

自由界面波上のリップル形成に関する実験的研究*

辻 義之*¹, 野沢 幸司*²
関 紘介*³, 久木田 豊*¹

Formation of Capillary Ripples on Gravity-Capillary Waves

Yoshiyuki TSUJI*⁴, Kouji NOZAWA,
Kousuke SEKI and Yutaka KUKITA*⁴ Department of Energy Engineering and Science, Nagoya University,
Furo-cho Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

Parasitic capillary ripples emerging on the forward face of wind-driven gravity-capillary waves are investigated experimentally. The wave slope angle is measured optically with sufficient time and space to characterize short ripples. The condition of ripple generation and the ripple steepness are correlated with the amplitude, the degree of fore-aft asymmetry, and the maximum local curvature of the underlying gravity-capillary waves. The phase speed of the gravity-capillary waves carrying ripples can be correlated with the characteristic parameter of ripples. These characteristics do not explicitly depend on the wind velocity over the waves.

Key Words: Two-Phase Flow Interface, Gravity-Capillary Wave, Ripple

1. 緒 論

表面重力波前面に形成される小スケール波(以後,本文中ではリップルと呼ぶ)の形成とその運動について実験的な考察を行った。リップルは波長・振幅ともに数 mm 程度のわずかな突起波状であり,おもに進行波前面に形成される⁽¹⁾。初期に提示された発生要因は,水面下での速度こう配により作られる渦列が,自由界面での凹凸をもたらすことである⁽²⁾。また,せん断層の不安定化という観点から,線形安定論により導かれる最大不安定化波数をリップル波長と対応させる意見もある⁽³⁾。最近の数値計算による研究では,水面下の静圧分布を重要視することが報告されている。界面こう配が波の谷もしくは山付近で急になることによって,静圧分布の局所的集中が起こり,これが外力として気液界面での共鳴現象をもたらすという見解である⁽⁴⁾。しかし,これらのリップル形成の要因に関しては,いまだに明確な結論が得られていない。

リップルの運動は,初期の線形安定論もしくは多くの数値計算で仮定されている定常的な運動ではなく,重力波と呼応しながら変動する本質的に非定常な現象である。この非定常性を指摘している論文はすでにあるが,それらはおもに可視化画像による観測を報告しているのみで,統計的な性質を詳しく議論することはなされていない⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

自由界面上にできる小スケール波は,特にマイクロ波を利用したリモートセンシング技術に関連して重要である。マイクロ波大域での電波の界面での散乱の大部分は,界面粗度の極めて短波長の成分(cmスケール)によって起こされる。それゆえ衛星からの受信信号の強さは,界面が滑らかであるほど大きくなる。この実験事実から,“風速が増すと界面粗度が増大してマイクロ波散乱が増大し,受信エネルギー量が減少する”という物理過程を想定でき,海洋風速の測定が行われている⁽⁵⁾。しかし,気液界面上の風速と重力波上の小スケール波との関連については,まだ不明確な点が多く,両者の定量的関係を見いだすまでには至っていない。

また,二酸化炭素の増加に伴う地球温暖化問題では,海洋上の熱・物質輸送機構の解明を今後の最重要検討課題としている。自由界面での物質輸送には,界面下

* 原稿受付 2001年7月23日。

*¹ 正員,名古屋大学大学院工学研究科(☎464-8603 名古屋市千種区不老町)。*² (株)データ通信システム(☎105-0004 東京都港区新橋6-19-13)。*³ 名古屋大学大学院。

E-mail: c42406a@nucc.cc.nagoya-u.ac.jp

での乱流構造が本質的な役割をはたすため、小スケール波の形成とその運動を明らかにすることが望まれている⁽⁶⁾。

以上の観点から、本研究では気相の流れにより誘起される表面重力波とリップル運動の関連を明らかにすることを目的とする。非接触高速測定法により自由界面傾斜角を測定し⁽⁹⁾、特に表面重力波形状とリップル形成位置との関連、リップルと位相速度との関係について考察し、気相部流れが与える影響について議論した。表面重力波の形成過程およびその後の運動に与えるリップルの影響は多大であるにもかかわらず、その性質はいまだに十分に明らかにされていない。

おもな記号

- x : 流れ方向, シャープエッジ先端からの距離 mm
 X_s : 流れ方向, 気液界面先端からの距離 mm
 θ_x : 自由界面傾斜角
 U_s : 気相部ダクト中心での平均速度 m/s
 η : 自由界面波の変位[式(3)] mm
 σ_x : 界面傾斜角の標準偏差
 f_0 : 重力波の卓越周波数 Hz
 a_g, λ_g : 重力波の振幅および波長 mm
 a_r, λ_r : リップル波の振幅および波長 mm
 $|S_0^+ / S_0^-|$: 重力波の非対称性パラメータ
 α : リップルを伴う重力波の割合 %
 C_g, C_r : 重力波およびリップルの位相速度 m/s
 C_0 : 分散関係式に基づく位相速度[式(5)] m/s
 L_r : 重力波頭から第1リップル波頭までの距離 mm
 θ_r : リップル波とがり度の最大値[式(6)]
 Γ : 重力波曲率の最大値

2. 実験装置および測定方法

実験装置全体図の概略を図1に示した。小形風洞は吹出し口寸法70×70 mm, 絞り比12, ノズル形状は三次曲線により作成した。整流格子はステンレス製(線径0.27 mm, 開口面積比0.62)4枚を用い、互いに線径の500倍以上離して、格子による乱れを十分減衰させてある。出口風速は10 m/sまで安定に変動であり、その乱れの強さは0.1%以下であった。

ダクト流路部は一辺 $d=60$ mmの正方形であり、風洞ノズル壁面上に発達した境界層の影響を取り除くために、測定流路との間にシャープエッジが取り付けられている。トリッピングワイヤ($\phi=1$ mm)は、前縁から150 mmに設置されており乱流への遷移を促進させる。座標系はシャープエッジ先端部を原点にとり、流れ方向を x , 垂直方向を y とする。

流路中央部($x=2420$ mm)において、ダクト内形状は60×90 mmへと拡大する。この位置から水を注入して水深30 mmとし、固定壁との高さを同一にする。このとき、ダクト内断面形状は同一となり、中央部において下面の固体壁が液相へと変化する。気相流れが液相と接する部分では[図1], 液相が流路へ進入する際に乱れを極力下げるため多孔質状のスポンジが入れている。また、出口には波の反射を低減するために、三角形のせきを設けた。

界面傾斜角の非接触高速測定法について簡単に説明する[図2]。測定原理は傾斜界面での光の屈折による屈折光スポットの変位を検出して、傾斜角を算出するものである。入射光には波長650 nmのHe-Neレーザーを用い、入射光径は測定精度に影響することから、できる限り小さく0.2 mmに設定した。このとき、センサ受光面上のスポット変位 X_p と傾斜角 θ_x の関係は、以下の式で表される。

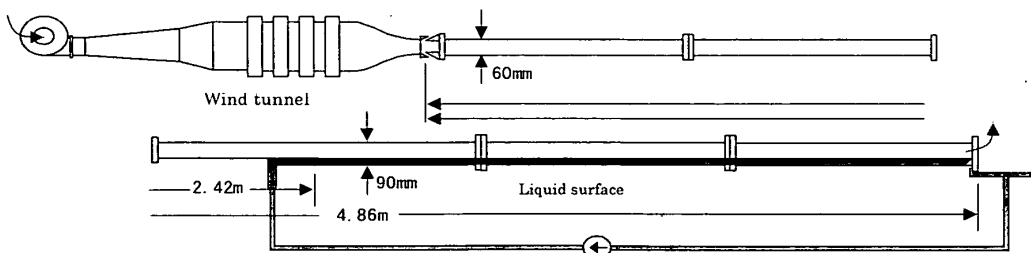


Fig. 1 Schematic view of experimental apparatus

$$x_p = l_1 \cdot \tan(\theta_x - \theta_1) + l_2 \cdot \tan(\theta_2) + l_3 \cdot \tan(\theta_3) \dots \dots \dots (1)$$

空気、水およびアクリル材質中での屈折率を一定とすると、屈折角と入射光の関係は一意的に決まることから、変位 x_p は傾斜角 θ_x の関数として表記できる。

水位 l_1 における傾斜角とスポット変位の関係を図 2(b) に示した。今回の装置設定では傾斜角 $\pm 45^\circ$ の測定が可能であった。水位は風波の形状により時間的に変化するため、解析では l_1 を平均水位 L_1 置き換え、式(1)から傾斜角を算出した。測定条件下では、 $|l_1 - L_1|/L_1 \approx O(10^{-1})$ であることから、求まる傾斜角に含まれる誤差は小さいと考えられる。なお、この定量的評価については付録で議論した。

スポット変位の検出には、平面状 Si ダイオードの表面抵抗を利用した二次元位置検出センサ(浜松フォトクリニクス社製、以後 PSD と略す)を用いた。受光面は 22×22 mm の正方形であり、入射スポットの

重力位置を検出する。センサ測定空間分解能は $12 \mu\text{m}$ であり、時間応答性は 33 kHz である。受光面中心間距離を 52 mm に設定して、二つの PSD を用いた二点同時測定を行った。

気相部中心の平均流速を $U_s = 3.1 \text{ m/s}$ 、液相流量を 12.0 g/s に設定した。このとき気相部レイノルズ数は、 $Re = U_s \cdot d/\nu = 1.2 \times 10^4$ 、自由界面上での表面流速は 2.0 mm/s となる。液相部先端から下流 2115 mm の位置まで、フランジでの接続部を除き、 10 mm 間隔での傾斜角測定を行った。また、位置 2115 mm においては風速を $U_s = 5.29, 5.50, 6.14, 6.65, 7.11, 7.62, 8.12 \text{ m/s}$ で変化させた場合の測定を行った。サンプリングは 12 bit A-D コンバータにより、各測定位置において 5 kHz 、 1048576 点のデータを収録した。なお、液相部の流れによる界面での表面流速は、気相流量をゼロとした場合の予備的実験からその値を見積もり、以下の位相速度の計算値からは液相流れによる界面上での流速は差引いた値を用いている。

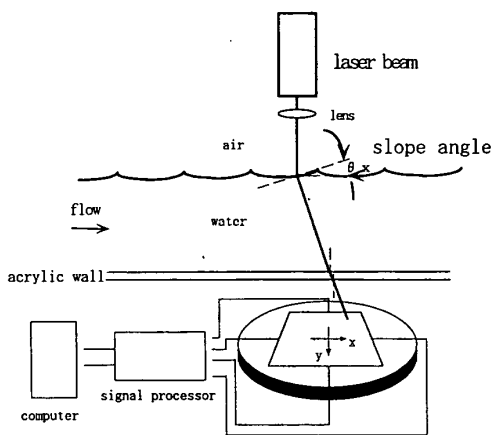
3. 結果および考察

2章での説明のように、測定されるのは界面傾斜角 θ_x の時間的変化である。しかし、波の振幅を考慮する場合には、波の変位 η への変換を行う必要がある。これは、微小時間内での位相速度が U_ϕ で、かつ波形の変化が無視できるとすれば(凍結仮説)、

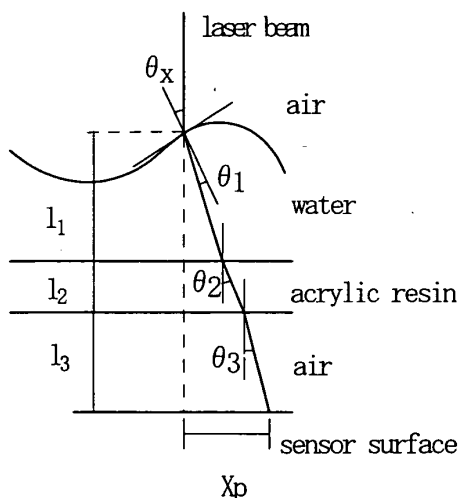
$$d\eta/dx = \tan \theta_x, d\eta/dx = 1/U_\phi \cdot d\eta/dt \dots \dots \dots (2)$$

の関係を満たし、それゆえ変位は時間積分から下記のように計算される。 U_ϕ は後に述べる C_ϕ と等価である。

$$\eta(x) = \int_{t_0}^t U_\phi \cdot \tan \theta_x dt \dots \dots \dots (3)$$



(a) Measurement setup for slope angle



(b) Beam refraction at inclined water surface and resultant light on sensing element surface

Fig. 2

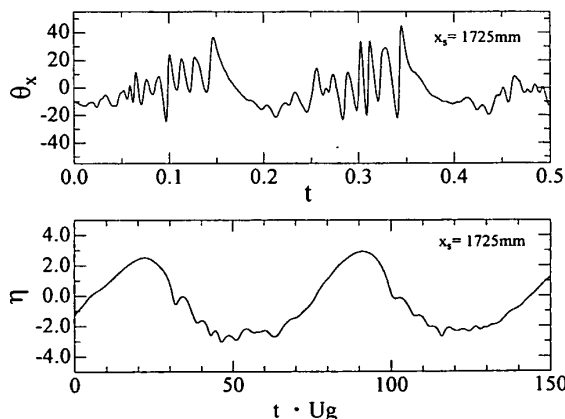


Fig. 3 Typical data of slope angle (in deg) as a function of time, and the wave height (in mm) as a function of distance. The origin is arbitrary

重力波振幅を算出する際には、積分区間を重力波後面の谷の位置から頂点までの半波長とし、誤差の蓄積を小さくした。付録での議論に基づき、本測定法に含まれる誤差は水位変動の約3%と考えられる。

気相部が液相部に初めて接するエッジ先端の位置からの距離を X_s とする。図3には代表的な測定位置 ($X_s=1725$ mm) での傾斜角 θ_x , 変位 η を示した。重力波前面に形成されているリップルが再現されていることがわかる。以下の章ではリップルの形成とその運動についての実験的考察について述べる。

3・1 表面重力波形状の変化 気相部流れにより誘起される表面重力波は、徐々に成長しながら下流方向

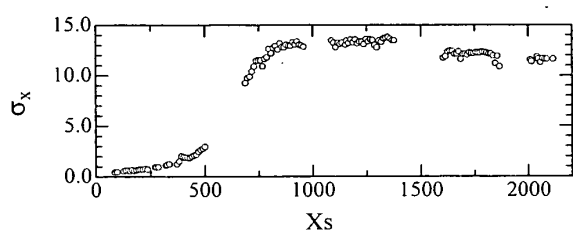
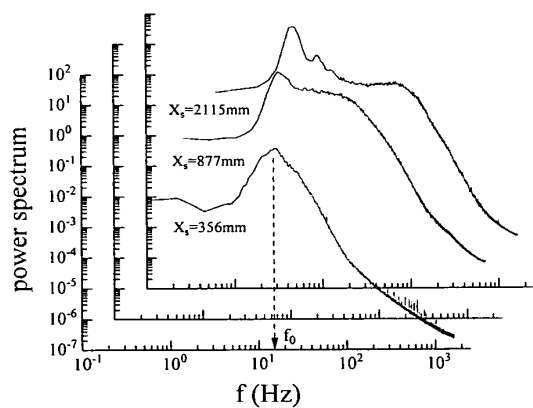
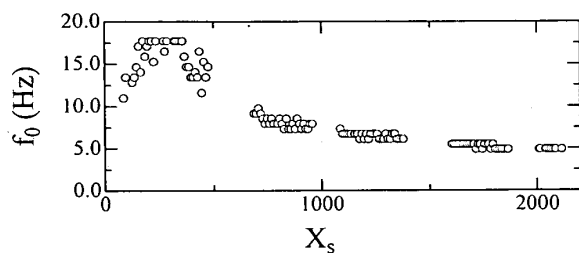


Fig. 4 The root mean square values of slope angle (in deg) v.s. the distance (in mm) from the leading edge of water surface



(a) Power spectrum of the slope angle. f_0 is the dominant frequency of gravity wave



(b) Variation of peak frequency of dominant wave. X_s (in mm) is the distance from the leading edge of water surface

Fig. 5

向へと移動していく。このようすは界面傾斜角 θ_x の標準偏差 σ_x の変化から推測できる(図4)。液相部先端から位置 $X_s=800$ mm まで急激に増加し、その後ほぼ一定値を保ち、出口付近でやや減少する。

気相部から波へのエネルギー輸送として、Phillipsの共鳴機構と Milles 機構が知られている。後者は気流が水面波によって乱されて不安定を生じて、波面のこう配に比例する圧力変動を発生し、これによって効果的に風から波にエネルギーを伝達するものである。そのため波は時間とともに指数増幅を示す。風波が急激に成長することは、Millesの理論に対応すると考えられ、成長過程が本実験のようなダクト内の波の発生に関しても共通と考えられる⁽¹⁰⁾。

界面傾斜角のパワースペクトルを図5(a)に示した。周波数5~15 Hz 付近に位置する最初のピーク値が重力波の卓越周波数 f_0 に相当する。下流方向への変化をみると[図5(b)], f_0 は局大値をとったのち徐々に減衰して一定値(約5 Hz)に漸近する。下流位置 $X_s=2115$ mm ではスペクトルの100 Hz 付近にバンプが認められるが、これがリップルからの寄与によるものである。しかし、この結果はリップルの形成が、このような下流位置から始まることを示しているわけではない。リップルは重力波の形成に伴い、徐々にその前面に現れるが、スペクトルに顕著なピークをもたらすほどの寄与はない。また、個々の重力波がある条件を満たすときにリップルが発生すると考えられ、その割合は $X_s=1000$ mm で約20%, 下流位置 $X_s=2000$ mm で約65%であった。気相部流れにより誘起される波は、造波器のそれに比べて、形状が必ずしも一様ではなく、リップルの出現確率にも影響を与えることとなる。本解析では、リップルを伴う重力波のみを対象にして、その統計的性質を調べた。

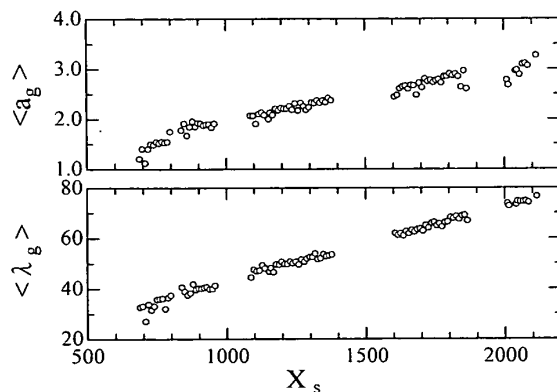


Fig. 6 Time averaged wave amplitude (in mm) and length (in mm) of gravity waves accompanied with ripples. X_s (in mm) is the distance from the leading edge of water surface

重力波の振幅 a_g と波長 λ_g の平均値の下流方向への変化を図6に示した。記号 $\langle \rangle$ はリップルを伴う重力波についてのアンサンブル平均を表す。波の平均波長を求めるには、波が周期的形状をつくることと、統計平均に十分なサンプル数が必要となる。本実験条件では、 $X_s \cong 700$ mm の位置からリップルを伴う周期的な形状が現れ、その発生割合も10%に達することから、これより下流の位置での値を示した。振幅、波長ともに下流方向に直線的に増加することが観測された。その増加率は波長のほうがやや大きく、そのためスティープネス ka (波数 $k: \lambda/2\pi \times$ 振幅 a) は下流方向へ徐々に減少していく。

波の非対称性について考えるために、重力波およびリップルの前面、後面における最大傾斜角の定義を示した[図7(a)]⁽⁶⁾。重力波の非対称性の指標として、波頭近傍の前後面での最大こう配の比 $|S_0^+/S_0^-|$ を考える。波が前後対称の場合には1となり、前面が切り立っているほど、すなわち前方方向へ傾いているほど大きな値をもつことになる。図7(b)に示すように、非対称性は下流方向に徐々に増加傾向を示した。検出された重力波のうちリップルを伴うものの割合を α

(%)とすると、非対称性と強い相関を示すことがわかる。非対称性が小さい場合には、サンプル個数が少ないためにばらつきが多いが、およそ $1.6 \leq \langle |S_0^+/S_0^-| \rangle$ を満たす重力波にリップルが誘起される。

以上より、重力波は気相部流れの影響を受けて流路下流方向へ成長し、振幅、波長ともに増大する。波形は前方に傾いた非対称性の大きな形状となり、リップル形成と密接に関係する。

3.2 位相速度 二点同時計測データから、重力波位相速度の算出を行った。上流側 PSD を通過した重力波を検出し、同一の波が下流側 PSD を通過する時間間隔と PSD 間の距離から速度が得られる。リップルについても同様のことが計算可能であり、その速度をおのおの c_g, c_r とする。移動速度は個々の波によって必ずしも一定ではないので、そのアンサンブル平均を位相速度として定義する。

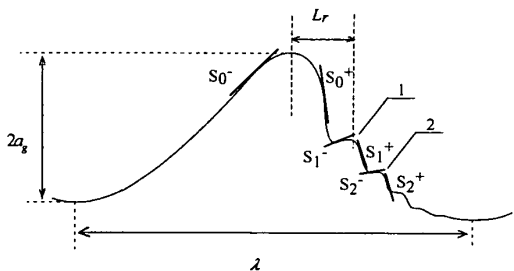
$$C_g = \langle c_g \rangle, C_r = \langle c_r \rangle, \dots \dots \dots (4)$$

重力波およびリップルの位相速度は、下流方向のいずれの測定位置でも等しく $C_g = C_r$ であった。すなわち、リップルは重力波を追い越すことはなく、時間平均的には一定の相対的位置を保ちながら移動する。

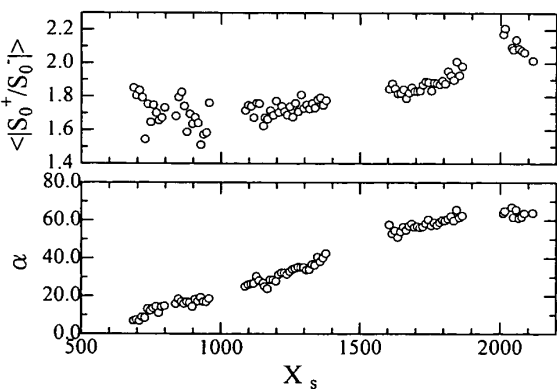
次に線形理論に基づく、波の分散関係から求まる位相速度 C_0 との比較を行った。

$$C_0 = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\rho\lambda}\right) \cdot \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}, \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 γ は水の表面張力、 h は平均水深である。リップルの存在する重力波に限り、 $\langle C_g/C_0 \rangle$ を重力波のスティープネス (ka) に対して表示した[図8(a)]。スティープネスが小さいほど、重力波の位相速度は、



(a) Definition of local slope and distance parameters



(b) Crest asymmetry of the gravity waves. The ratio of gravity waves accompanied with ripples is indicated by α (%). X_s (in mm) in the distance from the leading edge of the water surface

Fig. 7

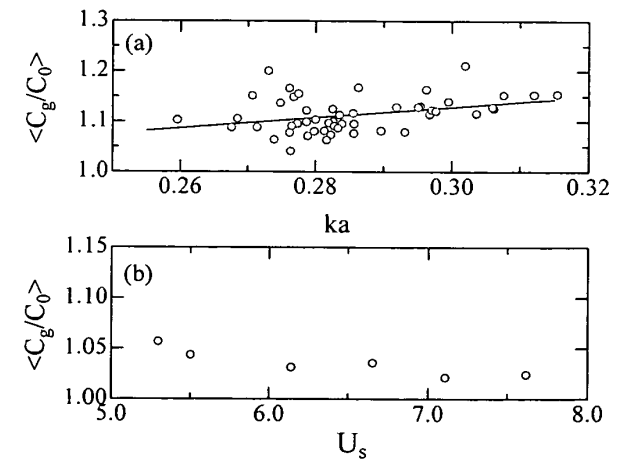


Fig. 8 (a) Normalized phase velocity as a function of steepness (b) Normalized phase velocity as a function of free stream velocity measured at $X_s = 2115$ mm

C_0 に近づくことがわかる。気相部の流れが位相速度に与える影響が大きいことは容易に推測できるが、気相部速度と速度比 $\langle C_0/C_0 \rangle$ の関係について考えてみたい。気相部風速を変化させた条件下での結果(測定位置固定 $X_s=2115$ mm)を図8(b)に示した。気相部速度 U_s が増加するに従ってわずかに減少傾向にあるが、速度比はほぼ一定である。この事実から、気相部流速の違いによる位相速度比への直接の影響は小さいことがわかる。なお、本研究における重力波の平均振幅は、水深に比べて十分に小さい。

従来の研究では、重力波の大局的特徴はスティーブネスにより記述されることが多い。位相速度比に関しても、スティーブネスの関数として評価することもできよう[図8(a)中の実線]。しかし、リップルを伴う重力波の位相速度比をスティーブネスのみの関数として決められるかについては、議論の余地が残されている。つまり、速度比に影響を与える一つの因子として、リップルの生成を考慮に入れるべきである。現段階で定量的な関係を明らかにすることはできないが、Fedorov らの数値計算で指摘されているように⁽⁴⁾、リップルが重力波のエネルギー散逸に重要な働きをするのであれば、本実験条件においてもリップルの生成が下流方向への(もしくは気相速度 U_s の増加による)位相速度比の微小な減少をもたらしたと考えられる。

3.3 リップル形成の Kinematic 条件 リップルが重力波前面に形成される場合、その運動学的(Kinematic)な条件について考察する。リップル形状を評価する統計量として、ここでは、重力波頂点から第1リップルが形成されるまでの距離; L_r , 最大振幅; A_r , リップルのとがり具合を見積もるために、

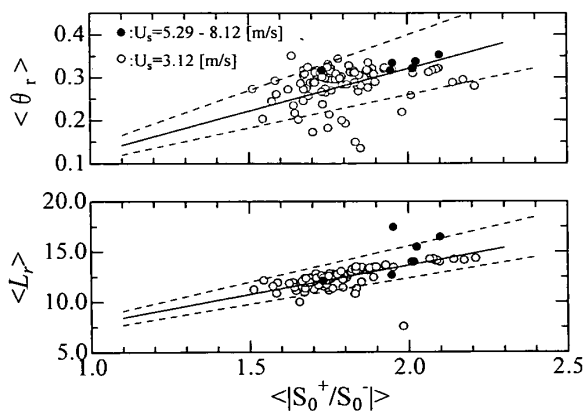


Fig. 9 Ripple parameters plotted against the asymmetry parameter of the gravity waves. Solid symbols are data for different free stream velocities measured at $X_s=2115$ mm

$$\theta^i = (S_0^i - S_0^i) / 2, (i=1, 2, 3 \dots n) \dots \dots \dots (6)$$

を定義して、特にその最大値を θ_r と定義する[図7(a)]。以上、三つのパラメータでリップルの特徴付けを行う。なお、これらはいずれも、個々の重力波に依存する変動量であることを注意する必要がある。

下流方向へ向かうに従い、リップルの生成率は増加し、重力波の非対称性は大きくなることを述べた。この事実から、リップル生成には重力波の非対称性が関連することが推測される。そこで、まず、非対称性とリップルパラメータとの関連を調べた[図9]。両者の関係は一次近似すると以下で与えられる。

$$\langle \theta_r \rangle = \alpha_1 \cdot \langle |S_0^+ / S_0^+| \rangle + \beta_1, \\ \alpha_1 = 0.2 \pm 0.05, \beta_1 = -0.08 \pm 0.05 \dots \dots (7)$$

$$\langle L_r \rangle = \alpha_2 \cdot \langle |S_0^+ / S_0^+| \rangle + \beta_2, \\ \alpha_2 = 6.2 \pm 1.0, \beta_2 = 1.6 \pm 0.6 \dots \dots \dots (8)$$

比例係数 α_1, α_2 はともに正であることから、重力波の非対称性が大きいほどリップルのとがり度は大きく、重力波頂点から離れた位置に形成されることとなる。しかし、リップルの振幅 $\langle A_r \rangle$ については、特徴的傾向は見いだせなかった。

次に重力波頂点付近の局所的な形状を特徴づけるために曲率 ($\kappa \equiv d\theta_x/ds, ds = dx_s/\cos \theta_x$) を計算した。重力波頂上から下流方向に第1リップルまでの区間での局率の最大値を Γ とする。リップルパラメータとの関係[図10]は一次近似から、

$$\langle \theta_r \rangle = \alpha_3 \cdot \langle \Gamma \rangle + \beta_3, \\ \alpha_3 = -0.378, \beta_3 = 0.36 \pm 0.06 \dots \dots \dots (9)$$

$$\langle L_r \rangle = \alpha_4 \cdot \langle \Gamma \rangle + \beta_4, \\ \alpha_4 = -7.10, \beta_4 = 14.5 \pm 1.5 \dots \dots \dots (10)$$

すなわち、重力波の波頭付近の曲率が大きいほど、リップルは重力波頭から離れた位置(重力波の局所的形状と密接に関係することが予測される)に形成され、

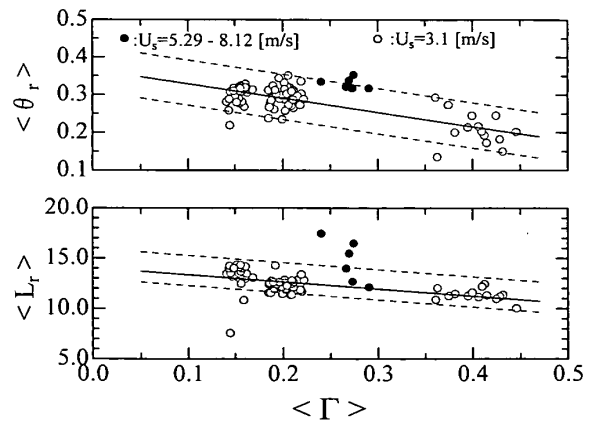


Fig. 10 Ripple parameters plotted as a function of the curvature of the gravity wave

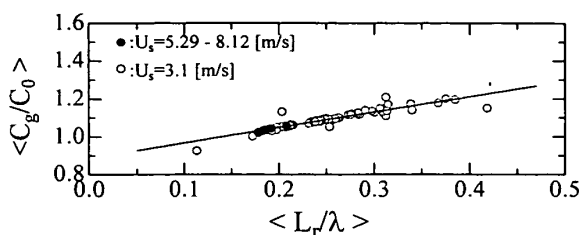


Fig. 11 Normalized phase speed as a function of the distance between the gravity wave crest and the first ripple

そのとがり度は大きくなる。

以上の解析結果から、リップルの平均特性は重力波の局所的形状と密接に関係すると推測される。

位相速度比 $\langle C_g/C_0 \rangle$ とリップルパラメータとの関連を次に示す。式(7)、(8)または式(9)、(10)に示したように、 $\langle \theta_r \rangle$ と $\langle L_r \rangle$ を互いに一次式で関係付けられることができれば、リップルを特徴付けるパラメータは、両者のうち一つと考えられる。さて、位相速度比とリップルとの関連を考えたい。リップルが形成されるまでの距離 L_r と位相速度比との関係を調べた結果を図11に示す。両者の関係は、式(11)によってよく近似される。

$$\langle C_g/C_0 \rangle = \alpha_5 \cdot \langle L_r/\lambda \rangle + \beta_5, \\ \alpha_5 = 0.809, \beta_5 = 0.886 \dots \dots \dots (11)$$

すなわち、位相速度比は重力波の大局的パラメータ (ka : スティープネス, 図8) よりリップルパラメータと密接に関係しており、この傾向は気相部速度に依存しない。

3.4 リップルの非定常運動 これまでの議論では、個々の重力波におけるリップルの個性を無視した平均的な挙動を取り上げてきた。多くの数値計算や理論では、リップルの非定常運動を取扱うことができず、互いに静的な位置を保つことを前提にしている。しかし、可視化画像から明らかなようにリップルは重力波と呼应しながら非定常な運動を行っている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

リップルを特徴付けるパラメータは、前述の L_r , A_r , θ_r である。二点同時計測を行った上流側 PSD で検出された値を基準に、同一のリップルが下流側 PSD を通過する時点での物理量の変化、すなわち ΔL_r , ΔA_r , $\Delta \theta_r$ について解析を行った⁽¹¹⁾。しかし、設定した二つの PSD 間距離は重力波波長と同程度であり、必ずしもリップルの時間的変動を定量化するには至らなかった。この問題に関しては、解析法の工夫と誤差評価を再度行い、別途報告する予定である。

4. 結 論

気相部流れにより誘起される表面重力波の非接触高速測定を行い、重力波形状とリップル形成および運動の関係を調べ、以下の結論を得た。

(1) 重力波の非対称性パラメータ $\langle |S^0/S^1| \rangle$ および界面形状の最大曲率 $\langle \Gamma \rangle$ は、リップル形状に密接に関係する。特にリップルのとがり度 $\langle \theta_r \rangle$ および形成位置 $\langle L_r \rangle$ は、非対称性パラメータおよび曲率の一次式で近似することが可能である。この結果は、気相流れの有無に直接影響を受けない。リップル形状には重力波非対称性が密接に関連し、 $1.6 \leq \langle |S^0/S^1| \rangle$ が必要条件となる。

(2) 分散関係式から求まる理論速度と実験より計測された位相速度の比 $\langle C_g/C_0 \rangle$ は、リップル形成位置 $\langle L_r \rangle$ および、リップルとがり度 $\langle \theta_r \rangle$ と密接に関係する。すなわち、リップルの形成は、表面重力波位相速度に影響を与える。

(3) 以上の結果より、リップル形状は表面重力波の局所的特性により決まる。一方、気相部の流れは、表面重力波の大局的の形状に直接の影響は与えるが、リップル挙動への影響は少ない。

本研究を行うにあたり、実験装置製作に多大なご協力を賜った、名古屋大学 大久保興平技官に感謝申し上げる。

[付録]: 水位計算に含まれる誤差評価

2章で議論したように、界面傾斜角は PSD 上の光スポットの変位から式(1)により計算して、水位への変換は式(3)に従っている。得られる水位にはいくつかの誤差要因が考えられるが、ここでは以下の二つについて考察してみる。

(1) 静止水位における光スポット位置の PSD 原点からのずれによる誤差

(2) 瞬時水位 h を平均水位 L_1 に置き換えることによる誤差

静止水面上に垂直に入射した光スポットは、PSD 原点に一致するように微調整される。しかし、わずかな原点からのずれが存在すると、積分誤差として無視できないようになる。原点からのずれに起因する傾斜角の誤差を $\Delta \theta$ とし、真の傾斜角を θ^* とする。式(3)に従って積分を行うと、

$$\eta(x) = \int_{t_0}^t U_g \cdot \tan(\theta^* + \Delta \theta) dt$$

$$= U_g \cdot \int_{t_0}^t \frac{\tan(\theta^*) + \tan(\Delta\theta)}{1 - \tan(\theta^*) \cdot \tan(\Delta\theta)} dt \dots\dots\dots (12)$$

原点からの角度のずれは微小であるから、
 $1 - \tan(\theta^*) \cdot \tan(\Delta\theta) \approx 1$ として、

$$\begin{aligned} \eta(x) &\cong U_g \cdot \int_{t_0}^t \tan(\theta^*) dt + U_g \cdot \int_{t_0}^t \tan(\Delta\theta) dt \\ &= U_g \cdot \int_{t_0}^t \tan(\theta^*) dt + c \cdot (t - t_0), \\ c &= U_g \cdot \tan(\Delta\theta) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

すなわち、変位には傾き c のトレンドが含まれることになる。この誤差については、積分区間を短くしたり、最小二乗法を用いてトレンド依存分を差引くことにより除去することが可能である。

次に2番めの要因による誤差について考える。瞬時水位を $l_1 = L_1 + \Delta l$ とし、平均水位と瞬時水位に基づきキャリブレーションされた角度を、便宜上 $\theta(l_1)$, $\theta(L_1)$ とする。このとき $\Delta\theta = \theta(l_1) - \theta(L_1)$ の大きさと、それが積分水位に与える影響が誤差の要因となる。本測定条件に従うと、 $\Delta l/L_1 \approx O(10^{-1})$ であるから、 $\Delta\theta \approx O(10^{-2})$ となり、測定傾斜角に含まれる誤差は、0.1%程度となる。また、 $\Delta\eta \equiv \tan(\Delta\theta) \approx O(10^{-4})$ と評価できることより、水位に与える誤差も十分に小さいことがわかる。確認のため、可視化画像を参考にしてリップルを含む重力波を三角関数で近似し、上記の誤差解析を行った。その結果、傾斜角に含まれる誤差は最大で0.04°、水位変動に換算した場合には最大で3%であった。

傾斜角 $\theta(L_1)$ を基に得られる水位を仮に η_1 とすると、 η_1 を基準にする傾斜角 $\theta(\eta_1)$ が得られる。同様に $\theta(\eta_1)$ を積分して得られる水位を η_2 とすると、 η_2 は η_1 よりも真の水位に近いことが容易に推測できよう。実際に真の値がわかっている波形を用いてシミュレーションすると、 η_2 に含まれる誤差は0.2%まで減少す

ることがわかった。しかし、データ処理が極めて複雑になることを考慮して、本解析では、平均水位 L_1 に基づくキャリブレーションデータによって水位を算出した。ただし、数値誤差を小さくするために、重力波の振幅の計算には、波の谷から山までの区間で積分し、リップルについても注目する第1リップル近傍での積分にとどめて行った。

文 献

- (1) Perlin, M. and Schultz, W. W., Capillary Effects on Surface Waves, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **32** (2000), 241-274.
- (2) Longuet-Higgins, M. S., Shear Instability in Spilling Breakers, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **446** (1994), 399-409.
- (3) Caponi, E. A., Yuen, H. C., Milinazzo, F. A. and Saffman, P. G., Water-Wave Instability Induced by a Drift Layer, *J. Fluid Mech.*, **222** (1991), 207-213.
- (4) Fedorov, A. V. and Melville, W. K., Nonlinear Gravity-capillary Waves with Forcing and Dissipation, *J. Fluid Mech.*, **354** (1998), 1-42.
- (5) 礎崎一郎・鈴木靖, 波浪の解析と予報, (1999), 65-108, 東海大学出版会.
- (6) 大宮司久明・ほか2名編著, 乱流の数値流体力学, (1998), 513-598, 東京大学出版会.
- (7) Perlin, M., Lin, H. and Chao-Lung Ting, On Parasitic Capillary Waves Generated by Steep Gravity Waves: an Experimental Investigation with Spatial and Temporal Measurements, *J. Fluid Mech.*, **255**, (1993), 597-620.
- (8) Lei Jiang, Huan-Jay Lin, Schultz, W. W. and Perlin, M., Unsteady Ripple Generation on Steep Gravity-Capillary Waves, *J. Fluid Mech.*, **386** (1999), 281-304.
- (9) Ito, K., ほか3名, Initial Free-Surface Instabilities on High-Speed Water Jet Simulating Liquid-Metal Target, *Fusion Technol.*, **36** (1999), 69-84.
- (10) 光易恒, 海洋波の物理, (1999), 1-62, 岩波書店.
- (11) Seki, K., Tsuji, Y. and Kukita, Y., Unsteady Motion of the Parasitic Capillary Ripples on the Gravity-Capillary Waves, *Proc. 9th Int. Conf. Nucl. Eng.*, Nice, France, (2001-8), CD-ROM publication.