

格子等価連続体化法による鉄筋コンクリート部材の有限要素解析

伊藤 睦¹・Kongkeo PHAMAVANH²・中村 光³・田辺 忠顕⁴

¹正会員 工博 中部大学都市建設工学科講師 (〒487-8501 愛知県春日井市松本町 1200)

²正会員 工修 名古屋大学大学院社会基盤工学専攻 (〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)

³正会員 工博 名古屋大学大学院社会基盤工学専攻教授 (〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)

⁴フェロー会員 工博 名古屋大学名誉教授 (〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)

本論文は、格子等価連続体化法と称する手法により、鉄筋コンクリート要素の構成式を構築するとともに2次元問題への適用を行ったものである。格子等価連続体化法とは、鉄筋コンクリート要素内の力の流れを、複数本の格子成分を用いるとともに、各格子成分に等価軸心力-ひずみ関係式を適用することにより、連続体構成式を導く手法である。加えて本研究では、開発する構成式、解析アルゴリズムの点において、より収斂性が良く、ポストピーク領域においても安定して解が得られる有限要素法解析ツールの構築を目指している。構築した解析ツールを用いて、構成式の検証を行うとともに、Snap-back挙動も含めた脆性的なせん断破壊するRCはり部材のポストピーク挙動を予測し、実験値と比較することで、本解析ツールの有用性について検討を行った。

Key Words: lattice equivalent continuum method, shear lattice, indirect displacement control, FEM analysis, smeared crack model

1. 序論

マクロ的にひずみ軟化材料であるコンクリートと硬化材料である補強筋を組み合わせた鉄筋コンクリート(以下RC)構造物は、荷重が作用することによりひび割れが発生し、さらに荷重が増加すると荷重極大点が発生する。使用する材料、構造諸元、並びに境界条件等の確定の後、設計された構造物が保有する耐震性能を照査し、要求される耐震性能等を満たしているか否かを明らかにすることは、耐震性能設計において必要不可欠であり、硬化領域から、荷重最大点以後のポストピーク領域に至るまで、様々な荷重経路、動的荷重作用下の構造の挙動を、精度良く評価する解析技術の開発が一層必要とされている。

構造物の終局状態は、単に最大荷重によって定義されるだけではなく、ポストピーク領域の構造挙動が重要である場合が多い。それは、耐震設計におけるエネルギー吸収状態などは、ただちにポストピーク領域の荷重-変位曲線の影響を受けるからである。しかしながら、せん断破壊するRC部材の耐荷力は妥当な精度で予測可能^{1),2)}とされているが、荷重最大点以後のポストピーク領域での挙動につい

ての研究例は極わずかである。理論的にポストピーク挙動を把握することは、地震後の変形状態や、破壊領域、及びその損傷度といった情報を、設計者に与えることとなり、RC構造物の耐震安全性の検討、合理的設計に結びつくこととなるのは明らかであるが、この面での解析的研究は、まだ非常に限られていると言えるのである。

この要因として考えられることは、ポストピーク領域における解の収斂性の問題である。解の収斂性は、材料の構成則、解析アルゴリズム、収斂方法に起因するが、従来、鉄筋コンクリート構造解析分野では、構成則の開発に重きがおかれ、統一的に全ての要因を網羅した解析ツールの開発は進んでいない。勿論、精度の良いコンクリート構成則の開発は重要であるが、ポストピーク挙動を評価できなければ、その構成則の機能を十分に発揮することはできない。加えて、ポストピーク領域では、経路の安定性の問題^{3),4)}も存在することから、ツールとしての解析モデルの構築が必要と考えられる。

本論文では、上述に鑑みて、解の収斂性の良い解析ツールの開発を主眼とし、簡便で精度の良い鉄筋コンクリート要素構成式の開発と、脆性的なせん断破壊する部材のポス

トピーク挙動の評価も可能となる計算手法の開発を目的とする。

構成式の開発においては、格子等価連続体化法と称する手法を用いて、2次元RC要素構成式を構築するとともに、既往の実験を用いて、構成式の検証を行う。加えて、収斂性の良い解析アルゴリズム、収斂方法を用いて、脆性的なせん断破壊挙動を示すRC部材のポストピーク挙動の評価を行うとともに、実験値と比較することで、提案する解析ツールの有用性について検討を行う。

2. 鉄筋コンクリート要素構成式の構築

(1) 格子等価連続体化法の概要

1994年に二羽らは、連続体である鉄筋コンクリート部材を、ひび割れ方向を考慮したトラスの集合体にモデル化するとともに、部材の耐荷機構を一軸格子群と各種等価一軸の応力-ひずみ関係を用いて評価する格子モデル²⁾を開発した。格子モデル解析は、過去の実績^{3), 4), 7)}により、せん断破壊するRC部材の挙動を妥当な精度で予測可能なことが確認されており、使用性、簡便性、解析結果の客観性といった点においても、解析モデルとして必要と考えられる要素を満たしている。

この格子モデル解析の成功を受け、著者らは、1997年より格子モデルを、等価連続体構成式に導き、簡便かつ収斂性に富んだRC連続体要素構成式の開発を進めている。等価一軸応力-ひずみ関係を有する格子システムを、2次元、3次元の等価なRC要素連続体構成式に導くという意味で、RC連続体構成式を導く手法を、格子等価連続体化法と称することとした。

二羽らの格子モデル解析では、その簡便さ、及び仮定から、ひび割れ方向は、部材軸に対し45°と一定とされ、かつひび割れ面におけるせん断伝達は無視されている。また、格子モデルは、大型構造物も少ない自由度で解析可能であるが、局所的な損傷度等を評価することが難しい。格子等価連続体化法によるRC構成式構築の意義は、これら2点を克服し、より一般的で、適用範囲の広いモデルを構築することにある。

格子等価連続体化法の基本コンセプトは、ひび割れに着目して、ひび割れ方向（多くの場合、主応力方向と一致するが、勿論一致しない場合もある。）に、コンクリートストラット（格子）を考えることにある。また、鉄筋そのものは方向性を持っていることから、配筋方向がそのまま鉄筋格子方向となる。以下に、格子等価連続体化法によるRC要素連続体構成式の一般化概念を示す。

今、極く単純な2次元ひずみ場において、図-1に示すように適当な座標軸(x, y)をとり、任意方向の格子成分 l のひずみを求めると、

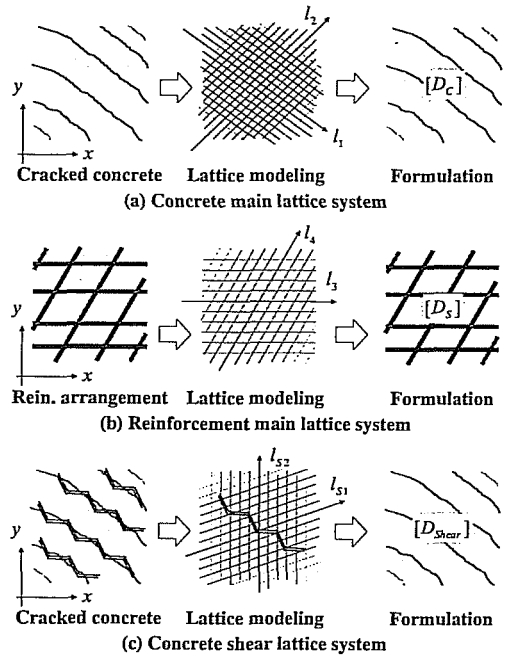


図-1 格子等価連続体化法の概要

$$\Delta \varepsilon_l = [L_l] \Delta \{\varepsilon_g\} \quad (1)$$

添え字 l は、 l の格子という意味であるが、コンクリート格子をひび割れ方向とそれに直行する2方向とすると、応力-ひずみマトリクスは、微小の応力増分区間を線形とし、対角成分と非対角成分をそれぞれ E 、 ν とすると、局所系(1-2系)に対して次式となる。

$$\Delta \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & \nu_{12} & \nu_{13} \\ \nu_{21} & E_{22} & \nu_{23} \\ \nu_{31} & \nu_{32} & E_{33} \end{bmatrix} \Delta \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

更に、2次元応力場の厚さと部材厚との比を t^1 とすると、次式となる。

$$\Delta \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = t^1 \begin{bmatrix} E_{11} & \nu_{12} & \nu_{13} \\ \nu_{21} & E_{22} & \nu_{23} \\ \nu_{31} & \nu_{32} & E_{33} \end{bmatrix} \Delta \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

但し、 $\sum t^i = 1.0$ である。これを次のように書き換える。

$$\Delta \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2^1 & 0 \\ 0 & 0 & D_3^1 \end{bmatrix} \Delta \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$D_1^1 = [E_{11} + \nu_{12} \frac{\Delta \varepsilon_2}{\Delta \varepsilon_1} + \nu_{13} \frac{\Delta \gamma_{12}}{\Delta \varepsilon_1}] t^1 = t^1 f_1(\sigma_1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12})$$

$$D_2^1 = [E_{22} + \nu_{21} \frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta \varepsilon_2} + \nu_{23} \frac{\Delta \gamma_{12}}{\Delta \varepsilon_2}] t^1 = t^1 f_2(\sigma_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12})$$

$$D_3^i = [E_{33} + \nu_{31} \frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta \gamma_{12}} + \nu_{32} \frac{\Delta \varepsilon_2}{\Delta \gamma_{12}}] t^i = t^i f_3(\tau_{12}, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12})$$

同様にして i 番目の層の厚さ比 t^i に関しても、その層のひび割れ角度 α_i に平行及び直方向に対して次式となる。

$$\Delta \begin{Bmatrix} \sigma_1^i \\ \sigma_2^i \\ \tau_{12}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1^i & 0 & 0 \\ 0 & D_2^i & 0 \\ 0 & 0 & D_3^i \end{bmatrix} \Delta \begin{Bmatrix} \varepsilon_1^i \\ \varepsilon_2^i \\ \gamma_{12}^i \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$D_1^i = [E_{11} + \nu_{12}^i \frac{\Delta \varepsilon_2}{\Delta \varepsilon_1} + \nu_{13}^i \frac{\Delta \gamma_{12}^i}{\Delta \varepsilon_1}] t^i = t^i f_1^i(\sigma_1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12})$$

$$D_2^i = [E_{22} + \nu_{21}^i \frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta \varepsilon_2} + \nu_{23}^i \frac{\Delta \gamma_{12}^i}{\Delta \varepsilon_2}] t^i = t^i f_2^i(\sigma_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12})$$

$$D_3^i = [E_{33} + \nu_{31}^i \frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta \gamma_{12}^i} + \nu_{32}^i \frac{\Delta \varepsilon_2}{\Delta \gamma_{12}^i}] t^i = t^i f_3^i(\tau_{12}, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12})$$

後述するように式 (5) において、 D_1^i と D_2^i をコンクリートの Main Lattice とする。ここで、 $\Delta \sigma_1^i$ 、 $\Delta \sigma_2^i$ を全体座標系に変換すると、

$$\Delta \{\sigma_g\} = \sum [L_\sigma^i]^T t^i [D^i] [L_\varepsilon^i] \Delta \{\varepsilon_g\} \quad (6)$$

$$\Delta \{\sigma_g^i\} = [L_\sigma^i]^T \Delta \{\sigma^i\} = [L_\sigma^i]^T t^i [D^i] \Delta \begin{Bmatrix} \varepsilon_1^i \\ \varepsilon_2^i \end{Bmatrix}$$

となり、主方向だけで $2n$ 本 ($i=1 \sim n$) の格子を使った型の構成則 $\sum [L_\sigma^i]^T t^i [D^i] [L_\varepsilon^i]$ が得られる。 D_1^i 、 D_2^i の

表現に関しては、基本的に等価一軸モデルとなっており、一次元の場合には、一軸の応力-ひずみ関係に一致する。

次に D_3^i の表現に関しては、ひび割れ面におけるせん断伝達の格子を用いる。この場合、後述するように、せん断格子はひび割れ面の凹凸の角度によって、2つの local な方向に配置することになるが、ひび割れ面を介して伝達されるせん断応力と直圧縮応力を評価するためには、せん断伝達制御マトリクス $[\Omega]$ の使用が必要となる。

以上のように、2次元ひずみ場の i 層でのコンクリートの構成則は、 D_1^i と、 D_2^i を表現する2本のコンクリート Main lattice と、せん断伝達により伝達される直圧縮応力、せん断応力に関連する D_3^i の一部と D_3^i を表現する2本の Shear lattice の計4本の格子で表されることになる。そのため、全体 (n 層) としては4本本の格子で2次元コンクリート構成則が表されることになる。これらのコンセプトの3次元応力場への展開は容易であって、その一部は既に公表済みである⁹⁾。要は、格子等価連続体化法による構成則は、局所応力-局所ひずみに基づく一般的な構成則となっており、適用に当たっては、それぞれの格子成分に適切な等価一軸応力-ひずみ関係を導くことが重要となる。なお、上述は、直交デカルト座標系を想定したものであるが、斜交座標系でも良い。即ち、コンクリートの Main Lattice は、必ずしも直交する必要はないのである。また2次元問題に

おける部材厚方向の層分割は、帯筋内外のコンクリート耐荷機構の違いや、鉄筋とコンクリート間の付着が及ぶ領域を考慮する時などに用いられる。

(2) 格子等価連続体化法構成式の定式化

格子等価連続体化法構成式では、コンクリート格子成分、鉄筋格子成分を Main Lattice と称する。以下では、上記に鑑みて、より一般的な RC 要素構成式の定式化を示す。

さて、RC 要素にひび割れが発生した場合を想定する。ひび割れたコンクリート、及び任意方向に配置された補強筋の力の流れは、図-1(a) (b) に示すようにモデル化される。これは、ある一層分の力の流れであって、図中 l_1 、 l_2 方向は、その層の耐荷機構の方向を意味するが、要素厚さ方向に l_1 、 l_2 方向とは異なる方向のコンクリート格子成分を何対でも想定することが可能である。即ち、これは擬似的な3次元解析を可能とするもので、格子モデルにおけるアーチ機構⁹⁾のモデル化とも類似する。またこの耐荷機構の方向は、固定することも主方向の変化に追従させることも可能であるが、本論文で示す解析では、これを最初に発生したひび割れ方向とその直交方向に固定している。

ある任意ステップにおいて、RC 要素に $\Delta \{\varepsilon_g\}$ なる増分ひずみが発生した場合、各格子成分方向の一軸ひずみ増分は、ひずみ変換マトリクスの1行目を用いて $\Delta \{\varepsilon_g\}$ を座標変換することにより、2次元問題の場合は次式で求められる。

$$\Delta \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \sin^2 \alpha_1 & \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos^2 \alpha_i & \sin^2 \alpha_i & \cos \alpha_i \sin \alpha_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos^2 \alpha_n & \sin^2 \alpha_n & \cos \alpha_n \sin \alpha_n \end{bmatrix} \Delta \{\varepsilon_g\} \quad (7)$$

ここで、 α は、図-1中の x 軸から各コンクリート、鉄筋格子成分方向の傾斜角である。与えられたひずみ場に対する RC 要素の剛性は、各方向に想定されたコンクリート、鉄筋格子成分の剛性の和で評価され、各方向の応力増分は、等価一軸応力-ひずみ関係を用いて次式で求められる。

$$\Delta \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_i \\ \vdots \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1^i & & & \\ & \ddots & & 0 \\ & & r_i^i & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & r_n^j \end{bmatrix} \Delta \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_i \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{Bmatrix} = [R_n] \Delta \{\varepsilon_i\} \quad (8)$$

$$r_i^j = \frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_j} t^j \quad (9)$$

ここで、下添え字、上添え字はそれぞれ格子番号、層番号を意味し、 $\partial \sigma_i / \partial \varepsilon_j$ は、各格子成分の等価一軸応力-ひずみ関係の接線勾配である。各層の全体座標系の応力増分ベクトル $\Delta \{\sigma_g\}$ は、各格子成分方向の応力増分を応力の変換マトリクスで座標変換することにより次式で求められる。

$$\Delta\{\sigma_g^i\} = [L_\sigma^i]^T \Delta\{\sigma_i^i\} \quad (10)$$

以上より、与えられたひずみ場からある層の応力増分は計算され、最終的に全体座標系の応力-ひずみマトリクスが求められる。なお、3次元構成式も同様な定式化を経て構築することが可能である。

$$\Delta\{\sigma_g\} = \sum [L_\sigma^i]^T [R_n^i] [L_\epsilon^i] \Delta\{\epsilon_g\} = [D] \Delta\{\epsilon_g\} \quad (11)$$

(3) ひび割れ面におけるせん断伝達のモデル化

ひび割れ面でのせん断伝達挙動は、ひび割れ面の粗度、ひび割れ幅、及びせん断変位などの影響を受けるとともに、それら力学量が複雑に影響しあうため、鉄筋コンクリート構造解析において極めて重要である。

過去には様々なせん断伝達モデルが提案されており、中でもひび割れ面での接触という観点から、微視的な物理モデルがいくつか提案されている。それらのモデルは、ひび割れ表面の異方的な幾何学形状に基づいて、せん断伝達を模擬しようとするものである。Walraven and Reinhardt⁹⁾は、ひび割れ表面を一連の球状の骨材に理想化したモデルを提案しており、Bazant and Gambarova¹⁰⁾は、ひび割れ帯に異方的に配置された微視的な面に、多方向の一軸応力分布を仮定した微視的な面モデルを導入したモデルを提案している。また、Liら¹¹⁾は、接触面密度関数を用いたせん断伝達を提案し、良い成果を収めている。しかしながら、これらのモデルは複雑であり、せん断応力-ひずみ関係におけるひずみ軟化挙動や、そのひずみ軟化挙動に、コンクリートの破壊力学の見解が導入されていない。

そこで本研究では、ひび割れ面の形状、及び粗度を大胆に仮定し、せん断変位、及びひび割れ幅の変化に伴うひび割れ面での凸凹の接触という観点から、格子等価連続体化法に基づきせん断伝達モデルを構築した。加えて本モデルは、単調載荷だけでなく、除荷、再載荷及び正負繰返し載荷など、どのような載荷経路に対しても適用可能なモデルとしている。特に、せん断軟化挙動を表現し、解の要素寸法依存性を低減するために、せん断軟化挙動に破壊力学の概念を間接的に導入するとともに、せん断伝達による応力-ひずみマトリクスを陽に表現可能な定式化を行っている。

(4) せん断伝達モデルの定式化

要素内のひずみ場が一様と仮定される Smearred model では、ひび割れ幅 w 、せん断変位 δ とひび割れ引張ひずみ ϵ_{cr} 、せん断ひずみ γ の間では以下の関係が成り立つ。

$$\epsilon_{cr} = w_{total} / L, \quad \gamma = \delta_{total} / L \quad (12)$$

ここで、 w_{total} 、 δ_{total} はひび割れ発生により生ずる全ひび割れ幅、及びせん断変位の和であり、 L は要素の長さであ

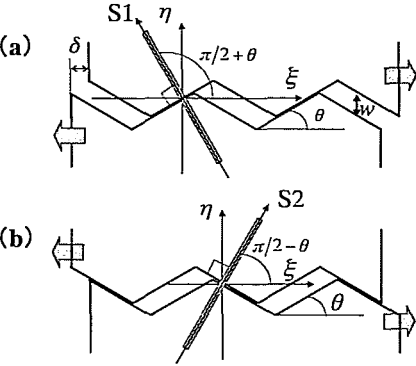
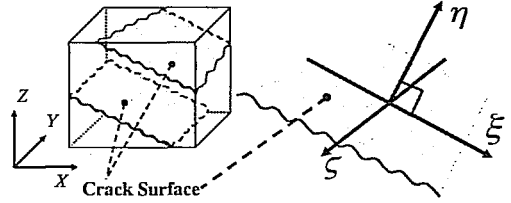


図-2 ひび割れ面のモデル化と Shear Lattice の配置

る。

図-2 に示すように、全体座標系 (X, Y, Z) の三次元空間において、鉄筋コンクリート体に任意方向のひび割れが発生した場合を考え、一つのせん断成分に対する剛性 $(D_{\xi\eta})$ を導く。この時、局所座標系 (ξ, η, ζ) は、ひび割れ進展方向を ξ 軸、ひび割れが広がる方向を η 軸とし、ひび割れは ζ 軸方向に要素を貫通しているものと仮定する。また、ひび割れ面を図-2(a), (b) に示すように、もっとも単純なケースでモデル化する。この場合、ひび割れ面どうしが接触するケースは、図-2(a), (b) の2ケースが考えられることから、1つのひび割れ面に対し、それぞれの接触面に垂直な方向に新たな格子成分を想定している。本構成式では以後、これらひび割れ面に対し想定される格子成分を Shear Lattice と称する。なお、ひび割れ面を複雑な形状にモデル化する場合であれば、3次元的な各方向に格子成分を仮定することとなるが、本構成式では簡便のため、図-2 に示すようにひび割れ面をモデル化し接触面に一本の格子成分を想定している。

さて、3次元問題の場合に、全体座標系 (X, Y, Z) においてひずみ増分が生じた場合を考える。

$$\Delta\{\epsilon_g\} = \Delta\{\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T \quad (13)$$

ひずみ変換マトリクス $[T_\epsilon]$ を用いて、 $\Delta\{\epsilon_g\}$ を図-2 に示す局所座標系 (ξ, η, ζ) におけるひずみベクトル $\Delta\{\epsilon_i\}$ に変換する。

$$\begin{aligned} \Delta\{\epsilon_i\} &= [T_\epsilon] \Delta\{\epsilon_g\}^T \\ &= \Delta\{\epsilon_\xi, \epsilon_\eta, \epsilon_\zeta, \gamma_{\xi\eta}, \gamma_{\eta\zeta}, \gamma_{\zeta\xi}\}^T \end{aligned} \quad (14)$$

全ひび割れ開口変位 w_{total} , 全せん断変位 δ_{total} と関連付けられるひずみ成分はそれぞれ、式 (14) 中の ε_{η} と、ひび割れ発生ひずみ ε_{cr} との差 $\varepsilon_{\eta cr}$, 及びせん断ひずみ $\gamma_{\xi\eta}$ と仮定する。その理由は、ひび割れが開口し始めるひび割れ幅 ($w = 0$) が、引張を受けるコンクリートの応力-ひずみ関係における軟化開始ひずみ ε_{cr} に対応するという仮定に基づくものである。即ち、ひび割れ方向と垂直方向の引張ひずみ ε_{η} が、 $0 \leq \varepsilon_{\eta} \leq \varepsilon_{cr}$ である場合は、ひび割れは完全に閉じているものとする。以上の仮定から、せん断伝達を評価するのに必要なひずみは、 $\varepsilon_{\eta cr}$, $\gamma_{\xi\eta}$ であり、局所座標系 (ξ, η, ζ) におけるひずみベクトル $\Delta\{\varepsilon_i\}$ から、せん断伝達制御マトリクス、 $[\Omega]$ を用いて両者を取り出す。

$$\begin{aligned} \Delta\{\varepsilon_{\eta cr}\} &= [\Omega]\{\varepsilon_i\}^T \\ &= [\Omega]\Delta\{\varepsilon_{\xi}, \varepsilon_{\eta} - \varepsilon_{cr}, \varepsilon_{\zeta}, \gamma_{\xi\eta}, \gamma_{\eta\zeta}, \gamma_{\zeta\xi}\}^T \\ &= \Delta\{0, \varepsilon_{\eta cr}, 0, \gamma_{\xi\eta}, 0, 0\}^T \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $[\Omega]$ は、(2,2), (4,4)成分が1, 他が0の 6×6 マトリクスであり、引張を正とする時、 $\varepsilon_{\eta cr} \geq 0$ である。なお、このマトリクスの非対角項に非ゼロの値を設定することにより、ダイレタンスも表現可能であるが、本論文では、その値が現段階では不明であることから、これを非考慮としている。また、 $\varepsilon_{\eta cr} \geq 0$ とするのは、コンクリート要素が圧縮を受けた場合に、Shear Lattice がその圧縮力に抵抗し、剛性を過大評価することを防ぐためである。加えて、(2,2) を1とすることから、ひび割れ面を介して伝達される直圧縮応力の評価が可能となり、せん断伝達が生じた時のみ2章(1)にある D_2^i の一部を表現することとなる。

ひび割れ面の接触により発生する Shear Lattice 方向 (図-2 中、S1, S2 方向) の接触面応力増分は、式 (15) の増分ひずみベクトル、及び Shear Lattice の等価一軸応力-ひずみ関係を用いることにより計算される。

$$\begin{aligned} \Delta\begin{Bmatrix} \sigma_{S1} \\ \sigma_{S2} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_{S1} & 0 \\ 0 & E_{S2} \end{bmatrix} [T_{\varepsilon, S1, S2}] \Delta\{\varepsilon_{\eta cr}\} \\ &= \begin{bmatrix} E_{S1} & 0 \\ 0 & E_{S2} \end{bmatrix} \Delta\begin{Bmatrix} \varepsilon_{S1} \\ \varepsilon_{S2} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 $[T_{\varepsilon, S1, S2}]$ は、 $\Delta\{\varepsilon_{\eta cr}\}$ のひずみ場から S1, S2 方向のひずみ増分を算定するひずみ変換マトリクスであり、 E_{Sj} は、Shear Lattice における等価一軸応力-ひずみ関係の接線勾配、 $\partial\sigma_{Sj} / \partial\varepsilon_{Sj}$ である。式 (16) で求められた Shear Lattice 方向の応力増分は、応力変換マトリクス $[T_{\sigma, S1, S2}]^{-1}$ を用いて、局所座標系 (ξ, η, ζ) の応力増分ベクトル $\Delta\{\sigma_i\}$ に変換される。加えて、ひび割れ面を介して伝達される応力増分は、 η 軸方向の直圧縮応力、及びせん断応力 $\tau_{\xi\eta}$ のみと仮定することから、 $\Delta\{\sigma_i\}$ は次式で求められる。

$$\Delta\{\sigma_i\} = [\Omega] [T_{\sigma, S1, S2}]^{-1} \Delta\begin{Bmatrix} \sigma_{S1} \\ \sigma_{S2} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

最後に、式 (17) のせん断伝達による局所座標系応力増分ベクトル $\Delta\{\sigma_i\}$ は、局所座標系より全体座標系への応力変換マトリクス $[T_{\sigma}]^{-1}$ を用いて、全体座標系に変換される。以上より、ひび割れ面でのせん断伝達を表現する応力-ひずみマトリクスが得られる。

$$[D_{Shear}]_{XYZ} = [T_{\sigma}]^{-1} [D_{Shear}]_{\xi\eta\zeta} [T_{\varepsilon}] \quad (18)$$

ここで、

$$[D_{Shear}]_{\xi\eta\zeta} = [\Omega] [T_{\sigma, S1, S2}]^{-1} [D_{shear, uni}] [T_{\varepsilon, S1, S2}] [\Omega]$$

式 (18) は、1つのひび割れ面に対して、1せん断成分に対するせん断伝達モデルの定式化である。2次元問題の場合には、1つのひび割れ面に対して2本の Shear Lattice で構成式が構築可能であるが、3次元問題の場合には、ひび割れ面を介して伝達される直圧縮応力、せん断応力が評価するために、4本の Shear Lattice が必要となる。なお、ひび割れが n 方向に発生した場合も同様に定式化することが可能である。即ち、各方向のひび割れ面に Shear Lattice を想定することにより、各ひび割れ面で伝達される直圧縮応力、せん断応力を評価し、ひび割れ幅等を指標に重み付けを用いて次式で評価する。

$$[D_{Shear}]_{XYZ} = \sum \left[\frac{g(w_i)}{g(w_1) + \dots + g(w_n)} [D_{Shear}]_{XYZ, i} \right] \quad (19)$$

ここで、添え字 i は、要素内に発生した異なる方向のひび割れ数を意味し、 g は各ひび割れ面のひび割れ幅 w を変数としたせん断伝達剛性の重み関数である。せん断伝達剛性の重み関数には、例えば $g(w_i) = w_i$ を仮定することができる。

(5) 接触面領域の仮定

せん断伝達挙動は、ひび割れ幅の影響を受ける。この影響は、式 (15) でひび割れ面の凸凹によるかみ合わせ度合いにも考慮されているが、ひび割れ幅がひび割れ面の凸凹よりも大きいのであれば、せん断変形が生じたとしても、ひび割れ面における凸凹のかみ合わせは起こり得ない。本せん断伝達モデルではこの現象を、ひび割れ幅の大きさにより接触面領域の大きさが変化するという考えに基づき、次のように考慮することとした。

ひび割れ面は図-2に示すようにモデル化している。ここで、ひび割れ面での凸凹による山の高さを $w_m + \alpha$ と仮定する。 w_m は、引張軟化曲線において応力が完全に伝達されなくなった時点のひび割れ幅であり、提案するせん断伝達モデルに破壊エネルギーを間接的に導入するものである。またパラメータ値 α は、最大骨材寸法の関数とし、最大骨材寸法の大きさで α の初期値が変化するものとした。仮定としてパラメータ値 α は、最大骨材寸法の半径程度が妥当であると考えられる。なお、繰り返し載荷を受け

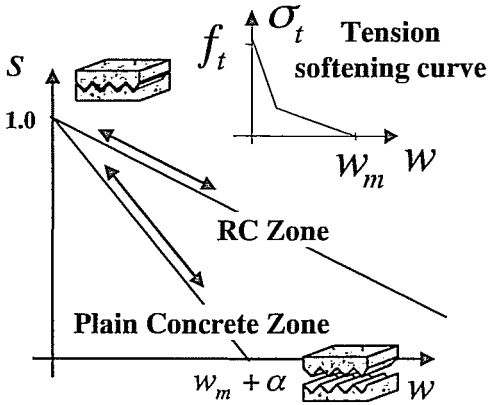


図-3 接触面領域の仮定

る場合には、摩擦によるひび割れ面の粗度の減少を、このパラメータ値 α を減少させることにより考慮することが可能である。以上のようにひび割れ面の粗度を仮定することにより、本せん断伝達モデルでは、ひび割れの開閉による接触面領域が変化する現象を、図-3 に示すように、ひび割れ幅を変数に、 s の値を線形的に変化させることでモデル化するものとした。 s 値の物理的意味あいは、ひび割れ面の凸凹の大きさとひび割れ幅の比であり、ひび割れが完全に閉じている時 s 値は 1.0 となり、ひび割れ幅が、仮定する凸凹の大きさに以上を達した時、 $s=0.0$ となる。実際に、ひび割れ面の開口と比例して接触領域が減少するか否かは定かではなく、ひび割れ間のコンクリートによるせん断剛性も考えられるが、本モデルではこの手法を用いることとした。なお、鉄筋との付着が作用するコンクリート要素 (RC Zone: 図-3) では、発生するひび割れが実際に分散することにより、大きなひび割れ幅下 (平均引張ひずみ下) においてもせん断伝達が生ずると考えられることから、要素に発生するひび割れ本数に応じて s 値の減少率を変化させることとした。なお、パラメータ値 α や、 s 値の変化率の決定には実験的な裏づけ必要とされる。

以上の仮定、定式化に基づき、最終的に本せん断伝達モデルは次式で表される。

$$[D_{Shear}]_{XYZ} = \sum \left[\frac{g(w_i)}{g(w_1) + \dots + g(w_n)} s_i [D_{Shear}]_{XYZ,i} \right] \quad (20)$$

(6) 各種格子成分の等価一軸応力-ひずみ関係

以上で提案する格子等価連続体法による RC 要素構成式では、各種格子成分に仮定する等価一軸応力-ひずみ関係は、空間的に平均化されたマクロのコンクリート、補強筋の挙動を表現可能なものでなくてはならない。加えて、解の要素寸法依存性を低減するために、プレーンコンクリート要素部分のコンクリートの等価一軸応力-ひずみ関

係には、破壊エネルギーを導入している。なお、著者らは、実験による材料の挙動の評価はさほど行っていないことから、仮定する等価一軸応力-ひずみ関係には、後述する既往の研究成果を導入することとした。使用した等価一軸応力-ひずみ関係の一覧を図-4 に示す。また、使用する等価一軸応力-ひずみ関係にはひび割れ発生による除荷を適切に表現するために、除荷、再載荷経路が導入されている。なお、本論文で使用した等価一軸応力-ひずみ関係では、式 (5) で示すポアソン比は考慮していない。

a) 引張を受けるコンクリートの一軸応力-ひずみ関係

鉄筋コンクリート要素としての剛性は、ひび割れが発生した後も鉄筋とコンクリートとの間には付着が存在するために、ひび割れ間のコンクリートも引張力を負担し、その剛性は鉄筋単体としての剛性よりも高い。岡村、前川らは、鉄筋比に無関係な座標変換を用いてコンクリートの平均応力-平均ひずみの関係を与えることができる式 (21) を提案している¹²⁾。このモデルは、鉄筋軸方向とは無関係な座標変換により、任意方向のコンクリートの引張応力を与えることができるために簡便である。また、式 (21) は、鉄筋の形状等が付着性状に及ぼす影響を考慮できるようにパラメータ c が導入されている。

$$\sigma_t = f_t \cdot (\varepsilon_{cr} / \varepsilon_t)^c \quad (21)$$

ここで、 σ_t : ひび割れと直角方向のコンクリートの平均引張応力、 f_t はコンクリートの引張強度、 ε_{cr} はひび割れ発生時の平均引張ひずみ、 ε_t はひび割れと直角方向の平均引張ひずみ、 c は付着性状を表すパラメータである。このモデルでは、パラメータ c によって、同じ平均ひずみであっても平均引張応力は異なる。なお本構成式では、 f_t を一軸引張強度と仮定した。

プレーンコンクリート要素にひび割れが発生する場合には、等価一軸応力-ひずみ関係に破壊エネルギーを導入した。導入する手法として、引張軟化曲線に、コンクリートの破壊力学において広く適用されている 1/4 モデル¹³⁾ を使用し、要素面積の平方根を等価長さとするによりひび割れ幅をひずみに変換することとした¹⁴⁾。

b) ひび割れたコンクリートの圧縮応力-ひずみ関係

圧縮を受けるコンクリート格子成分の等価一軸応力-ひずみ関係には、2次曲線で応力が上昇し、ひずみ軟化域は、ある限界ひずみ ε_u まで線形に応力が低下するものとした。限界ひずみ ε_u の決定には、中村ら¹⁵⁾の提案する圧縮破壊エネルギーを導入した。

Collins・Vecchio は、鉄筋コンクリート板要素の 2 軸載荷実験を行い、コンクリートにひび割れが存在する場合、ひび割れと平行方向のコンクリートの圧縮剛性が低下することを報告している¹⁶⁾。そこでひび割れが発生した要素の圧縮コンクリート格子成分の応力-ひずみ関係に、この影響を導入することとした。なお、軟化係数 η は上限値を 1.0、

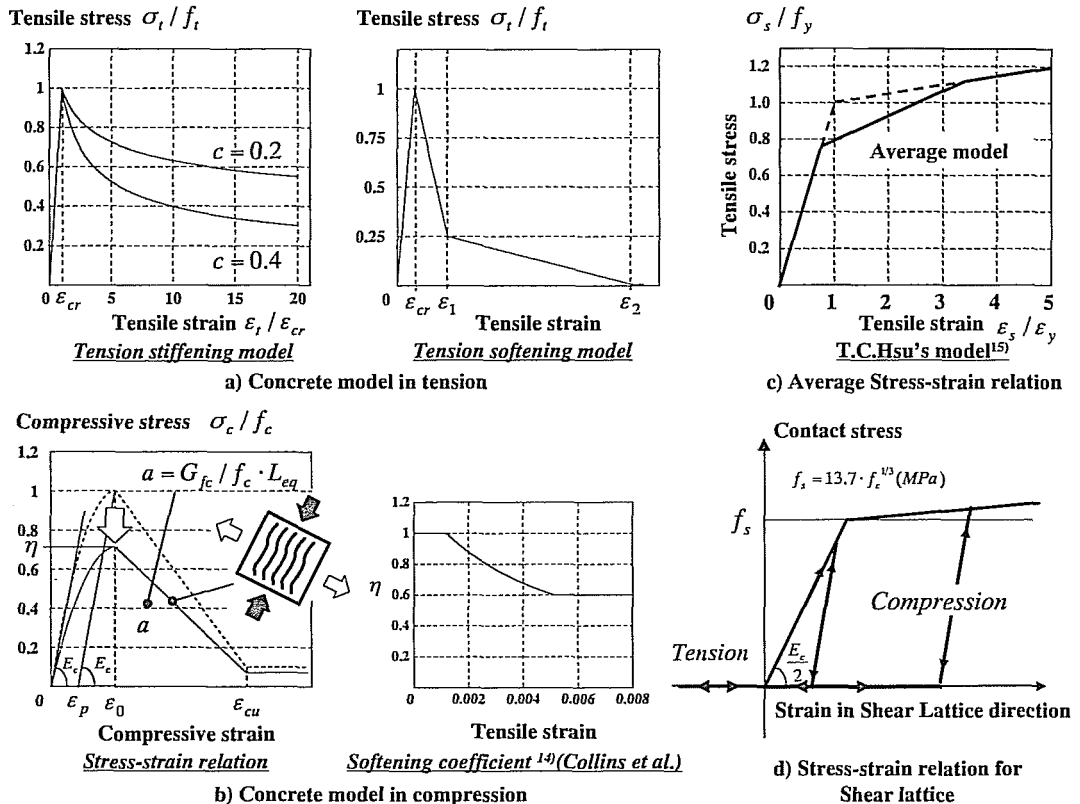


図-4 各種格子成分の等価一軸応力-ひずみ関係

下限値を0.6と仮定した。

c) 補強筋の平均応力-ひずみ関係

鉄筋コンクリート要素にひび割れが分散して発生する場合、ひび割れ発生部分とそうでない部分では局所的なひずみ量は異なる。そのため、コンクリート要素内に配置される補強筋の一軸応力-ひずみ関係は、Bare barの挙動とは異なる。そこで引張を受ける補強筋の応力-ひずみ関係には、T.C.Hsuら¹⁷⁾が提案する平均応力-ひずみ関係を使用することとした。T.C.Hsuらは、RCパネルの実験に基づき、コンクリート内に配筋された補強筋の平均引張応力-ひずみ関係を、2直線モデル等により表現している。なお、試算の結果、T.C.Hsuらの提案するモデルは、高ひずみ領域で高い応力を算出することから、本構成式では、図-4に示すようにトリリニア型の応力-ひずみ関係に修正することとした。すなわち、降伏後のHsuらのモデルが、図中の破線で示す2次勾配を仮定したバイリニア型モデルと交わった後は、このバイリニア型モデルに移行すると仮定した。また圧縮領域は、バイリニア型でモデル化している。

d) せん断格子成分の等価一軸応力-ひずみ関係

ひび割れ面が接触し、圧縮を受けるShear Latticeの等価一軸応力-ひずみ関係には、微小な硬化2次勾配を用いたバイリニアモデルを仮定した。等価一軸応力-ひずみ関係

の降伏強度には、岡村らが提案する値¹²⁾を使用した。なお、等価一軸応力-ひずみ関係には軟化勾配を仮定することも当然可能であるのだが、その軟化勾配が不明であるとともに、仮定した軟化勾配が解の要素寸法依存性に影響を及ぼすことを懸念して、等価一軸応力-ひずみ関係には軟化勾配は仮定していない。しかしながら、ひび割れ幅の増加に伴い、図-3に示すs値を考慮により、幾何学的にせん断軟化挙動を表現することが可能である。また、2次勾配を仮定した理由は、応力とひずみの関係を1対1の関係とするためである。また引張を受けるShear Latticeは、引張剛性を持たない。即ち、ひび割れ接触面が離れる場合の剛性は0と仮定した。

Shear Latticeの応力-ひずみ関係は、実験的に測定することが困難である。そのため、図-2に示すShear Latticeの方向 θ や、弾性剛性等は、後に示す構成式の検証で、 θ や、 w_c を変化させたパラメトリック解析を行うことにより、普通強度コンクリートには、 $\theta = \pi/6$ 、弾性剛性をコンクリートヤング係数の1/2と決定している¹⁸⁾。またこの2つのパラメータは、後述する計算で一定としている。なお、高強度コンクリートに適用する時には、ひび割れ面が滑らかになることから、 θ は $\pi/2$ に近い値を想定することが妥当と考えられる。

表-1 実験供試体の諸元

Specimens	Load Condition	ρ_x	ρ_y	f_{yy}	f_{yx}	f_c	f_t^{*2}
		(%)	(%)	(MPa)		(MPa)	(MPa)
PV10	PS ^{*1}	1.785	1.306	276.0		14.5	1.6
PV11	PS	1.785	1.306	235.0		15.6	1.4
PV12	PS	1.785	0.446	469.0		16.0	1.5
PV18	PS	1.785	0.315	431.0		19.5	2.1
PV19	PS	1.785	0.713	458.0	299.0	19.0	2.3
PV20	PS	1.785	0.885	460.0	297.0	19.6	2.3
PV21	PS	1.785	1.296	458.0	302.0	19.5	2.4
PV22	PS	1.785	1.524	458.0	420.0	19.6	2.5

*1: 純せん断, *2: 解析に使用した引張強度

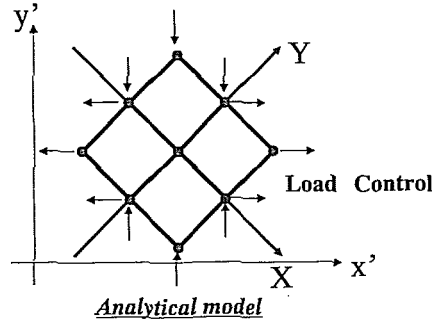


図-5 解析モデルと載荷状態

3. 解析アルゴリズムと収斂方法

本論文では、脆性的なせん断破壊を示す部材のポストピーク挙動を予測するために、解析アルゴリズムには弧長制御法^{19), 20), 21)}の一種である Indirect displacement control を、収斂手法には、修正ニュートンラプソン法を用いている。両者を使用することは、以下の特徴を有する。

- ・通常用いる荷重増分、変位増分法の2つの手法を総合して、荷重-変位曲線の弧の長さを増分パラメータとして用いることにより、荷重、変位の極限点・変曲点型の特異点を自動的に乗り越えられる。
- ・修正 Newton-Raphson 収斂過程により、収斂の可能性の高い増分過程に対する法線方向に進むこと、また荷重及び変位の極限点などの近傍でも収斂操作が可能となる¹⁹⁾。

弧長制御法では、剛性方程式を次式で定義する。

$$\Delta \lambda \{f\} = [K] \Delta \{u\} \quad (22)$$

このため、解くべき連立方程式の数は、解析モデルの総自由度、 n と荷重レベル、 λ を決定するための $n+1$ 個となる。そのため、新たな制限が必要となり、弧長制御法では様々な追加制限式が提案されているわけだが、本解析ツールの Indirect displacement control では、ある任意自由度の変位増分が、次式を満たすこととした。

$$\Delta u_i \cdot \Delta u_i = \Delta \ell^2 \quad (23)$$

ここで添え字 i は、自由度番号を意味し、 $\Delta \ell$ は弧増分である。この Indirect displacement control を用いれば、荷重を作用させながら、ある任意自由度の変位増分の大きさをも制御することが可能となる。この手法では、変位増分を制御する自由度に反力は発生せず、加えて式 (23) を用いた場合には、変位増分が正負双方を取りうる可能性がある。またこの手法は、ポストピーク領域において破壊の進行とともに急激な変位の増加が予測される自由度の変位増分の大きさを制御することにより、収束解が得られやすい傾向

にあることが試算の結果得られている。

収斂計算手法である修正ニュートンラプソン法は、構造の弾性剛性（もしくはそれ以上の高い剛性）を用いて不平衡力の解放を行うことにより、収斂計算回数は増加するものの、少しずつ不平衡力の解放を行うことから、釣合解方向に経路が進む傾向がある。

加えて本論文では、ポストピーク挙動の評価を行う際に、経路の安定性^{3), 4)}を評価するために、接線剛性マトリクスの固有値解析を行っている。現在のところ、予測された解が、最もエネルギー吸収量が少ない経路であるか否かは言及できないが、固有値解析による負の固有値数の確認は、予測された解がエネルギー吸収量の少ない経路であることを確認する大まかな指標になるものと考えられる。

4. 格子等価連続体化法 RC 構成式の検証

前節までに示した格子等価連続体化法に基づく RC 構成式の精度を検証するため、RC パネル実験¹⁰⁾の数値解析を行った。この実験は、試験体内の応力分布が一樣で、分散ひび割れモデル型構成式の検証に適している。実験は、Toronto 大学、Vecchio・Collins らによるものであり、鉄筋コンクリートパネルの実験としては、成功したものととしてよく知られている。実験供試体形状は正方形であり、その寸法は縦横 889mm、厚さ 70mm である。補筋筋は、それぞれの辺に垂直に 2 方向に配置され、供試体の周囲には、shear key が一辺につき 5 個取り付けられている。Shear key には鉛直、水平の 2 方向に link が直結しており、link を通じてジャッキから載荷される。なお、この実験装置の特徴は、供試体に作用させる荷重が純せん断力だけではなく、link を通じて 2 方向の力の大きさを組み合わせることにより、せん断力と引張力、または圧縮力等、任意の応力経路の組み合わせが可能となることである。

検証解析には、数ある実験供試体のうち、異方配筋であ

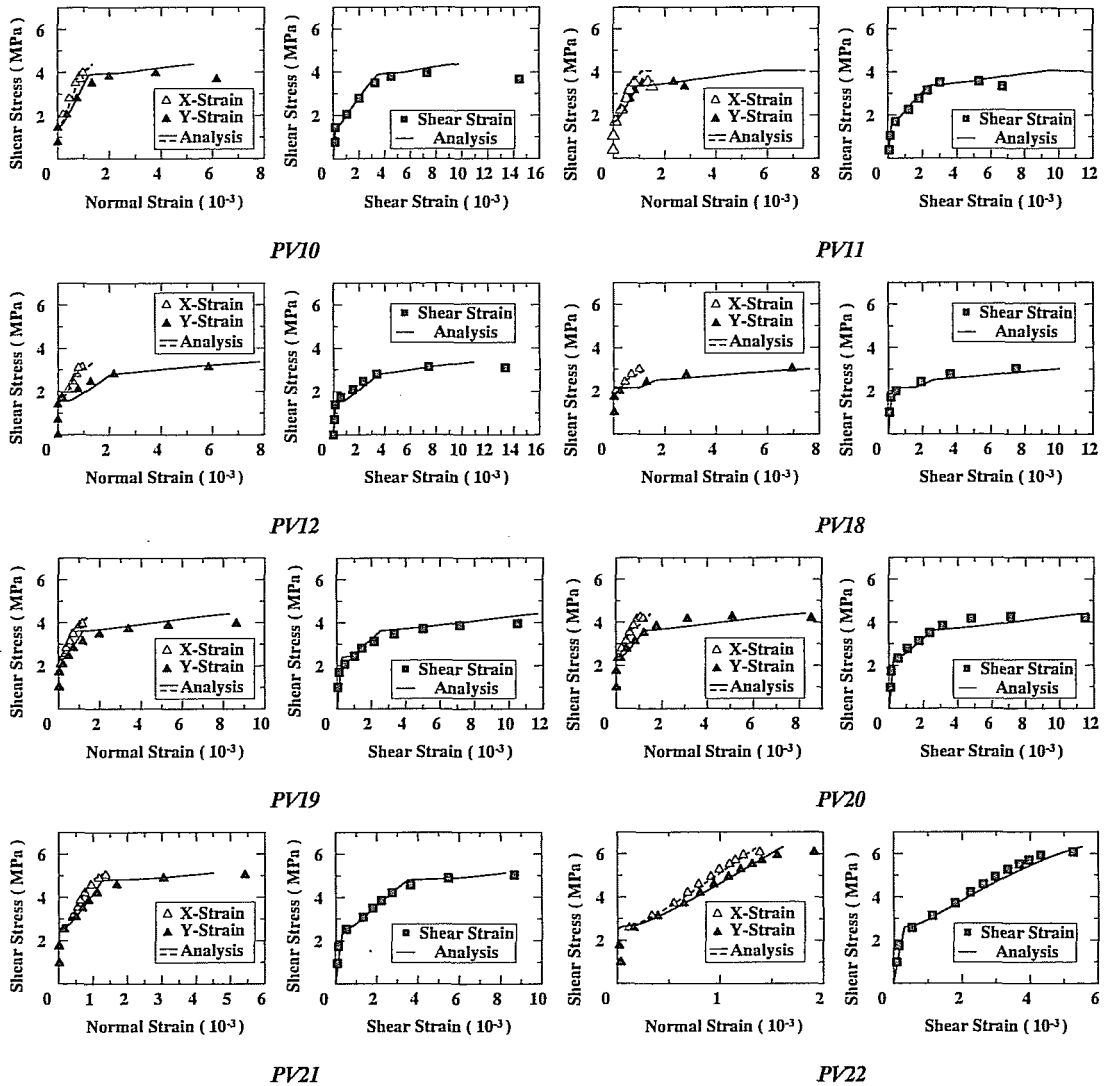


図-6 解析結果と実験値との比較

るために、ひび割れ面でのせん断剛性の影響を受けるものを選択した。また、載荷経路は純せん断力を受けるものであり、RC板端部での破壊や、初期ひび割れが存在するもの、ならびにひび割れ発生直後に破壊する供試体は取り除いた。供試体の諸元を表-1に示す。実験供試体は、X方向の鉄筋比が一定であり、もう一方の鉄筋比、各方向の強度及びコンクリート強度が異なっている。

検証解析は、構造レベルで行った。解析モデルを図-5に示す。試験体は4要素でモデル化し、各節点には(x'-y')座標系で水平、垂直力を作用させることにより、(x-y)座標系では純せん断が作用している。なお、検証解析では一般的な荷重増分法を用いている。

本論文では、提案するせん断伝達モデルの精度を検討することを目的とし、既往の研究¹²⁾に基づき、式(16)で

$c = 0.2$ とし、表-1に示す以外、他のパラメータ値は全てのケースで等しくした。なお、図-6に示す解析結果は、 $w_{rc} = 9mm$ を用いて得られたものであり、表-1に示すコンクリートの引張強度は、実験データが無い場合、共試体はひび割れ発生まで弾性体と仮定して、実験で観察されたひび割れ発生時と解析のそれが一致するように決定した。

図-6に、解析で予測された応力-ひずみ関係と実験値の比較を示す。比較は、X、Y方向の直ひずみ-せん断応力関係、及びせん断ひずみ-せん断応力関係で行っている。

実験値と解析値の比較の結果、統一パラメータを用いて、全てのケースのX、Y方向の直ひずみ、及びせん断ひずみとせん断応力関係を、ひび割れ発生後、補強筋降伏後の挙動ともに精度良く評価していることが確認された。以上から、CollinsらのRCパネルの実験に関しては、格子等価連

連続体法による RC 構成式が、従来の提案モデルと比較して簡便なせん断伝達モデルであるにも拘わらず、精度良い応力挙動を予測可能であることが確認された。

5. せん断強度に見られる寸法効果の評価

(1) 実験と解析の概要

格子等価連続体法に基づく RC 構成式と、Indirect displacement control を用いた有限要素解析により、井畔らによって実験された、せん断補強筋の無い等分布荷重を受ける RC はり^{29, 30}の数値シミュレーションを行った。実験は、RC はりのせん断強度に見られる寸法効果を調べるために様々なサイズの RC はりが用いられている。各試験体ともせん断スパン比は 12 であり、観察された破壊モードは、No1, No2, が曲げ破壊であり、他がせん断破壊である。断面の有効高さは、10, 20, 60, 100, 200, 300cm とされ、最大の断面寸法が 314cm × 150cm と世界に類の無い大きさの RC はりの実験が行われている。実験データ、解析に用いたパラメータの諸元を表-2 に示す。解析対象は Half span とし、メッシュ分割は、各試験体に対し等しくしている (図-9 参照)。また変位増分の大きさを制御した自由度は、図-9 中に示す③の鉛直方向成分である。なお、主鉄筋は、layer で配筋されている試験体については分散モデルでモデル化し、No1, No2 についてはトラス要素を用いてモデル化し、以降に示すせん断補強筋の無い RC はりの解析では、図-3 に示す α の値は、要素面積で除することによりひずみに変換した値として、 1.5×10^{-4} 程度の値を使用している。

(2) 実験値と予測値のせん断強度の比較

図-7 に予測された荷重-変位関係と、実験値の比較を示す。比較の結果、格子等価連続体法に基づく RC 構成式を用いた有限要素解析は、実験値を精度良く予測可能であることが確認できる。加えて解析では、わずかであるが、ポストピーク挙動も予測され、予測された耐荷力が解析における真の耐荷力であるものと考えられる。なお、No.3~No.7 の解析では、ひび割れの拡がりともに耐力が大きく減少するのだが、図には収斂が取れた釣合点までを示している。また、予測された破壊モードも、No1, No2 が曲げ破壊、その他がせん断破壊であり、実験で観察されたそれと一致する。なお、No1 と No2 で予測された曲げ耐荷力は、実験のそれと比較してやや低い結果となった。平面保持の仮定に基づく RC 断面の曲げ耐荷力算定式によれば、これら 2 つの RC はりの曲げ耐荷力は、約 0.14MPa 程度であり、予測値とほぼ同様である。実験で曲げ耐荷力が増加した理由は、試験体が小さいこと、載荷装置の影響等が考えられる。また、No1, No2 で予測された塑性変形能は、実験値

と比較して大きいのが、これは、解析では補強鉄筋とコンクリートを完全付着としているためと考えられる。

図-8 に、せん断補強筋の無い RC 部材のせん断強度と有効高さの関係について、実験と予測値の比較を示す。この図から、せん断補強筋の無い RC はりの主鉄筋降伏以前に見られるせん断強度に見られる寸法効果を、格子等価連続体法による RC 構成式を用いた有限要素解析は、精度良く予測可能であることが確認された。なお、有効高さの小さい、No1, No2 の破壊モードは曲げ破壊であることに注意されたい。

図-9 に No3 の破壊点における変形と、ひび割れ発生状況を示す。図からは、支点から 1/4 スパン付近にせん断変形が卓越していることがわかる。また、破壊に寄与した主たるせん断ひび割れは、1.5d 付近下縁から 2.5 から 3.0d 付近上縁へと発生し、収斂過程においてこのせん断ひび割れ幅がさらに増大すると共に、中央スパン方向に進展することが予測された。なお、経路の安定性を評価するために、ポストピーク領域で固有値解析を行った結果、全てのケースにおいて、1 個の負の固有値の出現が確認された。これにより、本解析で予測されたポストピーク挙動はおおよそエネルギー吸収量が最も少ない経路であるものと推測される。

(3) 実験値と予測値のひずみ量の比較

図-10 に、中央スパンでの鉄筋ひずみと荷重の関係と中央スパンにおけるコンクリート圧縮ひずみと荷重の関係について、実験と予測値の比較を示す。なおここでは、曲げ破壊する No2 と、せん断破壊する No7 の比較の抜粋を示す。比較の結果、解析は妥当な精度で鉄筋のひずみを予測しているが、No2 で予測されたコンクリートの圧縮ひずみ量は、実験値と比較して 4 倍程度と大きい値を予測する結果となった。これは、コンクリートなどのひずみ軟化材料を用いた構造の数値解析における、ひずみの局所化問題が原因である。本論文では、破壊エネルギーを導入した等価一軸応力-ひずみ関係を用いていることから、破壊が局所化する要素では、図に示すように、大きなひずみ量が予測されることとなる。このため、破壊エネルギーを導入した構成式を用いた解析で、損傷度の評価にひずみを用いる場合には注意が必要である。

(4) 解のメッシュ寸法依存性に関する検討

本解析モデルの解のメッシュ寸法依存性を調べるために、異なるメッシュ分割を用いて No7 試験体の数値解析を行った。用いた解析モデルは、図-9 に示す original model と、図-11 左に示す Mesh-a, b, c の計 4 種類とした。図-11 左に示す解析モデルは、original model と比較して、部材軸方向の要素長さを倍とし、主に断面高さ方向の分割数を変化させている。これは、解析対象の荷重載荷条件が等

表-2 実験の諸元と解析に使用したパラメータ

	Properties of Specimens						Concrete			Reinforcement		
	Effective depth d (cm)	Span L (cm)	L/d	Height h (cm)	Width b (cm)	Failure mode	f_c (MPa)	f_t (MPa)	G_f (N/m)	E_s (GPa)	f_y (MPa)	ρ (%)
No1	10	120	12	12	15.8	Flexure	20.6	1.85	70	200	440	0.8 (0.4)
No2	20	240	12	22	15.8	Flexure	19.7	1.87	70	200	440	0.8 (0.4)
No3	60	720	12	65.5	30	Shear	21.1	1.81	70	200	440	0.8 (0.4)
No5	100	1200	12	120	50	Shear	21.9	2.23	70	200	370	0.8 (0.4)
No6	200	2400	12	210	100	Shear	28.5	2.73	100	200	370	0.4
No7	300	3600	12	314	150	Shear	24.3	2.19	100	200	360	0.4

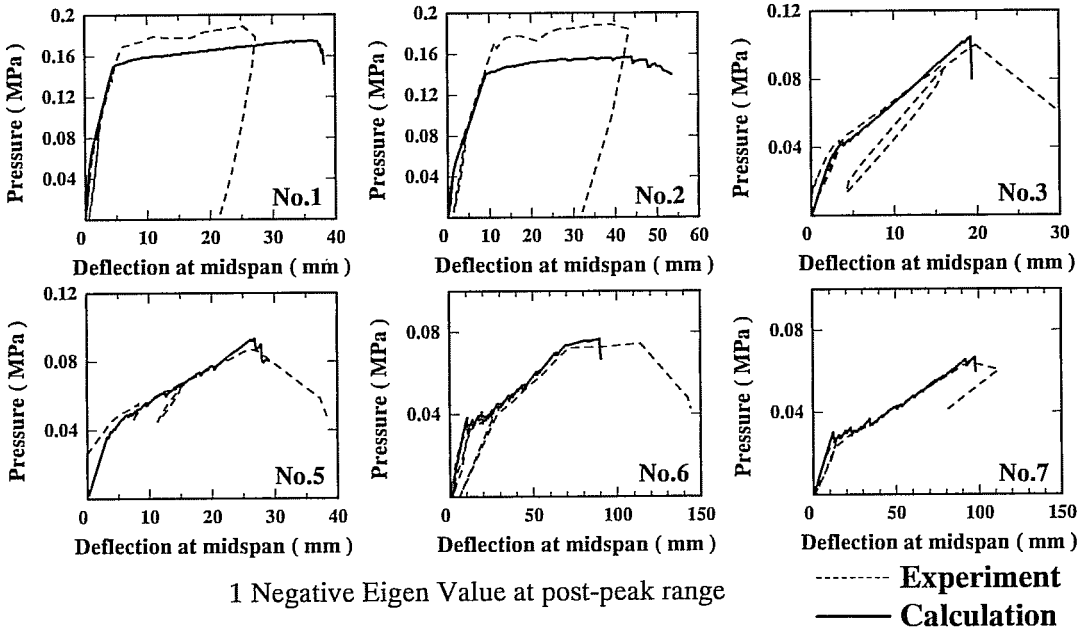


図-7 予測された荷重-変位関係と実験値の比較

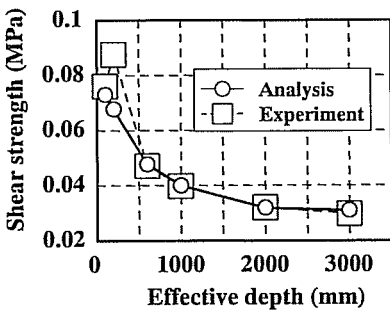


図-8 せん断強度にみられる寸法効果

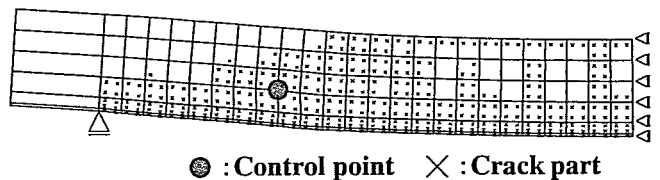


図-9 予測された変形とひび割れ発生状況 (No. 3)

分布荷重であることから、部材軸方向の分割数はあまり荒くすべきで無いと考えられるからである。また、解のメッシュ寸法依存性を回避する手法として、本構成式では、プレーンコンクリート要素の引張軟化挙動に、破壊エネルギー

を導入すると共に、ひび割れ面のせん断伝達挙動においても、間接的に破壊エネルギーを導入している。

図-11 右に 4 パターンの解析モデルを用いて予測された荷重-変位関係の比較を示す。比較の結果、本解析対象

表-3 材料の諸元

Concrete			
f_c	f_t	G_f	E_c
(MPa)	(MPa)	(N/mm)	(MPa)
54	4.0	187	3.12×10^4
Reinforcement			
f_y	E_s	Diameter	
(MPa)	(MPa)	Axial	Stirrup
362	2.0×10^5	D16	D6

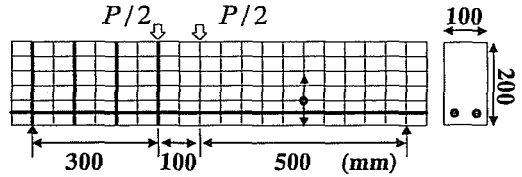


図-13 解析モデルと制御点位置

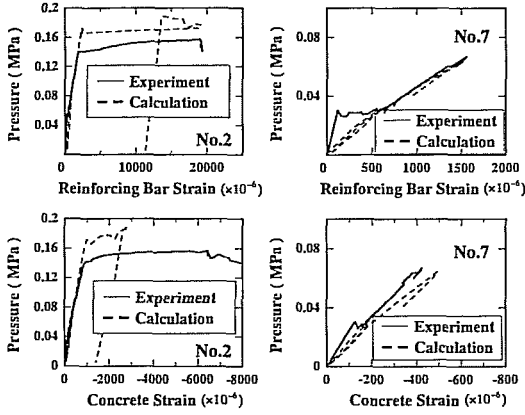


図-10 予測されたコンクリート、軸鉄筋ひずみと実験値の比較

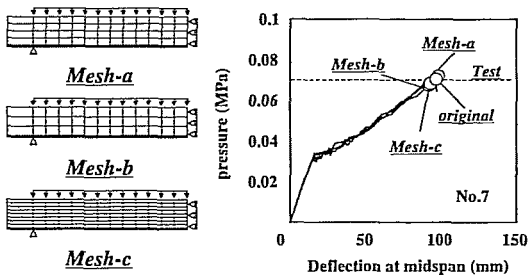
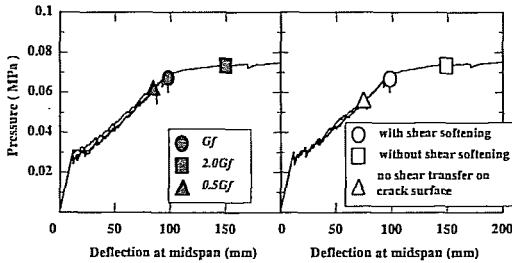


図-11 要素寸法を変化させた解析結果の比較



(a) 引張破壊エネルギー (b) せん断伝達モデル

図-12 破壊エネルギーとせん断軟化挙動がせん断耐力に及ぼす影響

の場合では、プレーンコンクリート部分のメッシュ分割に解が依存することなく、異なるメッシュ分割の解析モデルを用いたとしても、ほぼ妥当な精度でせん断耐力を予測可能であることが確認された。

(5) 解析パラメータがせん断強度に及ぼす影響の検討

一般に、せん断補強筋が無く、斜め引張破壊するRCはりのせん断耐力は、部材寸法、せん断スパン比、コンクリート強度、及び主鉄筋比等によって算定される。しかしながら、数値解析ではその他のパラメータもあることから、せん断補強筋の無いRCはりのせん断強度に与える種々の

影響を探るために、せん断耐力算定式に無いパラメータについてパラメトリック解析を行った。

数値解析においてせん断耐力に影響を及ぼすと考えられる項目として、コンクリート引張ひずみ軟化領域の破壊エネルギー、及びひび割れ面のせん断伝達挙動に着目し、パラメトリック解析を行った。ここでは、No7の試験体を対象に、(a)では、破壊エネルギーの大きさを、2.0倍、0.5倍として解析を行った。なお、破壊エネルギーそのものは材料定数であるので、単純に変化させることは適切でないが、材料の応力-ひずみ関係に破壊エネルギーを導入しない場合、このことは、暗にひび割れ発生後の引張応力がゼロになるひずみを大きくするか、小さくするかを意味している。(b)では、1.せん断軟化挙動を考慮した場合、2.せん断軟化挙動を考慮しない場合、3.ひび割れ発生後、せん断伝達挙動を考慮しない場合についてパラメトリック解析を行った。図-12に、(a)破壊エネルギーが解に与える影響、(b)ひび割れ面のせん断伝達挙動が解に与える影響として荷重-変位関係の比較を示す。

(a)破壊エネルギーが解に与える影響に関して、3種の荷重-変位関係を比較した結果、破壊エネルギーを実際の2倍とした場合、解析は、曲げ破壊する挙動を予測し、0.5倍とした場合、やや低いせん断強度を予測する結果となった。しかしながら、破壊エネルギーを半分として計算したにもかかわらず、思うほど予測されるせん断強度に変化は見られなかった。これは、斜め引張破壊するRCはりの場合、ウェブ領域でのせん断ひび割れの発生が、部材のせん断耐力を左右することから、引張コンクリートのエネルギー吸収能力よりもむしろ、引張強度の影響が強いためであると考えられる。また、(b)ひび割れ面のせん断伝達挙動において、3種の荷重-変位関係を比較した結果、提案するせん断軟化挙動を用いた○印の釣合曲線に対し、解析は、せん断軟化挙動を考慮しない場合、曲げ破壊する挙

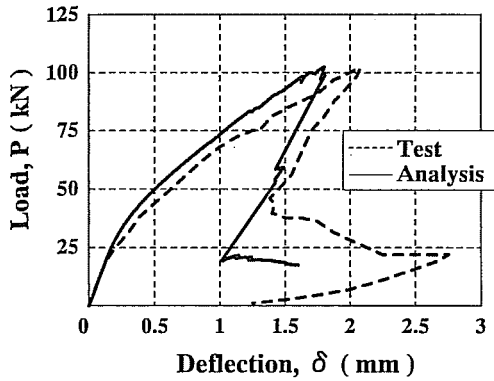


図-14 荷重-変位関係の比較

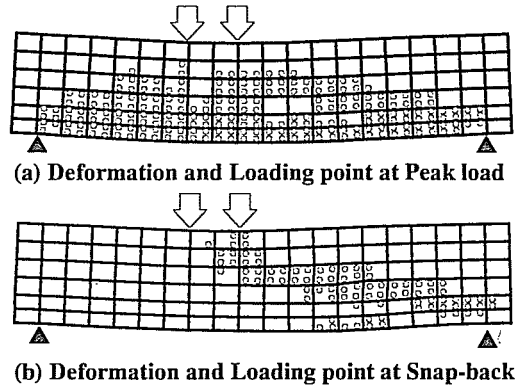


図-15 各荷重レベルでの変形と破壊局所領域

動を予測し、ひび割れ面におけるせん断伝達挙動を考慮しない場合、低いせん断耐力を予測する結果が得られた。このことから、この試験体の場合、数値解析においてひび割れ面のせん断伝達挙動、及びせん断軟化挙動を考慮しなければ、実験値を精度良く予測できないものと考えられる。なお、本せん断伝達モデルでは、せん断軟化挙動を、ひび割れの開口によるひび割れ面の凸凹の接触領域の減少により表現し、かつ2章(5)で示したように破壊力学の知見が導入されている点が従来のモデルと異なる。

6. 脆性的なせん断破壊するRCはりのポストピーク挙動の評価

(1) 実験と解析の概要

構築した解析ツールが、脆性的なせん断破壊をするRC部材のポストピーク挙動が評価可能か否かを検討するために、内田ら²⁴⁾によって実験されたせん断破壊するRCはり実験のシミュレーションを行った。材料の諸元、寸法、解析モデルをそれぞれ表-3、図-13に示す。図-13中の太線は、鉄筋をトラス要素でモデル化していることを意味している。

この実験の特徴は、破壊の進行速度を制御パラメータとし、Snap-back 挙動の観察に成功している点である。この種の実験は、世界的にも例が無く、非常に貴重なデータであると考えられる。解析では、図-13中、●印で示す節点の鉛直方向変位増分の大きさを弧長として、繰り返し計算過程で破壊の進行が進まないように解析を行った。なお、変位増分の大きさを制御した自由度は、後示するように、予測されるポストピーク挙動において、この周辺の変位増分が大きかったためである。

(2) 実験値と解析結果の比較

図-14に、予測された荷重-変位関係と実験値の比較を

示す。比較の結果、本解析手法によれば、せん断破壊時のポストピーク挙動に見られるSnap-back 挙動を、精度良く、かつ発散することなく安定して予測可能であることが確認された。また、ひび割れ発生状況も実験で観察されたものとはほぼ等しいことが確認された。

図-15に荷重最大点と、Snap-back 時の変形と破壊局所領域を○印で示す。ここで、破壊局所領域の定義は、ひび割れ開口方向のひずみが増加する領域とした。この結果、荷重最大点まではほぼ全領域で破壊が進行しているのに対し、Snap-back 時には、実験で観察された個所と等しい位置でせん断ひび割れが進展、開口し、その他の領域では除荷していることが確認された。しかしながら、解析からは、Snap-back 時に部材下端部において曲げひび割れが負荷状態である領域が少し得られている。この時、固有値解析を行った結果、出現する負の固有値数は1個であり、予測された経路はおおよそエネルギー吸収量がかつ最も小さい経路であると考えられるが、上述の意味では、よりエネルギー吸収量が低い経路の存在が考えられる。

7. 結論

本論文では、簡便で精度が良く、ポストピーク領域においても発散することなく、安定して解が得られる解析ツールを構築することを主眼として、格子等価連続体法に基づくRC要素構成式の構築を行うとともに、解析アルゴリズムに Indirect displacement control を導入し、種々の数値解析的検討を行った結果、以下の知見を得た。

- 格子等価連続体法に基づき、破壊エネルギーを間接的に導入するとともに、接触面積の減少による軟化挙動の表現が可能なせん断伝達モデルを構築した。RCパネル実験を用いてその精度を検証した結果、格子等価連続体法によるRC構成式は、精度良く応力挙動を表現可能であることが確認された。

- ・ 本構形式を導入するとともに、解析アルゴリズムに Indirect displacement control を用いることにより、等分布荷重を受ける RC はりにおけるせん断強度の寸法効果が適切に予測可能であり、加えてポストピーク挙動の評価にも成功した。
- ・ せん断伝達モデルも含め、コンクリートのひずみ軟化領域に破壊エネルギーを導入することにより、プレーンコンクリート部分における解の要素寸法依存性を低減することができた。
- ・ 本解析ツールであれば、脆性的なせん断破壊時に見られる Snap-back 挙動も評価可能である。

本論文では、構築した本解析ツールは RC パネル実験とせん断補強筋の無い RC はりの単調載荷実験にのみ適用しているが、別報²⁾では繰返し荷重を受ける鉄筋コンクリート部材にも適用し、良い成果を収めている。またせん断モデルの精度向上には、ひび割れ面の凹凸の大きさの測定や、ひび割れ幅を変化させたせん断実験により、2.5 で示した α や w_{rc} 、 s 値の変化率を決定することが今後の課題の一つである。

参考文献

- 1) An, X., Maekawa, K. and Okumura, H.: Numerical Simulation of Size Effect in Shear Strength of RC Beams, J. Materials, Conc. Struct., Pavements., JSCE, No.564/V-35, 297-316, 1997 May.
- 2) Saito, S. and Hikosaka, H.: Numerical Analysis of Reinforced Concrete Structures Using Spring Network Models, J. Materials, Conc. Struct., Pavements., JSCE, No.627/V-44, 289-303, 1999.8.
- 3) Bazant, Z. P.: Stable States and Stable Paths of Propagation of Damage Zones and Interactive Fractures, in Cracking and Damage - Strain Localization and Size Effect, ed. by J. Mazars and Z. P. Bazant, Elsevier, London and New York, pp.183-206 (Proc. of France-U.S. Workshop held at ENS, Cachan, September 1988).
- 4) Bazant, Z. P.: Bifurcation and Thermodynamic Criteria of Stable Paths of Structures Exhibiting Plasticity and Damage Propagation, in Computational Plasticity, ed. by D. R. J. Owen, E. Hinton, and E. Onate (Proc. 2nd Int. Conf. held in Barcelona, September 1989), Pineridge Press, Swansea, U.K., pp.1-26.
- 5) 二羽淳一郎, 崔 益暢, 田辺忠顕: 鉄筋コンクリートはりのせん断耐荷機構に関する解析的研究, 土木学会論文集, No.508/V-26, pp.79-88, 1995.2.
- 6) 伊藤 睦, 二羽淳一郎, 田辺忠顕: 格子モデルによる繰返し荷重を受ける鉄筋コンクリート柱の終局変位の評価, 土木学会論文集, No.641/V-46, pp.253-262, 2000.2.
- 7) 三木朋広, 二羽淳一郎, Lertsamattiyakul, M.: 動的格子モデル解析による鉄筋コンクリート橋脚の耐震性能の評価, 土木学会論文集, No.704/V-55, pp.151~161, 2002.
- 8) Ahmad, S.I. and Tanabe, T.: Development of Concrete Constitutive Laws Based on 3D Lattice Equivalent Continuum, J. Materials, Conc. Struct. Pavements, JSCE, No.725/V-58, pp.293-304, 2003.2.
- 9) Walranen, J. C. and Reinhardt, H. W.: Theory and Experiments on Crack in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear Loading, HERON, Vol.26, No.1A, 1981.
- 10) Bazant, Z. P. and Gambarova, P.: Crack Shear in Concrete : Crack Band Microplane model, Proceeding of ASCE, Vol.110, ST9, pp.2015-2035, 1984.
- 11) Li, B., Maekawa and K., Okamura, H.: Contact Density Model for Stress Transfer across Cracks in Concrete, Journal of the Faculty of Engineering, University of Tokyo (B), Vol.40, No.1, pp.9-52, 1989.
- 12) 岡村 甫, 前川宏一: 鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報堂出版, 1991.
- 13) 破壊力学の応用研究委員会報告書, 日本コンクリート工学協会, 1993年10月.
- 14) コンクリート構造物の非線形解析技術研究小委員会成果報告書, 土木学会, 2003年1月.
- 15) Nakamura, H. and Higai, T.: Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, Seminar on Post-Peak Behavior of RC Structures Subjected to Seismic Loads, Vol.2, Japan Concrete Institute, 1999.10.
- 16) Vecchio, F. J. and Collins, M. P.: The Response of Reinforced Concrete to In-plane Shear and Normal Stresses, University of Toronto Publication, 1982.
- 17) Abdeldjelil Belarbi and Thomas T. C. Hsu : Constitutive Laws of Concrete in Tension and Reinforcing Bars Stiffened by Concrete, ACI Structural Journal, 1994.
- 18) 舟田武: 格子等価連続体法に基づくひび割れ面でのせん断伝達のモデル化, 平成12年度名古屋大学大学院修士論文, 2001年2月.
- 19) 細野透: 弧長法による弾性座屈問題の解析 (その1) 座屈点に於ける増分解の性質, 日本建築学会論文報告集, 242, pp.41-49, 1976.
- 20) Crisfield, M. A.: An Arc-length Method Including Line Searches and Accelerations, International Journal for Numerical in Engineering, Vol.19, pp.1269-1289, 1983.
- 21) Ramm, E.: Strategies for Tracing the Non-linear Response near the Limit Points, Nonlinear Finite Element Analysis in Structural Mechanics, edited by Wunderlich, W. et al. Springer-Verlag, Berlin, pp. 63-89, 1981.
- 22) 井畔瑞人, 塩屋俊幸, 野尻陽一, 秋山暉: 等分布荷重下における大型鉄筋コンクリートはりのせん断強度に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第348号/V-1 (報告), pp.175-184, 1984.8.
- 23) 塩屋俊幸: 大型鉄筋コンクリートのせん断特性に関する研究, 清水建設研究報告別冊, No.25, 1989.2.
- 24) 内田裕市, 森本博昭, 塚本健雄: せん断破壊を生じる RC

はりのポストピーク挙動, 土木学会第56回年次学術講演会,
V-443, pp.886-887, 2001.10.

土木学会論文集, 2004.8.

- 25) Kongkeo, P., 伊藤隆, 中村光, 田辺忠顕: RC構造の繰り
返し及び動的解析における格子等価連続体化法の適用性.

(2003. 8. 26 受付)

FEM ANALYSIS OF RC MEMBERS BASED ON LATTICE EQUIVALENT CONTINUUM MODEL

Atsushi ITOH, Kongkeo PHAMAVANH, Hikaru NAKAMURA and Tada-aki TANABE

In this study, constitutive equation of reinforced concrete element was developed based on Lattice Equivalent Continuum Method. Lattice Equivalent Continuum Method is a technique to construct a constitutive equation by using the concrete and reinforcement main lattice system to express the flow of force in RC elements and shear lattice system on crack surface to evaluate shear rigidity. In addition, the objective of this study is to develop a more robust and powerful analytical tool from the view point of constitutive equation and algorithm. The validity of the proposal constitutive equation was examined by analysis of RC panel. The validity of proposal analytical toll was examined by evaluating the post peak behavior of RC beam failing in shear including snap-back instability.