

## 定常熱伝導場における境界形状決定\*

片峯英次<sup>\*1</sup>, 畔上秀幸<sup>\*2</sup>, 小嶋雅美<sup>\*3</sup>

## Boundary Shape Determination on Steady-State Heat Conduction Field

Eiji KATAMINE, Hideyuki AZEGAMI and Masami KOJIMA

This paper presents a practical method of numerical analysis for boundary shape design of steady-state heat conduction fields to control temperature distribution to a prescribed distribution. Reshaping was accomplished by the traction method that was proposed by one of the authors as a solution to domain optimization problems in which elliptic boundary value problems were defined. In this paper, we formulated a temperature square error norm minimization problem between prescribed distribution and actual distribution on prescribed boundaries and theoretically derived shape gradient function for this problem. We developed a convenient numerical method using a general-purpose FEM program for the temperature prescribed problem. The successful results for two-dimensional problems of a erosion surface on blast furnace hearth and a coolant flow passage in turbin blade show the validity of the presented method.

**Key Words:** Inverse Problem, Optimum Design, Numerical Analysis, Heat Conduction, Finite-Element Method, Domain Optimization, Shape Identification, Traction Method

## 1 はじめに

連続体領域の指定した境界あるいは部分領域において、変位、流速、あるいは温度などの状態関数が規定した分布を満たすように境界形状を決定する問題や、境界や部分領域上の測定データを基にして、計測困難な境界形状を推定する問題は、工学の分野で頻出する重要な問題であり形状逆問題と呼ばれている<sup>(1)</sup>。これらの連続体形状逆問題は、指定境界あるいは部分領域における実状態関数分布と、規定する(あるいは測定される)状態関数分布との誤差を最小化させる問題として捉えれば、一つの形状最適化問題として取り扱うことができる。本論文では、状態関数分布が温度分布となる定常熱伝導場における形状決定逆問題を扱う。

熱伝導場の形状逆問題に対する数値解析は、Barone and Caulk<sup>(2)</sup>によって1980年代前半に始められている。彼らは、外部の一部境界における温度と規定温度との差を最小化させる熱伝導体中の円孔の最適配置問題を解析した。その後、具体的な問題として、タービン翼の冷却孔形状設計問題が Kennon ら<sup>(3)</sup>、Shau ら<sup>(4)</sup>によって解かれている。また、吉川ら<sup>(5)</sup>は耐火物外表面

で測定された温度情報に基づいて、溶鉱炉の炉底耐火物の侵食ライン推定問題を解析している。これまで行われてきた数値解析の多くは、もっぱら未知境界形状を有限要素法や境界要素法などを用いて離散化し、その節点自由度を設計変数にした離散系最適化問題に対して、離散系感度を評価してから非線形計画法を適用する方法であった。しかし、この数値解析法では、設計変数の個数を増加させることは、設計空間の次元を増加させることに繋がることから、複雑な問題に対しては必ずしも有利な方法ではなかった。最近では、中村ら<sup>(6)</sup>が、タービン翼の冷却孔の形状を円で近似し円の中心座標と半径を設計変数にして、最適化問題の解法には遺伝的アルゴリズムを利用する方法を提案している。

これに対して著者らは、随伴変数を用いた分布系感度に基づく形状決定問題の解法について検討を行ってきた。これまでに、弾性体における変位モード<sup>(7)</sup>や応力分布<sup>(8)</sup>、ポテンシャル流れ場における流速分布<sup>(9)</sup>や圧力分布<sup>(10)</sup>を規定する形状逆問題の数値解析法を提案し、その妥当性を確認してきた。そのときに用いた最適化手法は、領域最適化手法の一つとして提案された力法<sup>(11)</sup>であった。

本研究の目的は、定常熱伝導場の形状逆問題に対して、力法の適用を試みることである。力法は、最適化問題から理論的に導出される領域変動の感度(形状勾配

\* 原稿受付 1998年6月17日。

<sup>\*1</sup> 正員, 岐阜工業高等専門学校(☎501-0495 岐阜県本巣郡真正町上真桑)。<sup>\*2</sup> 正員, 豊橋技術科学大学(☎441-8122 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。<sup>\*3</sup> アルパイン(株)(☎970-1144 いわき市好間工業団地20-1)。

E-mail: katamine@gifu-nct.ac.jp

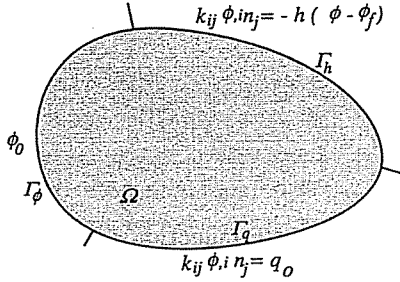


Fig. 1 Boundary value problem of steady-state heat conduction field

関数)を直接用いた分布系の勾配法を応用した方法である。この方法では、形状修正量は形状勾配関数が外力として仮定された疑似弾性問題の変位量として解析される。したがって、この方法では、形状勾配関数を評価して、疑似弾性問題を解くことだけを提示しているために、数値解析法は任意に選択できることになる。実際、本論文で提示する手法では、感度解析および形状修正解析に汎用の有限要素法解析プログラムを用いることができるため、本手法が複雑な形状決定問題に対しても適用可能である。さらに、荷重により境界を移動させるため、形状最適化問題としてこれまで問題とされてきた波打ち現象が問題とならない特徴も持っている<sup>(12)</sup>。

本論文では、最初に指定された境界において実温度分布と規定温度分布の二乗誤差最小化問題を定式化し、Lagrange乗数法あるいは随伴変数法および物質導関数を利用して形状勾配関数を導出する。次に、力法および汎用FEMコードを利用した数値解析法を提示する。最後に、炉底耐火物の侵食ライン形状推定と翼の冷却孔形状設計の簡単な解析結果を紹介し、本手法の妥当性を示す。

## 2 定常熱伝導場問題

定常熱伝導場問題に関する表記法を簡単にまとめておく。

図1のような定常熱伝導場領域 $\Omega$ において、温度分布 $\phi(\bar{x})$ を解く問題を考える。領域 $\Omega$ の境界 $\Gamma$ は、 $\Gamma = \Gamma_\phi + \Gamma_h + \Gamma_q$ から構成されている。境界 $\Gamma_\phi$ では温度 $\phi_0$ 、境界 $\Gamma_q$ では熱流束 $q_0$ がそれぞれ既知関数として与えられている。境界 $\Gamma_h$ は温度 $\phi_f$ の外部流体との熱伝達を考慮した境界である。また領域 $\Omega$ では大きさ $Q$ の熱源を仮定している。

この境界値問題に対する弱形式あるいは変分形式は次のように表わすことができる。

$$a_\Omega(\vec{\nabla}\phi, \vec{\nabla}w) + b_{\Gamma_h}(\phi, w) = f_\Omega(w) + c_{\Gamma_h}(w) + d_{\Gamma_q}(w) \quad \phi \in \Phi \quad \forall w \in W(1)$$

ここで、 $a_\Omega(\vec{\nabla}\phi, \vec{\nabla}w)$ 、 $b_{\Gamma_h}(\phi, w)$ 、 $f_\Omega(w)$ 、 $c_{\Gamma_h}(w)$ 、 $d_{\Gamma_q}(w)$ は次式で与えられる。

$$a_\Omega(\vec{\nabla}\phi, \vec{\nabla}w) = \int_\Omega k_{ij}\phi_i w_j dx \quad (2)$$

$$b_{\Gamma_h}(\phi, w) = \int_{\Gamma_h} h\phi w d\Gamma \quad (3)$$

$$f_\Omega(w) = \int_\Omega wQ dx \quad (4)$$

$$c_{\Gamma_h}(w) = \int_{\Gamma_h} h\phi_f w d\Gamma \quad (5)$$

$$d_{\Gamma_q}(w) = \int_{\Gamma_q} wq_0 d\Gamma \quad (6)$$

なお、本論文のテンソル表示ではEinstein総和規約と偏微分表示 $(\cdot)_{,i} = \partial(\cdot)/\partial x_i$ を使用する。ただし、温度 $\phi$ 、随伴温度 $w$ はそれぞれ次のような集合の要素とする。

$$\Phi = \{\phi \in H^1(\Omega) \mid \phi = \phi_0 \text{ on } \Gamma_\phi\}$$

$$k_{ij}\phi_i n_j = q_0 \text{ on } \Gamma_q, \quad k_{ij}\phi_i n_j = -h(\phi - \phi_f) \text{ on } \Gamma_h \quad (7)$$

$$W = \{w \in H^1(\Omega) \mid w = 0 \text{ on } \Gamma_\phi\} \quad (8)$$

ここでは簡単のため、熱伝導率 $k_{ij}$ は空間において直交異方な一様熱伝導特性を有し、既知熱伝達率 $h$ は境界 $\Gamma_h$ において一様であると仮定している。 $\bar{n}$ は境界の単位法線ベクトルを表している。

## 3 温度分布二乗誤差最小化問題

熱伝導場の部分境界において規定された温度分布と実温度分布との二乗誤差積分を最小化する問題を定式化し、Lagrange乗数法、あるいは随伴変数法、を用いて形状勾配関数を導出する。

3.1 問題の定式化 境界 $\Gamma$ の部分境界 $\Gamma_D \subseteq \Gamma_q + \Gamma_h$ において規定温度分布 $\phi_D(\bar{x}) \in \Phi_D = \{\phi_D \in H^{1/2}(\Gamma_D)\}$ が与えられている定常熱伝導場領域 $\Omega$ の変動問題を考える。

この熱伝導場領域 $\Omega$ の領域変動を連続な1対1写像 $\bar{T}_s$  ( $s$ は領域変動の履歴)で定義し、領域 $\Omega$ は変動して $\Omega_s = \bar{T}_s(\Omega)$ になると仮定する。 $\bar{T}_s(\Omega)$ は、領域変動の制約条件の集合 $\Theta$ を満たす許容関数の集合 $D$

の要素とする。このとき、温度分布二乗誤差最小化問題は次のように定式化される。

Problem :

Given  $\Omega, M$  and

$k_{ij}, Q, \phi_0, q_0, h, \phi_f$  : fixed in space (9)

find  $\Omega_s$  or  $\bar{T}_s(\Omega) \in D$  (10)

that minimize  $E_{\Gamma_{D_s}}(\phi)$  (11)

subject to  $a_{\Omega_s}(\vec{\nabla}\phi, \vec{\nabla}w) + b_{\Gamma_{h_s}}(\phi, w)$

$= f_{\Omega_s}(w) + c_{\Gamma_{h_s}}(w) + d_{\Gamma_{q_s}}(w) \quad \forall w \in W$  (12)

$\text{meas}(\Omega_s) = \int_{\Omega_s} dx \leq M$  (13)

ただし、 $E_{\Gamma_{D_s}}(\phi)$  は次のように定義されている。

$$E_{\Gamma_{D_s}}(\phi) = E_{\Gamma_{D_s}}(\phi - \phi_D, \phi - \phi_D) = \int_{\bar{T}_s(\Gamma_{D_s})} (\phi - \phi_D)^2 d\Gamma \quad (14)$$

式 (9) の "fixed in space" は領域変動に依存しない分布が変動可能領域で与えられていることを示す。また、式 (13) は領域の質量が  $M$  以下という領域の大きさに関する制約条件式である。

3.2 形状勾配関数 この問題は Lagrange 乗数法、あるいは随伴変数法によって制約条件のない停留化問題に書き換えることができる。この場合の Lagrange 関数  $L(\phi, w, \Omega_s)$  は次式で与えられる。

$$L = E_{\Gamma_{D_s}}(\phi - \phi_D, \phi - \phi_D) - a_{\Omega_s}(\vec{\nabla}\phi, \vec{\nabla}w) - b_{\Gamma_{h_s}}(\phi, w) + f_{\Omega}(w) + c_{\Gamma_{h_s}}(w) + d_{\Gamma_{q_s}}(w) + \Lambda(\text{meas}(\Omega_s) - M) \quad (15)$$

ここで、 $\Lambda$  は領域の大きさ制約に対する Lagrange 乗数である。領域変動に対する  $L$  の導関数  $\dot{L}$  は速度場  $\vec{V}(\Omega_s) = \partial \bar{T}_s(\Omega) / \partial s = \partial \bar{T}_s(\bar{T}_s^{-1}(\Omega_s)) / \partial s$  を用いて次のように得られる<sup>(11)</sup>。

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -\{a_{\Omega_s}(\vec{\nabla}\phi, \vec{\nabla}w') + b_{\Gamma_{h_s}}(\phi, w') - f_{\Omega_s}(w') \\ & - c_{\Gamma_{h_s}}(w') - d_{\Gamma_{q_s}}(w')\} \\ & - \{a_{\Omega_s}(\vec{\nabla}\phi', \vec{\nabla}w) + b_{\Gamma_{h_s}}(\phi', w) - 2E_{\Gamma_{D_s}}(\phi', \phi - \phi_D)\} \\ & + \dot{\Lambda}(\text{meas}(\Omega_s) - M) \\ & + l_{G_s}(\vec{V}) \end{aligned} \quad (16)$$

ただし、 $(\cdot)$  は物質導関数、 $(\cdot)'$  は空間座標に固定した分布関数の領域変動に対する導関数 (形状導関数) を

表す。また、

$$l_{G_s}(\vec{V}) = \int_{\Gamma_{\phi_s}} G_{\phi_s} \vec{n} \cdot \vec{V} d\Gamma + \int_{\Gamma_{q_s}} G_{q_s} \vec{n} \cdot \vec{V} d\Gamma + \int_{\Gamma_{h_s}} G_{h_s} \vec{n} \cdot \vec{V} d\Gamma \quad (17)$$

$$G_{\phi_s} = -k_{ij} \phi_{,i} w_{,j} + wQ + \Lambda \quad (18)$$

$$G_{q_s} = -k_{ij} \phi_{,i} w_{,j} + \nabla_n(\phi - \phi_D)^2 + (\phi - \phi_D)^2 \kappa + wQ + \nabla_n(wq_0) + (wq_0)\kappa + \Lambda \quad (19)$$

$$G_{h_s} = -k_{ij} \phi_{,i} w_{,j} + \nabla_n(\phi - \phi_D)^2 + (\phi - \phi_D)^2 \kappa - \nabla_n(h\phi w) - (h\phi w)\kappa + wQ + \nabla_n(h\phi_f w) + (h\phi_f w)\kappa + \Lambda \quad (20)$$

ただし、 $\nabla_n(\cdot) = \vec{\nabla}(\cdot) \cdot \vec{n}$ 、 $\kappa$  は 2 次元の場合曲率、3 次元の場合平均曲率を表わしている。

ここで  $\phi, w, \Lambda$  が次の条件

$$a_{\Omega_s}(\vec{\nabla}\phi, \vec{\nabla}w') + b_{\Gamma_{h_s}}(\phi, w') = f_{\Omega}(w') + c_{\Gamma_{h_s}}(w') + d_{\Gamma_{q_s}}(w') \quad \forall w' \in W \quad (21)$$

$$a_{\Omega_s}(\vec{\nabla}\phi', \vec{\nabla}w) + b_{\Gamma_{h_s}}(\phi', w) = 2E_{\Gamma_{D_s}}(\phi', \phi - \phi_D) \quad \forall \phi' \in \Phi \quad (22)$$

$$\Lambda(\text{meas}(\Omega_s) - M) = 0 \text{ and } \text{meas}(\Omega_s) \leq M \quad (23)$$

によって決定されたとき、Lagrange 汎関数の導関数は評価関数の導関数と一致して、次の関係が成立する。

$$\dot{L}|_{\phi, w, \Lambda} = \dot{E}_{\Gamma_{D_s}}(\phi)|_{\phi, w, \Lambda} = l_{G_s}(\vec{V}) \quad (24)$$

式 (21) と (22) はそれぞれ熱伝導場の状態方程式と随伴系方程式の変分形式を表し、式 (23) は  $\Lambda$  に対する支配方程式を表わしている。式 (17) で与えられる  $G_{\phi_s} \vec{n}$ 、 $G_{q_s} \vec{n}$ 、 $G_{h_s} \vec{n}$  は、評価関数の導関数において、領域の微小変動を与える速度場  $\vec{V}$  の係数関数になっていることから、この問題における感度関数あるいは形状勾配関数になっている。またスカラー関数  $G_{\phi_s}$ 、 $G_{q_s}$ 、 $G_{h_s}$  を形状勾配密度関数と呼ばれる。形状勾配関数が与えられれば、方法<sup>(11)</sup>を適用することが可能となる。

また、ここでは熱伝導場の部分境界において温度分布を規定する形状決定問題を取り上げて定式化を行ってきたが、同様な手順で部分領域で温度勾配分布を規定する形状決定問題の形状勾配関数も導出可能である。

#### 4 解法

4.1 力法 力法は速度場  $\vec{V}$  を次の支配方程式に基づいて解く方法として提案されている<sup>(11)</sup>。

$$a_{\Omega_s}^E(\vec{V}, \vec{y}) = -l_{G_s}(\vec{y}), \quad \forall \vec{y} \in D \quad (25)$$

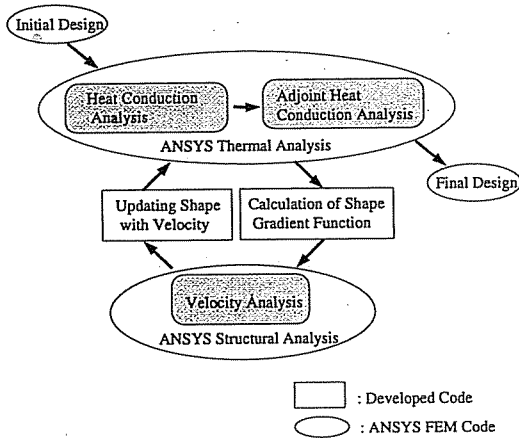


Fig. 2 Algorithm using general-purpose FEM code

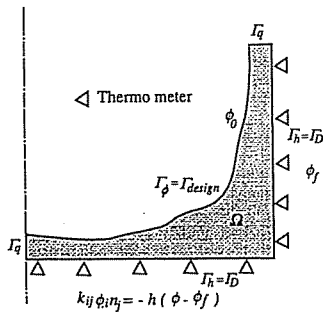


Fig. 3 Shape estimation problem of erosion surface on blast furnace hearth

ただし、 $a_{\Omega_s}^E(\vec{V}, \vec{v})$  は線形弾性体のひずみエネルギーを与える双一次形式で、分布ベクトル関数  $\vec{u}, \vec{v}$  に対して次式で定義されている。

$$a_{\Omega_s}^E(\vec{u}, \vec{v}) = \int_{\Omega_s} A_{ijkl} u_{k,l} v_{i,j} dx \quad (26)$$

$A_{ijkl}$  は正定値性を有する剛性テンソルである。式 (25) は、速度場  $\vec{V}$  が負の形状勾配関数を外力として作用させたときの変位場として解析されることを示している。方法に基づく領域変動は、形状勾配関数を疑似弾性問題の外力として作用させたときの変位場として求められる。したがって、式 (25) は通常の線形弾性問題の解法を用いて解くことが可能であり、汎用性のある方法である。本研究では有限要素法を用いた。

4.2 汎用 FEM コードを利用した解法 著者らはこれまで方法を汎用化、実用化するために弾性力学の

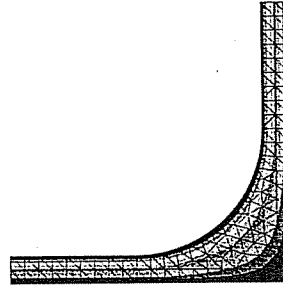


Fig. 4 Target shape and temperature distribution for shape estimation problem of erosion surface on blast furnace hearth

問題に対する汎用 FEM コードを利用したシステムを開発してきた<sup>(7)(8)(13)</sup>。本研究では、新たに定常熱伝導場問題に対する汎用 FEM システムを開発した。解析手順を図 2 に示す。今回利用した汎用 FEM コードは ANSYS Revision 5.2 である。

まず初期形状を与え、式 (21) の温度場  $\phi$ 、式 (22) の随伴温度場  $w$  の解析を熱伝導場解析コードを利用して行う。得られた結果から形状勾配密度関数  $G_s$  を計算する。次に、構造解析コードを用いて式 (25) の速度場  $\vec{V}$  を解析し、 $\Delta s \vec{V}$  により形状を更新する。形状が更新されれば最初に戻って解析が繰り返され、目的汎関数が停留したと判断されたときに解析は終了する。速度場  $\vec{V}$  を求めるときに必要な形状勾配関数の大きさに比例した境界法線方向の力は、汎用 FEM コードに備えられている圧力荷重を代用して入力している。なお、体積などの制約条件を満たすように決定される Lagrange 乗数  $\Lambda$  は、形状勾配関数の中では一様な表面力とみなすことができるため、本研究では大きさ  $\Lambda$  の一様な表面力を制御することによってその制約条件を満足させる手法を用いた。

### 5 解析例

提示した方法の妥当性を確認するための簡単な 2 次元問題の解析例を紹介する。

設計境界  $\Gamma_{design}$  が境界  $\Gamma_q$  あるいは  $\Gamma_h$  の部分境界  $\Gamma_{design} \subseteq \Gamma_q + \Gamma_h$  で与えられる場合の形状勾配密度関数  $G_{qs}, G_{hs}$  は、式 (19), (20) から示されるようにその境界における曲率  $\kappa$  を計算する必要がある。2 次元の場合、曲率  $\kappa$  は境界曲線形状関数の空間 2 回微分で与えられる。したがって、設計境界  $\Gamma_{design}$  において精度よく曲率  $\kappa$  を評価するためには、より滑らかな設計境界形状を設定する必要がある。ここでは本手法の基本的な妥当性を確認することを目的として、設計境界  $\Gamma_{design}$  が温度既知境界  $\Gamma_\phi$  の部分境界  $\Gamma_{design} \subseteq \Gamma_\phi$  として仮定できる簡単な次の二つの解析例を設定した。

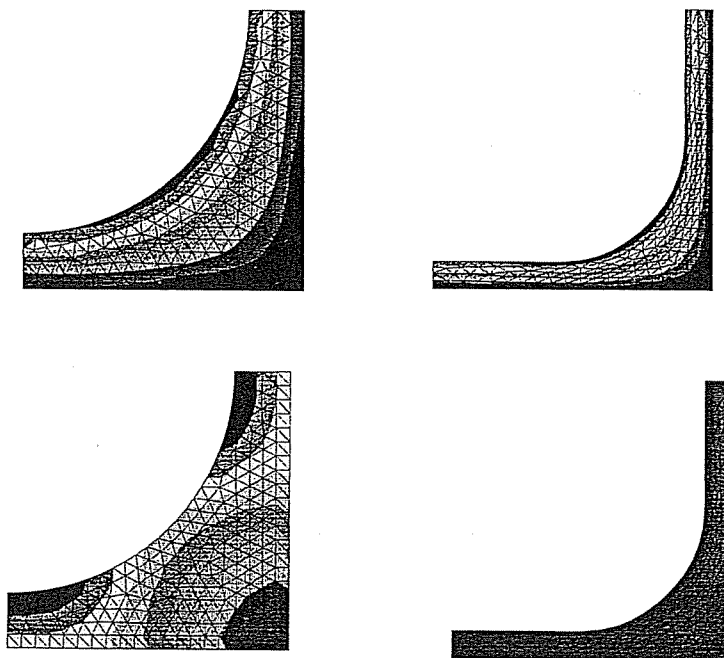


Fig. 5 Results for shape estimation problem of erosion surface on blast furnace hearth : Comparison between shapes, temperature distributions (upper) and distributions of shape gradient density function (lower) at initial state (left) and at converged state (right)

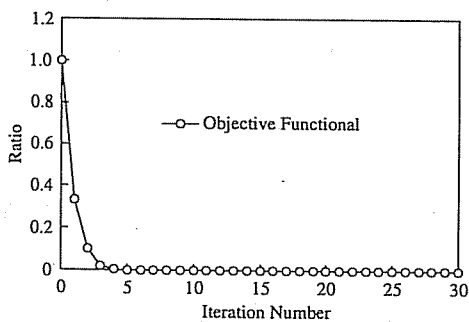


Fig. 6 Results for shape estimation problem of erosion surface on blast furnace hearth : Iteration history of objective functional

5.1 解析例 1 : 炉底耐火物の侵食ライン形状推定  
 溶鉱炉の炉底耐火物の侵食状態を推定する問題を考える<sup>(5)</sup>。図 3 に示すように、通常、侵食ライン形状推定は、耐火物の外表面境界で測定された温度分布に基づいて行われる。すなわち、実際の炉に対して測定された外表面境界温度分布と、仮定した炉形状での温度

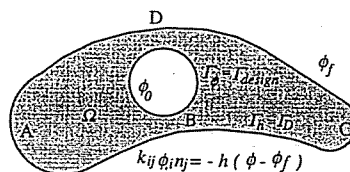


Fig. 7 Shape optimization problem of coolant flow passage in turbine blade

分布との誤差を最小化するように侵食ライン形状が推定される。

本解析では簡単のために、推定境界である境界  $\Gamma_\phi$  の炉内温度を  $\phi_0 = 1500^\circ C$ 、炉耐火物の縦弾性係数を  $19.6 GPa$ 、ポアソン比を  $0.2$ 、熱伝導率を  $k_{ij} = k\delta_{ij}$ 、 $k = 0.7 W/mK$ 、外周辺温度を  $\phi_f = 300^\circ C$ 、炉と外周辺との熱伝達率を  $h = 300 W/m^2 K$  でそれぞれ一定とした。この問題では、外表面境界  $\Gamma_h = \Gamma_D$  において測定された温度分布を規定温度分布  $\phi_D(\bar{x})$  とし、炉内境界を設計境界  $\Gamma_{design} = \Gamma_\phi$  とした問題となっている。本解析では、図 4 に示す形状を目標形状と仮定

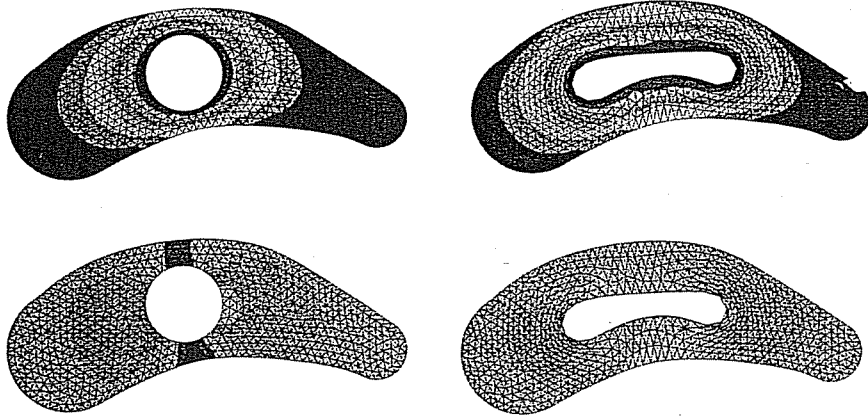


Fig. 8 Results for shape optimization problem of coolant flow passage in turbine blade : Comparison between shapes, temperature distributions (upper) and distributions of shape gradient density function (lower) at initial state (left) and at converged state (right)

し、熱伝導場解析して得られた炉外表面境界  $\Gamma_h = \Gamma_D$  における温度分布を規定温度分布  $\phi_D(\bar{x})$  として設定した。図 4 の分割は有限要素分割、分布は解析された温度分布を示している。形状修正解析では、炉外表面境界  $\Gamma_h$  を完全拘束、右上および左下部の断熱境界  $\Gamma_q$  をすべり拘束した。なお、本来、炉は軸対称問題であるが、簡単のため 2 次元問題を仮定して右側半分についてのみ解析を行った。また本解析では、領域の大きさに対する制約条件は考慮しなかった。

解析結果を図 5 と図 6 に示す。図 5 に初期形状 (左側) と収束形状 (右側) を比較して、温度分布 (上側) および形状勾配密度関数分布 (下側) を示している。分割は有限要素分割を表わしている。収束形状では、形状勾配密度関数の分布が設計境界で一様になり、形状および温度分布が図 4 に示す目標形状によく一致している様子が観察できる。また図 6 は形状修正の繰り返しに対する目的汎関数の収束履歴を初期値によって規準化して示している。この結果から、炉の外表面境界である温度規定境界  $\Gamma_h = \Gamma_D$  での温度二乗誤差が最小化され、目的汎関数の値が目的値のゼロに近づいていることが観察される。

この解析結果から本手法の基本的な妥当性が理解できる。

**5.2 解析例 2: 翼の冷却孔形状設計** タービン等で使用される翼では、翼表面での熱応力を緩和させるため冷却孔が設けられている。ここでは、このタービン翼表面温度平均化を目指した冷却孔の形状設計問題を取り上げる。

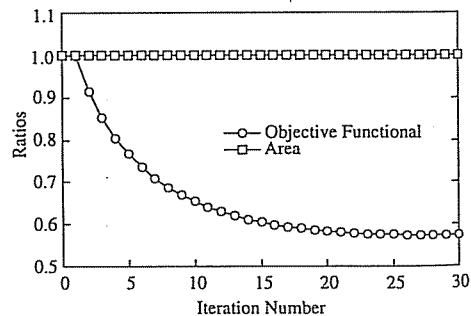


Fig. 9 Results for shape optimization problem of coolant flow passage in turbine blade : Iteration history of objective functional

問題設定を図 7 に示す。簡単のため冷却孔が一つの場合を仮定する。設計境界である境界  $\Gamma_\phi$  の冷却孔表面温度を  $\phi_0 = 20^\circ\text{C}$ 、タービン翼の縦弾性係数を  $75\text{GPa}$ 、ポアソン比を 0.3、熱伝導率を  $k_{ij} = k\delta_{ij}$ 、 $k = 198\text{W/mK}$ 、外周辺温度を  $\phi_f = 100^\circ\text{C}$ 、翼表面と外部流体との熱伝達率を  $h = 300\text{W/m}^2\text{K}$  でそれぞれ一定とした。翼内部に設けた境界を設計境界  $\Gamma_\phi = \Gamma_{\text{design}}$  とし、タービン翼表面  $\Gamma_h$  での規定温度分布  $\phi_D(\bar{x})$  は、初期形状を熱伝導場解析して得た表面温度 (図 8 の左上側) の平均値で一様分布に設定した。解析は領域の大きさ一定 (面積一定) の制約条件に基づいて行ない、形状修正解析では翼表面境界  $\Gamma_h$  を完全拘束した。解析結果を図 8 から図 10 に示す。図 8 は侵食ライン形状推定の結果と同様に、形状、温度分布および形

## 文 献

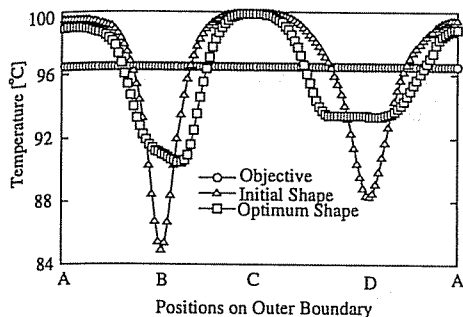


Fig. 10 Results for shape optimization problem of coolant flow passage in turbine blade : Temperature distribution on boundary of turbine blade

状勾配密度関数分布を示している。収束形状では、境界  $\Gamma_h$  での温度分布一様化のために冷却孔形状が横方向に変動し、設計境界で形状勾配密度関数の分布が緩和している様子が理解できる。図 9 から面積制約を満たして目的汎関数が最小値に収束している様子が確認できる。図 10 は初期形状と収束形状に対して、表面境界  $\Gamma_h$  (A-B-C-D) における温度分布を比較して示している。この図から、初期形状に比較して収束形状では、境界  $\Gamma_h$  の最高温度と最低温度との差は小さくなり、37%改善されている。この結果、翼表面での温度分布がいくぶん緩和され、翼表面温度平均化の目的を果たしている様子が確認できる。

この領域の大きさに制約を設けたタービン翼冷却孔形状設計の結果からも、提示した方法の妥当性を確認することができた。

## 6 まとめ

本論文では、定常熱伝導場の部分境界において温度分布を規定する形状逆問題に対して力法の適用を試みた。指定された境界において実温度分布と規定温度分布の二乗誤差最小化問題を定式化し、その最適化問題に対する形状勾配関数を理論的に導出した。汎用 FEM コードを利用した数値解析法を開発し、簡単な 2 次元の解析例から提示した方法の妥当性を示した。

なお本研究は、財団法人中部電力基礎技術研究所研究助成の援助を受けて行われた。記して深く謝意を表する。

- (1) 久保司郎 : 逆問題, 培風館 (1992), 143-207.
- (2) Barone M. R. and Caulk D. A. : Optimal Arrangement of Hole in a Two-Dimensional Heat Conductor by a Special Boundary Integral Method, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 18, (1982), 675-685.
- (3) Kennon S. R. and Dulikravich G. S. : Inverse Design of Multiholed Internally Cooled Turbine Blades, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 22, (1986), 363-375.
- (4) Shau R., Batista J. and Carey G. F. : An Improved Algorithm for Inverse Design of Thermal Problems With Multiple Materials, *Tran. ASME J. Heat Transfer*, Vol. 112, (1990), 274-279.
- (5) 吉川文明, 児子精祐, 清原庄三, 田口整司, 高橋洋光, 一宮正俊 : 高炉炉底部の耐火物侵食と凝固層分布の推定および操業への応用, 鉄と鋼, 第 73 年, 第 15 号, (1987), 2068-2075.
- (6) 中村正行, 佐藤尚仁 : 冷却孔配置の熱伝導逆問題の GA による解析, 日本機械学会講演論文集, Vol. 1, No.96-1, (1996), 61-62.
- (7) 下田昌利, 畔上秀幸, 桜井俊明 : ホモログス変形を目的とする連続体の形状決定, 日本機械学会論文集, A 編, 62 巻, 604 号, (1996), 2831-2837.
- (8) 下田昌利, 畔上秀幸, 桜井俊明 : 応力分布を規定した連続体の境界形状決定, 日本機械学会論文集, A 編, 62 巻, 602 号, (1996), 2393-2400.
- (9) 片峯英次, 畔上秀幸 : ポテンシャル流れ場の領域最適化解析, 日本機械学会論文集, B 編, 61 巻, 581 号, (1995), 103-108.
- (10) 片峯英次, 畔上秀幸, 山口正太郎 : ポテンシャル流れ場の形状同定解析 (圧力分布規定問題と力法による解法), 日本機械学会論文集, B 編, 64 巻, 620 号, (1998), 1063-1070.
- (11) 畔上秀幸 : 領域最適化問題の一解法, 日本機械学会論文集, A 編, 60 巻, 574 号, (1994), 1479-1486.
- (12) 畔上秀幸, 海津 聡, 下田昌利, 片峯英次 : 形状最適化問題における正則性の不足とその回復法, 日本機械学会第 2 回最適化シンポジウム講演論文集, No.96-7, (1996), 123-128.
- (13) 下田昌利, 吳志強, 畔上秀幸, 桜井俊明 : 汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法, 日本機械学会論文集, A 編, 60 巻, 578 号, (1994), 2418-2425.