

## 反発型磁気軸受で支持される鉛直剛性ロータの振動\*

### (内外輪の磁気異方性の影響)

井上 剛志\*<sup>1</sup>, 石田 幸男\*<sup>1</sup>, 津村 剛史\*<sup>2</sup>

## Vibration of a Vertical Rigid Rotor Supported by a Repulsive Magnetic Bearing

### (Influences of Magnetical Anisotropies of Inner and Outer Magnets)

Tsuyoshi INOUE\*<sup>3</sup>, Yukio ISHIDA and Takeshi TSUMURA\*<sup>3</sup> Department of Mechanical Science and Engineering, Nagoya University,  
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

Vibrations of a rotor supported by a repulsive type passive magnetic bearing is investigated. First, the restoring force of a repulsive type magnetic bearing is calculated numerically considering the influences of magnetical anisotropies of the inner and outer magnets. Then, this obtained restoring force is approximated by the power series expression considering the effect of the rotation of inner magnet. The effect of each pattern of magnetical anisotropies of inner and outer magnets on the occurrence of resonance phenomenon is clarified theoretically and experimentally.

**Key Words:** Repulsive-type Magnetic Bearing, Permanent Magnet, Nonlinear Vibration

### 1. 序 論

1軸制御の反発型磁気軸受は、半径方向を永久磁石の反発力で保持し、軸方向のみを制御することで非接触浮上を得る簡易な支持を可能とする。そして、摩擦・摩耗がないなどの吸引型磁気軸受の利点を有するとともに、制御設備等の簡素化によりコストの削減と、装置全体の小型化が可能という利点もある。

反発型磁気軸受は、永久磁石の反発力を利用しているため強い非線形性を有する。また、一般に永久磁石の完全に均一な着磁は困難であり、通常の市販の磁石には数%程度の着磁むらが発生する。このような磁石の着磁不均一さに加え、内外輪磁石まわりの構造、そして周囲の環境に起因して、反発型磁気軸受の磁気力特性はその非線形特性が方向によってわずかに変化する異方性（以下、磁気異方性と呼ぶ）の性質を有する。

山田ら<sup>(1)</sup>は1軸制御の反発型磁気軸受の反発力特性を調べており、大路ら<sup>(2)</sup>は外乱に対する振動特性と固有振動数付近での減衰特性を調べて高速回転時や固有振動数付近における振動回避法を検討しているが、これらは外輪に磁気異方性を持つ永久磁石配置である。上野ら<sup>(3)</sup>は反発型磁気軸受とアキシヤル磁気浮上モー

タを組み合わせることにより非常に簡単な構造と制御系での非接触浮上回転を実現したが、実験において永久磁石の磁気異方性に起因した低回転時の大振幅振動を観察している。一方、たとえばTanら<sup>(4)</sup>は動圧流体軸受の欠点を補うために反発型磁気軸受とのハイブリッドジャーナル軸受を提案し、その特性を調べているが、磁気異方性の影響は考慮していない。

特に内輪に磁気異方性が存在するとそれは軸とともに回転するため、反発型磁気軸受は一般に回転する非線形性を有する系である。類似の特性を持つ系では、軸の剛性が異方性を持つ扁平軸や慣性モーメントが異方性を持つ非対称ロータが調べられている<sup>(5)-(8)</sup>。しかし、反発型磁気軸受・ロータ系の研究では、このような内外輪の磁気異方性に起因する振動特性はこれまでほとんど調べられていない。通常はダイヤルゲージなどを用いて磁気偏心が計測されるため、系の磁気異方性の分類と発生する振動の関係を明らかにすれば、振動の予測・理解・対策が可能になると考えられる。

本研究では、静止した磁気異方性や回転する磁気異方性が回転軸系の振動特性や安定性に与える影響を調べる。まず、反発型磁気軸受の復元力特性を数値的に計算して、内輪磁石の回転を考慮して系の復元力をべき級数の形で表現する。そして、内外輪の磁気異方性のパターンと発生する非線形成分および励振力成分と

\* 原稿受付 2005年5月20日。

\*<sup>1</sup> 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(☎464-8603 名古屋市千種区不老町)。\*<sup>2</sup> アイシン・エイ・ダブリュ(株)(☎444-1192 安城市藤井町高根10)。

E-mail: inoue@nuem.nagoya-u.ac.jp

間の関係を明らかにする。また、復元力特性のべき級数表現を用いて反発型磁気軸受で支持された鉛直剛体回転軸系をモデル化し、数値シミュレーションにより、磁気異方性のパターンと発生する共振の関係を明らかにする。さらに、様々な磁気異方性が存在する場合について実験を行い、理論解析結果を実証する。

2. 理論モデルと運動方程式

2.1 理論モデル 図1に、上端を単純支持し、下端を反発型磁気軸受で支持した鉛直剛性回転軸系を示す。反発型磁気軸受部は軸方向に着磁したリング状の2つの永久磁石を極性を合わせて内外輪で組み合わせた構造であり、ロータ側磁石とステータ側磁石の間の磁気反発力により軸を支持する。以下ではロータ側磁石を内輪、ステータ側磁石を外輪と呼ぶ。

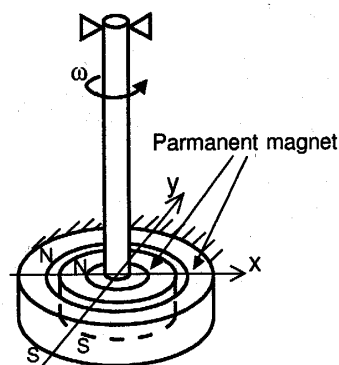


Fig. 1 Theoretical model

2.2 反発型磁気軸受の磁気力について 図2のように内外輪磁石の微小要素の間に生じる磁気反発力を求め、それを磁石の極面全体について積分して反発型磁気軸受に生じる磁気力を計算する。なお、以下では、内輪に関する物理量を添え字 A, 外輪に関する物理量を添え字 B を用いて表す。

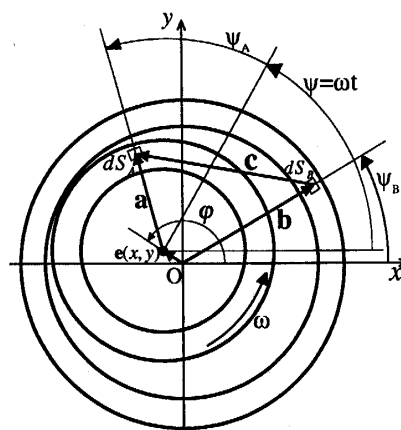


Fig. 2 Model of a repulsive magnetic bearing

時刻  $t$  において、内輪の回転角度を  $\psi = \omega t$  とする。内輪については、 $x$  軸方向から角度  $\psi + \psi_A$  の位置に内輪中心からベクトル  $\mathbf{a}$  で表される微小要素、外輪については角度  $\psi_B$  の位置に原点  $O$  (外輪中心) からベクトル  $\mathbf{b}$  で表される微小要素を考える。これらの微小要素の面積をそれぞれ  $dS_A$  と  $dS_B$  で表す。これらの微小要素間のベクトル  $\mathbf{c}$  は、内輪中心  $(x, y)$  を表す位置ベクトル  $\mathbf{e}$  とベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  を用いて表すことができる。 $x$  方向の単位ベクトルを  $\mathbf{i}$ ,  $y$  方向の単位ベクトルを  $\mathbf{j}$  とすると、内輪微小要素  $dS_A$  と外輪微小要素  $dS_B$  の間に生じる磁気力の  $x$  方向成分  $df_x$ ,  $y$  方向成分  $df_y$  は次のように表される。

本論文では、この内外輪の磁束密度の分布パターンを表す  $B_{Ak}, B_{Bk}$  をそれぞれ  $k$  次の磁気異方性と呼ぶことにする。式(2)を用い、式(1)を内輪の極面面積  $S_A$  と外輪の極面面積  $S_B$  全体について積分することで、反発型磁気軸受の磁気力  $F_x$  と  $F_y$  が、磁気軸受部における変位  $(x, y)$  に関してつぎのように求まる。

$$\left. \begin{aligned} df_x &= \frac{dQ_A dQ_B}{4\pi\mu|\mathbf{c}|^3} \mathbf{c} \cdot \mathbf{i}, \\ df_y &= \frac{dQ_A dQ_B}{4\pi\mu|\mathbf{c}|^3} \mathbf{c} \cdot \mathbf{j}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$F_x = \int_{S_A} \int_{S_B} df_x, \quad F_y = \int_{S_A} \int_{S_B} df_y \quad (3)$$

ただし、 $dQ_A$  と  $dQ_B$  はそれぞれ、内輪と外輪の微小要素  $dS_A$  と  $dS_B$  における等価磁荷を表す。

2.3 べき級数による復元力の近似表現 式(3)の復元力特性を軸変位  $(x, y)$  のべき級数で表現する。外輪にのみ磁気異方性が存在する場合の復元力に関するポテンシャルエネルギーを  $V_0(x, y)$  とし<sup>(11)</sup>,  $\psi = \omega t$  で回転する内輪に磁気異方性が存在する場合も考慮して次式のポテンシャルエネルギー  $V$  を考える。

磁気異方性をモデル化するために、内輪要素の磁束密度  $B_A$ , 外輪要素の磁束密度  $B_B$ , 内輪微小要素の面積  $dS_A$ , 外輪微小要素の面積  $dS_B$  を用いて、等価磁荷  $dQ_A$  と  $dQ_B$  をつぎのように表す。

$$\begin{aligned} V &= V_0 + V_1 \cos(\psi - \alpha_1) + V_2 \cos(2\psi - \alpha_2) \\ &\quad + V_3 \cos(3\psi - \alpha_3) + V_4 \cos(4\psi - \alpha_4) \\ &= V_0 + V_{1c} \cos \psi + V_{1s} \sin \psi + V_{2c} \cos 2\psi + V_{2s} \sin 2\psi \\ &\quad + V_{3c} \cos 3\psi + V_{3s} \sin 3\psi + V_{4c} \cos 4\psi + V_{4s} \sin 4\psi \end{aligned} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} dQ_A &= \{B_{A0} + \sum_{k=1}^n B_{Ak} \cos(k\psi_A + \alpha_{Ak})\} dS_A \\ dQ_B &= \{B_{B0} + \sum_{k=1}^n B_{Bk} \cos(k\psi_B + \alpha_{Bk})\} dS_B \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なお、変位  $(x, y)$  を回転軸系の特性を表すのに便利な極座標表示  $(r, \phi)$  で表し、変位  $r$  の3乗までを

考慮し、より高次の非線形項は小さいとして省略する。対応するポテンシャルエネルギーの2次元分布は変位  $r$  の4乗までのべき級数形式となる。内輪の回転に依存しないポテンシャルエネルギー成分  $V_0$  と内輪の回転に関連するポテンシャルエネルギー成分  $V_{m*}$  ( $m = 1, \dots, 4, * = c, s$ ) を次のように表す<sup>(11)</sup>。

$$V_0 = r(F_{x0} \cos \phi + F_{y0} \sin \phi) + \frac{1}{2} r^2 (k + k_c \cos \phi + k_s \sin \phi) + (\epsilon_c^{(1)} \cos \phi + \epsilon_s^{(1)} \sin \phi + \epsilon_c^{(3)} \cos 3\phi + \epsilon_s^{(3)} \sin 3\phi) r^3 + (\beta^{(0)} + \beta_c^{(2)} \cos 2\phi + \beta_s^{(2)} \sin 2\phi + \epsilon_c^{(4)} \cos 4\phi + \epsilon_s^{(4)} \sin 4\phi) r^4 \quad (5)$$

$$V_{m*} = r(F_{xm*} \cos \phi + F_{ym*} \sin \phi) + \frac{1}{2} r^2 (k_{m*} + k_{cm*} \cos \phi + k_{sm*} \sin \phi) + (\epsilon_{cm*}^{(1)} \cos \phi + \epsilon_{sm*}^{(1)} \sin \phi + \epsilon_{cm*}^{(3)} \cos 3\phi + \epsilon_{sm*}^{(3)} \sin 3\phi) r^3 + (\beta_{m*}^{(0)} + \beta_{cm*}^{(2)} \cos 2\phi + \beta_{sm*}^{(2)} \sin 2\phi + \epsilon_{cm*}^{(4)} \cos 4\phi + \epsilon_{sm*}^{(4)} \sin 4\phi) r^4 \quad (6)$$

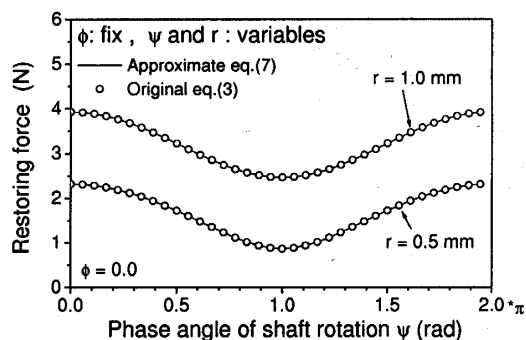
ここで、係数  $\epsilon_{*m*}^{(n)}$ ,  $\beta_{*m*}^{(n)}$  は、大きさ  $r (= \sqrt{x^2 + y^2})$ 、軸の回転角  $\psi = \omega t$  が一定で方向角  $\phi$  が  $2\pi$  変化するときポテンシャルエネルギーの大きさが  $n$  回変化し、変位の方向角  $\phi$  が一定で軸の回転角  $\psi$  が  $2\pi$  変化するときポテンシャルエネルギーの大きさが  $m$  回変化する非線形係数励振成分の係数を表している。

式(4)-(6)から  $x, y$  方向の復元力  $F_x, F_y$  がつぎのように求まる。

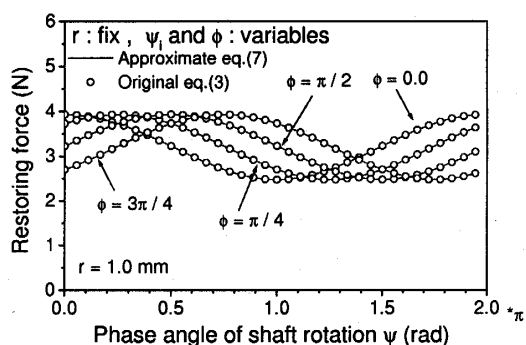
$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{\partial V}{\partial x} = F_{x0} + k_{11}x + k_{12}y + N_{0x} \\ &+ \sum_{m=1}^4 (F_{xmc} + k_{11mc}x + k_{12mc}y + N_{mxc}) \cos m\psi \\ &+ \sum_{m=1}^4 (F_{xms} + k_{11ms}x + k_{12ms}y + N_{mxs}) \sin m\psi \\ F_y &= \frac{\partial V}{\partial y} = F_{y0} + k_{21}x + k_{22}y + N_{0y} \\ &+ \sum_{m=1}^4 (F_{ymc} + k_{21mc}x + k_{22mc}y + N_{myc}) \cos m\psi \\ &+ \sum_{m=1}^4 (F_{yms} + k_{21ms}x + k_{22ms}y + N_{mys}) \sin m\psi \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ただし、 $F_{x0}, F_{y0}$  は一定の力である。また、 $F_{xmc}, F_{xms}, F_{ymc}, F_{yms}$  は状態量  $x, y$  に関連せず  $\cos m\omega t$  か  $\sin m\omega t$  を持つ力成分であり、周波数  $m\omega$  の励振力が系に作用することと等価である。

式(3)で求めた磁気軸受の磁気反発力を、式(7)を用いて最小二乗法によりフィッティングを行うことにより磁気反発力の近似表現を得る。式(7)の近似の精度を図3に示す。図3(a)は位相角  $\phi$  が一定で、回転



(a) Influence of displacement  $r$  and rotation angle  $\psi$



(a) Influence of position angle and rotation angle  $\psi$

Fig. 3 Approximation of repulsive magnetic force

角  $\psi$  と変位の大きさ  $r$  が変化する場合の復元力を近似した結果が示しており、図3(b)は  $r$  が一定で、 $\psi$  と  $\phi$  が変化する場合の復元力を近似した結果が示している。この結果より、式(3)の磁気反発力が式(7)の表現により良好に近似できることがわかる。

励振力について、回転軸系の解析に有用な形に変換することを考える。式(7)の近似により、内外輪共の磁気異方性  $B_{Am}, B_{Bn}$  の組み合わせにより、 $m$  次の励振力成分  $F_{xm} = F_{xmc} \cos m\psi + F_{xms} \sin m\psi$ ,  $F_{ym} = F_{ymc} \cos m\psi + F_{yms} \sin m\psi$  の発生が求まるが、その励振力  $F_{xm}$  と  $F_{ym}$  を振れ回り方向成分  $F_{fm}$  とその逆方向成分  $F_{bm}$  方向に分けてつぎのように表す。

$$\left. \begin{aligned} F_{xm} &= F_{fm} \cos(m\omega t + \beta_m) + F_{bm} \cos(-m\omega t + \delta_m), \\ F_{ym} &= F_{fm} \sin(m\omega t + \beta_m) + F_{bm} \sin(-m\omega t + \delta_m), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

表1に磁気特性の異方性のパターンと発生する非線形成分、励振力成分の関係を示す。第1列は外輪の磁気異方性  $B_{Bn}$  ( $n = 1 \sim 4$ )、第2列は内輪の磁気異方性  $B_{Am}$  ( $m = 1 \sim 4$ )、第3列は発生する非線形成分、第4列は発生する励振力成分を示している。第3列はさらに、外輪にのみ磁気異方性が存在する場合、内輪にのみ磁気異方性が存在する場合と内外輪に磁気異方性が同時に存在する場合に分けて、それぞれの場

合に発生する非線形成分を整理している。

2.4 磁気異方性に起因する非線形成分

2.4.1 内輪（回転部）にも外輪（固定部）にも磁気異方性が無い場合 表1に示すように、軸の変位角  $\phi$  や回転角  $\psi$  によらない等方性の非線形成分  $\beta^{(0)}$  が存在する。

2.4.2 外輪にのみ磁気異方性が存在する場合

外輪にのみ  $n$  次の磁気異方性  $B_{Bn}$  がある場合には、表1より  $\beta^{(0)}$  に加え、 $n$  が奇数の場合には  $\epsilon_{*0}^{(n)}$  で表される非対称非線形成分が存在し、 $n$  が偶数の場合には  $\beta_{*0}^{(n)}$  で表される対称非線形成分が存在する。なお、表には示していないが、磁気異方性  $B_{Bn}$  ( $n = 1 \sim 4$ ) が同時に複数存在する場合には、それぞれに対応する非線形成分が共存する。

2.4.3 内輪にのみ磁気異方性が存在する場合

内輪にのみ  $m$  次の磁気異方性  $B_{Am}$  がある場合には、表1より  $\beta^{(0)}$  に加え、 $m$  が奇数の場合には  $\epsilon_{*m}^{(m)}$  で表される非対称非線形係数励振成分が存在し、 $m$  が偶数の場合には  $\beta_{*m}^{(m)}$  で表される対称非線形係数励振成分が存在する。磁気異方性  $B_{Am}$  ( $m = 1 \sim 4$ ) が同時に複数同時に存在する場合には、それぞれに対応する非線形成分が共存する。

2.4.4 内外輪に磁気異方性が同時に存在する場合

外輪に  $B_{Bn}$ 、内輪に  $B_{Am}$  の磁気異方性が同時に存在する場合には、それぞれに対応する非線形成分に加え、さらに、 $n+m$  が奇数の場合には  $\epsilon_{*m}^{(n+m)}, \epsilon_{*m}^{(n-m)}$  の非対称非線形係数励振成分が発生し、 $n+m$  が偶数の場合には  $\beta_{*m}^{(n+m)}, \beta_{*m}^{(n-m)}$  の対称非線形係数励振成分が発生する。

2.5 磁気異方性に起因する励振力成分 表1より、

内輪に  $m$  次、外輪に  $(m-1)$  次の磁気異方性が存在する場合には  $+m\omega$  の励振力  $F_{fm}$  成分が発生し、内輪に  $m$  次、外輪に  $(m+1)$  次の磁気異方性が存在する場合には  $-m\omega$  の励振力  $F_{bm}$  成分が発生する。

2.6 運動方程式 式(7)で得られる反発型磁気軸受の復元力を用い、図1に示した理論解析モデルを、

円板位置の変位  $(x, y)$  に関する2自由度回転軸系で表す。代表長さに補助軸受のギャップ  $\delta$  を用い、無次元量をつぎのように定義する。

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x}{\delta}, y' = \frac{y}{\delta}, e' = \frac{e}{\delta}, i_p = I_p/I_1, \\ c' &= \frac{c}{\sqrt{kI_1}}, t' = t\sqrt{k/I_1}, \omega' = \frac{\omega}{\sqrt{k/I_1}}, \\ k_*' &= k_*/k, \epsilon_*^{(*)'} = \epsilon_*^{(*)}\delta/k, \beta_*^{(*)'} = \beta_*^{(*)}\delta^2/k \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで、 $\omega$  は軸の回転速度、 $I_1$  は回転軸系の上端支持点まわりの慣性モーメント、 $I_p$  は回転軸まわりの極慣性モーメント、 $c$  は減衰係数、 $k$  は反発型磁気軸受

Table 1 Nonlinearities and excitation forces due to magnetical asymmetric characteristics of inner and outer magnets ( $n \leq 4, m \leq 4$ )

$B_{Bn}$	$B_{Am}$	Nonlinear term			Excitation force
		static	rotate	interact	
-	-	$\beta^{(0)}$			
1	-	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(1)}$			
2	-	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(2)}$			
3	-	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(3)}$			
4	-	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(4)}$			
-	1	$\beta^{(0)}$	$\epsilon_{*1}^{(1)}$		
1	1	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(1)}$	$\epsilon_{*1}^{(1)}$	$\beta_{*1}^{(0)}, \beta_{*1}^{(2)}$	
2	1	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(2)}$	$\epsilon_{*1}^{(1)}$	$\epsilon_{*1}^{(3)}$	$-\omega$
3	1	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(3)}$	$\epsilon_{*1}^{(1)}$	$\beta_{*1}^{(2)}, \beta_{*1}^{(4)}$	
4	1	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(4)}$	$\epsilon_{*1}^{(1)}$	$\epsilon_{*1}^{(3)}$	
-	2	$\beta^{(0)}$	$\beta_{*2}^{(2)}$		
1	2	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(1)}$	$\beta_{*2}^{(2)}$	$\epsilon_{*2}^{(1)}, \epsilon_{*2}^{(3)}$	$2\omega$
2	2	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(2)}$	$\beta_{*2}^{(2)}$	$\beta_{*2}^{(0)}, \beta_{*2}^{(4)}$	
3	2	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(3)}$	$\beta_{*2}^{(2)}$	$\epsilon_{*2}^{(1)}$	$-2\omega$
4	2	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(4)}$	$\beta_{*2}^{(2)}$		
-	3	$\beta^{(0)}$	$\epsilon_{*3}^{(3)}$		
1	3	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(1)}$	$\epsilon_{*3}^{(3)}$	$\beta_{*3}^{(2)}, \beta_{*3}^{(4)}$	
2	3	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(2)}$	$\epsilon_{*3}^{(3)}$	$\epsilon_{*3}^{(1)}$	$3\omega$
3	3	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(3)}$	$\epsilon_{*3}^{(3)}$	$\beta_{*3}^{(0)}$	
4	3	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(4)}$	$\epsilon_{*3}^{(3)}$	$\epsilon_{*3}^{(1)}$	$-3\omega$
-	4	$\beta^{(0)}$	$\beta_{*4}^{(4)}$		
1	4	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(1)}$	$\beta_{*4}^{(4)}$	$\epsilon_{*4}^{(3)}$	
2	4	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(2)}$	$\beta_{*4}^{(4)}$	$\beta_{*4}^{(2)}$	
3	4	$\beta^{(0)}, \epsilon_{*0}^{(3)}$	$\beta_{*4}^{(4)}$	$\epsilon_{*4}^{(1)}$	$4\omega$
4	4	$\beta^{(0)}, \beta_{*0}^{(4)}$	$\beta_{*4}^{(4)}$	$\beta_{*4}^{(0)}$	

の線形ばね定数、 $e$  は静不釣りあい、 $t$  は時間である。 $I_1 = I + (m_d + m_s/4)l^2$  で表され、 $I$  は内輪磁石を含む円板の直径に関する慣性モーメント、 $m_d$  は円板の質量、 $m_s$  は軸の質量、 $l$  は軸の長さである。無次元表示された運動方程式は次式のようにになる。以下では無次元量であることを表す  $'$  は省略する。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + i_p \omega y' + c \dot{x} + F_x &= e \omega^2 \cos \omega t \\ \ddot{y} - i_p \omega x + c \dot{y} + F_y &= e \omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

3. 数値シミュレーション

式(10)を用いて数値シミュレーションを行う。磁気異方性が無い場合と、内外輪ともに  $B_{Bn}, B_{Am}$  ( $n, m = 1 \sim 4$ ) の磁気異方性が存在する場合の共振曲線を図

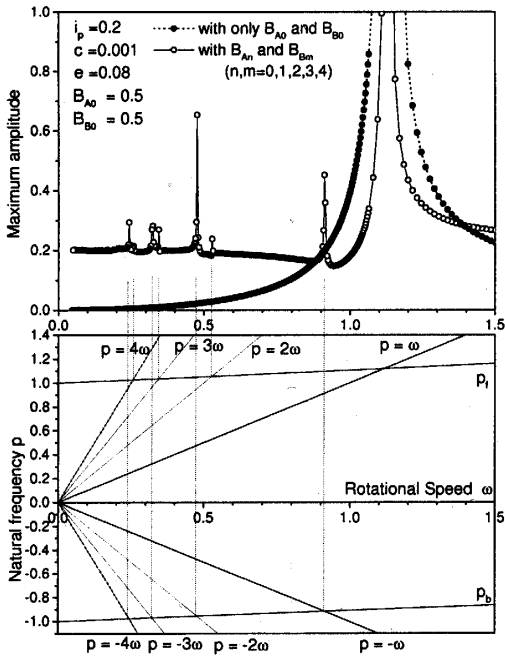


Fig. 4 Resonance curves and natural frequency diagram

4に●と○でそれぞれ示す。なお、縦軸の最大振幅とは  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  の最大値を示しており、以降の共振曲線も同様である。  $B_{A0}$  と  $B_{B0}$  はそれぞれ後述の実験装置と同じ有次元値で 0.5 T とし、磁気異方性  $B_{Am}$  と  $B_{Bn}$  もそれぞれ後述の実験に用いた磁石の計測値を参考に  $B_{A0}$  と  $B_{B0}$  の 2% の値を用いる。磁気異方性により主共振以外に複数の共振が発生し、また  $\omega = 0.1 \sim 0.9$  において振幅が大きくなっている。図4に示す固有振動数線図から、これらの共振は  $p_f = k\omega$  ( $k = 1 \sim 4$ ) および  $p_b = -k\omega$  の関係が成立するときに共振が発生することがわかる。

**3.1 磁気異方性に起因する励振力成分と非線形成分の影響** 式(7)中の非線形項を全て0として数値シミュレーションを行い、磁気異方性に起因する励振力成分の影響を調べた結果を図5に○で示す。また、式(7)中の励振力項を全て0として数値シミュレーションを行い、非線形成分の影響を調べた結果を●で示す。どちらの場合も、図4と同様の共振が発生することから、図4の共振  $p_f = k\omega$  ( $k = 1 \sim 4$ ) および  $p_b = -k\omega$  の発生は非線形成分と励振力成分の双方の影響を受けていることがわかるが、○で示した励振力成分のみの場合の共振曲線の概要が図4とほとんど一致していることから、磁気異方性に起因する励振力が振動現象に支配的に作用していると考えられる。非線形成分の影響としては、共振  $p_f = 2\omega$  以外の共振の振幅は小さく、また、その共振振幅は、主共振  $p_f = \omega$  か

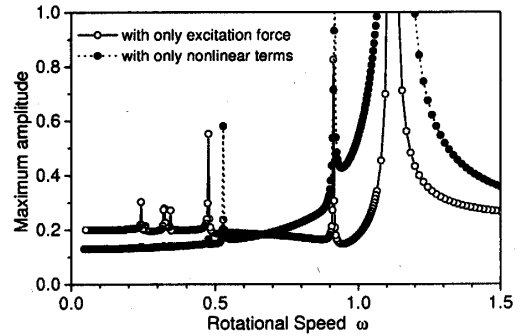


Fig. 5 Effect of excitation force and nonlinear components due to isotropic characteristics of repulsive magnetic force

ら遠ざかるほど小さくなる。

#### 4. 磁気異方性のパターンと発生する共振の関係

**4.1 内外輪とも等方性の場合** 内外輪とも等方性の場合(図4の共振曲線中の●)には、表1で示した非線形性  $\beta^{(0)}$  が存在するが、主共振  $p_f = \omega$  以外には共振現象は発生せず、主共振の形状もほとんど線形系におけるものとの違いは現れない。

**4.2 内輪が等方性、外輪が異方性の場合** 内輪は等方性、外輪は異方性の場合の共振曲線を図6に示す。外輪に2次の磁気異方性  $B_{B2}$  が存在する場合には後向き調和共振  $p_b = -\omega$  が発生することが確認できる。表1から、外輪に2次の磁気異方性  $B_{B2}$  が存在するときには、励振力は発生しないが、対称非線形性  $\beta_{*0}^{(2)}$  が存在し、さらに線形の剛性差  $|k_{11} - k_{22}|$  が存在している。このことから、この後向き調和共振  $p_b = -\omega$  は剛性差に起因して発生する共振<sup>(12)</sup>であると分類できる。

**4.3 内輪が異方性、外輪が等方性の場合** たとえば、内輪の異方性とつりあい力が位相差  $\pi$  の場合の共振曲線を図7に示す。調和共振  $p_f = \omega$  以外に共振は発生しない。内輪に1次の磁気異方性  $B_{A1}$  が存在する場合は、表1から  $+\omega$  の一定の励振力が生じるため、図には示していないが系につりあい  $e$  がなくても調和共振  $p_f = \omega$  が発生する。そして、つりあい力  $e\omega^2$  も励振力  $+\omega$  成分であるため、内輪1次の磁気異方性による励振力との和が系に作用する励振力  $F_{f1}$  となる。図7では、これらの励振力が位相差  $\pi$  で相殺するため、ある回転速度で和の励振力  $F_{f1}$  が0となり、そのときの振動振幅は0になる。逆に、位相差0の場合には共振曲線の振幅は増大する。

**4.4 内外輪とも異方性の場合** 内輪に  $n$  次、外輪に  $(n-1)$  次の磁気異方性が存在する場合、表1か

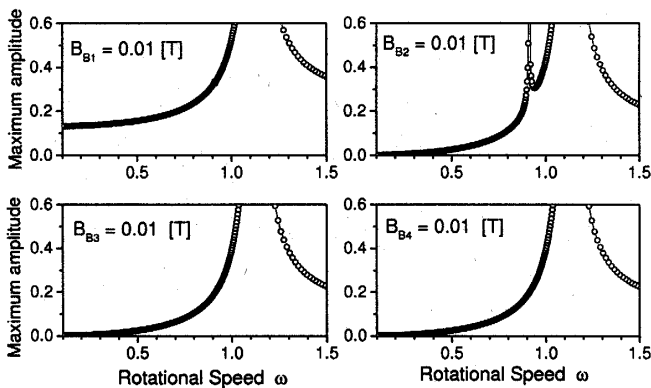


Fig. 6 Effect of anisotropic characteristics  $B_{B0} \sim B_{B4}$  in outer magnet

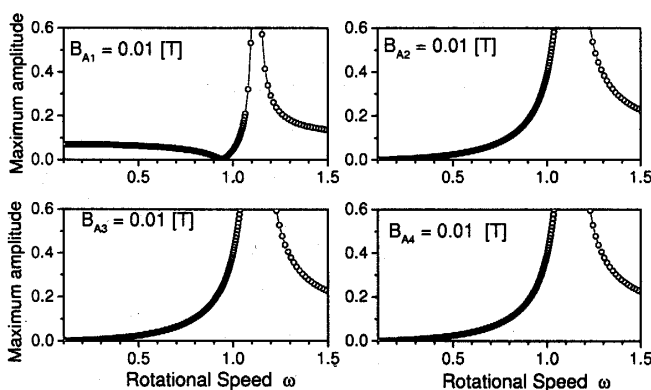


Fig. 7 Effect of anisotropic characteristics  $B_{A0} \sim B_{A4}$  in inner magnet

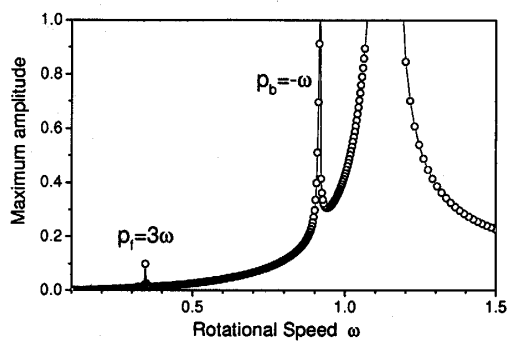


Fig. 8 Case with anisotropic characteristics  $B_{A3}$  in inner magnet and  $B_{B2}$  in outer magnet

ら  $+n\omega$  の励振力成分が発生し、その結果  $p_f = +n\omega$  の共振が発生する。また、内輪に  $n$  次、外輪に  $(n+1)$  次の磁気異方性が存在する場合、表 1 から  $-n\omega$  の励振力成分が発生し、 $p_b = -n\omega$  の共振が発生する。

例として、後述の実験結果と対応させて、内輪に 3 次、外輪に 2 次の磁気異方性が存在する場合と内輪に 2 次、外輪に 3 次の磁気異方性が存在する場合を、図 8 と図 9 に示す。

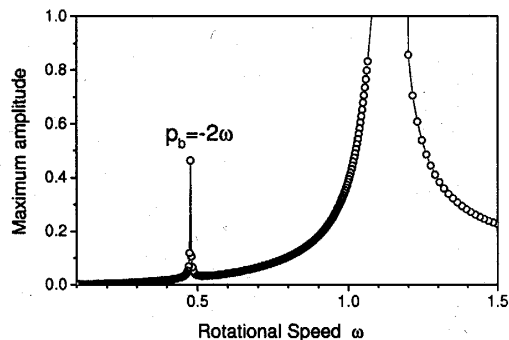


Fig. 9 Case with anisotropic characteristics  $B_{A2}$  in inner magnet and  $B_{B3}$  in outer magnet

Table 2 Resonances due to isotropic characteristics of repulsive magnetic force

$B_{Bn}$	$B_{Am}$	Occurrence of resonance
2	-	$p_b = -\omega$
2	1	$p_b = -\omega$
1	2	$p_f = 2\omega$
2	2	$p_b = -\omega$
3	2	$p_b = -2\omega$
2	3	$p_b = -\omega, p_f = 3\omega$
4	3	$p_b = -3\omega$
2	4	$p_b = -\omega$
3	4	$p_f = 4\omega$

図 8 では、 $3\omega$  の励振力  $F_{f3}$  による共振  $p_f = +3\omega$  と、剛性差による後向き調和共振  $p_b = -\omega$  が発生し、図 9 では、 $-2\omega$  の励振力  $F_{b2}$  による共振  $p_b = -2\omega$  が発生している。

数値シミュレーションによる検討結果をまとめ、磁気異方性のパターンと発生する共振の関係を表 2 に示す。第 1 列は外輪の磁気異方性  $B_{Bn}$ 、第 2 列は内輪の磁気異方性  $B_{Am}$ 、第 3 列は発生する共振を示す。

以上から、機械の内外輪磁石の磁気偏心を計測してフーリエ展開し、表 1 と表 2 と比較すれば、発生する振動をあらかじめ理解し、予測することができると思われる。

### 5. 実験装置

図 10 に実験装置の概略図を示す。半径  $R_s = 8$  mm、長さ  $L = 330$  mm の鉛直剛性軸を、上端は自動調心玉軸受 (# 1200) で単純支持し、下端は反発型磁気軸受で支持する。反発型磁気軸受の内輪磁石は内径半径  $R_1 = 10$  mm、外径半径  $R_2 = 15$  mm、高さ 20 mm であり、外輪磁石の内径半径  $R_3 = 16.5$  mm、外径半

径  $R_d = 21.5$  mm, 高さ 20 mm である。内外輪磁石間のギャップ半径は 1.5 mm である。軸の上端から 115 mm の位置に, 半径  $R_d = 50$  mm, 厚さ  $L_d = 15$  mm の円板を取り付け, この円板の変位を計測する。永久磁石間の接触による磁石の破損を防ぐために, 反発型磁気軸受の上側に補助軸受を設置した。補助軸受と軸の間のギャップ半径は 1.3 mm である。

実験には 0.5T に着磁された市販の永久磁石を用いた。製造時に測定された内外輪の磁束密度分布を図 11 に示す。磁石の磁束密度分布をフーリエ展開し, 平均磁束  $B_{A0}$ ,  $B_{B0}$  と磁気異方性  $B_{Am}$ ,  $B_{Bn}$  を求めた結果, 最大の異方性は内輪 1 次成分  $B_{A1}$  で  $B_{A0}$  の 2.7 % であり, その他の異方性成分は 1 % 以下であった。

## 6. 実験結果

磁気異方性の影響に関する理論解析結果を実証するために, 図 12 に示すように, 外輪磁石および内輪磁石の下方 13 mm ほど離れた位置に様々な形状の鉄片を配置することで, 内外輪に関し 1 ~ 3 次の磁気異方性を発生させ, 磁気異方性の 3 次までの全てのパターンと発生する共振の関係を調べた。ここでは, 内輪 3 次, 外輪 2 次の磁気異方性がある場合と, 内輪 2 次, 外輪 3 次の磁気異方性がある場合について, 実験により得られた共振曲線と, 時刻歴およびスペクトルを示す。共振曲線は  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  の最大値を示す。

内輪 3 次, 外輪 2 次の磁気異方性がある場合の実験結果を図 13 に示す。表 2 で予想したように, 主共振 ( $\omega = 1400$  rpm) 以外に  $\omega = 1350$  rpm 付近において共振  $p_b = -\omega$  が発生し,  $\omega = 450$  rpm 付近において共振  $p_f = 3\omega$  が発生した。共振  $p_f = 3\omega$  中の点 A におけるスペクトルと時刻歴を図 14 に示す。図 8 のシミュレーション結果と同様に  $+3\omega$  成分が発生し, さらに同時に  $-3\omega$  成分も発生した。この  $-3\omega$  成分は, 実験装置の回転軸系の  $i_p$  の値が約 0.01 と小さいために共振  $p_f = +3\omega$  と共振  $p_b = -3\omega$  の共振点が近接することに起因して内部共振<sup>(13)(14)</sup>が発生していることが原因であると考えられ, 確認のため数値シミュレーションで  $i_p$  の値を小さくしてみたところ, 実験と同様に  $\pm 3\omega$  成分が発生することが確認された。

つぎに, 内輪 2 次, 外輪 3 次の磁気異方性が存在する場合の実験結果を図 15 に示す。表 2 で予想したように,  $\omega = 680$  rpm 付近において共振  $p_b = -2\omega$  が発生した。共振  $p_b = -2\omega$  中の点 B におけるスペクトルおよび時刻歴を図 16 に示す。図 7 に示したシミュレーション結果と同様に,  $-2\omega$  成分が発生し, さらに同時に  $+2\omega$  成分も発生した。これは, 図 14 と同様,

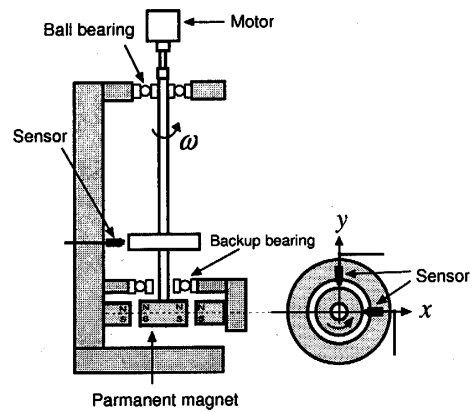


Fig. 10 Experimental system

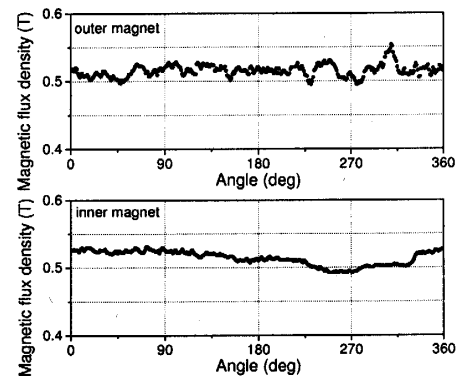


Fig. 11 Magnetic flux densities of the inner magnet and the outer magnet

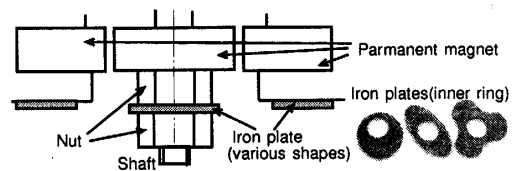


Fig. 12 Setting of isotropic characteristics in the magnetic bearing

内部共振に起因して発生したものと考えられる。

その他, 内外輪ともに 3 次までの全ての磁気異方性のパターンについて実験を行い, 表 1 で予想した全ての共振が実際に発生することを確認した。

## 7. 結論

反発型磁気軸受の内外輪の微小な磁気異方性に起因する振動現象について, 数値シミュレーションと実験から以下の結論を得た。

1. 内輪に  $m$  次, 外輪に  $n$  次の磁気異方性が存在する場合,  $n$  が奇数の場合には  $(n + m)$  次および

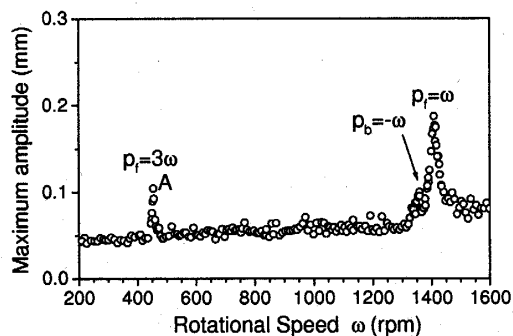


Fig. 13 Case with anisotropic characteristics  $B_{A3}$  in inner magnet and  $B_{B2}$  in outer magnet

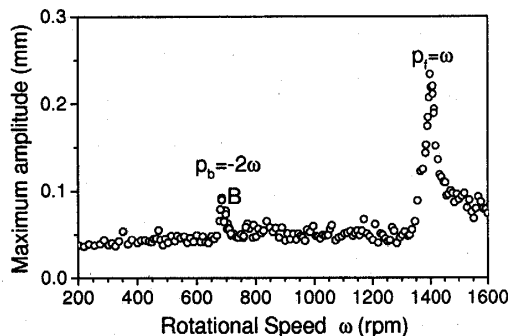


Fig. 15 Case with anisotropic characteristics  $B_{A2}$  in inner magnet and  $B_{B3}$  in outer magnet

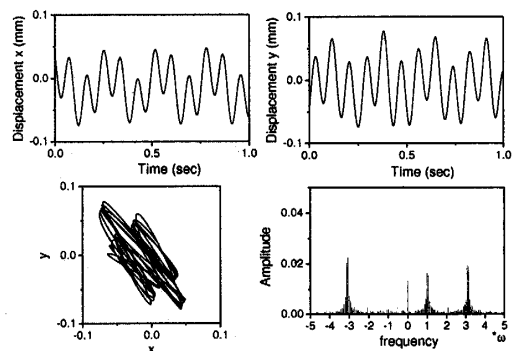


Fig. 14 Time histories and spectrum at Point A ( $\omega = 454\text{rpm}$ ) in the case with  $B_{A3}$  and  $B_{B2}$

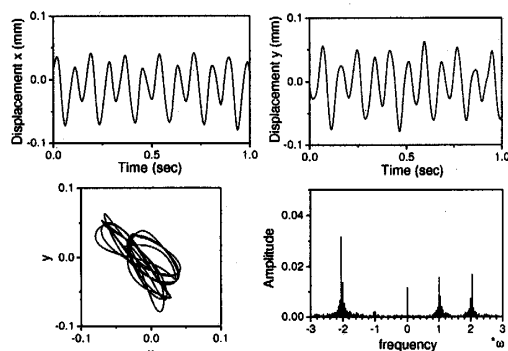


Fig. 16 Time histories and spectrum at Point B ( $\omega = 685\text{rpm}$ ) in the case with  $B_{A2}$  and  $B_{B3}$

$|n-m|$  次の非対称非線形係数励振項が発生し,  $n$  が偶数の場合には  $(n+m)$  次および  $|n-m|$  次の対称非線形係数励振項が発生する。

2. 内輪に  $n$  次, 外輪に  $(n-1)$  次の磁気異方性が存在する場合,  $+n\omega$  の励振力成分が発生し, その結果  $p_f = +n\omega$  の共振が発生する。
3. 内輪に  $n$  次, 外輪に  $(n+1)$  次の磁気異方性が存在する場合,  $-n\omega$  の励振力成分が発生し, その結果  $p_b = -n\omega$  の共振が発生する。
4. 内輪に 1 次の磁気異方性が存在する場合, 外輪の磁気異方性のパターンにかかわらず  $+\omega$  の励振力成分が生じるため, 系につりあいがなくても調和共振  $p_f = \omega$  が発生する。
5. 外輪に 2 次の磁気異方性が存在する場合, 線形剛性差と対称非線形性に起因して, 内輪の磁気異方性のパターンにかかわらず後向き調和共振  $p_b = -\omega$  が発生する。

文 献

(1) Ohji, T., et al., *Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 4-1, (1996), pp.267-272

(2) Ohji, T., et al., *Journal of the Magnetics Society of Japan*, 24-4-2, (2002), pp.1011-1014  
 (3) Ueno, S., et al., *Proc of D&D2000 Conf. of the JSME*, (2000), No.429  
 (4) Q.tan, et al, *Tribology Int.*, Vol.35(2002), p443-448  
 (5) Taylor, H.D., *J. Appl. Mech.*, 7-2(1940), pp.71-79  
 (6) Brosens, S.H. and Crandall, S.H., *Transaction of the ASME, J. of Appl. Mech.*, 83(1961), pp.355-362  
 (7) Yamamoto, T., et al., *Transaction of the JSME*, 49-448(1983), pp.2133-2140  
 (8) Yamamoto, T., et al., *Transaction of the JSME*, 46-405(1980), pp.473-480  
 (9) The JSME ed., *The basis and application of the magnetic bearings*, Yokendo co., ltd. (1995)  
 (10) The JEEJ ed., *Magnetic levitation and magnetic bearings*, CORONA Publishing co., ltd. (1993)  
 (11) Yamamoto, T., and Ishida, Y., *Linear and Nonlinear Rotordynamics*, John Wiley and Sons, Inc. (2001)  
 (12) Yamamoto, T., et al., *Transaction of the JSME*, 20-91(1954), pp.215-222  
 (13) Ishida, Y., and Inoue, T., *Transaction of the JSME*, 63-606(1997), pp.321-327  
 (14) Ishida, Y., and Inoue, T., *Transaction of the JSME*, 63-614(1997), pp.3335-3342