

非圧縮性流れ場と音場に分離された方程式による  
円柱まわりの空力音の計算\*加藤由博<sup>\*1</sup>, Igor MEN'SHOV<sup>\*2</sup>, 中村佳朗<sup>\*3</sup>Aeroacoustic Simulation around a Circular Cylinder  
by the Equations Split for Incompressible Flow Field and Acoustic FieldYoshihiro KATO<sup>\*4</sup>, Igor MEN'SHOV and Yoshiaki NAKAMURA<sup>\*4</sup> Toyota Central Research & Development Labs., Inc.,  
Aichi-gun, Nagakute-cho, Aichi, 480-1192 Japan

A method for computational aeroacoustics using the equations split into the incompressible flow part and the acoustic part is investigated in this paper. The equations derived based on Mach number expansion, and the method to solve them with high accuracy and stability are shown. The finite volume method using WENO scheme is applied to the acoustic field around a circular cylinder. Comparing the present method with the approximate solution based on the acoustic analogy, it is found that the acoustic field has been decayed according to the square root of the distance from the object further from about 10 times the diameter. In addition, 15 grid points per a wave length can give a sufficiently accurate solution by the present method.

**Key Words:** Aerodynamic Acoustics, Computational Fluid Dynamics, Numerical Analysis, Noise, Wave, Aeroacoustics

## 1. 緒 論

航空機, 鉄道車両, 自動車や空調ファンなどの流体現象から騒音が発生することがよく知られている. 近年, 快適性を向上させる目的から, 騒音が小さい流体機械が望まれ, その数値解析も盛んに行われている.

流体が原因で発生する音は, 渦の変動によるもの, 構造的な振動を伴うもの, 気泡音など相変化が関係するものなどがあり, それぞれ物理的な発生原因が異なるため, 様々な解析手法が研究されている. 本研究では, これらの中で, 渦の変動から発生する流体音, 例えば物体が空气中を移動するときに発生する風切り音の予測方法を研究対象とする. 発生する流体音の性質は, 流れのマッハ数によって異なり, 高いマッハ数で

は4重極音, 低いマッハ数では2重極音が主となる. ここでは, 後者の低いマッハ数流れにおける流体音を扱う.

このような流体音の数値計算方法として, まず, 圧縮性流れ方程式から直接流体音を計算する方法(DNS)が考えられている<sup>(例えは(1)(2))</sup>. これは物理的に厳密性が高く, 正しく計算できれば, 最も正確な計算手法である. DNSでは流れと音を区別なく計算するため, 流れの変動に比べて非常に小さい音の変動を捉える必要がある. そのため, 高い計算精度が要求される. しかし, 空間解像度を上げるために多くの格子点数が必要になり, 計算コストが増大する.

一方, コストの低い方法として, 計算された流れ場の情報を用いて音場を予測する方法がある. 流れ場と音場が分離可能であるという仮定に基づくため, 厳密性を損なうが, 応用面において優れている. Lighthillの音響学的類推<sup>(3)</sup>により導かれた方程式を用いる方法が代表的で, 低マッハ数流中の物体から発生する流体音には, Curleによる2重極音の近似解<sup>(4)</sup>がしばしば利用される. このような近似解では, 音と固体面の干

\* 原稿受付 2005年3月8日.

<sup>\*1</sup> 正員, (株)豊田中央研究所(☎480-1192 愛知県愛知郡長久手町).<sup>\*2</sup> 名古屋大学工学研究科(☎464-8603 名古屋市千種区不老町).<sup>\*3</sup> 正員, 名古屋大学工学研究科.

E-mail: kato@cf.d.tytlabs.co.jp

渉を考慮できないため、波長が物体の大きさよりも十分長い場合に適用される。

一方、任意の固体面を考慮するために、近似解ではなく、音場の方程式を計算する方法があり、その一つが、線形オイラー方程式 (Linearized Euler Equations) による計算方法である。これは音源項を仮定し、流れ場を伝搬する音を計算する手法で、音源項のモデル化や計算方法が広く研究されている。

より厳密な方法は、非線形方程式を用いる方法で、流れ場と音場を分離した方程式を解く Hardin らの方法<sup>6)</sup>がある。ただし、この方法も、分離のためのモデル化が必要で、そのモデル化によって異なった方程式が提案されている<sup>6,7)</sup>など。

流れ場と音場を分離する場合、音から流れへの干渉を無視するという仮定が必要となる。また、分離方法により異なる音場方程式が得られる。この場合、使用する音場方程式が妥当であるかを検証する必要がある。

また、音場の計算では、音波が遠方に伝播する場合に数値粘性で過剰に減衰しないことと、さらに、非物理的な振動が発生して不安定にならないことが重要である。

本研究の目的は、分離された音場方程式が、安定かつ高い空間補間精度を持つ WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) スキームを用いた有限体積法により高精度に計算できることを示し、得られる音場の物理的特徴を明らかにすることを目的とする。特に、一様流中の物体から発生する 2 重極音に焦点を絞り、その代表例である円柱まわりの音場の計算に適用する。その結果を、音響学的類推に基づく方程式から解析的に得られる近似解と比較して検討する。

## 2. おもな記号

$c$	: 音速
$D$	: 円柱の直径 (基準長さ)
$F_i$	: 空気力
$M$	: マッハ数
$p$	: 圧力
$Pr$	: プラントル数
$r$	: 距離
$Re$	: レイノルズ数
$t$	: 時間
$u_i$	: 速度
$U_\infty$	: 無限遠方での速度
$x_i, \bar{x}$	: 物理空間座標

$\alpha^{ji}$	: メトリック ( $\alpha^{ji} = \partial \xi_i / \partial x_j$ )
$\delta_{ij}$	: クロネッカーのデルタ
$\gamma$	: 比熱比
$\rho$	: 密度
$\xi_i$	: 計算空間座標
$(\quad)$	: 有次元量
$(\quad)$	: 時間平均量
$(\quad)_\infty$	: 無限遠方量

## 3. 基礎方程式

### 3.1 マッハ数展開に基づく流れ場方程式

ここでは、支配方程式 (圧縮性流れ方程式) をマッハ数展開し、最低次の項を流れ場と定義し、それと圧縮性流れ方程式の差を音場方程式と定義する。

$(u_i, p, \rho)$  を圧縮性流れの各量とし、以下のように無次元化する。

$$u_i = \frac{\tilde{u}_i}{\tilde{U}_\infty}, \quad p = \frac{\tilde{p} - \tilde{p}_\infty}{\tilde{\rho}_\infty \tilde{U}_\infty^2}, \quad \rho = \frac{\tilde{\rho} - \tilde{\rho}_\infty}{\tilde{\rho}_\infty}. \quad (1)$$

流れ場の定義は、Simon らと同様にマッハ数展開による方法<sup>7)</sup>を用いる。各量をマッハ数で以下のように展開する。

$$u_i = u_{*i} + M_\infty^2 u_{*i_1} + M_\infty^4 u_{*i_2} + \dots, \quad (2)$$

$$p = p_* + M_\infty^2 p_{*1} + M_\infty^4 p_{*2} + \dots, \quad (3)$$

$$R = R_* + M_\infty^2 R_{*1} + M_\infty^4 R_{*2} + \dots. \quad (4)$$

ここで、 $R, R_*$  は以下のように定義する。

$$R = M_\infty^{-2} \rho, \quad R_* = M_\infty^{-2} \rho_*. \quad (5)$$

これらを圧縮性流れ方程式 (断熱でニュートン流を仮定) に代入し、マッハ数展開の高次の項を無視すると、以下の方程式が得られる。

$$\frac{\partial u_{*j}}{\partial x_j} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{D_* u_{*i}}{Dt} = -\frac{\partial p_*}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial \tau_{*ij}}{\partial x_j}, \quad (7)$$

$$D_* / Dt = \partial / \partial t + u_{*j} \partial / \partial x_j,$$

$$\tau_{*ij} = 2e_{*ij} - \frac{2}{3} e_{*kk} \delta_{ij}, \quad e_{*ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{*i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{*j}}{\partial x_i} \right),$$

$$\frac{D_* p_*}{Dt} - \frac{D_* R_*}{Dt} = \frac{\gamma-1}{Re} \Phi_{1*} + \frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} \frac{1}{M_\infty^2} \Phi_{2*}, \quad (8)$$

$$\Phi_{1*} = 2e_{*jk} e_{*jk}, \quad \Phi_{2*} = M_\infty^2 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\gamma p_* - R_*).$$

ここで、以下の変数  $q_*$  を導入すると、

$$q_* = \frac{Re}{\gamma-1} (R_* - p_*), \quad (9)$$

式(8)は、

$$\frac{D_* q_*}{Dt} = \frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 q_*}{\partial x_j^2} - \Phi_{1*} - \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 p_*}{\partial x_j^2}, \quad (10)$$

と変形される。

式(6),(7)は一般的な非圧縮性流れ方程式であり、式(10)は、式(6),(7)の非圧縮性流れ場における密度変化を求める式である。また、式(10)は、対流拡散方程式の形式であるため、式(7)と同じ計算手法が適用できる。この密度場の式は、文献(5)~(7)からわかるように分離モデルにより異なる。式(10)は、文献(7)での密度場の式に粘性の影響を正確に考慮したものに相当する。レイノルズ数が大きくなると粘性の影響は小さくなるが、マッハ数の次数に関してオーダーを比較した場合、形式的には粘性の影響は無視できないので、ここでは考慮する。

### 3・2 音場の支配方程式

音場の支配方程式は、圧縮性流れ方程式と非圧縮性流れ方程式(6), (7)の差として導く。つまり、圧縮性流れ場  $(u_i, p, \rho)$  を以下のように非圧縮性流れ場  $(u_i, p_*, \rho_*)$  と音場  $(u'_i, p', \rho')$  の和として表す。

$$u_i = u_i + u'_i, \quad p = p_* + p', \quad \rho = \rho_* + \rho'. \quad (11)$$

圧縮性流れの連続の式と運動量保存式に式(11)を代入すると、以下の音場の方程式が得られる。

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial f_j}{\partial x_j} = -\frac{D_* \rho_*}{Dt}, \quad (12)$$

$$f_j = (1 + \rho_* + \rho') u'_j + \rho' u_{*j},$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{\partial h_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{D_* \rho_* u_{*i}}{Dt}, \quad (13)$$

$$h_{ij} = f_i (u_{*j} + u'_j) + (1 + \rho_*) u_{*i} u'_j + p' \delta_{ij}.$$

ここでは、音場における粘性の項は小さいとして無視する。

エネルギー方程式についても、同様に差をとるべきであるが、方程式が複雑になるため、音場は等エントロピー変化するものとし、 $p_*$ ,  $\rho_*$  により得られる音速  $c_*$  による関係式

$$p' = c_*^2 \rho', \quad (14)$$

を用いる。音速  $c_*$  は  $\tilde{U}_\infty$  で無次元化され、式(1)での無次元化の定義から、

$$c_*^2 = \gamma \frac{1}{1 + \rho_*} (p_* + \frac{1}{\gamma M_\infty^2}), \quad (15)$$

により与えられる。

本研究における音場方程式のモデルは、圧縮性流れ方程式と非圧縮性流れ方程式との差から導かれているので、音場が流れ場に干渉しない限り、物体近傍でも成立する。

本研究での流れ場と音場の分離は、Simon らの方法と同様な考え方に基づくが、Simon らの計算とは、式(10)の密度と式(14)の音圧の式が異なる。これらの影響は、計算結果により検証する。

## 4 計算方法

一様流中の円柱から発生する空力音を、 $Re = 150$ ,  $Pr = 0.72$ ,  $M_\infty = 0.3$  で計算する。

流れ場は一般座標で計算し、円柱まわりのOグリッドとその外側のデカルト座標格子による重合格子を用いる。計算格子を図1に示す。図1に示した物理空間の座標長さ  $x_1$  と  $r$  はそれぞれ円柱直径  $D$  を基準長さとした無次元量である。図に示したように、Oグリッド外縁の直径は、円柱直径の200倍とし、デカルト座標格子の  $x_1$  方向と  $x_2$  方向の領域の大きさは各々円柱直径の600倍、400倍とした。

計算結果と2次元場における近似解と比較するため、2次元流れ場の計算を実施する。ここでは、3次元流れ計算コードを用い、スパン方向に少ない格子点数を配置して2次元流れ場に相当する計算をする。スパン方向には、図1の格子を4格子配置した。スパン方向の計算領域長さは円柱直径  $D$  と等しくし、格子間隔は等間隔である。計算結果を見ると、スパン方向の速度成分の最大値は主流の  $10^7$  以下であり、2次元的な計算と同等であることを確認している。境界条件は、スパン方向には周期性を与え、また、物体壁面上ではすべりなしとしている。

音場の計算格子は、流れ場と同じ円柱まわりのOグリッドとし、一般座標系で2次元計算する。

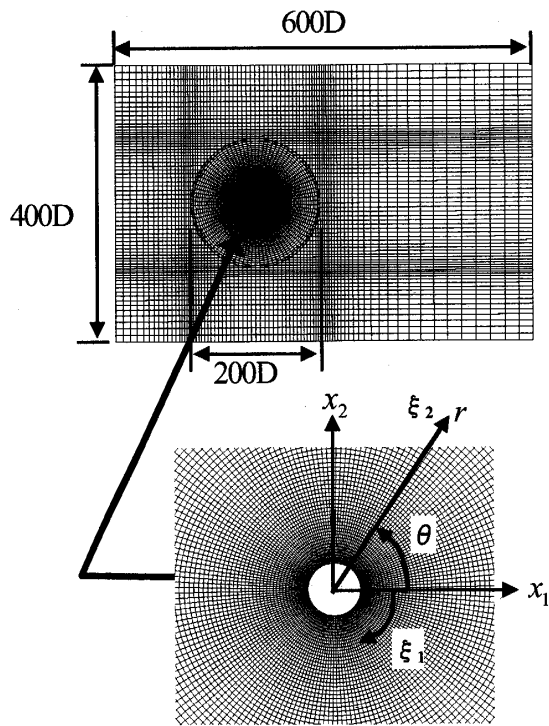


Fig.1 Computational grid and coordinates.

流れ場の計算は、コロケーション格子に基づく有限体積法で行う。このとき、運動方程式の空間離散化には、対流項は高次精度風上差分法である QUICK スキームを、他の項は2次精度中心差分を、時間の離散化には、陰解法である Crank-Nicolson 法を、また、圧力場の計算には、SMAC法に基づく手法を適用する<sup>(8)</sup>。

音場の計算には、4次精度 WENO スキーム<sup>(9)</sup>を用い、界面の流束を近似リーマン解法の一つである HLLE 法<sup>(10)</sup>で求めて有限体積法で空間積分する。このときのセル界面の流束は、式(12),(13)を以下のように一般座標系で記述すると、

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}_{ij}}{\partial \xi_j} = S_i, \quad (16)$$

以下で与えられる。

$$\left(\hat{F}_{ij}\right)_{I+1/2} = \frac{F_d + Q_d}{\Delta^+_{I+1/2} - \Delta^-_{I+1/2}}, \quad (17)$$

$$F_d = \Delta^+_{I+1/2} \left(\hat{F}_{ij}\right)_{I+1/2}^l - \Delta^-_{I+1/2} \left(\hat{F}_{ij}\right)_{I+1/2}^r$$

$$Q_d = \Delta^+_{I+1/2} \Delta^-_{I+1/2} \left\{ (Q_i)^r_{I+1/2} - (Q_i)^l_{I+1/2} \right\},$$

$$\Delta^+_{I+1/2} = \max \left\{ (\lambda^{\max}_j)^l_{I+1/2}, (\lambda^{\max}_j)^r_{I+1/2}, 0 \right\},$$

$$\Delta^-_{I+1/2} = \min \left\{ (\lambda^{\min}_j)^l_{I+1/2}, (\lambda^{\min}_j)^r_{I+1/2}, 0 \right\}.$$

$I$ は計算格子のセル番号で、変数 $Q_i$ は、セル中心での値である。また、 $\lambda^{\max}_j$ 、 $\lambda^{\min}_j$ は、それぞれ、ヤコビアンマトリックスの最大および最小固有値である。

$$\lambda^{\max}_j = U_j + c_* s_j, \quad \lambda^{\min}_j = U_j - c_* s_j, \quad (18)$$

$$U_j = \alpha_{kj} u_k, \quad s_j = \sqrt{\alpha_{kj}^2}.$$

式(17)におけるセル界面の左右での値 $( )^l_{I+1/2}$ を WENO スキームにより算出する。

時間積分には、2段階のルンゲ・クッタ法を適用し、式(12),(13)の右辺は、時間項は後退差分で、また、空間は2次精度中心差分で計算する。

遠方境界では、音波が反射しないように、無反射境界条件として Perfectly Matched Layer (PML)<sup>(11)</sup>を採用する。本研究では、変数分離に基づく PML 方程式を用い、式(12)の各計算座標方向 $(\xi_1, \xi_2)$ に対して変数 $\rho'$ を分割する。

$$\rho' = \rho'_1 + \rho'_2. \quad (19)$$

このときの PML 方程式は、文献(12)と同様に、

$$\frac{\partial \rho'_1}{\partial t} + \alpha^{j1} \frac{\partial f_j}{\partial \xi_1} = - \left( \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_*}{\partial t} \right) + \alpha^{j1} u_{*j} \frac{\partial \rho_*}{\partial \xi_1}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \rho'_2}{\partial t} + \sigma \rho'_2 + \alpha^{j2} \frac{\partial f_j}{\partial \xi_2} = - \left( \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_*}{\partial t} \right) + \alpha^{j2} u_{*j} \frac{\partial \rho_*}{\partial \xi_2}, \quad (21)$$

とする。 $\sigma$ は吸収係数で、以下の関数を用いた<sup>(11)</sup>。

$$\sigma = \sigma_m \left( \frac{d}{W} \right)^\beta. \quad (22)$$

ここで、 $W$ は PML 領域の幅、 $d$ は計算(内部)領域外縁からの距離である。式(13)についても式(20),(21)と同様に分割する。

また、式(12),(13)の右辺は、原点からの距離 $r$ が大きくなるにつれて空間解像度が低下し、算出誤差が増大する。このため、関数 $\phi(r)$ :

$$\phi(r) = \begin{cases} 1, & (r \leq r_1) \\ 0.5 \left( 1 + \cos \frac{r-r_1}{r_2-r_1} \pi \right), & (r_1 < r < r_2) \\ 0, & (r \geq r_2) \end{cases} \quad (23)$$

を右辺に乗じて、 $r_1$ から $r_2$ の範囲で減衰させ、遠方で0にしている。本計算では、 $r_1 = 22.3$ 、 $r_2 = 48.1$ とした。

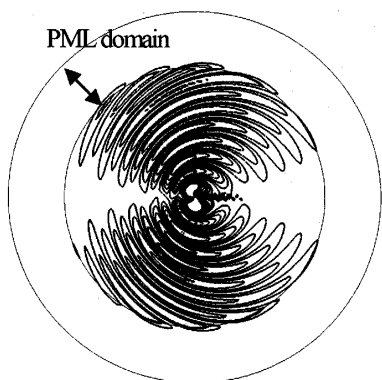


Fig.2 Contours of  $p'$   
(-0.01 to 0.01 by 8 lines, 180 x 200 meshes).

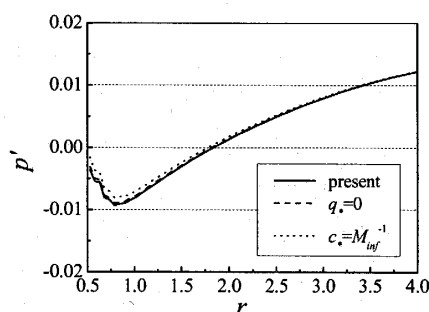


Fig.3 Distribution of  $p'$  ( $\theta = 90^\circ$ ).

## 5. 計算結果および考察

### 5.1 計算結果

周( $\theta$ )方向に 180 点, 半径 ( $r$ ) 方向に 200 点の格子点数を持つ円柱まわりの O グリッドを使用した. 格子点は, 周方向は等間隔, 半径方向は等比級数で分布させ, 物体最近傍で  $\Delta r = 0.05$ , 最遠方で  $\Delta r = 2.11$  である. O グリッド外部のデカルト座標格子は,  $x_1$  方向に 80 点,  $x_2$  方向に 70 点の格子点数から成る. PML の領域は, 半径方向に 20 セルとし,  $\sigma_m = 200$ ,  $\beta = 2$  とした.

無次元時間刻みは, 無限遠方での流速  $U_\infty$  と円柱直径  $D$  を基準として,  $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$  とし, 流れ場と音場は同じ時間刻みで計算した. この場合, 音の伝搬速度は対流速度よりも大きいので, 時間刻みは音場計算で制限される. 従って, 流れ場の計算では, 流れ場のみを計算する場合よりも小さい時間刻みを用いることになる. 式(12), (13)の右辺の時間勾配の精度が問題となるが, このように小さい時間刻みを用いているので, 誤差は小さいと考えられる.

図 2 に, ある時刻での音圧分布を示す. 安定に計算でき, 円柱のエオルス音の特徴が得られている.

また, 式(10)の流れ場中の密度場における粘性項の影響と, 式(15)の音速式の影響を調べるために, 式(10)を  $q_* = 0$  と簡略化した場合 (ケース 1), 式(15)で  $c_* = M_\infty^{-1}$  とした場合 (ケース 2) の計算をそれぞれ実施し, 音圧分布を比較した. その結果,  $r > 3.5$  では, それぞれ, ほぼ一致し, 遠方場ではほとんど影響が現れない. 図 3 に物体近傍 ( $r < 4$ ) での半径方向 ( $\theta = 90^\circ$ ) の音圧分布を示す. ケース 1 の場合 ( $q_* = 0$ ) には, ほとんど結果は一致し, ケース 2 の場合 ( $c_* = M_\infty^{-1}$ ) には, 若干の影響が見られる.

つまり, 本研究の計算対象では, 式(10)の粘性の影響は小さく, また, 音速を一樣とした場合には, 本計算方法とは物体近傍で差が生じることになる.

### 5.2 音響学的類推による近似解との比較

図 2 は, 揚力が時間とともに増加するときの, ちょうど揚力が 0 になった瞬間での音圧分布である. この結果を以下の音響学的類推からの近似解<sup>(13)</sup>と比較する.

$$p'(\bar{x}, t) = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3, \quad (24)$$

$$\Delta p_1 = \frac{1}{2^{1.5} \pi c^{0.5} r^{0.5}} \int_{-\infty}^r \frac{x_j}{\sqrt{\tau - t'}} \frac{\partial F_j(t')}{\partial t'} dt',$$

$$\Delta p_2 = \frac{x_j \bar{F}_j}{2\pi r},$$

$$\Delta p_3 = \frac{c^{0.5}}{2^{2.5} \pi r^{1.5}} \int_{-\infty}^r \frac{x_j}{\sqrt{\tau - t'}} \{F_j(t') - \bar{F}_j\} dt',$$

$$\tau = t - r/c,$$

$$c = c_\infty (\sqrt{1 - M_\infty^2 \sin^2 \theta} + M_\infty \cos \theta),$$

$$\cos \theta = x_1 / r.$$

遠方では, 距離減衰が一番小さい  $\Delta p_1$  が主要項となり,  $\Delta p_2$ ,  $\Delta p_3$  の順にオーダーが減少していく. 一般的に, 音は球面状に遠方に伝播するため, 音の強さは距離の 2 乗で減衰する. ただし, 2 次元場では円筒状に伝播するため 1 乗で減衰する. 音の強さは音圧の 2 乗に比例することから, 式(24)の主要項である音圧  $\Delta p_1$  は距離の 2 分の 1 乗で減衰する量となる.

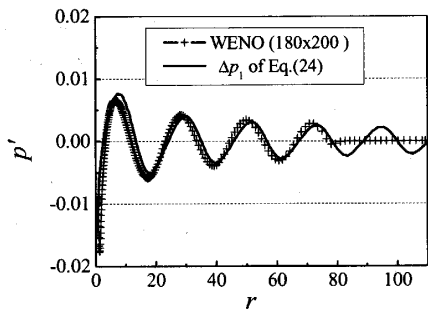
近似解との比較では, 近似解自身の仮定による誤差範囲における検証は不可能である. 一方, DNS との比較も考えられるが, 流れ場と音場を分離して計算する場合, 音場の計算手法のみの誤差を比較検討することが困難である. 式(24)を用いれば, 仮定による誤差

が含まれるものの、流れ場の計算精度とは独立に、音場のみの計算精度を検証することができる。また、音場の距離減衰などの特性も比較できる。

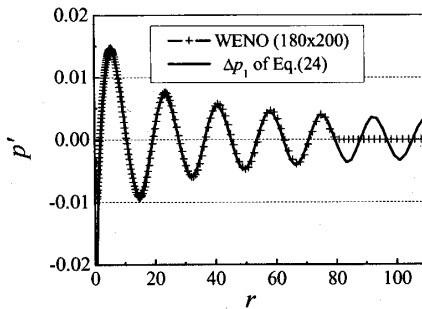
$x_1$  軸からの角度が、 $\theta = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  のときの円柱中心からの距離  $r$  に対する音圧分布を、本計算結果と式(24)の  $\Delta p_1$  を比較して図 4 に示す。本計算結果では、PMLの影響で  $r > 75.7$  で  $p'$  が 0 になっている。両者は、基本的によく一致しており、このことから、ここでの音場は、音響学的類推から得られる距離の2分の1乗で減衰する項  $\Delta p_1$  に相当していることがわかる。

式(24)は、遠方場でのみ成立するが、計算結果の距離減衰特性を調べるため、 $r$  が小さい領域における差を比較検討する。図 4 から、 $\theta = 135^\circ$  の場合に、 $r = 10$  程度以下になると、急にその差が増大しているこ

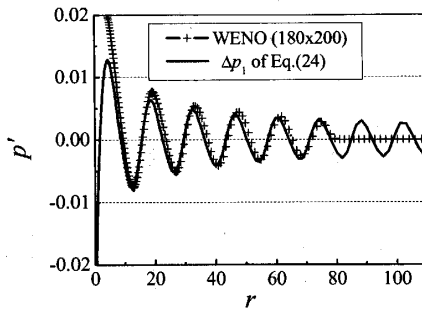
とがわかる。図 5 に、 $\theta = 135^\circ$  における  $p_* + p'$  の分布を、また、図 6 に物体近傍での  $p_* + p'$  の分布と  $p'$  のみの分布の比較を示す。 $p_* + p'$  は、 $r = 1.5$  程度の物体近傍まで式(24)の全ての項の和と比較的よく一致している。一方、 $p'$  は  $r = 10$  付近から物体に近づくにつれて、 $\Delta p_1$  と差が大きくなる。つまり、音場の解は、物体近傍では距離減衰の性質が変化し、音場の解には、 $r$  の2分の1乗で減衰しない項も含まれている



(a)  $\theta = 45^\circ$



(b)  $\theta = 90^\circ$



(c)  $\theta = 135^\circ$

Fig.4 Distribution of  $p'$ .

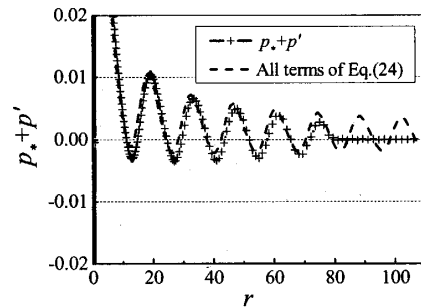


Fig.5 Distribution of  $p_* + p'$  ( $\theta = 135^\circ$ ).

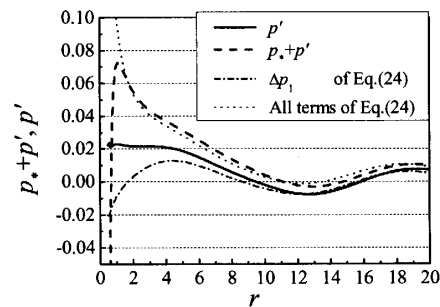


Fig.6 Distribution of  $p_*, p'$  and  $p_* + p'$  near the cylinder ( $\theta = 135^\circ$ ).

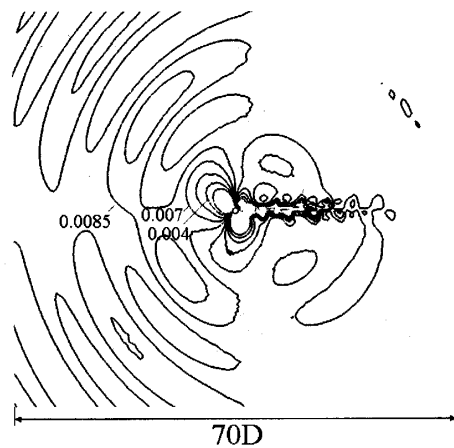


Fig.7 Distribution of  $|p' - \Delta p_1|$  (0.001 to 0.0085 by 6 lines).

ことが本計算結果から示される。

このような物体近傍での距離減衰について、方向 $\theta$ に関する依存性を調べるため、図7に図4と同一時刻での $|p' - \Delta p_1|$ の分布を示す。物体近傍では、後流が影響する $\theta$ の小さいところを除けば、 $\theta = 135^\circ$ 、 $270^\circ$ 付近で値が大きい。また、この値の大きい方向は時間的に変化するが、その大きさは顕著に変化することはない。よって、図6で見られた物体近傍の $p'$ と $\Delta p_1$ の差の大きさは、方向・時間的にもほぼ最大であると判断される。

計算精度に関しては、図4を見ると、 $\theta = 90^\circ$ ではよく一致しているが、 $\theta = 45^\circ$ 、 $135^\circ$ では若干位相がずれている。このような位相のずれの原因としては、式(24)では一様流中を音が伝搬すると仮定していることが考えられる。その他、 $\theta = 45^\circ$ 、 $135^\circ$ では流れ方向と格子方向が一致しないため、離散化誤差が大きくなる可能性もある。また、PMLによる無反射境界条件が適切でないことによる誤差も考えられる。

まず、離散化誤差の影響を調べるために、格子点数を各方向半分にした粗い格子（周方向90点、半径方向100点）で計算した。このとき、PMLは、10セルの領域（ $69.1 < r < 100$ ）とした。また、式(22)の係数は、図2の場合と等しくした。図8に $\theta = 135^\circ$ での半径方向の音圧分布を示す。波長が減少し、位相がかな

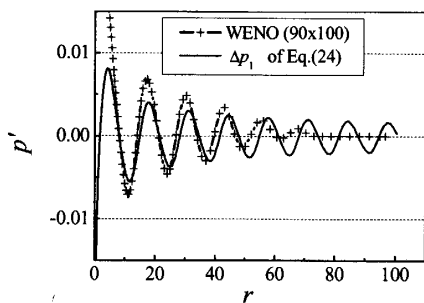


Fig.8 Distribution of  $p'$  by the coarse grid ( $\theta = 135^\circ$ ).

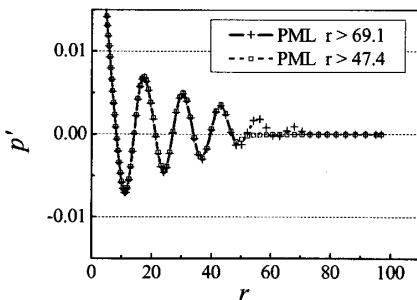


Fig.9 Distribution of  $p'$  by the different domain length of PML, using the coarse grid.

りずれている。

次に、PMLの影響を調べるために、同じ粗い格子で、PMLを20セルに増やして（ $47.4 < r < 100$ ）計算した。 $\theta = 135^\circ$ での分布を見ると、PMLに至るまでは、ほぼ一致した結果が得られている（図9）。ちなみに、式(22)のパラメータを極端に変化させない限り同様の結果が得られることを確認している。このことから、PMLの領域幅や式(22)の係数による影響はほとんどないと判断される。

本研究のPMLは、変数分離型を採用しており、一様流がある場合には不安定性が生じることが問題とされている<sup>(14)</sup>。また、PMLが本研究における非線形の支配方程式に適用可能であるか定かではない。しかし、計算結果で示されているように、安定に解が得られ、境界で音波が反射する現象は見られない。本計算では、十分遠方でPMLを設定しており、そこでは非線形性が弱められるため、支障は生じないものと考えられる。

以上の検討により、近似解(24)の一様流の仮定の影響は未確認であるが、図4で見られる若干の差は、空間的な離散化誤差の影響が大きいと考えられる。しかし、一般的に流体機械から発生する騒音を評価する場合、図4程度の結果の精度が得られれば十分な場合が多い。本研究で用いた計算法では、図4の結果に基づき、1波長当たり約15格子点以上の空間解像度が望ましいと判断される。渦が音源となる空力音の周波数は、渦の発生周波数と基本的には等しいため、渦の発生周波数が既知であれば、波長を見積もることができ、この波長に対して15格子点以上の格子解像度を与えて計算すれば、精度のよい音場計算が可能となる。

本研究の計算対象は、物体スケールが波長よりも小さく、音と固体面の干渉の影響は小さい。ただし、ここで用いた計算方法は、固体面の影響も解析することも可能である。本研究からさらに、固体面の影響が大きい場合の精度検証がなされれば、より広い計算対象において信頼性の高い解析が可能となる。

## 6. 結 論

流れ場と音場を分離して音場を計算する方法について調べた。支配方程式（圧縮性流れ方程式）をマッハ数展開し、その主要項を流れ場とし、それと圧縮性流れ方程式の差を音場と定義した。この方法を、円柱まわりの空力音の計算に適用した。結果をまとめると、以下のようなになる。

(1) 音場方程式への WENO スキームを用いた有限体積法を適用する方法を提案した。

(2) 1 波長当たり 15 格子点を配置すれば、若干の位相のずれはあるものの、音響学的類推による近似解と良く一致する。

(3) 得られた音場は、ある距離より遠方では、距離の 2 分の 1 乗で減衰するが、それより近傍では、その減衰特性に従わない。その距離は、観測点の方向や時刻に依存するが、円柱直径の約 10 倍である。

(4) 流れ場と音場が分離できる仮定が成立すれば、本計算法は、円柱のような物体から発生する空力音の空間場を予測する手法として使用できる。

## 文 献

- (1) Colonius, T., Lele, S. K. and Moin, P., The Scattering of Sound Waves by a Vortex: Numerical Simulations and Analytical Solutions, *J. Fluid Mech.*, 260(1994), 271-298.
- (2) Mitchell, B. E., Lele, S. K. and Moin, P., Direct Computation of the Sound from a Compressible Co-rotating Vortex Pair, *J. Fluid Mech.*, 285(1995), 181-202.
- (3) Lighthill, M. J., On Sound Generated Aerodynamically I. General Theory, *Proceedings of the Royal Society of London A*, 211(1952), 564-587.
- (4) Curle, N., The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound, *Proceedings of the Royal Society of London A*, 231(1955), 505-514.
- (5) Hardin, J. C. and Pope, D. S., An Acoustic/Viscous Splitting Technique for Computational Aeroacoustics, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 6(1994), 323-340.
- (6) Shen, W. Z. and Sorensen, J. N., Aeroacoustic Modelling of Low-Speed Flows, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 13(1999), 271-289.
- (7) Slimon, S. A., Soteriou, M. C. and Davis, D. W., Development of Computational Aeroacoustics Equations for Subsonic Flows Using a Mach Number Expansion Approach, *J. Comput. Phys.*, 159(2000), 377-406.
- (8) 稲垣昌英, 堀之内成明, 空力基礎実験モデルまわりの流れ解析における離散化手法の比較・検討, 第 10 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, E4-1(1996), 410-411.
- (9) Liu, X.-D., Osher, S. and Chan, T., Weighted Essentially Non-oscillatory Schemes, *J. Comput. Phys.*, 115(1994), 200-212.
- (10) Davis, S. F., Simplified Second-order Godunov-type Methods, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 9-3(1988), 445-473.
- (11) Hu, F. Q., On Perfectly Matched Layer As An Absorbing Boundary Condition, 2<sup>nd</sup> AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA 96-1664(1996).
- (12) Slimon, S. A., Soteriou, M. C. and Davis, D. W., Computational Aeroacoustics Simulations Using the Expansion About Incompressible Flow Approach, *AIAA J.*, 37-4(1999), 409-416.
- (13) Hatakeyama, N. and Inoue, O., A Novel Application of Curle's Acoustic Analogy to Aeolian Tones in Two Dimensions, *Physics of Fluids*, 16-5(2004), 1297-1304.
- (14) Hu, F. Q., A Stable Perfectly Matched Layer for Linearized Euler Equations in Unsplit Physical Variables, *J. Comput. Phys.*, 173(2001), 455-480.