

## 回転乱流場におけるバースト過程の条件付き平均と確率モデル\*

植木良昇<sup>\*1</sup>, 辻 義之<sup>\*2</sup>, 中村育雄<sup>\*3</sup>A Conditional Sampling and a Stochastic Model of Bursting Process  
in a Rotating Turbulent Boundary LayerYoshinori UEKI<sup>\*4</sup>, Yoshiyuki TSUJI and Ikuo NAKAMURA<sup>\*4</sup> Nagano National College of Technology, Dept. of Mechanical Engineering,  
716 Tokuma, Nagano, Nagano, 381-8550 Japan

Coherent structures or large scale motions in a turbulent boundary layer on a rotating cylinder in a quiescent fluid are considered by various conditional sampling procedures. As it is clear from previous investigations that the coherent structures are depending on the conditional technique of sampling, here we discuss some dynamical aspects of them. Several conditional sampling procedures are adopted here, and also the variable interval time average (VITA) technique is modified with a reasonable assumption. Turbulent velocity signal and a random process generated by a Langevin equation are analyzed by these techniques. With comparing these results, we found that statistical properties of the coherent structure are well modeled by the Langevin equation as far as the conditional sampling is assigned.

**Key Words:** Rotating Flow, Burst, Turbulent Boundary Layer, Stochastic Model

## 1. はじめに

静止流体中で回転する円柱上の乱流境界層は回転乱流の単純な場合であり、遠心力、および回転座標系では瞬時変動速度にコリオリの力の作用を受ける流れ場である<sup>(1)(2)</sup>。これまでに著者らは一連の研究<sup>(3)-(7)</sup>により、この流れ場を調べ、平均速度分布が対数的性質と、二つのべき法則分布を示すことを明らかにした<sup>(8)</sup>。これについては、Salhiら<sup>(9)</sup>が数値計算を行っており、また Anderssonら<sup>(9)</sup>の結果も著者らと同じ傾向を示している。しかし、Salhiら<sup>(10)</sup>の最近のレイノルズ応力方程式モデルによる計算では依然として実験との一致は部分的なものにとどまっている。また、平均速度が二つのべき法則を示す領域について、著者らはカオス・フラクタルを用いた解析により両者の特徴づけができることを明らかにした<sup>(11)</sup>。

本論文では条件付き抽出法を用い、整構造(Coherent Structure)の中でも特に壁近くのバーストについ

て議論する。整構造中のバーストの研究では、実験および数値シミュレーションから膨大な結果が得られているものの<sup>(12)</sup>、整構造自体の定義が明確でないことから、統一的な知見が得られていないといえる。つまり得られる結果は用いる手法に依存することとなる。それゆえ異なる手法を比較し<sup>(13)</sup>それらの特徴を明らかにすることも重要と考えられる。これらについては文献(14)を参照されたい。なお回転壁乱流のバーストの研究には静止流体中の回転円筒流れの実験的研究があり<sup>(15)</sup>、バーストが活発であると指摘されている。

条件付き平均法は、流れ場に潜む平均的な整構造を取り出すための標準的手法であるが、同時に多くの研究者の間に混乱を引き起こした手法であるとも考えられる。例えば、整構造が空間内の一点を通過する時間間隔をバースト周期と呼ぶことにすると、その値は同一の流れ場であっても、用いる条件付き手法に依存して異なった結果を示している。内層、外層変数のいずれの値でスケールリングするのが妥当かについても決着はついていない。集合平均波形として得られる分布形状も、各種あり、統一的な解釈をすることは困難である。このような状況を理解するには、各条件付き手法が整構造の異なる側面を抽出しているにすぎないと考えるのが妥当であろう<sup>(13)</sup>。また、多くの手法に含まれ

\* 原稿受付 2000年3月24日。

<sup>\*1</sup> 正員, 長野工業高等専門学校機械工学科(☎381-8550 長野市徳間716)。<sup>\*2</sup> 正員, 名古屋大学工学研究科(☎464-8603 名古屋市不老町)。<sup>\*3</sup> 正員, 名古屋大学名誉教授。

E-mail: ueki@me.nagano-nct.ac.jp

る任意パラメータについても問題は多い。これらの値によって、最終的に議論されるバースト周期は大きく異なってしまふことはよく知られている。そもそも、三次元空間内で運動する整構造が、一点でオイラー的に測定された物理量から抽出できるのかという疑問もあるが、これに対しては、可視化画像との対応や<sup>(16)(17)</sup>、数値計算やPIVデータに基づいて条件付き平均法の有効性が議論されているものの<sup>(18)(19)</sup>、明確な結論は得られていないようである。

壁乱流の一つの興味ある課題に、整構造の運動を低自由度モデルによって記述する研究がある<sup>(20)</sup>。ここでは力学モデルの一般的なものとして確率微分方程式を考え、その最も単純な形として、ランジュバン方程式を考える。本論文では条件付き抽出法の代表的な手法であるVITA法<sup>(21)(22)</sup>と後述するいくつかの抽出法を、ランジュバン方程式により生成されたランダム過程に適用し、これらの信号に潜む条件付けされた整構造について統計的性質を調べ、壁近くでのバースト(VITA法およびその関連手法により抽出される構造を便宜上バーストと呼ぶ)が回転乱流場では単純なこの方程式により、よく近似できることを示す。

## 2. 実験方法と条件付き平均法

**2.1 流れ場と実験方法** 本実験条件における流れ場を図1に示す。速度場は平板乱流境界層とは逆に壁から平均運動エネルギーが供給される外層へと輸送される形である。外層で取り込まれる層外流体は静止流体であり、乱れは平板と同様に壁近くで発生し外側へと輸送される。また本流れ場は幾何学的制約からすべての流体力学的量が、任意の瞬間に完全な $2\pi$ の周期性をもつという特徴がある。ここで用いた実験装置は従来のもので同一で<sup>(3)</sup>、円柱は直径 $d=300\text{ mm}$ で $y$ 軸まわりを回転し、レイノルズ数は $Re=U_w d/\nu=$

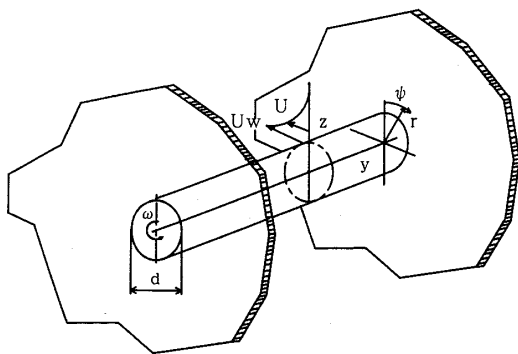


Fig. 1 Schematic view of the flow field and coordinate system

$6.2 \times 10^5$  に設定した。ただし、 $U_w$  は円柱表面速度、 $\nu$  は動粘性係数である。平均速度と変動量の測定はI形プローブを用い、5 kHzで約12 s サンプリングを行った。本研究では条件付き測定にVITA法とこれを改良したEVITA, LVITA, MVITA法(名称は以下に説明)の4種を用い比較検討したので2.2節でこれらについて要約説明する。

### 2.2 VITA (Variable Interval Time Average) 法

VITA法は条件付きサンプリング手法の一つであり<sup>(21)</sup>、ある構造が空間中の一点を通過する時間を基準とし、速度変動の局所偏差を検出する手法である。この時間間隔は、その点を通過する整構造の時間間隔と考えられる。速度場 $u(z, t)$ において、局所偏差を以下のように定義する。

$$\widehat{var}(z, t; T^+) = \widehat{u}^2(z, t; T^+) - [\widehat{u}(z, t; T^+)]^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに任意の $f$ に対して $\widehat{f}$ は次の局所平均を意味する。

$$\widehat{f}(z, t; T^+) = \frac{1}{T^+} \int_{t-T^+/2}^{t+T^+/2} f(z, s) ds \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで $T^+$ は、構造が通過する時間スケールであり内部変数( $U_\tau, \nu$ )により規格化されている。本来の検出基準では、局所偏差値が分散の定数倍 [ $k$ :式(3)参照]を超えたときにバーストが生じたとみなしている。しかし、その後、変動速度の微分係数の正負を判断基準に加え、バースト定義関数 $D(t)$ を以下のようにしたもの提案されている<sup>(22)</sup>。ただし、本流れ場では円柱壁面が最も速度が速くなることから微分係数の符号は、通常の平板境界層とは逆の負に設定した。

$$D(t) = \begin{cases} 1: \widehat{var} > k \cdot u_{rms}^2, du/dt < 0 \\ 0: \text{otherwise} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3)$$

通常のVITA法は式(3)に基づく定義関数を用いて議論されている。式(2)には無次元化時間 $T^+$ 、式(3)には $k$ が任意パラメータとして含まれている。特に後者の影響は大きく、 $k$ が単調に増加しても、整構造の検出頻度は指数的に減少すると、Yuanらは述べている<sup>(13)</sup>。 $T^+$ については、その値が極端に小さくない限りは、検出頻度に大きな影響を与えないようである。

### 2.3 VITA法に関連した手法

任意パラメータが最終結果に与える影響を少なくするように、VITA法を改良した手法がいくつか提案されている。まず、局所偏差 $\widehat{var}(z, t; T^+)$ の算出に、特定の関数 $g(t)$ との相関の大きさを評価するものがある<sup>(19)</sup>。変動速度と関数 $g(\tau)$ の積分を以下のようにして定義する。

$$u_e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)u(t+\tau)d\tau,$$

$$u_e^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)u^2(t+\tau)d\tau, \dots\dots\dots(4)$$

ここでは, Sullivan ら<sup>(19)</sup>の方法に従い, 関数  $g$  は正規分布関数の二階微分として与える.

$$g\left(\frac{\tau-b}{a}\right) = \left[1 - \left(\frac{\tau-b}{a}\right)^2\right] \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau-b}{a}\right)^2\right] \dots\dots\dots(5)$$

$a$  は信号の広がりを表す任意パラメータであるが,  $b$  は基準位置からのずれを表すだけで本質的なパラメータではない. 本解析では,  $a=1$  と固定している. 局所の偏差は式(1), (2)と同様に, 以下のように定義する.

$$\widehat{var}_e(z, t, T^+) = \widehat{u}_e^2(z, t, T^+) - [\widehat{u}_e(z, t, T^+)]^2 \dots\dots\dots(6)$$

定義関数は式(3)に従う. Sullivan らはチャンネル流れの PIV (Particle Image Velocimetry) データにこの手法を適用し<sup>(19)</sup>, 二次元の速度ベクトル場と検出されたバースト過程を比較し, その有効性を報告している. 以降, この手法を EVITA (Enhanced VITA 法) と呼ぶことにする.

VITA 法の定義関数は局所偏差の大きさと, その時刻での速度こう配によって判断されるが, 速度こう配の代わりに, 変動速度の大きさによって評価する方法も提案されている<sup>(18)</sup>. ただし, この手法はもともと瞬時のレイノルズ応力変動に用いられたものであるが, ここでは流れ方向変動速度に適用する. すなわち,

$$D(t) = \begin{cases} 1: \widehat{var} > k \cdot u_{rms}^2, u(t) > k' \cdot u_{rms} & \dots(7) \\ 0: otherwise \end{cases}$$

上式によって定義関数を得る方法を, LVITA 法と呼ぶことにする. 任意パラメータは, 式(7)に含まれる  $k'$  である.

条件付き抽出法は VITA 法に関してだけでも, 上記のようにいくつかの関連した方法が提案されている. 著者らはここで式(3)を修正することで, 新たな手法を考えたい. 微係数  $du(z, t)/dt$  は, 一点固定時間に依存した値である. 一方,  $\widehat{var}$  は,  $T^+$  の時間間隔に依存している. そこで, 空間的な分布をもつ整構造を議論するために, 微係数  $du/dt$  を  $T^+$  に依存した  $d\widehat{u}/dt$  にかえることを考える. それは間隔  $T^+$  の特性を示しており式(2)から次式のようになる.

$$\frac{d\widehat{u}}{dt} = \frac{u(t+T^+/2) - u(t-T^+/2)}{T^+} \dots\dots\dots(8)$$

もし整構造が時間スケール  $T^+$  で固定点を通過すれば  $\widehat{var}$  と  $d\widehat{u}/dt$  が構造を識別する判定基準の本質的なものであろう. それゆえに定義関数は以下のような

る.

$$D(t) = \begin{cases} 1: \widehat{var} > k \cdot u_{rms}^2, d\widehat{u}/dt < 0 & \dots\dots\dots(9) \\ 0: otherwise \end{cases}$$

本文中ではこの判別基準を修正 VITA 法 (Modified VITA, MVITA) と呼ぶことにする. 著者らは解析をすすめる過程で, 同様の基準がすでに Chen-Blackwelder によって温度変動場における解析で用いられていることを見いだした<sup>(23)</sup>. しかし, 速度場における解析では, 式(8)に示したように一点固定時間における微係数を用いた例は見当たらない.

このように各種の方法で決められる定義関数の概念図を図2に示す. 以後の解析ではバースト検出位置は, 定義関数が1となる各パルスの中心とし, 間隔  $l_1$ ,  $l_2$  を図2中のように定義する. 各手法が互いにどのような関係にあるかを知るために, 本流れ場について定義関数どうしの相関係数  $C$  を VITA 法を基準に計算した. すなわち, 式(3)の  $D(t)$  と, 他のそれ [式(7), (9)] との相関を調べた. VITA 法では, 任意パラメータ  $T^+=404$ ,  $k=0.3$  および  $k=0.4$  として検出基準を固定した. また, 他の方法については同等の値に固定して比較した. 図3に示すように VITA と EVITA は非常に高い相関(80%以上)をもち, 外層に行くに従って減少する. 一方, MVITA, LVITA との相関は低く, かなり異なる構造を流れ場から抽出しているものと考えられる. 次にバースト抽出時間の平均的な長さについての比較を行った. VITA の定義関数が1となる全測定時間を  $T_A$  とする. VITA の定義関数が1でありかつ, EVITA の定義関数が1となる全時間を  $T_{VE}$  とし,  $T_A$  に対する比(相対度数)を計算したところ,  $T_{VE}/T_A \cong 0.7$  であった. 他の手法でも同様な時間を  $T_{VM}$  (MVITA),  $T_{VL}$  (LVITA) と定義すると, その比は,  $T_{VM}/T_A \cong 0.6$  であるが,  $T_{VL}/T_A$  は壁からの距離とともに増加した. 相関係数が壁からの距離によって変化するのに対して, EVITA および MVITA の時間間隔の比は境界層内でほぼ一定の値であった. 以上まとめると, VITA 法と EVITA 法は抽出する構造が類似していると考えられるが,

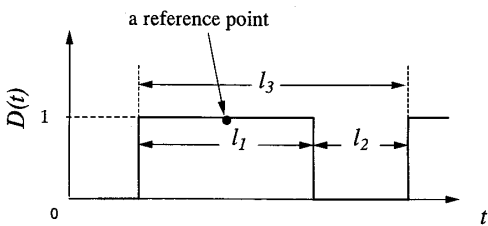


Fig. 2 Definition function and the typical length scale  $l_1$ ,  $l_2$  and  $l_3$

LVITA 法では大きく異なることが予想される。MVITA 法は相対度数は約 60%程度であるが相関係数は壁近くで小さな値をもつことから考えると、やはり VITA 法とは異なる構造を抽出していると考えられる。

3. ランジュバン方程式とランダム過程

確率微分方程式による乱流場の扱いは拡散<sup>(24)</sup>や、速度場<sup>(25)</sup>で活発に行われている。著者らはフラクタルブラウン運動を用いた確率微分方程式によって乱流境界層の速度信号が模擬できることを示したが<sup>(26)</sup>、本流れは複雑な乱流場であることを考え、バースト信号のみのシミュレーションを目的とし、確率的に変化する外力を受ける微分方程式、最も基本的な一例として、以下の Ornstein-Uhlenbeck 過程を考える<sup>(27)</sup>。

$$du = -\alpha u dt + \beta dW_t \dots\dots\dots (10)$$

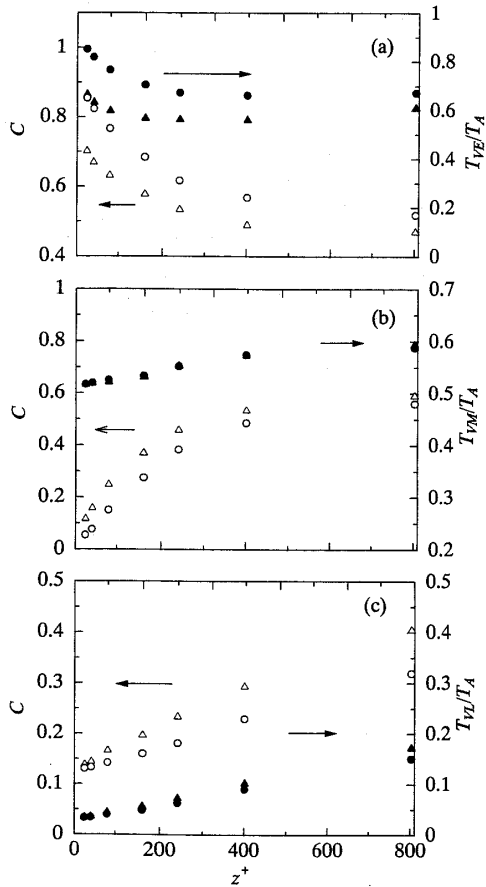


Fig. 3 Distribution of correlation coefficient of VITA and others and the relative time scales. (a) EVITA ( $T^+=404$ , correlation coefficient  $\circ$ :  $k=0.3$   $\triangle$ :  $k=0.4$  relative times  $\bullet$ :  $k=0.3$   $\blacktriangle$ :  $k=0.4$ ), (b) MVITA (criterion of detection is followed by case (a)), (c) LVITA (criterion of detection is followed by (a) and  $k'$  is 1.8)

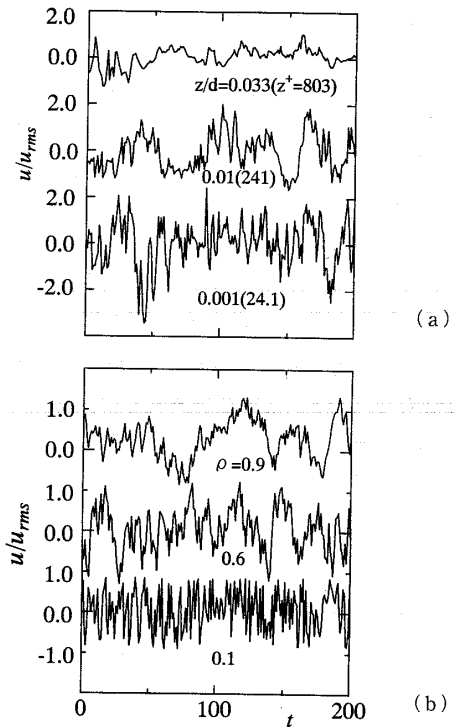


Fig. 4 Typical examples of turbulence signal and stochastic signals. (a) turbulent signal, (b) stochastic signal

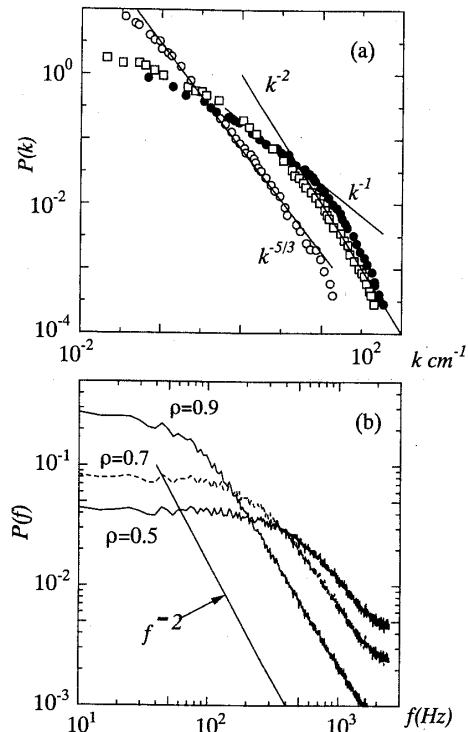


Fig. 5 Spectrum of turbulent signal and simulation signal. (a) one dimensional spectrum of experimental data.  $\bullet$ :  $z/d=0.002(z^+=48.2)$ ,  $\square$ : 0.01(241),  $\circ$ : 0.75(18100), (b) one dimensional spectrum of simulated signal

ここでランダム過程  $u$  は時間の関数,  $W_t$  は Wiener 過程,  $\alpha$  と  $\beta$  は定数で, 上式の解は以下で与えられる.

$$u(t) = u_0 e^{-\alpha t} + \beta \int_0^t e^{-\alpha(t-s)} dW_s \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし,  $u_0 = u(0)$  とする. 式(10)の離散化表示として以下の式を考える.

$$u(t + \Delta t) = \rho u(t) + n(t) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで  $\rho$  は定数,  $\Delta t$  は離散化時間間隔,  $n(t)$  はガウス形ホワイトノイズである. 式(11), (12)から自己相関関数は以下のように計算される<sup>(27)</sup>.

$$C_L(\tau) \equiv \langle u(t+\tau)u(t) \rangle = C_L(0)e^{-\gamma\tau} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\tau = m\Delta t, \quad \gamma = (1-\rho)/\Delta t \quad \dots\dots\dots (14)$$

記号  $\langle \rangle$  は時間平均を表す. 式(12)を用いて計算された変動速度の例を実際の乱流信号波形とともに図4に示す. 乱流波形は壁からの距離  $z$  によって変化し, シミュレーション波形についてもパラメータ  $\rho$  の値によって異なる. つまり乱流信号では  $z$  が, シミュレーションでは  $\rho$  が波形信号の支配パラメータとなる. しかし, 両者の波形は一見したところかなり異なった形状である. この傾向はエネルギースペクトルをみるとより明確になる(図5). ランジュバンモデル波形には式(13)から明らかなように, ローレンツ形のスペクトルが確認され, 高波数では-2乗で減衰する. 乱流波形においても壁近くでは-2乗で減衰する傾向にあるが, 壁から離れると-5/3乗領域が支配的となる. 相対的に測定信号のほうが, シミュレーション信号より低波数成分が大きく, これは主信号, 図4でも見て

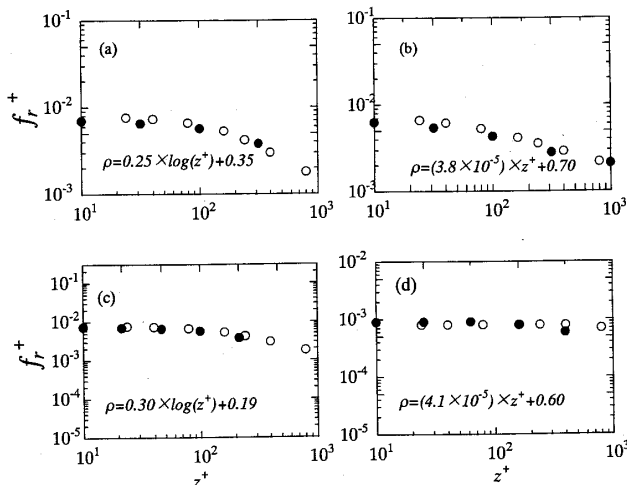


Fig. 6 The intermittency frequency distribution for each conditional sampling method. ○: experiment, ●: simulation. (a) VITA ( $k=0.3, T^+=404$ ), (b) EVITA ( $k=0.3, T^+=404$ ), (c) MVITA ( $k=0.3, T^+=404$ ), (d) LVITA ( $k=0.3, k'=1.8, T^+=606$ )

とれる. 図5中横軸  $k$  は波数であり局所の速度  $U(z)$  を用いて  $k=2\pi f/U(z)$  と定義される. このようになり異なる波形信号に, 条件付き平均法を適用すると, 得られる結果は互いにどのような関係なのかを以下に議論する.

4. 解析結果および考察

ランジュバンモデル波形のパラメータ  $\rho$  のいかなる値を用いて実験データと比較するのが妥当なのかを判断するために, 定義関数より次の乱流塊周波数  $f_r$  と間欠係数  $\Gamma$  を計算した.

$$f_r = \frac{1}{n\Delta t} \sum_{i=1}^n [1 - D(t_i)] \cdot D(t_{i+1}),$$

$$\Gamma = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D(t_i) \quad \dots\dots\dots (15)$$

図6は  $T^+=404, k=0.3$  として, 各手法における計算結果を示したものである.  $\rho$  の値を適切に選ぶと, 測定位置  $z^+$  における  $f_r$  を実験値によく一致させることができる. このときの間欠係数  $\Gamma$  を図7に示す. 両者の一致は良好である. 以上より, バースト周波数と間欠係数が実験より求まる値に一致する  $\rho$  を選ん

Table 1 Relationship between  $\rho$  and  $z$

Technical Method	Concerned Equation
VITA	$\rho = 0.25 \cdot \log z^+ + 0.35$
EVITA	$\rho = 3.8 \times 10^{-5} \cdot z^+ + 0.70$
MVITA	$\rho = 0.30 \cdot \log z^+ + 0.19$
LVITA	$\rho = 4.1 \times 10^{-5} \cdot z^+ + 0.60$

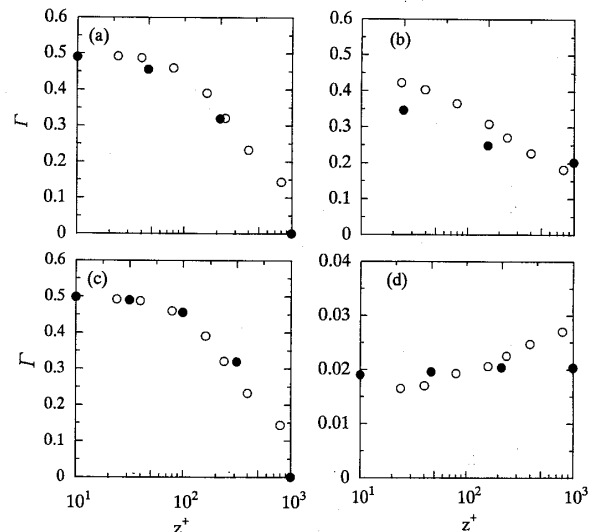


Fig. 7 Intermittency factor for each conditional sampling method. ○: experiment, ●: simulation. (a) VITA ( $k=0.3, T^+=404$ ), (b) EVITA ( $k=0.3, T^+=404$ ), (c) MVITA ( $k=0.3, T^+=404$ ), (d) LVITA ( $k=0.3, k'=1.8, T^+=606$ )

で波形をシミュレーションし、条件付き平均による解析を行った。表1に各種手法におけるパラメータの対応関係をまとめた。解析は瞬時波形ではなく定義関数の統計性を比較することに主眼を置いて行った。

**4.1 自己相関関数** 定義関数の自己相関関数についてまず考える。自己相関関数は、以下のように定義される。

$$C_D(\tau) \equiv \langle [D(t+\tau) - \langle D \rangle] \cdot [D(t) - \langle D \rangle] \rangle \dots\dots\dots (16)$$

時間遅れ  $\tau$  を内部変数で無次元化した値を横軸にとったグラフを図8に示す。VITA法およびMVITA法では、相関の値がいったん負になることが認められる。VITA法では、定義関数を一点での速度微係数から判定しているが、MVITAでは積分時間全体における速度こう配から定義関数を求めていることが両者の結果の違いである。特にMVITAの自己相関については、スペクトルを計算することによって、小スケールでの実験とシミュレーション波形との類似性について5.4節で議論する。LVITAおよびEVITAでは、相関は単調に減衰し、大きな特徴はみられない。定義関数算出の過程で含まれる任意パラメータ、 $T^+$  および  $k$  や測定位置によって自己相関の形は当然変わるが、本解析法で示したように適切な  $\rho$  を選ぶ限り、実験およびシミュレーションから求まる値は良好な一致を示した。

**4.2 バースト間隔の分布** 定義関数の間隔  $l_1, l_3$  の分布について考える。 $l_3$  は、バーストが発生する間隔であり、 $l_1$  はバースト自体の大きさを表している(図2)。図9に  $l_3$  の確率分布を示した。MVITA,

EVITAとも実験データより求まる値によく一致している。LVITAの値がばらつくのは、サンプル数が十分ではないためと考えられる。この傾向は、任意パラメータや測定位置を変えた場合にも確認された。すなわち、条件付き平均法の任意パラメータによらず、実験とシミュレーション波形は、 $l_1, l_3$  に関して類似の統計性を示した。比較のために、図9中に点線で次のポ

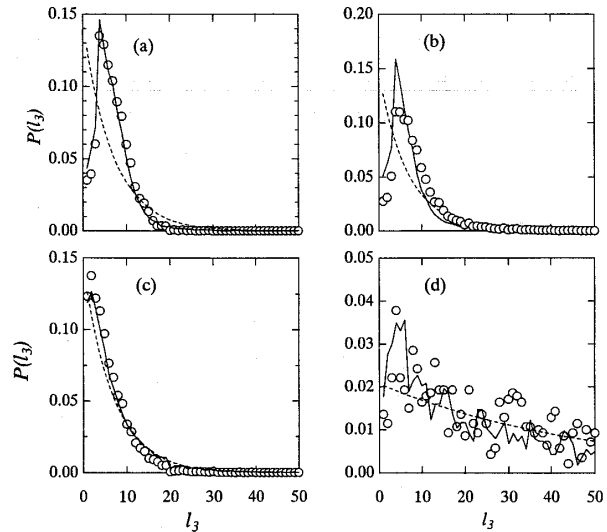


Fig. 9 The probability density function of gap size  $l_3$ . Solid line is experimental result,  $\circ$  is simulation and dotted line is Poisson distribution. (a) VITA ( $z^+=24, \rho=0.7$ ), (b) EVITA ( $z^+=24, \rho=0.7$ ), (c) MVITA ( $z^+=24, \rho=0.6$ ), (d) LVITA ( $z^+=24, \rho=0.6$ )

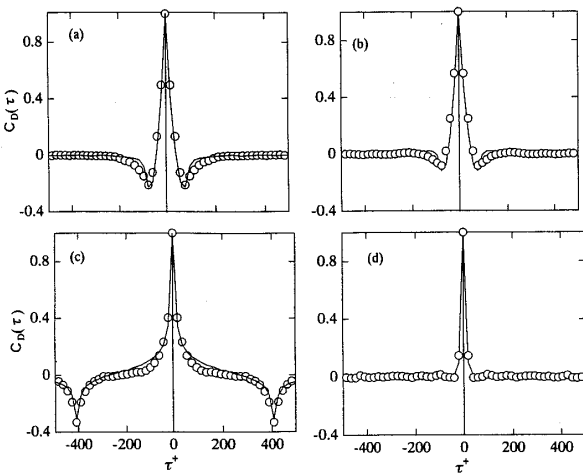


Fig. 8 The Correlation coefficient of definition function. Solid line is experimental result.  $\circ$  is simulation. (a) VITA ( $z^+=24, \rho=0.7$ ), (b) EVITA ( $z^+=24, \rho=0.7$ ), (c) MVITA ( $z^+=24, \rho=0.6$ ), (d) LVITA ( $z^+=24, \rho=0.6$ )

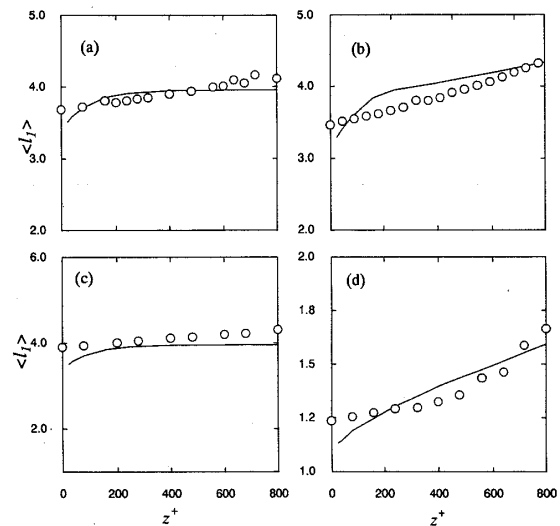


Fig. 10 The average of gap size  $l_1$  for each conditional sampling method. Solid line is experimental result,  $\circ$  is simulation result. (a) VITA ( $z^+=24, \rho=0.7$ ), (b) EVITA ( $z^+=24, \rho=0.7$ ), (c) MVITA ( $z^+=24, \rho=0.6$ ), (d) LVITA ( $z^+=24, \rho=0.6$ )

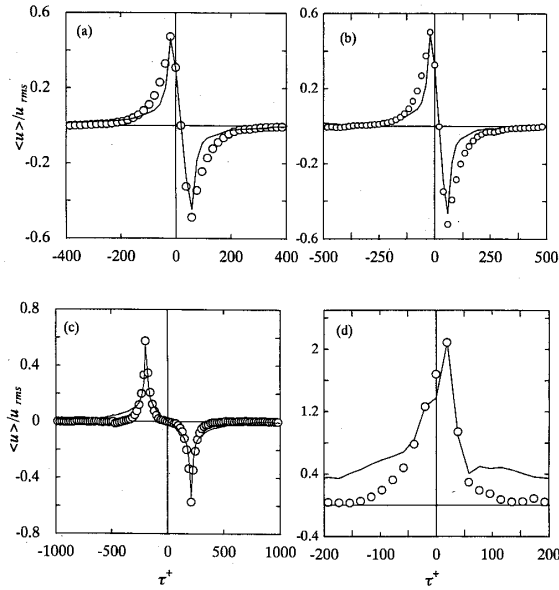


Fig. 11 The phase averaged velocity signal for each conditional sampling method. Solid line is experimental result,  $\circ$  is simulation result. (a) VITA ( $z^+=24, \rho=0.7$ ), (b) EVITA ( $z^+=24, \rho=0.7$ ), (c) MVITA ( $z^+=24, \rho=0.6$ ), (d) LVITA ( $z^+=24, \rho=0.6$ )

アソソ分布を示した。

$$p(x) = \lambda_1 \exp(-\lambda_2 x) \dots\dots\dots (17)$$

ここで  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1/\langle l \rangle$  である。MVITA はバーストの発生がほぼポアソン分布に近くなっている。これから MVITA の定義関数はパルス独立発生分布に近いことが推測される。他の手法は、ポアソン分布との一致はよくない。しかし、乱流波形およびランジュバンモデルから得られる間隔の分布  $l_b$  は両者非常によく一致している。図 10 はバーストの平均的大きさを評価する指標として、平均値  $\langle l \rangle$  を計算した。いずれの手法においても、実験およびシミュレーション波形から得られる値は、壁からの距離変化に対しても良好な一致がみられる。なお、バーストの無次元化長さ  $l_b$  は 900 程度であり平板の約 1000 と同じくらいである。周長に対して 1/17 くらいになる。

4.3 集合平均波形

集合平均波形を図 11 に示す。おのおのの条件付き手法によって、得られる波形は異なる。VITA および EVITA では、速度信号の急激な変化がとらえられており、MVITA ではその傾向は緩やかになる。LVITA については、かなり異なった波形が検出されているが、これは、定義関数の条件として、 $u$  の大きな変動をとりだしていることに起因する。 $T^+$  が小さな範囲では、シミュレーションと実験はよい一致を示す。しかし、 $T^+$  が大きくなると、

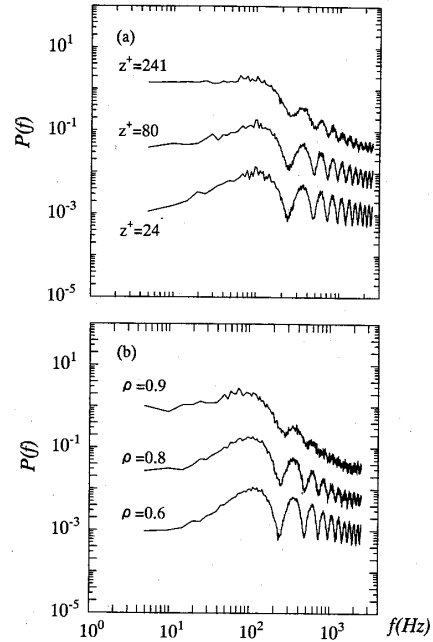


Fig. 12 Spectrum of definition function. (a) Turbulent signal, (b) Simulated signal

両者のずれは大きくなる。これは、集合平均波形が定義関数のみからでは得られず、瞬時波形の情報をもとに含むことに原因がある。定義関数の統計性はランジュバンモデルによってよく再現されるが、瞬時波形は図 4 に示したとおり、あまり乱流信号とは類似しないため、 $T^+$  が大きいところでは両者のずれは大きくなると考えられる。

4.4 スペクトル

乱流信号から得られる定義関数の統計的性質は、ランジュバンモデルによって得られるものと非常によく一致していることを明らかにした。ここでは、MVITA を例にしてさらに小スケールでの変動の性質を調べてみる。図 12 は、MVITA から得られる定義関数のパワースペクトルである。高周波領域で、実験データ、シミュレーションともに特徴的な振動が現れる。これは自己相関関数の  $\tau$  が小さなところでの、関数の形に依存するもので、単純なモデルを用いて考えてみる。図 2 に示す単一なパルスの自己相関は以下のように計算される。

$$C_p(\tau) = \begin{cases} K^2(b-|\tau|) & : |\tau| < b \\ 0 & : |\tau| > b \end{cases} \dots\dots\dots (18)$$

ここで  $K=1, b=\langle l \rangle$  とする。パルスが互いに独立に発生すると仮定すれば、相関関数は式(18)と同じかたちになる。パワースペクトルはそのフーリエ変換から、

$$P(f) = \frac{\langle l \rangle^2}{2\pi} \left\{ \frac{\sin(\pi \langle l \rangle f)}{\pi \langle l \rangle} \right\}^2 \dots\dots\dots (19)$$

すなわち高波数では、周期 $\langle t \rangle/2$ で振動的となり図12の特徴をよく表している。これからMVITAの定義関数はパーストの独立発生分布に近いことが推測される。条件付き抽出法には一般に任意パラメータが含まれている。このパラメータの設定基準によって、得られる結果も異なることが一般的である。

また整構造は本来三次元構造であり、時間・空間的に複雑に運動するものと考えられる。それらを一点でのオイラー的な測定結果から議論することが困難なことは明らかである。しかし、条件付き平均を行った場合、回転場の乱流信号はランジュバンモデルに基づく信号波形と同一視できる。つまり、乱流のもつランダム性の一面を反映しているものと考えて差し支えないであろう。なお、同様の解析を平板乱流境界層における壁近くの速度変動に適用したが回転場とは異なる結果を得られた。これがパースト過程そのものの違いを示すものなのかは明らかではないが今後もさらに詳しく調べていく予定である。

## 5. ま と め

静止流体中で回転している円筒まわりに発達する乱流境界層の代表の一つである回転乱流場における整構造の中の壁近くのパーストに注目し、条件付き抽出法に基づき解析を行った。検出法に関して従来のVITA法と関連する4種類の手法を用い、乱流波形とランジュバンモデル波形の統計性を比較した。両者の瞬時波形自体は異なるものの、条件付き平均法より求める定義関数の統計的性質は、よい一致を示した。この傾向は条件付き手法を変えても、任意パラメータに依存することなく確認された。以上の解析結果より、回転乱流場においてはランジュバンモデルによって、パースト構造(VITA法およびその関連手法により抽出される構造)の統計的性質がよくとらえられることが明らかになった。

## 文 献

(1) Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, **36**(1969), 171-191.

- (2) Bradshaw, P., *AGARDograph*, No. 169(1973), 1-81.  
 (3) 中村育雄・植木良昇・山下新太郎, 機論, **49**-446, B(1983), 2230-2235.  
 (4) 中村育雄・植木良昇・山下新太郎, 機論, **52**-478, B(1986), 2374-2381.  
 (5) 植木良昇・中村育雄・山下新太郎, 機論, **57**-535, B(1991), 922-929.  
 (6) 植木良昇・中村育雄・山下新太郎, 機論, **56**-527, B(1990), 1914-1921.  
 (7) 中村育雄・植木良昇・山下新太郎, 機論, **51**-470, B(1985), 3291-3296.  
 (8) Salhi, A., Lili, T. and Sini, J.-F., *Phys Fluids*, **A5**(1993), 2014-2027.  
 (9) Andersson, H. I., Joahansson, B., Lofaghl, L. and Nilsen, P. J., *Proc. 8th Symp. Turbulent Shear Flow*, (1991), 30-1-1-30-1-6.  
 (10) Salhi, A. and Omri, M., *Europ Phys. J.*, **B8**(1999), 463-475.  
 (11) Ueki, Y., Tsuji, Y. and Nakamura, I., *Europ. J. Mech. B/Fluids*, **18**(1999), 959-975.  
 (12) Robinson, S. K., *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **23**(1991), 601-639.  
 (13) Yuan, Y. M. and Mokhtarzadeh-Dehghan, M. R., *Phys. Fluids*, **6**(1994), 2038-2057.  
 (14) Nakamura, I. and Tsuji, Y., *JSME Int. J.*, Ser. B, **38**(1995), 335-345.  
 (15) 笠木伸英, 東京大学学位論文, 体積力を伴う乱流境界層の輸送機構に関する研究, (1975), 1-348.  
 (16) Bogard, D. G. and Tiederman, W. G., *J. Fluid Mech.*, **162**(1986), 389-413.  
 (17) Bogard, D. G. and Tiederman, W. G., *J. Fluid Mech.*, **179**(1987), 1-19.  
 (18) Morrison, J. F., Tsai, H. M. and Bradshaw, P., *Exp. Fluids*, **7**(1989), 173-189.  
 (19) Sullivan, P., Day, M. and Pollard, A., *Exp. Fluids*, **18**(1994), 10-16.  
 (20) Holmes, P., Lumley, J. L. and Berkooz, G., *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*, (1996), 276-314, Cambridge University Press.  
 (21) Blackwelder, R. F. and Kaplan, R. E., *J. Fluid Mech.*, **76**(1976), 89-112.  
 (22) Blackwelder, R. F. and Haritonidis, J. H., *J. Fluid Mech.*, **132**(1983), 87-103.  
 (23) Chen, C-H. and Blackwelder, R. F., *J. Fluid Mech.*, **89**(1978), 1-31.  
 (24) 中村育雄・酒井康彦, 8-6 乱流拡散, 流体力学ハンドブック, 日本流体力学会, (1998), 370-375, 丸善.  
 (25) Pope, S. B., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **26**(1994), 23-63.  
 (26) 辻義之・中村育雄・河内典秀, 機論, **61**-588, B(1995), 2861-2868.  
 (27) 堀淳一, ランジュバン方程式, (1991), 33-72, 岩波書店.