

## 振動インテンシティ計測法の基礎的検討\*

沖津 昭慶<sup>\*1</sup>, 畔上 秀幸<sup>\*1</sup>  
寺本 雅博<sup>\*2</sup>, 小林 秀孝<sup>\*3</sup>

## A Fundamental Study for Measurement of Vibration Intensity

Akiyoshi OKITSU, Hideyuki AZEGAMI,  
Masahiro TERAMOTO, and Hidetaka KOBAYASHI

This paper describes methods for measurement of vibration intensity. The object is to make differences clear in effectuality of the methods to the search of exciting and absorbing points on homogeneous beams or flat plates. The intensity measurements studied are the finite difference method, the finite difference method neglecting the cross terms of the two directions in the plane and the cross-spectrum method, in which the second and third methods are compared with the first basic method. The vibration intensity maps evaluated by these methods based on computational frequency response simulations show that (1) the cross-spectrum method which holds on the assumption of complete free field is effectual for the survey of paths of vibration energy flow in the rough, but it is not effectual for the search of the exciting and absorbing points, but (2) the finite difference method neglecting the cross terms is effectual for the survey the of paths and the search of the points.

**Key Words:** Vibration, Vibration intensity, Measurement, Numerical Analysis

## 1. 序 論

振動エネルギーの発生源と吸収部および伝達経路を突き止めることは、振動や騒音問題の対策を講ずる上での基本を成す。音に関しては気体を伝わる振動エネルギーの大きさや方向をもったベクトルを音響インテンシティと定義して、その計測法が確立され、各種の騒音対策に実用されている。それに対して弾性体を伝わる振動については振動エネルギーの大きさや方向を表すベクトルとして振動インテンシティが定義され、これが計測されれば振動の発生源や伝達経路を突き止められるものと期待されている。

この振動インテンシティに関する理論は、すでに平板を対象にして板理論を適用した基礎理論が紹介されている<sup>(1)-(3)</sup>。それによると平板の振動インテンシティを計測するためには、平面内直交二方向のクロス項を含んだ速度の距離に対する3階微分まで測定することが要求されている。しかし実際には計測の容易さから

このクロス項を無視し、さらに加振点や端部の効果を無視した完全自由場の仮定を導入したクロススペクトル法<sup>(1)-(3)</sup>が実用的であるとして報告されている<sup>(4)(5)</sup>。

ところが、このクロススペクトル法を適用した結果は、振動発生源および吸収部付近で不合理な様相を示し<sup>(4)(5)</sup>、振動インテンシティ計測の目的の一つである振動エネルギーの発生源と吸収部を突き止めることに對しては十分なものになっていない。

本研究の目的は、平板の振動インテンシティ計測について、基礎理論に対して有限差分法を適用した場合と、理論的な制約を越えてクロススペクトル法あるいは平面内直交二方向のクロス項を無視した有限差分法を適用した場合の結果に現れる差異を明確にすることである。本報ではこの目的に注目することから数値シミュレーションの結果を用いて検討を行う。

本論文では、まず平板の振動インテンシティの基礎理論と有限差分法とクロススペクトル法の導出過程を簡潔に示し、その後はりを対象にして一次元波について、続いて平板を対象にして二次元波について評価結果を示して考察を行う。

## 2. 理 論

本章では、平板の振動インテンシティについて基礎

\* 平成元年11月28日 第2回計算力学講演会において講演、原稿受付 平成元年4月10日。

<sup>\*1</sup> 正員、豊橋技術科学大学工学部 (〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

<sup>\*2</sup> 日立金属(株) (〒100 東京都千代田区丸の内2-1-2)。

<sup>\*3</sup> 三信工業(株) (〒432 浜松市新橋町1400)。

理論をまとめ、有限差分法とクロススペクトル法の導出過程を示す。

**2・1 基礎理論** 図1のような厚さ一様の等方性板要素とそれに作用する力とモーメントを考える。ただし次のように表記する。

$x, y, z$ : 座標

$\zeta$ : 面外変位

$Q_x, Q_y$ : 単位幅断面当たりのせん断力

$M_{xx}, M_{yy}$ : 単位幅断面当たりの曲げモーメント

$M_{xy}, M_{yx}$ : 単位幅断面当たりのねじりモーメント

古典的な板理論によれば次のような力と面外変位の関係が成立する。

$$M_{xx} = -B \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$M_{yy} = B \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$M_{xy} = -M_{yx} = B(1-\nu) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots (3)$$

$$Q_x = B \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \zeta) \dots\dots\dots (4)$$

$$Q_y = B \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \zeta) \dots\dots\dots (5)$$

$B$  は板の曲げ剛性であり次式で与えられる。

$$B = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $E$  はヤング率、 $h$  は板厚、 $\nu$  はポアソン比である。

平板の振動インテンシティは、この板が曲げ振動する場合に単位時間に  $x$  方向に法線をもつ単位幅断面において内力と外力の釣合いによって受け渡される振動エネルギーを  $W_x, y$  方向に法線をもつ単位幅断面についてのそれを  $W_y$  と表して、ベクトル ( $W_x, W_y$ ) で定義する。エネルギーは一般化力と一般化変位の積で定義されることから、式(1)~(5)の単位幅断面当たりの一般化力を考える場合には、 $x$  方向の時間  $t$  における瞬時の振動インテンシティ  $W_x(x, y, t)$  は次の

ように与えられる。

$$\begin{aligned} W_x(x, y, t) &= Q_x \frac{\partial \zeta}{\partial t} + M_{xx} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial t} + M_{xy} \left( -\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \partial t} \right) \\ &= B \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial t} \right. \\ &\quad \left. - (1-\nu) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \partial t} \right] \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

また測定時間  $T$  における振動インテンシティ  $W_x(x, y, t)$  の時間平均  $\langle W_x(x, y, t) \rangle_T$  は次式で定義される。

$$\langle W_x(x, y, t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T W_x(x, y, t) dt \dots\dots (8)$$

一方時間平均  $\langle W_x(x, y, t) \rangle_T$  は、フーリエ変換を利用して、周波数  $f$  におけるスペクトル密度  $W_x(x, y, f)$  によって次のように与えることもできる。

$$\langle W_x(x, y, t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(x, y, f) df \dots (9)$$

ただし、

$$\begin{aligned} W_x(x, y, f) &= \frac{2\pi f B}{j} \\ &\times \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \bar{\zeta}) \bar{\zeta}^* - \left( \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \bar{\zeta}^*}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. - (1-\nu) \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial x \partial y} \frac{\partial \bar{\zeta}^*}{\partial y} \right] \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$\bar{\zeta}$  は  $\zeta$  のフーリエ変換、 $\bar{\zeta}^*$  は  $\bar{\zeta}$  の複素共役、 $j = \sqrt{-1}$  である。

なお振動インテンシティとして、瞬時の振動インテンシティ  $W_x(x, y, t)$ 、時間平均  $\langle W_x(x, y, t) \rangle_T$ 、スペクトル密度  $W_x(x, y, f)$  と三つの定義を与えたが、本報ではスペクトル密度に注目することにして、それ以外のものは相互の関係において与えられるものとする。

$y$  方向に関してはそれぞれの関係式の  $x$  と  $y$  を入れ換えることによって与えられる。

**2・2 計測法** 有限差分法とクロススペクトル法の導出過程を示す。

**2・2・1 有限差分法** 式(10)中の各項を有限差分近似すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\nabla^2 \bar{\zeta})}{\partial x} &\approx \frac{1}{\Delta^3} (\bar{\zeta}_1 + \bar{\zeta}_2 - 5\bar{\zeta}_3 + \bar{\zeta}_4 \\ &\quad - \bar{\zeta}_5 + 5\bar{\zeta}_6 - \bar{\zeta}_7 - \bar{\zeta}_8) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\bar{\zeta} \approx \frac{1}{2} (\bar{\zeta}_3 + \bar{\zeta}_6) \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial x^2} \approx \frac{1}{2\Delta^2} (\bar{\zeta}_1 - \bar{\zeta}_3 - \bar{\zeta}_6 + \bar{\zeta}_8) \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial y^2} &\approx \frac{1}{2\Delta^2} (\bar{\zeta}_2 - 2\bar{\zeta}_3 + \bar{\zeta}_4 \\ &\quad + \bar{\zeta}_5 - 2\bar{\zeta}_6 + \bar{\zeta}_7) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta} (\bar{\zeta}_3 - \bar{\zeta}_6) \dots\dots\dots (15)$$

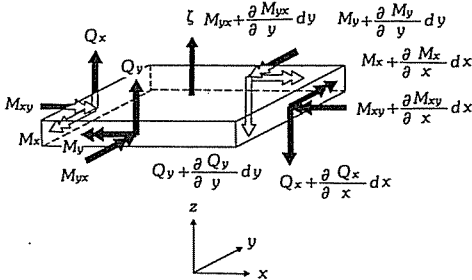


図1 板要素に作用する力とモーメント

$$\frac{\partial^2 \bar{\xi}}{\partial x \partial y} \approx \frac{1}{2\Delta^2} (\bar{\xi}_2 - \bar{\xi}_4 - \bar{\xi}_5 + \bar{\xi}_7) \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial y} \approx \frac{1}{4\Delta} (\bar{\xi}_2 - \bar{\xi}_4 + \bar{\xi}_5 - \bar{\xi}_7) \dots\dots\dots (17)$$

ただし、 $\Delta$ は差分間隔、 $\bar{\xi}_m$ の下付  $m$ は図2に示す計測点まわりの点番号に対応している。

スペクトル密度  $W_x(x, y, f)$ は、式(11)~(17)を式(10)に代入することによって次のように得られる。

$$W_x(x, y, f) \approx \frac{\pi f B}{j \Delta^3} \times [(\bar{\xi}_1 + \bar{\xi}_2 - 5\bar{\xi}_3 + \bar{\xi}_4 - \bar{\xi}_5 + 5\bar{\xi}_6 - \bar{\xi}_7 - \bar{\xi}_8)(\bar{\xi}_3^* + \bar{\xi}_6^*) - ((\bar{\xi}_1 - \bar{\xi}_3 - \bar{\xi}_6 + \bar{\xi}_8) + \nu(\bar{\xi}_2 - 2\bar{\xi}_3 + \bar{\xi}_4 + \bar{\xi}_5 - 2\bar{\xi}_6 + \bar{\xi}_7))(\bar{\xi}_3^* + \bar{\xi}_6^*) - \frac{(1-\nu)}{4}(\bar{\xi}_2 - \bar{\xi}_4 - \bar{\xi}_5 + \bar{\xi}_7) \times (\bar{\xi}_2^* - \bar{\xi}_4^* + \bar{\xi}_5^* - \bar{\xi}_7^*)] \dots\dots\dots (18)$$

一次元波( $x$ 方向)の場合のスペクトル密度  $W_x(x, f)$ は、式(10)と(18)に対応してそれぞれ次の式(19)と(20)のようになる。

$$W_x(x, f) = \frac{2\pi f B}{j} \left[ \left( \frac{\partial^3 \bar{\xi}}{\partial x^3} \right) \bar{\xi}^* - \left( \frac{\partial^2 \bar{\xi}}{\partial x^2} \right) \frac{\partial \bar{\xi}^*}{\partial x} \right] \dots\dots\dots (19)$$

$$W_x(x, f) \approx \frac{2\pi f B}{j \Delta^3} \left[ \bar{\xi}_3^* (\bar{\xi}_1 - 2\bar{\xi}_2 + \bar{\xi}_3) - \bar{\xi}_2^* (\bar{\xi}_2 - 2\bar{\xi}_3 + \bar{\xi}_4) \right] \dots\dots\dots (20)$$

ただし  $\bar{\xi}_m$ の下付  $m$ は図3に示す計測点まわりの点番号に対応している。

したがって振動インテンシティのスペクトル密度は、一つの計測点あたり二次元波の場合図2に示す8点、一次元波の場合図3に示す4点の面外変位のスペクトル密度を計測してそれぞれ式(18)あるいは式(20)によって評価することができる。

2・2・2 クロススペクトル法 力と面外変位の関

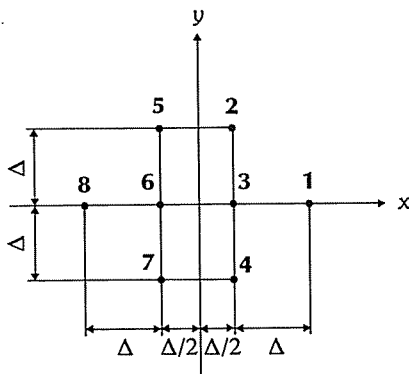


図2 有限差分法のための計測点

係式(1)~(3)を運動方程式に代入すると板の曲げ振動に対する波動方程式が得られる。

$$\left( \frac{B}{m} \right) \nabla^2 (\nabla^2 \xi) = - \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \dots\dots\dots (21)$$

$m$ は板の単位面積当たりの質量である。式(21)をフーリエ変換すると次式のようなになる。

$$\nabla^2 (\nabla^2 \bar{\xi}) - k^4 \bar{\xi} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

ただし、

$$k^4 = \left( \frac{m}{B} \right) (2\pi f)^2 \dots\dots\dots (23)$$

さらに一次元波( $x$ 方向)を仮定すると、式(22)は次のようになる。

$$\frac{\partial^4 \bar{\xi}}{\partial x^4} - k^4 \bar{\xi} = 0 \dots\dots\dots (24)$$

式(24)の一般解は、

$$\bar{\xi}(x, f) = C_1 e^{-j k x} + C_2 e^{j k x} + C_3 e^{-k x} + C_4 e^{k x} \dots\dots\dots (25)$$

ただし  $C_1, C_2, C_3, C_4$ は境界条件によって決定される複素定数である。

ここで  $C_3 = C_4 = 0$ の場合を考える。この仮定は無限の板が外力や拘束を受けずに振動している場合に成立する完全自由場の仮定であり、外力が加わる点や端部が存在する場合には成立しない関係である。この仮定を受け入れると振動インテンシティのスペクトル密度  $W_x(x, f)$ は、次のように与えられる。

$$W_x(x, f) = 4\pi f B k^3 (|C_1|^2 - |C_2|^2) \dots\dots\dots (26)$$

ここで次の関係を考慮すると、

$$\bar{\xi} \frac{\partial \bar{\xi}^*}{\partial x} - \bar{\xi}^* \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x} = j 2k (|C_1|^2 - |C_2|^2) \dots\dots (27)$$

次式を得る。

$$W_x(x, f) = \frac{(2\pi f)^2 \sqrt{B m}}{j} \left( \bar{\xi} \frac{\partial \bar{\xi}^*}{\partial x} - \bar{\xi}^* \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x} \right) = 2(2\pi f)^2 \sqrt{B m} \operatorname{Im} \left[ \bar{\xi} \frac{\partial \bar{\xi}^*}{\partial x} \right] \dots\dots\dots (28)$$

ただし  $\operatorname{Im} \left[ \bar{\xi} \frac{\partial \bar{\xi}^*}{\partial x} \right]$ は複素数  $\bar{\xi} \frac{\partial \bar{\xi}^*}{\partial x} / 2x$ の虚部である。式(28)を有限差分近似すると次のようになる。

$$W_x(x, f)$$

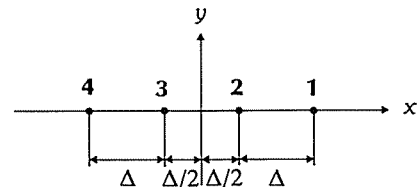


図3 一次元有限差分法のための計測点

$$\begin{aligned} &\approx 2(2\pi f)^2 \sqrt{Bm} \frac{\bar{\xi}_1 + \bar{\xi}_2}{2} \frac{\bar{\xi}_2^* - \bar{\xi}_1^*}{\Delta} \\ &\approx \frac{(2\pi f)^2 \sqrt{Bm}}{\Delta} (\bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2^* - \bar{\xi}_2 \bar{\xi}_1^*) \\ &= \frac{2(2\pi f)^2 \sqrt{Bm}}{\Delta} \text{Im}[\bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2^*] \dots \dots \dots (29) \end{aligned}$$

ただし  $\bar{\xi}_m$  の下付  $m$  は図4に示す計測点まわりの点番号に対応している。また  $\bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2^*$  は  $\xi_1$  と  $\xi_2$  のクロススペクトル密度である。

したがって、一次元波と完全自由場の仮定が満たされているときの振動インテンシティのスペクトル密度は、一つの計測点あたり計測点前後2点の面外変位のクロススペクトル密度を計測して式(29)によって評価することができる。

3. 評価結果と考察

本章では、はりと平板について行った周波数ごとの強制振動に対する数値シミュレーションの結果を用いて、前章で示した基礎理論に対して有限差分法を採用した場合と、クロススペクトル法および平板については平面内直交二方向のクロス項を無視した有限差分法を適用した場合の振動インテンシティースペクトル密度を評価し、両評価結果を比較することによって両計測法の差異を考察する。

評価方法は次のようである。総合構造解析システム ISAS II<sup>(6)</sup> を使用して有限要素モデルのモーダルパラメータを解析し、それによって計算される各節点の伝達関数(コンプライアンス)を出力する。その伝達関数は単位振幅力が作用したときの面外変位  $\xi$  のフーリエ変換  $\bar{\xi}$  になっていることから、各節点の伝達関数を各評価式の  $\bar{\xi}$  に代入すれば、周波数ごとの振動インテンシティが計算される。

3・1 はり(一次元波) 数値シミュレーションの対象として図5に示すようなはりを選んだ。境界条件は両端固定とした。振動エネルギーの吸収は構造減衰によって行われるものとした。構造減衰の係数  $g_e$  はアクリル製を想定して3%とした。加振点は場所を違えて2箇所設定した。それぞれの加振位置を图中AとB

で示す。使用した要素は2節点一次元はり要素で、要素分割は100(1要素長さ10mm)とした。図3あるいは図4の計測点は数値シミュレーションの結果が得られる各節点とした。したがって評価ポイントは各要素の中央、差分間隔  $\Delta$  は10mmと設定したことになる。

数値シミュレーションによって得られた1次から4次までの共振周波数における振動形状の結果および振動インテンシティースペクトル密度の評価結果を図6と7に示す。A点加振の場合が図6であり、B点加振の場合が図7である。それぞれの图中(a)が振動形状、(b)が有限差分法(FDM)による振動インテンシティースペクトル密度の評価結果、(c)がクロススペクトル法(CSM)による振動インテンシティースペクトル密度の評価結果である。なお便宜上、图中上向きのベクトルは右向き、下向きのベクトルは左向きを表すことにしている。またベクトルの大きさは最大ベクトルの大きさと規準化している。

これらの評価結果をみると、有限差分法による評価結果は加振点で振動エネルギーが湧き出て、両端に向かって減少していく様相を示している。さらに減少の様子を振動形状との比較において観察すると、振幅の小さい節の近傍では振動エネルギーの減少率が小さく、腹の付近では大きく減少しており、運動量の大きい部分では振動エネルギーの減少量も大きいという物理的に妥当な結果になっている。一方クロススペクトル法による評価結果は、加振点で振動インテンシティが最大とはならず、湧き出る位置も加振点とは異なっており、物理的に不合理な結果になっている。

クロススペクトル法による評価結果が物理的に矛盾した結果になった原因は、前章に示したクロススペクトル法の導出過程で認めた完全自由場の仮定によるものであると考察される。実際この仮定は、振動体の機械的特性が不連続となる境界や力の釣合状態が変化する加振点の近傍では成立しない仮定であるためである。

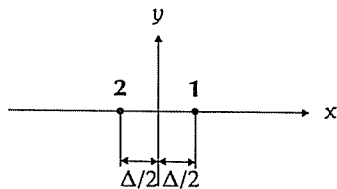


図4 クロススペクトル法のための計測点

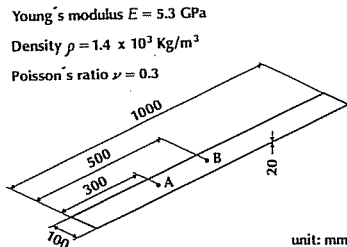


図5 はりモデル

3・2 平板 (二次元波) 評価対象を図8に示す。境界条件は四辺単純支持, 加振位置は図中のA点とした。振動エネルギーの吸収方式は構造減衰とポイント粘性減衰の場合を設定した。ポイント粘性減衰の位置は図中のB点とした。構造減衰の係数  $g_e$  は3%, ポイント粘性減衰係数は  $0.1 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{mm}$  とした。使用した要素は4節点アイソパラメトリック四辺形混合 (膜と板曲げ) 要素で, 要素分割は  $15 \times 12$  (1要素の面積  $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ ) とした。ここでも図2あるいは図3, 4の計測点は数値シミュレーションの結果が得られる各

節点とした。したがって評価ポイントは各要素の中央, 差分間隔  $\Delta$  は  $40 \text{ mm}$  と設定したことになる。

数値シミュレーションによって得られた1次から4次までの共振周波数における振動形状の結果および振動インテンシティスペクトル密度の評価結果を図9と10に示す。構造減衰の場合が図9であり, ポイント粘性減衰の場合が図10である。それぞれの図中(a)が振動形状, (b)が有限差分法による振動インテンシティスペクトル密度, (c)が平面内直交二方向のクロス項を無視した有限差分法による振動インテンシティスペ

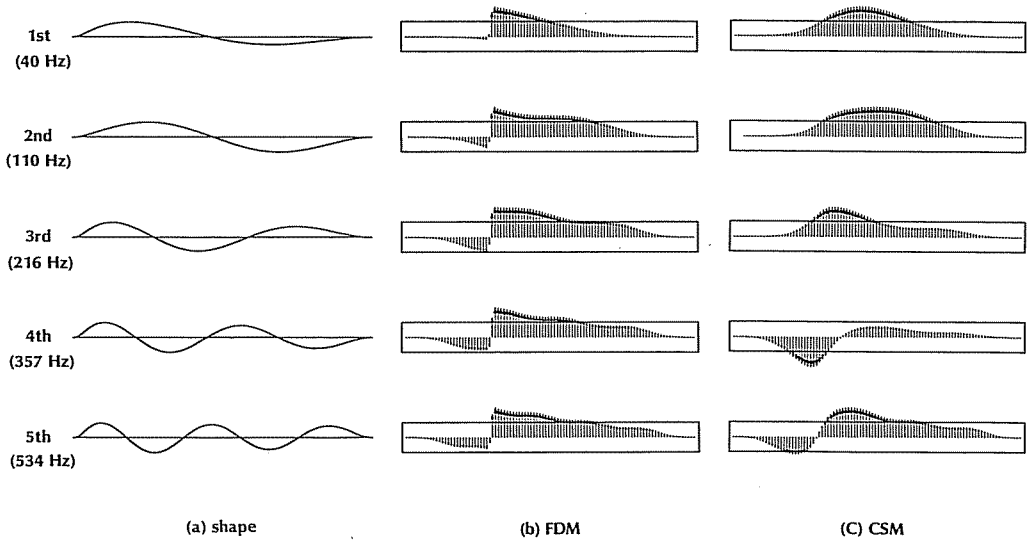


図6 はりモデルA点加振の場合の評価結果

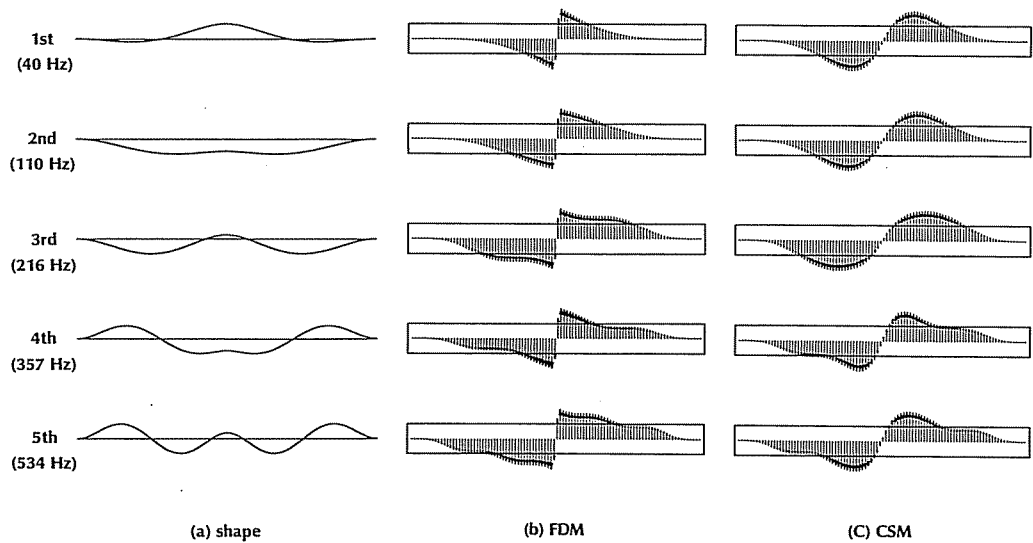


図7 はりモデルB点加振の場合の評価結果

クトル密度, (d)がクロススペクトル法による振動インテンシティスペクトル密度の評価結果である。ここでもベクトルの大きさは最大ベクトルの大きさを規準化している。

これらの評価結果を観察すると次のことがいえる。有限差分法による評価結果は加振点で振動エネルギーが湧き立ち、構造減衰の場合は周辺に向かって徐々に吸収されていき、ポイント粘性減衰の場合は減衰ポイント

に吸収されていくという物理的に妥当な様相を示している。一方クロススペクトル法による評価結果は、振動エネルギー伝達経路のおおまかな様子を現してはいても、発生点と吸収点を明確に現してはいない。平面内直交二方向のクロス項を無視した有限差分法による評価結果は、伝達経路はクロス項を無視しない場合と比較してやや異なっているが、その評価結果から振動エネルギーの発生点と吸収点を読み取ることは可能である。

これらの評価結果から判断すると、振動エネルギーの発生源と吸収部を同定するという目的に注目すると、平面内直交二方向のクロス項を無視することは可能であっても、完全自由場の仮定までは容認されないということがいえる。クロス項が無視できる理由は、振動エネルギーの発生点や吸収点の近傍ではその流れは放射状であって、クロス項の元であるねじりモーメントの寄与は無視し得るものになっているためと考えると理解できる。それに対して完全自由場の仮定は、一次元波のところでも述べたように、振動エネルギー

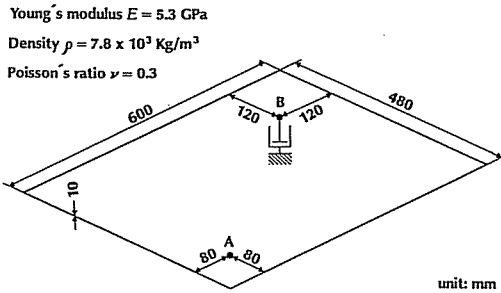


図 8 平板モデル

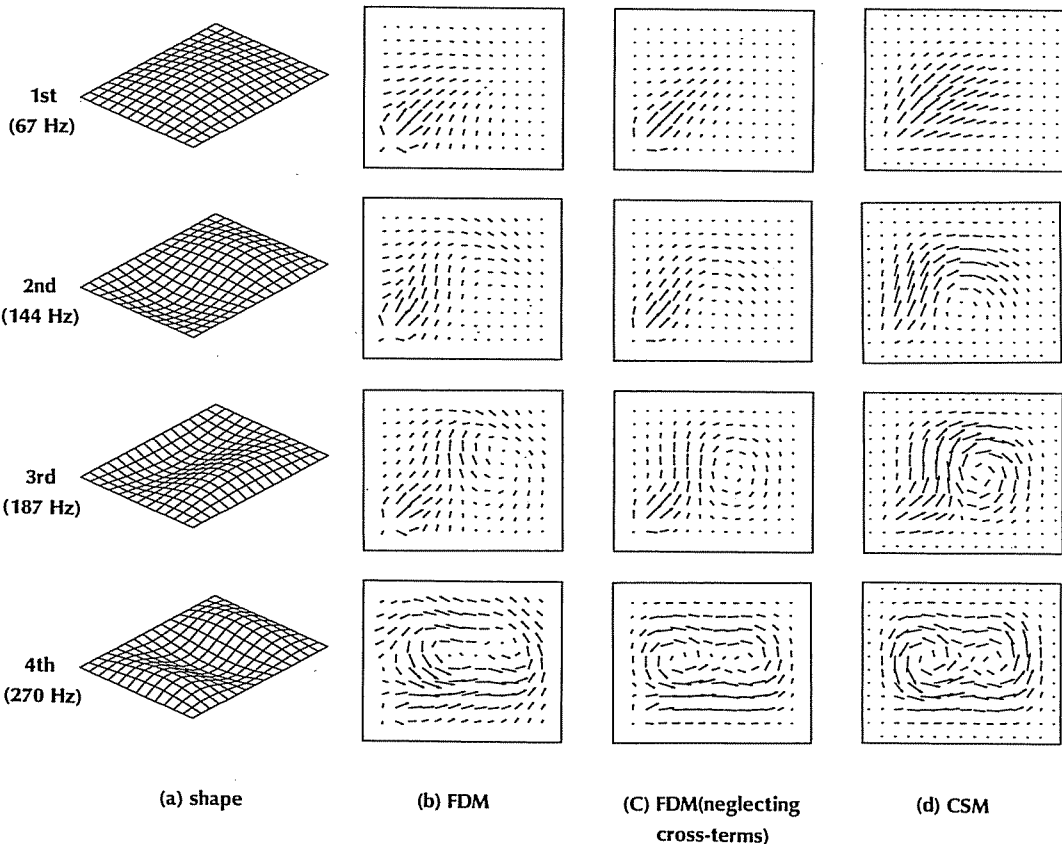


図 9 平板モデル構造減衰の場合の評価結果

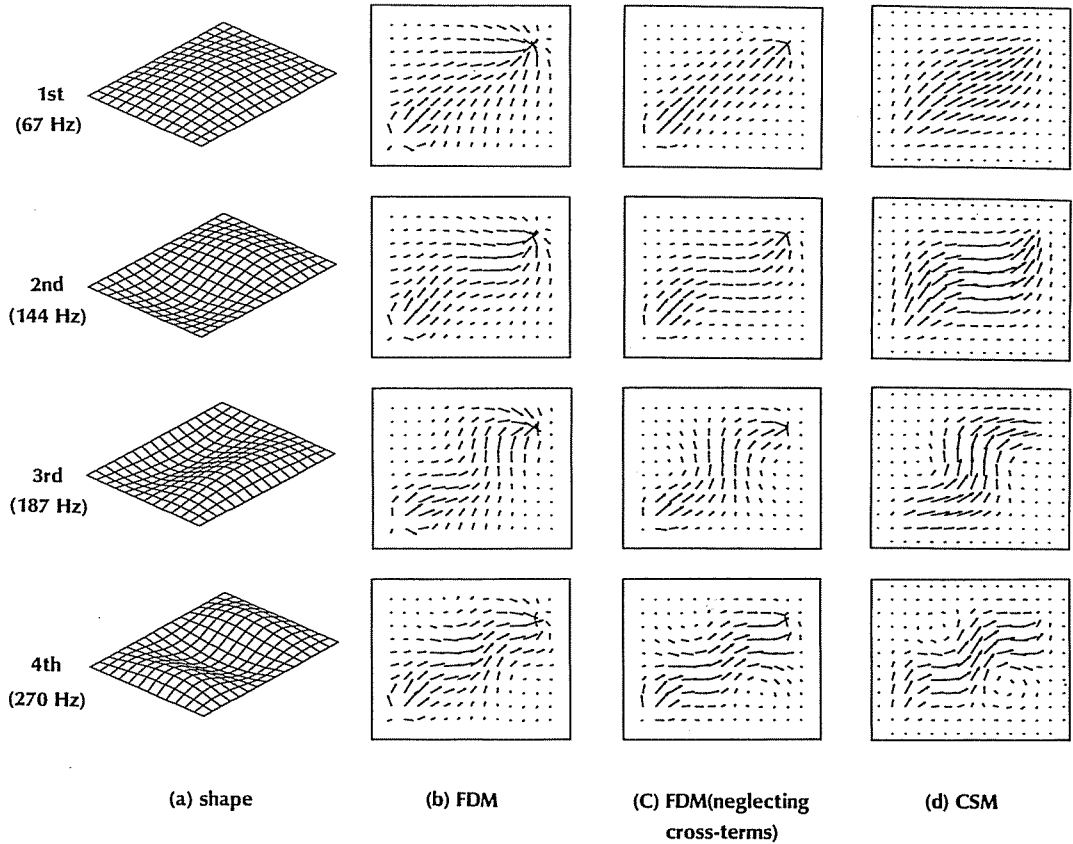


図 10 平板モデルポイント減衰の場合の評価結果

の発生点や吸収点においては理論的に成立しない関係であり、その仮定を無理に適用しても評価されるものは正確な振動インテンシティになっていないためと理解することができる。

#### 4. 結 論

本論文では、平板の振動インテンシティ計測について、基礎理論に対して有限差分法を適用した場合と、理論的な制約を越えてクロススペクトル法あるいは平面内直交二方向のクロス項を無視した有限差分法を適用した場合の差異を明確にするために、はりと平板の振動数値シミュレーション結果から各評価方法によって振動インテンシティを評価し、その結果に基づいて次のような考察を行った。

(1) クロススペクトル法は、振動エネルギーの伝達経路の概略を知る上では有効であるが、振動エネルギーの発生源と吸収部を同定するという目的に対しては有効でない。その理由は、加振点や吸収点近傍のような力の釣合状態が変化する領域では成立しない完全

自由場の仮定を受け入れているためと考えられる。

(2) 平面内直交二方向のクロス項を無視した有限差分法は、振動エネルギーの伝達経路の概略を知る上でも、振動エネルギーの発生源や吸収部を同定するという目的に対しても有効である。振動エネルギーの発生源や吸収部が同定できる理由は、それらの点の近傍では振動エネルギーの流れは放射状であってクロス項の元であるねじりモーメントの寄与は無視し得るものになっているためと考えられる。

#### 文 献

- (1) Neiseux, D. U., *J. Acoust. Soc. Am.*, 47-1(1970), 238-247.
- (2) Pavic, G., *J. Sound Vib.*, 49-2(1976), 221-230.
- (3) Rasmussen, P., *Measurement of Vibration Intensity*, B. & K., (1982).
- (4) 上玉利, *自動車研究*, 7-5(1985), 25-29.
- (5) 古巣・ほか2名, *機講論*, No. 880-6(1988-10), 126-127.
- (6) HITAC マニュアル, 総合構造解析システム, ISAS II 機能編(第1分冊)(8080-7-112), (1980).

## 討 論

〔質問〕 長 南 征 二〔東北大学工学部〕

粘弾性体を加振した場合、振動エネルギーの吸収により構造物内に現れる波はすべて移動波となり定在波は形成されない。結果として振動形状に節は存在せず、いわゆる完全弾性体で見られる節は時間的に揺らぐことになる。図6、7の振動形状にこのことは表れていないが、この点についてはどのようにお考えか。

〔回答〕 図6と図7の振動形状について説明不足であったためのご指摘であり、説明を加えさせていただく。

一般粘性減衰を仮定すると、振動形状は複素モードの重ね合わせで与えられることから複素振幅をもち、したがってご指摘のように節は動くことになる。図6と図7の振動形状は複素振幅の実部を描いたものであった。したがって、加振力が最大になったときの振動

形状を表示していたことになる。一般に共振点での振幅は複素振幅の虚部に近い値となるので、むしろ虚部を表示するのが適当であったかもしれない。各共振点における虚部は対応する各モード形状と同様な形状をしている。

〔質問〕 小 野 隆 彦〔小野測器〕

FDMによる式(20)からさらに近似を進めると、CSMによる式(29)が得られると思うが、いかがか。その意味では、FDMとCSMとの本質的な差は近似の度合と考えてよいのか。

〔回答〕 著者らは、FDMとCSMの本質的な差は近似の度合ではなく、完全自由場の仮定ではないかと考えている。実際、式(19)から式(28)を直接導出できない。完全自由場の仮定を導入することによって得ることができる。