の使用した典型的な従来の伝達関数表現と一般化した動特性方程式から導いた伝達関数表現とを比較して、本研究で得た

方程式では結合係数が炉芯寸法依存の量になっている点を明らかにした。さらに結合炉動特性を結合係数、中性子生成時間、結合の遅れ時間の3つの動特性パラメータで記述する Baldwin 型表現へ、一般化した動特性方程式を帰着させる手続きを示した。この過程で、これまで明確に定義されていなかった結合係数、各炉心に対する反射体効果を含めた中性子生成時間、そして結合の遅れ時間の動特性パラメータにはっきりした定義と表式を与え、これらの理論値の計算を可能にした。またこの定義に従えば、結合炉体系全体が臨界に近い場合には、結合係数と各炉心の未臨界度 β が等しい事を明らかにした。Argonaut 炉に対する T. Kawai, Seifritz and Albrecht の動特性パラメータ測定値と本論文に示した方法による理論値の比較をし、結合係数理論値は測定値を比較的良く再現する事を示した。最後に、KUCA C35G/xH₂O 体系に対する結合炉動特性パラメータの炉心間距離(結合領域幅)に依存性を理論計算し、特に結合係数の炉心間距離依存性から“弱結合”の物理的意味を明確にした。

第IV章には KUCA C35G/xH₂O 体系で実施したパイルオシレータ法による周波数応答実験の詳細と、さらに動特性パラメータ測定値と前章で計算した

理論値との比較を示した。まず周波数応答測定値から 3つの動特性パラメータを矛盾なく評価する方法を、従来の研究者の成果を整理した後に呈示した。また分割積分法と名付けた周波数応答測定データ処理を使用すれば、簡単な原理と演算にもかかわらず Fast Fourier Transform (FFT) 法と同程度の精度が期待できる事を実例で示した。最後に、測定値と理論値の比較を周波数応答、結合係数、中性子生成時間そして結合の遅れ時間について行った。そして、熱外中性子の影響が顕著にあらわれる折点周波数以上の高周波数域では、1群計算に基づく理論値は測定値を完全には再現しない点がはっきりした。ただし、折点周波数以下の比較的低周波数域の測定値から評価する結合係数は、この熱外中性子を無視する事による影響を受けず、1群計算値で充分測定値が再現できる事が解った。また結合の遅れ時間の理論値は、測定値が高い周波数域のデータから評価されたのにもかかわらず、互に良く一致していた。しかし、これは熱外中性子を無視した効果と、炉心領域内の遅れを考慮していない効果とが、互に打消しあう関係にあるので、この関係から測定値に一致する理論値が得られたものと考えた。中性子生成時間の理論値は測定値より約 $20\mu\text{s}$ 程長い値となったが、この差は熱外中性子の効果だけでは説明しきれなかった。

第Ⅴ章では、円柱形状の反射体付単一炉の中性子生成時間における

反射体効果を調べた。まず反射体効果を陽に含む中性子生成時間の理論式を得た。

中性子が生成から消滅までに経験する素過程を考え、その素過程の経過時間とそれを

とる確率とから中性子生成時間を組み立てる方法で、この理論式を調べた。そして、この理論

式が反射体効果を含む中性子生成時間の表式として妥当な事を確認し、また併せてその

物理的意味を明確にした。また素過程をとる確率を決めるのには中性子インポートランスの

収支を基にしたが、ここで随伴中性子流のインポートランスとしての意味付けが整理できた。

最後に原研SHEの測定データを対象にして、中性子生成時間の理論値、測定値の比較を

行ない、本論文で示した表式は1群計算の単純化した扱いにもかかわらず、定量的にも従来

の別の方法（時間固有値 α -モード法、黒井法）と同程度の結果を与える事が明らかとなった。

また、中性子生成時間に反射体の影響を考慮しておけば、反射体付炉を裸炉の動特性

方程式と同型の方程式で扱って良い¹⁾という経験則の正当性を示す事ができた。

最後の第Ⅵ章では、2群計算法と非対称性の問題を論じた。まず1群計算

を、“Henryの条件”と同等の条件を満足する様な2群計算へ拡張する方法を示した。そして

結合炉動特性パラメータの2群理論式を定義した。この2群計算への拡張法には論理的

矛盾はないが、2群理論式による理論値と測定値との定量的比較を論ずる為には、

測定に使用する検出器のエネルギー感度依存性を、理論式にさらに考慮する必要がある事を指摘しその問題点を整理した。次に非対称性に関しては、まず中性子束分布測定を基にして非対称性の度合を表現する指標を定義した。さらに1群理論値に非対称性の影響を取り入れる試みを説明し、中性子生成時間には非対称の影響を受けにくい量である事を示した。最後に、対称結合炉だと仮定して周波数応答測定値から動特性パラメータを評価する方法に非対称性の観点から反省を加え、この方法で評価する結合係数はPOSを設置した炉心 m からしない側の炉心 n の結合係数 $\Delta_{n \leftarrow m}$ である事を示した。

以上、本研究は結合型および反射体付原子炉の動特性方程式導出の基礎理論を与えるものであり、従来経験的事実や裸炉からの類推によって導いていた方程式が拡散方程式から論理的に導き出せる事を示した。そして、その結果各動特性パラメータにはっきりした定義と予め理論計算可能な表式を与える事ができた。この表式による理論値を定量的に精度の高いものにするには、検出器応答のエネルギー依存性を取り込んだ2群計算法の確立などの残された問題があるが、少なくともノード法表現による動特性方程式の基礎付けに関する研究はこれで一段落した。今後は、1次元体系としては扱いにくい大型原子炉のノード法表現による動特性方程式の基礎付けが、本研究の拡張として重要な興味深い課題となる。

あ　と　が　き

本論文は、1974年から約6年間にわたっての研究成果をまとめたものである。この間多くの方々の御指導と御援助をいただいた。こうした励ましや、協力がなかったならこの様にまとめる事は困難であったと思う。ここに深く感謝いたします。

本研究を進めるにあたっては、玉河元教授、仁科浩二郎助教授に御指導をいただいた。特に玉河元教授には実験を通して、物理的な洞察に富んだ物の見方、測定データから本質を抽出する事の重要さを教えていただいた。また仁科浩二郎助教授からは理論の展開を通して、基本をゆるがせにしない態度、つきつめて思考する事の重要さを学ぶ事ができた。両先生の御指導の下に、実験、理論のいずれにも偏する事のない研究を続け、両方面から本論文をまとめる事ができて、私は幸せであった。また両先生には研究上の指導ばかりでなく、私が研究生活を続けて行く上で解決しなければならなかった諸々の問題についても暖かい御配慮をいただいた。

この論文を作成するにあたっては、金川昭教授、東京工業大学の山室信弘教授から理論値と測定値の比較、および1点炉近似の限界に関する問題についての重要な指摘と、有意義な助言とをいただいた。また松本元一助教授には、討論を通して、1群計算の限界、非対称性の問題に関する貴重な指摘をいただいた。

理論面では、ミシガン大学のA. Ziya Akcasu教授（1974年5月から2ヶ月間名古屋大学原子核工学科に滞在）に本研究の端緒において多くの貴重な助言をいただいた。この助言は理論をエレガントにまとめあげる上で大きな役割をはたした。また日立製作所の川合敏雄博士には、名古屋大学での御講演の機会に、ラプラス変換型の吟味などについて有益な討論をしていただいた。京都大学の森島信弘助手は熱外中性子の影響について議論して下さい。さらに日本原子力研究所の金子義彦博士はSHE群定数や種々の文献を提供して下さい。

本研究のもう一つの柱である京都大学原子炉実験所での実験については、多くの人々の有形、無形の御援助をいただいた。特に実験所の神田啓治助教授には共同利用実験を行うにあたって種々の配慮をしていただいた。また実験所の代谷誠治助手は得難い共同実験者として実験上の問題点のみならず広範な問題について討論して下さい。実験所の木村康洋技官はPOSTリガー信号発生装置を作成して下さい。さらに十分な精度のデータを得る為に行ったKUCAの長時間にわたる運転は、林正俊助手、小林圭二助手をはじめとする臨界集合体装置部の職員各位の献身的とも言える協力のおかげで達成する事ができた。また大阪大学の住田健二教授、東海大学の

阪元重康助教授からは、周波数応答実験上の諸注意と電流型 ^3He 検出器の製作に関して、共同利用施設を利用する研究者の相互協力を越えた御好意をいただいた。

本研究の遂行にあたっては名古屋大学工学部原子核工学科玉河研究室で、卒業論文、修士論文をまとめた多くの人達の協力を得た。まず新川稔氏（現富山県庁）は本研究の理論面の進展に協力して下さった。特に応答関数のラプラス逆変換型の導出は全面的に彼に負っている。また田中数馬氏（現日本原子力事業）はKUCAでの実験の良き共同研究者として私を助けて下さった。特にエンコーダの導入および実験データ解析コードの整備は彼の功績に帰す。従って本研究の重要な部分は両氏との協力によって生れた。その意味では、本研究は両氏との共同研究と言ってよい。

また、高木正人氏（現東洋エンジニアリング）は研究の端緒において結合炉の文献を私に紹介して下さい。藤城孝広氏（現セントラルシステムズ）はKUCAの群定数を作成して下さい。伊藤寿一郎氏（現日本原子力事業）、八木正典氏（現外務省）、赤井礼治郎氏（現富士通）の各氏は、それぞれ2次元周波数応答計算、反射体付炉の中性子波伝播、反射体付円筒炉の平均寿命予備計算を通して本研究のバックグラウンドとなる部分をつめて下さった。また村田尚え氏（現中部電力）には非対称モデル計算の数値計算、藤井勝氏（現トヨタ自動車工業）には反射体付原子炉の α -モード固有値の数値計算の部分を分担していただいた。さらに沢田龍作氏（現名古屋情報工学院院生）はEQUIPOISE-3による2次元中性子束分布の計算、石川敏夫氏は非対称結合炉の遅れ時間の検討の面で力になって下さった。KUCAの実験室では上の村田尚え、藤井勝、沢田龍作氏に加えて井上淳、吉井博両氏が手伝って下さった。個々の具体的な援助はもちろんの事、同学の士として上記各氏とともに互に励ましあいながら勉強できたのが、私にとって最大の収穫であった。

玉河研究室の若松進技官には、本研究が支障なく進展できる様に、EXPANDA, EQUIPOISE-3, UGMG, THERMOSの各計算コードを整備していただいた。また鈴木章子さんは私の公刊論文のタイポをして下さった。伊藤只行、大森喜夫両助手をはじめとする研究室の方々には研究会の討論を通して有益な助言と暖かい励ましをいただいた。あらためて、ここに感謝いたします。

最後に、本研究を行った6年間の内、1976年4月からの1年間は日本学術振興会の奨励研究員として研究に専念する事ができ幸いであった。こうして論文を書き終えたいま、終始私の精神的支えとなってくれた妻 みち子 とこの喜びをわかちあいたい。

Appendix A 時間領域応答関数の導出

応答関数のラプラス変換型を逆変換して時間領域の表現を導く手順を述べる。但しここでは反射の応答関数を例にして示す。また反射の応答関数のラプラス変換型は本文(37)式に与えられていて次式である。

$$\tilde{G}_r(s) = \frac{[1 - 4D^2 K^2(s)] \sinh [K(s)d]}{g[K(s), d]}, \quad (A.1)$$

但し,

$$K^2(s) \equiv \frac{\Sigma_a}{D} + B_{\perp}^2 + \frac{S}{vD}, \quad (A.2)$$

$$g[K(s), d] \equiv [1 + 4D^2 K^2(s)] \sinh K(s)d + 4DK(s) \cosh [K(s)d]. \quad (A.3)$$

ここで、(A.2)式の $K^2(s)$ を変数 z と書き、さらに定数 A と B とで表現する。つまり

$$z \equiv K^2(s) = \left(\frac{\Sigma_a}{D} + B_{\perp}^2 \right) + \frac{S}{vD} = A + \frac{S}{B} \quad (A.4)$$

とする。そしてこの z を使って表現した (A.1) 式右辺を $\tilde{f}_r(z)$ と定義する。つまり

$$\tilde{f}_r(z) = \frac{(1 - 4D^2 z) \sinh \sqrt{z}d}{g(\sqrt{z}, d)} \quad (A.5)$$

すると、 $\tilde{G}_r(s)$ はこの $\tilde{f}_r(z)$ によって次の様に書ける。

$$\tilde{G}_r(s) = \tilde{f}_r\left(A + \frac{S}{B}\right). \quad (A.6)$$

すると、ラプラス変換の基本的な関係式^[108]から、 $f_r(t)$ を $\tilde{f}_r(z)$ の逆変換型とすれば、(A.6)式の逆変換型 (時間領域表現) は次式で与えられる。

$$G_r(t) = B e^{-ABt} f_r(Bt). \quad (A.7)$$

そこで、 $\tilde{f}_r(z)$ を逆変換し $f_r(t)$ を決定する事が目標となる。具体的には

$$\tilde{f}_r(z) \equiv \tilde{f}(z) - 1 = \frac{p(\sqrt{z}, d)}{g(\sqrt{z}, d)} - 1, \quad (A.8)$$

但し,

$$p(\sqrt{z}, d) \equiv z \sinh \sqrt{z}d + 4D\sqrt{z} \cosh \sqrt{z}d,$$

と変形した $\tilde{f}(z)$ を以下で扱う事にする。

また $\tilde{f}(z)$ の分母にある $g(\sqrt{z}, d)$ の零点を探す為に, $g(\sqrt{z}, d)$ を書き直す.

$$g(\sqrt{z}, d) = \frac{1}{2} e^{-\sqrt{z}d} \left[\Gamma_+(\sqrt{z}) e^{\sqrt{z}d} + \Gamma_-(\sqrt{z}) \right] \cdot \left[\Gamma_+(\sqrt{z}) e^{\sqrt{z}d} - \Gamma_-(\sqrt{z}) \right] \quad (\text{A.9})$$

但し,

$$\Gamma_{\pm}(\sqrt{z}) \equiv 2D\sqrt{z} \pm 1 \quad (\text{A.10})$$

(A.9) 式を零とおいて零点を探すと, (A.9) 式の $e^{-\sqrt{z}d}$ は零点を持たないので, 結局 $g(\sqrt{z}, d)$ 関数の零点は次の方程式の根で与えられる.

$$\Gamma_+(\sqrt{z}) e^{\sqrt{z}d} = \pm \Gamma_-(\sqrt{z}). \quad (\text{A.11})$$

ここで, さらに $z = r e^{i\theta}$ とおく. 但し \sqrt{z} によって生ずる切断は正の実軸上にとる事に
して 偏角 θ は $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲を考える. $z = r e^{i\theta}$ を (A.11) 式に代入して
実数部, 虚数部に分けて整理し, 実数部 また 虚数部 どちらが両辺で等しくなる
為の必要条件を求めると次の様になる.

$$e^{2\sqrt{r}d \cos \frac{\theta}{2}} \left[4D^2 r + 1 + 4D\sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \right] = 4D^2 r + 1 - 4D\sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}. \quad (\text{A.12})$$

ここで, $\theta = \pi$ の場合には 任意の r に対して (A.12) 式は成立する. また $0 \leq \theta < \pi$,
 $\pi < \theta < 2\pi$ においては $r = 0$ のみが (A.12) 式を満足する. 従って (A.12) 式は

$$z = r e^{i\theta}, \quad \theta = \pi, \quad 0 \leq r < \infty \quad (\text{A.13})$$

の z に対して成立するがこれは (A.11) 式に対する必要条件であって この全てが (A.11) 式
を満たす訳ではない. ここで $\theta = \pi$ つまり $\sqrt{z} = \sqrt{r} \cdot i$ を (A.11) 式に代入して, 両辺の
実数部と虚数がそれぞれ等しいとみると結局次の条件を得る.

$$\tan \sqrt{r}d = - \frac{4D\sqrt{r}}{1 - 4D^2 r}. \quad (\text{A.14})$$

これが $g(\sqrt{z}, d)$ の零点を与える根の関係式である.

(A.14) 式を満足する \sqrt{r} は無限個存在するので, それ等を a_n とすれば,
 $g(\sqrt{z}, d)$ の零点 z_n は次式で与えられる.

$$z_n = -a_n^2, \quad (\text{A.15})$$

$$\tan a_n d = - \frac{4D a_n}{1 - 4D^2 a_n^2}$$

この z_n を (A.9) 式に代入すれば、これは確かに $q(\sqrt{z}, d)$ の零点であり、しかも $z_0 = 0$ 以外は $\hat{f}(z)$ の 1 次の極になっている事が解る。従って $\hat{f}(z)$ の z_n における留数 R_n^r は次式で与えられる。

$$R_n^r \equiv \left(\frac{p}{dq/dz} \right)_{z=z_n} = \frac{8Da_n^2}{(1+4D^2a_n^2)d+4D} \quad (A.16)$$

さて、逆変換の為に Bromwich の積分路を考える際には、 $q(\sqrt{z}, d)$ を扱った時に正の実軸上に入れた切断は意識しなくても良い。何故なら $\hat{f}(z)$ は

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} f[re^{i\theta}] = \lim_{\theta \rightarrow 2\pi^-} f[re^{i\theta}]$$

の性質を持ち、実軸上で値の不連続性は正でない。そこで $\gamma > 0$ の $(\gamma - i\infty, \gamma + i\infty)$ 線に沿って逆変換の積分を行う事が出来る。さらに大きな $|z|$ の積分路 C_1 を考えて図 A の様に積分路を肉じると、

$$|\hat{f}(z)| < M|z|^{-1/2}, \quad M > 0,$$

の性質の為に大きな積分路 C_1 からの寄与は零となる。従って、負の実軸上に並んだ極 z_n における留数 R_n^r の和で Bromwich 積分を評価できる事になる。従って、

$$f(t) \equiv \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \hat{f}(z) e^{tz} dz = \sum_{n=1}^{\infty} R_n^r e^{-a_n^2 t} \quad (A.17)$$

となる。この結果を (A.7)(A.8) に使えば、本文 (44) 式の時間領域での表現が得られる。また透過の応答関数 $G_t(t)$ も同様の操作で逆変換できる。

(この項終)

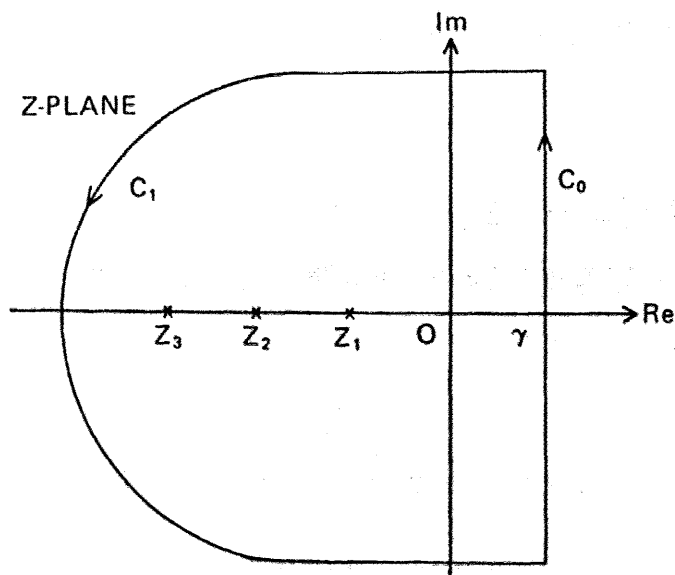


図 A. The Contours taken in the Inversion of $\hat{f}(z)$.

Appendix B 外部中性子源 S と体系全体の反応度

図 II.7 の様に両側に反射体のついた結合炉では取り扱いが煩雑になるので、こゝでの証明には本質的な違いをもたらさない図 B の体系について説明する。

まず 炉心 I, II に外部中性子源があり定常になっている体系の中性子束を $\psi_m(x)$ とする。但し m は領域 ($m = I, II, r$) を示す。

$$\begin{cases} D_m \frac{d^2 \psi_m}{dx^2} + (\nu \Sigma_{fm} - \Sigma_{am}) \psi_m + S_m(x) = 0 & (m = I, II) \\ D_r \frac{d^2 \psi_r}{dx^2} - \Sigma_{ar} \psi_r = 0 \end{cases} \quad (B.1)$$

次に、外部中性子源 $S_m(x)$ を取り除き、 $\nu \rightarrow \nu'$ と変更して体系を臨界に保ったとする。この時の中性子束を $f_m(x)$ 、またこれに対する随伴関数を $f_m^*(x)$ とすると随伴方程式は次式を満足している。

$$\begin{cases} D_m \frac{d^2 f_m^*}{dx^2} + (\nu' \Sigma_{fm} - \Sigma_{am}) f_m^* = 0 & (m = I, II) \\ D_r \frac{d^2 f_r^*}{dx^2} - \Sigma_{ar} f_r^* = 0 \end{cases} \quad (B.3)$$

ここで、次の演算を行う。

$$\begin{aligned} & \int_0^a [(B.1) \text{式 } m=I] \times f_I^* dx + \int_a^b (B.2) \text{式} \times f_r^* dx + \int_b^c [(B.1) \text{式 } m=II] \times f_{II}^* dx \\ & - \int_0^a [(B.3) \text{式 } m=I] \times \psi_I dx - \int_a^b (B.4) \text{式} \times \psi_r dx - \int_b^c [(B.3) \text{式 } m=II] \times \psi_{II} dx \\ & = 0 \end{aligned} \quad (B.5)$$

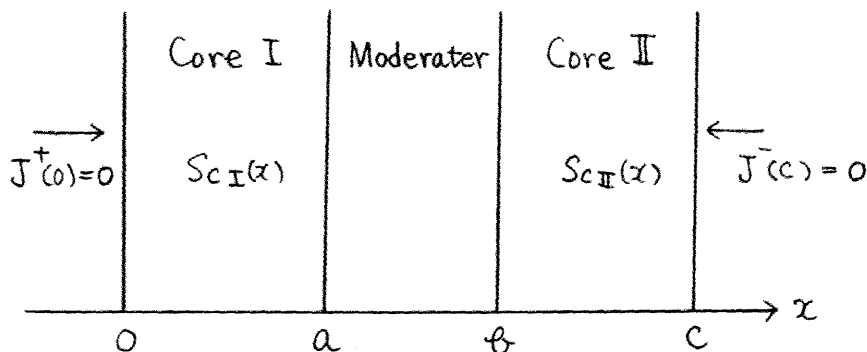


図 B. The Coupled-Core System.

すると、 $x=a$, b の内部境界では中性子束 $\Psi_m(x)$, 随伴中性子束 $f_m^*(x)$ および正味の中性子流, 正味の随伴中性子流が各々連続であるから次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left[D_I \frac{d\Psi_I(0)}{dx} f_I^*(0) - D_I \frac{df_I^*(0)}{dx} \Psi_I(0) + D_{II} \frac{d\Psi_{II}(c)}{dx} f_{II}^*(c) - D_{II} \frac{df_{II}^*(c)}{dx} \Psi_{II}(c) \right] \\ & + (\nu - \nu') \left[\int_0^a \Sigma_{fI} \Psi_I f_I^* dx + \int_b^c \Sigma_{fII} \Psi_{II} f_{II}^* dx \right] \\ & + \int_0^a S_{cI}(x) f_I^* dx + \int_b^c S_{cII}(x) f_{II}^* dx = 0 \end{aligned} \quad (B.6)$$

ところで上式の第1項は $x=0, c$ における境界項であるが, これは境界条件から零となる。例えば, $J_I^+(0)=0$, $J_{II}^-(c)=0$, $j_I^{*-}(0)=0$, $j_{II}^{*+}(c)=0$ という外側から中性子が入射しない条件の場合にも丁寧に計算して確かめる事ができる。そこで, (B.6)式を

$$\nu \left[\int_0^a \Sigma_{fI} \Psi_I f_I^* dx + \int_b^c \Sigma_{fII} \Psi_{II} f_{II}^* dx \right]$$

で割り, さらに本文(61)式の C_k , 本文(65)式の S_m の定義を使って整理すると次式となる。但し, $(\nu - \nu')/\nu$ は体系全体の反応度とみなせるのでこれを ρ_0 とした。

$$\rho_0 = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = - \frac{\nu \Sigma_{fI} C_I S_I + \nu \Sigma_{fII} C_{II} S_{II}}{\nu \Sigma_{fI} C_I + \nu \Sigma_{fII} C_{II}} \quad (B.7)$$

この式が, 各炉心に分布した中性子源 S_I, S_{II} と体系全体の反応度 ρ_0 との関係を与えている。

ところで, 対称結合炉の場合には $\nu \Sigma_{fI} = \nu \Sigma_{fII} = \nu \Sigma_f$, $C_I = C_{II} = C$, $S_I = S_{II} = S$ であるから (B.7)式は次式になる。

$$\rho_{0, \text{対称炉}} = -S \quad (B.8)$$

つまり, 結合炉でも対称炉の場合には体系全体の反応度 ρ_0 と外部中性子源 S の和は零になる。(B.8)式と同様の式が裸炉, 反射体付炉の場合にも成立する事は, ここに示したのと同様の方法で確かめる。

(この項 終)

Appendix C 標準偏差 $\sigma(N_k)$ の導出

電流型 ^3He 検出器の出力電流の変動は、検出器に入射する中性子の統計変動に基づき、そしてそれが検出器回路の指数関数型充放電特性によって変換されると仮定する。^[109] このモデルによれば、出力電流の瞬時値の読み I とその標準偏差 σ_I は Price^[109] と Evans^[110] によれば次の様になる。

$$I = r q, \quad (\text{C.1})$$

$$\sigma(I) = \left(\frac{I q}{2 R_i C_i} \right)^{1/2}, \quad (\text{C.2})$$

但し、 r は検出器への中性子到着率、 $R_i C_i$ は検出器回路の時定数である。

本研究で利用した測定系では、検出器出力を増幅後、パルス列に変換して MCA の各チャンネルに加算集積する。従って誤差評価はこれ等の回路に対して誤差伝播則を順次適用する方法で行った。まず feedback amplifier と low-pass filter からなる増幅器のゲインを G 、V-F converter によるパルス列への変換率を V_f とすると、増幅、変換後の計数率 n は (C.1) 式から次式となる。

$$n = V_f G r q. \quad (\text{C.3})$$

この計数率 n に対する標準偏差 $\sigma(n)$ は (C.2)(C.3) 式から導かれる。但し、feedback gain が大きい場合には検出器の時定数 $R_i C_i$ は無視でき、増幅器の low-pass filter の時定数 RC が回路全体の応答を決定する事を利用した。その結果、MCA 入力直前における計数率 n に対する変動を表わす $\sigma(n)$ は次式となる。

$$\sigma(n) = V_f G \sigma(I) \sim V_f G \left(\frac{r q^2}{2 RC} \right)^{1/2}. \quad (\text{C.4})$$

Multi-Channel Scaling (MCS) 方式で作動する MCA のチャネル滞留時間を t_D とし、この k チャンネルにおける平均計数率 \bar{n}_k の変動を考える。まず \bar{n}_k は (C.3) 式において $r = r_k$ 、 $n = n_k$ として平均する事で容易に得られる。一方、この \bar{n}_k に対する標準偏差 $\sigma(\bar{n}_k)$ は、 k チャンネルの計数率 n_k に対する標準偏差 $\sigma(n_k)$ [(C.4) 式で $n = n_k$ としたもの] と次の関係にある。

$$\sigma(\bar{n}_k) = \sigma(n_k) \left\{ \frac{2 RC}{t_D} \left[1 - \frac{RC}{t_D} (1 - e^{-t_D/RC}) \right] \right\}^{1/2}. \quad (\text{C.5})$$

この関係式の導出は Evans^[110] に詳しく示されている。

さらに、この \bar{n}_k を使えば、 k チャネルにおいて j 回目の MCS 掃引によって集積される計数 N_{kj} は次式で与えられる。

$$N_{kj} \simeq \bar{n}_k t_D = V_f G r_k g t_D, \quad (C.6)$$

但し、繰り返す MCS の各掃引に対して \bar{n}_k は近似的に一定であると仮定した。そこで j によらない上式右辺を N_k^* と記す事になる。すると、この N_{kj} に対する標準偏差 $\sigma(N_{kj})$ は次式となる。

$$\sigma(N_{kj}) \simeq \sigma(N_k^*) = \left| \frac{\partial N_k^*}{\partial \bar{n}_k} \right| \sigma(\bar{n}_k) = t_D \sigma(\bar{n}_k), \quad (C.7)$$

最後に、MCS が全部で S_W 回掃引した結果、 k チャネルに集積している計数 N_k は、

$$N_k = \sum_{j=1}^{S_W} N_{kj} \simeq S_W N_k^* = S_W V_f G r_k g t_D, \quad (C.8)$$

となる。但し、 N_{kj} はその直前の掃引時の計数 N_{kj-1} とは独立であると仮定したが、これは時定数 RC に対して POS の一周期が充分長い事で保証されている。さて、この N_k に対する標準偏差は次式となる。

$$\sigma(N_k) = \left[\sum_{j=1}^{S_W} \sigma^2(N_{kj}) \right]^{1/2} \simeq \left[\sum_{j=1}^{S_W} 1 \right]^{1/2} \sigma(N_k^*) = S_W^{1/2} t_D \sigma(\bar{n}_k) \quad (C.9)$$

そこで、(C.4)(C.5)式を (C.9)式に代入し、(C.8)式を使うと結局 N_k に対して次式を得る。

$$\sigma(N_k) \simeq \left\{ V_f G g N_k \left[1 - \frac{RC}{t_D} (1 - e^{-t_D/RC}) \right] \right\}^{1/2} \quad (C.10)$$

上式の $e^{-t_D/RC}$ を $t_D \ll RC$ と仮定し展開して 2次まで取って整理すると本文に示した (146)式を得る。もし仮に $t_D \ll RC$ の条件が満足されていない場合には本文(146)式は (C.10)より大き目の値を与える事になる。従って (146)式は誤差の上限を与えている。

(この項 閉)

Appendix D 円柱状反射体付単一炉に対する動特性方程式

1次元円柱体系の炉心領域における時間依存中性子束 $\psi(r, t)$ は次の方程式で表わされるとする。

$$D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \psi(r, t) \right] - \Sigma_a \psi + \nu \Sigma_f (1 - \beta) \psi + \nu \Sigma_f \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_{-\infty}^t \psi(r, t') e^{-(t-t')} dt' + \delta \Sigma_a(r, t) \psi(r, t) + S_c(r) = \frac{1}{v} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (D.1)$$

また、この体系に擾動 $\delta \Sigma_a(r, t)$ が加わる以前の状態に対する随伴固有値方程式を

$$D^i D^2 f_n^*(r) + (\nu \Sigma_f^i - \Sigma_a^i) f_n^*(r) = \rho_n \nu \Sigma_f^i f_n^*(r), \quad (D.2)$$

と定義する。但し サックス i は領域を示し、反射体 ($i=r$) においては $\nu \Sigma_f^i = 0$ である。

さて時間依存中性子束 $\psi(r, t)$ を時間関数 $P(t)$ と形状関数 $\phi(r, t)$ の積で表現し — $P(t)$ および $\phi(r, t)$ は本文(152), (153)式で定義 —, さらに次の演算を行う。

$$\int_0^R \left\{ (D.1) \text{式} \times f_0^*(r) - [(D.2) \text{式} \text{の } n=0] \times \psi(r, t) \right\} \times 2\pi r dr,$$

この演算の結果に本文(154)式の規格化定数 C , 本文(155)式の擾動反応度 $\delta P(t)$ を使って整理すると次式となる。

$$\frac{1}{\nu \Sigma_f C} \frac{dP(t)}{dt} = \frac{R}{\nu \Sigma_f C} \left[f_0^*(R) D \frac{\partial \psi(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=R} - \psi(R, t) D \frac{df_0^*(r)}{dr} \Big|_{r=R} \right] + [\rho_0 - \delta P(t) - \beta] P(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_{-\infty}^t P(t') e^{-\lambda(t-t')} dt' + S, \quad (D.3)$$

但し、 S は外部中性子源をあらわす。

$$S \equiv \int_0^R r f_0^*(r) S_c(r) dr / \nu \Sigma_f \int_0^R r f_0^*(r) f_0(r) dr.$$

次に、(D.3)式の境界項を中性子流と随伴中性子流で表現すると

$$4 [j_0^*(R) j^-(R, t) - j_0^{*+}(R) j^+(R, t)]$$

となる。ここで“炉心境界から反射体へ出て行く中性子流は時間関数に比例する”という近似

$$j^+(R, t) \simeq j_0^+(R) P(t)$$

を使い, また 炉心に入ってくる中性子 $j^-(R, t)$ には応答関数の定義

$$j^-(R, t) = \int_0^\infty j^+(R, t-\tau) G_r(\tau) d\tau,$$

を利用して境界項を書き直して整理すると, 次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{V \Sigma_f V} \cdot \frac{dP(t)}{dt} = & \frac{4R}{V \Sigma_f C} \left[j_0^{*-}(R) j_0^{*+}(R) \int_0^\infty P(t-\tau) G_r(\tau) d\tau - j_0^{*+}(R) j_0^{*-}(R) P(t) \right] \\ & + [\rho_0 - \delta \rho(t) - \beta] P(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \int_0^\infty P(t-t') e^{-\lambda t'} dt' + S \end{aligned}$$

これは本文 (151) 式に他ならない。

(この項 終)

Appendix E 円柱体形における随伴中性子流の導出

外部中性子源の無い無限円柱体系に対する随伴輸送方程式^[111]を満足している単一速度、角度依存随伴中性子束を $\Phi_0^*(r, \mu, \chi)$ で表わす。この $\Phi_0^*(r, \mu, \chi)$ は図Eに示した座標系において、点Pで Ω 方向に運動している中性子に属する中性子束を表現している。

角度依存随伴中性子束 $\Phi_0^*(r, \mu, \chi)$ をルジャンドルの陪関数 $P_\ell^m(\mu)$ で展開すると^[112]、

$$\Phi_0^*(r, \mu, \chi) = \frac{1}{4\pi} \left[\phi_0^{*0}(r) + 3(1-\mu^2)^{1/2} \cos \chi \phi_1^{*1}(r) \right] \quad (E.1)$$

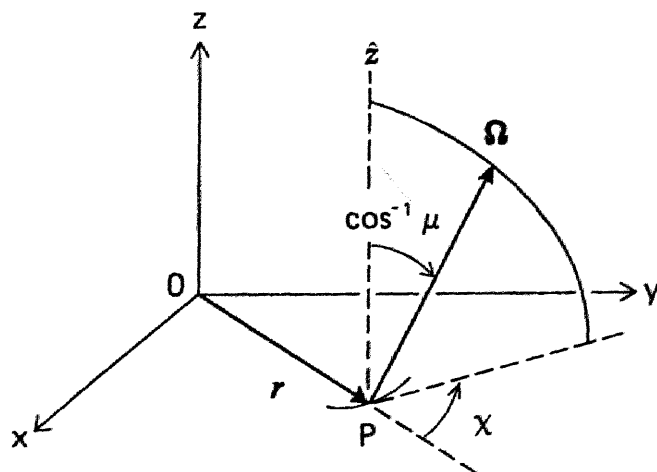
と表現できる。但し、ここで $\phi_0^{*0}(r)$ 、 $\phi_1^{*1}(r)$ は次の様に定義される量であり、各々随伴中性子束 $f_0^*(r)$ 、正味の随伴中性子流 $j_0^*(r)$ に相当する。

$$\phi_0^{*0}(r) \equiv \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\chi \Phi_0^*(r, \mu, \chi) = f_0^*(r),$$

$$\phi_1^{*1}(r) \equiv \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\chi \Phi_0^*(r, \mu, \chi) (1-\mu^2)^{1/2} \cos \chi = j_0^*(r).$$

[113]

さて、円柱体形に対する随伴輸送方程式に標準的な手法を使って、次の様な P-1 近似の随伴方程式を導く事ができる。



図E. Coordinate System taken for a Cylindrical System.

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{d j_0^*(r)}{dr} - \frac{1}{r} j_0^*(r) + [\Sigma_a^k - \nu \Sigma_f^k (1-p_0)] f_0^*(r) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (E.2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{3} \frac{d f_0^*(r)}{dr} - (\Sigma_t^k - \bar{\mu} \Sigma_s^k) j_0^*(r) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (E.3)$$

但し、サフィックス k は領域を示し、減速材体系ならば当然 $\nu \Sigma_f^k = 0$ である。まず拡散方程式を

$$D^k \equiv \frac{1}{3(\Sigma_t^k - \bar{\mu} \Sigma_s^k)} \quad (E.4)$$

と定義すれば、(E.3)式から次式を得る。

$$j_0^*(r) = D^k \frac{d f_0^*(r)}{dr} \quad (E.5)$$

さらに、これを (E.2)式に使用して $j_0^*(r)$ を消去すると、

$$D^k \left[\frac{d^2 f_0^*(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d f_0^*(r)}{dr} \right] + (\nu \Sigma_f^k - \Sigma_a) f_0^*(r) = \nu \Sigma_f^k p_0 f_0^*(r), \quad (E.6)$$

を得る。これは 随伴固有関数の基本モード $f_0^*(r)$ の方程式である。

次に $\Phi_0^*(r, \mu, \chi)$ を角度に関して半分に渡って積分する事で r 方向に対する随伴中性子流を定義する。すなわち、

$$j_0^{*+}(r) \equiv 2 \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{\pi/2} d\chi \Phi_0^*(r, \mu, \chi) (1-\mu^2)^{1/2} \cos \chi, \quad (E.7)$$

$$j_0^{*-}(r) \equiv -2 \int_{-1}^1 d\mu \int_{\pi/2}^{\pi} d\chi \Phi_0^*(r, \mu, \chi) (1-\mu^2)^{1/2} \cos \chi. \quad (E.8)$$

(E.1)式を (E.7)(E.8)式に代入し、そして (E.5)式を利用すれば次の関係式を得る。

$$j_0^{*\pm}(r) = \frac{1}{4} \left[f_0^*(r) \pm 2D^k \frac{d f_0^*(r)}{dr} \right],$$

これが論文中の (157)式に他ならない。ここで (E.5)式及び上式の $d f_0^*/dr$ の符号が、対応する中性子束に関する式の $d f_0/dr$ の符号と逆になっている点に注意を要する。

(この項終)

Appendix F 円環状反射体領域の応答関数

内側半径 R , 外側半径 L の円環状反射体領域 (図 V.1) の応答関数は, 次の時間依存拡散方程式の解 $\psi(\rho, t)$ から導かれる.

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \psi(\rho, t)}{\partial t} = D \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial \psi(\rho, t)}{\partial \rho} \right] - \Sigma_a \psi \quad (\text{F.1})$$

但し, 境界条件は, 内側境界 ($\rho=R$) からパルス状の λ 射流

$$j^+(R, t) = \frac{1}{4} \left[\psi(R, t) - 2D \frac{\partial \psi(\rho, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R} \right] = Q_0 \delta(t) \quad (\text{F.2})$$

があり, 外側境界 ($\rho=L$) からは λ 射流がないとする.

$$j^-(L, t) = \frac{1}{4} \left[\psi(L, t) + 2D \frac{\partial \psi(\rho, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=L} \right] = 0. \quad (\text{F.3})$$

時間依存拡散方程式解法の常套手段としてラプラス変換で解く.

ラプラス変換を,

$$\tilde{\psi}(\rho, s) = \int_0^\infty \psi(\rho, t) e^{-st} dt,$$

と定義すると, (F.1) 式は次の様になる.

$$\rho^2 \frac{d^2 \tilde{\psi}(\rho, s)}{d\rho^2} + \rho \frac{d\tilde{\psi}}{d\rho} - K^2 \tilde{\psi} = 0, \quad (\text{F.4})$$

但し, K^2 は次の量である.

$$K^2 = \frac{\Sigma_a}{D} + \frac{s}{vD}$$

(F.4) 式を (F.2)(F.3) 式をラプラス変換した境界条件の下で解き $\tilde{\psi}(\rho, s)$ を求める.

これから, 反射に関する応答関数のラプラス変換型 $\tilde{G}_r(s)$ が次の定義に従って計算できる.

$$\tilde{G}_r(s) = \frac{j^-(R, s)}{Q_0} = \frac{1}{4Q_0} \left[\tilde{\psi}(R, s) + 2D \frac{d\tilde{\psi}(\rho, s)}{d\rho} \Big|_{\rho=R} \right] \quad [113]$$

この具体型は, $I_0(K\rho)$, $I_1(K\rho)$, $K_0(K\rho)$, $K_1(K\rho)$ を変形ベッセル関数とすれば次の様に表現される.

$$\tilde{G}_r(s) = \frac{[I_0(KR) + 2DK I_1(KR)] \cdot [K_0(KL) - 2DK K_1(KL)] - [I_0(KL) + 2DK I_1(KL)] \cdot [K_0(KR) - 2DK K_1(KR)]}{[I_0(KR) - 2DK I_1(KR)] \cdot [K_0(KL) - 2DK K_1(KL)] - [I_0(KL) + 2DK I_1(KL)] \cdot [K_0(KR) + 2DK K_1(KR)]} \quad (F.5)$$

平均反射体滞在時間 $\bar{\tau}_r$ を計算するには、 $\tilde{G}_r(s)$ の微分型が必要となる。

これは、上式を丁寧に s について微分すれば得られて、次式になる。

$$\frac{d\tilde{G}_r(s)}{ds} = \frac{1}{2VDK} \cdot \frac{\alpha \times [(F.5) \text{式分母}] - \beta \times [(F.5) \text{式分子}]}{[(F.5) \text{式分母}]^2} \quad (F.6)$$

但し、 α, β は各々次の量である。

$$\begin{aligned} \alpha \equiv & [RI_1(KR) + 2DKR I_0(KR)] \cdot [K_0(KL) - 2DK K_1(KL)] \\ & - [I_0(KR) + 2DK I_1(KR)] \cdot [LK_1(KL) - 2DKL K_0(KL)] \\ & - [LI_1(KL) + 2DKL I_0(KL)] \cdot [K_0(KR) - 2DK K_1(KR)] \\ & + [I_0(KL) + 2DK I_1(KL)] \cdot [RK_1(KR) - 2DKR K_0(KR)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta \equiv & [RI_1(KR) - 2DKR I_0(KR)] \cdot [K_0(KL) - 2DK K_1(KL)] \\ & - [I_0(KR) - 2DK I_1(KR)] \cdot [LK_1(KL) - 2DKL K_0(KL)] \\ & - [LI_1(KL) + 2DKL I_0(KL)] \cdot [K_0(KR) + 2DK K_1(KR)] \\ & + [I_0(KL) + 2DK I_1(KL)] \cdot [RK_1(KR) - 2DKR K_0(KR)] \end{aligned}$$

従って、(F.5)(F.6)式から 平均中性子反射体滞在時間 $\bar{\tau}_r$ は次式で計算できる。

$$\bar{\tau}_r \equiv - \frac{\tilde{G}'(s)}{\tilde{G}(s)} \Big|_{s=0} = \frac{1}{2VDK_0} \left[\frac{\beta}{(F.5) \text{式分母}} - \frac{\alpha}{(F.5) \text{式分子}} \right]_{K=K_0}$$

但し K_0 は $(\Sigma a/D)^{1/2}$ である。

(この項終)

Appendix G 中性子波伝播定数

増倍物質からなる無限媒質中に $S_0 e^{i\omega t} / 2\pi r^2$ の強さを持つ点状振動源が存在する場合、時間依存中性子束 $\Phi_c(r, t)$ は点状源を原点とする極座標系を使った次の時間依存拡散方程式を満足する。但し遅発中性子の効果を積分核の表示で方程式に含めた。

$$D \left[\frac{\partial^2 \Phi_c}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Phi_c}{\partial r} \right] + \left[\nu \Sigma_f (1 - \beta) - \Sigma_a \right] \Phi_c + \sum_j \nu \Sigma_f \lambda_j \beta_j \int_{-\infty}^t \Phi_c(r, t') e^{-\lambda_j(t-t')} dt' + \frac{S_0}{2\pi r^2} e^{i\omega t} \delta(r) = \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi_c}{\partial t} \quad (G.1)$$

ここで、 $r \neq 0$ 以外の領域をまず考え、

$$\Phi_c(r, t) = \varphi(r) e^{i\omega t} \quad (G.2)$$

と変数分離を仮定して (G.1) 式に代入して整理すると $\varphi(r)$ の満たすべき方程式を得る。

$$\frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{1}{D} \left[\nu \Sigma_f \left(1 - i\omega \sum_j \frac{\beta_j}{\lambda_j + i\omega} \right) - \Sigma_a - \frac{i\omega}{v} \right] \varphi = 0, \quad (G.3)$$

ここで

$$B^2 \equiv \frac{1}{D} \left[\nu \Sigma_f \left(1 - i\omega \sum_j \frac{\beta_j}{\lambda_j + i\omega} \right) - \Sigma_a - \frac{i\omega}{v} \right], \quad (G.4)$$

と置いて、(G.3) 式を、

① $r = \infty$ において中性子束は発散しない。

② $r = 0$ において振動源の強さに等しい。 $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} 4\pi \epsilon^2 J(\epsilon) = S_0$,

$$\text{但し, } J(\epsilon) = -D \frac{d\varphi(r)}{dr} \Big|_{r=\epsilon},$$

の境界条件の下に解くと次の解を得る。

$$\varphi(r) = \frac{S_0}{4\pi D} \cdot \frac{e^{-iBr}}{r} \quad (G.5)$$

ここでさらに、複素量 B を実数部 $\xi_c > 0$ と虚数部 $\alpha_c > 0$ に別けて

$$B \equiv \xi_c - i\alpha_c$$

と置き、これを (G.5) さらに (G.2) 式に代入すれば、時間依存中性子束 $\Phi_c(r, t)$ は結局

$$\Phi_c(r, t) = \frac{S_0}{4\pi D} \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-\alpha_c r} e^{i(\omega t - \xi_c r)},$$

となる。この式は中性子束が減衰定数 α_c に従って減衰し、 ξ_c だけの位相遅れを持つ波の様にみなせる事を示している。

ここで、 α_c , ξ_c は (G.4) 式を使用して計算する事ができる。その結果は次の様になる。

$$\alpha_c = \left[\frac{\sqrt{X^2 + Y^2} - X}{2} \right]^{1/2},$$

$$\xi_c = \left[\frac{\sqrt{X^2 + Y^2} + X}{2} \right]^{1/2},$$

但し、

$$X = \frac{\nu \Sigma_f - \Sigma_a}{D} - \frac{\nu \Sigma_f}{D} \sum_j \frac{\beta_j}{1 + (\lambda_j/\omega)^2}$$

$$Y = \frac{\omega}{\nu D} + \frac{\nu \Sigma_f}{D} \sum_j \frac{(\lambda_j/\omega) \beta_j}{1 + (\lambda_j/\omega)^2}$$

である。

媒質が減速材だけで増倍物質を含まない場合には、(G.1) 式のかわりに次の方程式を解く事になる。

$$D \left[\frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Phi_m}{\partial r} \right] - \Sigma_a \Phi_m + \frac{S_0}{2\pi r^2} e^{i\omega t} \delta(r) = \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$$

増倍物質の場合と同じ手法で解く事により

$$\Phi_m(r, t) = \frac{S_0}{4\pi D} \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-\alpha_m r} e^{i(\omega t - \xi_m r)}$$

の解を得る。やはりこれも減衰定数 α_m , 位相遅れ ξ_m を持つ波とみなす事が出来る。但し、ここで α_m, ξ_m は $K = \alpha_m + i\xi_m$, $K^2 = \Sigma_a/D + i\omega/\nu D$ を満足するという条件から決定されて次の様になる。

$$\alpha_m = \left[\frac{\sqrt{(\Sigma_a/D)^2 + (\omega/\nu D)^2} + \Sigma_a/D}{2} \right]^{1/2},$$

$$\xi_m = \left[\frac{\sqrt{(\Sigma_a/D)^2 + (\omega/\nu D)^2} - \Sigma_a/D}{2} \right]^{1/2}.$$

(この項終)

引用文献

第 I 章

- (1) 須田信英, "原子炉の動特性と制御," 東京同文書院 (1969).
- (2) 武田充司, "空間依存動特性におけるモード伝達関数法とその応用," 東京大学 学位論文 (1966).
- (3) W. M. Stacey Jr., "Space-Time Nuclear Reactor Kinetics," Academic Press, New York (1969).
- (4) C. E. Cohn, R. J. Johnson, and R. N. Macdonald, Nucl. Sci. Eng., 26, 198 (1966).
- (5) R. A. Danofsky, Nucl. Sci. Eng., 36, 28 (1969).
- (6) G. I. Bell and S. Glasstone, "Nuclear Reactor Theory," p.47, Van Nostrand Reinhold Company, New York (1970).
- (7) A. Shimizu and K. Aoki, "Application of Invariant Embedding to Reactor Physics," Academic Press, New York (1972).
- (8) G. C. Baldwin, Nucl. Sci. Eng., 6, 320 (1959).
- (9) W. Seifritz and R. W. Albrecht, Nukleonik, 11, 149 (1968).
- (10) U. Farinelli and N. Pacilio, Nucl. Sci. Eng., 36, 39 (1969).
- (11) D. E. Jeffers and E. Humphreys, Nukleonik, 12, 284 (1969).
- (12) T. Kawai, J. Nucl. Sci. Technol., 2, 245 (1965).
- (13) T. Kawai, J. Nucl. Sci. Technol., 2, 285 (1965).
- (14) R. A. Rydin, J. A. Burke, W. E. Moore, and K. W. Seemann, Nucl. Sci. Eng., 46, 179 (1971).
- (15) "京大高中性子束炉 構造の概要," 京都大学原子炉実験所 (1976年10月).
- (16) R. Avery, "Theory of Coupled Reactors," Proc. 2nd Int. Conf. on Peaceful Uses At. Energy, Vol.12, p.182, Geneva (1958).
- (17) C. N. Kelber, "The Theoretical Physics of the Argonaut Reactor," ANL-5710, Argonne National Laboratory (1957).
- (18) A. R. Boynton and R. E. Uhrig, Nucl. Sci. Eng., 18, 220 (1964).
- (19) R. A. Hendrickson and G. Murphy, Nucl. Sci. Eng., 31, 215 (1968).

- (20) R. A. Danofsky, "Cross Power Spectral Measurements in University Training Reactor-10", Proc. Noise Analysis Nuclear Systems Symp., AEC Symposium Series 4, TID-7679, p.229, U. S. Atomic Energy Commission (1964).
- (21) G. Kussmaul, Nukleonik, 12, 28 (1968).
- (22) D. E. Jeffers and K. Hall, Nucl. Sci. Eng., 31, 358 (1968).
- (23) C. G. Chezem and W. H. Köhler, Eds., Proc. Nat. Topl. Mtg. "Coupled Reactor Kinetics," Texas A & M University Press (1967).
- (24) K. Sumita and Y. Kaneko, J. Nucl. Sci. Technol., 4, 491 (1967).
- (25) 金子義彦, 秋濃藤義, 北館寛二, 黒川良右, "濃縮ウラン黒鉛減速炉心の臨界実験," JAERI 1257, p. 30, 日本原子力研究所 (1977).
- (26) 金子義彦, "パルス中性子法による熱中性子炉に関する基礎的研究," JAERI-memo-3777, 日本原子力研究所 (1969).

第II章

- (27) A. M. Weinberg and H. C. Schweinler, Phys. Rev. II, 74, 851 (1948).
- (28) G. R. Keepin, "Physics of Nuclear Kinetics," p.330, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts (1965).
- (29) Ref.(1), p.80 and Ref.(28), p.337.
- (30) V. Raievski and J. Horowitz, "Determination of the Mean Transfer Free Path of Thermal Neutrons by Measurement of the Complex Diffusion Length," Proc. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, Vol.5, P/360, p.42, Geneva (1955).
- (31) A. Z. Akcasu, G. S. Lellouche, and L. M. Shotkin, "Mathematical Methods in Nuclear Reactor Dynamics," p.90, Academic Press, New York (1971).
- (32) V. A. Ambarzumian, Compt. Rend. Acad. Sci. URSS 38, 299 (1943).
- (33) R. Bellman, R. Kalaba, and G. M. Wing, J. Math. Mech., 7, 149 (1958).
- (34) D. S. Selegut, "Partial Current Representations in Reactor Physics," KAPL-2229 (1963).
- (35) Ref.(7), p.171.

- (36) J. R. Lamarsh, "Introduction to Nuclear Reactor Theory," Section 8.1, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts (1966).
訳書 武田充司, 仁科浩二郎, "ラマ-シュ 原子炉の初等理論," 吉岡書店 (上巻 1974年, 下巻 1976年).
- (37) Ref.(36), Section 8.9.
- (38) Ref. (36), Section 15.2.
- (39) J. Lewins, "Importance, The Adjoint Function," Pergamon Press, Oxford (1965).
- (40) A. F. Henry, Nucl. Sci. Eng., 3, 52 (1958).

第Ⅲ章

- (41) Ref.(1), p.77.
- (42) D. D. Ebert, J. D. Clement, and W. H. Stacey, Jr., Nucl. Sci. Eng., 55, 368 (1974).
- (43) Ref.(8) に G. S. Pawlicki からの私信として示されている。
- (44) A. R. Boynton and R. E. Uhrig, Nucl. Sci. Eng., 18, 220 (1964).
- (45) 神田啓治, 小林圭二, 林正俊, 柴田俊一, "京都大学臨界集合体実験装置 (KUCA) による炉物理実験," 日本原子力学会誌, 21, 557 (1979).
- (46) 嵯峨根俊光, 柴田俊一, "京都大学臨界実験装置 (KUCA) 軽水減速架台," KURRI-TR-178, 京都大学原子炉実験所 (1978).
- (47) M. Hayashi, "The Group Constants for Water-Moderated Core of KUCA," Annual Reports of the Research Reactor Institute, Kyoto University, 12, 174 (1979).
- (48) S. Wakamatsu, K. Nishina, K. Hashimoto, and T. Fujishiro, "Reactor Physics Group Constants for the C-Core of the Kyoto University Critical Assembly," Memoirs of the Faculty of Engineering, Nagoya University, 31, 196 (1979).
- (49) 桂木 学, 鈴木友雄, "EXPANDA: 高速炉用1次元拡散コード," JAERI 1091, 日本原子力研究所 (1965).

- (50) 仁科浩二郎, 他, "高中性子束炉設計サ-ベイ計算報告書," 昭50年度 春季
研究室活動報告書, 名古屋大学工学部原子核工学科玉河研究室 (1975).
- (51) 桂木 亨, 森口 敏一, 久家 靖史, "速中性子常数コード 7044 UGMG," JAERI 1104,
日本原子力研究所 (1965).
- (52) H. Honeck, "THERMOS: A Thermalization Transport Theory Code
for Reactor Lattice Calculation," BNL-5826, Brookhaven National
Laboratory (1961).
- (53) Ref.(36), Section 10.5.
- (54) T. B. Fowler and M. L. Tobias, "EQUIPOISE-3: A Two-Dimensional,
Two-Group Neutron Diffusion Code for the IBM-7090 Computer,"
ORNL-3199, Oak Ridge National Laboratory (1960).
- (55) Ref.(36), Section 10.5.
- (56) R. W. Albrecht and W. Seifritz, Nukleonik, 11, 143 (1968).
- (57) 村田尚え, "パルス入力に対する結合炉即発中性子成分の減衰の理論解析,"
卒業論文, 名古屋大学工学部 (1978).
- (58) 村田尚え, 山根義宏, 仁科浩二郎, "2点炉パルス応答のノード法およびモード法
表示, 振動解の検討," 昭53年度日本原子力学会 秋の分科会予稿集, C31 (1978).
- (59) G. C. Hopkins and F. T. Adler, "Transfer Functions and Re-
sponse for Coupled Core Reflected Systems," Proc. Nat. Topl.
Mtg. Coupled Reactor Kinetics, Texas A & M University, p.42
(1967).

第Ⅳ章

- (60) F. R. N. McDonnell and M. J. Harris, J. Nucl. Energy, 26,
129 (1972).
- (61) F. C. Difilippo and R. M. Waldman, Nucl. Sci. Eng., 61, 60
(1976).
- (62) A. S. Tai and J. P. Schneeberger, Annals Nucl. Energy, 4,
443 (1977).
- (63) J. D. Orndoff, Nucl. Sci. Eng., 2, 450 (1957).
- (64) R. Feynman et al., J. Nucl. Energy, 3, 64 (1956).

- (65) E. Türkcan and J. B. Dragt, *Annals Nucl. Energy*, 2, 217 (1975).
- (66) M. Edelmann, J. Ehrhardt, and W. Vöth, *Annals Nucl. Energy*, 2, 207 (1975).
- (67) D. D. Ebert, J. D. Clement, and W. M. Stacey, Jr., *Nucl. Sci. Eng.*, 55, 368 (1974).
- (68) E. Viehl, *Nucl. Sci. Eng.*, 56, 422 (1975).
- (69) J. P. Genoud, *Annals Nucl. Energy*, 4, 435 (1977).
- (70) H. Takeuchi, "Experimental Determination of Cross-Power Spectra between Neutron Fluctuations in Light Water Moderated Zero-Power Coupled Cores," Master thesis, Department of Nuclear Engineering, Kyoto University (1976).
- (71) H. Takeuchi, S. Shiroya, and K. Kanda, "Measurements of Cross-Power Spectral Densities in Light Water Moderated Zero-Power Coupled Cores," *Annual Reports of the Research Reactor Institute, Kyoto University*, 11, 1 (1978).
- (72) A. Belleni-Morante, *J. Nucl. Energy*, 21 867 (1967).
- (73) H. H. Helmick and C. G. Chezem, "Summary of Coupled Kiwi Experience," *Proc. Nat. Topl. Mtg. Coupled Reactor Kinetics*, Texas A & M University, p.29 (1967).
- (74) S. J. Gage, "Numerical Analysis of Physically Realistic Coupling Models," *Proc. Nat. Topl. Mtg. Coupled Reactor Kinetics*, Texas A & M University, p.230 (1967).
- (75) 伊藤正美, "自動制御概論," p.145. 昭晃堂 (1968).
- (76) S. Shiroya, et al., "Measurements of Frequency Responses in Light Water Moderated and Heavy Water Reflected Zero-Power Coupled Cores," Submitted to *Annual Reports of the Research Reactor Institute, Kyoto University* (1980).
- (77) 田中数馬, "2分割型炉心の動特性パラメータ測定 KUCA パイルオシレータ実験," 修士論文, 名古屋大学工学部 (1978).
- (78) 田中数馬, 他, "軽水減速2分割炉心のパイルオシレータ実験, C35G0, C35G|₁₀H₂O|," KUCA 共同利用実験報告書, 京大原子炉実験所 (1977年8月).
- (79) 田中数馬, 他, "軽水減速2分割炉心のパイルオシレータ実験(Ⅱ), C35G0, C35G|₁₀H₂O|," KUCA 共同利用実験報告書, 京大原子炉実験所 (1977年9月).

- (80) 山根義宏, 他, "軽水減速2分割炉心のパイルオシレータ実験(Ⅲ), C35G| γ H₂O| — 周波数応答と中性子束分布 —," KUCA共同利用実験報告書, 京大原子炉実験所(1978年8月).
- (81) 山根義宏, 他, "軽水減速2分割炉心のパイルオシレータ実験(Ⅳ), C35G| γ H₂O| — 周波数応答と中性子束分布 —," KUCA共同利用実験報告書, 京大原子炉実験所(1978年12月).
- (82) Ref.(36), Section 15.3.
- (83) Y. Yamane and H. Tamagawa, J. Nucl. Sci. Technol., 12, 772 (1975).
- (84) J. E. Parks, G. S. Hurst, T. E. Stewart, and H. L. Weidner, Journ. Chemical Physics, 57, 5467 (1972).
- (85) K. Nishina, Private Communication (1977).
- (86) 村田尚え, "多点炉P₆₁-Bell方程式の導出とその応用(KUCA軽水2分割炉心の中性子相関実験)," 修士論文, 名古屋大学工学部(1980).
- (87) 石川敏夫, "非対称結合炉における各炉心応答の遅延時間," 卒業論文, 名古屋大学工学部(1980).

第Ⅶ章

- (88) R. E. Peterson and G. A. Newby, Nucl. Sci. Eng., 1, 112 (1956).
- (89) Y. Kaneko, F. Akino, R. Kurokawa, and K. Sumita, J. Nucl. Sci. Technol., 4, 466 (1967).
- (90) H. Kuroi, T. Yasuno, H. Mitani, and K. Koyama, J. Nucl. Sci. Technol., 1, 73 (1964).
- (91) J. A. Hanson and L. R. Foulke, Nucl. Sci. Eng., 17, 528 (1963).
- (92) A. M. Weinberg and E. P. Wigner, "The Physical Theory of Neutron Chain Reactors," Chap.16, The University of Chicago Press, Chicago (1958).
- (93) Ref.(6), Chap.6.
- (94) Ref.(36), Section 15.5.
- (95) Ref.(28), p.166.

- (96) A. F. Henry, Nucl. Sci. Eng., 20, 338 (1964).
- (97) K. Inoue, M. Iizumi, S. Kobayashi, and K. Sumita, "Measurements and Calculation for Graphite-Moderated Enriched-Fuel Critical Assembly, SHE, "JAERI 1032, Japan Atomic Energy Research Institute (1962).
- (98) 秋濃藤義, 金₃義彦, 北館憲ニ, 黒川良右, 安田秀志, 竹内稔亮, "濃縮ウラン黒鉛減速炉心における臨界質量の測定と解析," JAERI-M 6739, 日本原子力研究所, (1976).
- (99) 大塚益比古, "反射体の反射特性," 日本原子力学会誌, 2, 276 (1960).
- (100) 藤井 勝, "反射体付原子炉の OMEGA-MODE 固有値と固有関数," 卒業論文, 名古屋大学工学部 (1978).
- (101) R. M. Jefferson, "Sandia Pulsed Reactor," Proc. Nat. Topl. Mtg. Fast Burst Reactors, University of New Mexico, Albuquerque, New Mexico, January 28-30, 1969, AEC Symp. Series 15, CONF-690102, p.105, U. S. Atomic Energy Commission (1969).
- (102) C. K. Rice, H. A. Kurstedt, Jr., and R. J. Onega, Trans. Am. Nucl. Soc., 23, 589 (1976).

第 VI 章

- (103) Ref.(36), Section 10.2.
- (104) 大塚益比古, "原子炉物理 — 中性子インポートランスと原子炉雑音の理論 —," 共立物理学講座 24, 共立出版 (1972).
- (105) 山根義宏, 他, "応答関数法と α -モード法による KUCA 体系での中性子平均寿命の計算," 昭54年度春季研究室活動報告書, 名古屋大学工学部原子核工学科玉河研究室 (1979).
- (106) 深井佑造, "原子炉計算における衝突確率法の概要," 名古屋大学工学部原子核工学科 特別講義資料 (1979年12月).

- (107) 下桶敏則, 野村靖, 内藤徹孝, "核燃料取扱施設の臨界安全解析,"
日本原子力学会誌, 22, 223 (1980).

Appendix

- (108) R. V. Churchill, "Operational Mathematics," 2nd ed. McGraw-Hill Book Company, New York (1958).
- (109) W. J. Price, "Nuclear Radiation Detection," 2nd ed. p.66, McGraw-Hill Book Company, New York (1964).
- (110) R. D. Evans, "The Atomic Nucleus," p.803, McGraw-Hill Book Company, New York (1955).
- (111) Ref.(6), Chap.3.
- (112) J. H. Tait, "The Calculation of the Fine Structure of the Thermal Neutron Flux in a Pile, by the Spherical Harmonic Method," Proc. Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy, Geneva, 1955, 5, 418, United Nations, New York (1956).
- (113) M. Abramowitz and I. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions," Dover Publications, Inc., New York (1965).

発表論文リスト

本論文の基礎となった著者の公開論文は、次の通りである。減速材領域応答関数法の理論に関するオII,III章は論文(2)に、結合炉の周波数応答実験のオIV章は論文(4)、そのうちデータ処理は論文(1)に、また中性子生成時間のオV章は論文(3)に依っている。

- (1) Yoshihiro Yamane and Hajime Tamagawa,
"A New Method of Neutron Wave Measurements,"
J. Nucl. Sci. Technol., 12, pp.772-774 (1975).
- (2) Minoru Shinkawa, Yoshihiro Yamane, Kojiro Nishina, and Hajime Tamagawa, "Theoretical Analysis of Coupled-Core Reactors with the Method of the Moderator Region Response Function,"
Nucl. Sci. Eng., 67, pp.19-33 (1978).
- (3) Yoshihiro Yamane, Minoru Shinkawa, and Kojiro Nishina,
"The Derivation of Neutron Generation Time for Reflected Systems and Its Physical Interpretation," Nucl. Sci. Eng., 72, pp.244-255 (1979).
- (4) Yoshihiro Yamane, Kazuma Tanaka, Kojiro Nishina, Hajime Tamagawa, and Seiji Shiroya, "The Determination of Coupled-Core Kinetic Parameters through Frequency Response," Accepted to Nucl. Sci. Eng. (1980).

また本論文には直接関係しないが、中性子波の干渉現象に関する次の論文がある。

- (5) Yoshihiro Yamane, Kojiro Nishina, and Hajime Tamagawa,
"The Neutron Wave Interference Associated with the Neutron Slowing-down in Graphite," Atomkernenergie, 30, pp.36-38 (1977).