

PREISACH モデルのマルテンサイト形状記憶合金の
引張・圧縮非対称変形挙動への応用*秋田 将史*¹, 池田 忠繁*², 上田 哲彦*³Application of the Preisach Model to Tension-Compression Asymmetric
Deformation Behavior of Martensitic Shape Memory AlloysMasashi AKITA, Tadashige IKEDA*⁴ and Tetsuhiko UEDA*⁴ Department of Aerospace Engineering, Nagoya University,
Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

The Preisach model is applied to hysteresis of required energy for reorientations of martensitic variants of shape memory alloys. To express tension-compression asymmetric behavior, three variants are considered, which are the thermal induced, the tensile stress induced, and the compressive stress induced martensitic variants. Residual stresses due to unconformity at interfaces between grains are also considered into the energy. Stress-strain hysteresis loops for a bar under tension-compression cyclic loading are simulated and they are compared with available measured data. Results show that this model can capture quite well asymmetric stress-strain deformation behavior for tension and compression and difference in stress-strain relationship between the first and the second cycle. This indicates that the proposed model can be used for explanation of the deformation behavior of shape memory alloys and for design of structural elements with shape memory alloys.

Key Words: Constitutive Equation, Modeling, Numerical Analysis, Shape Memory Alloy, Reorientation, Hysteresis, Tension-Compression Asymmetry

1. 緒 言

形状記憶合金(以下, SMA)は, その応力-歪関係が大きなヒステリシスループを描くので, 減衰要素や衝撃吸収要素としての利用も期待されている^{(1), (2)}. 応力-歪ヒステリシスループの形状は, 減衰性能や衝撃吸収性能に直接影響するが, 温度, 歪速度, 歪振幅などのパラメータにより, 大きく変化するので, 最適設計を行うためには, 各パラメータの種々の値における, 計測データの収集やそれらの挙動を統一的に表すことができるモデルが必要である. また, SMA は, ワイヤとしてだけでなく, 棒や梁の形態でも使用されるので, 引張負荷・除荷に対する変形挙動解析のみでは不十分であり, 最低, 引張・圧縮変形挙動解析を行う必要がある. しかしながら, 引張・圧縮変形挙動解析研究は, 引張のみの変形挙動解析研究と比較し, 実験, 理論共に, 発表数はずっと少ない.

Plietsch-Ehrlich⁽³⁾は, 引張・圧縮負荷過程の間, オーステナイト相である SMA 試験片, 疑似弾性挙動を

示す試験片, マルテンサイト相である試験片に対して, 応力-歪ヒステリシスループを計測し, 疑似弾性挙動を示す試験片とマルテンサイト相の試験片のヒステリシスループが非対称になることを示した. 彼らは, 引張方向の変態歪の最大値が圧縮方向の変態歪の最大値の二倍以上であることが非対称の原因であるとしている. Liu ら^{(4), (5)}も, マルテンサイト SMA の引張・圧縮挙動を調べ, その応力-歪曲線が引張と圧縮で非対称となることを示した. また, 歪速度は SMA 試験片の温度変化には影響するが, 応力-歪ヒステリシスループの形状にはほとんど影響を与えないことも示した.

理論モデルに関しても, 多くのモデルが提案されているが, 細い SMA ワイヤの引張のみを対象としたモデルがほとんどである⁽⁶⁾⁻⁽¹²⁾. 引張・圧縮を考慮できるモデルもあるが, 原点对称変形を対象とし, 実験で観測されているような非対称な変形は表現できなかったり⁽¹³⁾⁻⁽¹⁵⁾, 非対称変形を表現できても, 基本的には静的挙動の定性解析を対象としている^{(16), (17)}. 従って, 減衰, 衝撃吸収要素の設計に不可欠な引張・圧縮非対称動的変形挙動の定量的な予測が可能なモデルはほとんどないと言ってよい.

そのような状況の中で, Nae らは^{(18), (19)}, SMA 材料を様々な結晶方向を持つ結晶粒の集まりと考え, 微

* 原稿受付 2005年9月30日.

*¹ (株)日立製作所(☎ 212-8567 川崎市幸区鹿島田).*² 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(☎ 464-8603 名古屋市中種区不老町).*³ 名古屋大学大学院工学研究科.

E-mail: ikeda@nuae.nagoya-u.ac.jp

小変態中のエネルギー平衡より変態条件を、熱力学第二法則より熱エネルギー平衡方程式を導出し、Reuss 仮定と結晶方向の分布を適当に指定することにより、試験片レベルの応力-歪-温度関係に関して、計測データと定量的によく一致するモデルを提案した。このモデルは、部分変態挙動、歪速度の影響、引張・圧縮非対称性を表すことができる。続いて Ikeda ら^{(20), (21)}は、Nae らのモデルにおいて結晶粒の数を数学的に無限大にすることにより、ずっと扱いが簡単なマクロモデルを提案した。この Ikeda らのモデルでは、オーステナイト相と引張応力誘起マルテンサイト相の二相間の相変態を考えている。さらに、Ikeda^{(22), (23)}は、Ikeda らのマクロモデルを、引張および圧縮応力誘起マルテンサイト相と温度誘起マルテンサイト相の三相間の再配列⁽²²⁾、または、オーステナイト相、引張および圧縮応力誘起マルテンサイト相の三相間の相変態挙動⁽²³⁾へ応用し、各相が異なる材料定数を持つと考えることにより、非対称性を表現できるモデルを提案した。これらのモデルによる予測値は、Liu ら^{(4), (5)}や Gall ら⁽²⁴⁾の計測データと定量的に一致した。しかしながら、このモデルは、ヒステリシスループの中央付近の理想可逆変態経路を横切らないと変態が始まらないなどのモデルの性質上の欠点もある。この欠点は、合金元素の種類やその使用状況によっては重要になる場合もあると考えられる。

そこで、古くから数学的にヒステリシスを表すために用いられている Preisach モデル^{(25), (26)}を変態に必要なエネルギーを持つヒステリシスを表すのに用いることで、Ikeda のモデルの欠点を克服しようと考えた。本報告では特に、引張および圧縮応力誘起マルテンサイト相と温度誘起マルテンサイト相の三相間再配列挙動を対象とし、Liu ら^{(4), (5)}の計測結果と比較することにより、モデルの妥当性を示す。

2. 構成方程式

NiTi SMA のマルテンサイト相には二十四種類の兄弟晶がある。ここで提案する引張・圧縮解析モデルにおいては、いくつかの兄弟晶が集まりオーステナイト相に対し巨視的な変形はしていない温度誘起マルテンサイト相 (N 相)、兄弟晶間の再配列や兄弟晶内の双晶変形により引張方向の長さが長くなった引張応力誘起マルテンサイト相 (T 相)、逆に圧縮方向に長さが短くなった圧縮応力誘起マルテンサイト相 (C 相) の三相を考える。N 相に対する T 相および C 相の結晶構造に起因する固有の歪を、それぞれ、 ε_T 、 ε_C とする。N 相の固有歪、 ε_N は $\varepsilon_N = 0$ である。また、N 相、T 相、

C 相のヤング率は異なり、それぞれ、 E_N 、 E_T 、 E_C とする。ここでは、再配列と双晶変形をあわせた N 相、T 相、C 相間の変化を再配列と呼ぶことにする。

試験片全体の歪は、弾性歪、再配列による歪、および熱膨張による歪の和で表すことができると仮定すると、

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_I} + \varepsilon_I + \alpha_T (T - T_s). \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 σ 、 α_T 、 T 、および、 T_s は、応力、熱膨張係数、SMA の温度、および、周囲の温度 (基準温度) である。 $1/E_I$ および ε_I は、それぞれ、試験片全体のコンプライアンスおよび固有歪で、各相の値に体積分率を乗じたものの和で表すことができると仮定すると、

$$\frac{1}{E_I} = \sum_{\alpha} z_{\alpha} \frac{1}{E_{\alpha}}, \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\varepsilon_I = \sum_{\alpha} z_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}. \quad \dots\dots\dots (3)$$

α には N、T、C が入り、 z_{α} は α 相の体積分率で、

$$\sum_{\alpha} z_{\alpha} = 1, \quad 0 \leq z_{\alpha} \leq 1, \quad \dots\dots\dots (4)$$

の関係がある。

微小再配列時のエネルギー平衡を考えることにより、再配列条件式を導く。図 1 に N 相から T 相への再配列時の応力-歪曲線の概略図を示す。ここでは、 $z_N + z_T = 1$ とする。再配列時に内部摩擦などによるエネルギーの損失がない場合は、再配列は、可逆的であり、これを理想可逆再配列と呼ぶことにする。この時の経路を矢印 1 で示す。実際には内部摩擦などによるエネルギーの損失があるので、矢印 2 の経路を辿る。微小再配列時のエネルギー変化において、①の平行四辺形の面積は外力による仕事で、

$$\sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial z_T} dz_T, \quad \dots\dots\dots (5)$$

②の斜線を付けた四角形の面積は内部摩擦などによるエネルギーの損失で、

$$\Psi_{N \rightarrow T}(z_T) dz_T, \quad \dots\dots\dots (6)$$

③の三角形の面積はコンプライアンスの違いによるエネルギーの変化分で、

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \left(\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_N} \right) dz_T. \quad \dots\dots\dots (7)$$

①=②+③より、

$$\sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial z_T} = \Psi_{N \rightarrow T} + \frac{1}{2} \sigma^2 \left(\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_N} \right),$$

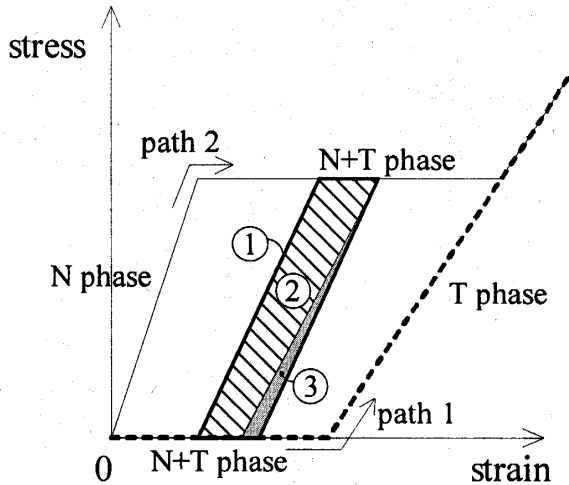


Fig. 1 Stress-strain curve for the reorientation from N phase to T phase.

$$\frac{1}{2}\sigma^2\left(\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_N}\right) + \sigma\varepsilon_T = \Psi_{N \rightarrow T} \dots (8)$$

この式が、再配列条件となる。左辺を再配列駆動エネルギー、右辺を必要再配列エネルギーと呼ぶことにする。再配列条件を一般形で記述すると、

$$\frac{1}{2}\sigma^2\left(\frac{1}{E_\beta} - \frac{1}{E_\alpha}\right) + \sigma(\varepsilon_\beta - \varepsilon_\alpha) = \Psi_{\alpha \rightarrow \beta} \dots (9)$$

最後に熱力学第二法則から熱エネルギー平衡方程式を導く(18), (19)。可逆的に流れた熱, \dot{Q}_{rev} , は、実際に流れた熱, \dot{Q} , と失われた仕事, $\sum_{\alpha \rightarrow \beta} \Psi_{\alpha \rightarrow \beta} \dot{z}_{\alpha \rightarrow \beta}$, の和となるので、

$$\dot{Q}_{rev} = \dot{Q} + \sum_{\alpha \rightarrow \beta} \Psi_{\alpha \rightarrow \beta} \dot{z}_{\alpha \rightarrow \beta},$$

$$C\dot{T} + \alpha_T T \dot{\sigma} = -h \frac{4}{d} (T - T_s) + \sum_{\alpha \rightarrow \beta} \Psi_{\alpha \rightarrow \beta} \dot{z}_{\alpha \rightarrow \beta} \dots (10)$$

C, h, d , および、変数の上の点は、それぞれ定圧比熱容量、熱伝達係数、丸棒試験片の直径、および、変数の時間微分を表す。 $\dot{z}_{\alpha \rightarrow \beta}$ は α 相から β 相へ変化する体積分率の変化速度で、

$$\dot{z}_\alpha = -\sum_{\beta} \dot{z}_{\alpha \rightarrow \beta} + \sum_{\beta} \dot{z}_{\beta \rightarrow \alpha}, \dots (11)$$

の関係がある。

3. 必要再配列エネルギー

図2に示すように、材料中のミクロな単結晶のひとかたまりを結晶粒と呼ぶことにし、この単結晶の結晶

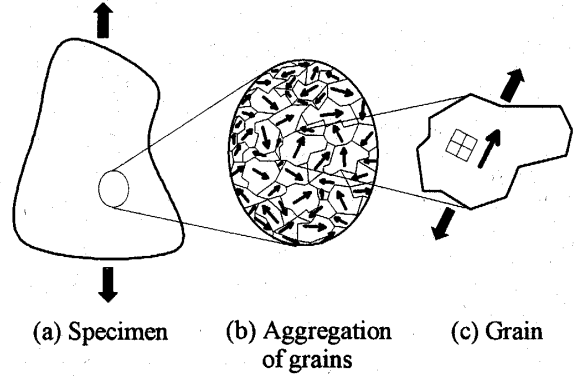


Fig. 2 Microscopic structure of SMA.

粒が多数集まって材料全体ができ上がっていると仮定する。N相, T相, C相の三相間の再配列を考えた場合、T相からN相とC相からN相の再配列は、実際にはほとんど起きることはないと考えられるので、これらを見捨てる。再配列の方向は四方向となり、 $\alpha \rightarrow \beta$ の組としては、 $C \rightarrow T, T \rightarrow C, N \rightarrow T, N \rightarrow C$ となる。つまり、あるひとつの結晶粒は、この四方向へ再配列する可能性があり、四方向それぞれに対する必要再配列エネルギーの値を持つこととなる。ひとつの結晶粒を考えると、その再配列駆動エネルギーは、式(9)に示すように、応力が増えることにより変化し、その結晶粒がある方向へ再配列するのに必要なエネルギーと等しくなると、その結晶粒が再配列することとなる。このそれぞれの四方向の異なる必要再配列エネルギーの値を持つ結晶粒の存在確率密度、 μ , は、 $\mu(\Psi_{C \rightarrow T}, \Psi_{T \rightarrow C}, \Psi_{N \rightarrow T}, \Psi_{N \rightarrow C})$ のように四つの必要再配列エネルギーに対する関数の形で表される。また、その全領域にわたる積分は1となる。

$$\iiint \mu d\Psi_{C \rightarrow T} d\Psi_{T \rightarrow C} d\Psi_{N \rightarrow T} d\Psi_{N \rightarrow C} = 1 \dots (12)$$

4. C相-T相間再配列のモデル化

まず始めにC相-T相の二相間の再配列についてモデル化を行う。再配列条件式の α, β にC, Tを代入すると、

$$\frac{1}{2}\sigma^2\left(\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_C}\right) + \sigma(\varepsilon_T - \varepsilon_C) = \Psi_{C \rightarrow T}, \dots (13)$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2\left(\frac{1}{E_C} - \frac{1}{E_T}\right) + \sigma(\varepsilon_C - \varepsilon_T) = \Psi_{T \rightarrow C} \dots (14)$$

式(14)の左辺は、式(13)の左辺にマイナスを付けた式となるので、合わせて、

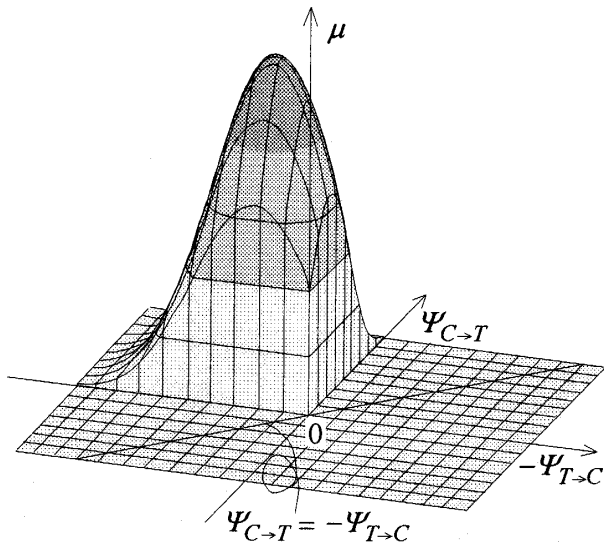


Fig. 3 Probability density function of the grains on the required reorientation energy plane.

$$\Pi = \begin{cases} \Psi_{C \rightarrow T} & \text{for } C \rightarrow T \\ -\Psi_{T \rightarrow C} & \text{for } T \rightarrow C \end{cases}, \dots\dots (15.1)$$

ただし,

$$\Pi = \frac{1}{2} \sigma^2 \left(\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_C} \right) + \sigma(\varepsilon_T - \varepsilon_C), \dots (15.2)$$

と表す.

横軸に $-\Psi_{T \rightarrow C}$, 縦軸に $\Psi_{C \rightarrow T}$ を取り, その必要再配列エネルギーの組み合わせを持つ結晶粒の存在確率密度, μ を高さ方向に取った曲面を考える. このモデルでは, 必要再配列エネルギーは正の値を持ち, 図3に示すように第二象限内にあるエネルギーの組み合わせを持つ結晶粒のみが存在し, μ は $\Psi_{C \rightarrow T}$ と $-\Psi_{T \rightarrow C}$ に関する二つの正規分布の積

$$\mu(\Psi_{C \rightarrow T}, \Psi_{T \rightarrow C}) = \frac{f_{C \rightarrow T}(\Psi_{C \rightarrow T}) \times f_{T \rightarrow C}(\Psi_{T \rightarrow C})}{k}, \dots (16.1)$$

で表すことができると仮定する. ただし,

$$f_{\alpha \rightarrow \beta}(\Psi_{\alpha \rightarrow \beta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Psi_{\alpha \rightarrow \beta, sd}} \exp \frac{-(\Psi_{\alpha \rightarrow \beta} - \Psi_{\alpha \rightarrow \beta, m})^2}{2\Psi_{\alpha \rightarrow \beta, sd}^2}, \dots (16.2)$$

k は, 積分領域に上限および下限を設けた場合に, 積分値を1にするための係数, 下付文字 α, β は, T または C , 下付文字 m, sd はそれぞれ平均値, 標準偏差を表す.

初期状態として 100% C 相の状態を考える. 引張応力が増加し, 式(15.1)の左辺の C 相から T 相への再配

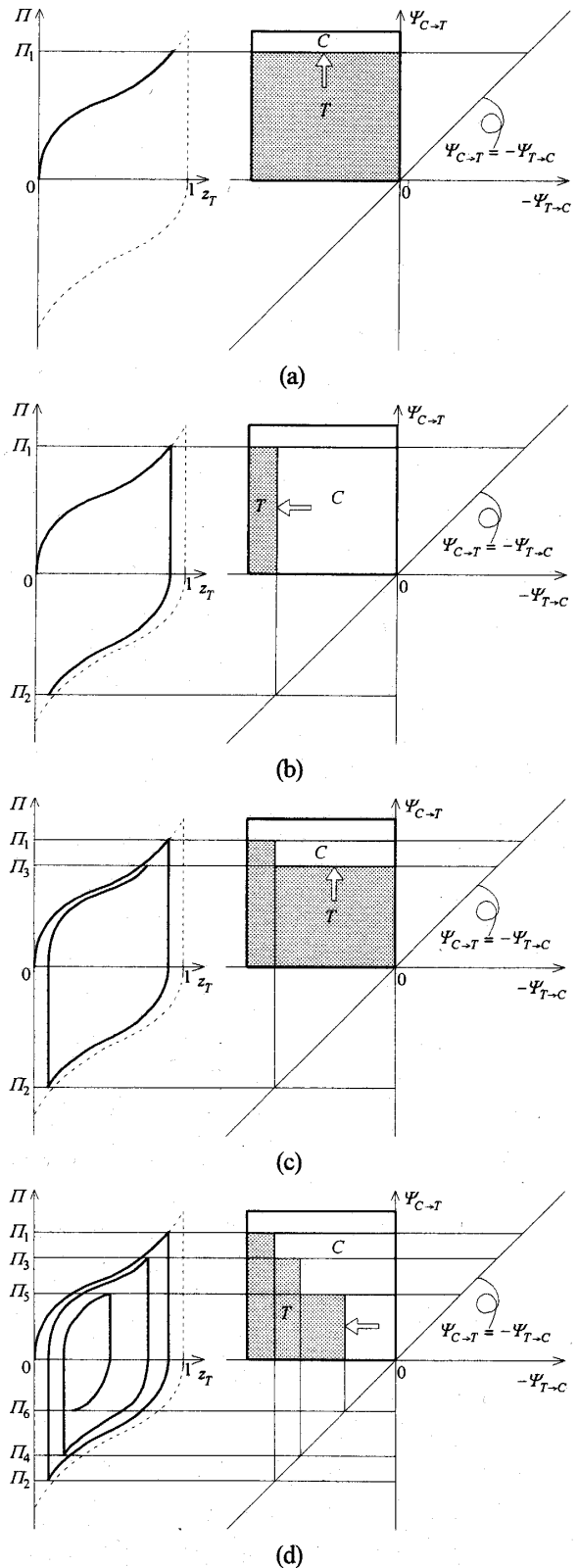


Fig. 4 Integral region of the probability density function of the grains and the volume fraction.

列駆動エネルギーが 0 から Π_1 まで増加する時, C 相から T 相への必要再配列エネルギー $\Psi_{C \rightarrow T}$ が Π_1 以下の結晶粒は C 相から T 相へ再配列する. この時, T 相の体

Table 1 Material constants.

E_T	35 GPa	ϵ_C	-0.03
E_C	55 GPa	$\Psi_{C \rightarrow Tm}$	15.7 MJ/(m ³)
E_N	50 GPa	$\Psi_{C \rightarrow Tsd}$	6.07 MJ/(m ³)
T_S	240.15 K	$\Psi_{T \rightarrow Cm}$	23.9 MJ/(m ³)
ϵ_T	0.04	$\Psi_{T \rightarrow Csd}$	9.04 MJ/(m ³)

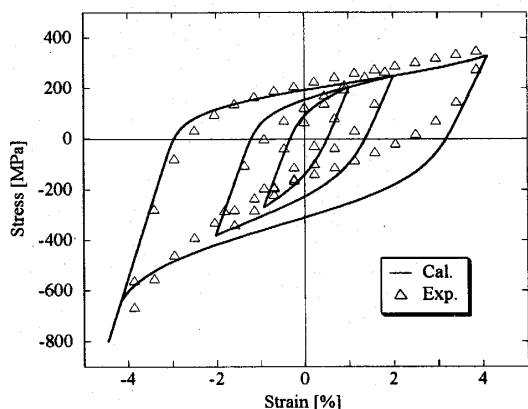


Fig. 5 Predicted stress-strain curve of a martensitic bar.

積分率, z_T , は, 図 4(a)の $-\Psi_{T \rightarrow C} - \Psi_{C \rightarrow T}$ 平面の T の領域で μ を積分した値になる. 次に, この状態から圧縮応力が増加し, 式(15.1)の左辺が I_1 から I_2 まで減少する時, $-I_2$ 以下の T 相から C 相への必要再配列エネルギー $\Psi_{T \rightarrow C}$ を持つ T 相の結晶粒は C 相へ再配列する. この時, z_T は, 図 4(b)の T の領域で μ を積分した値になる. 引張, 圧縮を繰り返すと, T 相の領域は例えば図 4(c), (d)のようになる. このような方法でヒステリシスループを表すことは Preisach により提案された.

ここまでのモデルの妥当性を検証するために Liu ら (4), (5)の計測結果を比較対象とし, C 相-T 相間の再配列の数値計算を行った. 実験結果では, はじめの数サイクルは, N 相からの再配列の影響やトレーニング効果によりヒステリシスループ形状が変化していくが, 十サイクル程度で定常状態になっている. ここでは, 定常状態の計測値と比較する. 材料定数の値を表 1 に示し, 図 5 に計算により得られた応力-歪曲線を示す. ここでは, 必要エネルギーの上限を $\Psi_{\alpha \rightarrow \beta m} + 2\Psi_{\alpha \rightarrow \beta s d}$ 下限を $\Psi_{\alpha \rightarrow \beta m} - 2\Psi_{\alpha \rightarrow \beta s d}$ とした. Liu らの計測結果によれば, この場合, 応力-歪関係は温度変化に依らないので, 計算では, $T = T_S$ とした. また, Liu らの実験では, N 相の状態から引張, 圧縮荷重を繰り返し負荷しているが, 計算では, 100% C 相の左下端の状態を初期状態とし計算を行った. 実線で示した計算値と

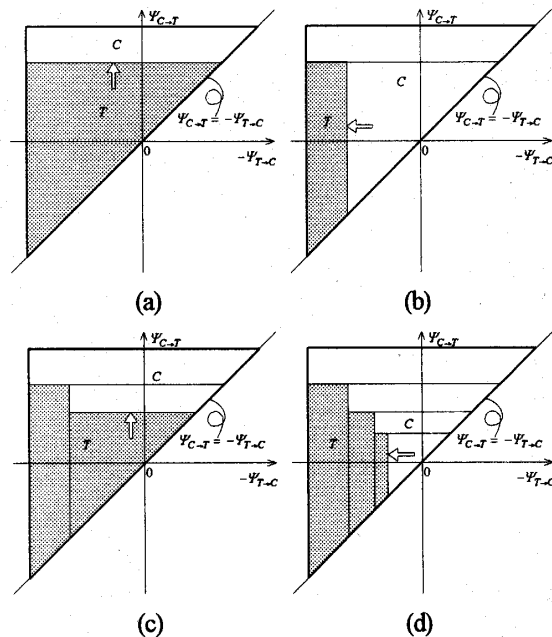


Fig. 6 Integral region when the residual stress is considered.

三角形記号で示した計測値を比較すると, 非対称な形状の大ループ, 小ループともに, 良く一致していることが分かる.

5. 残留応力の考慮

計算では, 応力 0 Pa の理想可逆再配列経路を境にして再配列が開始するが, 計測値ではその応力に達する前から再配列が始まっている. 計算で応力 0 Pa を境にして再配列が開始することは, 式(15.1)の必要再配列エネルギー $\Psi_{C \rightarrow T}$ と $\Psi_{T \rightarrow C}$ を正であると仮定したことに起因している.

そこで, この計算と計測データの再配列開始応力の違いを解決するために, さらに次の仮説を導入する. 図 2 の結晶粒の複雑な境界面などでは, 不整合が生じ, 外力が作用していない時においても内部で応力が残留している. この残留応力を σ_0 とすると, 式(15)の再配列条件式は,

$$\frac{1}{2}(\sigma + \sigma_0)^2 \left(\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_C} \right) + (\sigma + \sigma_0)(\epsilon_T - \epsilon_C) = \begin{cases} \Psi_{C \rightarrow T} & \text{for } C \rightarrow T \\ -\Psi_{T \rightarrow C} & \text{for } T \rightarrow C \end{cases}, \dots (17)$$

となる. ここで現れる σ_0^2 , $\sigma\sigma_0$, σ_0 の項を, 右辺に移項し, 必要再配列エネルギーの項に含め, 式(15)の形式に書き直す. 右辺に σ の項が移動するので厳密には式(15)のようには表せないが, ここでは, 右辺に移動した σ の項の影響は小さいとし, 無視できると仮定する. σ_0 は

Table 2 Material constants.

$\Psi_{C \rightarrow Tm}$	16.0 MJ/(m ³)	$\Psi_{T \rightarrow Cm}$	17.2 MJ/(m ³)
$\Psi_{C \rightarrow Tsd}$	9.05 MJ/(m ³)	$\Psi_{T \rightarrow Csd}$	14.0 MJ/(m ³)

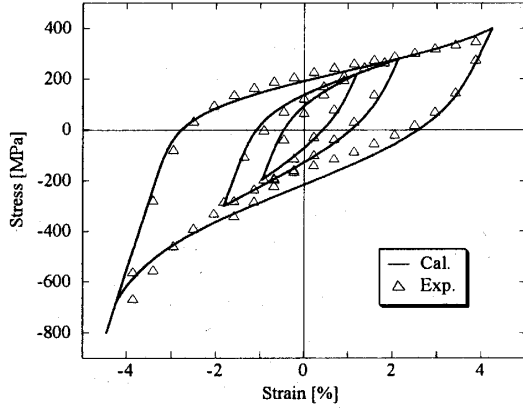


Fig. 7 Predicted stress-strain curve when the residual stress is considered.

結晶粒により正, 負, 0 の値を取り得るので, 新たに定義された必要再配列エネルギーは正である必要がなくなる. この時, $-\Psi_{T \rightarrow C} - \Psi_{C \rightarrow T}$ 平面の結晶粒の分布領域は必要再配列エネルギーが負の領域まで広がり, 図6ようになる. ただし, C相からT相に再配列し, 再びT相からC相へ再配列する時にエネルギーは失われなければならないことから, $\Psi_{C \rightarrow T}$ は $-\Psi_{T \rightarrow C}$ より大きい必要があり, 結晶粒の分布領域は, 直線 $\Psi_{C \rightarrow T} = -\Psi_{T \rightarrow C}$ より上方にある必要があることに注意する.

この残留応力を考慮した必要再配列エネルギーのモデルで応力-歪曲線を計算すると図7のようになる. 計算に用いた材料定数のうち表1と置き換えるものを表2に示す. この場合, 計算値においても応力 0 Pa の理想可逆再配列経路に達する前から再配列が始まり, 図5と比べ, 計測値とより良く一致していることが分かる.

6. C相-T相-N相間再配列のモデル化

次に, C相-T相-N相の三相間の再配列についてモデル化を行う. 結晶粒の存在確率密度は $\mu(\Psi_{C \rightarrow T}, \Psi_{T \rightarrow C}, \Psi_{N \rightarrow T}, \Psi_{N \rightarrow C})$ のように四次元関数であり, C相-T相の二相間の再配列の場合と同様に, 体積分率を計算するために再配列駆動エネルギーの履歴に従って四次元領域で積分を行うことは可能であったとしても, 計算が複雑で計算時間も長くなり実用的でない. そこで, いくつかの仮説を設け, 積分領域が二次元平面となるようにする.

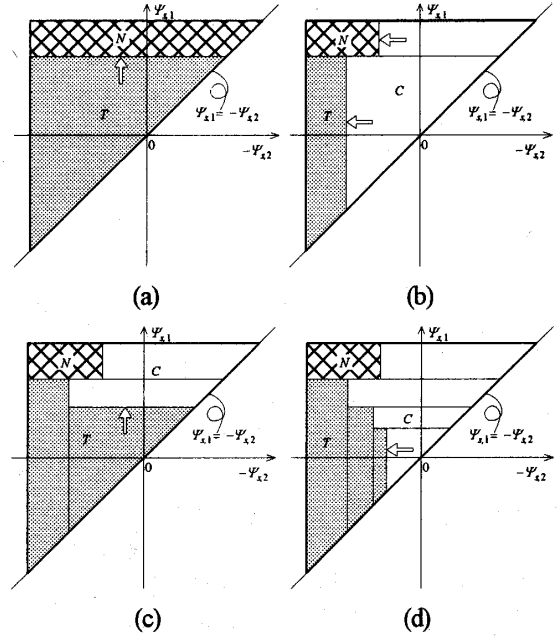


Fig. 8 Integral region for the three-phase model.

まず, C相からT相に再配列しやすい結晶粒はN相からT相にも再配列しやすく, T相からC相に再配列しやすい結晶粒はN相からC相にも再配列しやすいと仮定する. 次に, 第一番目の仮定で対応させたC相からT相への再配列とN相からT相への再配列, T相からC相への再配列とN相からC相への再配列の必要再配列エネルギーの関数形がそれぞれ相似であると仮定する. ここでも, C相-T相間再配列モデルと同様に必要再配列エネルギーを正規分布関数で表す. 正規分布は, 自由度は平均値, $\Psi_{\alpha \rightarrow \beta, m}$, と標準偏差, $\Psi_{\alpha \rightarrow \beta, sd}$, の二つで, 変数を,

$$\Psi_{s,j} = \frac{\Psi_{\alpha \rightarrow \beta} - \Psi_{\alpha \rightarrow \beta, m}}{\Psi_{\alpha \rightarrow \beta, sd}}, \dots \dots \dots (18)$$

とする標準化手法を用いると, どんな正規分布でも完全に同じ関数へと変換することが可能となる. この標準化を用いた必要再配列エネルギーの二つの組, すなわち, $\Psi_{C \rightarrow T}$ と $\Psi_{N \rightarrow T}$, $\Psi_{T \rightarrow C}$ と $\Psi_{N \rightarrow C}$ をそれぞれ $\Psi_{s,1}$, $\Psi_{s,2}$ とする. 第三番目に, 存在確率密度, μ , を $\Psi_{s,1}$ と $\Psi_{s,2}$ に関する二つの正規分布の積で表すことができると仮定する. 第四番目に, N相からの再配列もC相-T相再配列が定義する三角形領域内に存在すると仮定する.

$\Psi_{s,1}$ と $-\Psi_{s,2}$ をそれぞれ縦軸, 横軸に取り, それぞれの相の体積分率を計算する積分領域を図8に示す. 例えば, 100%N相の状態から引張力を加えた場合, 再配列条件式に従って, N相からT相へと再配列が起こり, 積分領域は, 図8(a)のようになる. 次にこの

Table 3 Material constants.

ε_T	0.045	$\Psi_{T \rightarrow Csd}$	12.4 MJ/(m ³)
ε_C	-0.0325	$\Psi_{N \rightarrow Tm}$	13.4 MJ/(m ³)
$\Psi_{C \rightarrow Tm}$	22.5 MJ/(m ³)	$\Psi_{N \rightarrow Tsd}$	2.12 MJ/(m ³)
$\Psi_{C \rightarrow Tsd}$	11.0 MJ/(m ³)	$\Psi_{N \rightarrow Cm}$	13.8 MJ/(m ³)
$\Psi_{T \rightarrow Cm}$	19.1 MJ/(m ³)	$\Psi_{N \rightarrow Csd}$	0.186 MJ/(m ³)

状態から圧縮方向に力を加えていった場合、N相の領域ではN相からC相への再配列条件式に従って再配列が起こり、T相の領域ではT相からC相への再配列条件式に従って再配列が起き、積分領域は、図8(b)のようになる。さらに、引張力、圧縮力を加えると、積分領域は図8(c), (d)のようになる。

このモデルの妥当性を検証するためにLiuら^{(4), (5)}の計測値と比較する。図9は、100%N相の状態からの引張負荷、その後の引張除荷→圧縮負荷→圧縮除荷→引張負荷までの第一周期目の応力-歪曲線と、さらにその後の引張除荷→圧縮負荷→圧縮除荷→引張負荷をした第二周期目の応力-歪曲線を示している。計算に用いた材料定数のうち表1と置き換えるものおよび新たに追加するものを表3に示す。最初のN相からT相への再配列の部分、第一周期目の左下のみで現れるN相からC相への再配列による比較的平らな部分、および、第一周期目と第二周期目の経路の違いが、上手く捉えられていることが分かる。

7. 結 言

マルテンサイト形状記憶合金の引張・圧縮非対称変形挙動を表すために、Preisachモデルをマルテンサイト相の結晶構造の再配列に必要なエネルギーのヒステリシスへ適用した。ここでは、引張および圧縮応力誘起マルテンサイト相と温度誘起マルテンサイト相の三相間の再配列を考えた。また、残留応力の効果も再配列条件式において考慮した。

SMA棒の引張・圧縮繰返負荷に対する数値シミュレーションを行い、その応力-歪関係をLiuら^{(4), (5)}の計測データと比較した。その結果は、提案したモデルが、Liuらが計測している引張・圧縮非対称変形挙動や第一周期目と第二周期目の応力-歪関係の経路の違いを定量的に捉えられることを示した。また、ここで行った計算例では、変形中の材料の温度変化を考慮しなかったが、式(10)の熱エネルギー平衡方程式を考慮することで、Ikeda^{(22), (23)}で得られているような動的挙動も表すことができる。このことにより、ここで提案したSMAの変形挙動を表すモデルは、非対称変形挙動のメカニズムの説明やSMAが含まれるスマート構

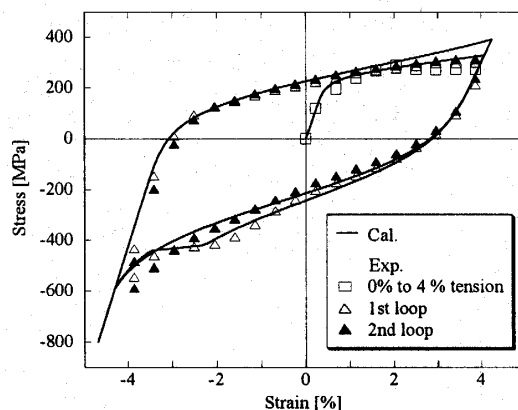


Fig. 9 Predicted stress-strain curve for the three-phase model.

造要素の最適設計に役立つと考えられる。

文 献

- (1) Adachi, Y. and Unjoh, S., Development of Shape Memory Alloy Damper for Intelligent Bridge Systems, *Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials 1999*, **3671** (1999), 31-42.
- (2) Graesser, E. J. and Cozzarelli, F. A., Shape-Memory Alloys as New Materials for Aseismic Isolation, *Journal of Engineering Mechanics*, **117** (1991), 2590-2608.
- (3) Plietsch, R. and Ehrlich, K., Strength Differential Effect in Pseudoelastic NiTi Shape Memory Alloys, *Acta Materialia*, **45** (1997), 2417-2424.
- (4) Liu, Y. et al., Asymmetry of Stress-Strain Curves under Tension and Compression for NiTi Shape Memory Alloys, *Acta Materialia*, **46** (1998), 4325-4338.
- (5) Liu, Y. and van Humbeeck, J., On the Damping Behaviour of NiTi Shape Memory Alloy, *Journal de Physique IV*, **7** (1997), C5-519-524.
- (6) Tanaka, K., A Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One-Dimensional Tensile Behavior, *Res Mechanica*, **18** (1986), 251-263.
- (7) Tanaka, K., A Phenomenological Description on Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys, *Transactions of the ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, **112** (1990), 158-163.
- (8) Liang, C. and Rogers, C. A., One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials, *Journal of Intelligent Material*

- Systems and Structures*, **4** (1990), 207-234.
- (9) Müller, I. and Xu, H., On the Pseudo-Elastic Hysteresis, *Acta Metallurgica et Materialia*, **39** (1991) 263-271.
- (10) Brinson, L. C., One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, **4** (1993), 229-242.
- (11) Kamita, T. and Matsuzaki, Y., One-Dimensional Pseudoelastic Theory of Shape Memory Alloys, *Smart Materials and Structures*, **7** (1998), 489-495.
- (12) Matsuzaki, Y. et al., Thermo-Mechanical Behavior Associated with Pseudoelastic Transformation of Shape Memory Alloys, *Smart Materials and Structures*, **10** (2001), 884-892.
- (13) Bertram, A., Thermo-Mechanical Constitutive Equations for the Description of Shape Memory Effects in Alloys, *Nuclear Engineering and Design*, **74** (1982), 173-182.
- (14) Falk, F., One-Dimensional Model of Shape Memory Alloys, *Archives of Mechanics*, **35** (1983) 63-84.
- (15) Seelecke, S., Equilibrium Thermodynamics of Pseudoelasticity and Quasiplasticity, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, **8** (1996), 309-322.
- (16) Gall, K. and Sehitoglu, H., The Role of Texture in Tension-Compression Asymmetry in Polycrystalline NiTi, *International Journal of Plasticity*, **15** (1999), 69-92.
- (17) Paiva, A. et al., A Constitutive Model for Shape Memory Alloys Considering Tensile-Compressive Asymmetry and Plasticity, *International Journal of Solids and Structures*, **42** (2005), 3439-3457.
- (18) Nae, F. A. et al., Micromechanical Modeling of Polycrystalline Shape-Memory Alloys Including Thermo-Mechanical Coupling, *Smart Materials and Structures*, **12** (2003), 6-17.
- (19) Ikeda, T. et al., Microscopic Model of Polycrystalline Shape Memory Alloys Based on Reuss Assumption, *Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials 2003*, **5049** (2003), 35-45.
- (20) Ikeda, T. et al., Macroscopic Constitutive Model of Shape Memory Alloys for Partial Transformation Cycles, *Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials 2004*, **5383** (2004), 112-121.
- (21) Ikeda, T. et al., Constitutive Model of Shape Memory Alloys for Unidirectional Loading Considering Inner Hysteresis Loops, *Smart Materials and Structures*, **13** (2004), 916-925.
- (22) Ikeda, T., Constitutive Model of Shape Memory Alloys for Asymmetric Quasiplastic Behavior, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 投稿中.
- (23) T. Ikeda, Modeling of Ferroelastic Behavior of Shape Memory Alloys, *Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials 2004*, **5757** (2005), 344-352.
- (24) Gall, K. et al., Tension-Compression Asymmetry of the Stress-Strain Response in Aged Single Crystal and Polycrystalline NiTi, *Acta Materialia*, **47** (1999), 1203-1217.
- (25) Ortín, J., Preisach Modeling of Hysteresis for a Pseudoelastic Cu-Zn-Al Single Crystal, *Journal of Applied Physics*, **71** (1991), 1454-1461.
- (26) Matsuzaki, Y. et al., Inner Loops of Pseudoelastic Hysteresis of Shape Memory Alloys: Preisach approach, *Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials 2002*, **4699** (2002), 355-364.