

回転自由度を考慮した実験的動剛性結合法*

沖津昭慶*¹, 山下健治*², 畔上秀幸*¹Substructure Synthesis Method with Consideration of
Rotational Effects on the Combined Boundary

Akiyoshi OKITSU, Kenzi YAMASHITA, and Hideyuki AZEGAMI

This paper presents a simple and effective substructure synthesis method by experimental and finite element techniques in which the important influence of rotational effects on the determination of dynamic compliance at the common boundary has been taken into account. To satisfy the rotational compatibility at the common boundary, an experimental procedure is proposed to measure the angular acceleration. To demonstrate the applicability of the numerical simulation provided, two simple models of beam-beam and beam-plate type structures are investigated. Good agreement is shown among the three results by finite element simulation, a substructure synthesized method and experimental modal analysis.

Key Words: Vibration, Substructure Synthesis Method, Angular Acceleration

1. 緒 言

複雑な機械構造体では全体の動特性を一括して評価することが困難な場合が少なくない。この対策として提案された部分構造合成法は、各構造要素ごとの伝達関数を有限要素法または実験によって求め、これを合成することによって全体特性を得ようとする解析方法である。この場合、要素の動特性の評価に有限要素法の適用が可能であれば、数値計算によって設定しておいたすべての自由度について伝達関数を求めることができ、全体構造の動特性の的確な推定が可能となる。しかし形状の複雑さや、その他の理由から実験によって要素の動特性を求めるほかに方法がない場合が設計や試作の段階で生ずることがある。ところで、これまでは実験によって測定される伝達関数は通常並進自由度のみであって、回転自由度は測定が困難であるために構造結合部の自由度の評価が不十分となり、その結果全体特性の妥当な推定値は得難いとされてきた⁽¹⁾⁽²⁾。この対策として回転自由度の伝達関数の代わり

ある⁽³⁾。しかし厳密にはこれは二点間の平均された回転変位であって、ボルト結合や部分的な溶接等のごとく結合部が局部的である場合には、やはり回転自由度伝達関数を用いることが望ましい。

本研究では、この問題解決の手順として、最初に部分構造合成法の一つである動剛性結合法のプログラムを作成する。この方法の利点は結合構造の剛性マトリックスの重ね合わせが容易な点にある。このプログラムによって、2本のはりを結合した場合の動剛性を、回転自由度を含む1節点3自由度の有限要素解析によって求めた動剛性を使用して解析的に求める。次に実験では、一般に測定される並進自由度による伝達関数に加えて、試作した角加速度測定用器具によって回転自由度の伝達関数も求めて、両者を上記プログラムに入力することによって結合ばりの動特性を求める。最後に解析解と、実験結果を使用した解とを比較検討することによって、回転自由度を考慮することの効果も明らかにするとともに、回転自由度の測定方法の可能性と問題点を論じている。

2. 動剛性結合法

図1のごとく分割系Iと分割系IIとの結合モデルを考える。図で1~6までは節点番号である。結合点は1

* 昭和63年4月1日 第65期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和62年9月24日。

¹ 正員、豊橋技術科学大学(〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

² 鈴木自動車工業(株) (〒432-91 浜松市外高塚)。

点とするが並進と回転の2自由度の結合モデルとするために、5は並進自由度に関する結合点であり、3、6は回転自由度に関する結合点である。
ここで

X_i : 並進変位, F_{Xi} : 並進外力
 θ_i : 回転変位, $F_{\theta i}$: 回転外力
 (モーメント)

である。 H を伝達関数(コンプライアンス)とすると、
 系1, 2についてそれぞれ

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{X1} \\ F_{X2} \\ F_{\theta 3} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{Bmatrix} X_5 \\ \theta_6 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{55} & H_{56} & H_{54} \\ H_{65} & H_{66} & H_{64} \\ H_{45} & H_{46} & H_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{X5} \\ F_{\theta 6} \\ F_{X4} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

となる。 H は角振動数 ω の関数である。式(1), (2)の伝達関数行列の逆行列を計算して動剛性行列として表すと

$$\begin{Bmatrix} F_{X1} \\ F_{X2} \\ F_{\theta 3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{X5} \\ F_{\theta 6} \\ F_{X4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{55} & K_{56} & K_{54} \\ K_{65} & K_{66} & K_{64} \\ K_{45} & K_{46} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_5 \\ \theta_6 \\ X_4 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

となる。いうまでもなく $H_{ij} = K_{ij}^{-1}$ である。結合点における力の釣り合い条件より結合力を F^* とすると

$$F_{X2} + F_{X5} = F_{X25}^* \dots\dots\dots (5)$$

$$F_{\theta 3} + F_{\theta 6} = F_{\theta 36}^* \dots\dots\dots (6)$$

変位の適合条件より

$$X_2 = X_5 \dots\dots\dots (7)$$

$$\theta_3 = \theta_6 \dots\dots\dots (8)$$

式(5)から式(8)までの条件によって式(3), (4)を重ね合わせると

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 \\ K_{21} & K_{22} + K_{55} & K_{23} + K_{56} & K_{54} \\ K_{31} & K_{32} + K_{65} & K_{33} + K_{66} & K_{64} \\ 0 & K_{45} & K_{46} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \theta_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{X1} \\ F_{X25}^* \\ F_{\theta 36}^* \\ F_{X4} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

まとめると

$$[K(\omega)] \begin{Bmatrix} X(\omega) \\ \theta(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_X(\omega) \\ F_{\theta}(\omega) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

さらに逆行列をとって

$$\begin{Bmatrix} X(\omega) \\ \theta(\omega) \end{Bmatrix} = [K(\omega)]^{-1} \begin{Bmatrix} F_X(\omega) \\ F_{\theta}(\omega) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

式(1)と式(2)の $H(\omega)$ を有限要素法または実験によって求め、式(3)から式(11)までの計算を経て入力点と結合点の伝達関数を得ることができる。これらの式の中で各 ω に対する $F_{X1}(\omega)$ を与えて、それ以外の結合力、外力を零と置いてこの連立一次方程式を解けば各点の周波数応答 $X(\omega), \theta(\omega)$ が求められる。

3. 回転変位(角加速度)の測定

回転変位は、図2に示す測定器具を作製して測定した。図でA, Bは小形の加速度計で40mmの間隔で取り付けられている。これらの出力信号の差から中央の点の角加速度が得られる。試験片は500×32×4.3mmの長方形鋼板を使用した。図3に節点番号と自由度を示す。自由度 z_2 は結合部分の並進変位、 θ_3 は同一点の回転変位を表している。これらの出力を回転変位に関する伝達関数として測定するための装置のset-upを図4に示す。

4. 実験および計算結果

4.1 回転変位の測定 はり要素の伝達関数は、有限要素解析では長方形要素を用いて長手方向に5分割して求めた。この計算と対応して行った実験モード解析が、試験片の両端をゴムで吊した自由支持の境界条件で行っているために、計算に際しては剛体モードを考慮している⁽⁴⁾。

はり要素の自己伝達関数、相互伝達関数の例を図5に示す。左側はインパクト加振による実験結果であり、右側は有限要素解析結果である。 H_{11}, H_{12} は変位、 H_{13}, H_{33} は回転に関する伝達関数である。実験結果と計算結果は周波数のスケールが異なっているが、図で明らかなくとく1次~3次の固有振動数は、ほぼ一致していることがわかる。また H_{13}, H_{33} (回転変位)の実験結果では、各共振ピークの間部分ではノイズが現れている。とくに H_{33} は図2中のA点をX方向に打撃し

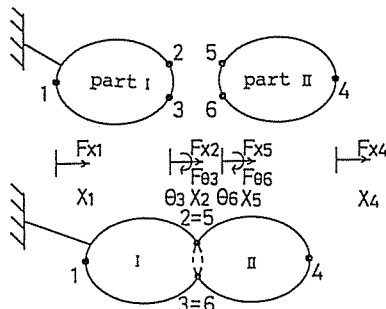


図1 結合モデル

た場合の応答を測定したものであり、加振点と応答点がほぼ同一点であるためにノイズの影響が最大となると予測される場合であるが、図でわかるように数値計算で得られた曲線とよく一致していることから、本測定方法の有効性が確かめられたといえる。

4.2 動剛性結合法プログラムの検証 作成した動剛性結合法プログラムの精度を検証するために、図6のごとく1枚の長方形板を二つの分系および三分の分系に分割したモデルについて、(1)全系についての有限要素解析、(2)分割系を有限要素解析したのち、動剛性結合法で結合、(3)実モデルのモード解析を行った。図7にその結果を示す。さらに実際的なモデルの例として図8の構造を製作して計算と実験によってその動特性を求めた。要素は電気溶接で結合されている。図9は図8中の点1と点2の間の伝達特性を(1)有限要素法、(2)動剛性結合法、(3)実験モード解析、の3種の評価方法によって求めた結果である。また振動モードについて比較した一例を図10に示す。これらの結果は何れもよく一致していてプログラムが信頼できるものであることを示している。

さらに、これらの結果は有限要素法では要素の結合

部分が並進、回転の両方の自由度で評価されるために、全体構造の動特性が適正に推定できることを示している。

4.3 回転自由度の考慮の必要性 この目的で、2枚の長方形板の結合ばりについて、結合部の自由度を、並進のみとした場合と、回転を考慮した場合とを比較することによって、回転自由度の考慮の必要性和、測定された回転の伝達関数の信頼性を検証する。

図11にはりの結合モデルを示す。これは図3の長方形鋼板と同一形状のものを2枚中央でボルト結合したものである。図の点6のボルトは角加速度測定器具と

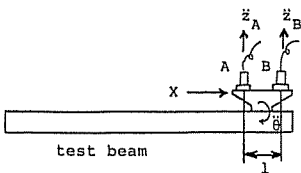


図2 角加速度測定器具



図3 試験片(はり)の自由度

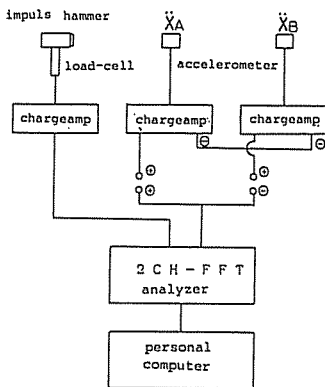
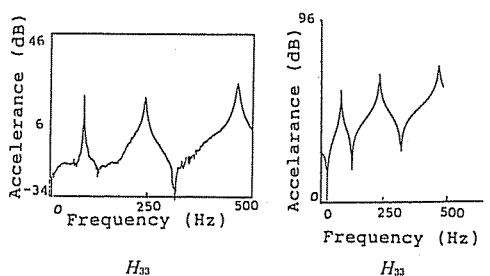
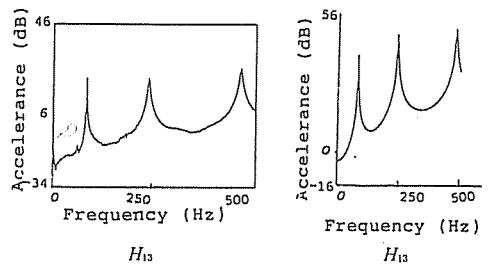
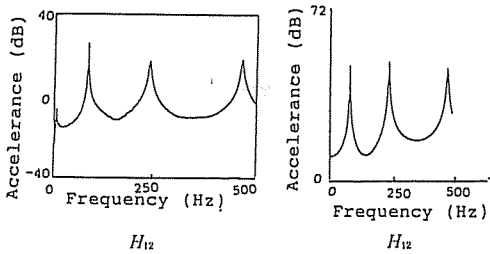
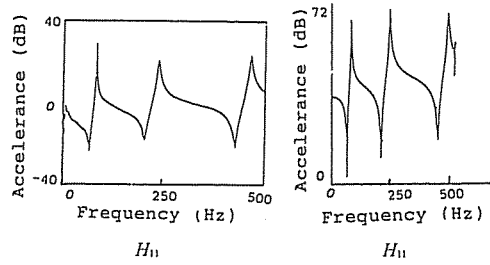


図4 回転変位伝達関数測定の set-up



(a) 実験 (b) 有限要素法

図5 はりの伝達関数 (アクセラランス)

等価なダミー質量として取付けられている。

前述の実験で得られた長方形板の伝達関数を、動剛性結合法に適用して、結合ばりの点1と点6の間の相互伝達関数を求めた。図12(a)は並進変位のみを用いた場合であり、(b)は並進と回転の両者を考慮した場合である。

(a)、(b)を比較すると、2、4、6次の偶数次振動モードの共振点はほぼ一致しているのに対して、奇数次モードが(a)で欠落している。この理由を説明するために両端自由支持ばりの振動モードを図13に示す。図によると1、3次の奇数次モードは中央の部分で曲げ変形している。またそれに対応する曲げモーメントが存在することも明らかである。ところが動剛性結合法

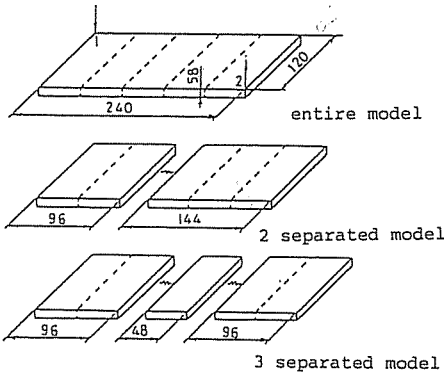


図6 平板の結合モデル

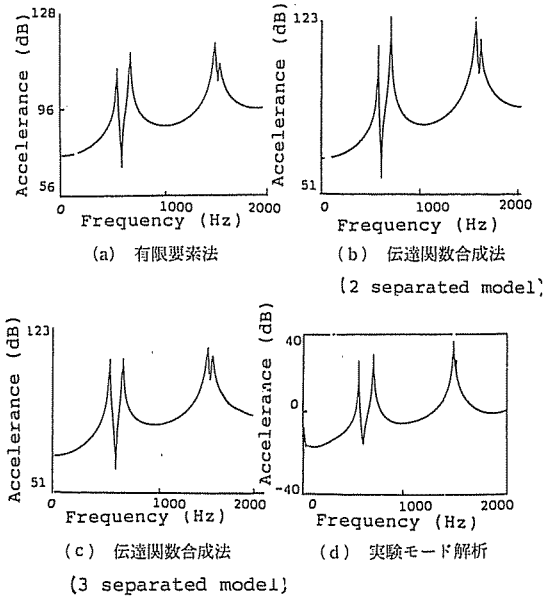


図7 平板の伝達関数(点1-点2)

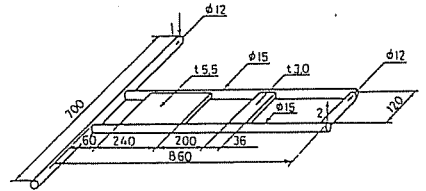


図8 機械構造モデル

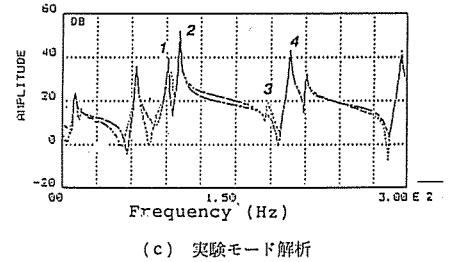
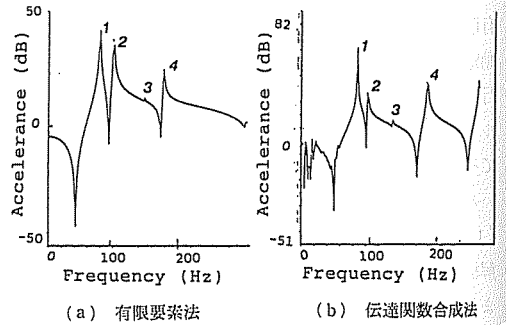


図9 機械構造モデルの点1-2間のアクセラランス

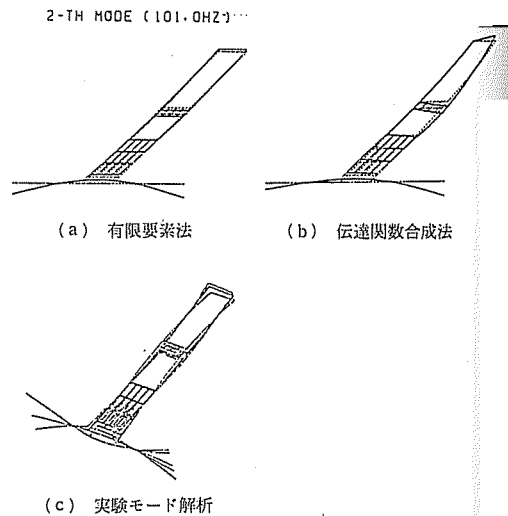


図10 機械構造の振動モードの比較例

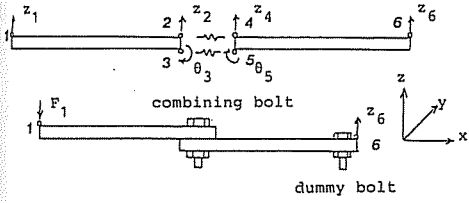
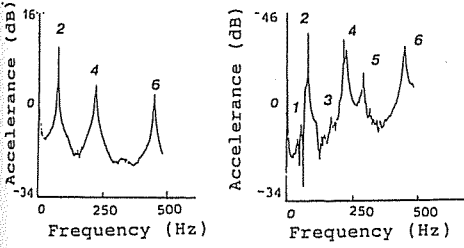


図 11 結合モデル



(a) 並進 (b) 並進+回転

図 12 結合ばりの伝達関数 (点1-点6)

を適用して、結合部が曲げ変形をするモードも見落とさずに推定するためには結合部の回転の伝達関数も考慮することが必要である。したがってそれを考慮しない場合には(a)のごとき結果となったものと考えられる。

またこれらの伝達関数にはノイズが存在していて(b)ではこの傾向が著しい。これは結合に使用した回転の伝達関数が、一例として図5の H_{13} , H_{33} のごとくピーク値以外の部分即ち出力の小さい部分でノイズが生じているためである。これは回転変位(角加速度)測定方法に起因するものであるが、この段階でカーブフィットによって曲線を滑らかにすることも一つの対策であると考えられる。

以上の結果を検証するために、有限要素法で得られた要素の伝達関数を用いて求めた結果を図14(a)に示す。また実際の結合ばりを用いて実験によって求めた伝達関数を図14(b)に示す。いずれも点1と点6の間のものである。

図12(b)と図14(a), (b)とはほぼ一致していて、本研究で紹介した回転変位(角加速度)測定方法と、動剛性結合法プログラムを併用することの妥当性を立証している。問題点としては、1個の測定装置で測定できるのは一つの回転自由度であるために、結合自由度が多くなれば測定装置の構成が複雑になることや、装置自身の質量の影響を無視できなくなることなどが考えられる。さらに、測定の際のノイズ対策も重要な課題である。しかしこれらの問題点が改善されれば大型

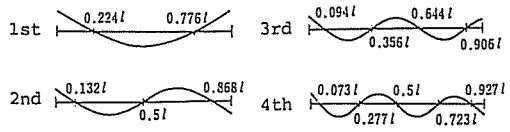
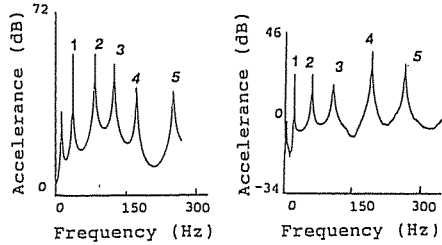


図 13 両端自由ばりの振動モード (1次~4次)



(a) 有限要素法 (b) 実験

図 14 結合ばりの伝達関数 (点1-点6)

で複雑な構造の動特性を簡単かつ高精度に推定することができて、構造の設計の高効率化や経済性の向上に寄与することが期待される。

5. 結 言

簡単で確実な回転変位(角加速度)測定方法を紹介し、この測定結果を用いて、動剛性結合法の適用を試みた。この結果、結合部の回転自由度の考慮の必要性を数値計算や実験によって立証することができた。以上をまとめると次のごとくである。

- (1) 一对の加速度計の出力差から局所的な角加速度を検出することのできる測定系を提案した。
- (2) 数値計算や実験によって求めた結合点の伝達関数を用いることによって、結合構造体の動特性を推定できる動剛性結合法プログラムを作成した。
- (3) 並進自由度のみを用いた結合構造の動特性には、結合部に回転変位と曲げモーメントが存在する振動モードは現れないことを再確認する一方で、結合部の回転自由度を考慮することによって、信頼性の高い結合構造の動特性が得られることを立証した。

文 献

- (1) 田中・三枝, 振動モデルとシミュレーション, (昭61), 249, 応用技術出版.
- (2) Kienholz, David A., *Inst. Aersp. Ind.*, 25-1 (1979), 157.
- (3) Chen, W. H. and Chergn, J. S., *J. Sound Vib.*, 103-1 (1985), 1.
- (4) 長松, モード解析, (昭60), 224, 培風館.

討 論

〔質問〕 本江 明〔(株)東芝総合研究所〕

(1) 2063 ページ左欄で「一例として図 5 の H_{13} , H_{33} のごとく…ノイズが生じているためである。これは、回転変位…の測定方法に起因するものである…」とあるが、アベレージングなどにより除去可能か。

(2) 図 14(a), (b) の比較について

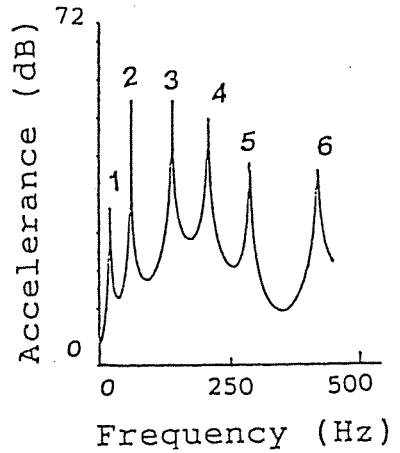
(i) 有限要素法の計算でピーク周波数 1 より低周波領域のピークは何に起因するのか。

(ii) 図 14(a), (b) の卓越周波数にずれが生じているのは結合部の剛性などの同定誤差に起因するのか。

〔回答〕 (1) 使用した加速度ピックアップは感度を犠牲にして軽量(質量 1.2 g)であることを重視したために、 S/N が小さくなったことが大きい原因と考えられる。測定値は 6 回のアベレージングを行っているが回数を増すことによって多少の改善は期待できると思う。

(2) (i) ご指摘に従って再検討を行った結果、図 14(a) に誤りが認められたので、付図 1 のように訂正したい。

(ii) はりの端部を重ね合わせて 1 本のボルトで結



付図 1 図 14(a) の訂正図

合しているためにこの部分の剛性が評価値より小さくなり、この部分が曲げモーメントを受ける三次モードのピークが低いほうに移動したことがずれの原因と思われる。