

# き裂エネルギー密度による安定成長き裂の破壊抵抗評価\*

## (第4報, $J$ 積分による評価との比較)

渡辺勝彦\*\*, 畔上秀幸\*\*

### Evaluation of Fracture Resistance of Stably Growing Crack by Crack Energy Density (4th Report, Comparison with the Evaluation of Fracture Resistance by $J$ -Integral)

by Katsuhiko WATANABE and Hideyuki AZEGAMI

In the previous 2nd and 3rd Reports, the method proposed in the 1st Report to evaluate the fracture resistance of a stable growing crack by crack energy density was applied to the stable crack growth problems of thin plates, and its applicability was confirmed. In this report, the fracture resistances based on the  $J$ -integral are evaluated using the experimental data obtained in the 2nd and 3rd Reports. They are compared with the fracture resistances evaluated before by crack energy density and the superiority of the proposed method is shown through the comparison. The results are as follows: (1) The fracture resistances by the  $J$ -integral at the initiation of crack growth almost accord with those by crack energy density, as was predicted before. (2) The change of the fracture resistance of a growing crack evaluated by the  $J$ -integral does not correspond to the change of the fracture mode, although the fracture resistance by crack energy density varies corresponding to the change of the fracture mode.\*

**Key Words:** Fracture, Thin Plate, Stable Crack Growth, Fracture Resistance,  $J$ -Integral, Crack Energy Density

## 1. 緒 言

本一連の研究では、延性を有するき裂材が静的な単調負荷を受けてき裂が成長を開始する時点の破壊抵抗からその後の安定成長時における破壊抵抗を一貫して評価できる手法を提案し、その有効性の検討を行っている。すなわち、第1報<sup>(1)</sup>では、本研究で注目するき裂エネルギー密度<sup>(2)(3)</sup>と荷重-成長き裂長さ-荷重点変位-初期き裂長さの関係式を導出して、その関係に基づく破壊抵抗評価法を提案し、第2、3報<sup>(4)(5)</sup>では、薄板延性き裂安定成長実験を行い、それによって得られた荷重等の測定結果を用い第1報で提案した方法で評価した破壊抵抗と破断面性状の観察から推察される破壊様式の変化との対比により、提案した方法の薄板延性き裂の破壊抵抗評価における有効性を板厚効果の議論<sup>(6)</sup>も含めて示した。

本報はこのき裂エネルギー密度による破壊抵抗評価の有効性を、 $J$ 積分による破壊抵抗評価<sup>(7)(8)</sup>との比較により示そうとするものであり、第2、3報で実験的に得られている荷重-成長き裂長さ-荷重点変位の関係か

ら $J$ 積分による破壊抵抗を評価し、き裂エネルギー密度によるものと対比させて本研究による手法の優位性を実証する。なお、著者らは本研究に先だって、き裂エネルギー密度によるき裂の安定・不安定クライテリオンの提案とあわせて、従来注目されてきたクライテリオンとの関係を考察し<sup>(9)</sup>、その中で、き裂成長開始時のき裂成長に対する簡便法によるき裂成長を考慮しない形で評価される $J$ 積分<sup>(9)</sup>の変化率は近似的にその時点でのき裂エネルギー密度上乘せ率に等しくなることを示したが、同様な関係がき裂成長を考慮した $J$ 積分<sup>(7)(8)</sup>を考える場合にも成り立つことを示し、それらが妥当なものであることを実際の評価結果において確認する。

## 2. $J$ 積分の評価

先の論文<sup>(9)</sup>で取り上げたき裂成長開始後の荷重-荷重点変位曲線から簡便法によって得られる $J$ 積分<sup>(9)</sup>は、き裂成長を考慮せずにき裂成長開始前において有効とされる評価法をき裂成長開始後まで拡張適用して得られたものであったが、実際の破壊抵抗評価にあたってはき裂成長を考慮した方法で評価された $J$ 積分<sup>(7)(8)</sup>に注目している場合が多い。そこで本報では、き裂成長を考慮しない場合に加えて考慮する場合につい

\* 昭和61年4月3日 第63期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和60年9月27日。

\*\* 正員、東京大学生産技術研究所 (〒106 東京都港区六本木7-22-1)。

でも取り上げ、次の関係に基づき  $J$  積分を評価する。

曲げあるいは引張荷重を受けるき裂材において十分き裂が深ければ、き裂成長開始前の時刻  $\tau = t \leq t_0$  (ただし  $t_0$  はき裂成長開始時刻) における  $J$  積分は、荷重-荷重点変位曲線から Rice ら<sup>(6)</sup>の簡便法による  $J_R(t)$  で与えられる。ここで  $J_R(t)$  は、曲げ荷重を受けるき裂材では

$$J_R(t) = -\frac{2}{Bb_0} \int_0^{u(t)} P(a_0, u) du \quad (\text{曲げ}) \dots\dots\dots (1)$$

で与えられ、引張荷重を受けるき裂材では

$$J_R(t) = \frac{K_I^2(a_0, P)}{E'} + \frac{2}{Bb_0} \left\{ \int_0^{u(t)} P(a_0, u) \times du - \frac{1}{2} P(a_0, u) u(t) \right\} \quad (\text{引張り}) \dots (2)$$

で与えられる。ただし、 $b, B$  は初期リガメント長さ、板厚であり、初期き裂長さ  $a_0$ 、荷重点変位  $u(\tau)$  のときの荷重を  $P(a_0, u)$  と表し、き裂長さ  $a$ 、荷重  $P$  のときの応力拡大係数を  $K_I(a, P)$  と表している。また、 $E'$  は  $E, \nu$  をヤング率、ポアソン比として、平面応力のとき  $E' = E$ 、平面ひずみのとき  $E' = E / (1 - \nu^2)$  である。

き裂成長開始後の時刻  $\tau = t \geq t_0$  における  $J$  積分のうち、き裂成長を考慮しない  $J$  積分を本報では、式(1)、(2)の  $a_0$  あるいは  $b_0$  を変化させずに  $P, u$  にき裂成長開始後の値を代入して得られる  $J_R(t)$  で与えられるものとする。

また、き裂成長を考慮した  $J$  積分としては、曲げに対する Garwood ら<sup>(7)</sup>によるものとそれを引張りに拡張した矢川ら<sup>(8)</sup>によるものを取り上げ、それらを  $J_C(t)$  と表す。 $J_C(t)$  は、 $\Delta t$  を十分に小さな時間増分として、曲げの場合

$$J_C(t_0 + \Delta t) = \frac{b(a_0, u(t_0 + \Delta t))}{b_0} J_R(t_0) + \frac{1}{Bb_0} \left\{ P(a_0, u(t_0)) + P(a_0, u(t_0 + \Delta t)) \right\} \left\{ u(t_0 + \Delta t) - u(t_0) \right\} \quad (\text{曲げ}) \dots (3)$$

$$J_C(t + \Delta t) = \frac{b(a_0, u(t + \Delta t))}{b(a_0, u(t))} J_C(t) + \frac{1}{Bb(a_0, u(t))} \left\{ P(a_0, u(t)) + P(a_0, u(t + \Delta t)) \right\} \left\{ u(t + \Delta t) - u(t) \right\} \quad (\text{曲げ}) \dots\dots\dots (4)$$

引張りの場合

$$J_C(t_0 + \Delta t) = \frac{b(a_0, u(t_0 + \Delta t))}{b_0} J_R(t_0)$$

$$+ \frac{b(a_0, u(t_0 + \Delta t))}{b_0} \times \frac{K_I^2(a(a_0, u(t_0 + \Delta t)), P(a_0, u(t_0 + \Delta t)))}{E'} - \frac{K_I^2(a_0, P(a_0, u(t_0)))}{E'} + \frac{1}{Bb_0} \left\{ P(a_0, u(t_0)) u(t_0 + \Delta t) - P(a_0, u(t_0 + \Delta t)) u(t_0) \right\} \quad (\text{引張り}) \dots\dots\dots (5)$$

$$J_C(t + \Delta t) = \frac{b(a_0, u(t + \Delta t))}{b(a_0, u(t))} J_C(t) + \frac{b(a_0, u(t + \Delta t))}{b(a_0, u(t))} \times \frac{K_I^2(a(a_0, u(t + \Delta t)), P(a_0, u(t + \Delta t)))}{E'} - \frac{K_I^2(a(a_0, u(t)), P(a_0, u(t)))}{E'} + \frac{1}{Bb(a_0, u(t))} \left\{ P(a_0, u(t)) u(t + \Delta t) - P(a_0, u(t + \Delta t)) u(t) \right\} \quad (\text{引張}) \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる漸化式によって評価される。ただし、初期き裂長さ  $a_0$ 、荷重点変位  $u(\tau)$  のときのリガメント長さを  $b(a_0, u)$  と表している。

### 3. $J$ 積分による破壊抵抗の評価

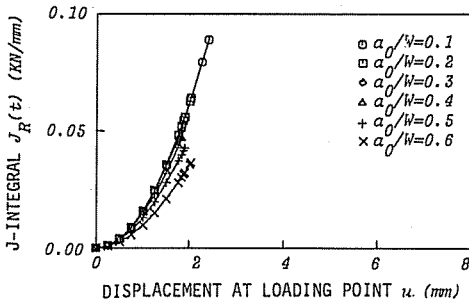
第2, 3報においては薄板延性き裂材の荷重-成長き裂長さ-荷重点変位の関係を実験により求め、それを平滑化して得られる関係からき裂エネルギー密度の評価を行ったが、ここではその同じ平滑化された荷重-成長き裂長さ-荷重点変位の関係を用いて  $J$  積分を評価し、先に求めたき裂エネルギー密度の結果と比較する。なお、実験は曲げを受ける片側き裂試験片 (SECP)、引張りを受ける中央き裂試験片 (CCP) について初期き裂長さを変えて ( $a_0/W = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$  の6種類、 $W$ : 試験片幅) 板厚 2.0, 1.5, 1.0 mm の3種類について行っており、実験方法、得られた荷重-成長き裂長さ-荷重点変位の間の関係については第2, 3報を参照されたい。

図1(a), (b)はそれぞれ式(1), (2)で評価した片側き裂試験片、中央き裂板試験片に対するき裂成長開始前の  $J$  積分  $J_R(t)$  の評価結果であり、各初期き裂長さに対する  $J_R(t)$  の最大値がき裂成長開始時の破壊抵抗値  $J_{Rc}(t_0)$  (力学的条件により与えられた値に対して材料特性としての値には下付き添字  $c$  を付す) を与える。ここで、式(1), (2)における積分は、実験データの平滑化を行った際に用いた荷重点変位の離散点に対して与えられる被積分値の間を補間する三次の  $B-$

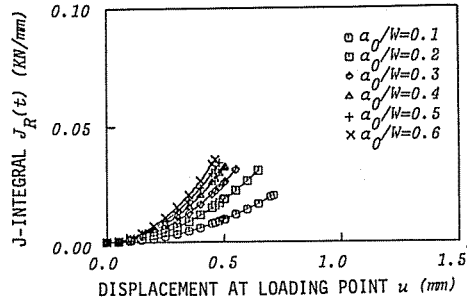
spline 関数の積分により求めた。また、中央き裂板試験片における応力拡大係数は、平面応力状態を想定し、チャック部を剛体としたときの境界条件で12節点倍精度による選点法<sup>(10)</sup>で解析した結果を用いた。なお、ここでは板厚 2 mm の場合の結果のみを示しているが、他の板厚においても初期き裂長さの違いによる影響も含めて全く同様の傾向が得られているので代表的な結果という意味で示しており、以後の図においてもすべて同様の意味で板厚 2 mm の場合の結果のみを示す。

図 2 (a), (b) はそれぞれ式 (1), (2) で評価した片側き裂板試験片, 中央き裂板試験片についての成長き裂長さに対する  $J$  積分破壊抵抗  $J_{Rc}(t)$  の評価結果

であり、同時に第 2 報で得られたき裂エネルギー密度破壊抵抗  $\mathcal{E}_c(t, a)$  の成長き裂長さに対する変化が、この場合には得られた結果より初期き裂長さの影響をほとんど受けないといえるので、各初期き裂長さに対して求めた値の平均値により示してある。また、図 3 (a), (b) はそれぞれ式 (3), (4) および式 (5), (6) で評価した片側き裂板試験片および中央き裂板試験片についての成長き裂長さに対する  $J$  積分破壊抵抗  $J_{Gc}(t)$  の評価結果であり、ここでも上記のき裂エネルギー密度破壊抵抗  $\mathcal{E}_c(t, a)$  の変化の様子が同時に示してある。なお、これらの評価にあたっての  $\Delta t$  としては平滑化を行った際に用いた荷重点変位の離散点の間隔に対応するものを用いている。

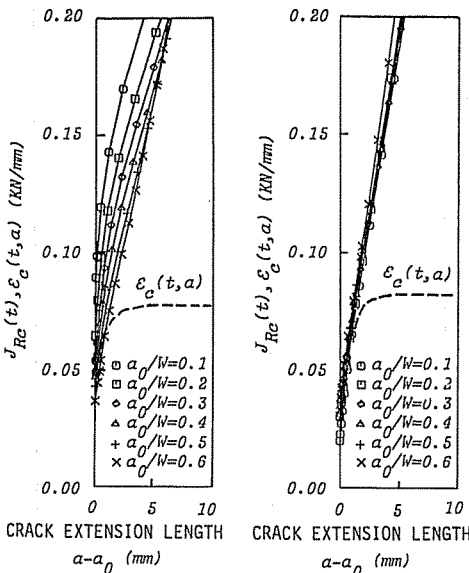


(a) SECP



(b) CCP

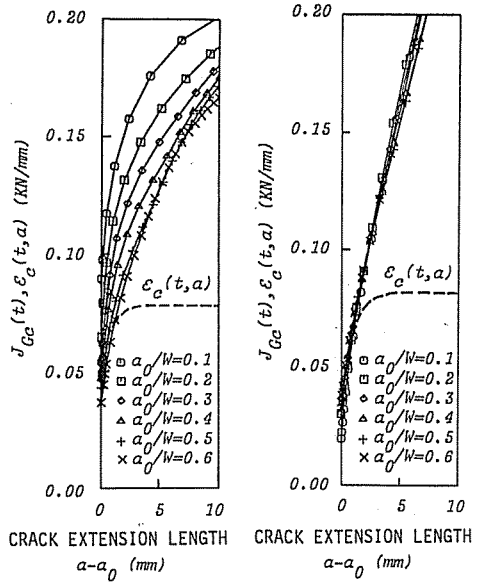
図 1 き裂成長開始前における  $J$  積分  $J_R(t)$  (板厚 2.0 mm)



(a) SECP

(b) CCP

図 2 き裂進展に伴う  $J$  積分破壊抵抗  $J_{Rc}(t)$  の変化 (板厚 2.0 mm)



(a) SECP

(b) CCP

図 3 き裂進展に伴う  $J$  積分破壊抵抗  $J_{Gc}(t)$  の変化 (板厚 2.0 mm)

図4, 5は  $J_{Rc}(t), J_{Gc}(t)$  のき裂成長に対する変化率  $dJ_{Rc}/da(t), dJ_{Gc}/da(t)$  の評価結果であり, 同時に第2報で得られたき裂エネルギー密度上乘せ率破壊抵抗  $\partial \epsilon_c / \partial a(t, a)$  の変化の様子が, この場合にもやはり得られた結果より初期き裂長さの影響をほとんど受けないといえるので, 各初期き裂長さに対して求めた値の平均値により示してある. なお,  $dJ_{Rc}/da(t), dJ_{Gc}/da(t)$  のき裂成長に対する微分は, 平滑化を行った際に用いた荷重点変位の離散点に対して評価されている  $J_{Rc}(t), J_{Gc}(t)$  の間を補間する三次の B-spline 関数の微分により求めている.

図1の結果から次のことがいえる.

(1)  $J_{Rc}(t_0)$  は, 片側き裂板試験片の場合, 初期き裂長さに依存して変化するが, き裂が深くなるに従って一定値に近づく傾向があり, 中央き裂板試験片の場合には, 初期き裂長さが短い  $a_0/W=0.1$  の場合を除いて初期き裂長さにはあまり依存せず, ほぼ一定の値を讀取ることができる.

ここで, Riceらの簡便法は十分深いき裂を有するき裂材に対して有効なものとして与えられているので, 深いき裂に対して読取れる片側き裂板試験片の場合の一定値(今の場合  $a_0/W=0.6$  に対する値)と中央き裂板試験片の場合の  $a_0/W=0.1$  に対する値を除いた他の場合の値の平均値が, これらの値は, 破断面性状より引裂破壊 (tear fracture) が支配的な破壊様式

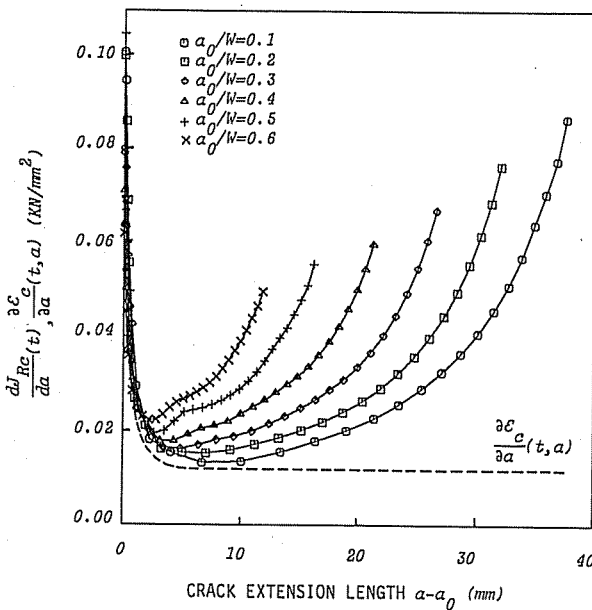
に対応した  $J$  積分の破壊抵抗を与えていると考えられることから  $J_{Rc(t_0)}$  と表して表1に示してある. 表2は, 第2, 3報で求めた  $\epsilon_{c(t_0)}$  の評価結果である. ただし, 得られた結果において  $\epsilon_{c(t_0)}$  は初期き裂長さの影響はほぼ受けないものと判断されるので, 各初期き裂長さに対して求めた値の平均値により示してある. 表1と表2を比較して, 次のことがいえる.

(2)  $J_{Rc(t_0)}$  は,  $\epsilon_{c(t_0)}$  と同程度の値であり, 試験片形状や荷荷様式, 板厚の違いに対して同様の傾向を示している.

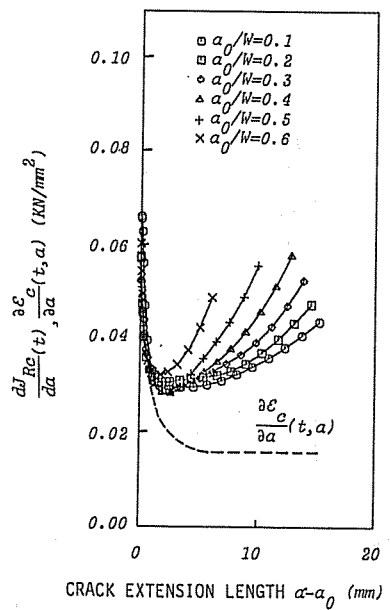
また, 図2~5の結果から次のことがいえる.

(3)  $J_{Rc}(t)$  および  $J_{Gc}(t)$  は, いずれも成長き裂長さ4mm程度までの範囲内で, 片側き裂板試験片の場合, 初期き裂長さに依存するが, 初期き裂が長くなるに従って特定の変化に近づく傾向があり, 中央き裂板試験片の場合には, 初期き裂長さにほとんど依存せず, 試験片に固有の変化をする傾向がある. しかし, 後に触れる  $\epsilon_c(t, a)$  にみられるような破断面性状の変化との直接的対応は読取れない.

(4)  $dJ_{Rc}/da(t)$  および  $dJ_{Gc}/da(t)$  の変化は, き裂成長開始時の値は多少ばらつくが, どちらもき裂成長開始後成長き裂長さ4mm程度までの範囲内で同様の変化を讀取ることができる. しかし, 4mm程度以上のき裂成長を経た後は,  $dJ_{Rc}/da(t)$  の場合, どちらの試験片でも初期き裂長さに依存して変化し,



(a) SECP



(b) CCP

図4 き裂進展に伴う  $dJ_{Rc}/da(t)$  の変化 (板厚2.0mm).

$dJ_{Gc}/da(t)$  の場合、初期き裂長さにあまり依存しないが、片側き裂板試験片では零に近づき、中央き裂板試験片では一定値になるという傾向がある。この中央き裂板試験片の場合を除き、後に触れる  $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t, a)$  にみられるような破断面性状の変化との直接的対応はみられない。

さらに、 $dJ_{Rc}/da(t)$  および  $dJ_{Gc}/da(t)$  と第2報で得られた  $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t, a)$  の関係について、次のことがいえる。

(5) き裂成長開始後成長き裂長さ 4 mm 程度までの範囲内で  $dJ_{Rc}/da(t)$  および  $dJ_{Gc}/da(t)$  は  $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t, a)$  とほぼ一致する。

4. 考 察

本章では、上で得られた結果に基づいて第2、3報

で評価したき裂エネルギー密度破壊抵抗の有効性について考察する。

まず、3章(1)(2)の結果についてであるが、式(1)、(2)の関係は本来

$$J(t, a_0) = -\frac{1}{B} \int_0^{u(t)} \frac{\partial P}{\partial a_0}(a_0, u) du \dots\dots (7)$$

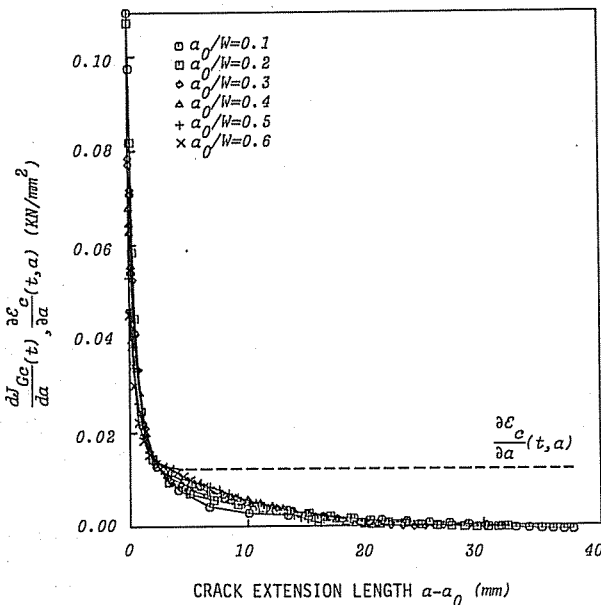
によって定義される  $J$  積分が、き裂が十分深いという条件を加えることにより、式(1)、(2)により近似的に評価できるという性質のものであることを考えると、式(1)の結果は当然であり、また  $\mathcal{E}_{ctear}$  は直接式(7)の関係から評価された  $J$  積分にほかならない〔すなわち、き裂エネルギー密度は式(7)の左辺を  $\varepsilon(t, a_0)$  でおきかえた関係より評価しており物理的意味があいまいなまま式(7)により定義されている  $J$  積分は、き裂エネルギー密度にほかならない<sup>(3)(4)</sup> というのが著者らの主

表 1  $J_{Rctear}$  の評価結果

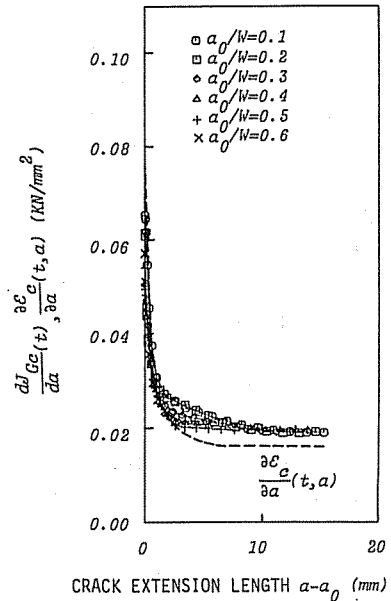
THICKNESS mm	SECP	CCP
	$J_{Rc} \text{ tear}$ KN/mm	$J_{Rc} \text{ tear}$ KN/mm
2.0	0.037	0.033
1.5	0.032	0.035
1.0	0.029	0.033

表 2  $\mathcal{E}_{ctear}$  の評価結果

THICKNESS mm	SECP	CCP
	$\mathcal{E}_c \text{ tear}$ KN/mm	$\mathcal{E}_c \text{ tear}$ KN/mm
2.0	0.041	0.040
1.5	0.037	0.042
1.0	0.029	0.039



(a) SECP



(b) CCP

図 5 き裂進展に伴う  $dJ_{Gc}/da(t)$  の変化 (板厚 2.0 mm)

張である) ことを考えるとき、(2)の結果も当然のこととして理解される。き裂が進展を開始するまでの  $J$  積分の有効性はそのままき裂エネルギー密度の有効性を示すものといえる。

さて、き裂が進展を開始するまでについてはき裂エネルギー密度と  $J$  積分は一致し、図らずも  $J$  積分によりき裂エネルギー密度を評価していたということになるが、き裂進展開始後においては事情が異なってくる。すなわち、き裂エネルギー密度についてはき裂進展開始前も開始後も一貫して同じ物理的意味をもつ量を追う、き裂進展開始後も初期き裂長さに関係なくき裂エネルギー密度を評価する方法が第1報で示されているのに対し、 $J$  積分についてはき裂進展開始前については一応式(7)が一般的な定義式とみなせるものの、進展開始後については一般的な定義式は与えられておらずわずかに特定の十分深い初期き裂試験片に対し、式(3)、(4)あるいは式(5)、(6)などで評価できるだろうとされているのみである。さらにこれらの式によって評価される量の物理的意味は、HRR 特異性の議論に基づく一応の説明がなされているものの、かなりあいまいなものであるといわねばならない。ここでき裂エネルギー密度による評価であるが、 $\mathcal{E}_c(t, a)$ 、 $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t, a)$  はそれぞれ一貫して、刻々のき裂端が担ったエネルギー、刻々のき裂端が新たにき裂端となったときに上乗せされ得たエネルギーの意味をもつことから破壊様式に対応してその破壊様式固有の値となることが予想される<sup>(10)</sup>量であった。そして第2、3報で詳しく述べたように曲げ、引張りのいずれの試験片においてもき裂進展開始後  $\mathcal{E}_c(t, a)$  は shear lip の成長とともに増大し、一方  $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t, a)$  は減少し、完全なせん断型破壊に至った後、すなわちそれ以降においては破壊様式一定のもとでき裂が進展していると見なし得る時点以後においては [図2、3中の  $\mathcal{E}_c(t, a)$ 、あるいは図4、5中の  $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t, a)$  がほぼ平らになった位置に相当する] 予想どおりそれらはほぼ一定の値をとり、これらの値の変化は初期き裂長さの影響は受けないと判断されるものであった。これに対し、 $J$  積分による評価結果は3章の(3)、(4)に述べたとおりであり、結果が初期き裂長さの影響を受ける (あまり受けないとみなされるものもあるようであるが) のは本来十分深い初期き裂に対して意味があるとされている式(1)~(6)を形式的に浅いき裂にまで適用して得られた結果であることを考えるとき止むを得ないことといえるが、いずれにせよ  $\mathcal{E}_c(t, a)$  あるいは  $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t, a)$  にみられた破壊様式の変化との対応はみられずこの事実と、上に述べた評価される量の物理的意味が常に明確

であるということから、き裂エネルギー密度による破壊抵抗評価の有効性、優位性が実証されたものと考えられる。

次に(5)の結果であるが、 $dJ_{Rc} / da(t)$  については先に得た<sup>(9)</sup>、き裂成長開始時のき裂成長に対する  $J$  積分の変化率  $dJ_{Rc} / da(t_0)$  は近似的にその時点のき裂エネルギー密度上乗せ率  $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t_0, a)$  に等しいという関係を実証するものとなっている。ここで  $dJ_{Gc} / da(t)$  についても、き裂進展開始時においては  $\partial \mathcal{E}_c / \partial a(t)$  に近似的に等しくなることが理論的に説明できるので次に示しておく。

き裂成長開始時のき裂成長に対する  $J$  積分の変化率  $dJ_{Gc} / da(t_0)$  と  $dJ_{Rc} / da(t)$  は、次のような関係にある。式(3)、(5)の漸化式を微分形式で表し、式(1)、(2)から与えられる  $dJ_R / da(t_0)$  についての関係を代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{dJ_G}{da}(t_0) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{J_G(t_0 + \Delta t) - J_G(t_0)}{b_0 - b(a_0, u(t_0 + \Delta t))} \\ &= -\frac{J_R(t_0)}{b_0} + \frac{2}{Bb_0} P(a_0, u) / \frac{\partial a}{\partial u}(a_0, u) \\ &= -\frac{J_R(t_0)}{b_0} + \frac{dJ_R}{da}(t_0) \quad (\text{曲げ}) \quad \dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dJ_G}{da}(t_0) &= -\frac{J_R(t_0)}{b_0} - \frac{K_I^2(a_0, P)}{E' b_0} \\ &+ \frac{2K_I(a_0, P)}{E'} \frac{\partial K_I}{\partial a}(a_0, P) \\ &+ \frac{2K_I(a_0, P)}{E'} \frac{\partial K_I}{\partial P}(a_0, P) \cdot \frac{\partial P}{\partial u}(a_0, u) / \\ &\frac{\partial a}{\partial u}(a_0, u) + \frac{1}{Bb_0} \left\{ P(a_0, u) / \frac{\partial a}{\partial u}(a_0, u) \right. \\ &\left. - u(t_0) \frac{\partial P}{\partial u}(a_0, u) / \frac{\partial a}{\partial u}(a_0, u) \right\} \\ &= -\frac{J_R(t_0)}{b_0} - \frac{K_I^2(a_0, P)}{E' b_0} \\ &+ \frac{2K_I(a_0, P)}{E'} \frac{\partial K_I}{\partial a}(a_0, P) \\ &+ \frac{dJ_R}{da}(t_0) \quad (\text{引張り}) \quad \dots (9) \end{aligned}$$

が成立する。ここでき裂成長開始後も引き続き比例負荷域が存在するための条件として提案されている  $J$  積分支配き裂成長 ( $J$ -controlled growth) の条件が成立していると仮定すれば、比例負荷域の大きさを  $R$  で表して

$$a - a_0 \gg R \quad \text{and} \quad \dots (10)$$

$$\frac{dJ}{da}(t) \gg \frac{J(t)}{R} \quad \dots (11)$$

が成立しており<sup>(11)</sup>、さらに全断面降伏状態においては  $R$  はリガメント長さの大きさ程度とされていること

から、式(11)の  $R$  を  $b_0$  に書き換えた関係が成立していることになる。この関係を式(8)、(9)に代入すると、式(8)、(9)の右辺第1項、さらに  $J_R(t_0)$  と  $K_I^2(a_0, P)/E'$  は同一オーダーの値であり、また  $\partial K_I/\partial a(a_0, P)$ 、 $K_I/a_0$ 、 $K_I/b_0$  も同一オーダーとなることを考慮すると式(9)の右辺第2、3項も省略でき、

$$\frac{dJ_G}{da}(t_0) = \frac{dJ_R}{da}(t_0) \dots\dots\dots (12)$$

が成立することになる。したがってこの関係より、 $dJ_G/da(t_0)$  も  $dJ_R/da(t_0)$  と同様近似的にき裂成長開始時のき裂エネルギー密度上乘せ率  $\partial \mathcal{E}_c/\partial a(t, a)$  に等しいことがいえることになり、(5)の結果はこの事実を実証するものとみなすことができる。

## 5. 結 言

本論文では、第2、3報で得られている荷重-成長き裂長さ-荷重点変位の関係に基づいて  $J$  積分による

破壊抵抗を評価し、それらとの比較により第2、3報で評価したき裂エネルギー密度による破壊抵抗の有効性を実証した。

## 文 献

- (1) 渡辺, 畔上, 機論, 52-475, A (昭61), 727.
- (2) 渡辺, 機論, 47-416, A (昭55), 406.
- (3) 渡辺, 機論, 48-433, A (昭57), 1226.
- (4) 渡辺・畔上・平野, 機論, 52-475, A (昭61), 736.
- (5) 渡辺・畔上・平野, 論文講演前刷, 第63期通常総会(昭61-4), 論文No. 85-1055 A.
- (6) Rice, J. R., ほか2名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 536(1974), 281.
- (7) Garwood, S. J., ほか2名, *Int. J. Fract.*, 11-3(1975), 528.
- (8) 矢川・ほか2名, 機論, 48-427, A (昭57), 267.
- (9) 渡辺・畔上, 機論, 51-464, A (昭60), 1122.
- (10) 石田, き裂の弾性解析と応力拡大係数, (昭51), 103, 培風館.
- (11) Hutchinson, J. W., ほか1名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 668(1979), 37.