

1972

日本機械学会論文集(C編)  
68巻671号(2002-7)

論文 No. 02-0010

## 動吸振器を用いた非線形回転軸系の制振\*

石田 幸男\*<sup>1</sup>, 井上 剛志\*<sup>1</sup>Vibration Control of Nonlinear Rotor Systems  
Using Dynamic AbsorberYukio ISHIDA\*<sup>2</sup> and Tsuyoshi INOUE\*<sup>2</sup> Dept. of Electronic-Mechanical Engineering, Nagoya University,  
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

When a rotor system is supported by single-row deep groove ball bearings, nonlinear spring characteristics appear due to clearance of bearings. In such rotor systems, the vibration characteristics change due to the effect of nonlinearities. In this paper, we studied vibration control of nonlinear rotor systems with a dynamic absorber. We clarified that the nonlinearity influences on the vibration characteristics of controlled rotor systems. If the rotor system has a isotropic symmetrical nonlinearity, we cannot use fixed points theorem for the optimization of the dynamic absorber, because the vibration increases due to the effect of this nonlinearity. We also clarify that the vibration control of the nonlinear rotor systems with a dynamic absorber can be achieved by considering such effects of nonlinearity in designing the parameters of dynamic absorber.

**Key Words:** Vibration of Rotating Body, Vibration Control, Nonlinear Vibration, Dynamic Absorber, Electro-Magnetic Force, Optimum Design

## 1. ま え が き

回転機械には避けがたい不釣り合いが存在するため、回転速度が固有振動数近傍にあるとき、共振により大振幅の振動が発生する。さらに、回転機械では、ジャーナル軸受の油膜<sup>(1)</sup>、玉軸受のクリアランス<sup>(2)-(4)</sup>、軸の伸びによる幾何学的非線形性<sup>(5)(6)</sup>など、少なからず非線形性が存在し、それらに起因して共振曲線に分岐現象や新しい解の出現などの定性的な変化が現れたり、新たに非線形共振が発生することが知られている。著者らは、これまで、回転軸系の各種非線形性に起因する動特性の変化を調べてきた<sup>(7)</sup>。

回転軸系では、その振動を低減する手段として、スクイズフィルムダンパ軸受などの受動的な手段や磁気軸受などを用いた能動的な手段がこれまでに用いられている。また、往復振動系では、動吸振器を用いた制振がさまざまな機構において用いられている。しかし、これらの研究において、系に存在する非線形性の影響を考慮して動吸振器の設計を行ったものはこれまで報告されていない。

本研究は、このような非線形性を持つ回転軸系の主

共振点付近の振動を、動吸振器を用いて低減する際の基本的特性を明らかにすることを目的とする。回転機械に存在する非線形性は、機械の組立誤差がわずかであり、また、水平軸における重力のような軸に対して横方向の力が作用しない場合は、基本的には方向性の無い等方性の対称非線形性が支配的である。本研究では、そのような等方性の対称非線形性が動吸振器の制振効果にどのように影響するかを調べた。

制振対象である回転体の位置に動吸振器などの制振装置を組み込むことは、空間的あるいは機能的制限から一般的に困難である。本研究では、制振対象の回転体とは異なる軸位置に動吸振器を取り付けるものとして検討した。

理論解析により得られた結果を実験により確認した。回転軸系における動吸振器の形式として、非接触式の電磁動吸振器<sup>(11)</sup>を用いた。この電磁動吸振器は、(i) 回転軸に非接触で制御力が伝えられる、(ii) 容易にパラメータの変更が可能である、などの利点がある。電磁動吸振器の形式としてはこれまで、永久磁石を併用した反発型<sup>(11)</sup>が考えられているが、反発型では制振不要時にも磁気力が作用するため、本研究では、必要時にもみ制振力が加えられる吸引型の電磁動吸振器を開発し、制振実験に用いた。

\* 原稿受付 2002年1月4日。

\*<sup>1</sup> 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。

E-mail: ishida@nuem.nagoya-u.ac.jp

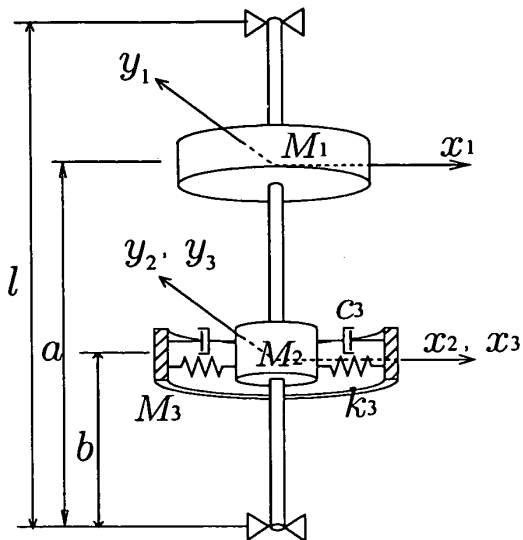


Fig. 1 Analytical model

理論解析と実験の結果, (i) 線形回転軸系では, 制振対象の回転体と動吸振器の軸上の位置が離れている場合でも定点理論により動吸振器の設計が可能であること, (ii) 非線形性を持つ回転軸系では, 線形系における動吸振器の最適パラメータを用いた場合に振動の低減ができず, 大振幅の振動が発生する可能性があること, (iii) 非線形性の影響を考慮して動吸振器パラメータを補正することにより非線形回転軸系の振動を線形系の場合と同程度に低減できること, が確認できた。

## 2. 運動方程式

理論解析モデルを図1に示す。この系は質量のない弾性軸に回転体 \$M\_1\$ (質量 \$m\_1\$) を取り付け, それと異なる軸位置にばね要素 \$k\_3\$, 減衰要素 \$c\_3\$, 質量要素 \$M\_3\$ (質量 \$m\_3\$) からなる動吸振器を付加した回転軸系である。動吸振器取付位置において軸の等価質量要素 \$M\_2\$ (質量 \$m\_2\$) を考慮した。したがってこの系は, 回転体 \$M\_1\$, 動吸振器取付位置の等価軸質量要素 \$M\_2\$, 動吸振器質量要素 \$M\_3\$ のそれぞれ \$x, y\$ 方向に関する並進運動の計 6 自由度をもつ回転軸モデルである。簡単のため, 回転体に作用するジャイロモーメントは小さいものとして無視できる場合を考える。なお, 以降では便宜上, 動吸振器を付加しない系のことを原系と呼ぶことにする。

回転体位置の軸変位, 動吸振器位置の軸変位, 動吸振器の変位をそれぞれ複素変数 \$z\_1 (= x\_1 + jy\_1)\$, \$z\_2 (= x\_2 + jy\_2)\$, \$z\_3 (= x\_3 + jy\_3)\$ で表す。非線形性は, 3 次の等方性の対称非線形性のみを考えるものとする。こ

の系の運動方程式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + k_{11} z_1 + k_{12} z_2 + 4\beta^{(0)} z_1^2 \bar{z}_1 &= m_1 e \omega^2 e^{j\omega t}, \\ m_2 \ddot{z}_2 + c_3 (\dot{z}_2 - \dot{z}_3) + k_{21} z_1 + k_{22} z_2 + k_3 (z_2 - z_3) &= 0, \\ m_3 \ddot{z}_3 + c_3 (\dot{z}_3 - \dot{z}_2) + k_3 (z_3 - z_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで, \$k\_{11}, k\_{12}, k\_{21}, k\_{22}\$ は軸の剛性, \$c\_1\$ は原系の減衰係数, \$k\_3\$ は動吸振器の剛性係数, \$c\_3\$ は動吸振器の減衰係数, \$\beta^{(0)}\$ は等方性の対称非線形性の大きさを表す係数, \$e\$ はつりあい, \$\omega\$ は回転角速度, \$t\$ は時刻を示す。つりあいと同程度の大きさを持つ代表量 \$e\_0\$ を導入し, 次の無次元量を定義する。

$$\left. \begin{aligned} m'_2 &= \frac{m_2}{m_1}, \quad m'_3 = \frac{m_3}{m_1}, \\ \gamma &= k_{11} - \frac{k_{12} k_{21}}{k_{22}}, \quad k'_{11} = \frac{k_{11}}{\gamma}, \\ k'_{12} &= k'_{21} = \frac{k_{12}}{\gamma}, \quad k'_{22} = \frac{k_{22}}{\gamma}, \quad k'_3 = \frac{k_3}{\gamma}, \\ c'_1 &= \frac{c_1}{\sqrt{m_1 \gamma}}, \quad c'_3 = \frac{c_3}{\sqrt{m_1 \gamma}}, \\ \omega' &= \sqrt{\frac{m_1}{\gamma}} \omega, \quad t' = \sqrt{\frac{\gamma}{m_1}} t, \\ z'_1 &= \frac{z_1}{e_0}, \quad z'_2 = \frac{z_2}{e_0}, \quad z'_3 = \frac{z_3}{e_0}, \quad e' = \frac{e}{e_0}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

無次元化された運動方程式は次式となる。なお, 表記の簡単のため, 以下では無次元量に付された記号'は省略する。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{z}'_1 + c'_1 \dot{z}'_1 + k'_{11} z'_1 + k'_{12} z'_2 + 4\beta^{(0)} z'^2_1 \bar{z}'_1 &= e \omega'^2 e^{j\omega' t'}, \\ m'_2 \ddot{z}'_2 + c'_3 (\dot{z}'_2 - \dot{z}'_3) + k'_{21} z'_1 + k'_{22} z'_2 + k'_3 (z'_2 - z'_3) &= 0, \\ m'_3 \ddot{z}'_3 + c'_3 (\dot{z}'_3 - \dot{z}'_2) + k'_3 (z'_3 - z'_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

図1中の回転体および動吸振器の位置 \$a, b\$ を可変とし, 非線形性の大きさを表すパラメータ \$\beta^{(0)}\$ も変化させたときの, 動吸振器を付加した回転軸系の主危険速度付近の応答を調べてゆく。

## 3. 理論解析と共振曲線

主危険速度付近の振動解を次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= Z_1 e^{j\omega t} = R_1 e^{j(\omega t + \delta_1)}, \\ z_2 &= Z_2 e^{j\omega t} = R_2 e^{j(\omega t + \delta_2)}, \\ z_3 &= Z_3 e^{j\omega t} = R_3 e^{j(\omega t + \delta_3)}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで, \$Z\_1, Z\_2, Z\_3\$ は, それぞれ, 複素振幅を表す。式(4)を式(3)に代入し, \$e^{j\omega t}\$ の係数について実部と虚

部をそれぞれ等置・整理すると、次式となる。

$$\left. \begin{aligned}
 2\omega \dot{R}_1 &= -(c_1\omega R_1 + e\omega^2 \sin \delta_1 - k_{12}R_2 \sin(\delta_1 - \delta_2)), \\
 2\omega R_1 \dot{\delta}_1 &= -(R_1(\omega^2 - k_{11}) + R_1^3\beta^{(0)} + e\omega^2 \cos \delta_1 \\
 &\quad - k_{12}R_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)), \\
 2m_2\omega \dot{R}_2 &= -(c_3\omega R_2 - c_3R_3\omega \cos(\delta_2 - \delta_3) \\
 &\quad + k_{21}R_1 \sin(\delta_1 - \delta_2) + k_3R_3 \sin(\delta_2 - \delta_3)), \\
 2m_2\omega R_2 \dot{\delta}_2 &= R_2(k_{22} + k_3 - m_2\omega^2) \\
 &\quad + k_{21}R_1 \cos(\delta_1 - \delta_2) - k_3R_3 \cos(\delta_2 - \delta_3) \\
 &\quad - c_3R_3\omega \sin(\delta_2 - \delta_3), \\
 2m_3\omega \dot{R}_3 &= -c_3R_3\omega + c_3R_2\omega \cos(\delta_2 - \delta_3) \\
 &\quad + k_3R_2 \sin(\delta_2 - \delta_3), \\
 2m_3\omega R_3 \dot{\delta}_3 &= R_3(k_3 - m_3\omega^2) - k_3R_2 \cos(\delta_2 - \delta_3) \\
 &\quad + c_3R_2\omega \sin(\delta_2 - \delta_3).
 \end{aligned} \right\} (5)$$

式(5)左辺の微分項を0とすることにより、定常解を求めることができる。回転軸系に非線形性が存在する場合、回転速度  $\omega$  の変化に対して各種の分岐現象が発生し、その結果、ある回転速度領域において複数解が存在したり、不安定解が現れる可能性がある。それらの解の安定判別は、式(5)を定常解まわりで線形化した式のヤコビ行列の固有値から判別する。

動吸振器を付加しない原系の共振曲線は、式(5)において、 $c_3 = 0, k_3 = 0$  とし、上の4つの式のみを解くことにより求めることができる。原系の回転体  $M_1$  の振幅に関する共振曲線の1例を図2に示す。実線が安定解、破線が不安定解を示す。等方性の非線形性の影響により、 $\omega = 1.1$  付近においてサドルノード分岐が発生し、共振曲線が漸硬形の特徴を示している。

式(5)を用いて、動吸振器を付加した回転軸系の回転体  $M_1$  の振幅に関する共振曲線を求めた結果を図3に示す。図中には、動吸振器の減衰係数  $c_3$  を変えた場合を示してある。 $c_3$  が小さい場合 ( $c_3=0.001$ ) も大きい場合 ( $c_3=0.5$ ) も非線形性の影響によりサドルノード分岐が発生し、漸硬形の共振曲線が現れるが、 $c_3=0.07$  の場合には振幅がある程度低く抑えられている。次節以降では、このような非線形回転軸系の動吸振器の最適設計について調べる。

### 3.1 動吸振器の設計 (線形近似系と定点理論)

図3では確認しにくいですが、式(3)中の減衰  $c_1$  の影響により、共振曲線中に定点は存在しない<sup>(12)</sup>。また、非線形性  $\beta^{(0)}$  の影響により複数の解が出現する回転速度領域が存在するため、従来の動吸振器の設計理論は適用できない。そこで、まず、これらのパラメータ値  $c_1, \beta^{(0)}$  を、 $c_1 = 0, \beta^{(0)} = 0$  とした線形近似系を考え、その系について定点理論により動吸振器の最適パラメータを求めた後、 $c_1, \beta^{(0)}$  の影響について検討する。

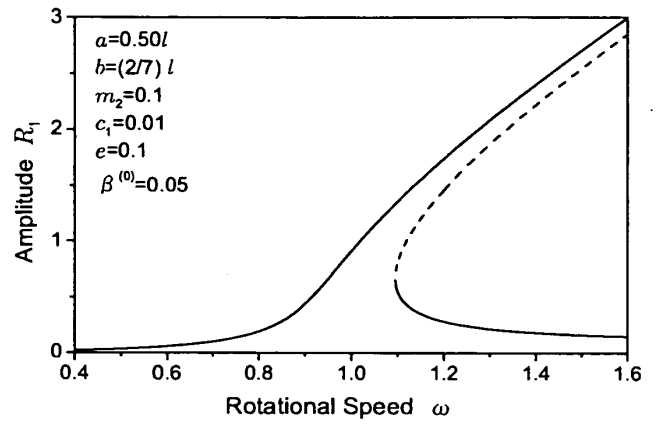


Fig. 2 Resonance curves without the dynamic absorber

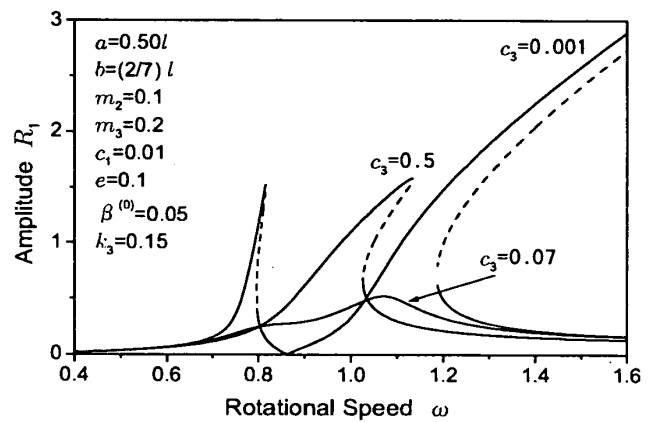


Fig. 3 Resonance curves with the dynamic absorber

この線形近似系の運動方程式に、解(4)を代入すると、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned}
 (-\omega^2 + k_{11})Z_1 + k_{12}Z_2 &= e\omega^2, \\
 k_{21}Z_1 + (k_{22} + k_3 - m_2\omega^2 + j\omega c_3)Z_2 \\
 &\quad - (j\omega c_3 + k_3)Z_3 = 0, \\
 -(k_3 + j\omega c_3)Z_2 + (k_3 + j\omega c_3 - m_3\omega^2)Z_3 &= 0.
 \end{aligned} \right\} (6)$$

この式から、 $Z_2, Z_3$  を消去すると次式の形となる。

$$\left. \begin{aligned}
 Z_1^2 &= (e\omega^2)^2 \frac{A^2 + \omega^2 c_3^2 B^2}{C^2 + \omega^2 c_3^2 D^2}, \\
 A &= k_3 \{ k_{22} - (m_2 + m_3)\omega^2 \} + m_3\omega^2 (m_2\omega^2 - k_{22}), \\
 B &= k_{22} - (m_2 + m_3)\omega^2, \\
 C &= (k_{11} - \omega^2) \{ k_3 (k_{22} - (m_2 + m_3)\omega^2) \\
 &\quad + m_3\omega^2 (m_2\omega^2 - k_{22}) \} - k_{12}k_{21}(k_3 - m_3\omega^2), \\
 D &= (k_{11} - \omega^2)(k_{22} - (m_2 + m_3)\omega^2) - k_{12}k_{21}.
 \end{aligned} \right\} (7)$$

回転体  $M_1$  の振幅  $Z_1$  の大きさが減衰  $c_3$  に無関係になるには、条件式  $A/C = -B/D$  が成立すればよく、

この式は次の  $\omega$  に関する 8 次式となる.

$$\begin{aligned}
 & 2m_2m_3(m_2 + m_3)\omega^8 \\
 & + \{2k_{22}m_2m_3 + 2k_{22}m_3(m_2 + m_3) \\
 & + 2k_{11}m_2m_3(m_2 + m_3) + 2k_3(m_2 + m_3)^2\}\omega^6 \\
 & + \{k_{12}k_{21}m_2m_3 - 2k_{22}^2m_3 - 2k_{11}k_{22}m_2m_3 \\
 & - 4k_{22}k_3(m_2 + m_3) + k_{12}k_{21}m_3(m_2 + m_3) \\
 & - 2k_{11}k_{22}m_3(m_2 + m_3) - 2k_{11}k_3(m_2 + m_3)^2\}\omega^4 \\
 & + \{2k_{22}^2k_3 - 2k_{12}k_{21}k_{22}m_3 + 2k_{11}k_{22}^2m_3 \\
 & - 2k_{12}k_{21}k_3(m_2 + m_3) + 4k_{11}k_{22}k_3(m_2 + m_3)\}\omega^2 \\
 & + (2k_{12}k_{21}k_{22}k_3 - 2k_{11}k_{22}^2k_3) = 0.
 \end{aligned} \tag{8}$$

この式 (8) で  $\omega$  が 4 つの正の実数解を持つとき、共振曲線は減衰  $c_3$  の値に関わらず 4 つの定点 P, Q, R, S を通ることになる. 定点 P, Q, R, S の周波数をそれぞれ  $\omega_P, \omega_Q, \omega_R, \omega_S$  とすると、それらを解とする  $\omega$  の多項式と式 (8) との各次数についての係数比較から、定点の周波数に関する次の 4 つの式を得る.

$$\begin{aligned}
 (\omega_P^2 + \omega_Q^2 + \omega_R^2 + \omega_S^2) &= \{2k_{22}m_2m_3 + 2k_{22}m_3(m_2 + m_3) + 2k_{11}m_2m_3(m_2 + m_3) + 2k_3(m_2 + m_3)^2\} / \{2m_2m_3(m_2 + m_3)\}, \\
 (\omega_P^2\omega_Q^2 + \omega_P^2\omega_R^2 + \omega_Q^2\omega_R^2 + \omega_P^2\omega_S^2 + \omega_Q^2\omega_S^2 + \omega_R^2\omega_S^2) &= -\{-2k_{22}^2m_3 + k_{12}k_{21}m_2m_3 - 2k_{11}k_{22}m_2m_3 - 4k_{22}k_3(m_2 + m_3) + k_{12}k_{21}m_3(m_2 + m_3) - 2k_{11}k_{22}m_3(m_2 + m_3) - 2k_{11}k_3(m_2 + m_3)^2\} / \{2m_2m_3(m_2 + m_3)\}, \\
 (\omega_P^2\omega_Q^2\omega_R^2 + \omega_P^2\omega_Q^2\omega_S^2 + \omega_P^2\omega_R^2\omega_S^2 + \omega_Q^2\omega_R^2\omega_S^2) &= \{2k_{22}^2k_3 - 2k_{12}k_{21}k_{22}m_3 + 2k_{11}k_{22}^2m_3 - 2k_{12}k_{21}k_3(m_2 + m_3) + 4k_{11}k_{22}k_3(m_2 + m_3)\} / \{2m_2m_3(m_2 + m_3)\}, \\
 \omega_P^2\omega_Q^2\omega_R^2\omega_S^2 &= -(2k_{12}k_{21}k_{22}k_3 - 2k_{11}k_{22}^2k_3) / \{2m_2m_3(m_2 + m_3)\}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

つぎに最適調整の条件式を求める. 定点 P, Q, R, S のうち、振動を低減したい主危険速度付近に存在する定点 P, Q において応答の振幅が等しく、極大値を取るように  $k_3, c_3$  を設計することを考える<sup>(13)</sup>. 定点 P, Q は減衰  $c_3$  の値によって変化しないので、式 (7) で減衰  $c_3 = \infty$  の時、 $\omega_P, \omega_Q$  における振幅が位相反転して等しいとおくと、次式を得る.

$$\begin{aligned}
 & k_{22}(k_{12}k_{21} - k_{11}k_{22})(\omega_P^2 + \omega_Q^2) \\
 & - (m_2 + m_3)(k_{12}k_{21} - k_{11}k_{22})(\omega_P^4 + \omega_Q^4) \\
 & - (m_2 + m_3)(2k_{22} + k_{11}m_2 + k_{11}m_3) \\
 & \quad \omega_P^2\omega_Q^2(\omega_P^2 + \omega_Q^2) \\
 & + 2k_{22}(k_{22} + k_{11}m_2 + k_{11}m_3)\omega_P^2\omega_Q^2 \\
 & + 2(m_2 + m_3)^2\omega_P^4\omega_Q^4 = 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

また、定点 P, Q において応答曲線が極大値を取る条

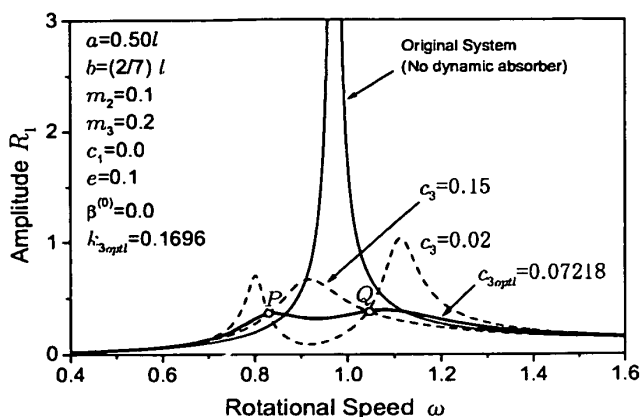


Fig. 4 The vibration control effect of optimized dynamic absorber (Linearized approximate system)

件式は、主系の応答振幅を表す式 (7) を  $\omega$  について微分し、この勾配が定点 P, Q の周波数  $\omega_P, \omega_Q$  においてそれぞれ零となる条件から 2 つ得られる. これらの式は非常に冗長であるため、ここでは示さない. これらの定点理論に関する 3 つの条件式と式 (9) をブレント法を用いて同時に解くと、線形近似系における定点の周波数  $\omega_P, \omega_Q, \omega_R, \omega_S$ 、線形近似系における動吸振器の最適剛性と最適減衰  $k_{3opt}, c_{3opt}$  を得る. なお、 $c_{3opt}$  は定点 P, Q で極大値を取る条件式 2 つからそれぞれ得られた値の平均値とする.

ここで示した手法では、回転体の位置  $a$  や動吸振器の位置  $b$  も含めて検討しているため、これらの位置に関わらず、定点理論を用いた動吸振器の基本設計が可能であることがわかる. 線形近似系に対して得られた最適設計値  $k_{3opt}, c_{3opt}$  を用いた場合の共振曲線を図 4 に示す. 動吸振器の効果により主危険速度付近における応答振幅が非常に小さく抑えられている.

**3.2 非線形性の影響** 上述の定点理論を用いた計算を行うときに無視した原系の減衰  $c_1$ 、非線形性  $\beta^{(0)}$  が系の動特性に与える影響を調べる. これらのパラメータ値を変えたときの共振曲線を図 5, 6 に示す.

原系の減衰  $c_1$  が大きくなる場合には、図 5 に示されるように応答曲線が全体に低振幅となるため、制振の意味において悪影響はない.

非線形性  $\beta^{(0)}$  が大きくなると、図 6 に示されるように、例えば  $\beta^{(0)} = 0.17$  における応答曲線では高速側のピークが成長するとともに、高速大振幅側から別の共振曲線が伸びてくる. さらに  $\beta^{(0)}$  が大きくなると、例えば  $\beta^{(0)} = 0.2$  の場合のように、高速側のピークが高速大振幅側から伸びてきた曲線と結合し、漸硬形の共振曲線の形状を示す. このように、線形近似系

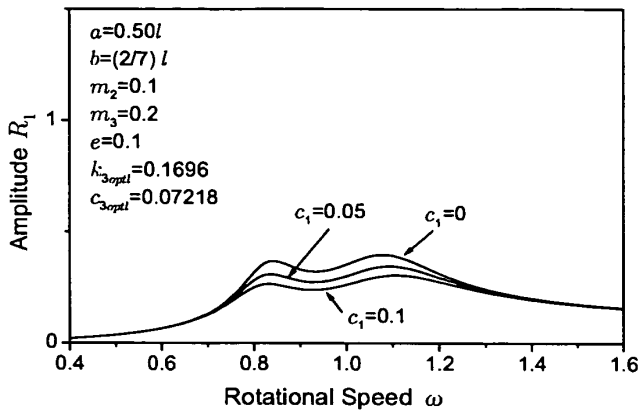


Fig. 5 Influence of the damping  $c_1$

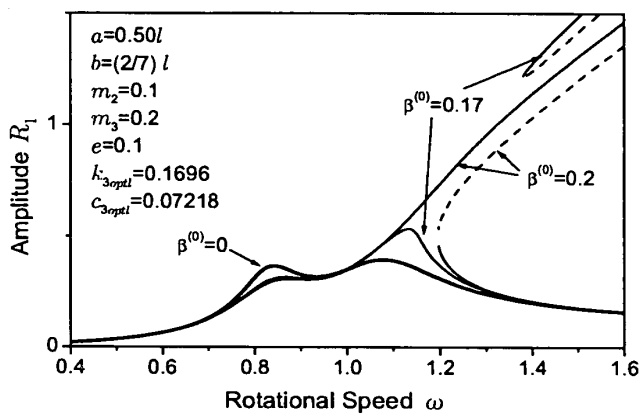


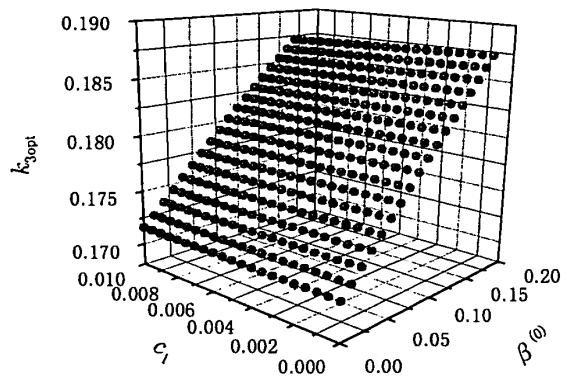
Fig. 6 Influence of the nonlinearity  $\beta^{(0)}$

における動吸振器の最適設計値を非線形回転軸系に用いると、共振曲線の高速側のピークが十分に低減できず、回転速度の増加とともに振幅は増加し続けるということが起こりうる。

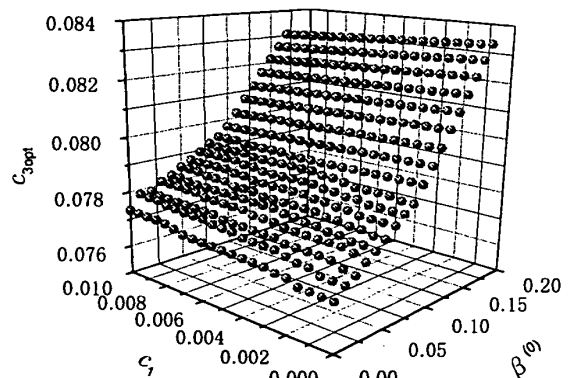
3.3 非線形系回転軸系に対する動吸振器の最適調整

等方性の対称非線形性  $\beta^{(0)}$  が存在する場合には、図6で示したように、線形近似系で最適設計した動吸振器では、主危険速度付近における振動を低く抑えることができない場合がある。したがって、非線形性の影響を考慮した動吸振器の最適設計を考える必要がある。

線形近似系において求めた動吸振器の最適剛性  $k_{3opt}$  と最適減衰  $c_{3opt}$  の減衰  $c_1$  と非線形性  $\beta^{(0)}$  の影響を考慮した補正量を調べる。共振曲線は、減衰  $c_3$  が0ではないとき定点を取らないので、定点理論に代わる2つの条件、すなわち、2つのピークの高さを等しくすることと、ピークの高さを最も小さくすることという条件を導入する<sup>(12)</sup>。そして、様々な  $c_1$ ,  $\beta^{(0)}$  の値の組み合わせに対し、これらの2つの条件を満足する最適解  $k_{3opt}$ ,  $c_{3opt}$  をニュートン法を用いて数値的に



(a) Optimal parameters  $k_{3opt}$



(b) Optimal parameters  $c_{3opt}$

Fig. 7 Optimal parameters of dynamic absorber considering the effects of nonlinearity  $\beta^{(0)}$  and damping  $c_1$

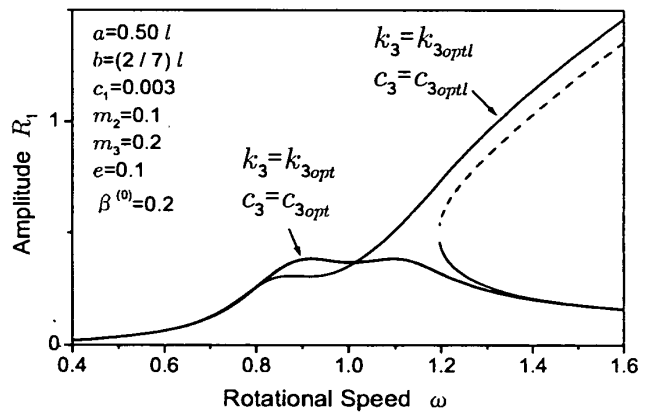


Fig. 8 Resonance curve for nonlinear optimal dynamic absorber

求めた。得られた最適な  $k_{3opt}$ ,  $c_{3opt}$  を図7に示す。どちらの場合にも、線形近似系 ( $c_1 = 0$ ,  $\beta^{(0)} = 0$ ) における最適剛性  $k_{3opt}$  と最適減衰  $c_{3opt}$  から変化しており、特に、非線形性  $\beta^{(0)}$  が大きいほど大きくなることが分かる。

この図7の結果を用いれば、線形近似系における最

適値  $k_{3opt}$ ,  $c_{3opt}$  からの補正量を  $c_1$ ,  $\beta^{(0)}$  に関して表すこともできる。例えば本研究では次のように仮定し、その係数  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  ( $i+j \leq 3$ ) を最小 2 乗法により定めた。

$$\left. \begin{aligned} k_{3opt} &= k_{3optl} + \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 a_{ij} \beta^{(0)i} c_1^j \\ c_{3opt} &= c_{3optl} + \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 b_{ij} \beta^{(0)i} c_1^j \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

その結果得られた近似式 (11) から定まる最適パラメータ  $k_{3opt}$ ,  $c_{3opt}$  を用いたときの共振曲線を図 8 に示す。線形系に対する最適パラメータ  $k_{3optl}$ ,  $c_{3optl}$  の場合と比較し、主共振点付近の振幅が十分に小さく抑えられている。さらに、このような近似式は回転体や動吸振器の位置  $a$ ,  $b$  も可変パラメータとして組み込んで導出することも可能である。

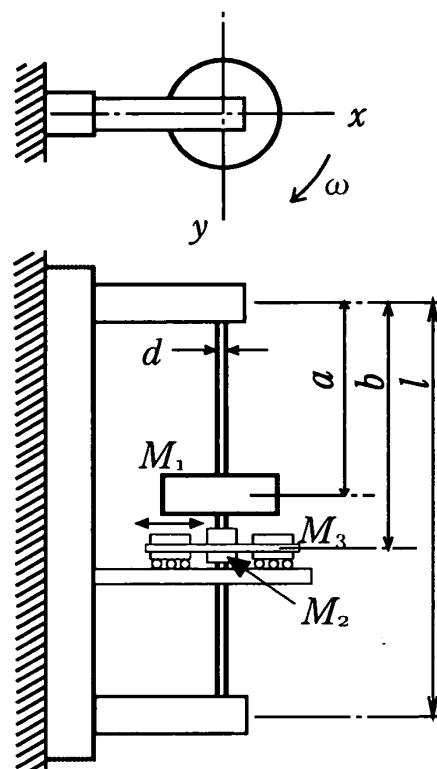
#### 4. 実験

**4.1 実験装置** この動吸振器による回転軸系の制振効果を確認するため、実験を行った。本研究で用いた実験装置を図 9 に示す。上下の軸受中心間距離  $l = 700$  mm, 直径  $d = 12$  mm の軸 S の上端から距離  $a$  の位置に回転体  $M_1$  (質量  $m_1$ ) を取り付け、上端から距離  $b$  の位置に小回転体  $M_2$  (質量  $m_2$ ) を取り付け、軸両端は玉軸受で支持した。

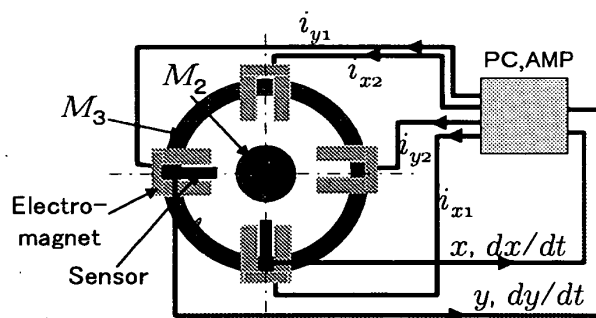
用いた玉軸受の種類は、(i) 上下端とも複列自動調心玉軸受 (上端 # 1200, 下端 # 1204) で支持した場合と、(ii) 上端を複列自動調心玉軸受 (# 1200), 下端を単列深みぞ玉軸受 (# 6204) で支持した場合の 2 種類の実験装置の状態について実験を行った。

装置 (i) の場合、この実験装置は線形ばね特性を持つが、装置 (ii) の場合は、この実験装置は下端の単列深みぞ玉軸受のクリアランスに起因して非線形ばね特性を持つ。このクリアランスの大きさは軸受の種類・大きさによる。本実験装置で用いた # 6204 の場合、クリアランスは軸受部における傾き角度で  $0.2^\circ \sim 0.5^\circ$  程度であり、上端軸受部における水平方向距離に換算すると  $2.5$  mm  $\sim$   $6$  mm 程度に相当する。理論解析と対応させて実験を行うため、このクリアランスに起因する非線形ばね特性が方向によらない等方性の対称非線形性となるように、上下軸受の軸受中心線をよく一致させて組立てた。

この回転軸系の主危険速度付近における応答振幅を低く抑えるために、理論解析で設計した動吸振器を設置する。本研究では、この動吸振器に理論解析におけるばね  $k_3$  と減衰  $c_3$  を電磁石の吸引力を用いて実現する非接触式の電磁動吸振器<sup>(11)</sup>を用いた。この非接



(a) Experimental Setup



(b) Control system

Fig. 9 Experimental system

触式の電磁動吸振器の構成を図 9(b), 10 に示す。この非接触式の電磁動吸振器では、回転軸を挟んで対向した 2 組の電磁石それぞれにより、 $x$ ,  $y$  方向の吸引制御力をプッシュプル方式で発生させる。そして、この対向した 2 組の電磁石はそれぞれ 1 つの枠に固定され、このそれぞれの枠は、直動ベアリングにより電磁石の対向する方向にのみ可動となっている。

理論計算により得られた最適ばね剛性と減衰をそれぞれ  $k_{3opt}$ ,  $c_{3opt}$  とすると、たとえば、動吸振器により発生する  $x$  方向の制御力は次式で表される。

$$F_{theory} = c_{3opt}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_{3opt}(x_3 - x_2) \quad (12)$$

一方、電磁石の吸引力特性を静的平衡点近傍で線形化

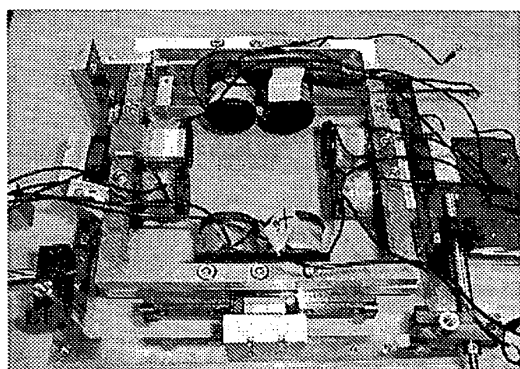
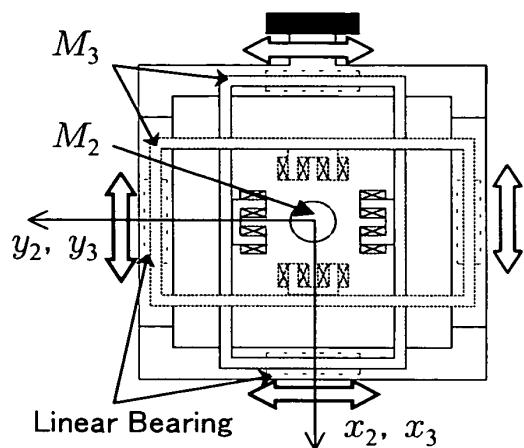


Fig. 10 Electro-magnetic dynamic absorber

して表すと、次式となる。

$$F_{magnet} = k \left( \frac{I_0 + i}{X_0 + (x_3 - x_2)} \right)^2 - k \left( \frac{I_0 - i}{X_0 - (x_3 - x_2)} \right)^2 \approx 4k \left( \frac{I_0}{X_0} \right)^2 \left( \frac{i}{I_0} - \frac{x_3 - x_2}{X_0} \right) \quad (13)$$

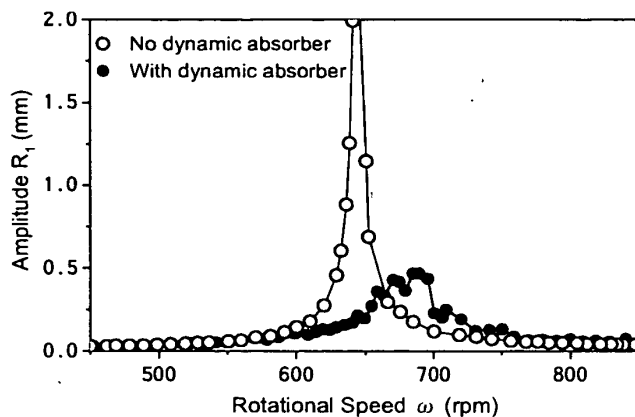
ここで、 $k$  は電磁石の吸引力特性の係数、 $X_0$  は静的平衡状態における回転体  $M_2$  と動吸振器質量要素  $M_3$  (質量  $m_3$ ) の間の距離、 $I_0$  はバイアス電流である。

式 (12)、(13) で表された力を等置し、制御電流を  $i = k_p(x_3 - x_2) + k_d(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$  とすると、動吸振器のばね剛性  $c_{3opt}$ 、減衰  $k_{3opt}$  とフィードバック係数  $k_p$ 、 $k_d$  の関係は次式で与えられる。

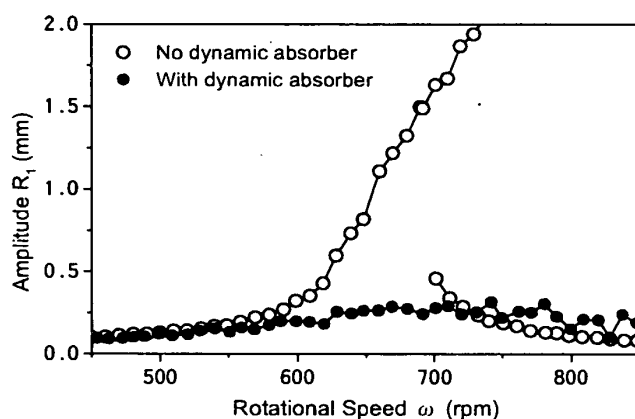
$$\left. \begin{aligned} k_{3opt} &= 4k \left( \frac{I_0}{X_0} \right)^2 \left( \frac{k_p}{I_0} - \frac{1}{X_0} \right), \\ c_{3opt} &= 4k \left( \frac{I_0}{X_0} \right)^2 \left( \frac{k_d}{I_0} \right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

この式から、フィードバック係数  $k_p$ 、 $k_d$  を動吸振器のばね剛性  $k_{3opt}$ 、減衰  $c_{3opt}$  により表すことができる。

4.2 実験装置パラメータ 以下に実験に使用したパラメータを示す。



(a) the case of linear system



(b) the case of nonlinear system

Fig. 11 Resonance curve (Experiment)

回転軸系の設定;

各質量;

$$m_1 = 5.90 \text{ kg}, m_2 = 0.62 \text{ kg}, m_3 = 1.13 \text{ kg}$$

各質量設定位置;  $a = 350 \text{ mm}$ ,  $b = 200 \text{ mm}$

回転体不つりあい;  $e = 0.1 \text{ mm}$

非接触動吸振器の設定;

平衡状態における距離;  $X_0 = 2.0 \text{ mm}$

平衡状態における電流;  $I_0 = 1.0 \text{ A}$

電磁石 (400 巻, 馬蹄型);

コイルの抵抗;  $R = 3.6 \Omega$

コイルのインダクタンス;  $L = 54.7 \text{ (mH)}$

吸引力特性の係数;

$$x \text{ 方向 } k_x = 6.05 \text{ (Nmm}^2/\text{A}^2\text{)},$$

$$y \text{ 方向 } k_y = 5.75 \text{ (Nmm}^2/\text{A}^2\text{)}$$

本実験装置では、理論解析では考慮していないが、直動ベアリング部において若干の摩擦の影響があり、そのため、動吸振器に作用する力と運動との関係にわずかながら不感帯が存在している。さらに、直動ベア

リング部は実験のたびに調整しており、この摩擦量およびそれに起因する不感帯は、一定ではない。

#### 4.3 実験結果

##### 4.3.1 線形回転軸系の場合 (実験装置 (i))

上下端を複列自動調心玉軸受で支持したときの、主危険速度付近の共振現象に対する動吸振器の制振効果を調べた結果を図 11(a) に示す。この図中において、○は動吸振器を作動させない場合における回転体  $M_1$  の振幅であり、●は理論計算で得られた最適値  $k_{3opt}$ ,  $c_{3opt}$  から式 (14) により電磁動吸振器のフィードバック定数  $K_p$ ,  $K_d$  を設定し、作動させた場合の回転体  $M_1$  の振幅である。理論解析で設計したように、動吸振器の制振効果により回転軸系の振幅がよく抑えられている。

##### 4.3.2 非線形回転軸系の場合 (実験装置 (ii))

上端を複列自動調心玉軸受、下端を単列深みぞ玉軸受で支持したときの主危険速度付近の共振曲線を求めた結果を図 11(b) に示す。この設定の場合の非線形性の大きさは、理論解析の場合の無次元係数  $\beta^{(0)}$  に換算すると、 $\beta^{(0)} = 0.05$  であった。○は動吸振器を作動させない場合における回転体  $M_1$  の振幅、●は理論計算で  $\beta^{(0)} = 0.05$  の場合に非線形系に対する最適値  $k_{3opt}$ ,  $c_{3opt}$  に対応して電磁動吸振器のフィードバック定数を設定し、作動させた場合の回転体  $M_1$  の振幅である。動吸振器の制振効果により、非線形回転軸系においても振幅がよく抑えられていることが分かる。

## 5. 結 論

非線形ばね特性をもつ回転軸系の主危険速度付近における振動を、動吸振器により制振する方法について検討し、以下の結論を得た。

- (1) 非線形性を持つ回転軸系の振動を線形近似して設計した動吸振器を用いて制振を試みると、非線形性の影響により高速側の振幅が増大し、振動低減が困難となる場合がある。
- (2) 非線形性回転軸系の動吸振器の最適設計を行い、非線形性の影響による設計値の補正量を求めた。そしてその結果、非線形性が存在する場合においても振動振幅を線形系の場合と同程度に低減できることを示した。
- (3) 上記の理論解析結果を実験により確認した。

おわりに、本研究の実験装置作成にご協力頂いた名古屋大学の青木延幸技官に謝意を表する。

## 文 献

- (1) Tondl, A., "Some Problems of Rotor Dynamics", Czechoslovak Academy of Sciences, (1965)
- (2) F.F.Ehrich, Trans. ASME, J. Vib. Acoust., Vol. 110, (1988), pp9-16
- (3) 山本・石田・川角, 機論, 41-341(1975), pp133
- (4) 石田・池田・山本, 機論, 52-476(1986), pp1280
- (5) Shaw, S., Han, R.P.S., Journal of Sound and Vibration, Vol.124, (1988), pp329-343
- (6) 石田・長坂・井上・李, 機論, 60-576(1994), pp2684-2690
- (7) Ishida, Y, JSME Int.J., Ser C, 37-2(1994), 237
- (8) 石田・井上, 機論, 63-614(1997), 3335
- (9) 石田・井上, 機論, 65-634(1999), 2203
- (10) 井上・石田・近藤, 機論, 66-642(2000), 370
- (11) 下郷・他 3 名, 機講論, No.940-10, (1994), 584
- (12) 池田・五百井, 機論, 43-369, C(1977), 1715
- (13) Den Hartog, J.P., Mechanical Vibrations, (1956)