

磁気浮上制御系の非線形強制振動* (調和共振の分岐現象と超調波共振の発生)

井上 剛志*¹, 石田 幸男*¹, 池田 陽介*²

Nonlinear Forced Oscillation in a Magnetically Levitated System (Bifurcation Phenomena of a Harmonic Oscillation and Occurrence of Super Harmonic Resonances)

Tsuyoshi INOUE*³, Yukio ISHIDA and Yosuke IKEDA*³ Department of Electronic-Mechanical Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

In this paper, we study the nonlinear resonance phenomena and bifurcation phenomena in 1 degree of freedom magnetically levitated system. From the results of theoretical and experimental analysis, we clarify that the shape of resonance curve becomes soft type and period doubling bifurcations occur at the major resonance point due to the effect of the nonlinearity of magnetic force. We also show that the super harmonic resonance occurs with the shape of soft spring type.

Key Words: Magnetic Levitation, Nonlinear Vibration, Bifurcation, Optimum Regulatr

1. ま え が き

近年、磁気力により非接触で物体を浮上・支持する磁気浮上技術が、磁気浮上式鉄道、磁気軸受、搬送装置など、さまざまな機械において実用化され、さらに高速化・高精度化が望まれている。そして、このような磁気浮上技術の応用に伴い、磁気浮上系に発生する振動の解析とその低減に関する研究の重要性が高まっている。

磁気力は距離の2乗に反比例する強い非線形性を有する。そのため、磁気力を用いた系にはさまざまな非線形現象が発生する可能性がある。藪野ら⁽¹⁾⁽²⁾は、永久磁石を用いた反発型磁気浮上系に関する非線形現象の研究を報告しており、杉浦ら⁽³⁾は高温超伝導磁気軸受における分数調波共振などの非線形共振現象の発生を明らかにしている。しかし、吸引型磁気浮上制御系における非線形現象の研究はあまりなされておらず、最近、徐らが⁽⁴⁾軌道不整外乱を想定した1自由度吸引型磁気浮上系の非線形挙動を数値シミュレーションにより調べた程度である。

機械システムにおける制御系の構築では、制御対象

を高次元で精度良くモデル化し、近年提案されている様々な制御理論を適宜用いればロバストな制御系⁽⁵⁾⁽⁶⁾を構築できるが、一方で、実機への制御系の実装では、現場でのチューニングの容易さの面から、たとえばPID制御に代表されるようなできるだけ簡単な制御系を用いて、設計要求を満たすシステムを構築することが重要である。そのため実際には、たとえば制御対象の高周波帯域の動特性を考慮しない低次元化や平衡状態まわりでの線形化を施した近似系に対して制御系を設計することが行われる。このときの制御系設計時における機械システムの近似などの取り扱いと、その結果として現れる系の振動問題との関係を明らかにする必要がある。

磁気浮上制御系に関するこれまでの研究では、制御系のむだ時間、電磁石コイルの鉄心におけるわずかな電流損の影響やパワーアンプの電力飽和、センサに含まれるローパスフィルタの影響などによる制御力の遅れはほとんど無いものとして無視し、電流制御型のパワーアンプを用いる場合には、電気回路部分のダイナミクスを省略して低次元化した近似モデルを用いて制御系を設計することがしばしば報告されている。

このような低次元化した近似モデルにおいて無視した制御系部分の周波数特性がその系の安定性に与える影響⁽⁷⁾は調べられており、また、動特性については、

* 原稿受付 2003年10月17日。

¹ 正員、名古屋大学大学院工学科(☎464-8603 名古屋市千種区不老町)。² NTN(株)(☎438-8510 磐田市東貝塚)。

E-mail: inoue@nuem.nagoya-u.ac.jp

一般に平衡浮上状態におけるインパルス応答などの時間領域の解析や実験により検討されている。しかし、このような磁気浮上制御系の動特性を、吸引力の非線形性の影響を考慮して周波数応答特性について調べたものはほとんど報告されておらず、磁気力の非線形性の影響により、系の動特性に何らかの影響が現れる可能性、とくに、非線形共振の発生の有無などは明らかにされていない。

本研究では、鉛直 1 自由度吸引型磁気浮上制御系を対象とする。そして、例えば磁気浮上搬送中の周期的作業による外乱や軌道不整外乱を想定し、磁気浮上物体に調和外力が働くときの応答を、とくに非線形現象に着目して調べる。そして、主共振点付近において共振曲線の漸軟化や周期倍分岐が発生すること、また、複数の超調波共振が発生し得ることを理論解析により明らかにし、実験により確認する。

2. 磁気浮上制御系の構成

磁気浮上制御系として、図 1 に示すような鉛直 1 自由度磁気浮上制御系を考える。浮上物体の鉛直上方に電磁石を設置し、制御電流 I をフィードバック制御することにより磁気浮上制御を行う。そして、その磁気浮上物体に調和外力 $f = f_0 \cos \omega t$ が作用するときの周波数応答特性を調べる。

2.1 電磁石の吸引特性 電磁石のコイル巻数 N 、真空透磁率 μ_0 、鉄心の比透磁率 μ_s 、磁路の断面積 S 、磁路の長さ l とすると、電磁石から距離 X にある点における吸引力 F_m ⁽⁷⁾ は、一様な磁場が形成される場合には次式により求められる。

$$F_m = \frac{\mu_0 S N^2 I^2}{(2X + l/\mu_s)^2} \quad (1)$$

実際には、浮上物体の形状による磁束漏れなどにより、この理論値と実際の値には差異がある。本研究ではこの吸引力を次式で表し、その係数 k_m 、 δ は、後述するように実測により求めた値を用いる。

$$F_m = k_m \frac{I^2}{(X + \delta)^2} \quad (2)$$

浮上物体の質量を m 、電磁石からの物体の平衡位置を X_0 とすると、吸引力と重力がつり合うときの平衡電流値 I_0 は次のように求められる。

$$I_0 = \sqrt{mg(X_0 + \delta)^2/k_m} \quad (3)$$

2.2 運動方程式 ギャップ X 、電磁石電流 I を、外力 $f = 0$ のときの平衡値 X_0 、 I_0 とそのまわりの

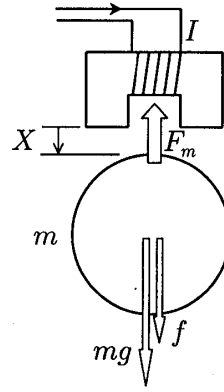


Fig. 1 Theoretical model

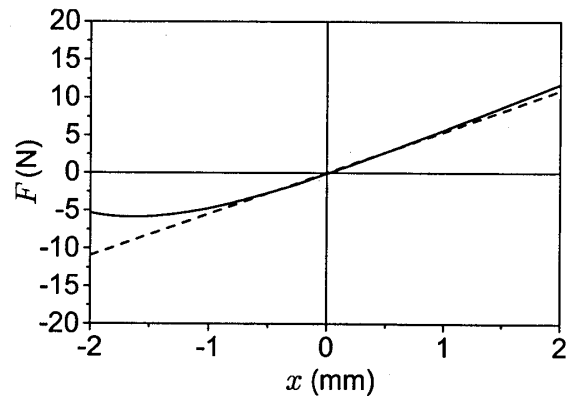


Fig. 2 Restoring force

微小変動 x 、 i により次式のように表す。

$$X = X_0 + x, \quad I = I_0 + i \quad (4)$$

平衡点近傍の運動を支配する運動方程式は次式で与えられる。

$$m\ddot{x} = mg - k_m \frac{(I_0 + i)^2}{(X_0 + x + \delta)^2} + f_0 \cos \omega t \quad (5)$$

実際の磁気浮上系の電磁吸引力は、制御系の微小なむだ時間、パワーアンプの電力飽和や電磁石鉄心部のわずかな電流損、センサのローパスフィルタなどの影響などを含む。本研究では、そのダイナミクスの最も簡単な近似として、電磁吸引力を制御信号電圧に対する 1 次遅れとしてモデル化し、その電磁吸引力のダイナミクスに起因して現れる非線形現象を理論解析により予測し、実験により確認することを目的とする。ここでは、電磁吸引力の 1 次遅れの効果を電流の式に組み込んで取り扱う。実際にコイルに流れる電流を I 、制御指令電流値を I_c 、電流の遅れの係数を α とすると次式で表される。

$$I_c = I + \alpha \dot{I} \quad (6)$$

非線形性を持つ磁気吸引力を平衡値 X_0 , I_0 まわりで線形化すると, 変動 x, i に関する線形化方程式は次式となる.

$$m\ddot{x} - k \frac{2I_0^2}{(X_0 + \delta)^3} x + k \frac{2I_0}{(X_0 + \delta)^2} i = f \quad (7)$$

制御系の設計では, パワーアンプの電力飽和や電磁石鉄心部の渦電流損の影響による遅れの係数 α は十分小さく無視できるものとして省略し, 式(6)の制御電流 I_c を PD 制御により次式のようにおく.

$$I_c = I_0 + k_P x + k_D \dot{x} \quad (8)$$

本論文では, 制御電流のフィードバック係数 k_P , k_D は, 線形化方程式(7)に関する最適レギュレータにより設計する. 式(4),(6),(8)から, 変動電流 i に関して次式を得る.

$$k_P x + k_D \dot{x} = i + \alpha i \quad (9)$$

この装置の, 平衡点 X_0 まわりの磁気浮上物体の静的復元力は, 式(2)の I に式(4),(9)を代入して得られる電磁吸引力 F_m の静的成分 ($\dot{x} = 0$) から求められ, 図2に実線で示される特性を示す. また, 図中の破線は, 平衡点 $x = 0$ まわりで線形化した静的復元力である. この図から, 磁気浮上系は平衡点まわりで非対称な非線形復元力特性を有していることがわかる.

3. 磁気浮上制御系の動特性解析

本研究で扱う磁気浮上系では, 式(2)や図2に示した電磁石の非線形特性に起因して, 式(5)で示されるような分母に従属変数 x を含む電磁吸引力項が存在する. 本研究では, 式(5),(9)からなる磁気浮上制御系の解析を行うにあたり, 汎用的なプログラムの開発が比較的容易, 不連続系に対する計算が可能, 不安定解も安定解と全く同等に求めることができるなどの特徴をもつ数値解析手法であるシューティング法⁽⁸⁾⁽⁹⁾を用いて, 周期解を求める. また, 解の安定性の判別は, フロケの特性乗数を求めることにより行う. なお, 数値積分ルーチンとして, 予測子の計算に Adams-Bashforth の公式を用い, 修正子の計算に Adams-Moulton の公式⁽¹⁰⁾を用いるアダム法を組み込んだシューティング法のプログラムを作成して計算を行う. 本解析で用いたパラメータをつぎに示す.

$$\left. \begin{aligned} m &= 0.615\text{kg}, & k &= 62.817\text{N mm}^2/\text{A}^2, \\ \delta &= 2.148\text{mm}, & I_0 &= 2.291\text{A}, \\ X_0 &= 5.25\text{mm}, & \alpha &= 0.011, \\ k_P &= 1.368\text{A/mm}, & k_D &= 0.0176\text{As/mm} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

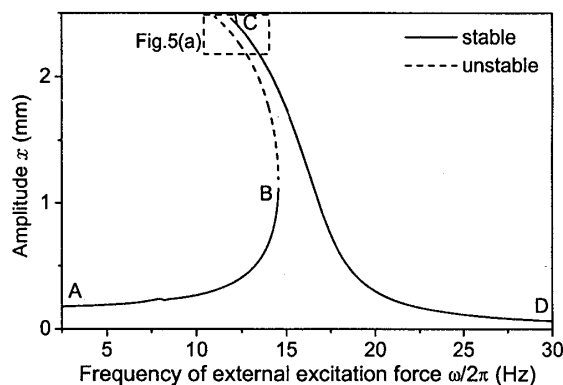


Fig. 3 Response curve ($f_0=0.98$ N)

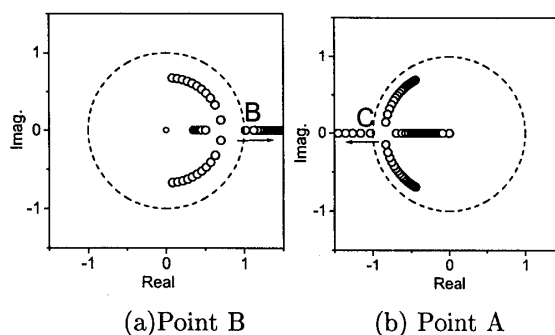
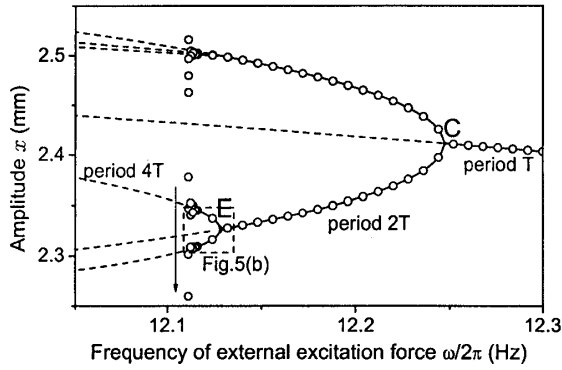


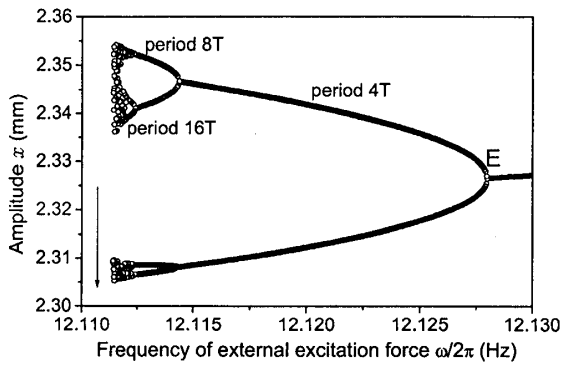
Fig. 4 Characteristic multiplier

3.1 主共振点付近における応答 主共振点付近における外力周期 $T = 2\pi/\omega$ の周期解を, シューティング法を用いて, その安定性も含めて解析する. その結果得られる周期 T の解の最大振幅に関する共振曲線を図3に示す. 図中の実線は安定解を, 破線は不安定解を示す. 電磁吸引力の非線形性により, 点Bにおいてサドルノード分岐が発生し, 共振曲線が漸軟形を示している. この点Bから不安定な分枝に沿って調和外力の周波数 ω を減少させていくときの, 周期 $T = 2\pi/\omega$ の周期解に対するフロケの特性乗数の変化を図4(a)に示す. 分岐点Bで特性乗数の1つが1となり, 分岐点Bから離れるにつれて特性乗数の1つが1から正の方向の増加していき, 不安定性が増大していく.

高速側から続く安定な分枝DCにおいても点Cで分岐が発生し, 解が不安定になる. この点C付近で周波数を減少させていくときのフロケの特性乗数の変化を図4(b)に示す. この場合は, 外力周波数 ω を減少させていくとき, 図3中のC点において, 図4(b)の特性乗数の1つが単位円上の点-1を負の方向へと横切っていることから, 周期倍分岐が発生することを示している. この点C付近において, シューティング法を用いて, 図3に示した外力周期 $T = 2\pi/\omega$ の解のみ



(a) Bifurcation diagram (solution T,2T,4T)



(b) Bifurcation diagram (solution 2T,4T,8T,16T)

Fig. 5 Period doubling bifurcation ($f_0=0.98$ N)

ならず、周期 $2T$ の解と周期 $4T$ の解の周期 T 毎の最大振幅について、その安定判別も含めて解析した結果を図 5(a) に示す。また、この図には比較のために、式 (5),(9) を直接数値積分し、各外力周期 $T=2\pi/\omega$ 毎の最大振幅を得たものを \circ で示す。周期倍分岐点 C を超えて外力周波数 ω が低速側に減少すると、周期 T の解が不安定になると共に周期 $2T$ の安定解が発生する。そして、さらに外力周波数 ω が低速側に減少すると、点 E において次の周期倍分岐が発生し、周期が $2T$ の解が不安定となり周期 $4T$ の安定周期解が発生する。点 E よりも低速側についてはシューティング法では求めていないが、式 (5),(9) を直接数値積分した結果のみを図 5(b) に示す。さらに複数回の周期倍分岐が発生し、振動状態は周期 $8T$ 、 $16T$ と変化した後、図 3 で示した低振幅の安定解 AB の分枝に跳躍する。

周期倍分岐点 C 付近における分岐前と分岐後の相図とスペクトル線図の変化を図 6 に示す。図 6(a) に示す分岐前のスペクトルでは、外力周波数 ω 成分のほかに、図 2 に示される非対称な非線形性の影響により、平衡浮上点からのずれを表す定数成分が現れ、さらに外力周波数の 2 倍の 2ω 成分も観察できる。そし

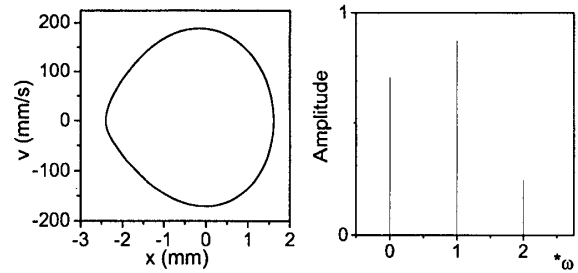
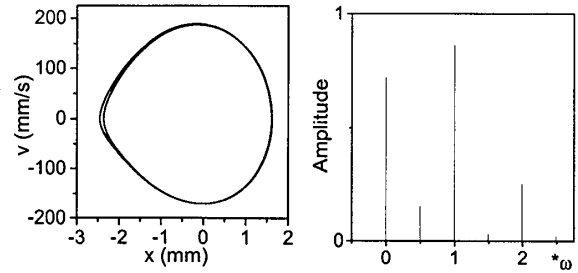
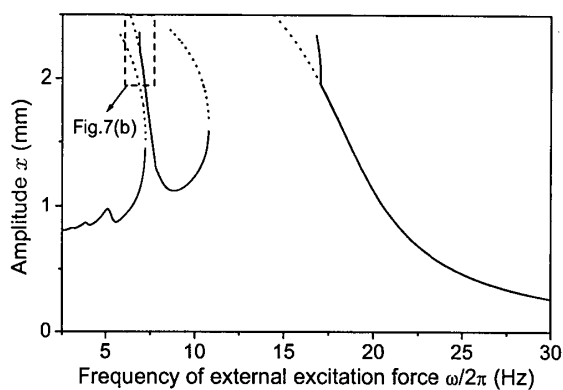
(a) $\omega/2\pi=12.3$ Hz (Before Bifurcation)(b) $\omega/2\pi=12.2$ Hz (After Bifurcation)

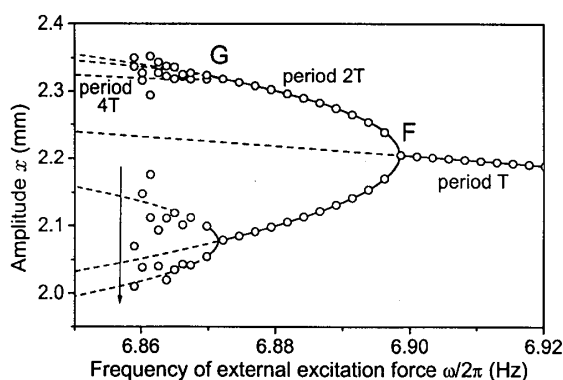
Fig. 6 Phase planes and spectra

て分岐により、相図では 1 重から 2 重の閉曲線へと変化し、スペクトルでは $\omega/2$ 成分が現れ、振動の周期が外力の 2 倍の周期に変化する事が分かる。

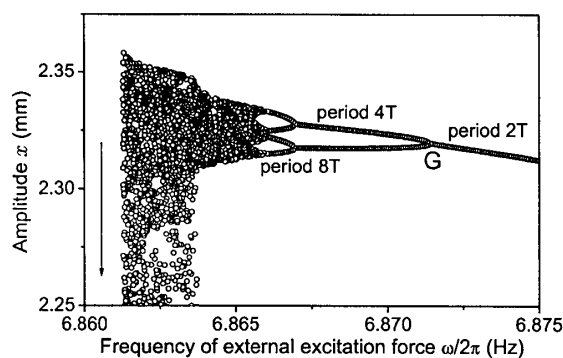
3.2 超調波共振点付近の応答 外力が大きい場合の、周期 $T=2\pi/\omega$ の周期解の最大振幅に関する共振曲線を図 7(a) に示す。主共振点の $1/2$ の周波数領域において、外力周波数 ω の 2 倍の 2ω 成分が大きく現れる 2 次超調波共振が発生し、主共振の場合と同様、漸軟形の形状となる。この 2 次超調波共振の分枝の近傍において、シューティング法により周期 $T=2\pi/\omega$ 、 $2T$ 、 $4T$ の解について、その安定判別も含めて解析した結果を図 7(b) に示す。また、比較のために、式 (5),(9) を直接数値積分し、各外力周期 $T=2\pi/\omega$ 毎の最大振幅を得たものを \circ で示す。この図から、2 次超調波共振の安定な分枝が点 F において周期倍分岐を起こし、周期 T の解が不安定になると共に周期が 2 倍の安定解が発生する。そして、さらに外力周波数 ω が低速側に減少すると、点 G において次の周期倍分岐が発生し、周期 $2T$ の解が不安定となり周期 $4T$ の安定解が発生する。図 7(c) に、シューティング法では求めていないが、点 G よりも低速側について式 (5),(9) を直接数値積分した結果のみを \circ で示す。さらに複数回の周期倍分岐が発生して周期 $4T$ 、 $8T$ の振動状態を経たのち、狭い外力周波数範囲においてカオス様式の振動が発生し、その後、低振幅の安定解の分枝に跳躍する。



(a) Response curve



(b) Bifurcation diagram (solution T, 2T, 4T)



(c) Bifurcation diagram (solution 2T, 4T, 8T)

Fig. 7 Super harmonic resonance ($f_0=3.92$ N)

分岐点 F 付近における相図とスペクトル線図を図 8 に示す。図 8(a) に示す分岐前のスペクトルでは、外力周波数 ω 成分と定数成分のほかに、2 次超調波共振による 2ω 成分が大きく現われ、さらに、 3ω 成分も小さく現れている。そして、図 6 の場合と同様、外力周波数 ω が分岐点 F より低くなると、相図では 1 重から 2 重の閉曲線へと変化し、スペクトルでは $(1/2)\omega$ 成分、 $(3/2)\omega$ 成分、 $(5/2)\omega$ 成分が現れ、振動の周期が外力の 2 倍の周期に変化する。

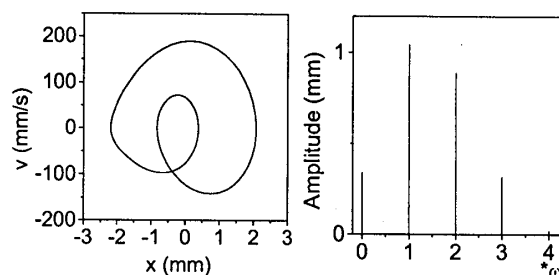
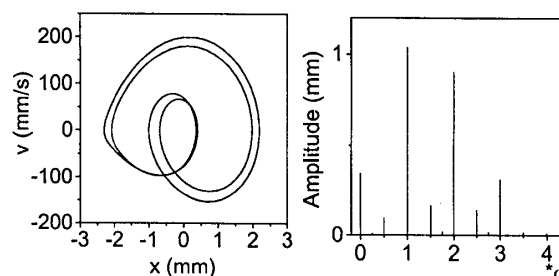
(a) $\omega/2\pi=6.90$ Hz (Before Bifurcation)(b) $\omega/2\pi=6.87$ Hz (After Bifurcation)

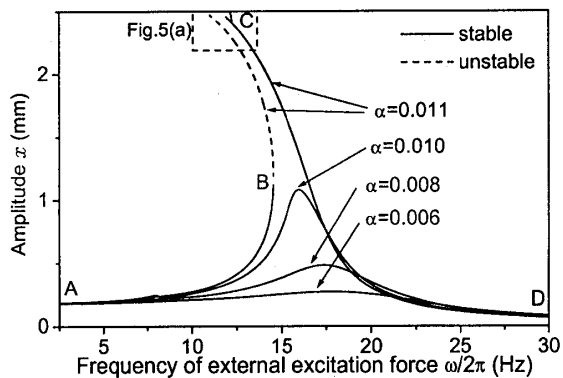
Fig. 8 Phase planes and spectra

4. パラメータの影響

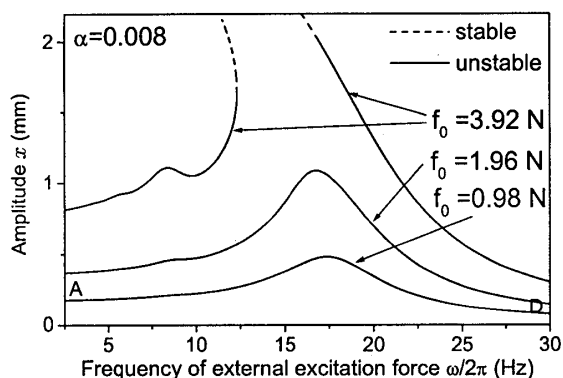
これまでに明らかにした非線形性の影響と各パラメータの関係を調べる。1 次遅れの係数 α と外力の大きさを表すパラメータ f_0 の大きさが、周期 T の解の共振曲線に与える影響を図 9 に示す。

1 次遅れの係数 α の影響を図 9(a) に示す。なお、線形解析より得られる α の安定限界は 0.013 であり、それ以上では、磁気浮上系の全ての解が不安定化する。図 9(a) より、遅れのパラメータ α の値が 0.013 以下でも、ある値の範囲においては、制御系を設計する際に無視した高周波のダイナミクスの影響が大きく現れ、これまで明らかにしてきたような主共振のピークの漸軟化や周期倍分岐による周期 T の解の不安定化などの動特性が現れる。そして、さらに α の値が小さくなると、無視した高周波のダイナミクスの影響は小さくなり、主共振のピークも小さくなる。本論文の系の場合では、 $\alpha=0.008$ 程度以下であれば、 $f_0=0.98$ N の様々な周波数の外力が作用する場合においても、十分に安定な磁気浮上系が実現されることがわかる。

つぎに周期外力 f_0 の大きさの影響を示す。 α の値を、図 9(a) において十分にピークが小さく抑えられている $\alpha=0.008$ に設定し、作用する外力の大きさ f_0 を変化させたときの共振曲線を図 9(b) に示す。外力 f_0 が、図 7 と同じ $f_0=3.92$ N の場合には、主共振点付近で大きな振動が発生し、サドルノード分岐が発生して漸軟形の共振曲線を示すと共に、図 3 と同様に、高速側からの分枝で周期倍分岐が発生し、周期 T の解



(a) Influence of delay coefficient α



(b) Influence of external force f_0

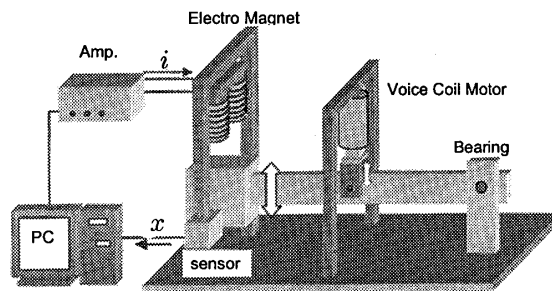
Fig. 9 Influence of parameters

が不安定化することがわかる。また、主共振点の 1/2 の周波数領域において、2 次超調波共振のピークが発生することも確認できる。

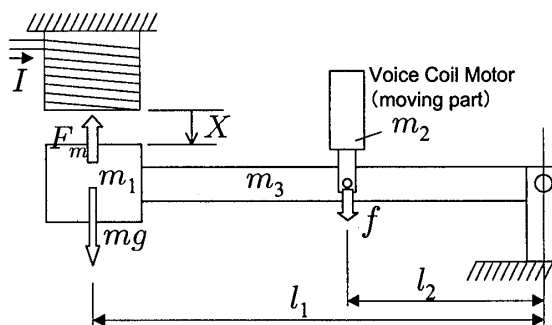
以上の理論解析結果から、磁気浮上制御系では、作用する外力 f_0 や制御系の遅れの大きさ α によって、主共振の共振曲線の漸軟化、複数の超調波共振の発生、主共振点および超調波共振点における周期倍分岐の発生などの非線形性に起因する動特性が現れる可能性があることがわかる。

5. 実験装置

図 10(a) に示すような、鉛直方向の 1 自由度に運動を拘束した磁気浮上制御実験装置を作成した。図 10(b) は加振位置や吸引対象物体などの設定状況を示している。浮上対象物体は剛性アームにより固定され、アームの一端を単列深みぞ玉軸受で支持することにより、鉛直方向のみの運動に拘束した。浮上物体の鉛直上方に馬蹄型電磁石を設置し、制御電流のフィードバック制御による磁気浮上制御を行う。この実験装置には電流制御型アンプを用いているが、電源電圧の飽和による遅れやコイル電流と吸引力との間の遅れなどの特性を持つ⁽⁷⁾。この剛性アームにボイスコイルモータを取



(a)



(b)

Fig. 10 Experimental system
(1 DOF magnetically levitated system)

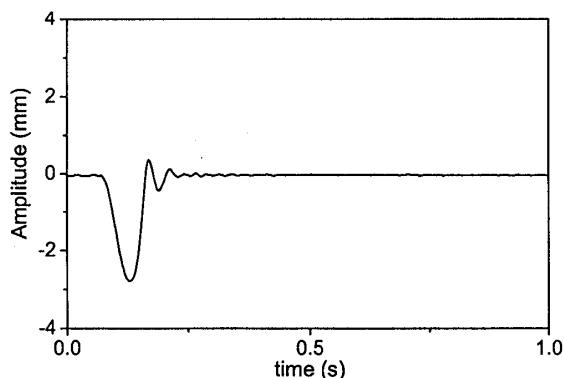


Fig. 11 Impulse response of maglev system

り付けて磁気浮上物体を加振し、周波数応答特性を調べる。

本実験装置の各物理量を次に示す。

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= 330\text{mm}, l_2 = 190\text{mm}, \\ m_1 &= 0.55\text{kg}, m_2 = 0.14\text{kg}, m_3 = 0.02\text{kg} \end{aligned} \right\} (11)$$

前述のように電磁石の吸引力 F_m は式 (1) により表されるが、実際には浮上物体の形状による磁束漏れなどにより理論値と実際値には差異がある。本研究では、電流 I 、ギャップ X と力 F_m の関係を実測し、式 (2) の係数 k_m 、 δ を最小二乗近似により求めた。その結果、本研究の実験装置に関してつぎの値を得た。

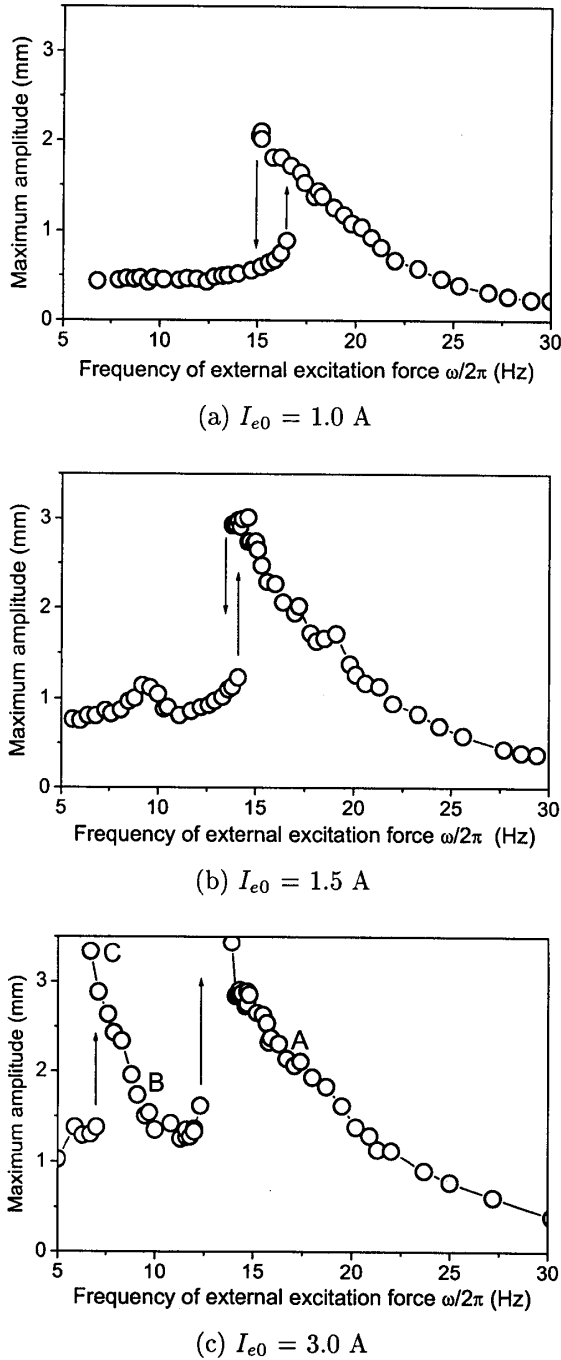


Fig. 12 Response curve (Experiment)

$$k_m = 73.241 \text{ Nmm}^2/\text{A}^2, \quad \delta = 0.822 \text{ mm} \quad (12)$$

制御系の設計には、 m_1, m_2, m_3 から求めた浮上物体位置における等価質量 $m = 0.632 \text{ kg}$ を用い、平衡位置 X_0 、平衡電流 I_0 は次のように設定した。

$$X_0 = 5.25\text{mm}, \quad I_0 = 1.77\text{A} \quad (13)$$

フィードバック係数は、最適レギュレータの設計より $k_P = 1.337 \text{ A/mm}$ 、 $k_D = 0.0155 \text{ As/mm}$ を得た。

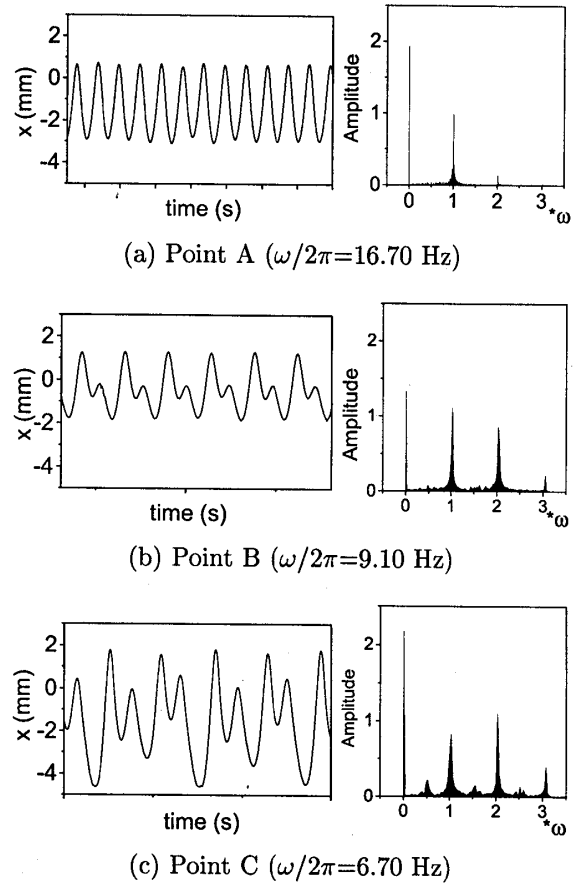


Fig. 13 Time histories and spectra (Experiment)

6. 実験結果

6.1 インパルス応答実験 前節で設計した磁気浮上装置で実際に浮上実験し、その浮上物体に衝撃を加えたときの応答を図 11 に示す。平衡位置 $x=0$ 付近で応答が減衰し、安定に浮上している様子が確認できる。この磁気浮上制御系に周期的な外力 $f = f_0 \cos \omega t$ が作用する場合の各種共振現象を実験的に調べる。

6.2 周波数応答実験 周波数応答特性について実験を行った結果を示す。加振器として用いたボイスコイルモータの電流 $I_e = I_{e0} \cos \omega t$ の電流振幅 I_{e0} を 1 A, 1.5 A, 3 A とし、それぞれの場合について電流周波数 ω を静的に変化させて応答を計測した。加振器の電流振幅が $I_{e0}=1.0 \text{ A}$ の場合について得られた結果を図 12(a) に示す。図から、 $\omega/2\pi = 18 \text{ Hz}$ 付近で発生する主共振のピークが漸軟形となり、跳躍現象や履歴現象が現れたことがわかる。

加振器の電流振幅を $I_{e0}=1.5 \text{ A}$ と増加させた場合の結果を図 12(b) に示す。 $\omega/2\pi = 9 \text{ Hz}$ 付近で 2 次超調波共振の小さなピークが現れたことがわかる。さらに電流振幅を $I_{e0}=3 \text{ A}$ と増加させた場合の周波数応答曲線を図 12(c) に示す。2 次超調波共振のピーク

クが大きくなり、その形状も漸軟形となったことがわかる。

この図 12(c) の A 点 ($\omega/2\pi = 16.70\text{Hz}$) , B 点 ($\omega/2\pi = 9.10\text{Hz}$) , C 点 ($\omega/2\pi = 6.70\text{Hz}$) における時刻歴とスペクトル線図を図 13 に示す. 主共振点付近の A 点における図 13(a) では, 理論解析結果の図 6(a) と同様, 外力周波数 ω 成分以外に, 定数成分と外力周波数の 2 倍の 2ω 成分が発生したことがわかる. また, 超調波共振点付近の B 点における図 13(b) では, 図 8(a) と同様, 外力周波数 ω 成分以外に, 定数成分と 2ω 成分が大きく発生し, さらに, 3ω 成分が発生したことがわかる. さらに, B 点から外力周波数 ω を減少させた C 点の図 13(c) では, 図 8(b) と同様, $(1/2)\omega$ 成分, $(3/2)\omega$ 成分, $(5/2)\omega$ 成分が現れ, 振動の周期も外力の 2 倍の周期になることが観察でき, 図 13(b) との比較から, 周期倍分岐が発生したことが確認された.

7. 結 論

吸引型磁気浮上系において, 制御系の微小なむだ時間やパワーアンプの電力飽和, 電磁石鉄心部のうず電流損, センサのローパスフィルタなどの影響などの制御系のダイナミクス無視して低次元化した線形近似系に対して制御系を構築するとき, その近似の取り扱いが磁気浮上系の動的特性に与える影響を明らかにすることを目的とし, 特に電磁吸引力の非線形性の影響を考慮して周波数応答特性について調べた.

本論文では, 制御系は最適レギュレータによる PD 制御により構築し, 実際の制御系のダイナミクスを, 最も簡単な近似として, 電磁吸引力を制御信号電圧に対する 1 次遅れとしてモデル化し, 解析を行った. そして, その結果, 作用する外力や制御系の遅れの大きさによって, 以下に示す動特性が現れる可能性があることを示した.

- (1) 主共振の共振曲線は磁気力の非線形性に起因して, その形状は漸軟形となる.
- (2) 複数の超調波共振が発生し, その形状は漸軟形となる.
- (3) 主共振点及び超調波共振点において複数回の周期倍分岐が発生する.
- (4) 上記の理論解析結果を実験により確認した.

文 献

- (1) 藪野, 他 3 名, 機論 C, 54-504(1988),1654.
- (2) 吉沢, 他 3 名, 機論 C, 57-540(1991),2518.
- (3) 杉浦, ほか 3 名, 機論 C, 66-651(2000), 3568.
- (4) 徐, 瀬戸, 田村, D&D 機講論, 01-5(2001), 757.
- (5) 滑川, 藤田, 電学論 C, 118-3(1998), 289.
- (6) 野波, 西村, 平田, MATLAB による制御系設計, 東京電機大学出版局.
- (7) 日本機械学会, 磁気軸受の基礎と応用, 養賢堂.
- (8) 田村, 松崎, 機論 C, 60-569(1994), 30.
- (9) 近藤, 矢ヶ崎, 機論 C, 61-583(1995),746.
- (10) 日本機械学会, 数値積分法の基礎と応用, コロナ社.