

高シュミット数物質噴流拡散場の
統計的特性に関する実験的研究

平成 19 年 1 月

内田 健児

目次

第 1 章	緒論	1
1.1	はじめに	1
1.2	乱流拡散場に関する研究	3
1.2.1	速度場とスカラー場の同時測定に関する研究	3
1.2.2	物質拡散場における主な統計的性質に関する研究	6
1.3	速度-スカラーコスペクトルのスケーリング則	12
1.3.1	慣性-対流領域における相似性解析	13
1.3.2	コスペクトルのスケーリング則に関する研究	14
1.4	確率密度関数法	16
1.4.1	スカラー PDF 輸送方程式	16
1.4.2	条件付統計量に関する研究	21
1.5	本論文の構成	23
第 2 章	吸光濃度計の周波数応答特性と高シュミット数物質拡散場の基本的特性	31
2.1	緒言	31
2.2	実験装置および実験条件	31
2.2.1	水路系および噴流出口条件	31
2.2.2	速度測定系	32
2.2.3	濃度測定系	32
2.2.4	同時測定時のプローブ配置	34
2.3	吸光濃度計の周波数応答特性	34
2.3.1	周波数応答特性検証実験	34
2.3.2	検証結果	35
2.4	実験結果	36
2.4.1	平均値の分布	36
2.4.2	相対強度および変動 r.m.s. 値の分布	37
2.4.3	スペクトル	37
2.4.4	確率密度関数	38

2.5	結言	39
第3章	高シュミット数物質拡散場における軸方向速度-濃度結合統計量の特徴	51
3.1	緒言	51
3.2	実験装置および実験条件	52
3.3	実験結果	52
3.3.1	軸方向物質フラックスの分布	52
3.3.2	軸方向速度-濃度結合確率密度関数	53
3.3.3	軸方向物質フラックスの確率密度関数	53
3.3.4	条件付平均速度	54
3.3.5	軸方向速度-濃度コスペクトル	54
3.3.6	微分統計量	55
3.4	結言	57
第4章	高シュミット数物質拡散場における物質フラックスの統計的特徴	67
4.1	緒言	67
4.2	実験装置	68
4.2.1	水路系および噴流出口条件	68
4.2.2	測定系	69
4.2.3	同時測定時のプローブ配置	69
4.3	乱流レイノルズ数の推定	70
4.4	実験結果	71
4.4.1	噴流拡散場の基本的特徴の確認	71
4.4.2	物質フラックスの分布	72
4.4.3	速度-濃度結合確率密度関数	73
4.4.4	物質フラックスの確率密度関数	74
4.4.5	速度-濃度コスペクトル	74
4.5	結言	75
第5章	スカラー PDF 輸送方程式における条件付統計量モデルの実験的検証	91
5.1	緒言	91
5.2	スカラー PDF に対する輸送方程式	92
5.3	実験装置および実験条件	93
5.4	実験結果	94
5.4.1	確率密度関数分布	94
5.4.2	条件付平均速度の分布	94

5.4.3	条件付スカラー散逸率	95
5.4.4	条件付スカラーラプラシアン	97
5.5	結言	98
第 6 章	ランダム希釈量モデルによる濃度 PDF の予測	105
6.1	緒言	105
6.2	確率密度関数の直交展開	105
6.3	ランダム希釈量モデル	107
6.4	結言	108
第 7 章	結論	113
	謝辞	117
	参考文献	118

第1章

緒論

1.1 はじめに

乱流中で物質が混合・拡散される現象は、工業分野のみならず自然界においても非常に多くの局面に現れる。乱流拡散と呼ばれるこのような現象を理解することは、燃焼器や化学反応器などの各種産業機器の高効率化や汚染物質の拡散予測をする上で重要である。さらに、今日直面している環境問題とも相俟って乱流拡散現象の研究に対するその重要性は年々増している。

日本の主要産業である自動車産業では、窒素酸化物 (NO_x) や粒子状物質 (PM) などの大気汚染物質や二酸化炭素 (CO₂) の削減が重要な課題となっている。我が国の乗用車の大半を占めるガソリン車においては、大気汚染物質の排出削減に関しては三元触媒の発展により改善に向かっているため、現在は CO₂ 排出量の削減、すなわち燃費改善が一層重要性を増している。気候変動に関する政府間パネル (IPCC: Intergovernmental Panel on Climate Change) の第三次報告書⁽¹⁾によれば、2000年で368 ppmまで増えている大気中の CO₂ 濃度は、最悪のシナリオでは2100年には970 ppmに達し、世界の平均気温は1990年に比べ5.8℃上昇すると予測されている。そのため、日本自動車工業会では新車自家用車の平均 CO₂ 排出量の目標値を190 g/km以下に設定し、業界をあげて燃費改善に取り組んでいる。この燃費改善に対する有望技術の一つが、スプレーガイドッド直噴エンジンである。このスプレーガイドッド直噴エンジンは、吸気行程で1回、圧縮行程で2回の合計3回の燃料噴射を行っている。最初の噴射は気化潜熱を利用して充填効率を高めるため、2回目の噴射で円錐状に燃料を噴射し、3回目の微量な噴射で点火プラグ近傍に濃いゾーンを作る。このように役割、噴霧形状の異なる複数回の燃料噴射において、各段階で噴出される燃料噴霧のシリンダー内での混合・拡散現象を解析、最適化することにより10～20%の燃費改善が可能であるとしている⁽²⁾。

一方、排出や発散を早急に抑制しなければならないベンゼンやトリクロロエチレン、テトラクロロエチレンなどの有害大気汚染物質の拡散予測として、経済産業省は、1996年から2000年にかけて、日本国内の建屋の影響を考慮した大気拡散モデル、経済産業省-低

煙源工場拡散 (METI-LIS: Ministry of Economy, Trade and Industry-Low rise Industrial Source dispersion) モデル⁽³⁾を開発し、このモデルを用いた有害物質拡散予測プログラムを大気汚染の未然防止のために2001年から無償で公開している。上述したような有害大気汚染物質は、SO_x (硫化酸化物) や NO_x とは異なり、工場や事業所など地上付近から排出され、地形や建屋の影響を受けるため、従来の大気拡散モデルでは環境予測評価は不可能であった。特にわが国の場合、工場周辺に家屋が多いため、大気環境濃度はその影響を受けやすい。その状況を踏まえ、経済産業省は、米国環境保護庁の ISC (Industrial Source Complex) モデル⁽⁴⁾を基本とし、地上濃度分布の再現性を向上させるため、複数の工場内でのトレーサガス拡散実験や同工場におけるベンゼン等の分布測定、風洞実験をもとに ISC モデルの拡散パラメータの見直しを行った。そのような物質拡散実験に基づく拡散パラメータの最適化により、日本国内での予測精度を向上させた大気拡散モデルが METI-LIS モデルである⁽³⁾。

ここに述べたものは乱流拡散現象に関するごく一例に過ぎないが、乱流による物質の混合・拡散現象は、各種産業機器の高効率化から大気中の汚染物質の拡散予測に至るまで様々な場面で研究されており、その研究の果たす役割は非常に大きい。上に述べた例のほとんどは、複雑な流れ場において熱や化学反応を伴っているが、このような複雑な系全体の特性を理解するためには、流れ場による拡散現象の基本的な知識が不可欠である。そのため、本研究では、化学反応を伴わない純粋な乱流拡散場において、流れ場の速度とそこに拡散される高シュミット数物質の濃度の同時測定を行うことにより、高シュミット数物質拡散場における統計的基本特性を実験的に明らかにすることを目的としている。なお、本研究で採用した乱流拡散場は、工業上比較的多くの場所で見られる軸対称噴流拡散場である。また、燃料噴射に代表されるような液滴の噴霧や化学反応を伴う流れのほとんどは高シュミット数物質拡散場における混合・拡散現象であるものの、そのメカニズムについてはいまだに不明な部分が多く、本研究では、そのような高シュミット数物質拡散場の特性を明らかにするためにシュミット数の大きな拡散物質を採用した。

以下に緒論の構成を示す。1.2節では、これまでに報告されている速度とパッシブスカラーの同時測定に関する研究と乱流拡散場における統計的性質に関する研究の中で、本研究と関連のあると思われるものについてその概要を述べる。さらに、1.3節と1.4節で、乱流拡散場における統計的性質の中でも本研究で特に注目している速度-スカラーコスペクトルのスケージング則とスカラー条件付統計量に関して、関連する数式の導出とともにこれまでに報告されている研究について詳しく説明する。

1.2 乱流拡散場に関する研究

1.2.1 速度場とスカラー場の同時測定に関する研究

乱流拡散現象を理解するためには、速度場とスカラー場の結合統計量の特性を明らかにすることが重要であり、そのためには流れ場の瞬時速度と拡散されるスカラー量の瞬時値を同時に測定する必要がある。速度とスカラー量の同時測定には大きく3つの測定法がある。1つは、比較的古くから行われている方法で、気相においてパッシブスカラーとして温度（浮力の影響が現れない程度に加熱された気体）を用い、速度測定用の熱線プローブと温度測定用の冷線プローブを組み合わせるという方法である。2つ目はレーザーを用いた光学的手法で、濃度測定にLIF (Laser Induced Fluorescence) 法を用い、それをLDV (Laser Doppler Velocimeter) やPIV (Particle Imaging Velocimetry), PTV (Particle Tracing Velocimetry) などの速度測定法と組み合わせる方法である。これらの測定法は非接触であるため流れ場を乱さず、また、1点のみの情報ではなく、面情報さらには3次元情報も得ることが可能であるため、近年の光学技術や画像解析技術の発展に伴い、盛んに用いられるようになっている。そして、3つ目は、濃度測定に吸光光度法を原理とするセンサーを用い、それを速度測定用の熱線あるいは熱膜プローブと組み合わせる方法である。なお、これらの測定法の詳細については文献(5)や(6)を参照していただきたい。

ここでは、気相および液相においてこれまでに報告されている速度-スカラー同時測定に関する研究について簡単にまとめる。

気相での研究

気相においてパッシブスカラーとして温度を用い、速度測定に熱線、温度測定に冷線を用いて同時測定を行っている代表的な研究として以下のような研究が挙げられる。Venkataramani *et al.* (1975)⁽⁷⁾ は、加熱された軸対称乱流噴流 ($Re^* = 3 \times 10^5$) の軸方向速度 u 、半径方向速度 v および温度 θ の同時測定を行い、中心軸上および中心軸から離れた位置で、それぞれの周辺確率密度関数および結合確率密度関数を詳細に調査し、正規分布との比較を行っている。Venkataramani & Chevray (1978)⁽⁸⁾ は、鉛直方向に平均温度勾配を持つ水平な格子乱流中において流れ方向速度 u 、鉛直方向速度 v および温度 θ の同時測定を行い、 v と θ のフィルター相関の測定から、 $x/M = 43.2$ (M は格子サイズ) の位置において、熱輸送のおよそ60%が積分スケールかそれ以上のスケールの渦によるものであることを示している。また、彼らの測定はレイノルズ数が低く、速度には慣性小領域が現れなかったにも関わらず、温度場のスペクトルには対流小領域が現れている。さらに、彼

* Re は噴流レイノルズ数であり、 $Re \equiv U_0 d / \nu$ で定義される。ここで、 U_0 はノズル出口速度、 d はノズル直径、 ν は動粘性係数である。

らは確率密度関数の測定から，温度 PDF の分布が正の歪みを持っていることを示し， θ の高次モーメントや v と θ の結合モーメントについても調査を行っている．Chevray & Tutu (1978)⁽⁹⁾ は，加熱された軸対称乱流噴流中 ($Re = 2.7 \times 10^5$) の $x/d = 15$ の断面において， u, v, θ の同時測定を行い，熱フラックス $\langle u\theta \rangle, \langle v\theta \rangle$ や相関係数 $R_{u\theta}, R_{v\theta}$ ，乱流プラントル数の半径方向分布を示している．また， v と θ のフィルター相関の測定から 10 Hz 以下の大スケールの渦が熱輸送に大きく関与している ($\langle v\theta \rangle$ のおよそ 50%) ことを示している．Jayesh & Warhaft (1992)⁽¹⁰⁾ は，水平方向に平均温度勾配を持つ鉛直な格子乱流中 ($R_\lambda^* = 54.4$) において， u と θ の同時測定を行い， $x/M = 36.4 \sim 132.4$ の広い範囲にわたり，確率密度関数や温度で条件付けを行ったスカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ などの分布の調査を行っている．Mydlarski & Warhaft (1998)⁽¹¹⁾ や Mydlarski (2003)⁽¹²⁾ は，水平方向に平均温度勾配を持ち，比較的高い乱流レイノルズ数の流れ場を作り出すことができるアクティブ格子を用いた鉛直な格子乱流⁽¹³⁾ において， u, v, θ の同時測定を行い，スペクトルやコスペクトル，構造関数のスケージング則や微分モーメントなどの様々な統計法則について詳細な調査を行っている．

パッシブスカラーとして気体濃度を用いた研究としては，Panchapakesan & Lumley (1993)⁽¹⁴⁾ によるヘリウムを用いた軸対称乱流噴流の測定が挙げられる．彼らは，X 型熱線プローブと Way-Libby 型干渉プローブを組み合わせることにより，速度 2 成分 u, v とヘリウム濃度 c の同時測定を行っており， $x/d = 50 \sim 120$ の広い範囲で物質フラックス $\langle uc \rangle, \langle vc \rangle$ や 3 次の結合モーメント ($\langle uc^2 \rangle, \langle u^2c \rangle, \dots$) を詳細に調査している．また，彼らは実験データをもとにヘリウム噴流におけるスカラーエネルギーの収支を推定している．しかしながら，彼らの測定結果はヘリウムガスの浮力の影響により自己保存性が成立せず，下流方向に変化する傾向が見られる．Batt (1977)⁽¹⁵⁾ は， $N_2 + N_2O_4 \leftrightarrow 2NO_2 + N_2$ という反応を伴う混合層中において，熱線プローブと NO_2 濃度測定用の吸光光度法を利用した光ファイバーセンサーを組み合わせることにより，流れ方向速度 u と濃度 c の同時測定を行っている．彼はその同時測定から，平均値や変動強度，高次モーメントなどの基本統計量の分布を調査し，さらに，物質フラックス $\langle uc \rangle$ の分布も報告している．なお，このような気相中における測定では，分子プラントル数 $Pr (\equiv \nu/\alpha; \alpha$ は熱拡散係数) あるいは分子シュミット数 $Sc (\equiv \nu/D; D$ は分子拡散係数) は $Pr(Sc) \sim O(1)$ である．

液相での研究

液相における研究として，Papanicolaou & List (1988)⁽¹⁶⁾ は，拡散物質にローダミン 6G ($Sc \simeq 1,000$) を用い，LDV と LIF を組み合わせて，鉛直下向きに噴出される軸対称乱流噴流と噴出流体に塩化ナトリウムを溶かすことにより密度差によって形成されるプルーム

* R_λ は乱流レイノルズ数であり， $R_\lambda \equiv u'\lambda/\nu$ で定義される．ここで， u' は縦速度 r.m.s. 値， λ は Taylor のマイクロスケールである．

に対して、軸方向速度 u 、半径方向速度 v および染料濃度 c の同時測定を行っている。まずはじめに、彼らは噴流とブルームの両方に対して速度と流れによって輸送されるトレーサー濃度の減衰法則を実験的に検証している。その後、噴流とブルームのそれぞれに対して物質フラックスを測定し、ブルームによる物質輸送が噴流による物質輸送に比べ2倍程度大きくなることを示している。しかしながら、これらの物質フラックスの分布には大きなばらつきが見られる。Simoens & Ayrault (1994)⁽¹⁷⁾ は、水平な格子乱流中で発達する二次元噴流 ($Re_M^* = 4,000$) の $x/M = 30, 50, 80$ の断面において、PIV と LIF を組み合わせて、縦速度 u 、横速度 v および濃度 c の同時測定を行っている。彼らの測定では、平均濃度や変動濃度 r.m.s. 値については各断面で相似性を示しているが、横方向物質フラックス $\langle vc \rangle$ の分布は著しく精度の低い結果となっている。また、Lemoine *et al.* (1996)⁽¹⁸⁾ は、ローダミン B ($Sc \approx 1,000$) を用いた軸対称乱流噴流中 ($Re = 5,600$) の $x/d = 2 \sim 48$ の断面において、LDV と LIF を用いた u と c の同時測定を行っているが、平均値の分布にはばらつきが見られ、軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ についても精度の低い結果しか得られていない。また、彼らはこれらの結果をもとに渦拡散係数 K の分布も調査しているが、本来、 $\langle vc \rangle = -K_y \frac{\partial C}{\partial y}$ から算出すべきところを $\langle uc \rangle = -K_y \frac{\partial C}{\partial y}$ から算出している点に疑問が持たれる。

2000年以降になると比較的安定した測定が行われているようである。Webstar *et al.* (2001)⁽¹⁹⁾ は、ローダミン 6G を用いた軸対称乱流噴流中 ($Re = 3,000$) の $x/d = 50 \sim 92$ の断面において、PTV と PLIF (Planar LIF) を用いた u, v, c の同時測定を行い、平均値や変動 r.m.s. 値、レイノルズ応力 $\langle uv \rangle$ 、物質フラックス $\langle uc \rangle, \langle vc \rangle$ といった基本的な統計量を詳細に調査し、平均値や変動 r.m.s. 値、レイノルズ応力については良好な結果を得ている。しかしながら、物質フラックス、特に軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ の分布に関しては大きなばらつきが見られる。また、Borg *et al.* (2001)⁽²⁰⁾ は、ローダミン B を用いた軸対称乱流噴流中 ($Re = 6,000$) の $x/d = 2, 4, 6$ の断面において、PIV と PLIF を用いた u, v, c の同時測定を行い、測定から得られた半径方向分布を LES (Large Eddy Simulation) から得られた分布と比較している。その結果、平均値や変動速度 r.m.s. 値は計算結果とほぼ一致しているものの、変動濃度 r.m.s. 値や半径方向物質フラックス $\langle vc \rangle$ については計算結果に比べると小さな値をとる傾向があった。また、彼らは v と c の相互相関係数 ρ_{vc} の半径方向分布についても調査を行っており、分布にはややばらつきが見られるものの、計算結果と同様の分布傾向が得られている。

光学的手法を用いた同時測定では、測定そのものに焦点があてられており、同時測定から得られる統計量については、これまで述べたような平均値や変動 r.m.s. 値といった基本的統計量とフラックスのような結合2次モーメントの分布の調査に限られている。その

* Re_M は格子レイノルズ数であり、 $Re_M \equiv UM/\nu$ で定義される。ここで、 U は主流速度、 M は格子サイズである。

上、濃度の変動成分についてはいまだに高精度の安定した測定はできておらず、結合モーメントについても精度の低い結果しか得られていない。しかしながら、近年の光学技術の発展により、 $4\mu\text{m}^3$ という非常に高い空間分解能での濃度測定も可能になっており^(21,22)、今後、このような光学的手法が、パッシブスカラー場の微小スケールにおける統計法則を解明する上で、非常に重要な役割を果たすことになるかと予想される。

一方、濃度測定に吸光光度法を利用した光ファイバプローブを用い、それを熱膜プローブと組み合わせて同時測定を行った例として、酒井ら^(1999⁽²³⁾, 2000⁽²⁴⁾)や岡田ら^{(2001)⁽²⁵⁾}の軸対称乱流噴流での測定が挙げられる。酒井らは^(23,24)、高シュミット数物質を用いた軸対称噴流中 ($Re = 6,300$) において u と c の同時測定を行い、 $x/d = 30 \sim 150$ の広い範囲にわたり、平均や変動 r.m.s. 値、確率密度関数やスペクトルなどの分布を調査している。また、結合確率密度関数やコヒーレンスなどの結合統計量についても調査しており、どちらも精度の高い結果が得られている。その後、岡田ら⁽²⁵⁾ は同様の軸対称噴流中 ($Re = 6,400$) において u, v, c の同時測定を行い、結合確率密度関数やコヒーレンス、フェイズをもとに濃度-速度相関の構造を調査している。しかしながら、酒井らや岡田らの研究はレイノルズ数が1種類のみでの測定であり、レイノルズ数依存性については調べられていない。

1.2.2 物質拡散場における主な統計的性質に関する研究

この項では、乱流拡散場の統計理論とともに、乱流拡散場における統計的性質を理論的および実験的に取り扱った研究について概説する。

Kolmogorov 仮説とエネルギースペクトル

平均流のエネルギーは流れ場と同程度のスケールの大きな渦によって乱れのエネルギーとなる。このスケールの大きな渦により持ち込まれた乱れのエネルギーは、ナビエ-ストークス方程式の非線形慣性項の作用により、順次スケールの小さな(波数の大きな)乱れの成分に輸送される。この大きな渦から小さな渦への乱れのエネルギー輸送過程は、小さいスケールへのエネルギーカスケードあるいはカスケードダウンと呼ばれ、Kolmogorov 仮説⁽²⁶⁾の基礎を構成するものである(詳細については、例えば中村^{(1992)⁽²⁷⁾}、Frisch^{(1995)⁽²⁸⁾}、後藤^{(1998)⁽²⁹⁾}、Pope^{(2000)⁽³⁰⁾}参照)。Kolmogorov 仮説によると、レイノルズ数が十分に大きければ、乱れの最小スケールである Kolmogorov スケール η に対応する波数 $k_K (= 1/\eta)$ より十分小さく、エネルギーを含む大渦のスケール(積分スケール L) に対応する波数 $k_L (= 1/L)$ より十分大きい波数 k の領域 ($k_L \ll k \ll k_K$) では、粘性の作用が無関係となり、エネルギーの慣性輸送が支配的となる。そのため、このような領域のことを慣性小領域と呼んでいる。なお、Kolmogorov マイクロスケール η は次式で与えら

れる．

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\langle \varepsilon \rangle} \right)^{1/4}. \quad (1.1)$$

ここで， ν は動粘性係数， $\langle \varepsilon \rangle$ は単位質量当りの平均エネルギー散逸率である．さらに，Kolmogorov 仮説から導き出される慣性小領域でのエネルギースペクトル $E(k)$ が，

$$E(k) = C_K \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k^{-5/3}, \quad (k_L \ll k \ll k_K) \quad (1.2)$$

同様に1次元縦エネルギースペクトル $E_{11}(k_1)$ と横エネルギースペクトル $E_{22}(k_1)$ が，それぞれ，

$$E_{11}(k_1) = C_{K1} \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k_1^{-5/3}, \quad (k_L \ll k_1 \ll k_K) \quad (1.3)$$

$$E_{22}(k_1) = C'_{K1} \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k_1^{-5/3}, \quad (k_L \ll k_1 \ll k_K) \quad (1.4)$$

で表されることはよく知られている．ここで， C_K ， C_{K1} ， C'_{K1} は Kolmogorov 定数と呼ばれる普遍定数であり，以下の関係がある．

$$C_{K1} = \frac{18}{55} C_K, \quad (1.5)$$

$$C'_{K1} = \frac{4}{3} C_{K1} = \frac{24}{55} C_K. \quad (1.6)$$

また， $\langle \varepsilon \rangle$ は次式で定義される．

$$\langle \varepsilon \rangle \equiv 2\nu \langle s_{ij} s_{ij} \rangle, \quad s_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.7)$$

C_{K1} に関して，Sreenivasan (1995)⁽³¹⁾ は，様々な研究者のデータをもとに，乱流レイノルズ数が $R_\lambda > 50$ であるならば，流れの生成方法やレイノルズ数によらず C_{K1} はおよそ普遍的であり，その値は $C_{K1} = 0.53 \pm 0.055$ であるとしている．ここで，図 1.1 に，Saddoughi & Veeravalli (1994)⁽³²⁾ が NASA Ames 研究所の 80×120 [ft²] の巨大風洞で測定した縦エネルギースペクトル $E_{11}(k_1)$ とこれまでに報告されている縦エネルギースペクトル $E_{11}(k_1)$ をまとめたものを示す．この図からもわかるように $k^{-5/3}$ 乗スペクトルは確かに存在するようである．しかしながら，その一方で，慣性小領域におけるスペクトルはべき乗則に従うけれども，レイノルズ数が非常に高い場合でなければ $-5/3$ 乗に漸近しないという報告もされている．Mydlarski & Warhaft (1996)⁽¹³⁾ は，格子乱流中において $50 \leq R_\lambda \leq 473$ の範囲で測定を行った結果，エネルギースペクトルには $-5/3$ 乗のスケールリング領域が現れなかったことを示している．彼らはこの測定から，縦スペクトルの傾き n_1 および横スペクトルの傾き n_2 がそれぞれ，

$$n_1 = \frac{5}{3} - 5.25 R_\lambda^{-2/3}, \quad (1.8)$$

$$n_2 = \frac{5}{3} - 7.51 R_\lambda^{-2/3}, \quad (1.9)$$

で与えられるとしており，これらの式からは $R_\lambda \sim 1,000$ でも $-5/3$ 乗則が現れないことがわかる．

スカラースペクトル

Kolmogorov 仮説は，単に乱れの速度成分についてのみならず，その他の物理量の乱れの特性に対しても適用することができ，例えば，乱流によって輸送される高シュミット数パッシブスカラー場においては，大きく2つの普遍的平衡領域が存在するとされている．1つは対流小領域あるいは慣性-対流領域と呼ばれており，この領域では流体粘性とスカラー拡散の直接的な影響は無視される．この対流小領域におけるスカラースペクトル $E_\theta(k)$ は，Obukhov (1949)⁽³³⁾ や Corrsin (1951)⁽³⁴⁾ により，

$$E_\theta(k) = C_\theta \langle \varepsilon \rangle^{-1/3} \langle \chi \rangle k^{-5/3}, \quad (k_L \ll k \ll k_K) \quad (1.10)$$

で表されると予測されている．同様に1次元スカラースペクトル $E_\theta(k_1)$ は，

$$E_\theta(k_1) = C_{\theta 1} \langle \varepsilon \rangle^{-1/3} \langle \chi \rangle k_1^{-5/3}, \quad (k_L \ll k_1 \ll k_K) \quad (1.11)$$

で表される．ここで， C_θ , $C_{\theta 1}$ は Obukhov-Corrsin 定数と呼ばれる普遍定数である．また， $\langle \chi \rangle$ は平均スカラー散逸率であり，次式で定義される．

$$\langle \chi \rangle \equiv 2D \left\langle \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right\rangle. \quad (1.12)$$

ここで， D は分子拡散係数である． $C_{\theta 1}$ に関しては，Monin & Yaglom (1975)⁽³⁵⁾ や Yaglom (1981)⁽³⁶⁾ , Sreenivasan (1996)⁽³⁷⁾ などがその普遍性を評価している．その中で Sreenivasan は，様々な格子乱流のデータと高レイノルズ数 ($R_\lambda > 1,000$) 剪断乱流のデータをもとに $C_{\theta 1} = 0.4$ という値を報告しており，また，低レイノルズ数の剪断流においてもこの結果に矛盾はないとしている．

一方，2つ目の領域は粘性対流小領域と呼ばれる領域である．その領域は対流小領域よりも小さな空間で，高シュミット数スカラー ($Sc \gg 1$) に対してのみ存在するとされている．Batchelor (1959)⁽³⁸⁾ によると，粘性対流小領域におけるスカラースペクトルは，

$$E_\theta(k) = C_B \langle \chi \rangle \left(\frac{\nu}{\langle \varepsilon \rangle} \right)^{1/2} k^{-1}, \quad (k_K \ll k \ll k_B) \quad (1.13)$$

で表されると予測されている．ここで， k_B はスカラー変動の最小スケールである Batchelor スケール，

$$\eta_\theta = \left(\frac{D^2 \nu}{\langle \varepsilon \rangle} \right)^{1/4} = \frac{\eta}{\sqrt{Sc}}, \quad (1.14)$$

に対応する波数である．また， C_B は Batchelor 定数と呼ばれる普遍定数であり，この定数に関して，Batchelor は $C_B = 2$ ，Gibson (1968)⁽³⁹⁾ は $C_B = \sqrt{3} \sim 2\sqrt{3}$ という値を提案しているが，Qian (1995)⁽⁴⁰⁾ は $C_B = 4.472$ を提案している．

スカラースペクトルに関する研究は数多く行われているが、上述したような指数を持つ純然たるべき乗則が常に観察されているわけではない。特に、粘性対流小領域における k^{-1} スペクトルの存在は、高レイノルズ数、高シュミット数での実験を根拠に、その存在自体が疑問視されている⁽⁴¹⁻⁴³⁾。また、対流小領域においても、スカラースペクトルの傾きは、Obukhov-Corrsin の予測した $-5/3$ からしばしば逸脱することが知られている。スカラースペクトルの $-5/3$ という傾きからの逸脱は、特に剪断乱流において顕著であり、その傾きは乱流レイノルズ数 R_λ に強く依存することが報告されている^(37, 41, 42, 44, 45)。

スカラースペクトルの傾きのレイノルズ数依存性に関して、Sreenivasan (1996)⁽³⁷⁾ は数々のデータをまとめ、次のように報告している。格子乱流では、速度スペクトルが $-5/3$ 乗のスケーリング則を示さない場合であっても、すべての実験におけるスカラースペクトルは、乱流レイノルズ数が $R_\lambda > 50$ で $-5/3$ 乗のスケーリング則を示している。しかしながら、剪断乱流では、スカラースペクトルの傾きは乱流レイノルズ数の単調増加関数で、 $R_\lambda > 1,000$ の場合に限り、スカラースペクトルに $-5/3$ 乗のスケーリング領域が現れるとしている。図 1.2 に、Warhaft (2000)⁽⁴²⁾ が格子乱流と剪断乱流におけるスカラースペクトルの傾きを乱流レイノルズ数の関数としてまとめたものを示す。図より、剪断乱流の場合には、 $R_\lambda > 2,000$ にならないと $-5/3$ 乗のスペクトルが現れないことがわかる。

Kolmogorov 仮説の欠点と速度微分モーメント

エネルギースペクトルやスカラースペクトルのべき乗則にはレイノルズ数依存性があることは前述した通りである。Kolmogorov 仮説には概念的にも実験的にもいくつかの欠点が存在し、それが一因と考えられている。そもそも、Kolmogorov 仮説の欠点は高レイノルズ数流れにしか適用できない点であり、十分に高いレイノルズ数の基準も与えられていない。研究室で作り出せる流れ場は、せいぜい $Re \approx 10,000$ あるいは $R_\lambda \approx 150$ 程度であり、その程度のレイノルズ数では散逸スケールにおける流動は非等方的である⁽⁴⁶⁾。そのため、Kolmogorov の $-5/3$ 乗スペクトルは普遍的ではなく、実際にはレイノルズ数の増加に従い、徐々に $-5/3$ 乗に漸近していくと考えられる。また、エネルギーカスケードが、渦のサイズ l から幾分小さな渦への一方向のエネルギー輸送で、エネルギー輸送が渦のサイズ l の運動にのみ依存すると仮定することは単純化しすぎである。実際、Domaradzki & Rogallo (1990)⁽⁴⁷⁾ の DNS (Direct Numerical Simulation) の結果から、スペクトルエネルギーの平均輸送はより小さなスケールへと行われるけれども、瞬時的には小スケールと大スケールの両方へのエネルギー輸送が存在することが明らかになっている。

高レイノルズ数の乱流には空間的に2つの特徴を持っており、1つは微細構造が無視できるポテンシャル流れに近い大きなスケールの空間、もう1つは極めて微細な構造を持つ小さなスケールの空間で、その空間で粘性散逸が起きているとされている⁽⁴⁸⁾。Kolmogorov

仮説では、この粘性散逸領域は空間に一様に分布しており、スケールによらないと仮定しているが、実際の散逸領域の分布は間欠的*であるため、散逸にはレイノルズ数依存性が予想され、また、普遍平衡領域において平均エネルギー散逸率の関数であるエネルギースペクトルには、 $-5/3$ 乗のスケーリング則からの逸脱が予想される⁽⁴⁹⁾。さらに、散逸領域の間欠的構造は、速度微分の確率密度関数分布にも強く影響を及ぼすと考えられている⁽⁵⁰⁾。そのため、このような Kolmogorov 仮説の欠点を評価する方法の一つとして、次式で表される正規化微分モーメントが用いられる。

$$M_n = \left\langle \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^n \right\rangle / \left\langle \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle^{n/2}. \quad (1.15)$$

ここで、 $n = 3, 4$ の時はそれぞれ微分歪度 S 、微分扁平度 F (あるいは微分尖度 $K = F - 3$) と呼ばれている。Kolmogorov 仮説によると、それぞれの n に対して M_n は普遍定数であるとされているが、実際には普遍定数ではなく、レイノルズ数とともに増加することがわかっている。

速度場における微分歪度 S および微分扁平度 F のレイノルズ数依存性に関しては、古くから様々な議論がなされている。Batchelor & Townsend (1947)⁽⁵¹⁾ は $R_\lambda < 60$ に対して微分歪度 S の分布を調査しており、レイノルズ数の増加に従い、 S が減少する傾向があることを示しているが、それより大きなレイノルズ数においては非常に急速に増加する傾向があることが報告されている⁽⁴⁹⁾。Corrsin (1962)⁽⁵²⁾ は、散逸領域が乱流場にランダムに分布している Kolmogorov 長さスケール η 程度の薄いシートに局在していると仮定した場合、微分扁平度が $F \sim R_\lambda^{3/2}$ になると予測している。一方、Tennekes (1968)⁽⁵⁰⁾ は、散逸領域が直径 η の渦管に局在し、その渦管が λ の大きさの渦によって引き伸ばされている (図 1.3) と仮定すると、微分扁平度が $F \sim R_\lambda$ 、微分歪度が $S = const.$ になると予測している。Saffman (1968⁽⁵³⁾, 1970⁽⁵⁴⁾) もまた Tennekes と同様の結果を予測しているが、彼はさらに、奇数次モーメントに対しては $M_n \sim R_\lambda^{(n-3)/2}$ 、偶数次モーメントに対しては $M_n \sim R_\lambda^{(n-2)/2}$ のレイノルズ数依存性があると予測している。Wyngaard & Tennekes (1970)⁽⁴⁹⁾ は、Kolmogorov 仮説を用いて、局所平均した散逸 ε_r の対数の分散、

$$\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2 = A + \mu \ln(L/r), \quad (1.16)$$

から S と F のレイノルズ数依存性を予測した。ここで、 A は大スケール (積分スケール L) に依存する定数で、 μ は普遍定数である。この普遍定数については、Gibson & Masiello (1972)⁽⁵⁵⁾ により提案された $\mu \simeq 0.5$ という値が一般的に用いられている。また、 r は散逸の特性長さである。Wyngaard & Tennekes は式 (1.16) において、散逸の特性長さが Taylor マイクロスケール λ であると仮定した場合には $S \sim R_\lambda^{3\mu/8}$ 、 $F \sim R_\lambda^\mu$ となり、特性長さを

*この粘性散逸領域の間欠的な構造を内部間欠性と呼ぶ。

Kolmogorov スケール η と仮定した場合は $S \sim R_\lambda^{9\mu/16}$, $F \sim R_\lambda^{3\mu/2}$ になると予測している . その後, Van Atta & Antonia (1980)⁽⁵⁶⁾ は, M_n に関して構造関数 $\langle (\Delta u(r))^2 \rangle$ から次式を得ている .

$$M_n = 15^{n/2} 8^{2n-4c} C_n \left\{ \exp \left[\frac{c(c-1)A}{2} \right] \right\} R_\lambda^{3(2c-n)}. \quad (1.17)$$

ここで, C_n は定数であり, c は次式で与えられる .

$$c = \frac{1}{2} + \frac{4}{\mu} - \frac{1}{2\mu} \{(\mu + 8)^2 - 16\mu n\}^{1/2}. \quad (1.18)$$

したがって, M_n は n, C_n, A, μ , そして, R_λ に依存する関数となる . さらに, 彼らは, この M_n を様々な流れ場の様々なレイノルズ数に対して得られた実験データと比較することにより, $\mu = 0.25$ の時に実験データと良く一致すると報告している . このときの S と K はそれぞれ, $S \sim R_\lambda^{0.15}$ および $K \sim R_\lambda^{0.41}$ である . 最近の Tabeling *et al.* (1996)⁽⁵⁷⁾ の報告では, $R_\lambda \approx 800$ 付近で微分歪度と微分扁平度の振る舞いが非普遍的になる, あるいは乱流が異なる状態に遷移する可能性が示唆されている .

スカラー微分モーメント

パッシブスカラー場の正規化微分モーメントは次式で与えられる .

$$M_{\theta n} = \left\langle \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_1} \right)^n \right\rangle / \left\langle \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle^{n/2}. \quad (1.19)$$

$n = 3, 4$ の時はそれぞれ微分歪度 S_θ , 微分扁平度 F_θ である . また, 速度場とは異なり, スカラー場における微分歪度の符号は, 平均速度勾配と平均スカラー勾配の積の符号に依存するとされている⁽⁵⁸⁾ . スカラー場の微分モーメントに関して最初に着目したのは Stewart (1969)⁽⁵⁹⁾ である . 彼は高レイノルズ数の大気流れの測定から, スカラー微分歪度 S_θ が $S_\theta \sim O(1)$, $S_\theta \neq 0$ であることを示している . Sreenivasan & Antonia (1997)⁽⁵⁸⁾ は, 速度場とスカラー場の両方に大スケールの非一様性が与えられた場合, 今日の実験において測定可能な最大のレイノルズ数でさえ, スカラー微分歪度 S_θ はある一定の有限な値をとると推測している . また, 彼らは様々な研究者らのデータをまとめた結果, 高レイノルズ数においても歪度が存在することを示しており, Monin & Yaglom (1995)⁽³⁵⁾ や Sreenivasan (1991)⁽⁴⁵⁾ は, この歪度の存在こそが局所等方性を侵害していると述べている . このように, スカラー微分歪度にはレイノルズ数依存性はなく, 高レイノルズ数であってもある有限の値をとるようである . 一方, スカラー微分扁平度 F_θ に関しては, Van Atta (1974)⁽⁶⁰⁾ や Antonia & Danh (1977)⁽⁶¹⁾ が, 局所平均したスカラー散逸 χ_r の対数の分散,

$$\sigma_{\ln \chi_r}^2 = A_\theta + \mu_\theta \ln(L/r), \quad (1.20)$$

において、散逸の特性長さを $r = \eta$ とした場合、スカラー微分扁平度が $F_\theta \sim R_\lambda^{3\mu/2}$ になると予測している。ここで、 μ_θ は μ と等しいとされており、 $\mu = 0.5$ を用いると $F_\theta \sim R_\lambda^{0.75}$ が得られる。また、Tennekes (1973)⁽⁶²⁾ は散逸の特性長さを $r = \eta$ とし、 $\mu = 0.5$ とした場合、 $F_\theta \sim R_\lambda^{\frac{5}{6} - \frac{\rho}{2}}$ であると予測している。一方、Antonia & Van Atta (1974)⁽⁶³⁾ は、温度構造関数 $\langle (\Delta\theta(r))^2 \rangle$ をもとに次式を得ている。

$$M_{\theta n} \sim R_\lambda^{6d} \quad (1.21)$$

ここで、 d は次式で与えられる。

$$d = \frac{1}{2} \left(1 - n\rho + \frac{8}{\mu} \right) - \frac{1}{2} \left[\left(1 - n\rho + \frac{8}{\mu} \right)^2 - n(n-2) \right]^{1/2}. \quad (1.22)$$

なお、 ρ は相関係数であり、 $\rho = 2/3^*$ である。このとき、 $\mu = 0.5$ を用いると $F_\theta \sim R_\lambda^{0.845}$ になる。その後、Antonia & Chambers (1980)⁽⁶⁴⁾ が様々な研究者らの実験データをまとめた結果、スカラー微分扁平度には $F_\theta \sim R_\lambda^{0.5}$ というレイノルズ数依存性があることを示している。また、彼らは、慣性領域において $\sigma_{\ln \varepsilon_r}^2$ と $\sigma_{\ln \chi_r}^2$ の変化を調査した結果、 μ と μ_θ が 0.2 に近い値をとると報告している。

これまで述べてきたスカラー微分モーメントはすべて、分子シュミット数（あるいは分子プラントル数）が $Sc(Pr) \sim O(1)$ の場合に対する結果である。スカラー微分モーメントのシュミット数依存性に関しては、Yeung *et al.* (2002)⁽⁴³⁾ が、DNS により求めた一様等方性乱流中のパッシブスカラーの縦微分確率密度関数 (PDF) をもとに報告を行っている。その報告によると、スカラーの縦微分 PDF は $Sc = 1$ では正に歪んだ分布を示しているが、シュミット数の増加に伴い分布の形状が対称形に近づき、 $Sc = 64$ でほぼ対称な分布形状を示す、すなわち $S_\theta \sim 0$ になるとしている。また、Holzer & Siggia (1994)⁽⁶⁵⁾ は二次元モデル乱流中のパッシブスカラー場に対して、縦微分 PDF がペクレ数 $Pe (\equiv u'L/D)$ の大きな極限において対称な分布形状を示すと予想している。

最後に、様々な実験データをもとに Sreenivasan & Antonia (1997)⁽⁵⁸⁾ がまとめた微分モーメントの分布を図 1.4 と図 1.5 に示す。

1.3 速度-スカラーコスペクトルのスケージング則

慣性-対流領域における速度-スカラーコスペクトルのスケージング則に最初に着目したのは Lumley (1964⁽⁶⁶⁾, 1967⁽⁶⁷⁾) である。Lumley は、鉛直方向に平均温度勾配を持つ温度場で速度とポテンシャル温度に対して相似性解析を行い、慣性-対流領域において $k^{-7/3}$ のスケージング則が得られると予測した。しかしながら、その後の実験的研究ではその

* $\rho = 2/3$ は、慣性-対流領域における温度構造関数 $\langle (\Delta\theta)^2 \rangle$ の $2/3$ 乗則に対応している。

ような振る舞いは得られず，むしろ k^{-2} に近い振る舞いが観察されている．ここでは，Lumely (1964)⁽⁶⁶⁾ が行った相似性解析の概要と，速度-スカラーコスペクトルのスケーリング則に関する研究報告について述べる．

1.3.1 慣性-対流領域における相似性解析⁽⁶⁶⁾

Kolmogorov 仮説⁽²⁶⁾ を鉛直方向に平均温度勾配を持つ乱流に適用する．このとき，温度勾配が小さくほぼ一様であると仮定する．エネルギー生成領域より十分に大きく，散逸領域より十分に小さい波数領域において，エネルギーを輸送する唯一のソースは浮力に反して働く仕事の割合である．単位質量当りの重力に反して働く正味の仕事率は，次式で表される運動方程式から得ることができる⁽⁶⁸⁾．

$$g\langle u_3\theta \rangle / T_0. \quad (1.23)$$

ここで， g は重力加速度， θ は温度変動， u_3 は鉛直方向速度変動，そして T_0 は断熱大気の温度である．大きさが k の渦が重力に反してする単位質量当りの仕事率は， $g\langle u_3\theta \rangle / T_0$ のコスペクトルを球状平均することにより得られる．このとき，球状平均により方向の情報は失われる．

$u_3\theta$ のスペクトルを見積もるために一般的な座標系で考える．鉛直方向を任意の方向 j にとると，平均ポテンシャル温度の勾配は $\partial\Theta/\partial x_j$ で表される．もし，レイノルズ数とペクレ数が十分に大きく，波数が十分に低いならば，温度変動方程式は次式で表すことができる．

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + u_i \frac{\partial\theta}{\partial x_i} + \frac{\partial\theta}{\partial x_j} u_j = 0. \quad (1.24)$$

ここで， θ' と θ'' を j 方向に対する θ の1階微分および2階微分の大きさとする．もし，

$$\frac{\sqrt{2}\theta'' L_E}{\theta'} \ll 1, \quad (1.25)$$

と仮定すると， θ の勾配は近似的に一様であるとみなすことができる．ここで， L_E はオイラー空間における積分スケールであるが，高レイノルズ数の場合には $L_E \simeq u'T_L$ (T_L はラグランジュ積分時間スケール) と近似することができる．この条件下，式(1.24)を解くと次式が得られる．

$$\theta(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial\Theta}{\partial x_j} [x_j - a_j(\mathbf{x}, t)]. \quad (1.26)$$

ここで， $a(\mathbf{x}, t)$ は，時刻 t において位置 \mathbf{x} にある点の $t = 0$ のときの位置であり， $\mathbf{x} - \mathbf{a}$ はオイラーの置換ベクトルである．さらに，このとき，式(1.26)を用いて次式が得られる．

$$\begin{aligned} \langle u_i(\mathbf{x}', t)\theta(\mathbf{x}, t) \rangle &= -\frac{\partial\Theta}{\partial x_j} \langle (x_j - a_j)u_i(\mathbf{x}', t) \rangle \\ &= -\frac{\partial\Theta}{\partial x_j} A_{ij}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

ここで, A_{ij} は速度場によって完全に決定される 2 次のテンソルである (例えば, 速度場が等方的であるならば, そのとき, A_{ij} は等方テンソルになる). もし, 流れ場が一様であるならば, 式 (1.27) は $\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}' = \boldsymbol{r}$ のみに依存する. また, 局所的に等方な速度場に対して r ($r^2 = \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{r}$) の範囲を考えたとき, A_{ij} は $A(r)r_i r_j + B(r)\delta_{ij}$ という形で表される. このとき, $u_i \theta$ のスペクトルは次式で与えられる.

$$S_{u_i \theta} = -\frac{\partial \Theta}{\partial x_j} (A(k)k_i k_j + B(k)\delta_{ij}). \quad (1.28)$$

なお, $A(k)k_i k_j + B(k)\delta_{ij}$ は $A(r)r_i r_j + B(r)\delta_{ij}$ のフーリエ変換,

$$A(k)k_i k_j + B(k)\delta_{ij} = \mathcal{F} \{A(r)r_i r_j + B(r)\delta_{ij}\}, \quad (1.29)$$

である. ここで, \boldsymbol{k} は波数ベクトルであり, $k^2 = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{k}$ である. さらに, 非圧縮であると仮定した場合, $k_i S_{u_i \theta} = 0$ あるいは $Ak^2 + B = 0$ であるので, 式 (1.28) は,

$$S_{u_i \theta} = -\frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \mathcal{B} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right), \quad (1.30)$$

と書き換えることができる. ここで, \mathcal{B} は対称性により実数であるので, クロススペクトル $S_{u_i \theta}$ をコスpectrum $C_{u_i \theta}$ とおくことができる. すなわち, $S_{u_i \theta} = C_{u_i \theta}$ である. $C_{u_i \theta}$ を球状シェル σ に渡って積分すると次式が得られる.

$$\oint C_{u_i \theta} d\sigma = -\frac{\partial \Theta}{\partial x_i} (4/3)\pi k^2 \mathcal{B}(k). \quad (1.31)$$

ここで, $k^2 \mathcal{B}(k)$ は速度スペクトルによってのみ決定される. もし, $k^2 \mathcal{B}(k)$ が局所的に慣性的であるならば, 平均エネルギー散逸率 $\langle \varepsilon \rangle$ と波数 k のみに依存する. このとき, 次元論的な理由から, 式 (1.31) は $\partial \Theta / \partial x_i = \Theta' \delta_{3i}$ の関係を用いて, 次式のように書き換えられる.

$$\oint C_{u_3 \theta} d\sigma = \Theta' m \langle \varepsilon \rangle^{1/3} k^{-7/3}. \quad (1.32)$$

ここで, m は $m \sim O(1)$ の定数である.

このように, 平均スカラー勾配を持つ等方性乱流では, 速度-スカラーコスpectrum は, 高レイノルズ数の慣性-対流領域において漸近的に $k^{-7/3}$ の振る舞いをする傾向があると推測されている.

1.3.2 コスpectrumのスケーリング則に関する研究

前項で述べたように, Lumley^(66,67) は慣性-対流領域における速度-スカラーコスpectrum が $k^{-7/3}$ の振る舞いをするを予測している. しかしながら, Mydlarski & Warhaft (1998)⁽¹¹⁾ は, 平均温度勾配を持つ格子乱流中の温度場測定から, 速度-温度コスpectrum

は k^{-2} に近い振る舞いをするという結果を得ている (図 1.6) . 彼らによると, この結果はレイノルズ数が低いことによる影響ではないかと推測しているが, 彼らは $R_\lambda = 582$ まで測定を行っており, 温度スペクトルには $-5/3$ 乗に従う対流小領域が現れており, また, 縦速度スペクトルについても $k^{-1.59}$ の傾きを示しているため, 実際には十分に高いレイノルズ数であったと考えられる (図 1.7) . その後, Mydlarski (2003)⁽¹²⁾ は, 乱流スカラーフラックスの構造関数 $\langle \Delta u(r)\Delta\theta(r) \rangle$ からコスペクトルのスケーリング則を評価している. もし, 慣性-対流領域においてコスペクトルが $k^{-7/3}$ の振る舞いをするならば, この構造関数は $r^{4/3}$ の振る舞いをするようになる. しかしながら, Mydlarski は $R_\lambda = 407$ において $\langle \Delta u(r)\Delta\theta(r) \rangle \sim r^{1.02}$ という結果を得ており, これは, すなわち, コスペクトルの k^{-2} スケーリングを支持する結果である*. また, Antonia & Smalley (2000)⁽⁶⁹⁾ による乱流境界層での温度場測定では, $R_\lambda = 390$ でコスペクトルに $k^{-1.80}$ の傾きが現れている. なお, 温度場測定における分子プラントル数はおよそ 0.7 である.

大気境界層のような非常に大きなレイノルズ数下における研究では, 1970 年代初期に, Wyngaard & Coté (1972)⁽⁷⁰⁾ が Kaimal *et al.* (1972)⁽⁷¹⁾ の大気境界層における温度場測定をもとに, 慣性-対流領域において $k^{-7/3}$ のスケーリング則を報告している. しかしながら, 大気中での測定は, 剪断のような外部効果に影響され, また, 測定におけるフィルタリングの方法も議論の対象となっている (例えば, Massman & Lee, 2002⁽⁷²⁾). Feigenwinter *et al.* (1999)⁽⁷³⁾ による温度場測定や Korrman *et al.* (2001)⁽⁷⁴⁾ による大気中のメタン濃度測定では, 慣性-対流領域において k^{-2} と $k^{-7/3}$ とも区別のつかないコスペクトルの傾きが観察されている. 最近の Su *et al.* (2004)⁽⁷⁵⁾ の報告では, 大気中の二酸化炭素濃度の測定から得られたコスペクトルには, k^{-2} のスケーリング則が明白に現れていることが示されている. なお, 大気中に拡散される気体濃度の分子シュミット数は $Sc \sim O(1)$ である.

一方, 数値的研究では, O’Gorman & Pullin (2003)⁽⁷⁶⁾ が, 平均スカラー勾配を持つ一様等方性乱流において, Lundgren (1982)⁽⁷⁷⁾ によって提案された stretched-spiral vortex モデルを用いて速度-スカラーコスペクトルの計算を行っている. 彼らは, 渦管軸に平行な速度からコスペクトルへの寄与について, leading order term には $k^{-5/3}$ 依存性, next order term には $k^{-7/3}$ 依存性があり, その符号は初期条件によって決まるとしている. また, 渦面の速度からの寄与は渦核の選び方に依存するとしている. Bos *et al.* (2004)⁽⁷⁸⁾ は, LES により速度-スカラーコスペクトルが明白な k^{-2} のスケーリング則を持つことを示している. また, 彼らは, コスペクトルの発展方程式,

$$\frac{\partial}{\partial t} C_{u\theta}(k) + (\nu + D)k^2 C_{u\theta}(k) = P(k) + T_{u\theta}^{\text{NL}}(k) + \Pi(k), \quad (1.33)$$

に含まれる圧力項 $\Pi(k)$ の重要性に注目し, 圧力項には $\Pi(k) \sim k^{-4/3}$ のスケーリング

*構造関数における r^1 のスケーリングが, コスペクトルにおける k^{-2} のスケーリングに対応している.

があることを報告している．なお，式 (1.33) 中の $P(k)$ は生成項， $T_{u\theta}^{\text{NL}}$ は非線形輸送項である．また，O’Gorman & Pullin (2005)⁽⁷⁹⁾ は，平均スカラー勾配を持つ一様等方性乱流 ($R_\lambda = 265$) において，速度-スカラーコスペクトルに対する sparse direct-interaction perturbation (SDIP) 方程式を解析的に解くことにより，シュミット数の影響について調査を行っている．彼らは $Sc = 10^{-4}, 1, 10^4$ の3種類に対して計算を行っており，低シュミット数 ($Sc = 10^{-4}$) 拡散場においては，速度-スカラーコスペクトルが $k^{-11/3}$ のスケーリングを持つと報告しており，また，このスケーリングは彼らの行った LES によっても確認されている．一方， $Sc = 1$ の拡散場および高シュミット数 ($Sc = 10^4$) 拡散場においては， $k^{-7/3}$ のスケーリング則が得られている．

1.4 確率密度関数法

確率密度関数 (PDF: Probability Density Function) 法を最初に用いたのは，Lundgren (1969)⁽⁸⁰⁾ である．Lundgren は，速度の結合 PDF に対する輸送方程式を導き出し，未知の項に対して単純な緩和モデルを用いることによって，単純な流れ場を解析的に解いている．その後，Dopazo & O’Brien⁽⁸¹⁻⁸³⁾ や Pope⁽⁸⁴⁾ が，スカラー PDF に対する輸送方程式を導き出し，スカラー条件付きの項に対してモデル化を行うことにより，輸送方程式を解いている．この PDF 法の利点は，対流輸送項や化学反応項が閉じられた形で現れるため，それらの項に対してモデル化が不要な点である．そのため，多くの研究者が様々な流れ場や反応場を解くために PDF 法を用いている⁽⁸⁵⁻⁸⁸⁾．しかしながら，スカラー条件付きの項に関しては閉じられていないため，その項のモデル化が輸送方程式を解く上での最大の課題である．

ここでは，スカラー PDF 輸送方程式の導出と，その輸送方程式においてモデル化が必要とされるスカラー条件付き統計量に関する過去の報告について詳しく説明する．

1.4.1 スカラー PDF 輸送方程式⁽⁸⁹⁾

まずはじめに，スカラー PDF $f_{\tilde{\theta}}(\psi; \mathbf{x}, t)$ は速度-スカラー結合 PDF $f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi; \mathbf{x}, t)$ を速度空間で積分することにより求められる．つまり，

$$f_{\tilde{\theta}}(\psi; \mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi; \mathbf{x}, t) d\mathbf{V}, \quad (1.34)$$

である．ここで，速度-スカラー結合 PDF $f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi; \mathbf{x}, t)$ は次式で定義される．

$$\begin{aligned} & f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi; \mathbf{x}, t) d\mathbf{V} d\psi \\ & \equiv \text{Prob}\{(\mathbf{V} < \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) < \mathbf{V} + d\mathbf{V}) \cap (\psi < \tilde{\theta}(\mathbf{x}, t) < \psi + d\psi)\}. \end{aligned} \quad (1.35)$$

同様に，スカラー PDF に対する輸送方程式も，速度-スカラー結合 PDF に対する輸送方程式を速度空間で積分することにより導出することができる．以下に，スカラー PDF 輸送方程式の導出方法を示す．

速度-スカラー結合 PDF 輸送方程式の導出

速度-スカラー結合 PDF 輸送方程式は，速度 \tilde{u} とスカラー $\tilde{\theta}$ に対する輸送方程式から導出される．まず，速度 \tilde{u} に対する輸送方程式は，

$$\frac{D\tilde{u}_i}{Dt} \equiv \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = A_i, \quad (1.36)$$

で与えられる．ここで， A_i はナビエ-ストークス方程式，

$$A_i \equiv \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i, \quad (1.37)$$

を表している．また，スカラー $\tilde{\theta}$ に対する輸送方程式は，

$$\frac{D\tilde{\theta}_\alpha}{Dt} \equiv \frac{\partial \tilde{\theta}_\alpha}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{\theta}_\alpha}{\partial x_j} = \Gamma_\alpha, \quad (1.38)$$

で与えられる．ここで， Γ_α は次式で定義される．

$$\Gamma_\alpha \equiv D_\alpha \frac{\partial^2 \tilde{\theta}_\alpha}{\partial x_j \partial x_j} + S_\alpha(\tilde{\theta}). \quad (1.39)$$

ここで， D_α は成分 α の分子拡散係数， S_α は成分 α に対する化学反応項である．速度-スカラー結合 PDF 輸送方程式を導出する方法としていくつかの方法が提案されているが^(80,84,85,90)，ここでは，Pope (1985)⁽⁹¹⁾ によって提案された方法を用いることにする．すなわち，速度 \tilde{u} とスカラー $\tilde{\theta}$ を変数とする任意の関数 $Q(\tilde{u}, \tilde{\theta})$ の実質微分の期待値 $\langle DQ/Dt \rangle$ に対して，2つの独立な方程式を導出し，その2つの方程式を等しいと置くことにより PDF 輸送方程式を導出する方法である．

第1の方程式 速度 \tilde{u} とスカラー $\tilde{\theta}$ に対する確率場において，任意の1点スカラー関数 $Q(\tilde{u}, \tilde{\theta})$ を考える． Q の実質微分の期待値 $\langle DQ/Dt \rangle$ に対して，実質微分の定義，

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad (1.40)$$

を用いて書き下し，微分演算子と平均演算の順序を入れ替えると次式が得られる．

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{DQ}{Dt} \right\rangle &= \frac{\partial \langle Q \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \tilde{u}_i Q \rangle}{\partial x_i} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \iint_{-\infty}^{+\infty} Q(\mathbf{V}, \psi) f_{\tilde{u}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi; \mathbf{x}, t) d\mathbf{V} d\psi \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x_j} \iint_{-\infty}^{+\infty} V_j Q(\mathbf{V}, \psi) f_{\tilde{u}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi; \mathbf{x}, t) d\mathbf{V} d\psi. \end{aligned} \quad (1.41)$$

さらに，右辺をまとめると第1の方程式，

$$\left\langle \frac{DQ}{Dt} \right\rangle = \iiint_{-\infty}^{+\infty} Q(\mathbf{V}, \psi) \left\{ \frac{\partial f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}}{\partial t} + V_j \frac{\partial f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}}{\partial x_j} \right\} d\mathbf{V} d\psi, \quad (1.42)$$

が得られる．

第2の方程式 $\langle DQ/Dt \rangle$ に対する第2の方程式を導出するために，以下に示す関係式を用いる．

$$\begin{aligned} \frac{DQ}{Dt}(\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}) &= \frac{\partial Q}{\partial \tilde{u}_i} \frac{D\tilde{u}_i}{Dt} + \frac{\partial Q}{\partial \tilde{\theta}_i} \frac{D\tilde{\theta}_i}{Dt} \\ &= \frac{\partial Q}{\partial \tilde{u}_i} A_i + \frac{\partial Q}{\partial \tilde{\theta}_i} \Gamma_i. \end{aligned} \quad (1.43)$$

ここで，2行目への変形には $\tilde{\mathbf{u}}$ と $\tilde{\theta}$ に対する輸送方程式 (1.36)，(1.38) を用いた．なお，スカラー成分の総和を表すためにスカラー $\tilde{\theta}$ の添字を i に変えたことに注意していただきたい．したがって，式 (1.43) の期待値をとることにより， $\langle DQ/Dt \rangle$ に対する第2の方程式，

$$\left\langle \frac{DQ}{Dt} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial Q}{\partial \tilde{u}_i} A_i \right\rangle + \left\langle \frac{\partial Q}{\partial \tilde{\theta}_i} \Gamma_i \right\rangle, \quad (1.44)$$

が得られる．ここで， A_i と Γ_i を未知の確率ベクトル $Z(\mathbf{x}, t)$ としてひとまとめにし，さらに， $\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}, Z$ の1点結合PDFを $f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}, Z}(\mathbf{V}, \psi, \mathbf{z}; \mathbf{x}, t)$ で表すと， $f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}, Z}$ は未知の条件付結合PDFと既知の速度-スカラー結合PDFを用いて次式で表現することができる．

$$f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}, Z}(\mathbf{V}, \psi, \mathbf{z}) = f_{Z|\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{z}|\mathbf{V}, \psi) f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi). \quad (1.45)$$

このとき，式 (1.44) 右辺第1項は，以下のように書き換えることができる．

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial Q}{\partial \tilde{u}_i} A_i \right\rangle &= \iiint \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial Q}{\partial V_i}(\mathbf{V}, \psi) A_i(\mathbf{V}, \psi, \mathbf{z}) f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}, Z}(\mathbf{V}, \psi, \mathbf{z}) d\mathbf{z} d\mathbf{V} d\psi \\ &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial Q}{\partial V_i}(\mathbf{V}, \psi) \langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi) d\mathbf{V} d\psi. \end{aligned} \quad (1.46)$$

ここで，条件付期待値 $\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle$ は次式で定義される．

$$\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(\mathbf{V}, \psi, \mathbf{z}) f_{Z|\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{z}|\mathbf{V}, \psi) d\mathbf{z}. \quad (1.47)$$

同様に，式 (1.44) 右辺第2項に関しても，以下のように書き換えることができる．

$$\left\langle \frac{\partial Q}{\partial \tilde{\theta}_i} \Gamma_i \right\rangle = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial Q}{\partial \psi_i}(\mathbf{V}, \psi) \langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi) d\mathbf{V} d\psi. \quad (1.48)$$

次に，式 (1.46) と式 (1.48) の右辺を部分積分を用いて変形する． Q の偏微分で用いられるそれぞれの変数，すなわち V_i および ψ_i に対して部分積分をすると，それぞれ次式が得られる．

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial Q}{\partial \tilde{u}_i} A_i \right\rangle &= \iint_{-\infty}^{+\infty} Q(\mathbf{V}, \psi) \langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi) d\mathbf{V}_{\neq i} d\psi \Bigg|_{V_i=-\infty}^{V_i=+\infty} \\ &\quad - \iint_{-\infty}^{+\infty} Q(\mathbf{V}, \psi) \frac{\partial}{\partial V_i} [\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}] d\mathbf{V} d\psi, \end{aligned} \quad (1.49)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial Q}{\partial \tilde{\psi}_i} \Gamma_i \right\rangle &= \iint_{-\infty}^{+\infty} Q(\mathbf{V}, \psi) \langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi) d\mathbf{V} d\psi_{\neq i} \Bigg|_{\psi_i=-\infty}^{\psi_i=+\infty} \\ &\quad - \iint_{-\infty}^{+\infty} Q(\mathbf{V}, \psi) \frac{\partial}{\partial \psi_i} [\langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}] d\mathbf{V} d\psi. \end{aligned} \quad (1.50)$$

式 (1.49) と式 (1.50) の右辺第 1 項は無有限大での確率フラックス*に関連する項であるが，すべての ‘well behaved’ な PDF および ‘well behaved’ な関数† $Q(\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta})$ に対して，確率フラックスは無有限大においてゼロになるため，これらの項もまたゼロになる．したがって， $\langle DQ/Dt \rangle$ の第 2 の方程式 (1.44) は，次式のように表される．

$$\left\langle \frac{DQ}{Dt} \right\rangle = - \iint_{-\infty}^{+\infty} Q(\mathbf{V}, \psi) \left\{ \frac{\partial}{\partial V_i} [\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}] + \frac{\partial}{\partial \psi_i} [\langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}] \right\} d\mathbf{V} d\psi. \quad (1.51)$$

右辺の総和の範囲は， $\{V_i : i \in 1, 2, 3\}$ および $\{\psi_i : i \in 1, \dots, N_s\}$ である．ここで， $N_s = K + 1$ であり， K は化学種の数である．

速度-スカラー結合 PDF 輸送方程式 以上で求めた 2 つの方程式 (1.42) ，(1.51) を等しいと置くことにより，次式で示す速度-スカラー結合 PDF 輸送方程式が導出される．

$$\frac{\partial f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}}{\partial t} + V_i \frac{\partial f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial V_i} [\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}] - \frac{\partial}{\partial \psi_i} [\langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\theta}}]. \quad (1.52)$$

なお，式中の $\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle$ および $\langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle$ を定義に従って書き下すと次式のようになる．

$$\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle = \left\langle \left(\nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) \Bigg| \mathbf{V}, \psi \right\rangle - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + g_i, \quad (1.53)$$

$$\langle \Gamma_\alpha | \mathbf{V}, \psi \rangle = \left\langle D_\alpha \frac{\partial^2 \tilde{\theta}_\alpha}{\partial x_j \partial x_j} \Bigg| \mathbf{V}, \psi \right\rangle + S_\alpha(\psi). \quad (1.54)$$

*本研究では， $\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle$ と $\langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle$ をまとめて確率フラックスと呼ぶこととする．

†無有限大で十分にゆっくり発展する関数のことであり，その結果，積分はゼロになる．一般的に，PDF は無有限大において指数関数的に減少するため，収束べき級数として表される関数は，well behaved な関数となる．

スカラー PDF 輸送方程式の導出

スカラー PDF に対する輸送方程式は，速度-スカラー結合 PDF 輸送方程式 (1.52) を速度空間で積分することにより導出される．すなわち，

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{\partial f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}}{\partial t} + V_i \frac{\partial f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}}{\partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial V_i} [\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}] - \frac{\partial}{\partial \psi_i} [\langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}] \right\} d\mathbf{V}, \quad (1.55)$$

により，スカラー PDF 輸送方程式が導出される．ここでは，簡単化のため，個々の項に対して計算を行う．

非定常項：

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}}{\partial t} d\mathbf{V} &= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi) d\mathbf{V} \right\} \\ &= \frac{\partial f_{\tilde{\theta}}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.56)$$

対流項：

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} V_i \frac{\partial f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}}{\partial x_i} d\mathbf{V} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} V_i f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi) d\mathbf{V} \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} V_i f_{\tilde{\mathbf{u}}|\tilde{\theta}}(\mathbf{V}|\psi) f_{\tilde{\theta}}(\psi) d\mathbf{V} \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_i} [\langle \tilde{u}_i | \psi \rangle f_{\tilde{\theta}}] \\ &= \frac{\partial}{\partial x_i} [(U_i + \langle u_i | \psi \rangle) f_{\tilde{\theta}}] \\ &= U_i \frac{\partial f_{\tilde{\theta}}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} [\langle u_i | \psi \rangle f_{\tilde{\theta}}]. \end{aligned} \quad (1.57)$$

加速項：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial V_i} [\langle A_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi)] d\mathbf{V} = 0. \quad (1.58)$$

反応/拡散項：

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial \psi_i} [\langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi)] d\mathbf{V} \\ &= \frac{\partial}{\partial \psi_i} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}},\tilde{\theta}}(\mathbf{V}, \psi) d\mathbf{V} \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial \psi_i} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \Gamma_i | \mathbf{V}, \psi \rangle f_{\tilde{\mathbf{u}}|\tilde{\theta}}(\mathbf{V}|\psi) f_{\tilde{\theta}}(\psi) d\mathbf{V} \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial \psi_i} [\langle \Gamma_i | \psi \rangle f_{\tilde{\theta}}] \\ &= \frac{\partial}{\partial \psi} [\langle D_i \nabla^2 \theta_i | \psi \rangle f_{\tilde{\theta}}] + \frac{\partial}{\partial \psi_i} [(D_i \nabla^2 \Theta + S_i(\psi)) f_{\tilde{\theta}}]. \end{aligned} \quad (1.59)$$

ここで, Θ と θ はそれぞれスカラー $\tilde{\theta}_i$ の平均値および変動成分である.

したがって, これらの項をまとめることにより, 次式で示されるスカラー PDF 輸送方程式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\tilde{\theta}}}{\partial t} + U_i \frac{\partial f_{\tilde{\theta}}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} [\langle u_i | \psi \rangle f_{\tilde{\theta}}] \\ = - \frac{\partial}{\partial \psi} [\langle D_i \nabla^2 \theta_i | \psi \rangle f_{\tilde{\theta}}] - \frac{\partial}{\partial \psi_i} [(D_i \nabla^2 \Theta + S_i(\psi)) f_{\tilde{\theta}}]. \end{aligned} \quad (1.60)$$

なお, 上式から, スカラー PDF $f_{\tilde{\theta}}$ は, 平均速度による物理空間での対流輸送 (macromixing), スカラー条件付速度変動による物理空間での対流輸送 (mesomixing), そして, 分子混合による ψ 空間での輸送 (micromixing) および化学反応によって発展することがわかる. また, $\langle u_i | \psi \rangle$ や $\langle D_i \nabla^2 \theta_i | \psi \rangle$ のようなスカラー条件付きの項に関しては閉じられていないため, モデル化が必要とされる.

1.4.2 条件付統計量に関する研究

条件付平均速度

Pope (1985)⁽⁹¹⁾ は, 速度とスカラーが結合ガウス分布で表される場合, スカラーで条件付けを行った変動速度の期待値すなわち条件付平均速度 $\langle \tilde{u}_i | \psi \rangle$ と瞬時スカラー ψ の間には, 次式で示す単純な線形関係が成り立つことを示した.

$$\langle \tilde{u}_i | \psi \rangle = U_i + \frac{\langle u_i \theta \rangle}{\theta'^2} (\psi - \Theta). \quad (1.61)$$

あるいは, 変動成分を用いると,

$$\langle u_i | \psi \rangle = \frac{\langle u_i \theta \rangle}{\theta'^2} \hat{\psi}. \quad (1.62)$$

ここで, θ' は変動スカラー r.m.s. 値であり, $\hat{\psi} = \psi - \Theta$ である. なお, 式 (1.61) の導出については Pope (1985)⁽⁹¹⁾ の 2.8 節を参照していただきたい.

この Pope の線形モデルに関しては, 実験的あるいは数値的に様々な研究が行われている. 例えば実験的研究としては, Li & Bilger (1994)⁽⁹²⁾ が, 一酸化炭素とオゾンを用いた乱流混合相中の $x/M = 15$ の位置において, 混合分率 γ に対する条件付平均横速度 $\langle v | \psi \rangle$ の分布を調査している. それによると, $\langle v | \psi \rangle$ は混合分率変動の大きな部分 ($\hat{\psi}/\gamma' > 1.5$; γ' は混合分率の変動 r.m.s. 値) では線形関係からのズレが生じるものの, $\hat{\psi}/\gamma' < 1.5$ では混合分率変動と線形の関係であることを示している. 同様に Ferchichi & Tavoularis (2002)⁽⁹³⁾ も, 平均温度勾配を持つ一様剪断乱流中 ($R_\lambda = 200, 253, \text{Pr} \simeq 0.7$) の速度-温度同時測定から, 条件付平均速度 $\langle u | \psi \rangle$ および $\langle v | \psi \rangle$ が, スカラー変動の大きい部分を除き, 式 (1.61) に一致することを示している. また, Lucas *et al.* (1998)⁽⁹⁴⁾ は, スカラーとして温度を用

いた軸対称乱流噴流中 ($Re = 21,000$, $Pr \simeq 0.7$) の $x/d = 15$ の断面において, 条件付平均縦速度 $\langle u|\psi \rangle$ および横速度 $\langle v|\psi \rangle$ を測定しており, 噴流の中心軸近傍では, $\hat{\psi}/\theta' \lesssim 2.0$ の範囲において式 (1.61) は成立するが, 噴流外縁では, 条件付平均速度とスカラー変動は線形分布を示すものの, その傾きは式 (1.61) で示される傾きよりも大きくなる傾向があることを示している. 一方, 数値的研究としては, Overholt & Pope (1996)⁽⁹⁵⁾ が DNS を用いて, 等方性乱流中で平均値勾配を持つパッシブスカラー場の計算 ($Re_\lambda = 52$, $Pr = 0.7$) を行い, 条件付平均横速度 $\langle v|\psi \rangle$ に対して式 (1.61) と一致する結果を得ている.

条件付スカラーラプラシアンおよび条件付スカラー散逸率

スカラー PDF 輸送方程式 (1.60) において, スカラーで条件付けを行ったスカラーラプラシアン $\nabla^2\theta_\alpha$ の期待値すなわち条件付スカラーラプラシアン $\langle D\nabla^2\theta_\alpha|\psi \rangle$ を含む項は, 次式のように書き換えることができる. なお, 簡単化のため, 1成分の場合についてのみ考える.

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial\psi} \{ \langle D\nabla^2\theta|\psi \rangle f_{\hat{\theta}} \} &= -\frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \left\{ \left\langle D \frac{\partial\theta}{\partial x_j} \frac{\partial\theta}{\partial x_j} \middle| \psi \right\rangle f_{\hat{\theta}} \right\} \\ &= -\frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \left\{ \frac{1}{2} D \langle \chi|\psi \rangle f_{\hat{\theta}} \right\}. \end{aligned} \quad (1.63)$$

ここで, $\langle \chi|\psi \rangle$ は条件付スカラー散逸率と呼ばれる. ここでは, 条件付スカラーラプラシアン $\langle D\nabla^2\theta|\psi \rangle$ および条件付スカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ に関する報告についてまとめて示す.

条件付スカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ あるいは条件付スカラーラプラシアン $\langle D\nabla^2\theta|\psi \rangle$ に関する実験的研究としては, Jayesh & Warhaft (1992)⁽¹⁰⁾ が, 平均温度勾配を持つ格子乱流中 ($Re_\lambda = 54.4$, $Pr \simeq 0.7$) において, I型熱線と冷線を組み合わせた複合プローブによる速度-温度同時測定から, Taylor の仮説⁽⁹⁶⁾ を用いて条件付スカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ を求めている. 彼らの実験では, $\langle \chi|\psi \rangle$ は低濃度および高濃度部分において値が大きくなるラウンド V 型の分布形状を示している. さらに, Kailasnath *et al.* (1993)⁽⁹⁷⁾ は, 一様流中に置かれた加熱された円柱後流 ($Re_\phi^* = 5,300$, $Pr \simeq 0.7$) の $x/d = 78$ の位置において温度場の測定を行い, $\langle \chi|\psi \rangle$ の分布形状を調べた結果, Jayesh & Warhaft 同様に条件付スカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ が低温度部分と高温度部分に極大値を持つラウンド V 型の分布形状になることを示している.

また, Kailasnath *et al.*⁽⁹⁷⁾ は, $\langle \chi|\psi \rangle$ を実験的に求める際に用いられる局所等方性の仮定と Taylor の仮説⁽⁹⁶⁾ の影響について, 拡散物質として蛍光染料を用いた軸対称噴流中 ($Re = 2,700, 3,900$, $Sc \simeq 1,930$) の $x/d = 37$ の位置において, PLIF 法から得られる二

* Re_ϕ は円柱に基づくレイノルズ数で $Re_\phi \equiv U\phi/\nu$ で定義される. ここで, U は主流速度, ϕ は円柱直径である.

次元濃度マップをもとにその有効性の検証を行っている。彼らは、二次元濃度マップから $(dc/dx)^2$, $(dc/dy)^2$ および $(dc/dx)^2 + (dc/dy)^2$ を求め、それぞれの値から $\langle \chi|\psi \rangle$ の分布を推定した。その結果、高濃度部分 ($\hat{\psi}/c' > 4$) に現れるピークの大きさを除き、それらの分布はよく一致しており (図 1.8), 局所等方性の仮定が有効であることを立証している。また, Taylor の仮説の有効性を調査するために $(dc/dx)^2$ と $(dc/dt)^2$ からそれぞれ推定した $\langle \chi|\psi \rangle$ の分布を比較し, $\hat{\psi}/c' > 1.5$ の領域を除き, よく一致することを確認している (図 1.9)。さらに, $\hat{\psi}/c' > 1.5$ の領域における分布の違いに関しては, その領域における条件付スカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ の正確な分布形状自体不明瞭であり, Taylor 仮説を評価するには不十分であるため, 全体の分布に関しては Taylor の仮説を用いても問題ないことを報告している。

一方, 数値的研究としては, Overholt & Pope (1996)⁽⁹⁵⁾ が DNS を用いて等方性乱流中で平均値勾配を持つパッシブスカラー場の計算 ($R_\lambda = 52$, $Pr = 0.7$) を行い, 条件付スカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ の分布を調査している。彼らの計算から得られた $\langle \chi|\psi \rangle$ は, Jayesh & Warhaft や Kailasnath *et al.* が報告したラウンド V 型の分布形状とは異なり, およそ $|\hat{\psi}/\theta'| < 2$ の範囲において $\langle \chi|\psi \rangle / \langle \chi \rangle = 1$ の平坦な分布を示している。ここで, $\langle \chi \rangle$ は平均スカラー散逸率である。これらの $\langle \chi|\psi \rangle$ の分布形状の違いに関して, Miller *et al.* (1995)⁽⁹⁸⁾ は, スカラー PDF の形状, 特にスカラー PDF の尾に依存すると報告している。もし, スカラー PDF がガウスの尾を持つならば, 条件付スカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ は変動スカラー ψ によらず平坦な分布形状を示し, 一方, 指数尾を持つならば $\langle \chi|\psi \rangle$ は先端の丸い V 字型の形状を示すとしている。なお, Jayesh & Warhaft や Kailasnath *et al.*, Overholt & Pope の結果は, Miller *et al.* の報告に沿う PDF 形状を示している。

また, Overholt & Pope⁽⁹⁵⁾ は条件付スカラーラプラシアン $\langle D\nabla^2\theta|\psi \rangle$ の分布も調査しており, 変動スカラーと条件付スカラーラプラシアンが線形の関係にあることを示している。条件付スカラーラプラシアン $\langle D\nabla^2\theta|\psi \rangle$ に対しては, IEM モデル (Interaction by Exchange with the Mean, Villermaux & Devillon (1972)⁽⁹⁹⁾) あるいは LMSE モデル (Linear Mean-Square Estimation, Dopazo & O'Brien (1974)⁽⁸¹⁾) と呼ばれる単純なモデル,

$$\langle D\nabla^2\theta|\psi \rangle = -\frac{\langle \chi \rangle}{2\theta'^2} (\psi - \Theta), \quad (1.64)$$

が提案されているが, Overholt & Pope によって得られた条件付スカラーラプラシアンは, このモデルと非常によく一致した分布となっている。

1.5 本論文の構成

これまで述べてきたように, 微分統計量のレイノルズ数依存性や速度-スカラーコスペクトルのスケージング則, スカラー条件付きの統計量の分布については, 実験的にも数値

的にも数多くの報告がされているものの、高シュミット数物質拡散場における報告はごく僅かである。微分統計量や速度-スカラーコスペクトルを精度良く求めるためには、高い時間分解能と安定した同時測定が不可欠であるため、LIF と LDV や PIV, PTV などを組み合わせた測定法では、現在のレーザー技術を持ってしても非常に困難であると言える。また、吸光光度法⁽⁶⁾を用いた同時測定では比較的安定した測定が行われているものの、低レイノルズ数の測定に限られており、レイノルズ数依存性を統一的に調査した研究は見当たらない。

そこで、本研究では、分子シュミット数が $Sc \simeq 3,800$ である軸対称噴流物質拡散場において、流れ場を乱す侵襲的な測定法という短所はあるが、時間分解能に優れ、高精度の速度-濃度結合統計量を安定的に得ることが可能な熱膜センサーと吸光光度法を原理とする光ファイバー濃度センサーを組み合わせた複合センサーを用いて、流れ場の速度とそこに拡散される物質の濃度の同時測定を行い、速度-濃度結合統計量、特に、いまだ明らかにされていない高シュミット数物質拡散場での微分統計量や速度-濃度コスペクトルのスケーリング則の特性とそれらのレイノルズ数依存性について有益な情報を開示する。また、PDF 輸送方程式を解く上でモデル化が必要とされるスカラー条件付統計量に関して、高シュミット数物質拡散場での実験データをもとに、既存のモデルの実験的検証を行う。

第2章では、スペクトルや速度-濃度コスペクトルを議論する際に重要となる濃度センサーの周波数応答特性について検証した後、I型熱膜プローブと光ファイバープローブを組み合わせた複合プローブを用いて、軸対称噴流中の軸方向速度とそこに拡散される染料の濃度の同時測定を行い、噴流拡散場の基本的特性について調査した結果を示す。

第3章では、第2章で得られた軸方向速度-濃度同時測定のデータをもとに、軸方向速度-濃度結合統計量について調査した結果を示す。また、内部間欠性の指標となる微分モーメントを他の研究者らと比較することによって、高シュミット数物質拡散場における微分統計量の特性を調査し、その考察を行う。

第4章では、X型熱膜プローブと光ファイバープローブを組み合わせた複合プローブにより、速度2成分と濃度の同時測定を行い、物質フラックスの統計的特性、特に慣性-対流領域における軸方向および半径方向速度-濃度コスペクトルのスケーリング則について調査した結果を示す。

第5章では、第4章で得られた速度2成分-濃度同時測定のデータをもとに、スカラーPDF輸送方程式においてモデル化が必要とされるスカラー条件付統計量の分布を調査し、既存のモデルの有効性について検証する。

第6章では、噴流拡散場の濃度PDFに現れる負の歪みに対して、Gram-Charlier級数展開を用いて近似を試み、その後、濃度PDFを近似する新たなモデル、ランダム希釈量モデルを提案する。

最後に、第7章に本論文の結論をまとめる。

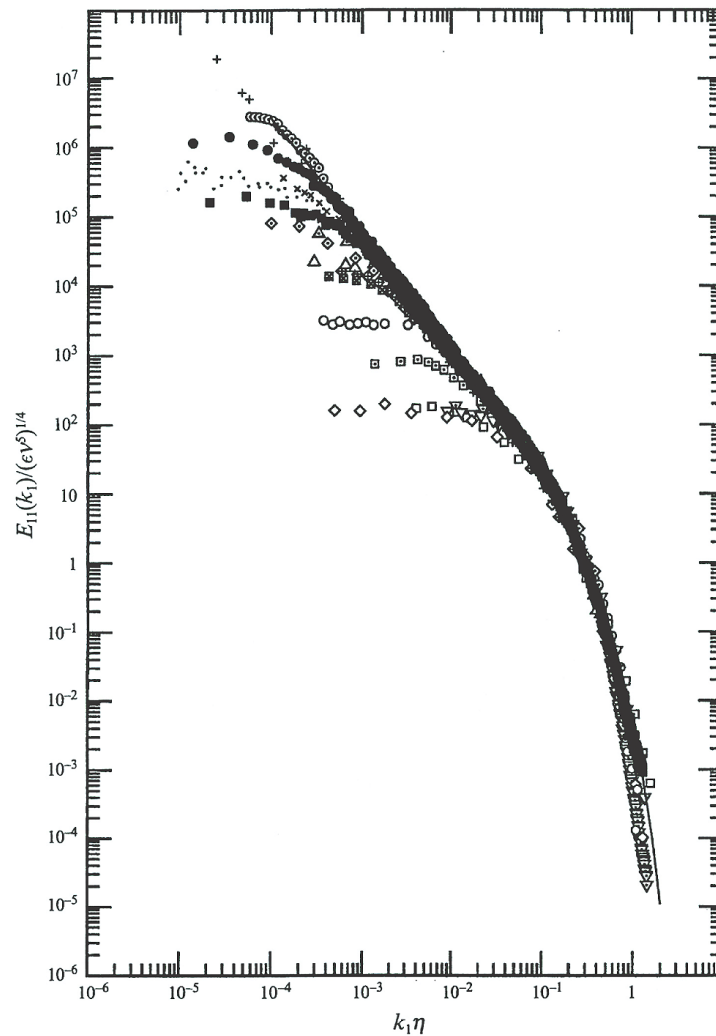


FIGURE 9. Kolmogorov's universal scaling for one-dimensional longitudinal power spectra. The present mid-layer spectra for both free-stream velocities are compared with data from other experiments. This compilation is from Chapman (1979), with later additions. The solid line is from Pao (1965). R_λ : \square , 23 boundary layer (Tielman 1967); \diamond , 23 wake behind cylinder (Uberoi & Freymuth 1969); ∇ , 37 grid turbulence (Comte-Bellot & Corrsin 1971); ∇ , 53 channel centreline (Kim & Antonia (DNS) 1991); \square , 72 grid turbulence (Comte-Bellot & Corrsin 1971); \circ , 130 homogeneous shear flow (Champagne *et al.* 1970); \boxtimes , 170 pipe flow (Laufer 1954); \oplus , 282 boundary layer (Tielman 1967); \diamond , 308 wake behind cylinder (Uberoi & Freymuth 1969); \triangle , 401 boundary layer (Sanborn & Marshall 1965); \triangle , 540 grid turbulence (Kistler & Vrebalovich 1966); \times , 780 round jet (Gibson 1963); \cdot , 850 boundary layer (Coantic & Favre 1974); $+$, ~ 2000 tidal channel (Grant *et al.* 1962); \odot , 3180 return channel (CAHI Moscow 1991); \bullet , 1500 boundary layer (present data, mid-layer: $U_e = 50 \text{ m s}^{-1}$); \blacksquare , 600 boundary layer (present data, mid-layer: $U_e = 10 \text{ m s}^{-1}$).

Fig.1.1 Kolmogorov's universal scaling for one-dimensional longitudinal power spectra (Saddoughi & Veeravalli, 1994⁽³²⁾).

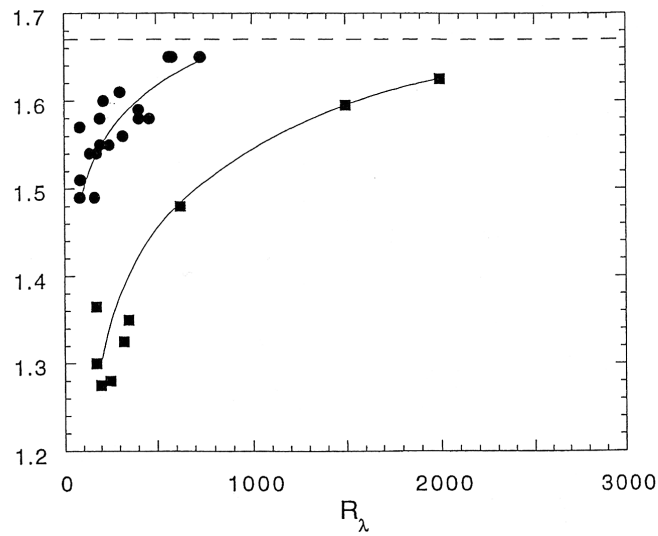


Figure 4 The variation in the spectral slope for various passive scalar spectra as a function of R_λ . For shear flows (*filled squares*), there is a slow evolution toward $5/3$, which appears to be approached at large R_λ (>2000). The *filled circles* are the spectral slopes for grid turbulence experiments (no shear). They are close to $5/3$ even at very low R_λ . The shear-flow graph is from Sreenivasan 1996 (see also Sreenivasan 1991). The grid turbulence results are from Mydlarski & Warhaft 1998a.

Fig.1.2 The variation in the spectral slope for various passive scalar spectra (Warhaft, 2000⁽⁴²⁾).

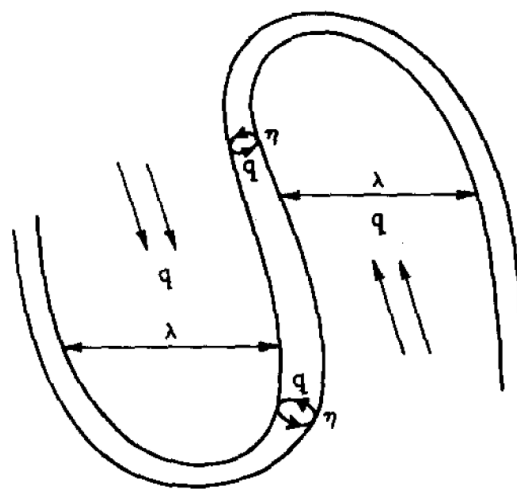


Fig.1.3 Schematic of Tennekes's vortex tube model⁽⁵⁰⁾.

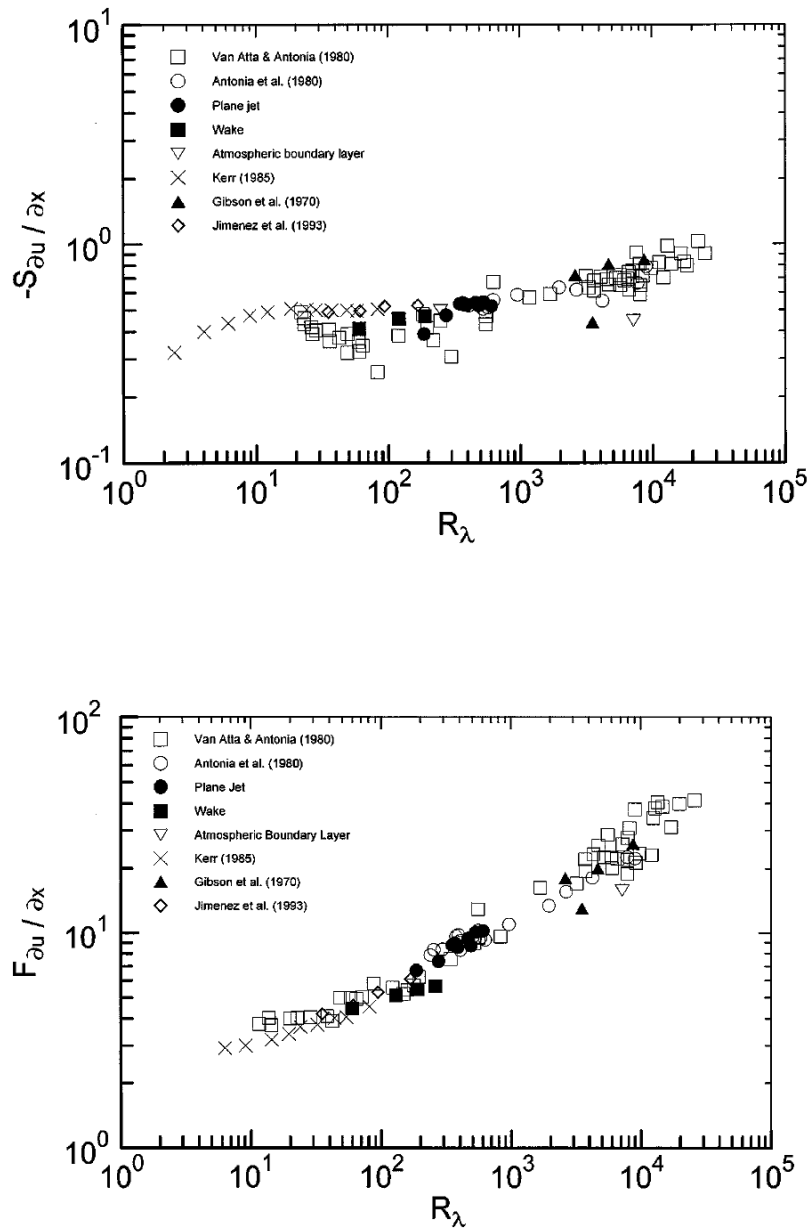


Fig.1.4 The Reynolds number variations of the skewness and flatness factor of the stream-wise velocity derivative $\partial u / \partial x$ (Sreenivasan & Antonia, 1997⁽⁵⁸⁾).

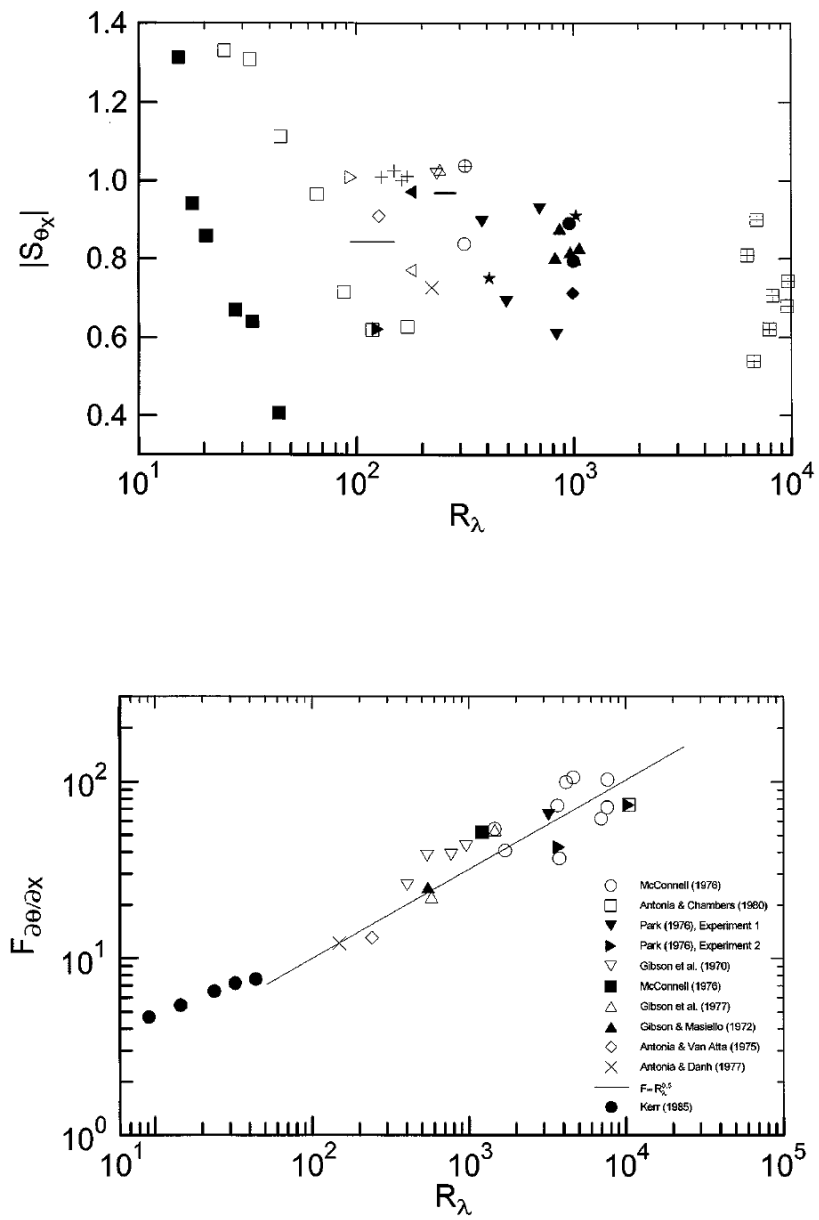


Fig.1.5 The Reynolds number variations of the skewness and flatness factor of the stream-wise temperature derivative $\partial\theta/\partial x$ (Sreenivasan & Antonia, 1997⁽⁵⁸⁾).

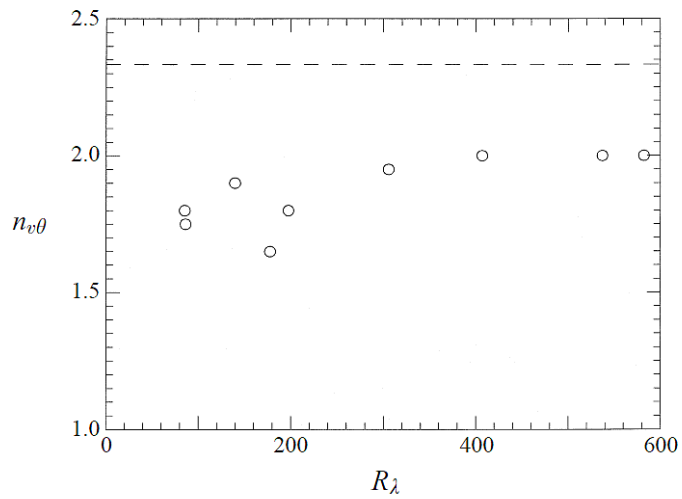


Fig.1.6 The cospectral slopes of the turbulent heat flux as a function of R_λ (Mydlarski & Warhaft, 1998⁽¹¹⁾).

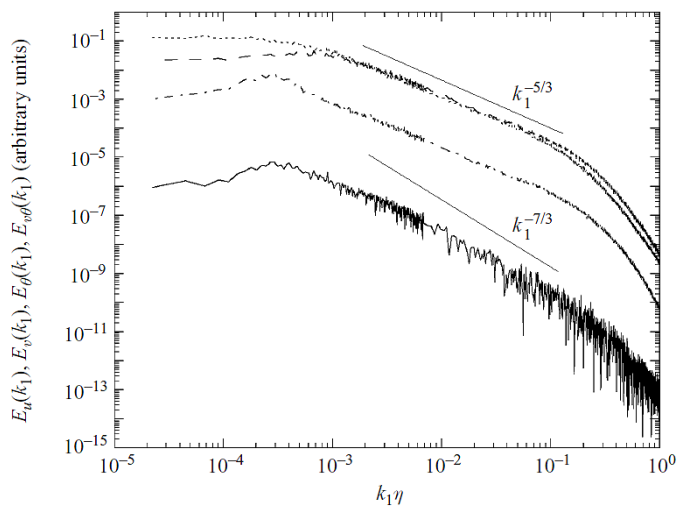


FIGURE 4. Spectra at $R_\lambda = 582$. The power spectrum of longitudinal velocity fluctuations, $E_u(k_1)$ (short-dashed line), the power spectrum of transverse velocity fluctuations, $E_v(k_1)$ (long-dashed line), the power spectrum of temperature fluctuations, $E_\theta(k_1)$ (dot-dashed line) and the co-spectrum of the transverse velocity and temperature fluctuations, $E_{v\theta}(k_1)$ (solid line).

Fig.1.7 The cospectrum of the transverse velocity and temperature fluctuations (Mydlarski, 2003⁽¹²⁾).

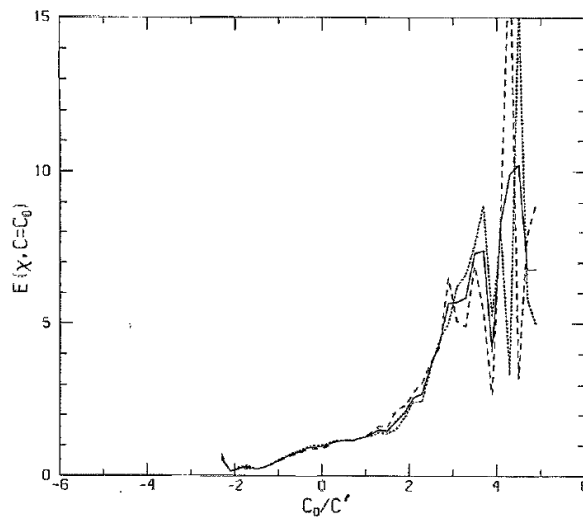


FIG. 5. Comparison of the conditional expectation from spatial data of jet R taken from regions such as marked in Fig. 4. The three curves correspond to the following three different ways of approximating χ : For the full-line curve, χ is approximated by $(dc/dx)^2 + (dc/dy)^2$; ---, $\chi = (dc/dx)^2$; \cdots , $\chi = (dc/dy)^2$.

Fig.1.8 The effect of the local isotropy assumption (Kailasnath *et al.*, 1993⁽⁹⁷⁾).

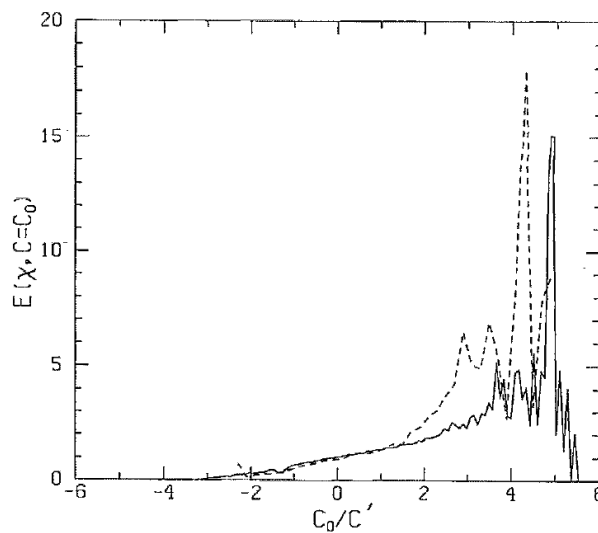


FIG. 6. Conditional expectation of the scalar dissipation on the centerline of jet R . $x/d=37$, and $R_d=3900$. The concentration is normalized by its rms value. The spatial resolution is of the order of the Kolmogorov scale. ---, without Taylor's hypothesis, $\chi = (dc/dx)^2$; \cdots , with Taylor's hypothesis, $\chi = (dc/dx)^2 \sim (dc/dt)^2$.

Fig.1.9 The effect of the Taylor hypothesis (Kailasnath *et al.*, 1993⁽⁹⁷⁾).

第2章

吸光濃度計の周波数応答特性と 高シュミット数物質拡散場の基本的特 性 (100, 101)

2.1 緒言

乱流中で物質が混合・拡散される現象は、自然界や工業分野において数多く見られる。乱流拡散と呼ばれるこのような現象を理解し、かつ予測するには、速度場とスカラー場の結合統計量の特徴を明らかにすることが重要であり、そのためには流れ場の瞬時速度と拡散されるスカラー量の瞬時値を同時に測定する必要がある。本研究の目的は、高シュミット数物質拡散場における速度-濃度結合統計量の特徴を明らかにすることであるが、そのような速度-濃度結合統計量を考察するためには、流れ場および拡散場の基本的特性を把握することが重要である。

本研究では、まずはじめに、高シュミット数物質拡散場において平均値や変動強度、パワースペクトルなどの基本的特性について調査を行った。本章ではその結果についてまとめて示す。また、パワースペクトルなどの周波数(波数)依存性について議論するには、あらかじめセンサーの周波数応答特性を検証し、その信頼性を確認しておく必要があるため、光ファイバー吸光濃度計の周波数応答特性について検討を行った。その結果についても本章で示す。

2.2 実験装置および実験条件

2.2.1 水路系および噴流出口条件

軸方向速度-濃度同時測定で用いた水槽の概略図を図 2.1 に示す。水槽は内部の様子を観察できるようにするためにアクリル製の材料で製作されており、水槽寸法は縦 315 mm × 横 240 mm × 長さ 850 mm である。この水槽の水位は 300 mm に設定され、ノズルは水面下 150 mm の水路中央に位置している。座標系はノズル出口を原点とする円柱座標系で、

流れ方向に x 軸，半径方向に r 軸としている (図 2.2) .

噴流形成用のノズルには噴流出口直径 d が 2.0 mm の円形ノズルを使用し，噴流出口流速 U_0 はバルブにより 0 ~ 6.73 m/s の範囲で調整が可能であり，面積式流量計 (日本フ ローセル SCO-4 型) で流量を調整することにより出口流速を設定した．軸方向速度-濃度同時測定では，出口流速を 3.2, 4.8, 6.4 m/s の 3 段階に変化させ測定を行った．このときの噴流レイノルズ数 Re ($\equiv U_0 d / \nu$) はそれぞれ 6,300, 9,500, 13,000 である．また，拡散流体として工業用染料 (C. I. Direct Blue 86) を含む水溶液を使用し，ノズルより水中に噴出される．その際の噴流出口濃度 C_0 は 3.0 g/l である．なお，水溶液の密度は周囲流体と 0.3% 程度の差であるため，密度差による噴流形成への影響はほぼないと考えられる．また，1 回の測定ごとに水槽の水を入れ換えているため，水溶液の残留による影響はない．

2.2.2 速度測定系

瞬時速度の測定には，図 2.3 に示す TSI 製 I 型熱膜プローブ MODEL 1210-20W を使用した．この熱膜の受感部は $51 \mu\text{m}\phi$ の円筒型白金フィルムで，受感部長さは 1 mm である．また，熱線流速計にはハヤカワ計測研究所製 MODEL HC-30 を用いた．熱線流速計からの出力電圧は，サンプリングボード (MICRO SCIENCE 製 ADM-640AT) を通してコンピュータに取り込まれ，事前に測定した電圧-流速較正曲線をもとに出力電圧から瞬時流速に変換される．

熱膜を用いた乱流流速の測定で注意すべきことは，液体に含まれる気泡や塵埃が熱膜プローブのセンサー部に付着することで，センサーの感度が急激に低下することである⁽⁵⁾．これを避けるために，実際の測定では，測定ごとにハトの羽で製作したクリーナを用いて塵埃の除去を行った．岡田 (2001)⁽¹⁰²⁾ によれば，測定ごとに塵埃を除去した場合は 20 分後もほぼ同じ流速を示すが，塵埃を除去せずに測定を続けた場合，20 分後には初期の流速に対して約 60% の値にまで減少することがわかっている．さらに，汚れた熱膜プローブでは，得られるパワースペクトルが全ての周波数にわたり小さくなるようである⁽¹⁰³⁾．

2.2.3 濃度測定系

瞬時濃度の測定には，吸光光度法⁽⁶⁾を原理とする光ファイバプローブを用いた．吸光光度法は，光吸収物質に光を照射するとエネルギーが吸収され，透過光強度が減衰するという光の性質を利用したものである．まずはじめに，測定原理について簡単に説明する．

一般に，単一成分の光吸収物質に波長 λ_{op} の光を入射した場合，次式で表される Lambert-Beer の法則が成り立つ．

$$\ln \frac{I(\lambda_{\text{op}})}{I_0(\lambda_{\text{op}})} = -k'(\lambda_{\text{op}})\delta\tilde{c}. \quad (2.1)$$

ここで, I_0 は溶液層への入射光強度, I は層を通過した瞬時の透過光強度, k' は波長に依存する比例定数, δ は液層厚さ, そして, \tilde{c} は瞬時濃度である. ここで,

$$P(\lambda_{op}) = -\ln \frac{I(\lambda_{op})}{I_0(\lambda_{op})}, \quad (2.2)$$

$$k(\lambda_{op}) = k'(\lambda_{op})\delta, \quad (2.3)$$

とおけば, 式(2.1)は,

$$P(\lambda_{op}) = k(\lambda_{op})\tilde{c}, \quad (2.4)$$

となり, P と \tilde{c} は簡単な線形関係になる. 以後, $P(\lambda_{op})$ の分布とある波長 λ_{op} に対する $k(\lambda_{op})$ の値を, それぞれ吸光スペクトル, 吸光係数と呼ぶ. また, 一般に,

$$\begin{aligned} \alpha(\lambda_{op}) &= -\log \frac{I(\lambda_{op})}{I_0(\lambda_{op})} \\ &= -0.4343 \ln \frac{I(\lambda_{op})}{I_0(\lambda_{op})} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$= 0.4343P(\lambda_{op}), \quad (2.6)$$

で定義される α は吸光度と呼ばれる.

ここで注意すべきことは, この法則が常に成り立つとは限らないということである. 溶液の濃度が小さく, 溶質分子同士の相互作用がない場合には成り立つが, 溶液の濃度が高く, 溶液分子同士の相互作用が生じる場合には成立しなくなる. しかしながら, 光の通過する体積が十分小さく, 体積要素内の吸光物質の濃度が均一で, かつ単色光を用いるならば, 物質の濃度が時間的に変動しても各瞬時値に対して成立するため, 式(2.1)および式(2.4)は流れ場の物質の変動濃度を測定するための基礎的な法則として重要である.

本研究では, 拡散物質として工業用染料 C. I. Direct Blue 86 (図 2.4)⁽¹⁰⁴⁾ を含む水溶液を使用した. この染料の分子シュミット数 Sc ($\equiv \nu/D$) はおよそ 3,800 である. また, この染料の吸光スペクトルは, 図 2.5 に示すように波長 665 nm 付近で最大値をとるため, 波長 670 nm の半導体赤色レーザー (日立製 HL6714G) を図 2.6 に示すような光ファイバースロープに入射した. レーザー光は光ファイバーによりプローブ先端まで導かれ, 検査部を通過する. 検査部を通過したレーザー光は再び光ファイバーにより光電子増倍管 (浜松ホトニクス製 H6780-20) まで伝送され, 電流-電圧変換回路により光強度に比例した電圧に変換される. この変換された出力電圧は, サンプリングボード (MICRO SCIENCE 製 ADM-640AT) を通してコンピュータに取り込まれ, 事前に測定した較正曲線をもとに出力電圧から瞬時濃度に変換される. なお, このプローブには入射側, 受光側ともにコア径が $9.5 \mu\text{m}$ の光ファイバーが用いられており, 検査部において両者のファイバーはおよそ 0.7 mm の間隔で対向している.

2.2.4 同時測定時のプローブ配置

軸方向速度-濃度同時測定系の概略図を図 2.7 に示す。また、I 型熱膜プローブ (図 2.3) と光ファイバプローブ (図 2.6) を組み合わせた複合プローブの配置図を図 2.8 に示す。2 つのプローブは、およそ 0.3 mm の間隔で熱膜を上とし、上下に配置されている。プローブ間距離の考察については、酒井ら⁽²³⁾ が詳細に調査しており、本研究でも同様の調査を行い、プローブ間隔を 0.3 mm に設定した。

2.3 吸光濃度計の周波数応答特性

本研究では、2.2.3 項でも述べたように、瞬時濃度の測定に吸光光度法を原理とする光ファイバ吸光濃度計を用いており、透過光強度を検出する際には光電子増倍管 (PMT: Photo Multiplier Tube) を使用している。一般的に、PMT は光強度に比例した電流信号を流すため、その信号をサンプリングボードを介してコンピュータに取り込むには、PMT とサンプリングボードの間に電流信号を電圧信号へ変換する回路が必要となる。しかしながら、そのような電流-電圧変換回路は、吸光濃度計の周波数応答特性に変化を生じさせる可能性があるため、この節では、電流-電圧変換回路による吸光濃度計の周波数応答特性の変化について調査した結果を示す。

2.3.1 周波数応答特性検証実験

電流-電圧変換回路

PMT から出力される電流信号を電圧信号に変換する方法として、主に 2 つの方法が考えられる。1 つは、図 2.9 に示すように PMT の信号出力と GND を負荷抵抗で結び、その負荷抵抗の両端の電位差を測定することで、電流信号を電圧信号に変換する方法である (本研究では、この回路を負荷抵抗回路と呼ぶ)。この方法は装置を簡素化できるものの、負荷抵抗が大きくなるに従いセンサーの応答性が悪化することが予想される。もう 1 つは、図 2.10 に示すオペアンプを利用した電流-電圧変換回路 (本研究では、オペアンプ回路と呼ぶ) を用いる方法である⁽¹⁰⁵⁾。この方法はセンサーの応答を高速化することができる反面、装置の大型化や電氣的ノイズの増加につながる。そこで、本研究では、負荷抵抗回路とオペアンプ回路の 2 通りについて、物質噴流拡散場の濃度測定から得られる濃度スペクトルをもとに周波数応答特性の検討を行う。

実験条件

今回, PMT からの電流信号を電圧信号に変換するために用いた回路は, 2種類の負荷抵抗回路 (図 2.9 中の $R = 50, 100 \text{ k}\Omega$) と 3種類のオペアンプ回路 (LF411, AD711, TL081) の計 5種類である. ここで, 本研究で用いたオペアンプのボルテージ・ホロワ回路 (図 2.11) から得られた周波数応答特性を図 2.12 から 2.14 にそれぞれ示す. 図より, 今回用いた 3種類のオペアンプは, 本測定のサンプリング周波数である 20 kHz においても, それぞれ十分な応答性が得られていることが確認できる.

噴流出口流速は 6.4 m/s に固定し, 光ファイバプローブは $x/d = 20$ の中心軸上に固定した. 検証実験におけるサンプリング周波数は 20 kHz で, サンプリング点数は 262,144 点, サンプリング時間はおよそ 13 秒である.

2.3.2 検証結果

図 2.15 に 3種類のオペアンプ回路 (図 2.10) に対して得られた濃度スペクトル分布を示す. 図より, オペアンプの違いによる周波数応答特性の違いはほとんど見られないことがわかる. 一方, 負荷抵抗回路 (図 2.9) に対して得られた濃度スペクトル分布を図 2.16 に示す. ここで, オペアンプ回路との比較のため, LF411 を用いたオペアンプ回路に対する濃度スペクトル分布も同時に示す. また, 高周波数領域 ($1,000 < f < 10,000 \text{ [Hz]}$) を拡大したものを図 2.17 に示す. これらの図からわかるように, およそ 3 kHz まではどの回路を用いてもスペクトル分布に大きな違いは見られなかった. しかしながら, 3 kHz を過ぎた辺りから, $100 \text{ k}\Omega$ 負荷抵抗回路のスペクトルには大きな減衰, すなわち, 応答性の悪化が見られた. また, $50 \text{ k}\Omega$ 負荷抵抗回路においても 7 kHz 辺りからわずかな応答性の悪化が見られる. ここで注意したいことは, 本研究で用いた光ファイバプローブの空間分解能である. 光ファイバプローブの検査部長さ L_{FO} は 0.7 mm であり, これを Taylor 仮説⁽⁹⁶⁾,

$$f_{\text{FO}} = U/L_{\text{FO}}, \quad (2.7)$$

を用いて検査部長さに対応する周波数 f_{FO} に変換すると, およそ 5 kHz に相当する. 拡散場の速度-濃度同時測定では, 噴流レイノルズ数は今回と同等かそれ以下であり, また, 詳細に調査を行う位置は今回の測定位置よりも下流であるため, プローブには 5 kHz 以上の空間分解能は必要とされないと考えられる. したがって, 本研究においては $50 \text{ k}\Omega$ 負荷抵抗回路でも十分な応答性が得られていると考えられるため, 回路の複雑化やオペアンプによる電氣的ノイズの増加を避けるため, 電流信号から電圧信号への変換には $50 \text{ k}\Omega$ 負荷抵抗回路を用いることとした.

2.4 実験結果

本測定におけるサンプリング周波数は20 kHzで、サンプリング点数は262,144点、サンプリング時間はおよそ13秒である。ここでは、流れ場および拡散場の基本的特性について示す。

2.4.1 平均値の分布

図2.18に中心軸上の軸方向平均速度 U_c および平均濃度 C_c の流れ方向変化を示す。図中の丸印が本研究で得られた測定値であり、実線は測定値を最小2乗近似したものである。図からわかるように、平均値の逆数は流れ方向距離に比例しており、それぞれの発展は次式で与えられる。

$$\frac{U_0}{U_c} = 0.138 \left(\frac{x}{d} + 0.312 \right), \quad (2.8)$$

$$\frac{C_0}{C_c} = 0.157 \left(\frac{x}{d} + 1.153 \right). \quad (2.9)$$

なお、図中の点線は Papanicolaou & List (1988)⁽¹⁶⁾、破線は Panchapakesan & Lumley (1993)⁽¹⁰⁶⁾、一点鎖線は酒井ら (1999)⁽²³⁾、そして、二点鎖線は Becker *et al.* (1967)⁽¹⁰⁷⁾ の測定値を表しているが、本研究の測定値は、これらの研究者らの結果とほぼ一致していることがわかる。

図2.19に軸方向平均速度 U と平均濃度 C の半径方向分布を示す。図より、 $x/d = 30, 50, 70$ の各断面の分布は相似になっており、レイノルズ数の違いによる分布形状の違いもない。また、軸方向平均速度、平均濃度ともにガウス分布とよく一致していることがわかる。図中に、Wyganski & Fiedler (1969)⁽¹⁰⁸⁾、Panchapakesan & Lumley (1993)^(14,106)、そして、Lemoine *et al.* (1996)⁽¹⁸⁾ の測定値も同時に示すが、本研究の測定値はこれらの測定値とよく一致していることがわかる。

ここで、図2.20に本研究における軸方向平均速度および平均濃度の半値幅 b_U および b_C の発展を示す。図中の実線は測定値を最小2乗近似したものであり、それぞれ次式で与えられる。

$$\frac{b_U}{d} = 0.099 \left(\frac{x}{d} + 0.465 \right), \quad (2.10)$$

$$\frac{b_C}{d} = 0.111 \left(\frac{x}{d} + 0.874 \right). \quad (2.11)$$

図より、本研究の結果は他の研究者らとほぼ一致していることがわかる。また、濃度の半値幅の発展に関しては、本研究の測定値 ($Sc \simeq 3,800$) と、Panchapakesan & Lumley⁽¹⁴⁾ のヘリウムガスによる測定値 ($Sc \simeq 0.7$) や Papanicolaou & List⁽¹⁶⁾ のローダミン6Gによる測定値 ($Sc \simeq 1,000$) とはシュミット数が大きく異なるにも関わらず、ほぼ同様の結果を示していることがわかる。

2.4.2 相対強度および変動 r.m.s. 値の分布

図 2.21 に軸方向速度および濃度の相対強度 u'_c/U_c , c'_c/C_c の中心軸上流れ方向変化を示す。図より、軸方向速度、濃度ともに、下流に行くに従い相対強度が緩やかに増加し、およそ $x/d = 70$ 以降においてはほぼ一定の値をとる傾向が見られる。この緩やかに増加する傾向は、Panchapakesan & Lumley (1993)⁽¹⁴⁾ を除く他の研究者らの結果^(23,106,108,109) と一致する。

図 2.22 に速度と濃度の変動 r.m.s. 値 u' , c' および相対強度 u'/U , c'/C の半径方向分布を示す。 u' と c' の値は左縦軸で表し、 u'/U と c'/C の値は右縦軸で表されている。図より、本実験結果は変動 r.m.s. 値および相対強度とも各断面において分布の形状は相似であり、レイノルズ数の変化による違いも見られない。噴流外縁部における分布のばらつきは、噴流外縁での乱流/非乱流の間欠的構造によるものと考えられる。また、本研究の測定値を他の研究者ら^(9,14,106,108) と比較すると、同様の分布傾向を示していることがわかる。ここで、濃度変動 r.m.s. 値の図中に一点鎖線で示してあるのが、Spalding (1971)⁽¹¹⁰⁾ によって数値的に導かれた変動濃度 r.m.s. 値に対する予測値である。この予測値と本研究で得られた実験値を比較するとよく一致している様子が見られる。

2.4.3 スペクトル

図 2.23 に $Re = 13,000$ に対する軸方向速度スペクトル分布 E_u および濃度スペクトル分布 E_c の中心軸上変化を示す。これらのスペクトル分布に関して、横軸は軸方向速度の積分時間スケール t_{uI}^* で無次元化された周波数 f をとり、縦軸はそれぞれの分散と t_{uI} で正規化されたスペクトル値をとっている。また、それぞれのスペクトル分布は、速度については熱膜の受感部長さ (1.0 mm)、濃度については光ファイバプローブの検査部長さ (0.7 mm) に対応する周波数領域までしか表示していない。なお、周波数への変換には Taylor 仮説⁽⁹⁶⁾ を用いた。図より、軸方向速度スペクトル分布は、 $10^{-1} \lesssim ft_{uI} \lesssim 10^0$ の範囲で $-5/3$ 乗に従う慣性小領域が見られる。

一方、濃度スペクトルは、 $x/d = 30$ において、 $2 \times 10^{-1} \lesssim ft_{uI} \lesssim 2 \times 10^0$ の範囲で $-5/3$ 乗に従う対流小領域が確認でき、そのべき乗則領域は下流に行くに従い広がる傾向が見られる。ここで、図に示されている $x/d = 30, 50, 70$ での乱流レイノルズ数 $R_\lambda (\equiv u'\lambda/\nu)$ を評価すると[†]、それぞれ、 $R_\lambda = 290, 313, 340$ となる。したがって、この結果は、乱流レイノルズ数の増加に伴い、 $-5/3$ 乗則に従う対流小領域の範囲が高周波数側に広がっていくことを意味していると考えられる。また、スペクトルのレイノルズ数依存性については、

*軸方向速度の積分時間スケール t_{uI} は軸方向速度の自己相関係数 R_u を用いて、 $t_{uI} = \int_0^{\tau_0} R_u(\tau) d\tau$ により求められる。なお、 τ_0 は $\tau = 0$ から R_u が初めて 0 になるまでの時間である。

†Taylor のマイクロスケール λ については、Friehe *et al.* (1972)⁽¹¹¹⁾ により軸対称噴流の自己保存領域に対して提案された経験式、 $\lambda/d = 0.88Re^{-1/2} x/d$ を用いて評価した。

Sreenivasan (1996)⁽³⁷⁾ が、数々の研究者の報告をまとめ、レイノルズ数の増加に伴いスペクトルの傾きが $-5/3$ 乗に漸近することを示している。その中で、剪断乱流中における縦速度スペクトルは乱流レイノルズ数が $R_\lambda > 50$ 程度で $-5/3$ 乗の傾きを示すのに対し、スカラースペクトルは高レイノルズ数 ($R_\lambda > 1,000$) にならなければ $-5/3$ 乗に漸近しないと報告している。しかしながら、本研究の乱流レイノルズ数はせいぜい $R_\lambda \sim 300$ であったが、濃度スペクトルに $-5/3$ 乗の領域が明白に現れた。この理由の1つとして以下のことが考えられる。まず、Sreenivasan⁽³⁷⁾ によってまとめられたスカラースペクトルは、すべて、温度場の測定から得られたものであり、その分子プラントル数は $Pr \simeq 0.7$ である。このような低プラントル数 (あるいはシュミット数) スカラーのスペクトルが $-5/3$ 乗則から逸脱する要因として、レイノルズ数依存性の他に、スカラー散逸領域の間欠的な構造が挙げられる。もし、スカラー散逸が起きる領域の分布が間欠的であるならば、スカラー散逸にはシュミット数依存性が予想される。そのため、式 (1.10) や式 (1.11) で示したように、普遍平衡領域で平均スカラー散逸率 $\langle \chi \rangle$ の関数であるスカラースペクトルは、 $-5/3$ 乗則から逸脱すると考えられる。一方、シュミット数の大きな極限においては、スカラー散逸領域の間欠的な構造がなくなり、スカラー散逸領域の分布が一様になるため、高シュミット数スカラーのスペクトルには、明白な $-5/3$ 乗が現れるようになると考えられる。なお、スペクトルと微分統計量には密接な関係があるため、3.3.6 項の「微分歪度および微分扁平度」も参照していただきたい。

2.4.4 確率密度関数

図 2.24 に軸方向変動速度および変動濃度の確率密度関数 (PDF: Probability Density Function) の中心軸上変化を示す。図中の $\hat{\xi}$ と $\hat{\psi}$ はそれぞれサンプル空間における軸方向変動速度と変動濃度を意味している。図より、軸方向速度、濃度 PDF とともに、各断面においてほぼ相似な分布を示しており、本研究のレイノルズ数範囲においては分布の違いも見られない。軸方向速度 PDF に関しては、図中実線で示すガウス分布とよく一致しており、また、図中破線で示す Venkataramani *et al.* (1975)⁽⁷⁾ の測定値とも低速領域を除きほぼ一致している。一方、濃度 PDF に関してはガウス分布に対して負に歪む傾向が見られる。この傾向については、Venkataramani *et al.*⁽⁷⁾ によって行われた軸対称乱流噴流中の温度場測定においても現れていることがわかる。さらに、中心軸上におけるスカラー PDF のガウス分布からのずれに関しては、Dowling & Dimotakis (1990)⁽¹¹²⁾ によっても報告されている。彼らは気相軸対称乱流噴流中で Rayleigh 散乱法による濃度測定を行い、 $Re = 5,000 \sim 40,000$, $x/d = 20 \sim 90$ の範囲で PDF の相似性を確認しているが、自己保存領域の中心軸上で得られた PDF にはガウス分布からのずれが見られる。その一方で、Dopazo (1975)⁽¹¹³⁾ は、軸対称乱流噴流の中心軸上における温度 PDF の変化を記述

する式を解析的に解き, $x/d = 10$ においてほぼガウス分布と一致すると報告しており, また, Tong & Warhaft (1995)⁽¹¹⁴⁾ は, あらかじめ加熱された噴流と出口直後 ($x/d = 0.5$) の熱線の輪によって加熱された噴流の温度変動のPDFを測定し, ある程度下流の領域では, 両者はほぼガウス分布に一致することを示している. このように, 中心軸上でのスカラーPDFのガウス分布からのずれに関しては, いまだに明確な結論が得られていないようである.

2.5 結言

光ファイバー吸光濃度計の周波数応答特性の検証後, 高シュミット数物質噴流拡散場において, 軸方向速度-濃度同時測定を行い, 噴流拡散場の基本的特性を確認した結果, 以下の結論を得た.

1. 3種類のアンプ (LF411, AD711, TL081) を用いて電流-電圧変換回路を組んだが, アンプの違いによる濃度センサーの周波数応答特性への影響は見られなかった. また, 本研究においては, $50\text{ k}\Omega$ の負荷抵抗回路でも十分な応答性が得られていることが確認できた. そのため, 以後行う速度-濃度同時測定では, $50\text{ k}\Omega$ 負荷抵抗回路を用いて測定を行うこととした.
2. 軸方向速度-濃度結合統計量について調査する前に, 周波数応答特性の確認を行った光ファイバースローブとI型熱膜プローブを組み合わせた複合プローブを用いて, 高シュミット数物質噴流拡散場の基本的特性を調査したが, 本研究で形成した物質噴流拡散場は, 他の研究者らと比較して, ほぼ妥当な流れ場および拡散場が形成されていることが確認できた.

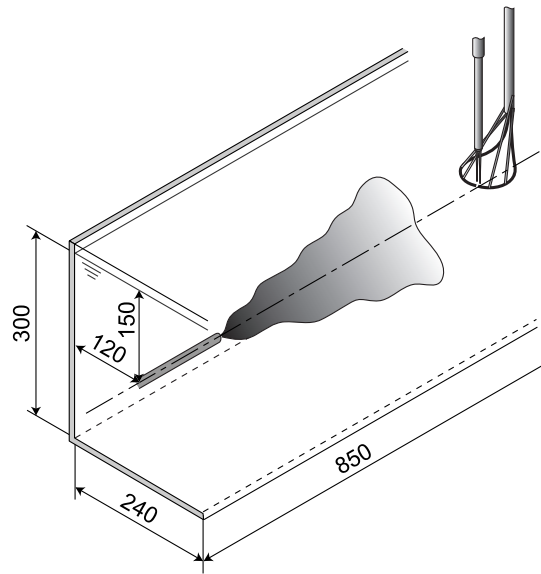


Fig.2.1 Schematic of the experimental apparatus.

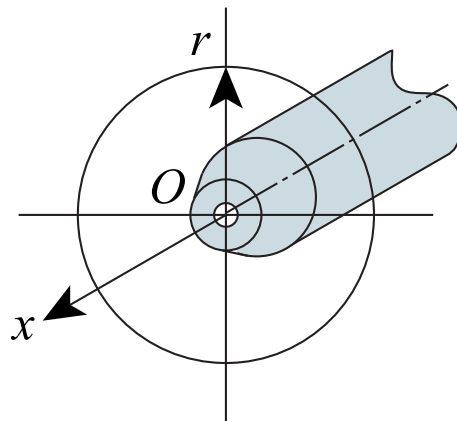


Fig.2.2 The coordinate system.

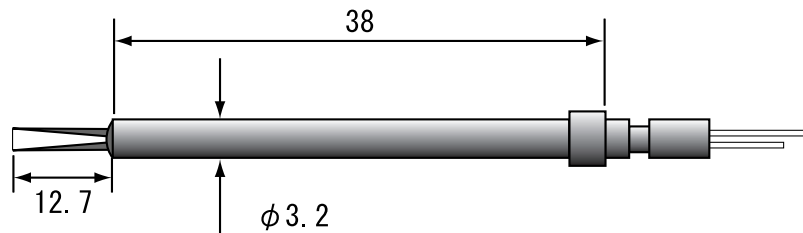


Fig.2.3 The I-type hotfilm probe.

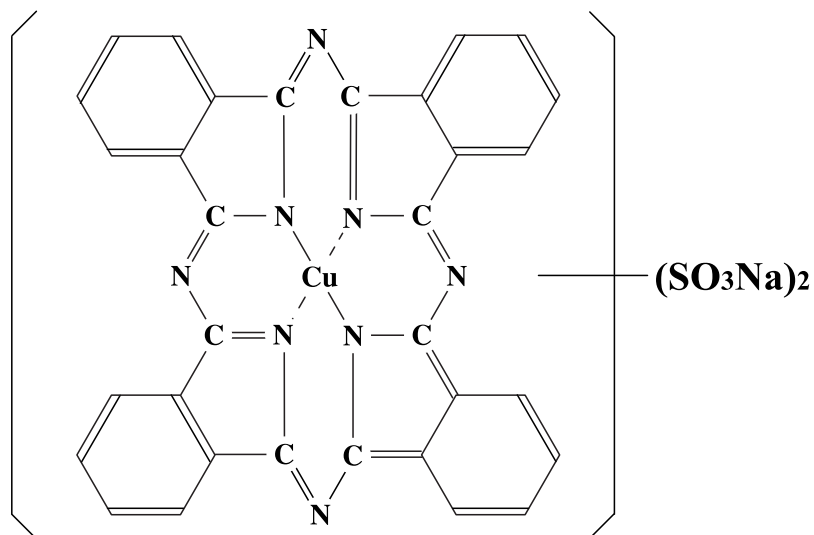
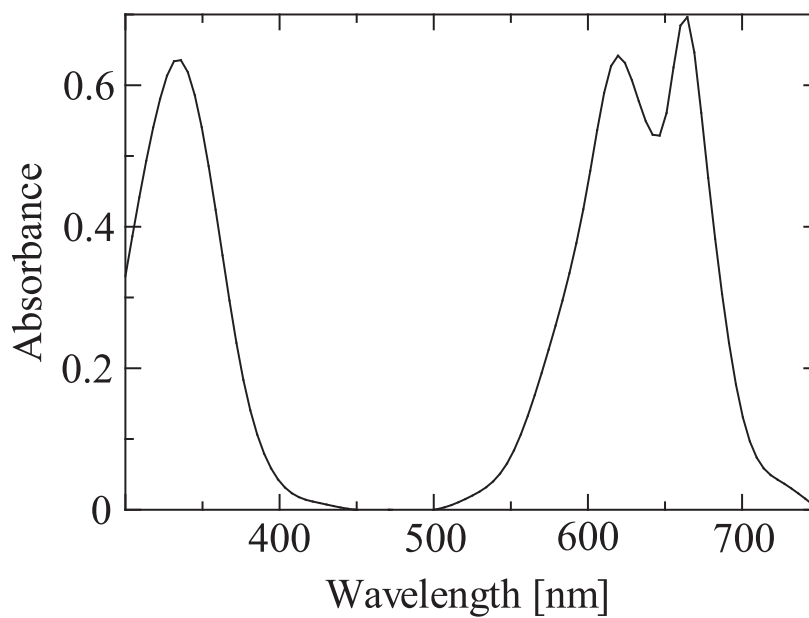
Fig.2.4 The molecular structure of C. I. Direct Blue 86⁽¹⁰⁴⁾.

Fig.2.5 The absorbance of C. I. Direct Blue 86.

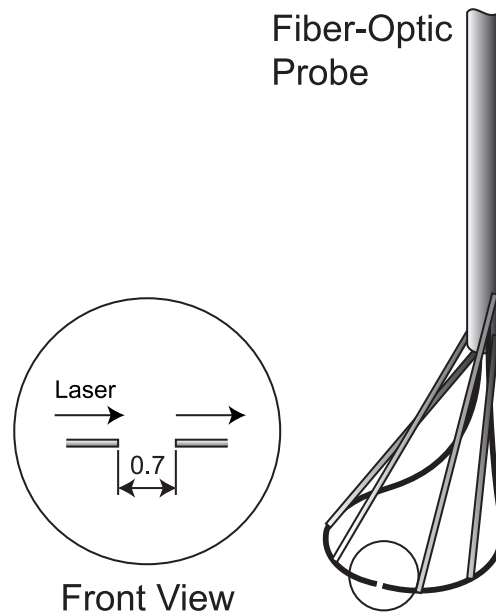


Fig.2.6 The fiber-optic concentration sensor.

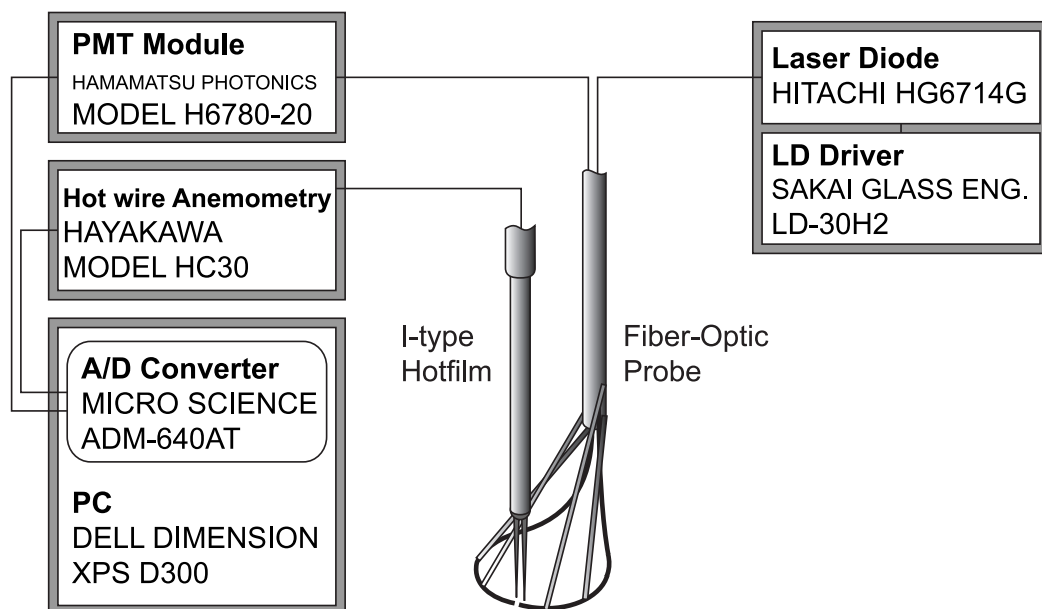


Fig.2.7 The measuring system of the axial velocity and concentration.

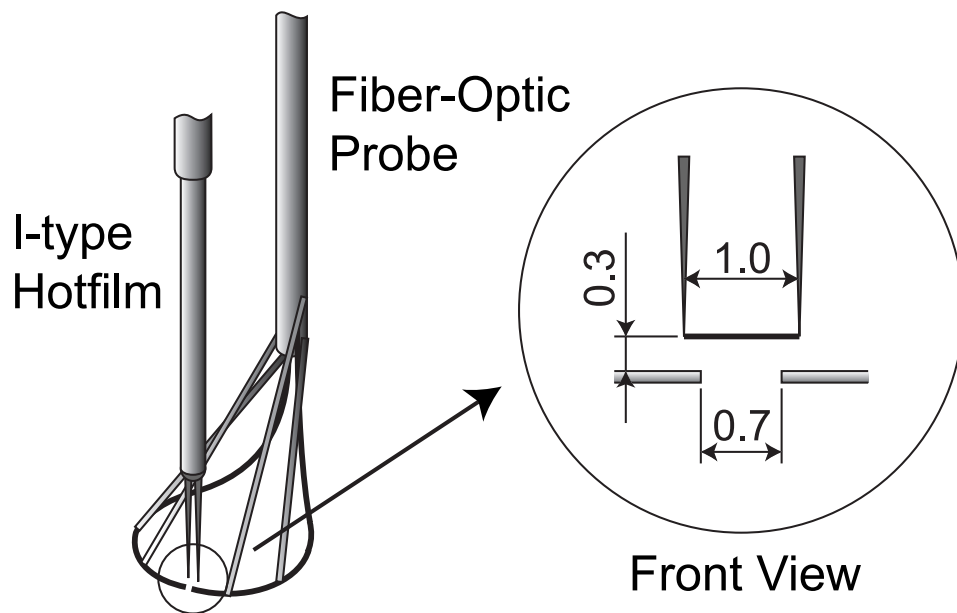


Fig.2.8 The combined probe of I-type hotfilm and fiber-optic concentration sensor.

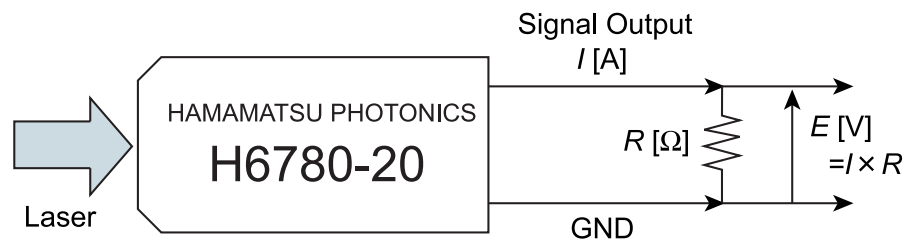


Fig.2.9 The simple load resistor circuit to convert current into voltage.

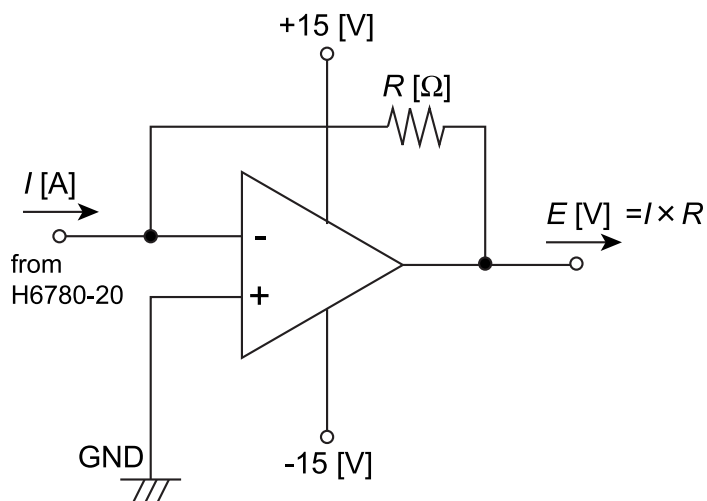


Fig.2.10 The electric circuit of the current-voltage converter using an Op. Amp.

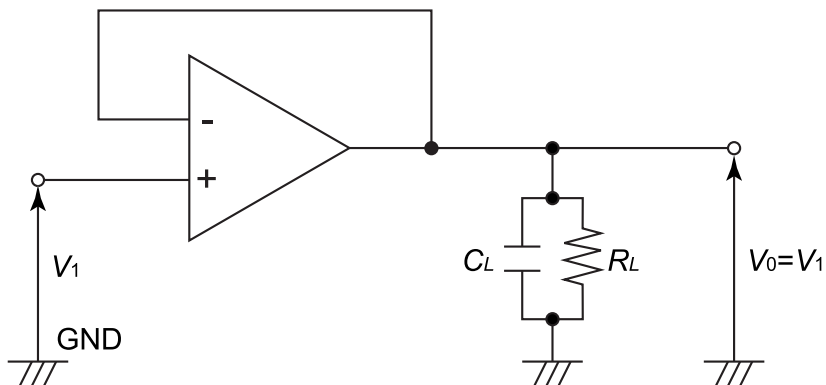


Fig.2.11 The voltage follower circuit.

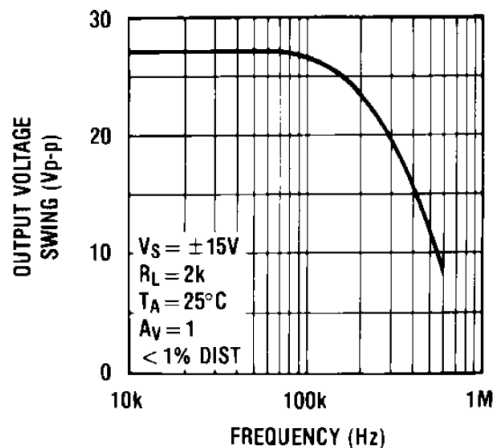


Fig.2.12 The frequency response characteristic of LF411⁽¹¹⁵⁾.

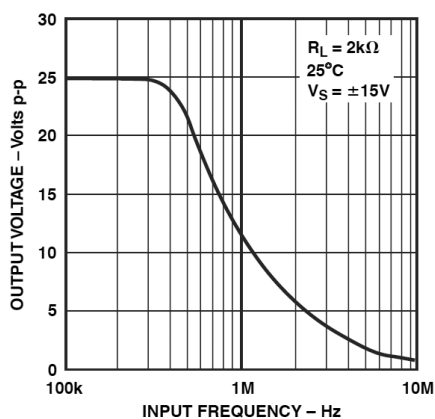


Fig.2.13 The frequency response characteristic of AD711⁽¹¹⁶⁾.

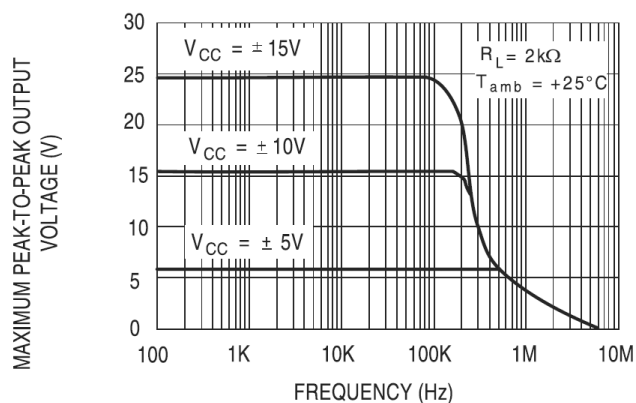


Fig.2.14 The frequency response characteristic of TL081⁽¹¹⁷⁾.

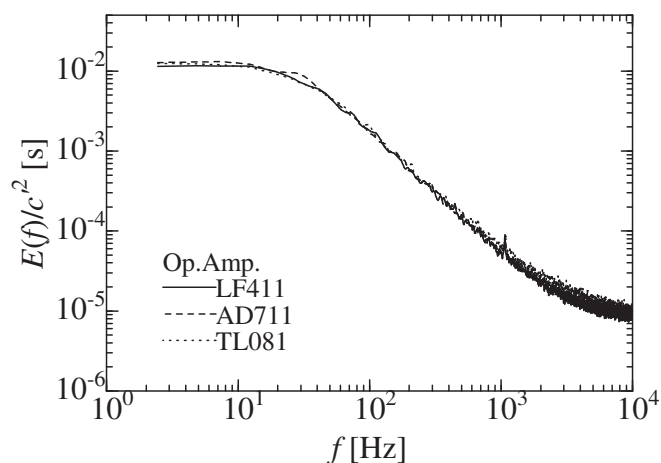


Fig.2.15 Distributions of the concentration spectrum for the I-V converter circuit.

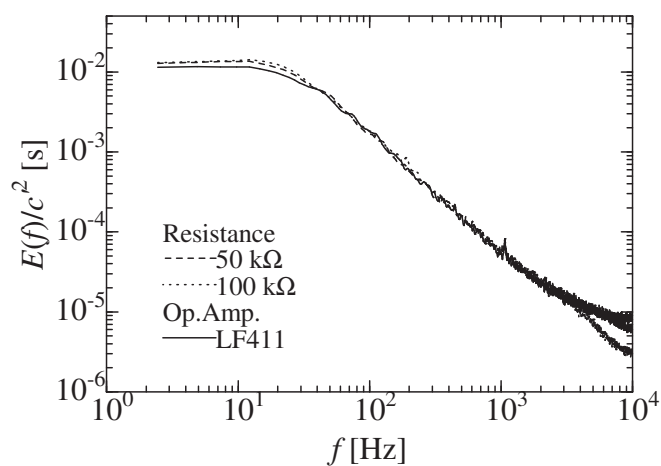
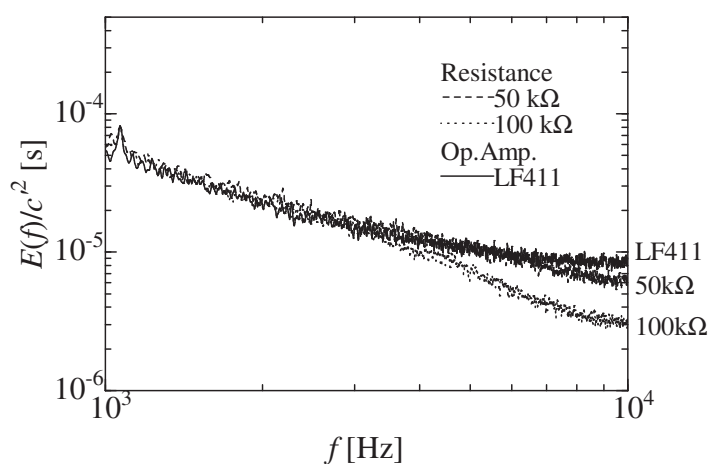


Fig.2.16 Distributions of the concentration spectrum for the simple load resistor circuit with the I-V converter circuit using LF411.

Fig.2.17 Distributions of the concentration spectrum for the simple load resistor at the range of $1,000 \leq f \leq 10,000$ Hz.

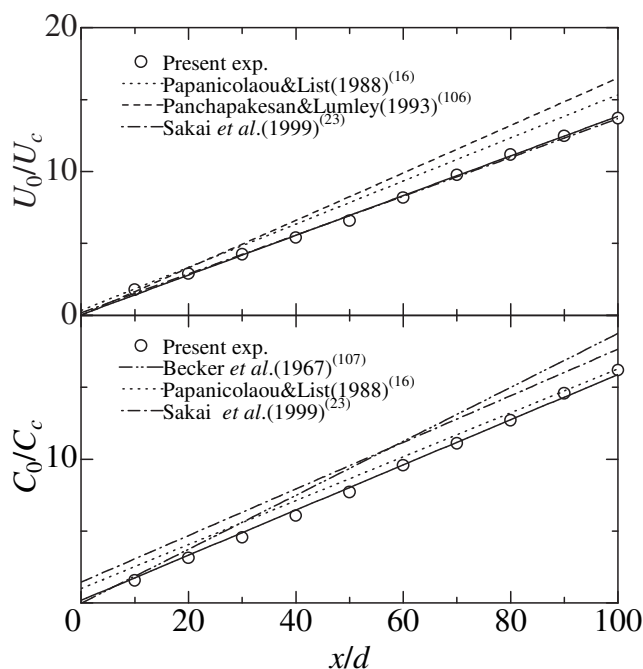


Fig.2.18 Streamwise variations of the mean value of axial velocity and concentration along the jet centerline.

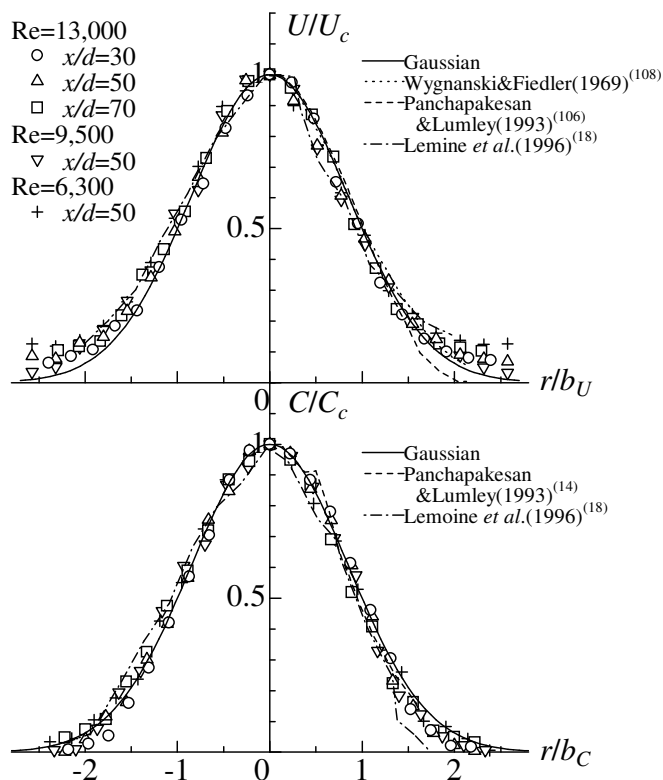


Fig.2.19 Radial profiles of the mean value of axial velocity and concentration across the jet.

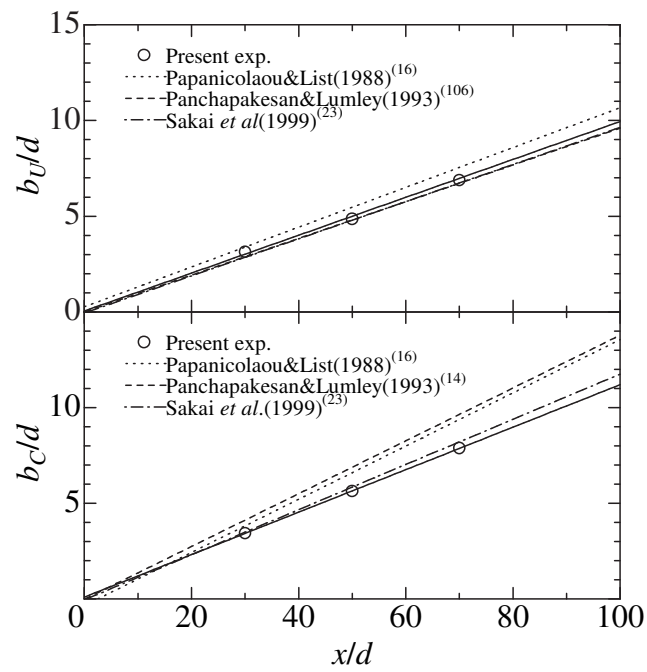


Fig.2.20 Streamwise variations of the half-width of axial mean velocity and mean concentration.

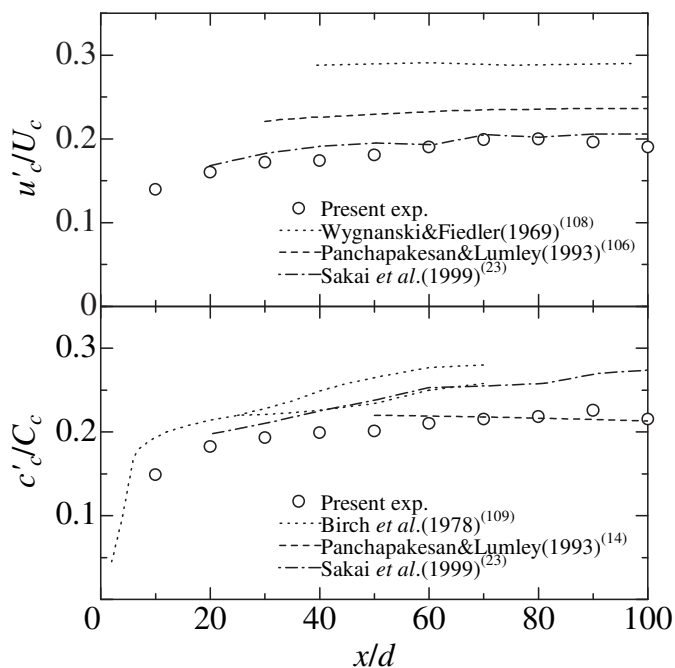


Fig.2.21 Streamwise variations of the relative intensities of axial velocity and concentration along the jet centerline.

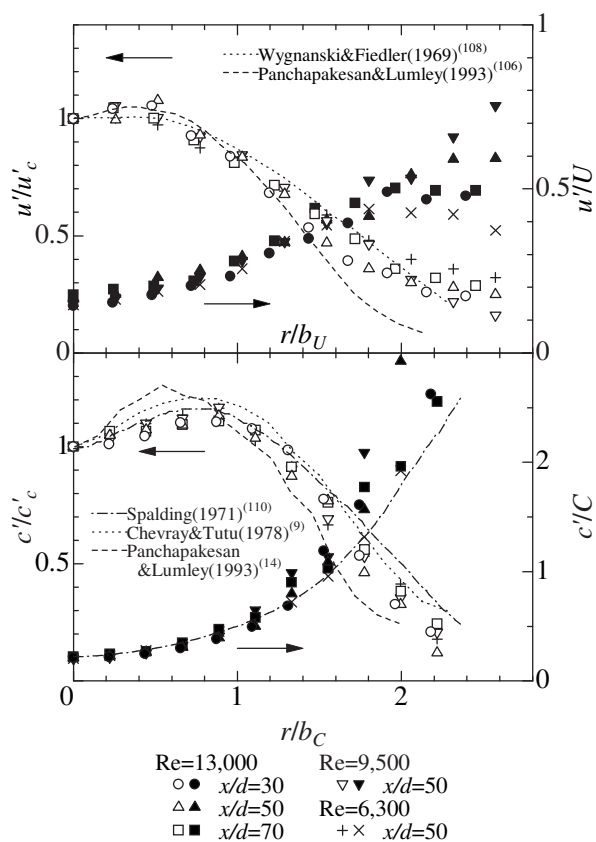


Fig.2.22 Radial profiles of the intensities and r.m.s. value of axial velocity and concentration across the jet.

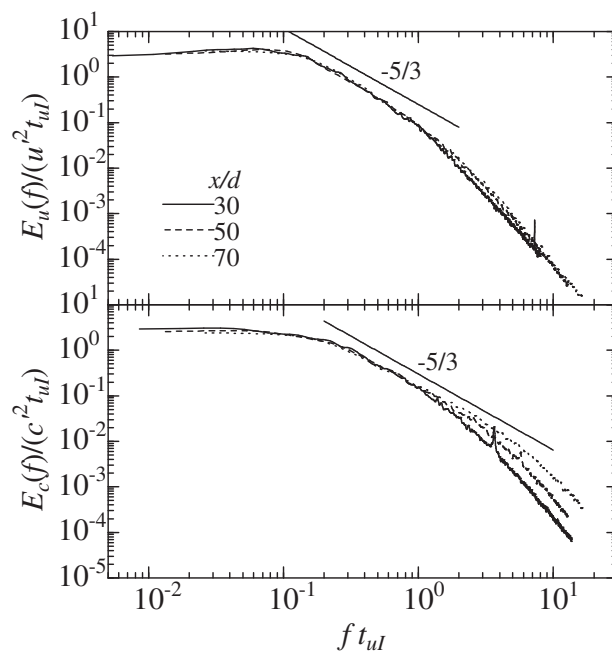


Fig.2.23 Streamwise variations of the axial velocity and concentration spectra at $Re = 13,000$.

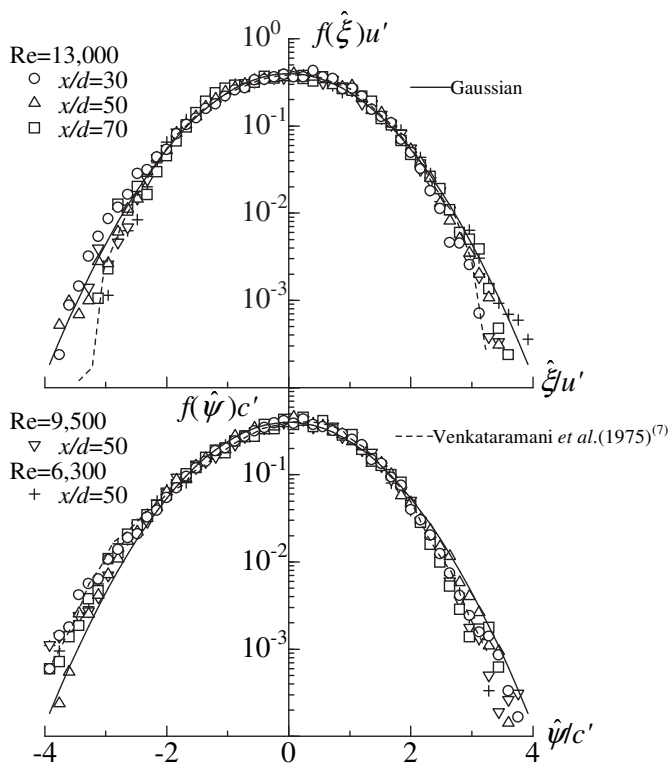


Fig.2.24 Distributions of the probability density functions of the axial velocity and concentration.

第3章

高シュミット数物質拡散場における 軸方向速度-濃度結合統計量(100,101)の特性

3.1 緒言

第2章において，乱流拡散現象を理解するためには，瞬時速度と瞬時スカラーの同時測定が必要であることを述べたが，これまでに，速度とスカラー量の同時測定は気相と液相において数多く報告されている．気相における研究では，軸対称噴流中の温度⁽⁹⁾やヘリウム濃度⁽¹⁴⁾，格子乱流中の温度⁽¹²⁾，混合層中の二酸化窒素濃度⁽¹⁵⁾などの測定が挙げられ，比較的安定した統計量が得られている．しかしながら，気相中の測定ということもあり，それらの分子シュミット数 $Sc (\equiv \nu/D)$ あるいは分子プラントル数 $Pr (\equiv \nu/\alpha)$ は小さく， Sc (あるいは Pr) $\sim O(1)$ である．一方，液相における研究としては，分子シュミット数の大きな蛍光染料 ($Sc \sim O(1,000)$) を用い，LIF (Laser Induced Fluorescence) 法とLDV (Laser Doppler Velocimetry) やPIV (Particle Image Velocimetry) を組み合わせた方法によるものが報告されている^(17-19,118)．しかしながら，平均剪断のない格子乱流中での測定⁽¹¹⁸⁾を除き，二次元噴流⁽¹⁷⁾や軸対称噴流^(18,19)などの平均剪断を持つ流れ場での測定では，いまだにデータのばらつきが多く，特に速度と濃度の結合統計量に関しては十分な精度の結果が得られていない．

このような状況において，酒井ら^(23,24)は，軸対称乱流噴流中の軸方向速度とそこに拡散される染料の瞬時濃度の同時測定を行い，種々の速度-濃度結合統計量について報告してきたが，その噴流レイノルズ数は6,300に固定されており，各種統計量の分布に対するレイノルズ数依存性については調べられていない．本研究ではその点を踏まえ，3種類のレイノルズ数(6,300, 9,500, 13,000)に対して軸方向速度と濃度の同時測定を行い，結合統計量の特性およびそのレイノルズ数の影響に関して調査を試みたので，その結果について示す．

さらに，軸方向速度-濃度同時測定のデータをもとに，内部間欠性の指標となる微分統計量に注目し，その特性を調査した．微分統計量に関しては，これまでに気相中の測定や数値計算において報告されているが，本研究のような高シュミット数物質拡散場において

調査した例は見られない．そこで，本章では高シュミット数物質噴流拡散場における微分統計量の特性についても示す．

3.2 実験装置および実験条件

実験装置および実験条件に関しては，第2章と同様であるため，詳細については2.2節を参照していただきたい．表3.1に主な実験条件のみを簡単に示す．なお，サンプリング周波数は20 kHz，サンプリング点数は262,144点，サンプリング時間はおよそ13秒である．

Table 3.1 Experimental conditions.

ノズル直径 d	: 2.0 [mm]
噴流出口流速 U_0	: 3.2, 4.8, 6.4 [m/s]
噴流レイノルズ数 Re	: 6,300, 9,500, 13,000
噴流出口濃度 C_0	: 3.0 [g/l]
分子シュミット数 Sc	: 3,800

3.3 実験結果

3.3.1 軸方向物質フラックスの分布

乱流運動による物質フラックスが拡散物質の平均濃度勾配に比例すると仮定すれば，軸対称噴流の中心軸上では対称性により，軸方向物質フラックスに対して次式を得る．

$$\langle uc \rangle = -K_x \frac{\partial C}{\partial x}. \quad (3.1)$$

ここで， K_x は軸方向に対する乱流拡散係数（あるいは渦拡散係数）である．本研究のような軸対称噴流の自己保存領域では，図2.18に示すように中心軸上の平均濃度は流れ方向距離に対して反比例するため，物質フラックスについて勾配型拡散モデルが妥当であり，さらに K_x が一定であるならば， $\langle uc \rangle$ は軸方向距離の2乗に反比例することになる．このことは，図3.1に示される本研究の測定値からも確認することができる．なお，図中に示される実線は，測定値を最小2乗近似することにより得られた直線であり，次式で表される．

$$\sqrt{\frac{U_0 C_0}{\langle uc \rangle}} = 1.008 \left(\frac{x}{d} + 5.353 \right). \quad (3.2)$$

図3.2に軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ の半径方向分布を他の研究者らの結果とともに示す．図より，軸方向物質フラックスは中心軸付近では小さく，中心軸から外れた $0.5 \lesssim r/b_U \lesssim 0.8$ で大きな値を示すことがわかる．また，図中に点線と一点鎖線で示されるのが Papanicolaou

& List (1988)⁽¹⁶⁾ のローダミン 6G ($Sc \simeq 1,000$) を含む水溶液噴流に対する測定値，実線と破線で示されるのが Panchapakesan & Lumley (1993)⁽¹⁴⁾ のヘリウムガス ($Sc \simeq 0.7$) による測定値である．これらの測定値は，本測定 ($Sc \simeq 3,800$) とシュミット数が大きく異なるにも関わらず，いずれも本測定と同様の分布傾向を示していることがわかる．この結果から，物質拡散場における変動速度による物質の輸送，すなわち，物質フラックスの分布形状は，シュミット数の違いによる分子拡散の影響よりも，むしろ乱流特性に大きく依存するものと考えられる．

3.3.2 軸方向速度-濃度結合確率密度関数

前項で示した軸方向物質フラックスに関して，軸方向速度と濃度の相関の程度を調べるために，図 3.3 に $Re = 13,000$ に対する $x/d = 50$ の中心軸上の軸方向速度-濃度結合確率密度関数 (PDF) を示す．図中の $\hat{\xi}$ と $\hat{\psi}$ はそれぞれサンプル空間における軸方向変動速度および変動濃度である．図より，中心軸上では軸方向変動速度 u と変動濃度 c は強い正の相関を持っている様子が見られる．すなわち，速度が大きい瞬間には濃度も大きく，速度の小さい瞬間には濃度も小さくなる傾向があることを示している．次に，中心軸上からやや離れた位置 $r/b_V = 0.77$ における軸方向速度-濃度結合 PDF を図 3.4 に示す．中心軸上同様， u と c は強い相関を持っているが，半径方向距離の増加による乱流/非乱流の間欠的構造の出現のため，等値線にはやや歪みが見られる．なお，他の 2 つのレイノルズ数に関しても，ほぼ同様な形状を示すことが確かめられている．

3.3.3 軸方向物質フラックスの確率密度関数

図 3.5 に噴流中心軸上で測定された 3 つの異なるレイノルズ数 ($Re = 6,300, 9,500, 13,000$) に対する軸方向物質フラックスの確率密度関数 (PDF) を示す．ただし， $Re = 13,000$ では $x/d = 30, 50, 70$ の 3 点で， $Re = 6,300$ および $9,500$ では $x/d = 50$ での測定結果を示す．なお，図中に示される実線はガウス分布を表している．図より，軸方向物質フラックス PDF は近似的に指数尾を持ち，それらの傾きは正側に比べ負側の方が急勾配であることがわかる．これは，3.3.2 項で述べたように，軸方向速度と濃度の結合 PDF が正の相関を示すことによるものであり，結合 PDF から予測が可能である．また， $Re = 6,300$ における負側の傾きは， $Re = 9,500$ や $13,000$ の場合に比べ，わずかながら急勾配であることがわかる．Mydralski (2003)⁽¹²⁾ は，温度の横スカラーフラックス $v\theta$ に対する PDF において同様の傾向を示しており，レイノルズ数の影響によるものであると結論付けている．

3.3.4 条件付平均速度

Pope (1985)⁽⁹¹⁾ によれば, 速度と濃度の結合確率密度関数が結合ガウス分布であるという仮定を用いると, 濃度によって条件付けされた平均速度 (以後, 条件付平均速度) は次式でモデル化される.

$$\langle \tilde{u} | \tilde{c} = \psi \rangle = U + \frac{\langle uc \rangle}{c'^2} (\psi - C). \quad (3.3)$$

あるいは, 変動速度成分 u および変動濃度成分 c を用いると,

$$\langle u | \tilde{c} = \psi \rangle = \frac{\langle uc \rangle}{c'^2} \hat{\psi}, \quad (3.4)$$

と変形される. ここで, ψ および $\hat{\psi}$ はそれぞれサンプル空間における瞬時濃度と変動濃度を表している.

図 3.6 に $Re = 13,000$ に対する条件付平均速度 $\langle u | \psi \rangle$ の流れ方向変化を示す. $\langle u | \psi \rangle$ は変動濃度 r.m.s. 値 c' および軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ で無次元化されている. 図より, $x/d = 30, 50, 70$ の中心軸上の分布は相似性を示しており, $-2 \lesssim \hat{\psi}/c' \lesssim 2$ の範囲において, 式 (3.4) に示すように傾きが 1 (図中の実線) になっている様子がわかる. なお, $|\hat{\psi}/c'| \gtrsim 2$ でややばらつきが見られるのはサンプル数が少ないことによるものと考えられる. また, 図には $Re = 6,300$ および $9,500$ での $x/d = 50$ における中心軸上の条件付平均速度の分布も示してある. 図より, 今回測定したレイノルズ数の範囲では, レイノルズ数の違いによる変化は見られないことがわかる. 以上より, Pope によって提案されたモデル⁽⁹¹⁾ は, レイノルズ数に関係なくほぼ成立するといえる. なお, 図中の破線は Ferchichi & Tavoularis (2002)⁽⁹³⁾ による一様剪断乱流での温度場に対する測定結果 ($Pr \simeq 0.7$) である.

3.3.5 軸方向速度-濃度コスペクトル

図 3.7 に $Re = 13,000$ における軸方向速度-濃度コスペクトル C_{uc} の中心軸上流れ方向変化を示す. 横軸は軸方向速度の積分時間スケール t_{uI} で無次元化された周波数 f を, 縦軸は軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ と t_{uI} で正規化された C_{uc} をとっている. 図より, 軸方向速度-濃度コスペクトルは, 流れ方向の各位置においてほぼ相似な分布となっており, $2 \times 10^{-1} \lesssim ft_{uI} \lesssim 2 \times 10^0$ の領域において, $-7/3$ 乗に従うべき乗則領域が現れている様子がわかる. 一方, 図 3.8 に $x/d = 50$ における 3 種類のレイノルズ数に対する軸方向速度-濃度コスペクトルの分布を示す. 図より, 本研究のレイノルズ数の範囲では, レイノルズ数の違いによる分布の違いはほとんど見られなかった. ここで, $Re = 13,000$ の時に $x/d = 50$ において, 軸方向速度-濃度コスペクトル C_{uc} と軸方向スペクトル E_u , 濃度スペクトル E_c を比較したものを図 3.9 に示す. 図より, 速度場の慣性小領域と拡散場の対

流小領域がちょうど重なる領域において，軸方向速度-濃度コスペクトルに $-7/3$ 乗の領域が現れていることがわかる．また，温度場 ($Pr \simeq 0.7$) のコスペクトル^(11,12,69)と比較すると，今回の高シュミット数拡散場におけるコスペクトルは $-7/3$ 乗に近いスケリング則を示す結果となった．この結果が高シュミット数の効果によるものかどうかを立証するためには，シュミット数依存性に関する統一的な調査(例えば，速度測定用の熱膜と温度測定用の冷膜による水中に拡散される温水 ($Pr \simeq 7$) の速度-温度同時測定や熱膜と濃度測定用の導電率プローブ⁽¹¹⁹⁾による水中に拡散される塩化ナトリウム水溶液 ($Sc \simeq 640$) の速度-濃度同時測定など)が望まれる．

3.3.6 微分統計量

瞬時波形および乱流レイノルズ数の評価

図 3.10 に軸方向瞬時速度 \tilde{u} と瞬時濃度 \tilde{c} および軸方向速度と濃度をそれぞれ時間微分した瞬時波形 $\partial\tilde{u}/\partial t$, $\partial\tilde{c}/\partial t$ を示す．本研究では，速度および濃度の離散データに対し，次式で示す Taylor5 点法によりそれぞれ微分値を求めた．

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = \frac{x_{i-2} - 8x_{i-1} + 8x_{i+1} - x_{i+2}}{12\Delta t}. \quad (3.5)$$

ここで， x_i は離散データを， Δt はサンプリング間隔を意味している．

また，微分統計量に関する議論をする場合，次式に示す乱流レイノルズ数が重要である．

$$R_\lambda \equiv \frac{u'\lambda}{\nu}. \quad (3.6)$$

ここで， λ は Taylor のマイクロスケールである．本研究では Taylor のマイクロスケールについて，Friehe *et al.* (1972)⁽¹¹¹⁾により軸対称噴流の自己保存領域に対して提案された経験式，

$$\frac{\lambda}{d} = 0.88Re^{-1/2}\frac{x}{d}, \quad (3.7)$$

を用いて評価した．この式は Antonia *et al.* (1980)⁽¹²⁰⁾によってもその妥当性が確認されている．式 (3.6) より，本研究における乱流レイノルズ数をまとめたものを表 3.2 に示す．

微分値に対する確率密度関数

図 3.11 に縦微分速度 $X = \partial u/\partial x$ および縦微分濃度 $Y = \partial c/\partial x$ に対する確率密度関数 (PDF) を示す．縦軸，横軸ともにそれぞれの変動 r.m.s. 値で無次元化されている．なお，本研究では，時間微分から x 方向の空間微分への変換には次式で示される Taylor 仮説⁽⁹⁶⁾を用いた．

$$\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{1}{U} \frac{\partial}{\partial t}. \quad (3.8)$$

Table 3.2 Estimation of the turbulent Reynolds number R_λ on the jet centerline.

Jet Reynolds number Re	Position x/d	Turbulent Reynolds number R_λ
6,300	50	227
9,500	50	288
13,000	30	290
13,000	50	313
13,000	70	340

図より，縦微分速度 PDF および縦微分濃度 PDF はともに近似的に指数尾を持っており，縦微分速度 PDF は負側の尾の広がりがやや大きく，縦微分濃度 PDF はほぼ対称な分布形状を示している．本研究における縦微分速度 PDF は，図中に示している Van Atta & Chen (1970)⁽¹²¹⁾ の結果と比べると，その裾野の部分が狭くなっている様子がわかる．Van Atta & Chen の結果は大気境界層による非常に大きなレイノルズ数下における測定であるため，このような違いが生じたと考えられる．なお，微分速度 PDF および微分濃度 PDF のレイノルズ数変化に対する定量的な歪度・扁平度の変化については次の「微分歪度および微分扁平度」の項目で述べることにする．

縦微分濃度 PDF には，本研究で得られた結果のほかに，Overholt & Pope (1996)⁽⁹⁵⁾ の DNS による一様等方性乱流での計算結果 ($R_\lambda = 52, 185, Pr = 0.7$) と Ferchichi & Tavoularis (2002)⁽⁹³⁾ による一様剪断乱流での実験結果 ($R_\lambda = 200, Pr \simeq 0.7$) も同時に示してある．図より，Overholt & Pope や Ferchichi & Tavoularis の結果は正に歪んだ分布を示しているが，本研究の結果は，彼らとは異なり，左右対称の分布形状を示している．

微分歪度および微分扁平度

微分 PDF のレイノルズ数の違いによる形状の変化について定量的な評価をするために，微分歪度と微分扁平度について調査を行った．まず，図 3.12 に縦微分速度 $\partial u/\partial x$ の歪度 $S_{\partial u/\partial x}$ と扁平度 $F_{\partial u/\partial x}$ のレイノルズ数変化を他の研究者らの結果と比較して示す．ただし， $S_{\partial u/\partial x}$ は通常負の値を示すので，マイナスをつけて正の値にして示してある．なお，図に示されるデータは，本研究の測定結果を除いて，すべて Sreenivasan & Antonia (1997)⁽⁵⁸⁾ から転載したものである．図より，微分歪度と微分扁平度の大きさは，乱流レイノルズ数の増加に伴い単調に増加している様子がわかる．また，本研究で得られた歪度および扁平度は他の研究者らの結果とほぼ一致している．

次に，縦微分スカラー $\partial \theta/\partial x$ の歪度 $S_{\partial \theta/\partial x}$ と扁平度 $F_{\partial \theta/\partial x}$ のレイノルズ数変化を図 3.13 に示す．ただし， $S_{\partial \theta/\partial x}$ の符号については，Sreenivasan & Antonia⁽⁵⁸⁾ が指摘してい

るように、平均速度勾配と平均濃度勾配の積の符号に依存するので、ここでは $S_{\partial\theta/\partial x}$ の大きさ $|S_{\partial\theta/\partial x}|$ で示してある。なお、速度同様、図に示されるすべての結果は、今回の測定を除いて、Sreenivasan & Antonia⁽⁵⁸⁾ から転載したものであり、そのすべてのデータはパッシブスカラーとして温度を用いている。図より、扁平度については、本研究で得られたデータは他の研究者らとほぼ同様の値をとっているが、歪度の大きさは他の研究者らの結果より小さく、0に近い値をとっている。すなわち、本研究における PDF がほぼ対称な分布形状を示していることを意味する。このことに関して、Holzer & Siggia (1994)⁽⁶⁵⁾ は二次元モデル乱流中のパッシブスカラー場に対して、縦微分 PDF がペクレ数 $Pe (\equiv u'L/D)$ の大きな極限で対称な分布形状を示すと予想している。さらに、最近では、Yeung *et al.* (2002)⁽⁴³⁾ が、DNS による一様等方性乱流中におけるパッシブスカラーの縦微分 PDF に対してシュミット数依存性を報告しており、その報告によると、濃度の縦微分 PDF は $Sc = 1$ では正に歪んだ分布を示しているが、シュミット数の増加に伴い分布の形状が対称形に近づき、 $Sc = 64$ でほぼ対称な分布形状を示すとしている。このように高シュミット数スカラーの縦微分 PDF がほぼ対称な分布形状を示す、すなわち、微分歪度が 0 に近い値を示す理由として、以下のようなことが考えられる。高シュミット数スカラーのスカラー散逸は乱流の最小スケールである Kolmogorov スケールよりも小さなスケールの空間で起きていると考えられる。その空間では、高シュミット数スカラーは、Kolmogorov スケールかそれよりも大きなスケールでスカラー散逸が起こる低シュミット数スカラーに比べ、より局所等方的であることが予想される。すなわち、Kolmogorov スケールよりも小さなスケールの空間では、微分スカラー PDF の歪みの原因であるスカラー散逸領域の間欠的構造がなくなり、スカラー散逸の起きる領域が一様に分布されるため、微分歪度が 0 に近くなると考えられる。しかしながら、Kolmogorov スケールよりも小さなスケールの空間における混合・拡散のメカニズムとスカラー統計量との関係については流体力学の未解決問題である。そのため、DNS による微小空間での混合・拡散メカニズムの解明や 3.3.5 項でも述べたようなシュミット数依存性に関する統一的な実験的研究が望まれる。

3.4 結言

高シュミット数物質水溶液を用いて、3 種類のレイノルズ数の軸対称乱流噴流中で、軸方向瞬時速度と瞬時濃度の同時測定を行い、以下の結論を得た。

1. 軸方向物質フラックスに対する確率密度関数は指数尾を持ち、正の歪度を持つ。また、負側の尾はレイノルズ数の増加に従い、やや緩やかな傾きになる傾向が見られた。
2. 噴流軸上において、濃度 \tilde{c} により条件付けを行った変動速度成分 u に対する平均値

$\langle u|\tilde{c} = \psi \rangle$ の分布は良い相似性を示し、また、 $\langle u|\psi \rangle c' / \langle uc \rangle$ は濃度に対して傾きが1の線形性を示した。これは、軸方向速度-濃度結合確率密度関数が結合ガウス分布でよく近似できることを示している。なお、条件付平均速度分布にはレイノルズ数依存性は見られなかった。

3. 本研究では、軸方向速度-濃度コスペクトルに、およそ $-7/3$ 乗に従うべき乗則領域が現れた。その領域は、速度場の慣性小領域と拡散場の対流小領域が重なる領域とほぼ一致する。また、本研究のレイノルズ数範囲では、レイノルズ数の違いによる影響はほとんど見られなかった。
4. 縦微分速度と縦微分濃度に対する確率密度関数 (PDF) はいずれも指数尾を持つ。微分速度 PDF に関しては負の歪度を持つが、微分濃度 PDF はほぼ対称な分布形状となり、その歪度は0に近い値を示した。なお、微分濃度 PDF がほぼ対称な形状を示すことは高シュミット数によるものであると予想されるが、その詳細については不明な部分が多く、DNSによる微小空間での混合・拡散メカニズムの解明やシュミット数依存性に関する統一的な実験的研究が望まれる。

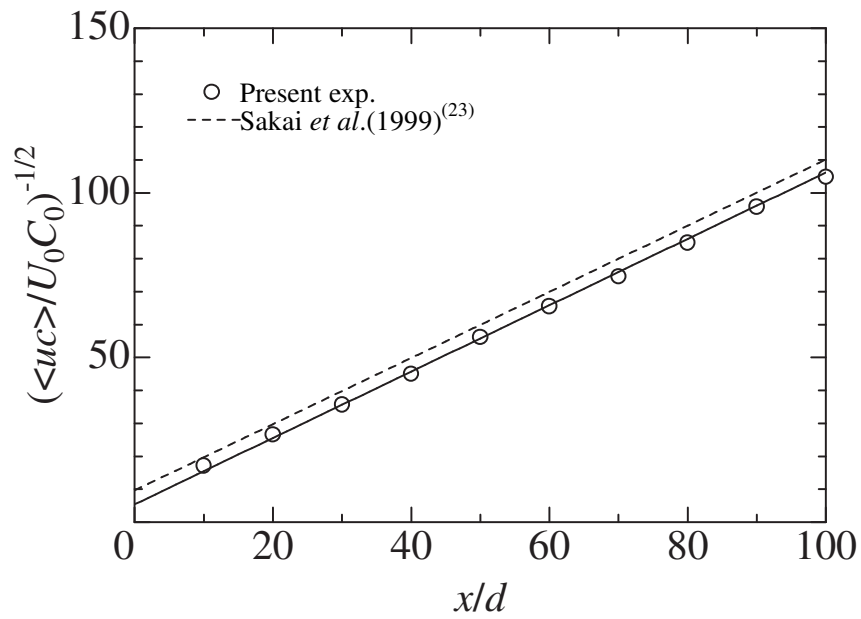


Fig.3.1 Streamwise variation of the axial mass flux along the jet centerline.

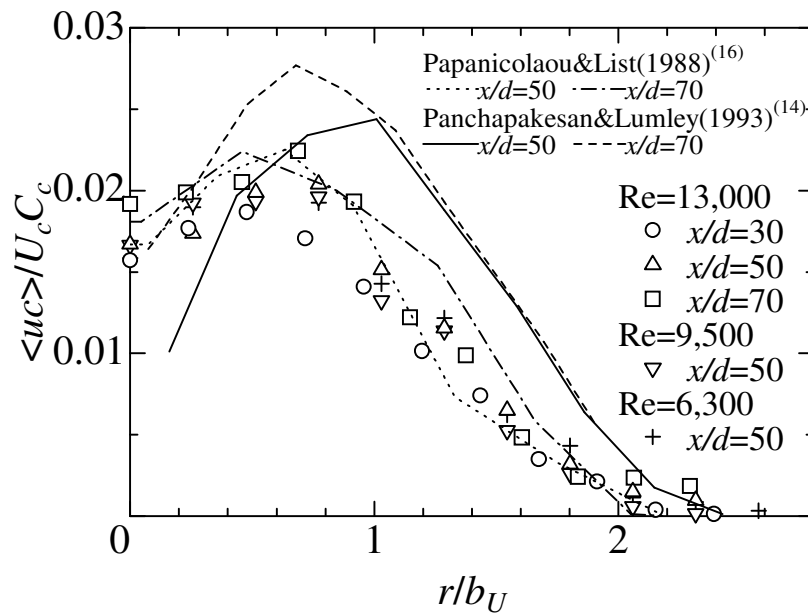


Fig.3.2 Radial profiles of the axial mass flux across the jet.

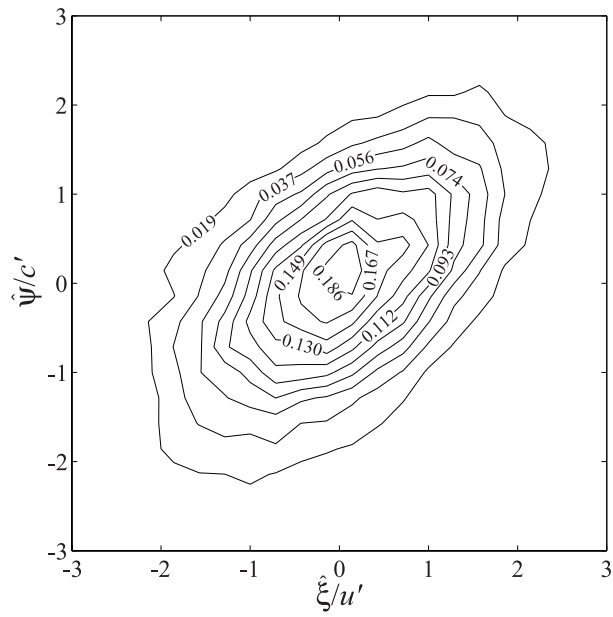


Fig.3.3 The joint PDF of the axial velocity and concentration at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.00$ and $Re = 13,000$.

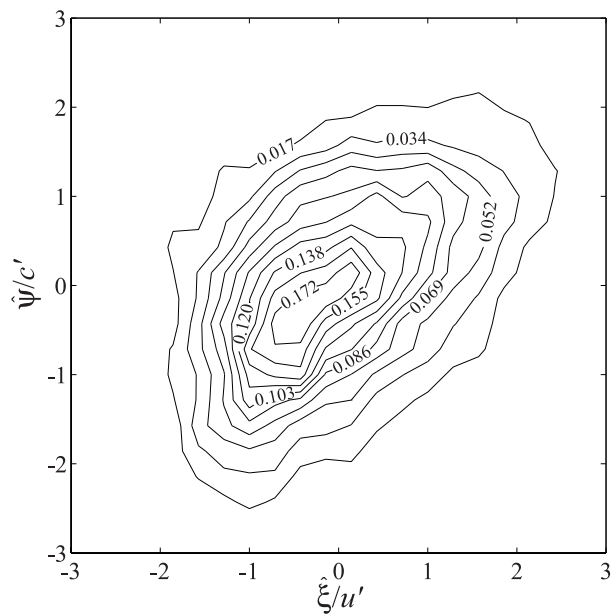


Fig.3.4 The joint PDF of the axial velocity and concentration at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.77$ and $Re = 13,000$.

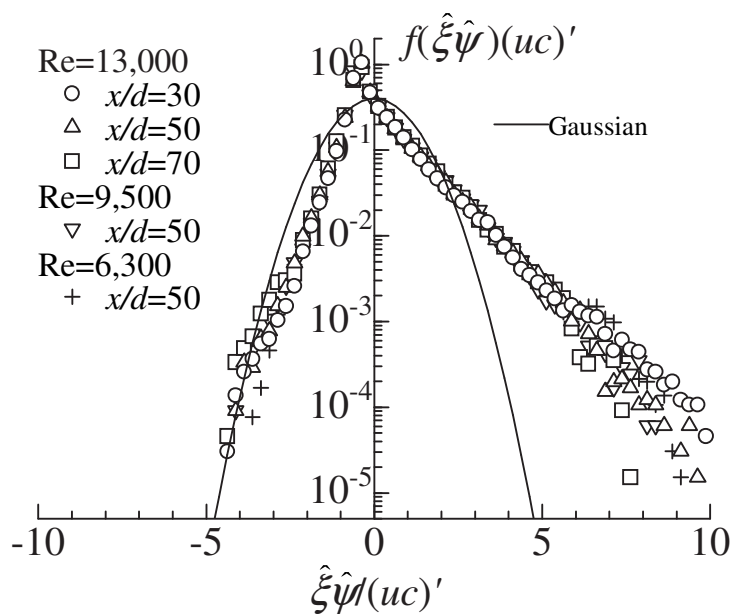


Fig.3.5 Distributions of the axial mass flux PDF.

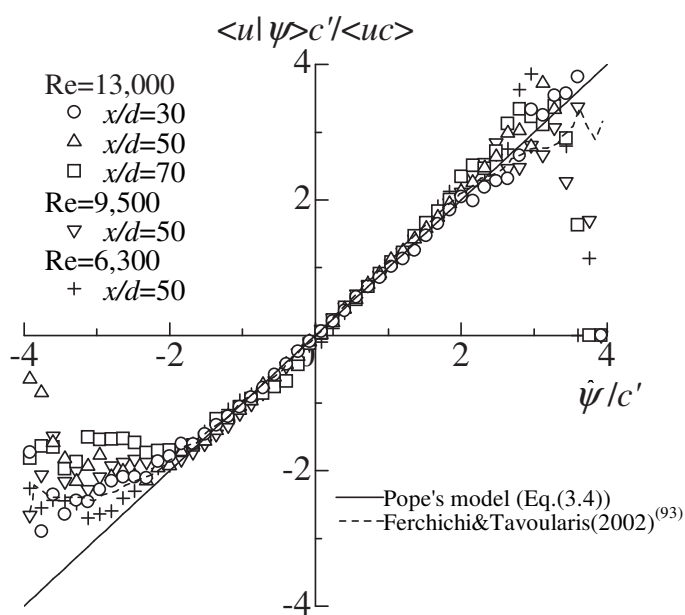


Fig.3.6 Distributions of the conditional axial mean velocity.

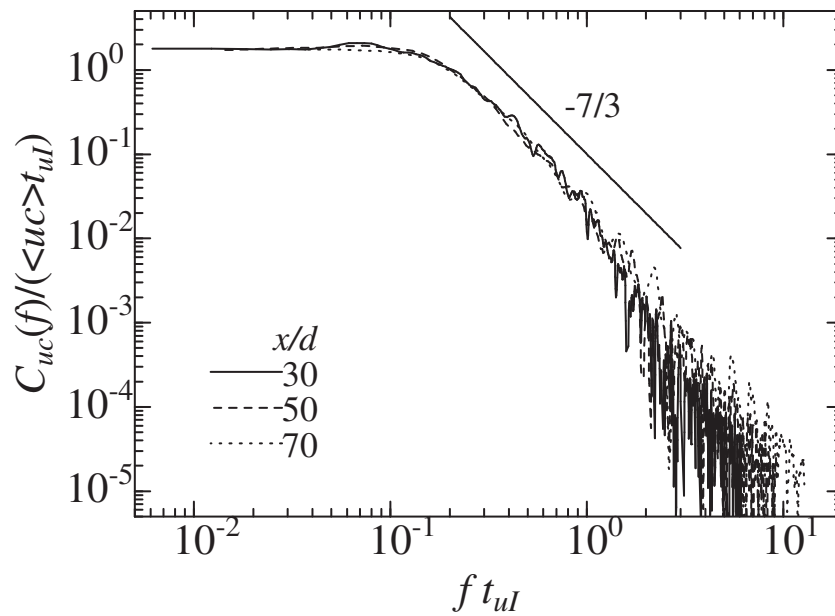


Fig.3.7 Streamwise variation of the axial velocity-concentration cospectrum on the jet centerline at $Re=13,000$.

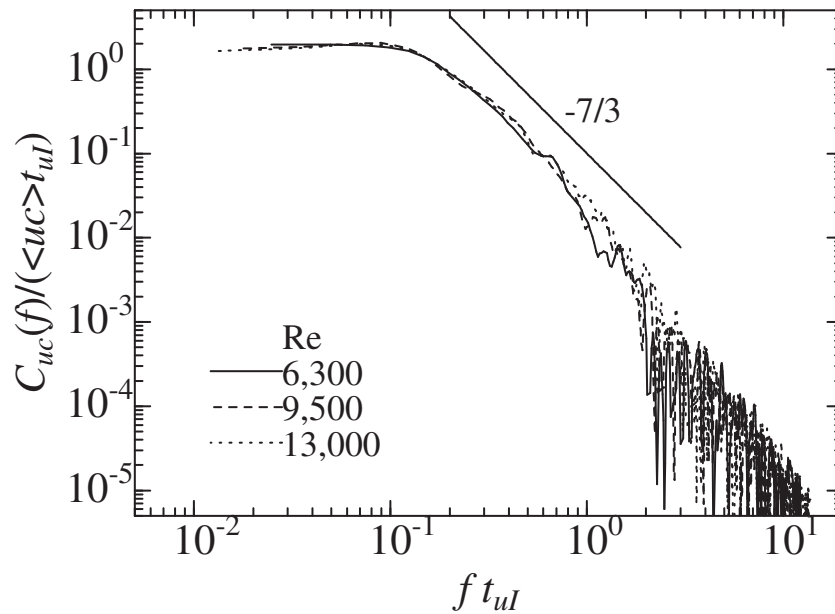


Fig.3.8 Reynolds number dependence of the axial velocity-concentration cospectrum at $x/d = 50$ on the jet centerline.

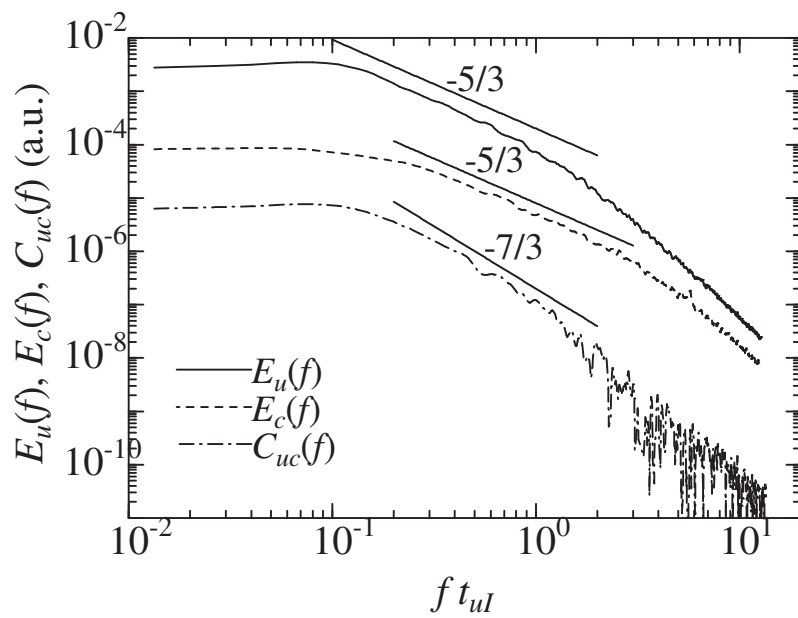


Fig.3.9 Comparison of the cospectrum with the axial velocity spectrum and concentration spectrum at $x/d = 50$ and $Re = 13,000$.

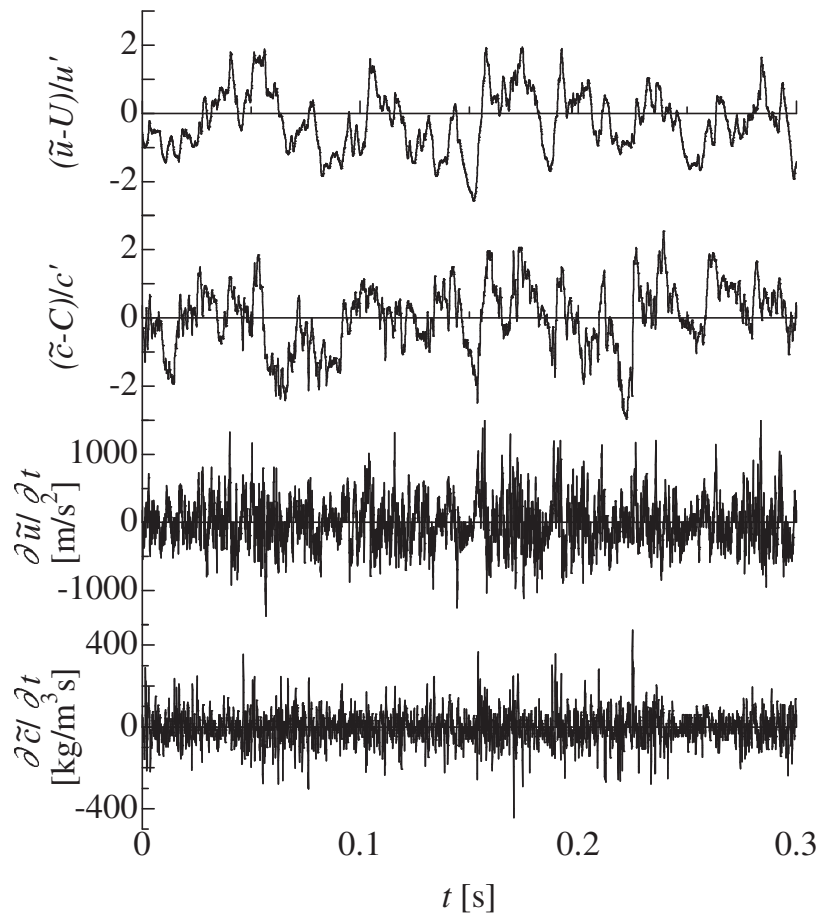


Fig.3.10 A typical time signals of the axial velocity, concentration, and their derivatives.

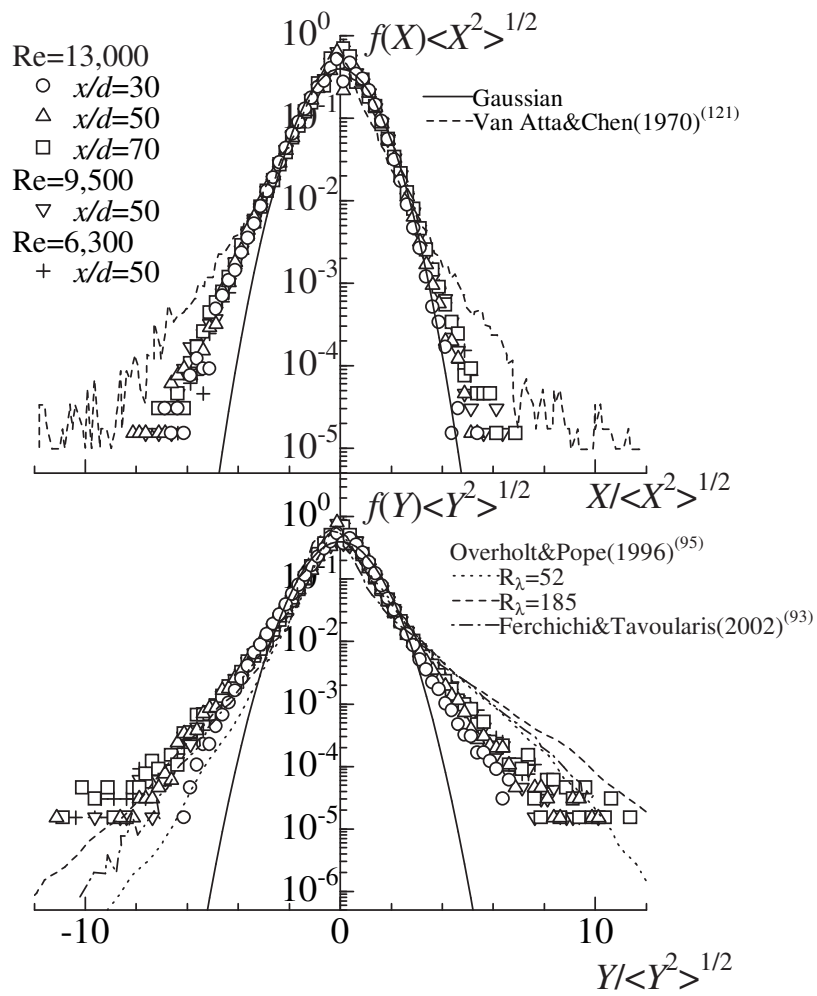


Fig.3.11 Distributions of the longitudinal derivative PDFs of the axial velocity and concentration, where $X = \partial u / \partial x$ and $Y = \partial c / \partial x$.

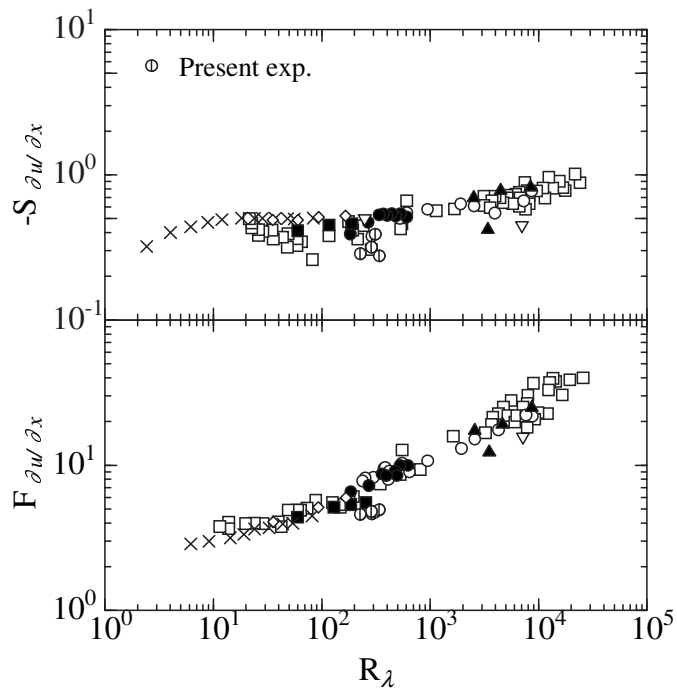


Fig.3.12 The Reynolds number variations of the skewness and flatness factor of the streamwise velocity derivative $\partial u/\partial x$. All the data are reproduced from Sreenivasan & Antonia (1997)⁽⁵⁸⁾ except for the present data.

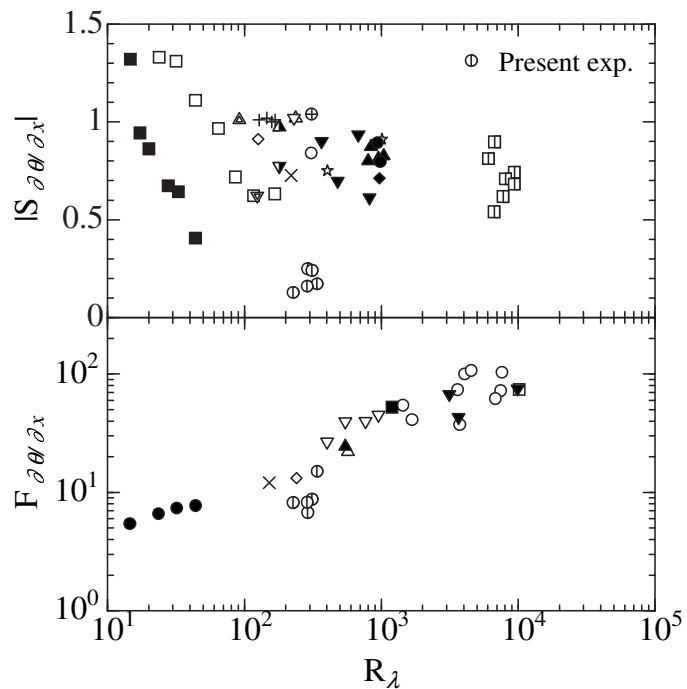


Fig.3.13 The Reynolds number variations of the skewness and flatness factor of the streamwise scalar derivative $\partial\theta/\partial x$. All the data are reproduced from Sreenivasan & Antonia (1997)⁽⁵⁸⁾ except for the present data.

第4章

高シュミット数物質拡散場における 物質フラックスの統計的特性 (122, 123)

4.1 緒言

乱流拡散場の統計的特性を理解することは、燃焼器や反応器などの各種産業機器の高効率化や汚染物質の拡散予測をする上で非常に重要である。特に、スカラーフラックスは乱流輸送現象のモデリングに対して鍵となる重要な統計量である。本章では、高シュミット数物質拡散場において、乱流スカラーフラックスの統計的特性、特にその波数(あるいは周波数)依存性を示す速度-スカラーコスペクトル(あるいはスカラーフラックススペクトル)のスケーリング則を実験的に調査する。

まず、速度-スカラーコスペクトルを $C_{u_i\theta}(k)$ と定義した場合、平均スカラーフラックスは次式で与えられる。

$$\langle u_i\theta \rangle = \int_0^\infty C_{u_i\theta}(k) dk. \quad (4.1)$$

ここで、 u_i は変動速度の i 方向成分、 θ は変動スカラー成分、そして、 k は波数である。コスペクトルの振る舞いに関して、Lumley (1964⁽⁶⁶⁾, 1967⁽⁶⁷⁾) は、速度と温度のコスペクトルに対して相似性解析を行い、慣性-対流小領域において次式で示されるスケーリング則が得られると予測した。

$$C_{u_i\theta}(k) \sim \mu_i \langle \varepsilon \rangle^{1/3} k^{-7/3}. \quad (4.2)$$

ここで、 μ_i は i 方向への平均スカラー勾配、 $\langle \varepsilon \rangle$ は単位質量当りの平均エネルギー散逸率である。このコスペクトルのスケーリング則に関しては、これまでに実験や数値計算により多くの報告がされている^(11, 12, 69, 70, 73-75, 78, 79)。実験的研究では、パッシブスカラーとして温度を用いた格子乱流^(11, 12)や乱流境界層⁽⁶⁹⁾、大気境界層^(70, 73)での測定や、大気中に拡散されるメタン⁽⁷⁴⁾や二酸化炭素⁽⁷⁵⁾などの気体の濃度の測定が挙げられる。一方、数値計算では、DNS (Direct Numerical Simulation) と LES (Large Eddy Simulation) による研究^(78, 79)が挙げられる。

これらの報告の中で, Mydlarski & Warhaft (1998)⁽¹¹⁾ は, 格子乱流中の測定 ($R_\lambda \equiv u'\lambda/\nu = 582$) において k^{-2} に近いスケーリング則を示すと報告しており, さらに Mydlarski (2003)⁽¹²⁾ は格子乱流中 ($R_\lambda = 407$) のスカラーフラックス構造関数 $\langle \Delta u(r)\Delta\theta(r) \rangle$ から k^{-2} と評価している. また, 乱流境界層の測定においては, Antonia & Smalley (2000)⁽⁶⁹⁾ が $k^{-1.80}$ ($R_\lambda = 390$) という結果を示している. その一方で, 大気境界層のような非常に大きな乱流レイノルズ数下の測定においては, $k^{-7/3}$ に近いスケーリング則が報告されている^(70,73-75). なお, これらの報告における分子シュミット数 Sc ($\equiv \nu/D$) あるいは分子プラントル数 Pr ($\equiv \nu/\alpha$) はすべて $Sc(Pr) \sim O(1)$ と小さく, シュミット数の大きな物質を用いての測定は報告されていない. そのため, スケーリング則におけるシュミット数の影響についてもいまだ明らかにされていない.

そこで, 本研究では高シュミット数物質拡散場 ($Sc \simeq 3,800$) を対象とし, 5種類のレイノルズ数に対して速度2成分-濃度の同時計測を行い, 物質フラックスの統計的特性および速度-濃度コスペクトルのスケーリング則について調査したので, その結果について示す.

4.2 実験装置

4.2.1 水路系および噴流出口条件

軸方向速度-濃度同時測定で用いた水槽の概略図を図4.1に示す. 水槽は内部の様子を観察できるようにするためにアクリル製の材料で製作されており, テストセクションの寸法は縦280 mm × 横280 mm × 長さ1,000 mmである. ノズルは水槽断面の中央に位置している. 座標系はノズル出口を原点とする円柱座標系で, 流れ方向に x 軸, 半径方向に r 軸としている.

噴流形成用のノズルには噴流出口直径 d が2.0 mmの円形ノズルを使用し, 噴流出口流速 U_0 はバルブにより0~8.5 m/sの範囲で調整が可能で, 面積式流量計(日本フローセルSCO-4型)により流量を調整することで出口流速を設定した. 流れ方向および噴流断面測定においては, U_0 を3.2, 4.8, 6.4 m/sの3種類に設定し測定を行った. このときの噴流レイノルズ数 Re ($\equiv U_0 d/\nu$) はそれぞれ6,600, 9,900, 13,300である. さらに, レイノルズ数依存性について詳しく調査するために, $x/d = 50$ の $r/b_U = 0.00$ (b_U は軸方向平均速度 U の半値幅) と $r/b_U = 0.73$ の2点については, 上記の3種類のレイノルズ数に加え, $Re = 15,500, 17,700$ についても測定を行った. また, 拡散流体は工業用染料 C. I. Direct Blue 86 ($Sc \simeq 3,800$) を含む水溶液であり, ノズルより水中に噴出される. その際の噴流出口濃度 C_0 は3.0 g/lである.

4.2.2 測定系

軸方向速度および半径方向速度の瞬時値の測定には、図 4.2 に示す TSI 製 X 型熱膜プローブ MODEL 1243-20W を使用した。この熱膜の受感部は $51\ \mu\text{m}\phi$ の円筒型白金フィルムで、受感部長さは $1\ \text{mm}$ である。また、2 本の熱膜の間隔は $1\ \text{mm}$ となっている。熱線流速計にはハヤカワ計測研究所製 MODEL HC-30 を用いた。この熱線流速計からの出力電圧は、サンプリングボード (MICRO SCIENCE 製 ADM-640AT) を通してコンピュータに取り込まれ、事前に測定した電圧-流速較正曲線をもとに出力電圧から瞬時流速に変換される。

拡散物質の瞬時濃度の測定には、第 2 章、第 3 章で用いたものと同じ光ファイバークローブを使用した (図 2.6)。このプローブには入射側、受光側ともにコア径が $9.5\ \mu\text{m}$ の光ファイバーが用いられており、検査部において両者のファイバーはおよそ $0.7\ \text{mm}$ の間隔で対向している。拡散流体として用いた染料の吸光スペクトルが波長 $665\ \text{nm}$ 付近で最大値をとるため、レーザー光源には波長が $670\ \text{nm}$ の半導体レーザー (日立製 HL6714G) を用いた。なお、濃度測定に用いた光ファイバー吸光濃度計の詳細については、2.2.3 項を参照していただきたい。

本研究におけるサンプリング周波数は $20\ \text{kHz}$ 、サンプリング点数は $262,144$ 点、サンプリング時間はおよそ 13 秒である。

4.2.3 同時測定時のプローブ配置

速度 2 成分-濃度同時測定系の概略図を図 4.3 に示す。また、X 型熱膜プローブ (図 4.2) と光ファイバークローブ (図 2.6) を組み合わせた複合プローブの配置図を図 4.4 に示す。プローブ同士の接触による破損を防ぐため、熱膜交差点と光ファイバークローブとの間隔 Δ を $0.5\ \text{mm}$ とした。なお、本研究で詳細に調査を行う $x/d = 50$ の中心軸上での Δ に対する速度信号と濃度信号の時間遅れは、 $\text{Re} = 6,600$ の場合には $1.123\ \text{msec}$ 、 $\text{Re} = 17,700$ の場合には $0.423\ \text{msec}$ であり、これらはいずれも積分時間スケールの 10^{-1} 程度のオーダーである。また、このプローブ間距離と流れ場のスケールの関係については、岡田ら⁽²⁵⁾ が考察を行っている。その結果、本研究で用いる複合プローブの空間分解能は、Taylor マイクロスケールと同程度のオーダーであると判断される。

Table 4.1 Estimation of the turbulent Reynolds number R_λ for each jet Reynolds number Re at $r/b_U = 0.00$ and 0.73 in the downstream location of $x/d = 50$.

Re	R_λ	R_λ
	($r/b_U = 0.00$)	($r/b_U = 0.73$)
6,600	167	113
9,900	228	169
13,300	269	218
15,500	282	241
17,700	296	263

4.3 乱流レイノルズ数の推定

レイノルズ数依存性の議論では、次式で定義される乱流レイノルズ数 R_λ が重要な指標となる。

$$R_\lambda \equiv \frac{u'\lambda}{\nu}. \quad (4.3)$$

ここで、Taylor マイクロスケール λ は、等方性乱流の場合、

$$\lambda = \sqrt{\frac{15\nu u'^2}{\langle \varepsilon \rangle}}, \quad (4.4)$$

で与えられる。したがって、乱流レイノルズ数を評価するためには、単位質量当りの平均エネルギー散逸率 $\langle \varepsilon \rangle$ を推定する必要がある。本研究では $\langle \varepsilon \rangle$ の推定に関して、岡田と酒井 (2001)⁽¹²⁴⁾ の考察をもとに次式を用いた^(28, 125, 126)。

$$\langle \varepsilon \rangle = C_\varepsilon \frac{u'^3}{L}. \quad (4.5)$$

ここで、 L は積分スケールである。 L は軸方向変動速度 u の自己相関係数 R_u を用いて、

$$t_{uI} = \int_0^{\tau_0} R_u(\tau) d\tau, \quad (4.6)$$

から求められる積分時間スケールを、Taylor 仮説⁽⁹⁶⁾ $L = Ut_{uI}$ により長さスケールに変換することで評価した。なお、 τ_0 は $\tau = 0$ から R_u が初めて 0 になるまでの時間である。また、 C_ε は $O(1)$ の係数である。 C_ε については、乱流レイノルズ数 R_λ の増加とともに単調に減少し、 $R_\lambda > 100$ でほぼ一定値に漸近することが知られているが、その漸近値は流れ場や乱れの発生方法により異なり、乱れの大きな構造に対する依存性が高いようである⁽¹²⁷⁻¹³⁰⁾。Stolovitzky & Sreenivasan (1995)⁽¹³¹⁾ および Xu *et al.* (2000)⁽¹³⁰⁾ によって 2 次の縦速度構造関数のスケージング則から C_ε に関する方程式が得られており、種々の実

験^(11, 127, 130, 132, 133) や数値計算⁽¹³⁴⁻¹³⁷⁾ の結果から $C_e \sim 1.0$ 前後の漸近値が得られているため、本研究では $C_e = 1$ として計算を行った。以上の結果から推定される本研究における乱流レイノルズ数 R_λ を表 4.1 にまとめる。表 4.1 には、本研究で行った5種類の Re の噴流に対して、 $x/d = 50$ の断面の $r/b_U = 0.00, 0.73$ での R_λ が示されている。

4.4 実験結果

今回、速度2成分-濃度同時測定用に新たに水槽を設計・製作したため、まずはじめに、今回形成した軸対称噴流物質拡散場の主な基本的特性を確認した後、物質フラックスの統計的特性について調査した結果を示す。

4.4.1 噴流拡散場の基本的特性の確認

平均値分布

図 4.5 に中心軸上の軸方向平均速度 U_c および平均濃度 C_c の流れ方向変化を示す。本研究での軸方向平均速度 U_c および平均濃度 C_c の発展は、それぞれ以下の近似式で表される。

$$\frac{U_0}{U_c} = 0.145 \left(\frac{x}{d} - 0.451 \right), \quad (4.7)$$

$$\frac{C_0}{C_c} = 0.176 \left(\frac{x}{d} - 0.215 \right). \quad (4.8)$$

軸方向平均速度 U と平均濃度 C の半径方向分布を図 4.6 に示す。図より、軸方向平均速度、平均濃度とも、各断面において経験的近似曲線として知られるガウス分布とよく一致していることがわかる。ここで、本研究における軸方向速度および濃度の半値幅 b_U 、 b_C の発展を図 4.7 に示す。図中の実線は本研究の測定値を最小2乗近似したものであり、それぞれ以下の式で与えられる。

$$\frac{b_U}{d} = 0.097 \left(\frac{x}{d} + 2.423 \right), \quad (4.9)$$

$$\frac{b_C}{d} = 0.123 \left(\frac{x}{d} + 5.065 \right). \quad (4.10)$$

変動 r.m.s. 値分布

図 4.8 に軸方向速度および濃度の相対強度 u'_c/U_c 、 c'_c/C_c の中心軸上流れ方向変化を示す。図より、軸方向速度および濃度ともに、下流に行くに従い相対強度が緩やかに増加し、ある一定の値に漸近する傾向が見られる。

図 4.9 に軸方向変動速度 r.m.s. 値 u' と半径方向変動速度 r.m.s. 値 v' , 変動濃度 r.m.s. 値 c' の半径方向分布を示す . 各図の縦軸はそれぞれの変動 r.m.s. 値の中心軸上の値 u'_c, v'_c および c'_c で無次元化されている . 図より , u' と c' の分布は中心軸から少し離れた位置にピークを持つ形状となっているのに対し , v' の分布形状はピークを持たず , 半径方向の増加に従い単調に減少している様子がわかる . また , いずれの変動 r.m.s. 値とも各断面で相似な分布形状となっており , レイノルズ数の違いによる影響も見られない .

レイノルズ応力分布

図 4.10 にレイノルズ応力 $\langle uv \rangle$ の半径方向分布を示す . 縦軸は中心軸上の軸方向平均速度 U_c の 2 乗で無次元化されている . 図より , レイノルズ応力は中心軸から少し離れた位置 ($r/b_U \sim 0.7$) にピークを持つ分布形状をしており , 中心軸に関して点対称な形状である . また , 本研究の測定値は , 図中点線で示す Wygnanski & Fiedler (1969)⁽¹⁰⁸⁾ や破線で示す Panchapakesan & Lumley (1993)⁽¹⁰⁶⁾ の測定値とほぼ一致していることがわかる .

パワースペクトル分布

図 4.11 は , $x/d = 50$ の中心軸上において , 各種レイノルズ数に対する軸方向速度スペクトル E_u , 半径方向速度スペクトル E_v および濃度スペクトル E_c の分布を重ねて示したものである . 横軸は軸方向速度の積分時間スケール t_{uI} で無次元化された周波数 f を , 縦軸はそれぞれの r.m.s. 値の 2 乗と軸方向速度の積分時間スケール t_{uI} で正規化されたスペクトル値をとっている . また , それぞれのスペクトル分布は , 速度については熱膜の受感部長さ (1 mm) , 濃度については光ファイバプローブの検査部長さ (0.7 mm) に対応する周波数領域までしか表示していない . なお , 周波数への変換には Taylor 仮説⁽⁹⁶⁾ を使用した . 図より , 軸方向速度と半径方向速度スペクトルは , $1 \times 10^{-1} \lesssim ft_{uI} \lesssim 1 \times 10^0$ の領域において , ほぼ $-5/3$ 乗に従う領域が現れている . また , レイノルズ数の違いによる影響はほとんど見られない . 一方 , 濃度スペクトルは , $2 \times 10^{-1} \lesssim ft_{uI} \lesssim 2 \times 10^0$ の領域で , $-5/3$ 乗則に従う普遍的平衡領域 (慣性-対流領域) が現れている様子がわかる .

4.4.2 物質フラックスの分布

図 4.12 に本研究における軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ の中心軸上流れ方向変化を示す . 図中の実線は測定値を最小 2 乗近似したものであり , 次式で表される .

$$\sqrt{\frac{U_0 C_0}{\langle uc \rangle}} = 1.001 \left(\frac{x}{d} + 10.47 \right). \quad (4.11)$$

図 4.13 に軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ の半径方向分布を示す . 横軸は軸方向平均速度の

半値幅 b_U で無次元化された半径方向距離 r を，縦軸は中心軸上の軸方向平均速度 U_c と平均濃度 C_c で無次元化された軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ をとっている．図より，軸方向物質フラックスは， $0.5 \lesssim r/b_U \lesssim 1.0$ の範囲においてピークを持った分布形状となっている．また，中心軸上の値が下流ほど大きな値をとっているが，これは，軸方向物質フラックス分布が今回の測定範囲ではまだ発展途中にあるためであり，さらに下流においては相似な分布形状を示すものと予想される．なお，このように軸方向物質フラックスは下流方向にまだまだ発展途中にあるが，本研究で詳細に調査を行っている $x/d = 50$ の位置では，軸方向物質フラックスはすでに下流漸近値の 86% まで発達しており，その後の下流方向変化は 14% と小さいものである．また，この変化に対する実質的な寄与は，積分時間スケールより大きな低波数領域 (低周波数領域に対応) からのものであるため，後に議論する高波数領域 (高周波数領域に対応) での普遍的な統計法則の検証は可能であると考えられる．図中の一点鎖線は Chevray & Tutu (1978)⁽⁹⁾ による温度 ($Pr \simeq 0.7$) に対する測定値，点線は Papanicolaou & List (1988)⁽¹⁶⁾ による蛍光染料ローダミン 6G ($Sc \simeq 1,000$) に対する測定値，そして，破線は Panchapakesan & Lumley (1993)⁽¹⁴⁾ によるヘリウムガス ($Sc \simeq 0.7$) に対する測定値である．他の研究者らとの比較検討は，I 型熱膜と光ファイバプローブを用いた前章の 3.3.1 項においても行ったが，本測定における軸方向物質フラックスに関しても，他の研究者らとほぼ同様の分布傾向を示した．

一方，図 4.14 に半径方向物質フラックス $\langle vc \rangle$ の半径方向分布を示す．横軸は r/b_U をとり，縦軸は中心軸上の軸方向平均速度 U_c と平均濃度 C_c で無次元化された半径方向物質フラックス $\langle vc \rangle$ をとっている．なお，図中の一点鎖線は Chevray & Tutu (1978)⁽⁹⁾，破線は Panchapakesan & Lumley (1993)⁽¹⁴⁾ の測定値であり，点線は Law & Wang (1998)⁽¹³⁸⁾ による蛍光染料ローダミン B ($Sc \simeq 1,000$) に対する測定値である．図より，本研究の測定値は各断面でほぼ相似な分布形状となっており，レイノルズ数の違いによる影響もほとんど見られない．また，本測定 ($Sc \simeq 3,800$) と Chevray & Tutu ($Pr \simeq 0.7$) や Panchapakesan & Lumley ($Sc \simeq 0.7$)，Law & Wang ($Sc \simeq 1,000$) の測定とは，シュミット数あるいはプラントル数が大きく異なるにも関わらず，分布がほぼ一致していることがわかる．この結果から，高シュミット数物質拡散場における噴流中心から半径方向への物質の輸送量，すなわち，半径方向物質フラックスは，速度場の最小スケールよりも小さなスケールの濃度変動からの影響をほとんど受けないものと予想される．

4.4.3 速度-濃度結合確率密度関数

乱流運動によるパッシブスカラーのフラックスを構成する変動速度と変動濃度の相関の様子を詳しく知るために結合確率密度関数 (PDF) を示す．まず， $x/d = 50$ の中心軸上における軸方向速度-濃度結合 PDF を図 4.15 (a) に，半径方向速度-濃度結合 PDF を図 4.15

(b) に示す．なお，図中の $\hat{\xi}$, $\hat{\zeta}$, $\hat{\psi}$ はそれぞれサンプル空間における u, v, c に対応する変数である．図より，中心軸上では軸方向変動速度 u と変動濃度 c は正の相関を持つのに対し，半径方向変動速度 v と変動濃度 c は軸対称噴流の軸対称性により統計的相関は持っていないことがわかる．

次に， $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$ における軸方向速度-濃度および半径方向速度-濃度結合 PDF をそれぞれ図 4.16 (a) および (b) に示す．図より，両者はともに正の相関を持っている様子がわかる．

4.4.4 物質フラックスの確率密度関数

図 4.17 および図 4.18 は， $x/d = 50$ の中心軸上において，各種レイノルズ数に対する軸方向および半径方向瞬時物質フラックスの確率密度関数 (PDF) 分布をそれぞれ重ねて示したものである．横軸と縦軸はそれぞれの瞬時フラックスの変動 r.m.s. 値 $(uc)'$ および $(vc)'$ で正規化されている．図より，軸方向物質フラックスの PDF は正の歪みを持っているのに対し，半径方向物質フラックスの PDF はほぼ対称な分布となっていることがわかる．また，フラックス PDF の分布形状は，結合 PDF(4.4.3 項) より予測が可能で，結合 PDF が正の相関を持つ時には正の歪みを示し，相関の強弱は歪度の大きさで表される．一方，無相関の時は対称な分布形状を示す．

次に， $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$ での各種レイノルズ数に対する軸方向および半径方向瞬時物質フラックスの確率密度関数分布を図 4.19 と図 4.20 にまとめて示す．軸方向物質フラックス PDF は正の歪みを持っており，また，半径方向物質フラックスもやや正の歪みを持った分布形状となっていることがわかる．

4.4.5 速度-濃度コスペクトル

本研究ではパッシブカラーとして濃度を用いているため，パッシブカラーの記号 θ を濃度の記号 c に置き換え，ここでは，速度-濃度コスペクトルを $C_{u;c}$ と表記することにする．また，波数 k の代わりに周波数 f を用いることにする．なお， k と f は Taylor の仮説⁽⁹⁶⁾ により次式で関係付けられる．

$$k = 2\pi f/U. \quad (4.12)$$

図 4.21 は， $x/d = 50$ の中心軸上において，各種レイノルズ数に対する軸方向速度-濃度コスペクトル C_{uc} の分布を重ねて示したものである．横軸は軸方向速度の積分時間スケール t_{uI} で無次元化された周波数 f を，縦軸は軸方向物質フラックス $\langle uc \rangle$ と t_{uI} で正規化されたコスペクトル値 C_{uc} をとっている．図より，本研究のレイノルズ数範囲にお

いては, $2 \times 10^{-1} \lesssim ft_{uI} \lesssim 1 \times 10^0$ の領域においてべき乗則領域が確認される. この領域における軸方向速度-濃度コスペクトルの傾きは, $-7/3$ に近い傾きを示す傾向が見られる. また, 今回の測定のレイノルズ数範囲においては, それほど大きな分布の違いは見られない.

ここで, 軸方向速度-濃度コスペクトル C_{uc} と軸方向速度スペクトル E_u および濃度スペクトル E_c を比較するために, 図 4.22 に, $Re = 13,300$ の $x/d = 50$ におけるそれぞれのスペクトル分布を示す. 横軸は無次元化周波数 ft_{uI} をとり, 縦軸は比較しやすいように任意の値で規格化してある. 図より, 軸方向速度スペクトルと濃度スペクトルのべき乗則領域がちょうど一致する領域 ($2 \times 10^{-1} \lesssim ft_{uI} \lesssim 1 \times 10^0$) において, 軸方向速度-濃度コスペクトルにもべき乗則領域と思われる領域が現れていることがわかる. また, 軸方向速度スペクトルが散逸領域に差し掛かる領域 ($1 \times 10^0 \lesssim ft_{uI}$) では, 軸方向速度と濃度の相関が徐々に失われ, ランダムな振る舞いをし始めるため, コスペクトルの分布には激しく変動しながら減衰していく様子が見られる.

図 4.23 および図 4.24 は, $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$ において, 各種レイノルズ数に対する軸方向速度-濃度コスペクトル C_{uc} および半径方向速度-濃度コスペクトル C_{vc} の分布を重ねて示したものである. 縦軸はそれぞれの方向の物質フラックス $\langle uc \rangle$ および $\langle vc \rangle$ と軸方向速度の積分時間スケール t_{uI} で正規化されたコスペクトル値 C_{uc} および C_{vc} をとっている. 図より, 軸方向速度-濃度コスペクトルは慣性-対流領域において $-7/3$ に近い傾きを持っているのに対し, 半径方向速度-濃度コスペクトルは, $-7/3$ よりも緩やかな傾きを示しており, その傾きは -2 に近いことがわかる.

本研究では, 高シュミット数物質 ($Sc \simeq 3,800$) に対して, それほど乱流レイノルズ数が高くない (表 4.1) にも関わらず, $C_{uc} \sim f^{-7/3}$ というスケーリング則が得られた. このスケーリング則が高シュミット数の影響によるものかどうかは今回の測定では結論付けることができなかったが, コスペクトルのスケーリング則もまた, スカラスペクトル同様, Kolmogorov スケールよりも小さなスケールの空間における混合・拡散メカニズムと深く関係していることが予想される.

4.5 結言

高シュミット数物質水溶液を用いた軸対称噴流拡散場中で, 5種類のレイノルズ数に対して軸方向および半径方向瞬時速度と瞬時濃度の同時測定を行い, 物質フラックスの統計的特性について調査した結果, 以下の結論を得た.

1. 本研究で得られた半径方向物質フラックスの半径方向分布は, 他の研究者らと分子シュミット数 (あるいは分子プラントル数) が大きく異なるにも関わらず, 相似な分布形状を示した. この結果から, 物質フラックスは速度場の最小スケールより小さ

なスケールの濃度変動の影響をほとんど受けないものと考えられる。

2. 中心軸上における軸方向速度-濃度コスペクトルは、 $2 \times 10^{-1} \lesssim ft_{uI} \lesssim 1 \times 10^0$ の領域において、 $-7/3$ 乗に従うべき乗則領域が現れた。この領域は速度場の慣性小領域と拡散場の対流小領域が重なる領域とほぼ一致する。また、速度場の散逸領域にあたる領域 $1 \times 10^0 \lesssim ft_{uI}$ では、コスペクトルが激しく変動しながら減衰していく傾向が見られる。
3. 中心軸からやや離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) では、軸方向速度-濃度コスペクトルはほぼ $-7/3$ 乗の傾きを示したが、半径方向速度-濃度コスペクトルは $-7/3$ よりも緩やかな傾きを示し、その傾きはおよそ -2 であった。

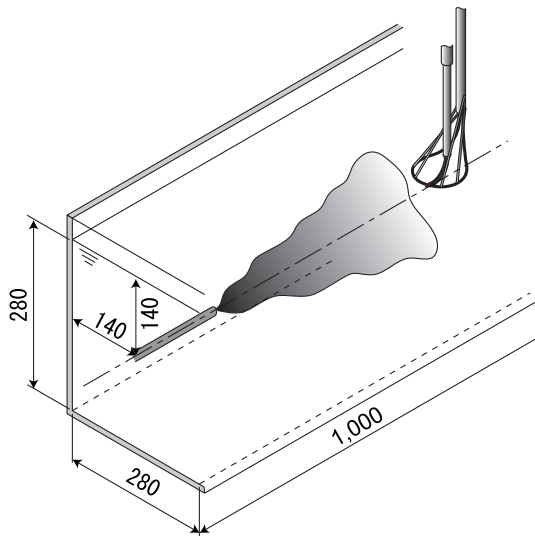


Fig.4.1 Schematic of the experimental apparatus.

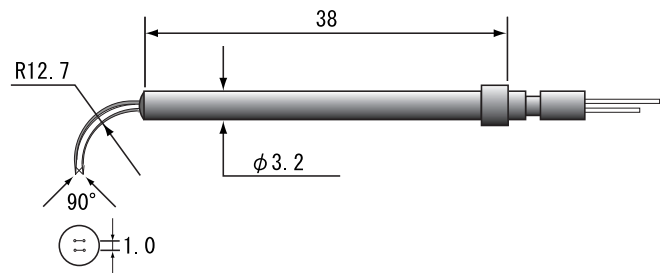


Fig.4.2 The X-type hotfilm probe.

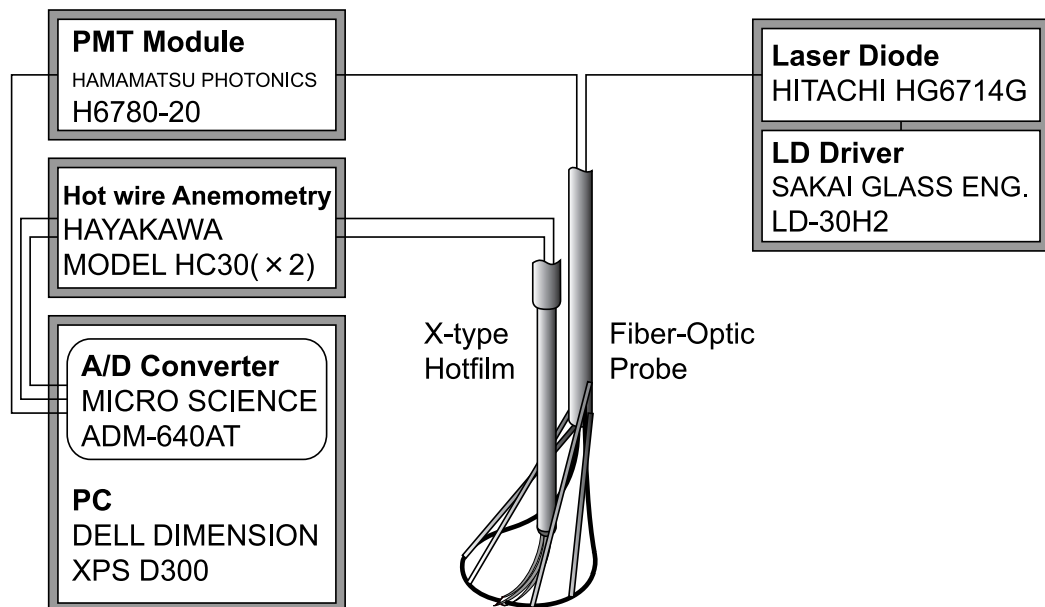


Fig.4.3 The measuring system of the two velocity components and concentration.

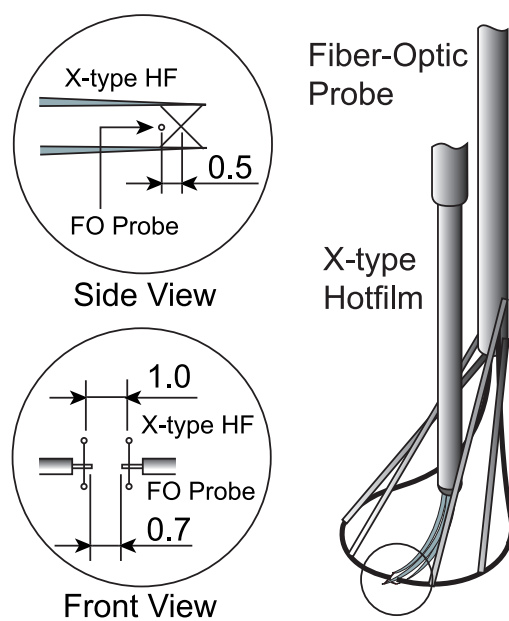


Fig.4.4 The combined probe of X-type hotfilm and fiber-optic concentration sensor.

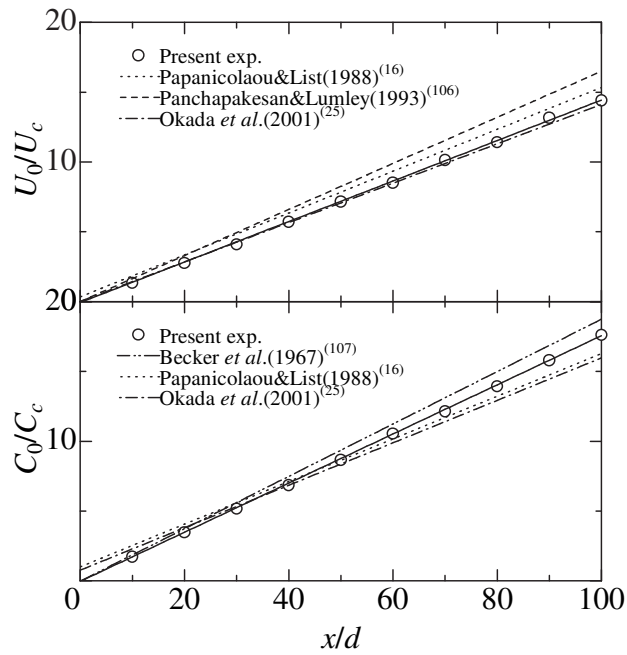


Fig.4.5 Streamwise variations of the mean value of axial velocity and concentration along the jet centerline.

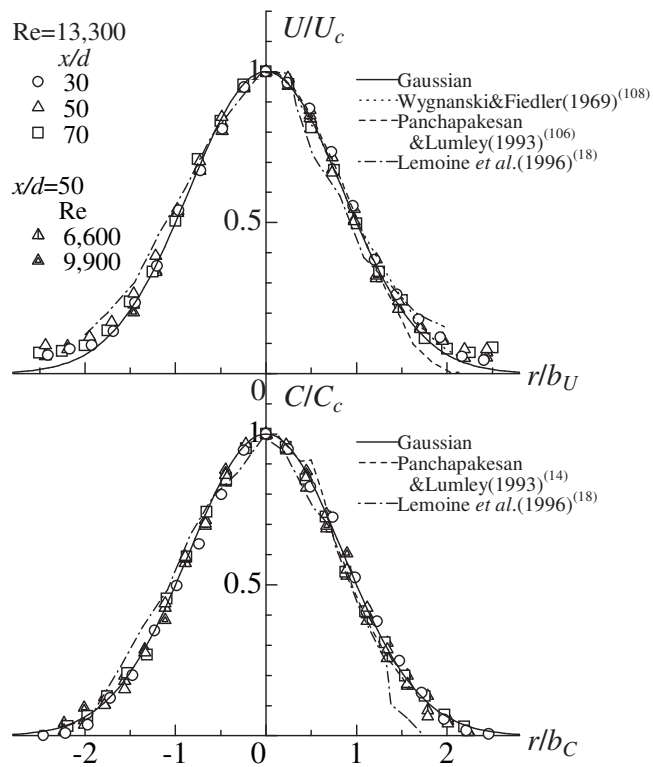


Fig.4.6 Radial profiles of the mean value of axial velocity and concentration across the jet.

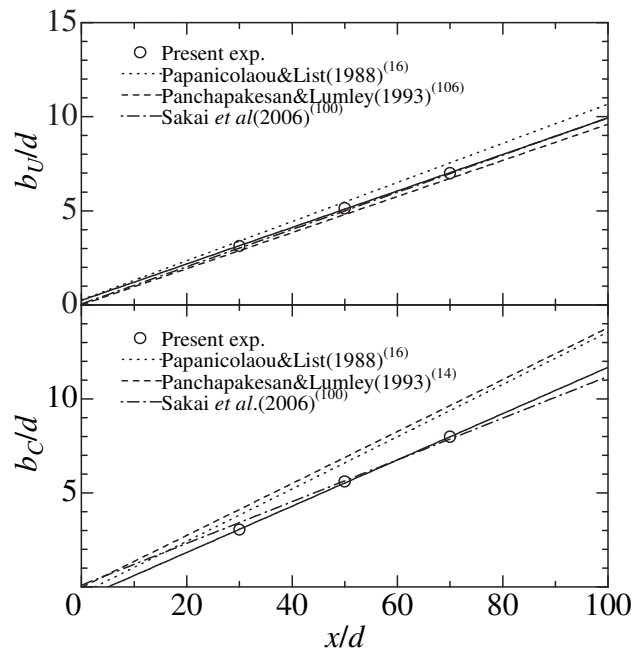


Fig.4.7 Streamwise variations of the half-width of axial mean velocity and mean concentration.

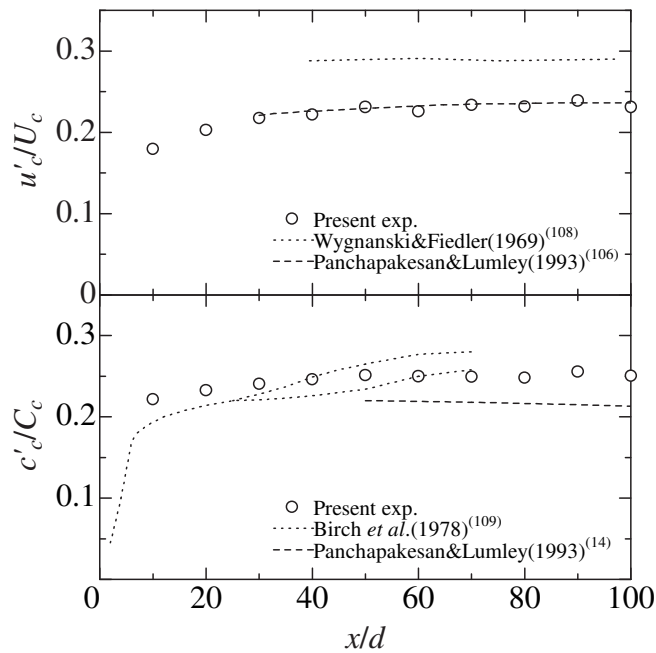


Fig.4.8 Streamwise variations of the relative intensities of axial velocity and concentration along the jet centerline.

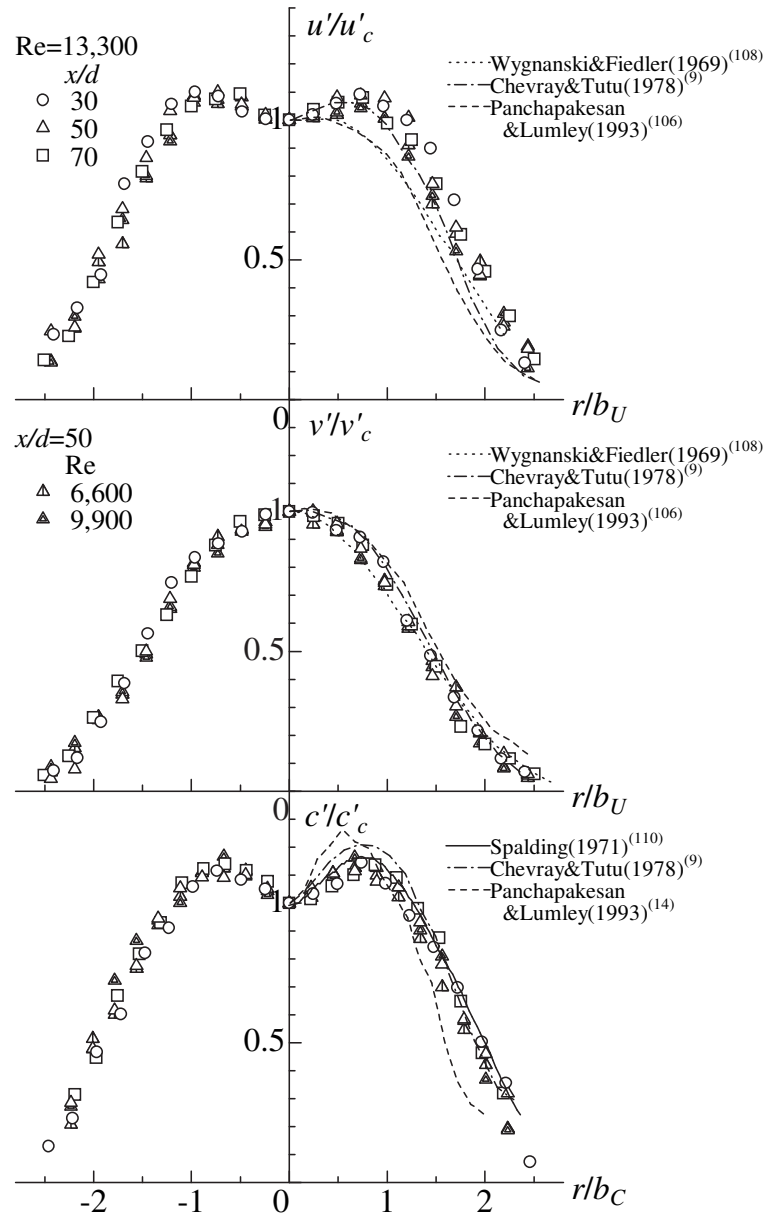


Fig.4.9 Radial profiles of the r.m.s. value of axial velocity, radial velocity and concentration across the jet.

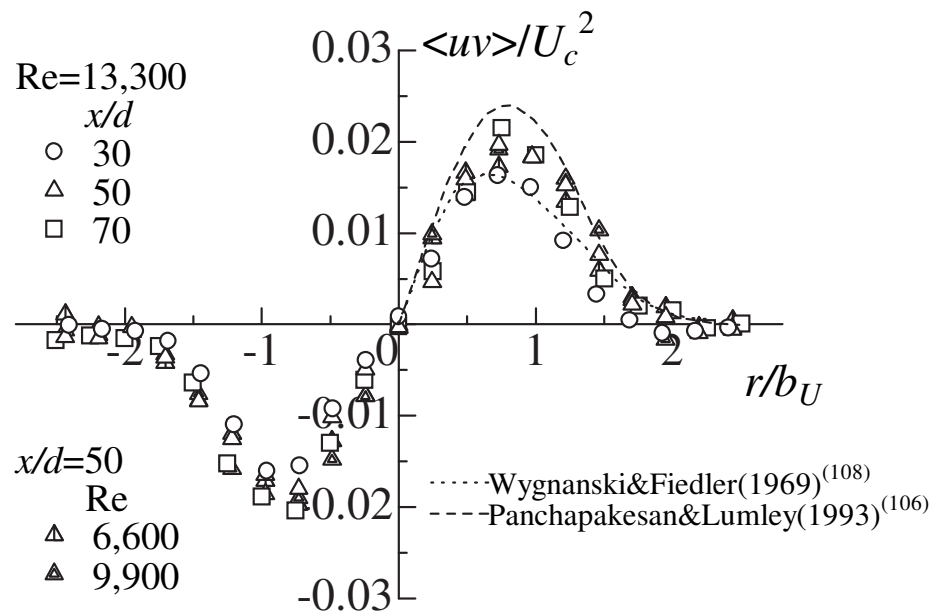


Fig.4.10 Radial profiles of the Reynolds stress across the jet.

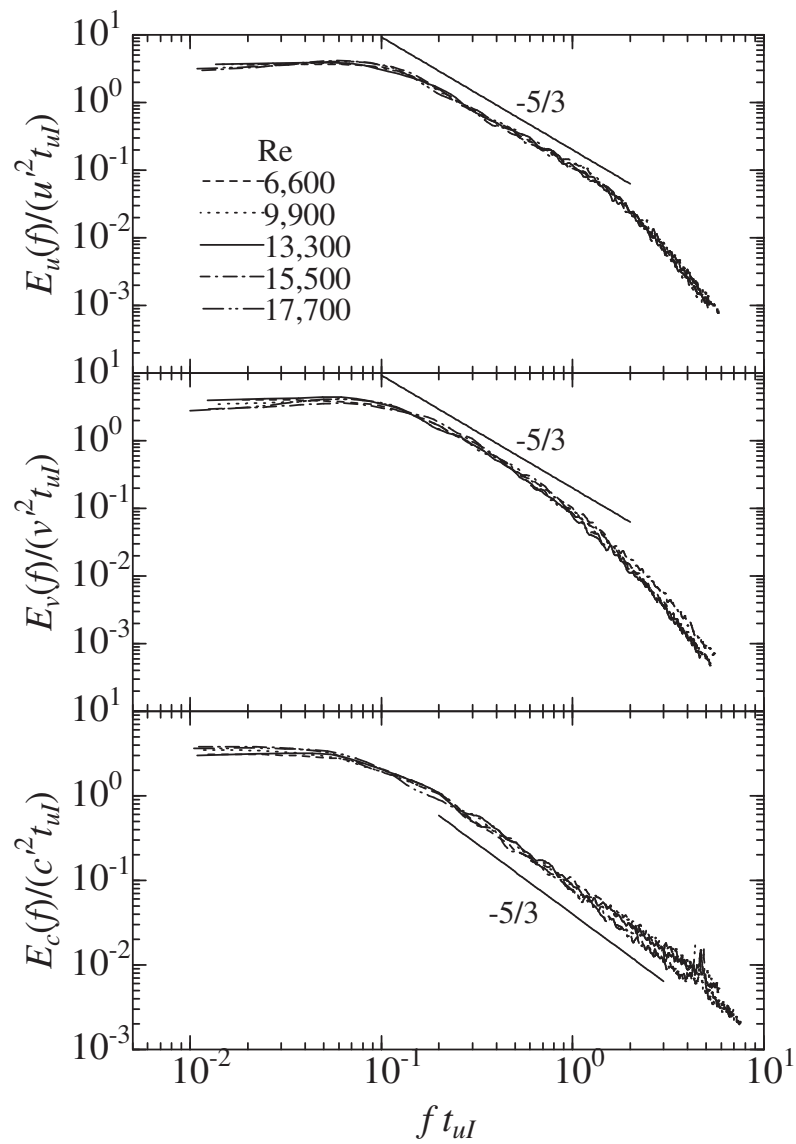


Fig.4.11 Distributions of the axial velocity, radial velocity and concentration spectra at $x/d = 50$ on the jet centerline.

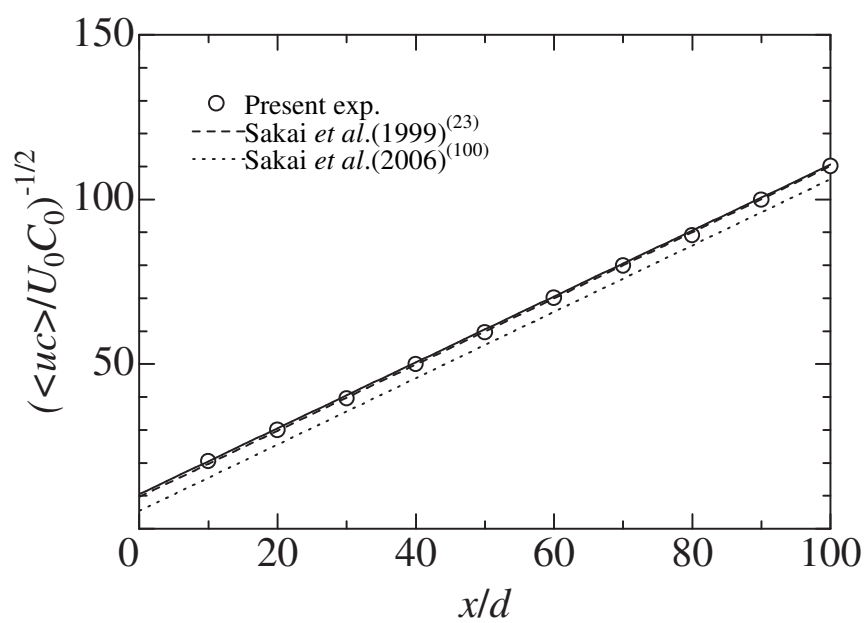


Fig.4.12 Streamwise variation of the axial mass flux along the jet centerline.

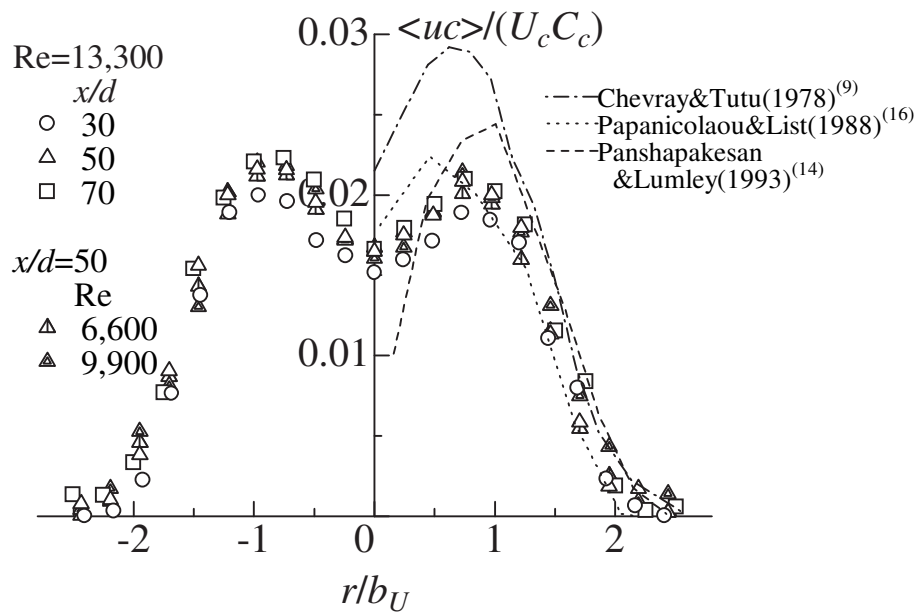


Fig.4.13 Radial profiles of the axial mass flux across the jet.

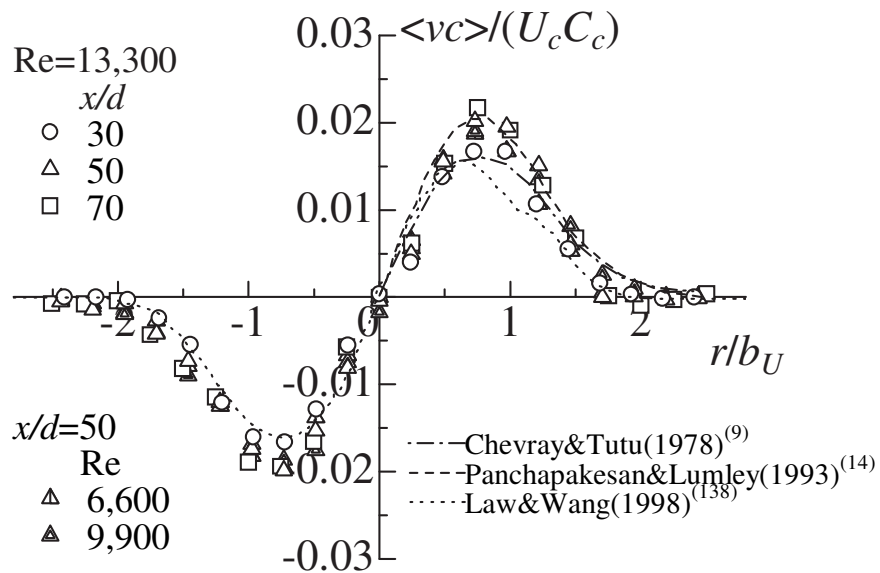


Fig.4.14 Radial profiles of the radial mass flux across the jet.

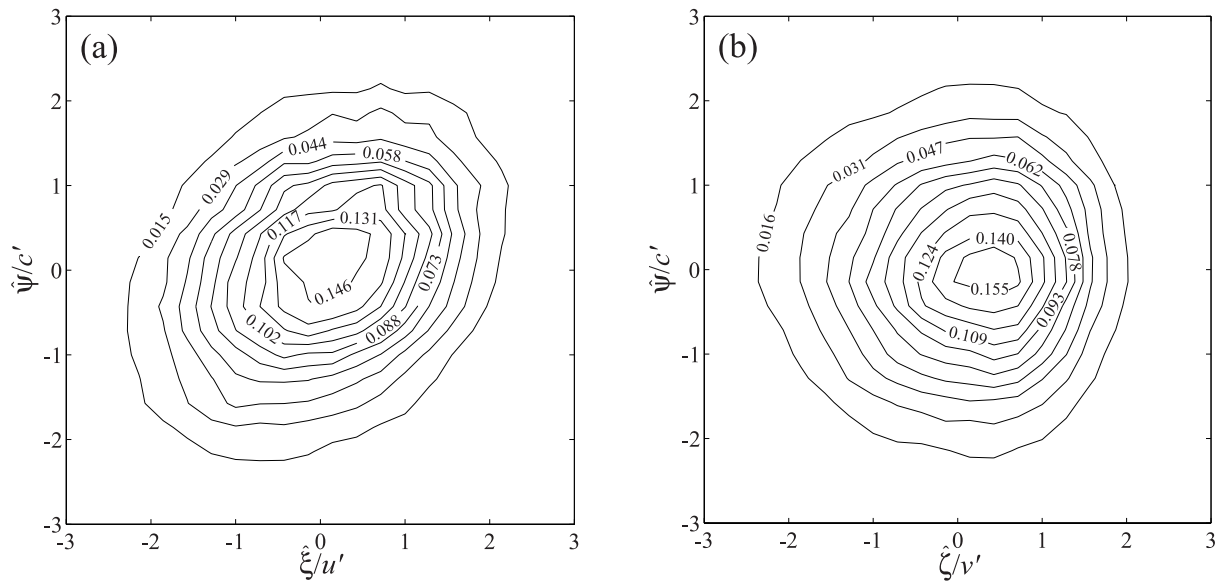


Fig.4.15 The joint PDF of (a) u and c , (b) v and c at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.00$ and $Re = 13,300$.

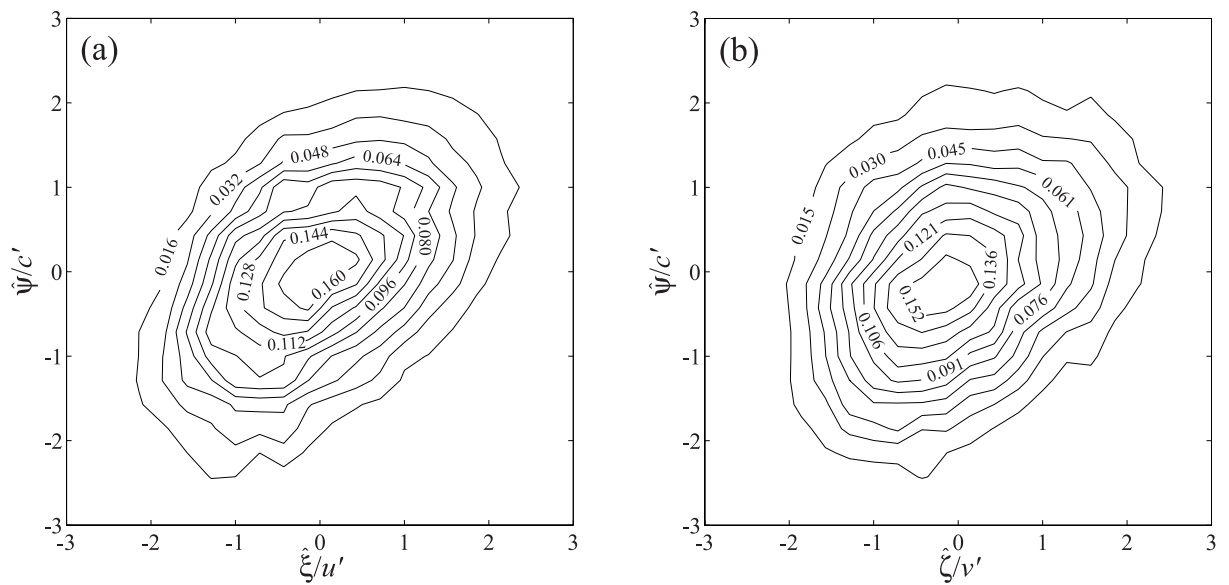


Fig.4.16 The joint PDF of (a) u and c , (b) v and c at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$ and $Re = 13,300$.

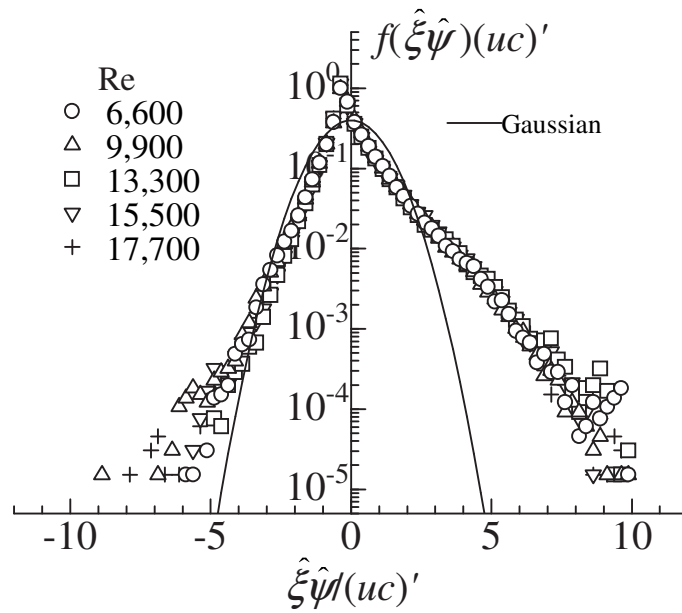


Fig.4.17 Distributions of the axial mass flux PDF at $x/d = 50$ on the jet centerline.

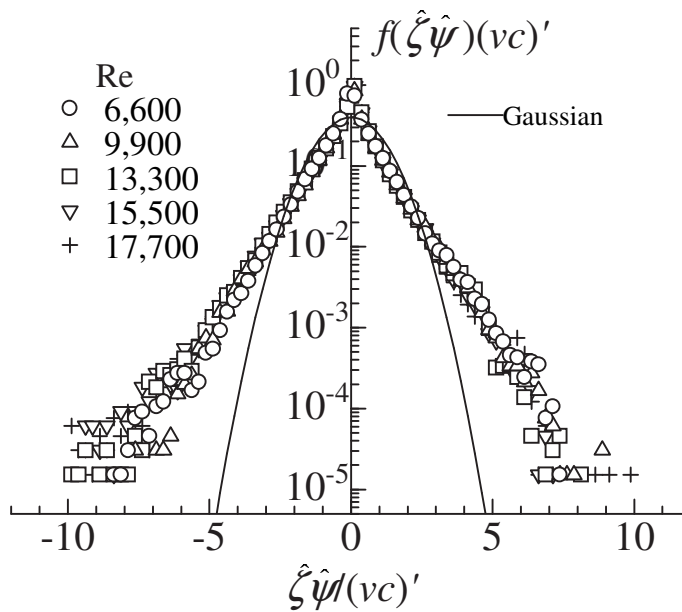


Fig.4.18 Distributions of the radial mass flux PDF at $x/d = 50$ on the jet centerline.

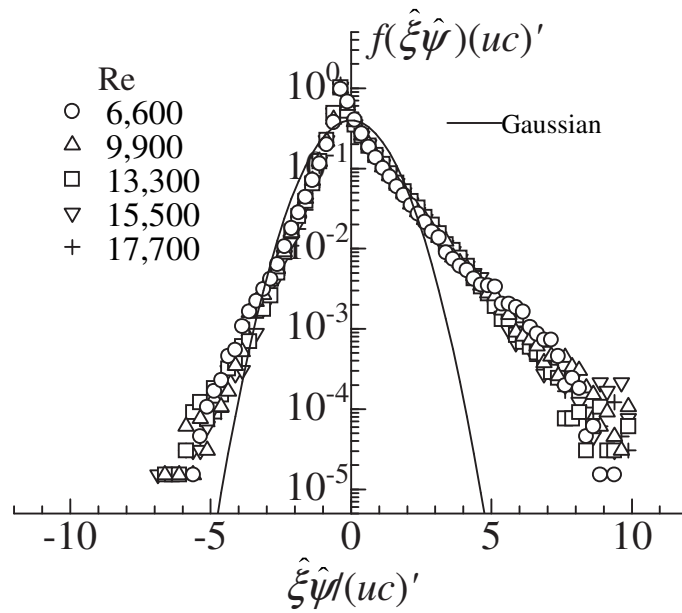


Fig.4.19 Distributions of the axial mass flux PDF at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$.

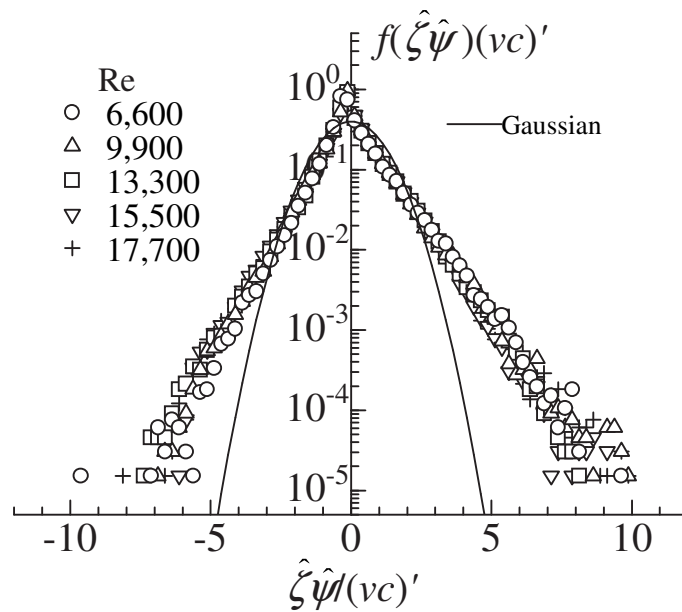


Fig.4.20 Distributions of the radial mass flux PDF at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$.

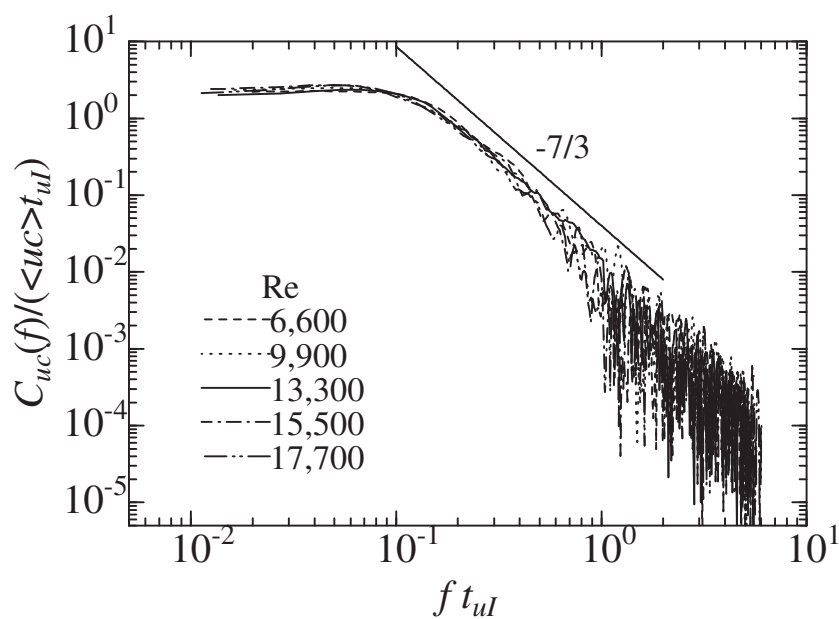


Fig.4.21 Distributions of the axial velocity-concentration cospectrum at $x/d = 50$ on the jet centerline.

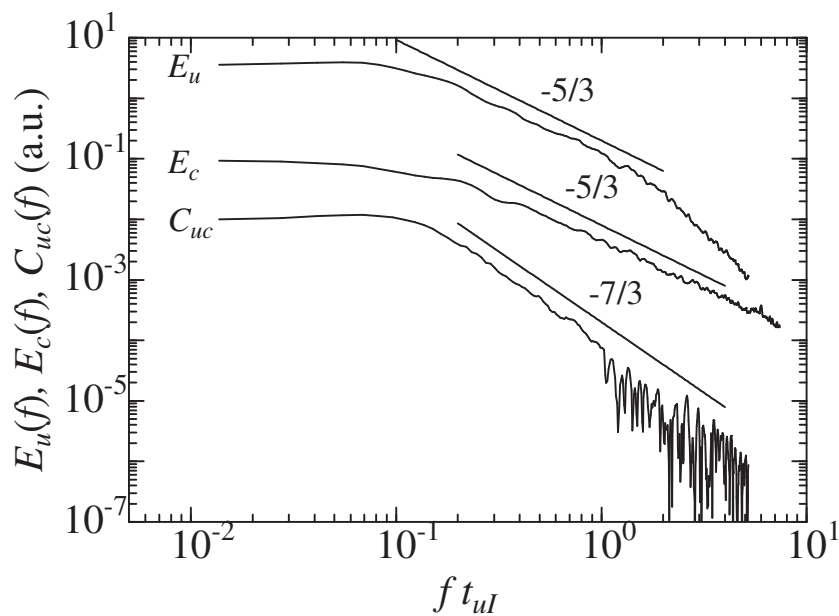


Fig.4.22 Comparison of the cospectrum with the axial velocity spectrum and concentration spectrum at $x/d = 50$ and $Re = 13,300$.

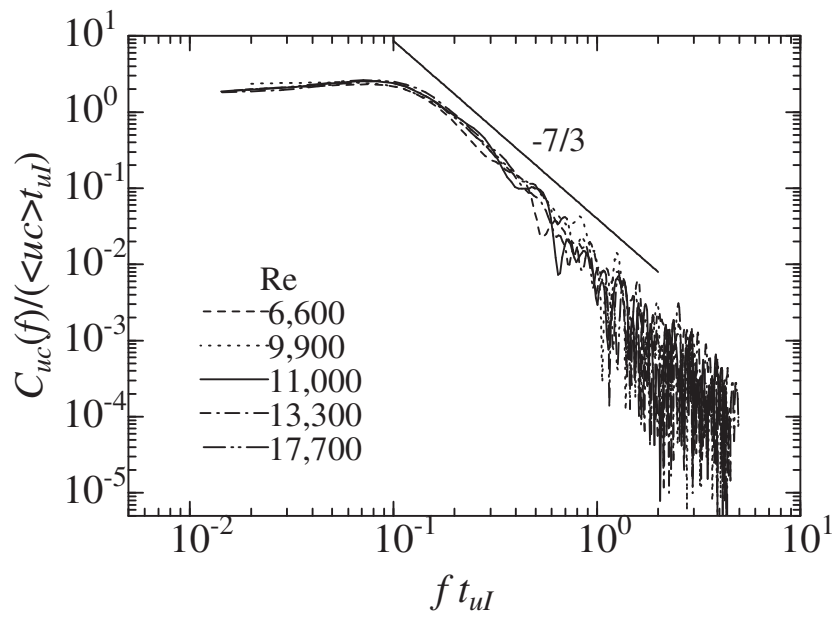


Fig.4.23 Distributions of the axial velocity-concentration cospectrum at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$.

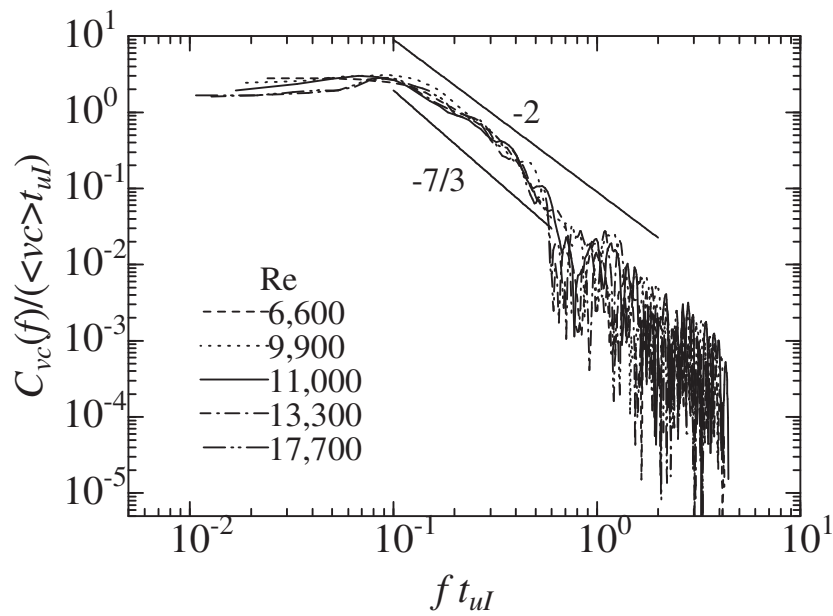


Fig.4.24 Distributions of the radial velocity-concentration cospectrum at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$.

第5章

スカラーPDF輸送方程式における 条件付統計量モデルの実験的検証⁽¹³⁹⁾

5.1 緒言

乱流中の物質拡散や化学反応を伴う混合現象を解析的あるいは数値的に予測する際に、通常用いられる最も基本的な方法は、乱流の速度場同様に、濃度場に対して時間平均した保存方程式を解く方法である⁽⁸⁹⁾。ただし、この場合、よく知られているように対流輸送項や化学反応項をモデル化し、方程式系を閉じた形にする必要がある。一方、濃度に対する確率密度関数(以後、PDF: Probability Density Function)の輸送方程式を解くPDF法^(81,84)は、このような対流輸送項や化学反応項にモデル化を必要としないため、乱流混合現象を解析する方法として、近年盛んに研究されるようになってきている^(30,140)。しかしながら、濃度に対するPDF輸送方程式を解くためには、濃度 \tilde{c} で条件付けられた変動速度 u_i の期待値(以後、条件付平均速度) $\langle u_i | \tilde{c} = \psi \rangle$ やスカラー散逸率 χ の期待値(以後、条件付スカラー散逸率) $\langle \chi | \tilde{c} = \psi \rangle$ 、あるいは、変動濃度成分 c に対するラプラシアン $\nabla^2 c$ の期待値(以後、条件付スカラーラプラシアン) $\langle D\nabla^2 c | \tilde{c} = \psi \rangle$ に対して、モデル化が必要となる。したがって、これらの条件付統計量の特性を明らかにすることは、乱流混合現象の解明に極めて重要な役割を果たすことになる。

上記のような背景から、条件付統計量に関して、これまでに実験や数値計算により数多くの報告がされている^(10,92,93,95,97,141-144)。例えば、条件付平均速度 $\langle u_i | \psi \rangle$ に関する報告としては、一酸化窒素とオゾンを用いた混合層での測定⁽⁹²⁾、スカラーとして温度を用いた一様剪断流⁽⁹³⁾や管内流⁽¹⁴¹⁾での測定などがあり、数値的研究では、DNS(Direct Numerical Simulation)による等方性乱流中で平均値勾配を持つパッシブスカラー場の計算⁽⁹⁵⁾などが挙げられる。一方、条件付スカラー散逸率 $\langle \chi | \psi \rangle$ や条件付スカラーラプラシアン $\langle D\nabla^2 c | \psi \rangle$ に関する研究としては、温度を用いた格子乱流⁽¹⁰⁾や乱流後流と大気境界層での測定⁽⁹⁷⁾、対向流での測定⁽¹⁴²⁾、蛍光染料を用いた軸対称噴流での測定⁽⁹⁷⁾などが報告されている。また、数値的研究としては、DNSによる一様等方性乱流でのパッシブスカラー場の計算^(95,143,144)などが例として挙げられる。

しかしながら，このように条件付統計量について数多く報告されているものの，これらの実験や数値計算では，そのほとんどが分子シュミット数 $Sc (\equiv \nu/D)$ あるいは分子プラントル数 $Pr (\equiv \nu/\alpha)$ が $O(1)$ と小さく，シュミット数が大きな物質を用いての測定はほとんど見られない．また，レイノルズ数の影響に関しても明らかにされていない．そこで，本章では，第4章で行った5種類のレイノルズ数に対する速度2成分-濃度同時測定の実験データをもとに，条件付統計量について調査した結果を示す．

5.2 スカラー PDF に対する輸送方程式

物質の濃度や温度といったスカラーに対する PDF の輸送方程式については Pope (2000)⁽³⁰⁾ や Fox (2003)⁽⁸⁹⁾ に詳しく解説されており，1.4.1 項においても概説してある．ここでは，本章に必要な部分のみをまとめて記す．今，簡単のため1成分のみを考えると，濃度 $\tilde{c}(\mathbf{x}, t)$ に対する保存方程式は，

$$\frac{D\tilde{c}}{Dt} = D\nabla^2\tilde{c} + S(\tilde{c}(\mathbf{x}, t)), \quad (5.1)$$

で表される．ここで， D は分子拡散係数， S は化学反応項である．

いま，濃度 \tilde{c} の1点，1時刻オイラー PDF を $f_{\tilde{c}}(\psi; \mathbf{x}, t)$ と表すと， $f_{\tilde{c}}$ に対する輸送方程式は式 (5.1) より，次式のように導かれる．

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\tilde{c}}}{\partial t} + U_i \frac{\partial f_{\tilde{c}}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} [\langle u_i | \psi \rangle f_{\tilde{c}}] \\ = - \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\left\langle \frac{D\tilde{c}}{Dt} \middle| \psi \right\rangle f_{\tilde{c}} \right] \\ = - \frac{\partial}{\partial \psi} [\langle D \nabla^2 c | \psi \rangle f_{\tilde{c}}] - \frac{\partial}{\partial \psi} [(D \nabla^2 C + S(\psi)) f_{\tilde{c}}]. \end{aligned} \quad (5.2)$$

ここで， U_i と C は，それぞれ i 方向平均速度と平均濃度を表している．あるいは，

$$\begin{aligned} \frac{\bar{D}f_{\tilde{c}}}{Dt} = D\nabla^2 f_{\tilde{c}} - \frac{\partial}{\partial x_i} [\langle u_i | \psi \rangle f_{\tilde{c}}] \\ - \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} [\langle D \nabla c \cdot \nabla c | \psi \rangle f_{\tilde{c}}] - \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} [(D \nabla C \cdot \nabla C) f_{\tilde{c}}] \\ - \frac{\partial}{\partial \psi} [S(\psi) f_{\tilde{c}}], \end{aligned} \quad (5.3)$$

で書き換えられる．ここで， ψ はサンプル空間における濃度で， $\langle * | \psi \rangle$ は $\langle * | \tilde{c}(\mathbf{x}, t) = \psi \rangle$ を意味している．ここで，これらの PDF 輸送方程式において注目すべきことは，以下の関係，

$$\langle S(\tilde{c}) | \psi \rangle = S(\psi), \quad (5.4)$$

により, 化学反応項が閉じられた形として現れることである. したがって, スカラー PDF に対する輸送方程式において閉じられていない項は, $\langle u_i | \psi \rangle$, $\langle D \nabla c \cdot \nabla c | \psi \rangle$ あるいは $\langle D \nabla^2 c | \psi \rangle$ を含む項であり, これらの項に対してモデル化が必要となる.

そこで, 以下では, $\langle u_i | \psi \rangle$, $\langle \chi | \psi \rangle$ および $\langle D \nabla^2 c | \psi \rangle$ について, 本研究で対象とする無反応濃度場において得られた結果を示す. なお, χ は変動濃度 c に対するスカラー散逸率であり,

$$\chi \equiv 2D \nabla c \cdot \nabla c = 2D \frac{\partial c}{\partial x_i} \frac{\partial c}{\partial x_i}, \quad (5.5)$$

で定義されることに注意されたい.

5.3 実験装置および実験条件

実験装置および実験条件に関しては, 第4章と同様であるため, 詳細については4.2節を参照していただきたい. 表5.1に主な実験条件を, 表5.2に各位置における乱流レイノルズ数をまとめて示す. なお, サンプリング周波数は20 kHz, サンプリング点数は262,144点, サンプリング時間はおよそ13秒である.

Table 5.1 Experimental conditions.

ノズル直径 d	: 2.0 [mm]
噴流出口流速 U_0	: 3.2, 4.8, 6.4, 7.4, 8.5 [m/s]
噴流レイノルズ数 Re	: 6,600, 9,900, 13,300, 15,500, 17,700
噴流出口濃度 C_0	: 3.0 [g/l]
分子シュミット数 Sc	: 3,800

Table 5.2 Estimation of the turbulent Reynolds number R_λ at $x/d = 50$ for each jet Reynolds number Re .

Re	R_λ	R_λ
	($r/b_U = 0.00$)	($r/b_U = 0.73$)
6,600	167	113
9,900	228	169
13,300	269	218
15,500	282	241
17,700	296	263

5.4 実験結果

5.4.1 確率密度関数分布

条件付統計量の分布を示す前に，軸方向変動速度 u ，半径方向変動速度 v および変動濃度 c の PDF 分布を示す．図 5.1 には， u ， v および c の $x/d = 50$ の中心軸上における各種レイノルズ数に対する PDF 分布をそれぞれ重ねて示してある．横軸，縦軸ともにそれぞれの変動 r.m.s. 値 u' ， v' および c' で正規化されている．なお，図中の $\hat{\xi}$ ， $\hat{\zeta}$ ， $\hat{\psi}$ はそれぞれ変動成分 u ， v ， c に対するサンプル空間座標を表している．図より，軸方向速度と半径方向速度の PDF はほぼガウス分布と一致している．一方，濃度 PDF は， $Re = 17,700$ の場合を除きやや負に歪んだ分布傾向を示していることがわかる． $Re = 17,700$ の場合についてはほぼガウス分布と一致する傾向が見られた．

5.4.2 条件付平均速度の分布

Pope (1985)⁽⁹¹⁾ によれば，速度と濃度の結合確率密度関数が結合ガウス分布であるという仮定を用いると，条件付平均速度は次式で表される．

$$\langle \tilde{u}_i | \psi \rangle = U_i + \frac{\langle u_i c \rangle}{c'^2} (\psi - C). \quad (5.6)$$

あるいは，変動速度成分 $u_i = \tilde{u}_i - U_i$ および変動濃度成分 $c = \tilde{c} - C$ を用いると，

$$\langle u_i | \psi \rangle = \frac{\langle u_i c \rangle}{c'^2} \hat{\psi}, \quad (5.7)$$

と変形される．ここで $\hat{\psi}$ は変動濃度 c に対するサンプル空間座標である．式 (5.7) より，変動濃度 r.m.s. 値 c' と物質フラックス $\langle u_i c \rangle$ で無次元化された条件付平均速度 $\langle u_i | \psi \rangle c' / \langle u_i c \rangle$ の分布は，無次元化変動濃度 $\hat{\psi} / c'$ に対して傾きが 1 の線形性を示すことがわかる．

図 5.2 は， $x/d = 50$ の中心軸上において，各種レイノルズ数に対する条件付軸方向平均速度 $\langle u | \psi \rangle$ の分布を重ねて示したものである． $\langle u | \psi \rangle$ は変動濃度 r.m.s. 値 c' および物質フラックス $\langle uc \rangle$ で無次元化されている．また，図中に一点鎖線で示されるのが，Ferchichi & Tavoularis (2002)⁽⁹³⁾ による一様剪断乱流での温度場に対する測定結果 ($Re_\lambda = 253$, $Pr \simeq 0.7$) である．図より，分布は各種レイノルズ数に対して良い相似性を示しており， $-2 \lesssim \hat{\psi} / c' \lesssim 2$ の範囲において，式 (5.7) に示したように分布の傾きが 1 (図中の実線) になっている様子がわかる．なお， $|\hat{\psi} / c'| \gtrsim 2$ の領域で，分布のばらつきが見られるのは，サンプル数が少ないことによるものと考えられる．したがって，サンプリング時間を十分にとった場合，良い線形性が得られるものと予想される．

図 5.3 および図 5.4 は， $x/d = 50$ ， $r/b_U = 0.73$ において，各種レイノルズ数に対する条件付軸方向平均速度 $\langle u | \psi \rangle$ および条件付半径方向平均速度 $\langle v | \psi \rangle$ の分布を重ねて示したも

のである． $\langle u|\psi \rangle$ については，中心軸上の場合と同様に，各種レイノルズ数によらず分布は良い相似性を示しており， $-2 \lesssim \hat{\psi}/c' \lesssim 2$ の範囲において，分布の傾きが1 (図中の実線) になっている．また， $\langle v|\psi \rangle$ に関しても， $-2 \lesssim \hat{\psi}/c' \lesssim 2$ の範囲においては傾きが1 (図中の実線) の良い相似性を示していることがわかる．なお，図中に破線で示されるのが，Overholt & Pope (1985)⁽⁹⁵⁾ が DNS を用いて計算した平均値勾配を持つ一様等方性乱流中のパッシブスカラー場の計算値 ($R_\lambda = 52$, $Pr = 0.7$) で，一点鎖線で示されるのが Ferchichi & Tavoularis (2002)⁽⁹³⁾ による一様剪断乱流での温度場の測定値 ($R_\lambda = 253$, $Pr \simeq 0.7$) である．本研究で得られた測定値 ($Sc \simeq 3,800$) は，これらの結果 ($Pr \simeq 0.7$) と拡散係数が大きく異なるにも関わらず，分布形状がよく一致していることがわかる．

したがって，以上の結果から，Pope によって提案された式 (5.7) は，レイノルズ数やシュミット数 (あるいはプラントル数) に関係なく，軸対称噴流の中心軸上とその近傍 ($r/b_U = 0.73$) においてほぼ成立すると考えられる．

5.4.3 条件付スカラー散逸率

スカラー散逸率の推定

条件付スカラー散逸率を求めるためには，スカラー散逸率 χ の瞬時値を推定する必要がある．この項では，スカラー散逸率の瞬時値の推定法について説明する．スカラー散逸率の瞬時値を定義式 (5.5) に従って求めるには， $\partial c/\partial x_i$ の全ての成分を測定する必要がある．しかしながら，これは困難であるため，局所等方性の仮定がよく用いられる．したがって，本研究でも局所等方性の仮定を用いて，

$$\chi = 6D \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)^2, \quad (5.8)$$

により χ を評価した．

実際のスカラー散逸率 χ の計算には， x 方向の空間微分を Taylor の仮説⁽⁹⁶⁾，すなわち，

$$\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{1}{U} \frac{\partial}{\partial t}, \quad (5.9)$$

により時間微分に置き換え，

$$\chi = 6D \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)^2 = \frac{6D}{U^2} \left(\frac{\partial c}{\partial t} \right)^2, \quad (5.10)$$

を用いて値を算出した．また，微分値の計算には，

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \frac{c_{i-2} - 8c_{i-1} + 8c_{i+1} - c_{i+2}}{12\Delta t}, \quad (5.11)$$

で示される Taylor の5点法を用いて微分値を求めた．ここで， Δt はサンプリング間隔である．したがって，条件付スカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ は，以上の方法から求められるスカラー

散逸率 χ を, 濃度 $\tilde{c} = \psi$ で条件付けを行うことにより求められる. なお, ここで注意しなければならないことは, 局所等方性の仮定と Taylor 仮説を用いて求めた値の精度である. これについては, Kailasnath *et al.* (1993)⁽⁹⁷⁾ が, 液相軸対称噴流拡散場の中心軸上での濃度測定から得た条件付スカラー散逸率 $\langle \chi | \psi \rangle$ をもとに考察を行っている. 彼らは, 噴流レイノルズ数 $Re (\equiv U_0 d / \nu) = 2700, 3900$ で噴出されるフルオレセインナトリウム水溶液 ($Sc \simeq 1, 930$) に対して, PLIF 法を用いて濃度測定を行った. その測定で得られた濃度場の二次元空間マップから, $(dc/dx)^2$, $(dc/dy)^2$ および $(dc/dx)^2 + (dc/dy)^2$ を求め, それぞれの値から $\langle \chi | \psi \rangle$ を推定した. その結果, $(dc/dx)^2$, $(dc/dy)^2$ および $(dc/dx)^2 + (dc/dy)^2$ からそれぞれ推定した $\langle \chi | \psi \rangle$ は, 高濃度部分 ($\hat{\psi}/c' \gtrsim 4$) を除き, 分布形状が非常によく一致している様子が確認されている. また, Taylor 仮説の影響に関しては, $(dc/dx)^2$ と $(dc/dt)^2$ を用いてそれぞれ推定した $\langle \chi | \psi \rangle$ を比較した結果, $\hat{\psi}/c' \gtrsim 1.5$ の領域を除き, 分布形状がよく一致している様子が確認されている. 一方, $\hat{\psi}/c' \gtrsim 1.5$ の領域においては, Taylor 仮説を用いて推定した値の方がやや小さい値をとる傾向が見られる. ここで注意すべきことは, 高濃度部分では, 条件付スカラー散逸率の正確な分布形状自体が不確かであり, Taylor 仮説を評価するには不十分に思われることである.

本研究は, Kailasnath *et al.* に比べ, 噴流レイノルズ数が $Re = 6, 600 \sim 17, 700$ と大きい, Kailasnath *et al.* の実験条件から乱流レイノルズ数を推定すると $R_\lambda \sim 300$ となり, 本研究とほぼ同程度であることから, 本研究の条件付スカラー散逸率についても, 中心軸上の測定値に関しては, 高濃度部分を除いて議論を行うのに十分な精度の分布が得られているものと予想される.

条件付スカラー散逸率の分布

図5.5は, $x/d = 50$ の中心軸上において, 各種レイノルズ数に対する条件付スカラー散逸率 $\langle \chi | \psi \rangle$ の分布を重ねて示したものである. 縦軸には平均スカラー散逸率 $\langle \chi \rangle$ で無次元化された $\langle \chi | \psi \rangle$ をとっている. また, 図中に点線で示されるのが, Jayesh & Warhaft (1992)⁽¹⁰⁾ による平均温度勾配を持つ格子乱流での温度場に対する測定値 ($R_\lambda = 54.4$, $Pr \simeq 0.7$), 一点鎖線で示されるのが, Kailasnath *et al.* (1993)⁽⁹⁷⁾ による液相軸対称噴流中の濃度の測定値 ($Re = 3, 900$, $Sc \simeq 1, 930$), そして, 破線で示されるのが, Overholt & Pope (1996)⁽⁹⁵⁾ が DNS を用いて行った平均値勾配を持つ一様等方性乱流中のパッシブスカラー場の計算値である ($R_\lambda = 52$, $Pr = 0.7$). 図より, 研究者により条件付スカラー散逸率の分布が大きく異なっていることがわかる. 本研究の測定値は, $-2 \lesssim \hat{\psi}/c' \lesssim 2$ の範囲において, $\langle \chi | \psi \rangle / \langle \chi \rangle = 1$ の平坦な分布をしており, また, レイノルズ数による分布の違いもほとんど見られない. 本測定と Overholt & Pope の計算結果を比較すると, 流れ場や拡散係数が大きく異なるにも関わらず, よく一致していることがわかる.

条件付スカラー散逸率の形状の違いに関して, Miller *et al.* (1995)⁽⁹⁸⁾ は, スカラー PDF $f_{\tilde{c}}(\psi; \mathbf{x}, t)$ の形状, 特に, スカラー PDF の尾に依存すると報告している. もし, スカラー PDF がガウスの尾を持つならば, 条件付スカラー散逸率は $\hat{\psi}$ の値に関わらず平坦な分布形状を示し, 一方, 指数尾を持つならば, Jayesh と Warhaft の測定値のような先端の丸い V 字形状を示すとしている. 本研究における濃度 PDF は, 図 5.1 (c) に示すように, ガウス分布に近い形状をしているため, 条件付スカラー散逸率が平坦な分布形状になったものと考えられる. また, Jayesh & Warhaft の温度 PDF は指数尾を持ち, Overholt & Pope のスカラー PDF はガウス分布であることから, これらの研究者らの結果もまた, Miller *et al.* の報告と一致している.

一方, Taylor 仮説が $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$ においても有効であると仮定した場合に, 各種レイノルズ数に対して, 条件付スカラー散逸率 $\langle \chi | \psi \rangle$ の分布を重ねて示したものが図 5.6 である. なお, 図中の破線は $\langle \chi | \psi \rangle / \langle \chi \rangle = 1$ の直線である. 図より, 中心軸上の分布とは異なり, 負の変動側から正の変動側に向けて, やや単調に増加する傾向が見られ, その傾きはレイノルズ数によらずおよそ 0.12 であった (図中の実線). これは, 先ほど述べた Miller *et al.*⁽⁹⁸⁾ の報告から推測すると, 図には示していないが, この位置における濃度 PDF がガウス分布からやや逸脱しているために, 条件付スカラー散逸率の分布もやや右肩上がりの分布になったものと考えられる.

5.4.4 条件付スカラーラプラシアン

条件付スカラーラプラシアンの推定

条件付スカラーラプラシアンの推定は, 5.4.3 項と同様の方法で行った. まず, 変動濃度成分 c のラプラシアン $\nabla^2 c$ は次式で与えられる.

$$\nabla^2 c = \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_i}. \quad (5.12)$$

ここで, 局所等方性の仮定を用いると,

$$\nabla^2 c = 3 \frac{\partial^2 c}{\partial x \partial x}, \quad (5.13)$$

と書き換えられ, さらに, Taylor の仮説を用いると,

$$\nabla^2 c = \frac{3}{U^2} \frac{\partial^2 c}{\partial t \partial t}, \quad (5.14)$$

と変形される. したがって, 本測定では式 (5.14) に対して濃度 $\tilde{c} = \psi$ で条件付けを行うことにより, 条件付ラプラシアン $\langle D \nabla^2 c | \psi \rangle$ の推定を行った.

条件付スカラーラプラシアン分布

図5.7は、 $x/d = 50$ の中心軸上において、各種レイノルズ数に対する条件付スカラーラプラシアン $\langle D\nabla^2 c|\psi \rangle$ の分布を重ねて示したものである。縦軸には平均スカラー散逸率 $\langle \chi \rangle$ と変動濃度 r.m.s. 値 c' で無次元化された $\langle D\nabla^2 c|\psi \rangle$ をとっている。また、図中の実線は傾きが -1 の直線であり、破線は Overholt & Pope (1996)⁽⁹⁵⁾ による計算結果である。図より、条件付ラプラシアンは各レイノルズ数に対してほぼ相似な分布を示しており、その分布の傾きは、 $-2 \lesssim \hat{\psi}/c' \lesssim 2$ の領域においておよそ -1 であった。このことは、条件付スカラーラプラシアンに対して、

$$\langle D\nabla^2 c|\psi \rangle = -\frac{1}{2} \frac{\langle \chi \rangle}{c'^2} (\psi - C), \quad (5.15)$$

と表されることを意味し、このモデルは IEM モデル (Interaction by Exchange with the Mean, Villermaux & Devillon (1972)⁽⁹⁹⁾) あるいは LMSE モデル (Linear Mean-Square Estimation, Dopazo & O'Brien (1974)⁽⁸¹⁾) と呼ばれている。また、本研究の測定結果と Overholt & Pope の計算結果を比較すると、分布がよく一致していることがわかる。

一方、 $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$ における各種レイノルズ数に対する条件付スカラーラプラシアン $\langle D\nabla^2 c|\psi \rangle$ を重ねて示したものを図5.8に示す。図より、各レイノルズ数に対してほぼ相似な分布をしているものの、中心軸上の場合とは異なり、 -1 の傾きからやや逸脱していることがわかる。これは、条件付スカラー散逸率の場合と同様、この位置における濃度 PDF がガウス分布からやや逸脱していることによるものと考えられる。

以上をまとめると、条件付スカラーラプラシアンの分布は、軸対称噴流の中心軸上ではレイノルズ数に関係なく IEM モデルとほぼ一致するが、中心軸から離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) においては、IEM モデル方程式 (5.15) からやや逸脱する傾向が見られるようである。

5.5 結言

第4章で行った5種類のレイノルズ数に対する速度2成分-濃度同時測定の実験データをもとに、条件付平均速度や条件付スカラー散逸率、条件付ラプラシアンの統計的特性について調査した結果、以下の結論を得た。

1. 噴流軸上において、条件付軸方向平均速度、すなわち、濃度 $\tilde{c} = \psi$ で条件付けを行った軸方向変動速度 u に対する平均値を無次元化した値 $\langle u|\psi \rangle c' / \langle uc \rangle$ の分布は、変動濃度 $\hat{\psi}/c'$ に対して傾きが1の良い線形性を示した。一方、噴流軸からやや離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) における条件付軸方向平均速度 $\langle u|\psi \rangle$ および条件付半径方向平均速度 $\langle v|\psi \rangle$ に関しても、同様の結果が得られた。
2. 条件付スカラー散逸率、すなわち、濃度 $\tilde{c} = \psi$ で条件付けを行ったスカラー散逸率

$\langle \chi | \psi \rangle$ は、噴流軸上では $\langle \chi | \psi \rangle / \langle \chi \rangle = 1$ の平坦な分布形状を示したが、噴流軸からやや離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) では、低濃度側から高濃度側に向かい単調に増加する傾向が見られた。これらの分布形状の違いは、スカラー PDF の分布形状の違いによるものと考えられる。

3. 条件付スカラーラプラシアン，すなわち，濃度 $\tilde{c} = \psi$ で条件付けを行った $\nabla^2 c$ の期待値 $\langle D\nabla^2 c | \psi \rangle$ は、噴流軸上では IEM モデルとほぼ一致するが、噴流軸からやや離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) では、IEM モデルからの逸脱が見られる。
4. 今回求めた3種類の条件付統計量は、いずれもレイノルズ数の違いによる分布形状への影響は見られなかった。また、本研究 ($Sc \approx 3,800$) と他の研究者ら ($Pr \approx 0.7$) を比較した結果、拡散係数が大きく異なるにも関わらず、分布形状にはそれほど大きな違いは見られなかった。

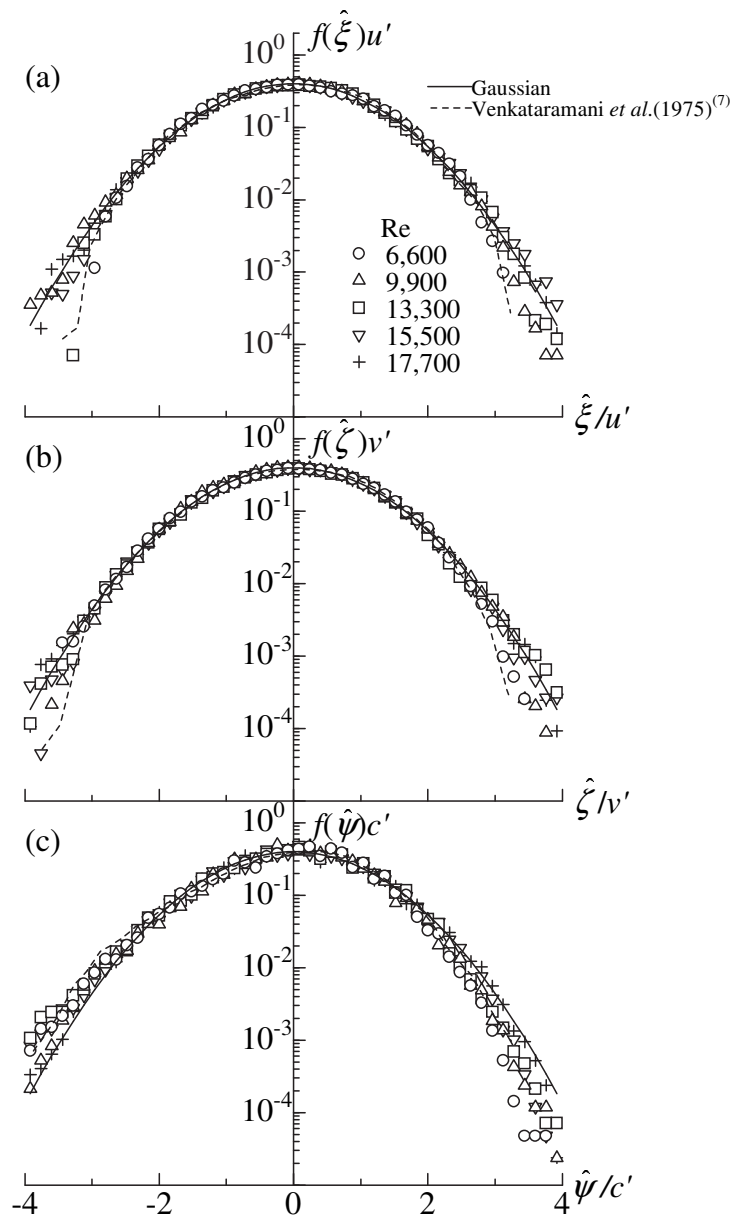


Fig.5.1 Distributions of the probability density function at $x/d = 50$ on the jet centerline. (a) the axial velocity, (b) the radial velocity, (c) the concentration.

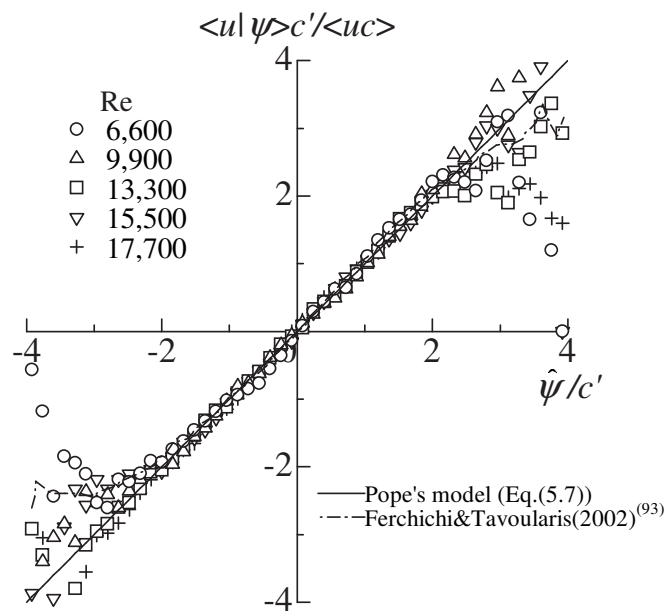


Fig.5.2 Distributions of the conditional axial mean velocity at $x/d = 50$ on the jet centerline.

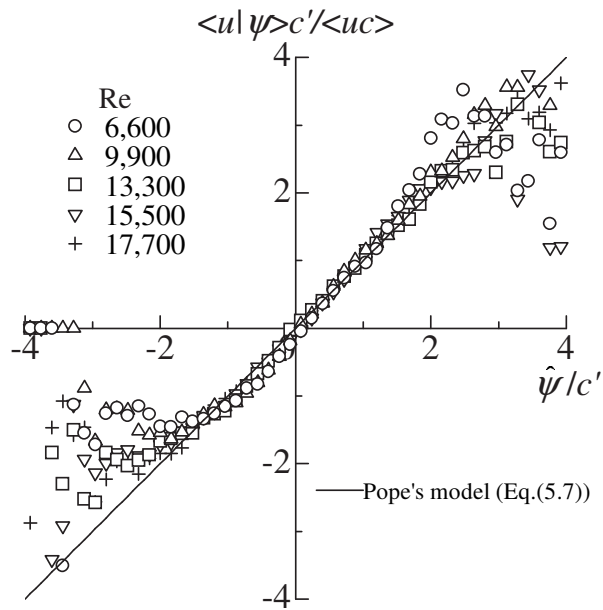


Fig.5.3 Distributions of the conditional axial mean velocity at $x/d = 50, r/b_U = 0.73$.

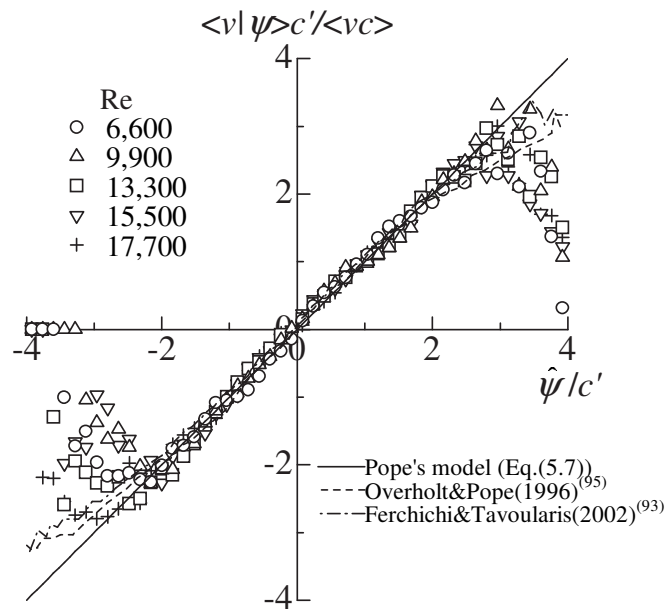


Fig.5.4 Distributions of the conditional radial mean velocity at $x/d = 50, r/b_U = 0.73$.

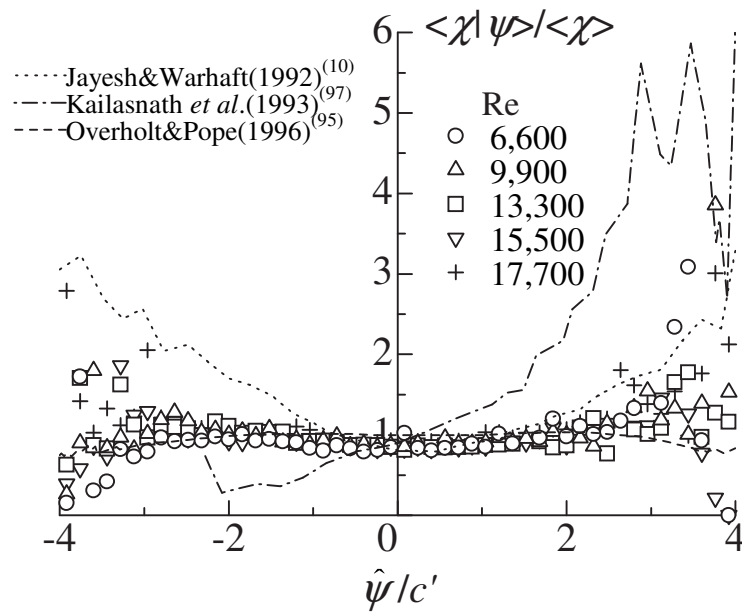


Fig.5.5 Distributions of the conditional scalar dissipation at $x/d = 50$ on the jet centerline.

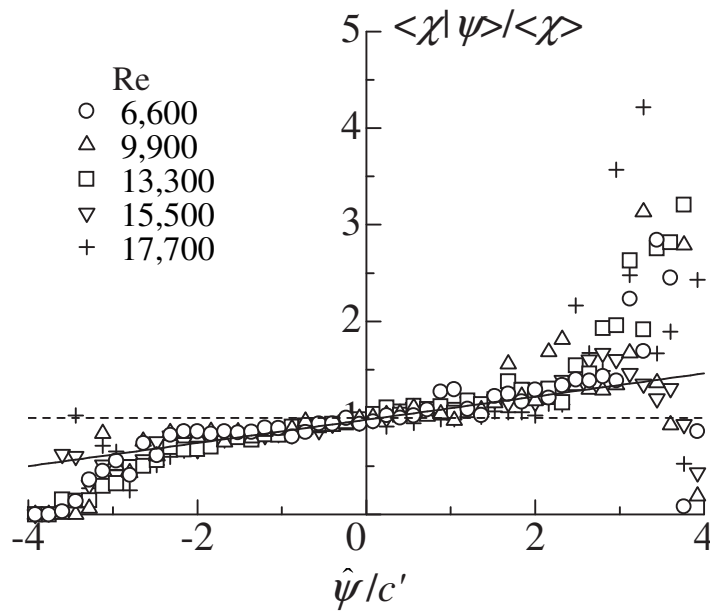


Fig.5.6 Distributions of the conditional scalar dissipation at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$.

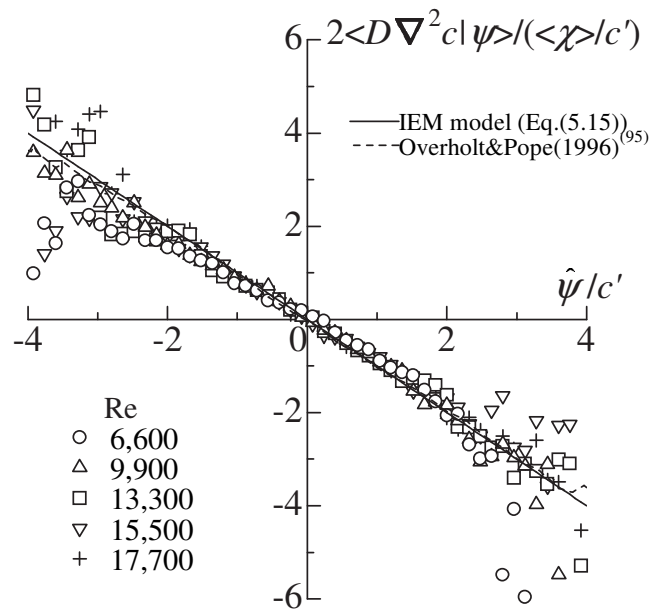


Fig.5.7 Distributions of the conditional Laplacian of scalar at $x/d = 50$ on the jet centerline.

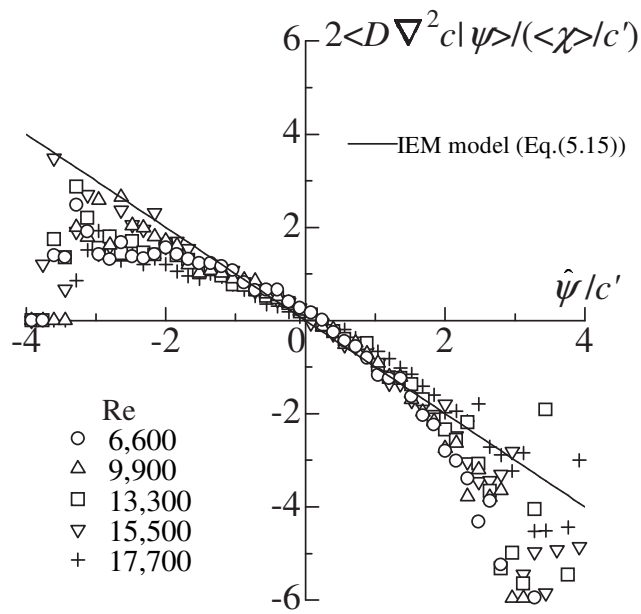


Fig.5.8 Distributions of the conditional Laplacian of scalar at $x/d = 50$, $r/b_U = 0.73$.

第6章

ランダム希釈量モデルによる 濃度PDFの予測⁽¹⁴⁵⁾

6.1 緒言

2.4.4 項や 5.4.1 項でも示したように、噴流拡散場の濃度 PDF はガウス分布から歪むことが知られている。PDF 分布は PDF の直交展開、すなわち、Gram-Charlier 級数展開によって近似することが可能であるが⁽¹⁴⁶⁾、Gram-Charlier 級数展開を行うには 5 次もしくはそれ以上の高次モーメントを求める必要があり、そのため、数値計算で Gram-Charlier 級数展開を行うのは非常に困難である。そのような PDF の歪みを考察するにあたり、本研究では、濃度 PDF の歪みと一般に知られている対数正規分布の歪みの方向が反対であることと、プルーム拡散場における濃度 PDF が対数正規分布になるというランダム希釈モデル⁽¹⁴⁷⁾ が提案されていることに注目し、初期濃度からの濃度欠損量という新たな変数を導入することで、噴流拡散場の濃度 PDF に対する同モデルの適用可能性について検討を行った。対数正規分布は 2 次のモーメントまで、すなわち、平均値と変動 r.m.s. 値のみで求められることから、数値計算において非常に有用であると考えられる。

本研究では、この濃度欠損量に対する濃度 PDF が対数正規分布になるというモデルを、ランダム希釈量モデルと呼び、以下に説明する。

6.2 確率密度関数の直交展開⁽¹⁴⁶⁾

通常取り扱う不規則現象の確率変数の分布は、ガウス分布からわずかに歪む程度の場合が少なくない。このような場合には、分布関数 $F(x)$ や密度関数 $f(x)$ を正規分布とそれに対する補正項の和として表すことができる。

$$F(x) = \Phi(x) + R(x), \quad (6.1)$$

$$f(x) = \phi(x) + r(x). \quad (6.2)$$

ここで、 $\phi(x) = \Phi'(x) = (1/\sqrt{2\pi})e^{-x^2/2}$ は正規分布密度関数であり、 $r(x) = R'(x)$ である。

いま, 確率変数 ψ は平均 μ と標準偏差 σ により, 次式のように正規化されているものとする.

$$x = \frac{\psi - \mu}{\sigma}. \quad (6.3)$$

続いて, $f(x)$ を正規分布密度 ϕ とその導関数を用いて次の形に展開できるものと仮定する.

$$f(x) = c_0\phi(x) + \frac{c_1}{1!}\phi'(x) + \frac{c_2}{2!}\phi''(x) + \dots \quad (6.4)$$

ここで, $\phi^{(n)}(x)$ は Hermite 多項式 $H_n(x)$ を用いて,

$$\phi^{(n)}(x) = (-1)^n H_n(x)\phi(x), \quad (6.5)$$

で表される. なお, $\phi^{(n)}(x)$ のグラフを図 6.1 に示す. このとき, Hermite 多項式は以下のような直交性を持つ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(x)H_n(x)\phi(x) dx = \delta_{mn}(x) = \begin{cases} m! & (m = n), \\ 0 & (m \neq n). \end{cases} \quad (6.6)$$

$$\left. \begin{aligned} H_0(x) &= 1, H_1(x) = x, H_2(x) = x^2 - 1, H_3(x) = x^3 - 3x, \\ H_4(x) &= x^4 - 6x^2 + 3, H_5(x) = x^5 - 10x^3 + 15x, \\ H_6(x) &= x^6 - 15x^4 + 45x^2 - 15, \dots \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

したがって, 式 (6.4) の両辺に $H_n(x)$ をかけて積分を行えば, 式 (6.6) および式 (6.7) を用いて, 係数 c_n は次式で求められる.

$$c_n = (-1)^n \int_{-\infty}^{\infty} H_n(x)p(x) dx. \quad (6.8)$$

ここで, 変数 x は規準化されているから, $c_0 = 1, c_1 = c_2 = 0$ で, 補正項は第3項より始まる. このとき, 係数 c_n は式 (6.7) および式 (6.8) により $f(x)$ のモーメントに関して以下のように表される.

$$c_3 = -m_3/\sigma^3, \quad (6.9)$$

$$c_4 = m_4/\sigma^4 - 3, \quad (6.10)$$

$$c_5 = -m_5/\sigma^5 + 10m_3/\sigma^3, \quad (6.11)$$

$$c_6 = m_6/\sigma^6 - 15m_4/\sigma^4 + 30. \quad (6.12)$$

なお, m_3/σ^3 は歪度, $m_4/\sigma^4 - 3$ は尖度であり, m_5 は5次のモーメント, m_6 は6次のモーメントを表している.

このような展開を Gram-Charlier 級数と呼び, この級数が収束するためには, $F(x)$ については,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{x^2/4} F(x) dx, \quad (6.13)$$

が収束すること, $f(x)$ についてはこの他に有界であることが必要条件である.

図 6.2 に, 本研究で得られた測定値と Gram-Charlier 級数展開を比較したものを示す. 本研究では 5 次のモーメントまでを用いて近似を行っている. このとき, 係数 $c_3 \sim c_5$ は式 (6.9) ~ (6.11) より次のようになる.

$$c_3 = 0.31624,$$

$$c_4 = 0.24856,$$

$$c_5 = 0.10683.$$

図中の実線がこの分布を示しており, 白丸が測定から得られた濃度 PDF である. また, 図中にはガウス分布も破線で示してある.

6.3 ランダム希釈量モデル

実験から得られる濃度 PDF には歪みが生じる. プルーム拡散場では濃度 PDF が対数正規分布になるというランダム希釈モデル⁽¹⁴⁷⁾ が知られているため, 噴流拡散場の濃度 PDF に対する同モデルの適用可能性について検討を行った. まず, 噴流拡散場における濃度 PDF が対数正規分布と歪みの方向が反対であることに注目し, 瞬時の濃度欠損量として $\tilde{c}_d = C_0 - \tilde{c}$ という新たな変数 (図 6.3) を導入した. この濃度欠損量 \tilde{c}_d の変動成分を c_d ($c_d = \tilde{c}_d - C_d$; C_d は濃度欠損量の平均値) として, c_d に対する PDF を求めた. その結果を図 6.4 に示す. 対数正規分布に関しては平均濃度 C だけ移動し, 縦軸と横軸はそれぞれの変動 r.m.s. 値 c' , c'_d で無次元化されている. 図より, 濃度欠損量 PDF は, 対数正規分布 (図中の実線) と高濃度部分 ($\hat{\psi}_d/c'_d \gtrsim 2.5$) を除き, 良く一致することが確認できる. なお, 図中の破線はガウス分布を表している. そこで, 本研究では, 以下のように濃度欠損量 \tilde{c}_d に対するランダム希釈モデルを新たに構築した. 濃度欠損量 \tilde{c}_d は流体塊中の物質の希釈量を表すものと考えられるので, 本研究では, このモデルをその物理的意味からランダム希釈量モデルと呼ぶことにする.

図 6.5 にランダム希釈量モデルによる濃度欠損量の希釈過程を表す. ただし, この希釈過程は通常の二項倍増過程⁽¹⁴⁸⁾ と仮定し, 線分上には濃度欠損量 $\tilde{c}_d = C_0 - \tilde{c}$ が測度として割り当てられているとする. また, 希釈量係数 β は 1 以上のランダムな変数であり, これを β_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2$) とする. ある程度混合が進んだ後の初期濃度欠損を $\tilde{c}_{d,i=0} = C_0 - \tilde{c}_{i=0} = 1$ とすれば, 1 番目のセル (他のセルについても同様である) において, 1 ステップ, 2 ステップ後の濃度欠損は, それぞれ,

$$\tilde{c}_{d,i=1} = C_0 - \tilde{c}_{i=1} = \tilde{c}_{d,i=0}\beta_{11}, \quad (6.14)$$

$$\tilde{c}_{d,i=2} = C_0 - \tilde{c}_{i=2} = \tilde{c}_{d,i=0}\beta_{11}\beta_{21}, \quad (6.15)$$

となる．したがって， n ステップ後の濃度欠損は，

$$\tilde{c}_{d,i=n} = C_0 - \tilde{c}_{i=n} = \tilde{c}_{d,i=0}\beta_{11}\beta_{21}\cdots\beta_{n1}, \quad (6.16)$$

で与えられる．ここで， β_{ij} は i, j の値に関わらず一定の確率分布を持っており， $i \rightarrow \infty$ で $\tilde{c}_d \rightarrow C_0$ に収束することが仮定されている．さらに両辺の対数をとると次式が得られる．

$$\ln \tilde{c}_{d,i=n} = \ln \beta_{11} + \ln \beta_{21} + \cdots + \ln \beta_{n1}. \quad (6.17)$$

ここで， $\ln \beta_{11}, \ln \beta_{21}, \cdots, \ln \beta_{n1}$ が同じ確率的特性を持つ確率変数であることから， n が十分大きい場合，中心極限定理により n ステップ後の $\tilde{c}_{d,i=n} = \psi_d$ での確率密度が次式によって表される．

$$f_n(\psi_d) = \frac{1}{\psi_d \sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(\ln \psi_d - \ln \psi_c)^2}{2\sigma^2} \right\}. \quad (6.18)$$

ここで， ψ_c と σ はともに n の関数であり，それぞれ次式によって与えられる．

$$\ln \psi_c = n \langle \ln \beta_{ij} \rangle, \quad (6.19)$$

$$\sigma = \sqrt{n} \sigma_{ij}. \quad (6.20)$$

ただし，ここでは β_{ij} は各ステップでの希釈量係数， $\langle * \rangle$ は期待値， σ_{ij} は $\ln \beta_{ij}$ の標準偏差を表す．各ステップは同じ確率分布に従うことが仮定されているので， $\langle \ln \beta_{ij} \rangle$ と σ_{ij} は i, j に依存せず，一定の値に保たれることが予想される．式 (6.19) および式 (6.20) を式 (6.18) に代入すれば，次式が得られる．

$$f_n(\psi_d) = \frac{1}{\psi_d \sigma_{ij} \sqrt{2\pi n}} \exp \left\{ -\frac{[\ln \psi_d - n \langle \ln \beta_{ij} \rangle]^2}{2(\sigma_{ij} \sqrt{n})^2} \right\}. \quad (6.21)$$

したがって，濃度欠損値 $\tilde{c}_{d,i=n} = \psi_d$ の確率密度関数は対数正規分布になることがわかる．

なお，このランダム希釈量モデルは混合モデルの1種であると考えられるため，条件付スカラーラプラシアンに対するモデルの構築に貢献することが予想される．

6.4 結言

噴流拡散場の濃度確率密度関数 (PDF) はガウス分布に対して負に歪むことが知られている．その歪みに対して Gram-Charlier 級数展開による近似を試み，さらに，濃度欠損量に注目し，濃度 PDF を近似する新たなモデル，ランダム希釈量モデルを構築した結果，以下の結論を得た．

1. 噴流拡散場の濃度 PDF は，Gram-Charlier 級数展開により良く近似できることが確認できた．しかしながら，Gram-Charlier 級数展開では5次のモーメントもしくはは

それ以上の高次モーメントまで求めなければ近似することができないため、数値計算により濃度 PDF を求めるのは非常に困難である。

2. 本研究では濃度の欠損量に注目し、濃度欠損量 PDF を求めたところ、濃度に対する対数正規分布とほぼ一致することが示された。対数正規分布は2次のモーメントまでで求められることから、この濃度欠損に対するランダム希釈モデルは数値計算において非常に有効であると予想される。

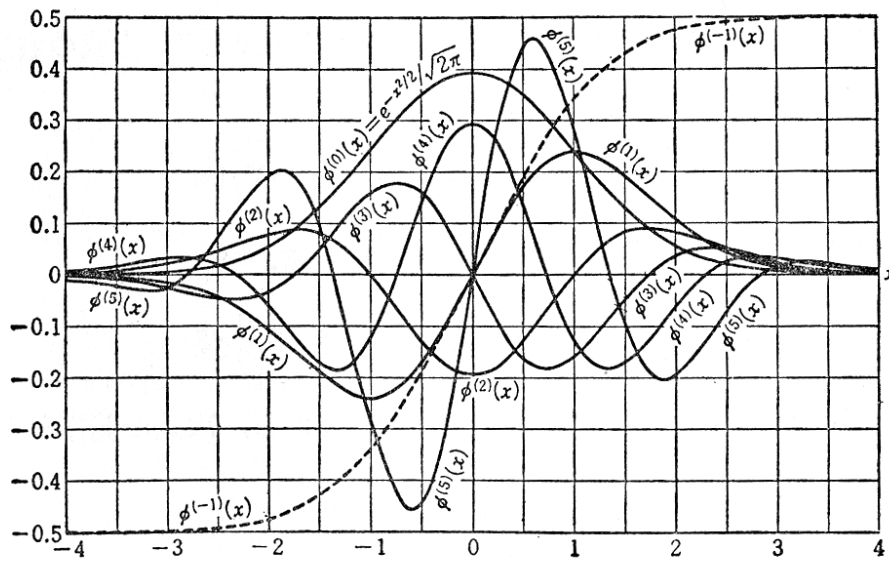


Fig.6.1 The Gram-Charlier polynomial⁽¹⁴⁶⁾.

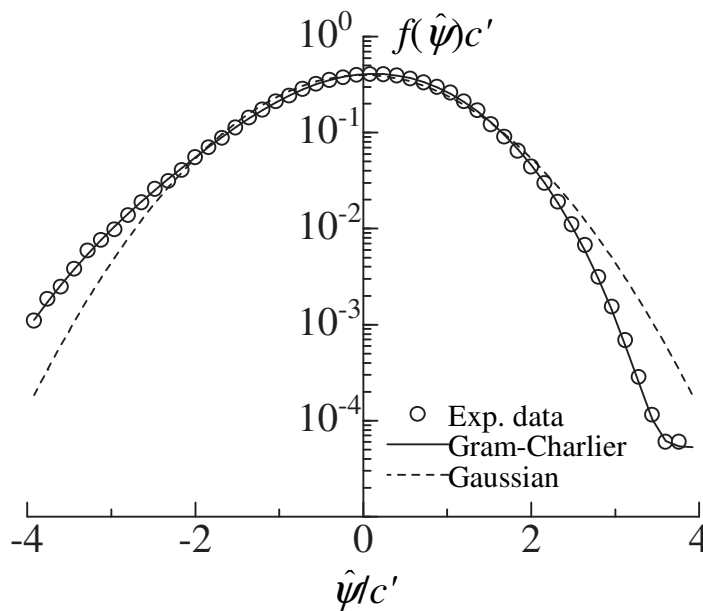


Fig.6.2 Approximation of the probability density function by the Gram-Charlier series expansion.

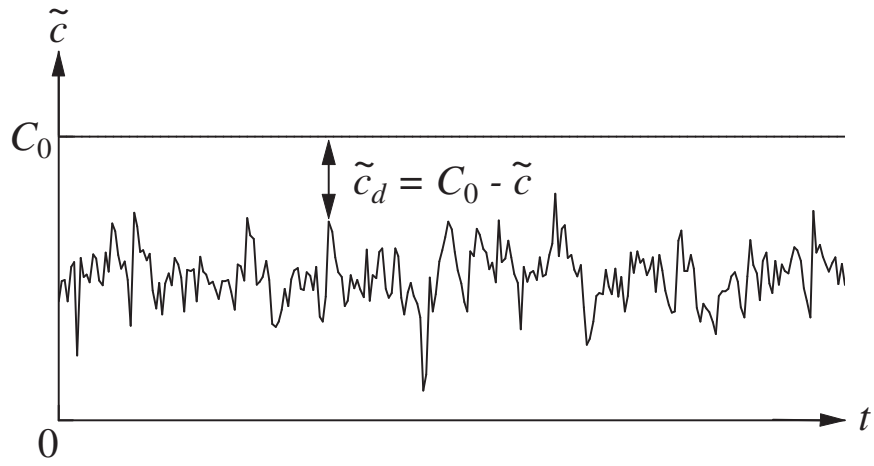


Fig.6.3 The definition of the new variable \tilde{c}_d .

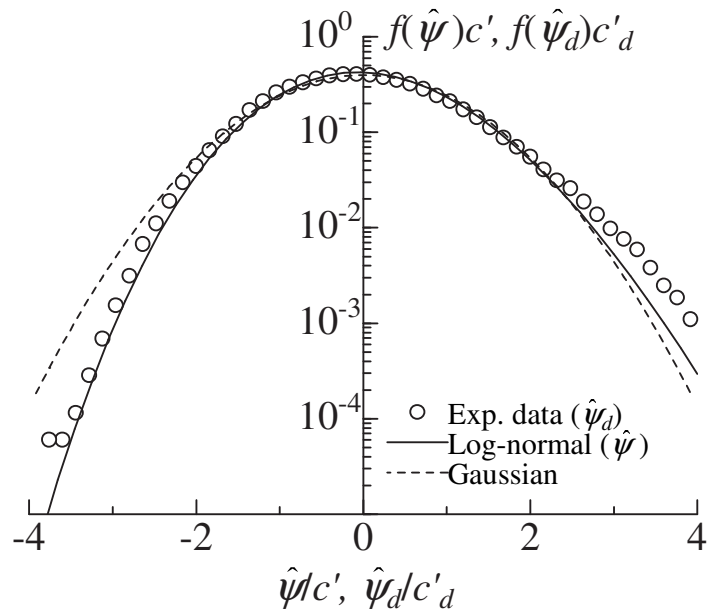


Fig.6.4 Comparison of the concentration-deficient PDF and log-normal distribution.

第7章

結論

本論文では、液相軸対称噴流中の高シュミット数物質拡散場において、乱流拡散場の統計的特性を明らかにすることを目的として実験的研究を行った。第1章で述べたように、乱流拡散現象に関する多くの情報は瞬時速度と瞬時濃度の同時測定を行うことにより得られるが、液相中におけるその種の実験は技術的な困難を伴うため、同時測定から得られる速度と濃度の結合統計量に関しては、いまだに低次モーメントの報告のみに限られている。特に、高シュミット数物質拡散場において、内部間欠性の指標となる微分統計量や物質フラックスの周波数(あるいは波数)依存性を示す速度-濃度コスペクトルについて、実験的に研究された例は見られず、条件付統計量についても報告されている例はわずかである。また、それらの統計量のレイノルズ数依存性について統一的に調査した例も当たらない。そこで、本研究では、吸光光度法を原理とする光ファイバー吸光濃度計を用いた濃度測定法とI型熱膜プローブ(第2,3章)やX型熱膜プローブ(第4,5章)を用いた速度測定法を組み合わせることにより、高シュミット数物質拡散場中の瞬時速度と瞬時濃度の同時測定を行った。

第2章では、光ファイバー吸光濃度計の周波数応答特性の検証後、高シュミット数物質噴流拡散場において、軸方向速度-濃度同時測定を行い、噴流拡散場の基本的特性を確認した結果、以下の結論を得た。

1. 3種類のアンプ(LF411, AD711, TL081)を用いて電流-電圧変換回路を組んだが、アンプの違いによる濃度センサーの周波数応答特性への影響は見られなかった。また、本研究においては、 $50\text{ k}\Omega$ の負荷抵抗回路でも十分な応答性が得られていることが確認できた。そのため、以後行う速度-濃度同時測定では、 $50\text{ k}\Omega$ 負荷抵抗回路を用いて測定を行うこととした。
2. 軸方向速度-濃度結合統計量について調査する前に、周波数応答特性の確認を行った光ファイバープローブとI型熱膜プローブを組み合わせた複合プローブを用いて、高シュミット数物質噴流拡散場の基本的特性を調査したが、本研究で形成した物質噴

流拡散場は、他の研究者らと比較して、ほぼ妥当な流れ場および拡散場が形成されていることが確認できた。

第3章では、高シュミット数物質水溶液を用いて、3種類のレイノルズ数の軸対称乱流噴流中で、軸方向瞬時速度と瞬時濃度の同時測定を行い、以下の結論を得た。

1. 軸方向物質フラックスに対する確率密度関数は指数尾を持ち、正の歪度を持つ。また、負側の尾はレイノルズ数の増加に従い、やや緩やかな傾きになる傾向が見られた。
2. 噴流軸上において、濃度 \tilde{c} により条件付けを行った変動速度成分 u に対する平均値 $\langle u | \tilde{c} = \psi \rangle$ の分布は良い相似性を示し、また、 $\langle u | \psi \rangle c' / \langle uc \rangle$ は濃度に対して傾きが1の線形性を示した。これは、軸方向速度-濃度結合確率密度関数が結合ガウス分布でよく近似できることを示している。なお、条件付平均速度分布にはレイノルズ数依存性は見られなかった。
3. 本研究では、軸方向速度-濃度コスペクトルに、およそ $-7/3$ 乗に従うべき乗則領域が現れた。その領域は、速度場の慣性小領域と拡散場の対流小領域が重なる領域とほぼ一致する。また、本研究のレイノルズ数範囲では、レイノルズ数の違いによる影響はほとんど見られなかった。
4. 縦微分速度と縦微分濃度に対する確率密度関数 (PDF) はいずれも指数尾を持つ。微分速度 PDF に関しては負の歪度を持つが、微分濃度 PDF はほぼ対称な分布形状となり、その歪度は0に近い値を示した。なお、微分濃度 PDF がほぼ対称な形状を示すことは高シュミット数によるものであると予想されるが、その詳細については不明な部分が多く、DNSによる微小空間での混合・拡散メカニズムの解明やシュミット数依存性に関する統一的な実験的研究が望まれる。

第4章では、高シュミット数物質水溶液を用いた軸対称噴流拡散場中で、5種類のレイノルズ数に対して軸方向および半径方向瞬時速度と瞬時濃度の同時測定を行い、物質フラックスの統計的特性について調査した結果、以下の結論を得た。

1. 本研究で得られた半径方向物質フラックスの半径方向分布は、他の研究者らと分子シュミット数(あるいは分子プラントル数)が大きく異なるにも関わらず、相似な分布形状を示した。この結果から、物質フラックスは速度場の最小スケールより小さなスケールの濃度変動の影響をほとんど受けないものと考えられる。
2. 中心軸上における軸方向速度-濃度コスペクトルは、 $2 \times 10^{-1} \lesssim ft_{ul} \lesssim 1 \times 10^0$ の領域において、 $-7/3$ 乗に従うべき乗則領域が現れた。この領域は速度場の慣性小領域と拡散場の対流小領域が重なる領域とほぼ一致する。また、速度場の散逸領域にあ

たる領域 $1 \times 10^0 \lesssim ft_{uI}$ では，コスペクトルが激しく変動しながら減衰していく傾向が見られる．

3. 中心軸からやや離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) では，軸方向速度-濃度コスペクトルはほぼ $-7/3$ 乗の傾きを示したが，半径方向速度-濃度コスペクトルは $-7/3$ よりも緩やかな傾きを示し，その傾きはおよそ -2 であった．

第5章では，第4章で行った5種類のレイノルズ数に対する速度2成分-濃度同時測定の実験データをもとに，条件付平均速度や条件付スカラー散逸率，条件付ラプラシアン of 統計的特性について調査した結果，以下の結論を得た．

1. 噴流軸上において，条件付軸方向平均速度，すなわち，濃度 $\tilde{c} = \psi$ で条件付けを行った軸方向変動速度 u に対する平均値を無次元化した値 $\langle u|\psi \rangle c' / \langle uc \rangle$ の分布は，変動濃度 $\hat{\psi}/c'$ に対して傾きが1の良い線形性を示した．一方，噴流軸からやや離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) における条件付軸方向平均速度 $\langle u|\psi \rangle$ および条件付半径方向平均速度 $\langle v|\psi \rangle$ に関しても，同様の結果が得られた．
2. 条件付スカラー散逸率，すなわち，濃度 $\tilde{c} = \psi$ で条件付けを行ったスカラー散逸率 $\langle \chi|\psi \rangle$ は，噴流軸上では $\langle \chi|\psi \rangle / \langle \chi \rangle = 1$ の平坦な分布形状を示したが，噴流軸からやや離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) では，低濃度側から高濃度側に向かい単調に増加する傾向が見られた．これらの分布形状の違いは，スカラー PDF の分布形状の違いによるものと考えられる．
3. 条件付スカラーラプラシアン，すなわち，濃度 $\tilde{c} = \psi$ で条件付けを行った $\nabla^2 c$ の期待値 $\langle D\nabla^2 c|\psi \rangle$ は，噴流軸上では IEM モデルとほぼ一致するが，噴流軸からやや離れた位置 ($r/b_U = 0.73$) では，IEM モデルからの逸脱が見られる．
4. 今回求めた3種類の条件付統計量は，いずれもレイノルズ数の違いによる分布形状への影響は見られなかった．また，本研究 ($Sc \simeq 3,800$) と他の研究者ら ($Pr \simeq 0.7$) を比較した結果，拡散係数が大きく異なるにも関わらず，分布形状にはそれほど大きな違いは見られなかった．

噴流拡散場の濃度確率密度関数 (PDF) はガウス分布に対して負に歪むことが知られている．第6章では，その歪みに対して Gram-Charlier 級数展開による近似を試み，さらに，濃度欠損量に注目し，濃度 PDF を近似する新たなモデル，ランダム希釈量モデルを構築した結果，以下の結論を得た．

1. 噴流拡散場の濃度 PDF は，Gram-Charlier 級数展開により良く近似できることが確認できた．しかしながら，Gram-Charlier 級数展開では5次のモーメントもしくはは

それ以上の高次モーメントまで求めなければ近似することができないため、数値計算により濃度 PDF を求めるのは非常に困難である。

2. 本研究では濃度の欠損量に注目し、濃度欠損量 PDF を求めたところ、濃度に対する対数正規分布とほぼ一致することが示された。対数正規分布は2次のモーメントまでで求められることから、この濃度欠損に対するランダム希釈モデルは数値計算において非常に有効であると予想される。

謝辞

本論文は平成 14 年 4 月より平成 19 年 1 月にかけて，名古屋大学大学院工学研究科，機械理工学専攻，環境・エネルギー工学講座，統計流体工学研究グループにおいて，名古屋大学大学院 酒井康彦教授の御指導のもとに行われた研究をまとめたものです．本論文を結ぶにあたり，長年にわたり終始丁寧な御指導と御鞭撻を賜りました酒井康彦教授に謹んで感謝の意を表します．

本論文をまとめるに際し，名古屋大学大学院 山下博史教授（機械理工学専攻），吉川典彦教授（マイクロ・ナノシステム工学専攻）ならびに名古屋大学エコトピア科学研究所 長谷川豊教授からは，有益な御教示と注意深い御検討を賜りました．ここに深く感謝申し上げます．

本論文は主に，酒井康彦教授および名古屋大学大学院 長田孝二助教授，名古屋大学エコトピア科学研究所 久保貴助手との共同研究として，日本機械学会論文集などに公表した研究論文を中心にまとめたものです．研究を始めて以来，丁寧なご指導とご助言を頂きました長田孝二助教授ならびに久保貴助手に深く感謝申し上げます．

本研究を遂行するにあたり，独立行政法人日本学術振興会から科学研究費補助金（基盤研究（B），No.16360089）の援助を受け賜りました．ここに記して謝意を表します．

最後に，共同研究者として実験に御協力頂きました卒業研究生および大学院生の諸氏，ならびに御支援，御協力頂いた多くの方々に御礼申し上げます．

参考文献

- (1) The Intergovernmental Panel on Climate Change website. <http://www.ipcc.ch/>.
- (2) 日経 Automotive Technology, pp. 124–143. 日経 BP, 2006 Spring.
- (3) 経済産業省関東経済産業局ウェブサイト. <http://www.kanto.meti.go.jp/>.
- (4) United States Environmental Protection Agency website. <http://www.epa.gov/scram001/dispersion.alt.htm>.
- (5) 笠木伸英ほか (編). 流体実験ハンドブック. 朝倉書店, 1997.
- (6) 大倉大甫ほか. 吸光光度法 有機編 . 共立出版, 1984.
- (7) K. S. Venkataramani, N. K. Tutu, and R. Chevray. Probability distribution in a round heated jet. *Physics of Fluids*, Vol. 18, pp. 1413–1420, 1975.
- (8) K. S. Venkataramani and R. Chevray. Statistical features of heat transfer in grid-generated turbulence: constant-gradient case. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 86, pp. 513–543, 1978.
- (9) R. Chevray and N. K. Tutu. Intermittency and preferential transport of heat in a round jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 88, pp. 133–160, 1978.
- (10) Jayesh and Z. Warhaft. Probability distribution, conditional dissipation, and transport of passive temperature fluctuations in grid-generated turbulence. *Physics of Fluids A*, Vol. 4, pp. 2292–2307, 1992.
- (11) L. Mydlarski and Z. Warhaft. Passive scalar statistics in high-Péclet-number grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 358, pp. 135–175, 1998.
- (12) L. Mydlarski. Mixed velocity-passive scalar statistics in high-Reynolds-number turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 475, pp. 173–203, 2003.
- (13) L. Mydlarski and Z. Warhaft. On the onset of high-Reynolds-number grid-generated wind tunnel turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 320, pp. 331–368, 1996.
- (14) N. R. Panchapakesan and J. L. Lumley. Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part2. Helium jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 246, pp. 225–247, 1993.
- (15) R. G. Batt. Turbulent mixing of passive and chemically reacting species in a low-speed shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 82, pp. 53–95, 1977.
- (16) P. N. Papanicolaou and E. J. List. Investigations of round vertical turbulent buoyant jets. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 195, pp. 341–391, 1988.

- (17) S. Simoens and M. Ayrault. Concentration flux measurements of a scalar quantity in turbulent flows. *Experiments in Fluids*, Vol. 16, pp. 273–281, 1994.
- (18) F. Lemoine, M. Wolff, and M. Lebouche. Simultaneous concentration and velocity measurements using combined laser-induced fluorescence and laser Doppler velocimetry. *Experiments in Fluids*, Vol. 20, pp. 319–327, 1996.
- (19) D. R. Webster, P. J. W. Roberts, and L. Ráad. Simultaneous DPTV/PLIF measurements of a turbulent jet. *Experiments in Fluids*, Vol. 30, pp. 65–72, 2001.
- (20) A. Borg, J. Bolinder, and L. Fuchs. Simultaneous velocity and concentration measurements in the near field of a turbulent low-pressure jet by digital particle image velocity-planar laser-induced fluorescence. *Experiments in Fluids*, Vol. 31, pp. 140–152, 2001.
- (21) G. R. Wang and H. E. Fiedler. On high spatial scalar measurement with LIF. Part 1, photobleaching and thermal blooming. *Experiments in Fluids*, Vol. 29, pp. 257–264, 2000.
- (22) G. R. Wang and H. E. Fiedler. On high spatial scalar measurement with LIF. Part 2, the noise characteristic. *Experiments in Fluids*, Vol. 29, pp. 265–274, 2000.
- (23) 酒井康彦, 岡田吉弘, 中村育雄, 小林紀久, 三輪昌隆. 軸対称乱流噴流中の速度およびスカラー量の同時測定. 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 65, No. 634, pp. 142–150, 1999.
- (24) 酒井康彦, 岡田吉弘, 中村育雄, 小林紀久. 軸対称乱流噴流中の速度およびスカラー量の同時測定 (第 2 報, 速度とスカラー量のスペクトルおよび相関の構造). 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 66, No. 647, pp. 113–119, 2000.
- (25) 岡田吉弘, 酒井康彦, 小林紀久. 軸対称乱流噴流中の速度・スカラー相関の構造. 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 67, No. 664, pp. 173–180, 2001.
- (26) A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, Vol. 30, pp. 301–305, 1941.
- (27) 中村育雄. 乱流現象. 朝倉書店, 1992.
- (28) U. Frisch. *Turbulence: The legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- (29) 後藤俊幸. 乱流理論の基礎. 朝倉書店, 1998.
- (30) S. B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000.
- (31) K. R. Sreenivasan. On the universality of the Kolmogorov constant. *Physics of Fluids*, Vol. 7, pp. 2778–2784, 1995.
- (32) S. G. Saddoughi and S. V. Veeravalli. Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 268, pp. 333–372, 1994.
- (33) A. M. Obukhov. The structure of the temperature field in a turbulent flow. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR*, Vol. 13, pp. 58–69, 1949.
- (34) S. Corrsin. On the spectrum of isotropic temperature field in isotropic turbulence. *Journal of Applied Physics*, Vol. 22, pp. 469–473, 1951.
- (35) A. S. Monin and A. M. Yaglom. *Statistical Fluid Mechanics*, Vol. 2. The MIT Press, 1975.

-
- (36) A. M. Yaglom. Laws of small-scale turbulence in atmosphere and ocean. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*, Vol. 17, pp. 919–935, 1981.
- (37) K. R. Sreenivasan. The passive scalar spectrum and the Obukhov-Corrsin constant. *Physics of Fluids*, Vol. 8, pp. 189–196, 1996.
- (38) G. K. Batchelor. Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid. Part 1. general discussion and the case of small conductivity. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 5, pp. 113–133, 1958.
- (39) C. H. Gibson. Fine structure of scalar fields mixed by turbulence. Part 2. spectral theory. *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 2316–2327, 1968.
- (40) J. Qian. Viscous range of turbulent scalar of large Prandtl number. *Fluid Dynamics Research*, Vol. 15, pp. 103–112, 1995.
- (41) P. L. Miller and P. E. Dimotakis. Measurements of scalar power spectra in high Schmidt number turbulent jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 308, pp. 129–146, 1996.
- (42) Z. Warhaft. Passive scalars in turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 32, pp. 203–240, 2000.
- (43) P. K. Yeung, S. Xu, and K. R. Sreenivasan. Schmidt number effects on turbulent transport with uniform mean scalar gradient. *Physics of Fluids*, Vol. 14, pp. 4178–4191, 2002.
- (44) P. Mestayer. Local isotropy and anisotropy in a high-Reynolds number turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 125, pp. 475–503, 1982.
- (45) K. R. Sreenivasan. On local isotropy of passive scalars in turbulent shear flows. *Proceedings of Royal Society of London*, Vol. 434, pp. 165–182, 1991.
- (46) W. K. George and H. J. Hussein. Locally axisymmetric turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 233, pp. 1–23, 1991.
- (47) J. A. Domaradzki and R. S. Rogallo. Local energy transfer and nonlocal interactions in homogeneous, isotropic turbulence. *Physics of Fluids A*, Vol. 2, pp. 413–426, 1990.
- (48) G. K. Batchelor and A. A. Townsend. The nature of turbulent motion at large wavenumbers. *Proceedings of Royal Society of London*, Vol. 199, pp. 238–255, 1949.
- (49) J. C. Wyngaard and H. Tennekes. Measurements of the small-scale structure of turbulence at moderate Reynolds numbers. *Physics of Fluids*, Vol. 13, pp. 1962–1969, 1970.
- (50) H. Tennekes. Simple model for the small-scale structure of turbulence. *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 669–671, 1968.
- (51) G. K. Batchelor and A. A. Townsend. Decay of vorticity in isotropic turbulence. *Proceedings of Royal Society of London*, Vol. 190, pp. 534–550, 1947.
- (52) S. Corrsin. Turbulent dissipation fluctuations. *Physics of Fluids*, Vol. 5, pp. 1301–1302, 1962.
- (53) P. G. Saffman. *Topics in non-linear physics*. Springer-Verlag, 1968.
- (54) P. G. Saffman. Dependence on Reynolds number of high-order moments of velocity derivatives in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, Vol. 13, pp. 2193–2194, 1970.

-
- (55) C. H. Gibson and P. Masiello. *Statistical Models and Turbulence*, Vol. 12. Springer-Verlag, 1972.
- (56) C. W. Van Atta and R. A. Antonia. Reynolds number dependence of skewness and flatness factors of turbulent velocity derivatives. *Physics of Fluids*, Vol. 23, pp. 252–257, 1980.
- (57) P. Tabeling, G. Zocchi, F. Belin, J. Maurer, and H. William. Probability density functions, skewness and flatness in large Reynolds number turbulence. *Physical Review E*, Vol. 53, pp. 1613–1621, 1996.
- (58) K. R. Sreenivasan and R. A. Antonia. The phenomenology of small-scale turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 29, pp. 435–472, 1997.
- (59) R. W. Stewart. Turbulence and waves in a stratified atmosphere. *Radio Science*, Vol. 4, pp. 1269–1278, 1969.
- (60) C. W. Van Atta. Influence of fluctuations in dissipation rates on some statistical properties of turbulent scalar fields. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*, Vol. 10, pp. 712–719, 1974.
- (61) R. A. Antonia and H. Q. Danh. Structure of temperature fluctuations in a turbulent boundary layer. *Physics of Fluids*, Vol. 20, pp. 1050–1057, 1977.
- (62) H. Tennekes. Intermittency of the small-scale structure of atmospheric turbulence. *Boundary-Layer Meteorology*, Vol. 4, pp. 241–250, 1973.
- (63) R. A. Antonia and C. W. Van Atta. Prediction of high order moments of turbulent temperature derivatives for large Reynolds numbers. *Physics of Fluids*, Vol. 17, pp. 1776–1777, 1974.
- (64) R. A. Antonia and A. J. Chambers. On the correlation between turbulent velocity and temperature derivatives in the atmospheric surface layer. *Boundary-Layer Meteorology*, Vol. 18, pp. 399–410, 1980.
- (65) M. Holzer and E. D. Siggia. Turbulent mixing of a passive scalar. *Physics of Fluids*, Vol. 6, pp. 1820–1837, 1994.
- (66) J. L. Lumley. The spectrum of nearly inertial turbulence in a stably stratified fluid. *Journal of Atmospheric Science*, Vol. 21, pp. 99–102, 1964.
- (67) J. L. Lumley. Similarity and the turbulent energy spectrum. *Physics of Fluids*, Vol. 10, pp. 855–858, 1967.
- (68) L. F. Richardson. The supply of energy from and to atmospheric eddies. *Proceedings of the Royal Society A*, Vol. 97, pp. 354–373, 1920.
- (69) R. A. Antonia and R. J. Smalley. Velocity and temperature scaling in a rough wall boundary layer. *Physical Review E*, Vol. 62, pp. 640–646, 2000.
- (70) J. C. Wyngaard and O. R. Coté. Cospectral similarity in the atmospheric surface layer. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 98, pp. 590–603, 1972.
- (71) J. C. Kaimal, J. C. Wyngaard, Y. Izumi, and O. R. Coté. Spectral characteristics of surface-layer turbulence. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 98, pp. 563–589, 1972.

- (72) W. J. Massman and X. Lee. Eddy covariance flux corrections and uncertainties in long-term studies of carbon and energy exchanges. *Agricultural and Forest Meteorology*, Vol. 113, pp. 121–144, 2002.
- (73) C. Feigenwinter, R. Vogt, and E. Parlow. Vertical structure of selected turbulence characteristics above an urban canopy. *Theoretical and Applied Climatology*, Vol. 62, pp. 51–63, 1999.
- (74) R. Kormann, Müller, and P. Werle. Eddy flux measurements of methane over the fen ‘Murnauer Moos’, 11°11’e, 47°39’n, using a fast turnable diode laser spectrometer. *Atmospheric Environment*, Vol. 35, pp. 2533–2544, 2001.
- (75) H. B. Su, H. P. Schmid, C. S. Vogel, and A. J. Oliphant. Spectral characteristics and correction of long-term eddy-covariance measurements over two mixed hardwood forests in non flat terrain. *Boundary-Layer Meteorology*, Vol. 110, pp. 213–253, 2004.
- (76) P. A. O’Gorman and D. I. Pullin. The velocity-scalar cross spectrum of stretched spiral vortices. *Physics of Fluids*, Vol. 15, pp. 280–291, 2003.
- (77) T. S. Lundgren. Strained spiral vortex model for turbulent fine structure. *Physics of Fluids*, Vol. 25, pp. 2193–2203, 1982.
- (78) W. J. T. Bos, H. Touil, L. Shao, and J. P. Bertoglio. On the behavior of the velocity-scalar cross correlation spectrum in the inertial range. *Physics of Fluids*, Vol. 16, pp. 3818–3823, 2004.
- (79) P. A. O’Gorman and D. I. Pullin. Effect of schmidt number on the velocity-scalar cospectrum in isotropic turbulence with a mean scalar gradient. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 532, pp. 111–140, 2005.
- (80) T. S. Lundgren. Model equation for nonhomogeneous turbulence. *Physics of Fluids*, Vol. 12, pp. 485–497, 1969.
- (81) C. Dopazo and E. E. O’Brien. An approach to the autoignition of a turbulent mixture. *Acta Astronautica*, Vol. 1, pp. 1239–1266, 1974.
- (82) C. Dopazo and E. E. O’Brien. Functional formulation of nonisothermal turbulent reactive flows. *Physics of Fluids*, Vol. 17, pp. 1968–1975, 1975.
- (83) C. Dopazo and E. E. O’Brien. Statistical treatment of non-isothermal chemical reactions in turbulence. *Combustion Science and Technology*, Vol. 13, pp. 99–118, 1976.
- (84) S. B. Pope. The probability approach to the modeling of turbulent reacting flow. *Combustion and Flame*, Vol. 27, pp. 299–312, 1976.
- (85) J. Janicka, W. Kolbe, and W. Kollmann. The solution of a PDF-transport equation for turbulent diffusion flames. In *Proceedings of the 26th Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute*, pp. 296–312. Stanford University Press, 1978.
- (86) S. B. Pope. Monte Carlo calculations of premixed turbulent flames. In *Proceedings of the 18th Symposium on Combustion*, pp. 1001–1010. The Combustion Institute, 1981.
- (87) P. Givi, W. A. Sirignano, and S. B. Pope. Probability calculations for turbulent jet flows with mixing and reaction of NO and O₃. *Combustion Science and Technology*, Vol. 37, pp. 59–78, 1984.

- (88) T. V. Nguyen and S. B. Pope. Monte Carlo calculations of turbulent diffusion flames. *Combustion Science and Technology*, Vol. 42, pp. 13–45, 1984.
- (89) R. O. Fox. *Computational models for turbulent reacting flow*. Cambridge University Press, 2003.
- (90) S. B. Pope. The statistical theory of turbulent flames. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 291, pp. 529–568, 1979.
- (91) S. B. Pope. Pdf methods for turbulent reactive flows. *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 11, pp. 119–192, 1985.
- (92) J. D. Li and R. W. Bilger. A simple theory of conditional mean velocity in turbulent scalar-mixing layer. *Physics of Fluids*, Vol. 6, pp. 605–610, 1994.
- (93) M. Ferchichi and S. Tavoularis. Scalar probability density function and fine structure in uniformly sheared turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 461, pp. 155–182, 2002.
- (94) J. F. Lucas, L. Pietri, M. Amielh, and F. Anselmet. Conditional velocity statistics in turbulent jets. In U. Frisch, editor, *Advances in Turbulence VII*, pp. 561–564. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- (95) M. R. Overholt and S. B. Pope. Direct numerical simulations of a passive scalar with imposed mean gradient in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, Vol. 8, pp. 3128–3148, 1996.
- (96) G. I. Taylor. The spectrum of turbulence. *Proceeding of Royal Society of London*, Vol. 132, pp. 476–490, 1938.
- (97) P. Kailasnath, K. R. Sreenivasan, and J. R. Saylor. Conditional scalar dissipation rates in turbulent wakes, jets, and boundary layers. *Physics of Fluids A*, Vol. 5, pp. 3207–3215, 1993.
- (98) R. S. Miller, F. A. Jaber, and P. Givi. Modeling and simulation of conditional scalar statistics in turbulent mixing and reaction. In *10th Symposium on Turbulent Shear Flows*, Vol. 2, 1995.
- (99) J. Villiermaux and J. C. Devillon. Représentaion de la coalescence et de la redispersion des domaines de ségrégation dans un fluide par un modèle d’interaction phénoménologique. In *Proceedings of the 2nd International Symposium on Chemical Reaction Engineering*, pp. 1–13, 1972.
- (100) 酒井康彦, 内田健児, 久保貴, 長田孝二. 高 Schmidt 数物質拡散場における速度・スカラー結合統計量. 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 72, No. 723, pp. 2702–2709, 2006.
- (101) 内田健児, 酒井康彦, 久保貴, 長田孝二. 光ファイバー吸光濃度計の周波数応答特性の検討と高 Schmidt 数物質噴流拡散場の統計的特性に関する研究. 流体熱工学研究. 投稿中.
- (102) 岡田吉弘. 軸対称乱流噴流中の物質拡散に関する実験的研究. 学位論文, 名古屋大学, 2001.
- (103) 水谷好生. 濃度検出プローブ検査体積と測定値の関係の研究. 卒業論文, 名古屋大学, 1995.
- (104) 有機合成化学協会 (編). 染料便覧. 丸善, 1970. 新版.
- (105) 宮崎仁. 信号変換回路. トランジスタ技術 SPECIAL, Vol. 41, pp. 28–35, 1993.

- (106) N. R. Panchapakesan and J. L. Lumley. Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part1. Air jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 246, pp. 197–223, 1993.
- (107) H. A. Becker, H. C. Hottel, and G. C. Williams. The nozzle-fluid concentration field of the round turbulent, free jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 285–303, 1967.
- (108) I. Wygnanski and H. Fiedler. Some measurements in the self-preserving jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 38, pp. 577–612, 1969.
- (109) A. D. Birch, D. R. Browne, M. G. Dodson, and J. R. Thomas. The turbulent concentration field of a methane jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 88, pp. 431–449, 1978.
- (110) D. B. Spalding. Concentration fluctuations in a round turbulent free jet. *Chemical Engineering Science*, Vol. 26, pp. 95–107, 1971.
- (111) C. A. Friehe, C. W. Van Atta, and C. H. Gibson. Jet turbulence: dissipation rate measurements and correlation. *Turbulent Shear Flow*, No. 93, pp. 18.1–18.7, 1972. AGARD Conference Proceedings.
- (112) D. R. Dowling and P. E. Dimotakis. Similarity of the concentration field of gas-phase turbulent jets. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 218, pp. 109–141, 1990.
- (113) C. Dopazo. Probability density function approach for a turbulent axisymmetric heated jet. centerline evolution. *Physics of Fluids*, Vol. 18, pp. 397–404, 1975.
- (114) C. Tong and Z. Warhaft. Passive scalar dispersion and mixing in turbulent jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 292, pp. 1–38, 1995.
- (115) National Semiconductor. *Web catalog*. <http://www.national.com/pf/LF/LF411.html>.
- (116) Analog Devices. *Web catalog*. http://www.analog.com/jp/prod/0,,759_786_AD711,00.html.
- (117) National Semiconductor. *Web catalog*. <http://www.national.com/opf/TL/TL081.html>.
- (118) S. Komori, K. Nagata, K. Kanzaki, and Y. Murakami. Measurements of mass flux in a turbulent liquid flow with a chemical reaction. *AIChE J.*, Vol. 39, pp. 1611–1620, 1993.
- (119) C. H. Gibson and W. H. Schwarz. The universal equilibrium spectra of turbulent velocity and scalar fields. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 16, pp. 365–384, 1963.
- (120) R. A. Antonia, B. R. Satyaprakash, and A. K. M. F. Hussain. Measurements of dissipation rate and some other characteristics of turbulent plane and circular jets. *Physics of Fluids*, Vol. 23, pp. 695–700, 1980.
- (121) C. W. Van Atta and W. Y. Chen. Structure functions of turbulence in the atmospheric boundary layer over the ocean. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 44, pp. 145–159, 1970.
- (122) 酒井康彦, 内田健児, 久保貴, 長田孝二. 高シュミット数物質拡散場における物質フラックスの統計的特性. 日本機械学会論文集 B 編. 掲載決定.
- (123) Y. Sakai, K. Uchida, T. Kubo, and K. Nagata. Statistical features of scalar flux in a high-Schmidt-number turbulent jet. In *Proceedings of International Union of Theoretical and Applied Mechanics Symposium 2006 Nagoya*. 掲載決定.

- (124) 岡田吉弘, 酒井康彦. 軸対称乱流噴流における運動エネルギーおよびスカラー平均散逸率の推定. *流体熱工学研究*, Vol. 36, No. 1, pp. 17–25, 2001.
- (125) H. Tennekes and J. L. Lumley. *A first course in turbulence*. The MIT Press, 1972.
- (126) L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, 2nd edition, 1987.
- (127) K. R. Sreenivasan. On the scaling of the energy dissipation rate. *Physics of Fluids*, Vol. 27, pp. 1048–1051, 1984.
- (128) K. R. Sreenivasan. An update on the energy dissipation rate in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, Vol. 10, pp. 528–529, 1998.
- (129) J. L. Lumley. Some comments on turbulence. *Physics of fluids A*, Vol. 4, pp. 203–211, 1992.
- (130) G. Xu, R. A. Antonia, and S. Rajagopalan. Scaling of mean temperature dissipation rate. *Physics of Fluids*, Vol. 12, pp. 3090–3093, 2000.
- (131) G. Stolovitzky and K. R. Sreenivasan. Intermittency, the second-order structure function, and the turbulent energy-dissipation rate. *Physical Review E*, Vol. 52, pp. 3242–3244, 1995.
- (132) S. Tavoularis and S. Corrsin. Experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow with a uniform mean temperature gradient. Part 1. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 104, pp. 311–347, 1981.
- (133) Y. Zhu and R. A. Antonia. Refined similarity hypotheses for turbulent velocity and temperature fields. *Physics of Fluids*, Vol. 7, pp. 1637–1648, 1995.
- (134) J. Jiménez, A. A. Wray, P. G. Saffman, and R. S. Rogallo. The structure of intense vorticity in homogeneous isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 255, pp. 65–90, 1993.
- (135) L. P. Wang, S. Chen, J. Brasseur, and J. C. Wyngaard. Examination of hypotheses in the Kolmogorov refined turbulence theory through high-resolution simulations. Part 1. velocity field. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 309, pp. 113–156, 1996.
- (136) P. K. Yeung and Y. Zhou. On the universality of the Kolmogorov constant in numerical simulations of turbulence. *Physical Review E*, Vol. 56, pp. 1746–1752, 1997.
- (137) L. P. Wang, S. Chen, and J. G. Brasseur. Examination of hypotheses in the Kolmogorov refined turbulence theory through high-resolution simulations. Part 2. passive scalar field. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 400, pp. 163–197, 1999.
- (138) A. W. K. Law and H. Wang. Simultaneous velocity and concentration measurements of buoyant jet discharges with combined DPIV and PLIF. In *2nd International Symposium on Environmental Hydraulics*, pp. 211–216, 1998.
- (139) 内田健児, 酒井康彦, 久保貴, 長田孝二. 高シュミット数物質拡散場における条件付統計量の特徴. *日本機械学会論文集 B 編*. 掲載決定.
- (140) S. Heinz. *Statistical mechanics of turbulent flows*. Springer-Verlag, 2003.

-
- (141) J. F. Lucas, L. Pietri, M. Amielh, and F. Anselmet. *Conditional velocity statistics in turbulent jets*, pp. 561–564. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- (142) K. Saradi, A. M. K. P. Taylor, and J. H. Whitelaw. Conditional scalar dissipation statistics in a turbulent counterflow. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 361, pp. 1–24, 1998.
- (143) V. Eswaran and S. B. Pope. Direct numerical simulations of the turbulent mixing of a passive scalar. *Physics of Fluids*, Vol. 31, pp. 506–520, 1988.
- (144) P. Vedula, P. K. Yeung, and R. O. Fox. Dynamics of scalar dissipation in isotropic turbulence: a numerical and modelling study. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 433, pp. 29–60, 2001.
- (145) Y. Sakai, K. Uchida, and T. Kushida. Experimental study on statistical characteristics of the jet diffusion field. In *Proceedings of the 3rd International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Vol. 1, pp. 335–340, 2003.
- (146) 日野幹雄. スペクトル解析, pp. 115–117. 朝倉書店, 1977.
- (147) G. T. Csanady. *Turbulent diffusion in the environment*, p. 222. D. Reidel Publishing Co., 1973.
- (148) J. Feder. *Fractals*. Plenum Press, 1988.