

## 筋の疲労・回復に対する数理モデルの定式化\*

速水 則行<sup>\*1,2</sup>, 田中 英一<sup>\*2</sup>, 山本 創太<sup>\*2</sup>Formulation of a Mathematical Model of  
Muscular Fatigue and RecoveryNoriyuki HAYAMIZU, Eiichi TANAKA<sup>\*3</sup> and Sota YAMAMOTO<sup>\*3</sup> Department of Mechanical Science and Engineering, Nagoya University,  
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

A mathematical model of muscular fatigue and recovery has been developed to be used in motion analyses for evaluating human tasks. To take account of the effects of fatigue and recovery, a model of rate type was developed based on the idea of changes of state of motor unit. Four types of state of motor unit were introduced to simulate fatigue and recovery under dynamic conditions of stimulus input. The response of the model was compared with that of the previous model and the experimental data in literatures. The results showed reasonable agreement. The model is capable of simulating fatigue and recovery under dynamic conditions of stimulus input, such as general human motions.

**Key Words:** Biomechanics, Human Engineering, Muscle and Skeleton, Mathematical Model, Muscular Fatigue, Recovery, Motor Unit

## 1. 緒 言

人間が使用する機器の操作性や、工場などにおける作業性を客観的、定量的に評価することは使いやすい製品の設計、効率的な生産などを考える上で重要である。そのための有効な方法の一つとして、人間が行う動作を力学的に解析、評価することが考えられる。

動作を評価するための力学的要因としては関節モーメントや筋力などの生体内負荷が考えられる。しかし、これらは身体に非侵襲で直接計測することができないため、一般的には動作解析<sup>(1)</sup>において、実際の人間の動作中の身体の各関節位置、身体に作用する外力をなどを計測し、筋骨格モデルなどを用いて筋力を逆運動力学的に推定し、さらに筋の力学モデルを用いることで、筋が能動的に発生している収縮力を推定する。

一方、操作性、作業性の評価には、このような解析により求められる各時点での関節モーメントや筋力の大きさだけでなく、動作の履歴に応じた消費エネルギー

や筋の疲労も重要な要因と考えられる。特に負荷の大きな動作や、長時間の作業などを評価する場合、力発揮能力に影響を及ぼす筋の疲労は無視できない。これまでの数理モデルを用いた解析手法では、筋疲労についてはほとんど考慮されていない。すなわち、従来のモデルでは、疲労の影響が無視できるほど小さい比較的低負荷あるいは短時間の動作に用途が限定されると考えられる。

これに対し、筋疲労の特性をモデル化する試みも少數ではあるが行われている<sup>(2)(3)</sup>。しかし、その多くは、最大筋力発揮(以下、MVCと略す)時や、ある一定の筋力発揮時における、単純な条件下での筋疲労だけを対象としている。このため、筋力が時々刻々変化する一般的な動作の解析への適用は困難である。

そこで本研究では、動作履歴に応じた身体にかかる負担を定量的に評価するために、動作解析に適用可能な筋疲労のモデルを開発する。筋疲労をモデル化することにより、工場などにおける長時間作業など、より広範囲の動作の評価が可能となると考えられる。

## 2. 筋の特性とこれまでのモデル

2.1 筋の力学特性 筋の基本となる力学的特性が Hill<sup>(4)</sup> により提案され、Hill タイプモデルとして、

\* 原稿受付 2005年3月9日。

<sup>\*1</sup> 正員、(株)豊田中央研究所(〒480-1192 愛知県愛知郡長久手町)。<sup>\*2</sup> 正員、名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。

E-mail: tanaka@mech.nagoya-u.ac.jp

さまざまな拡張されたモデルが提案されている<sup>(5)</sup>。

Hill タイプモデルでは、ある一つの筋の全体的な力学的特性がモデル化されている。力を発生する能動的な要素と抵抗および減衰として作用する受動的な要素に筋を分割し、幾何学的な筋の状態の変化を考慮し、各要素の力を推定するものである。

これに対し Fuglevand ら<sup>(6)</sup>は、運動単位に基づき、筋が収縮力を発生する過程をより詳細に考慮したモデルを提案している。運動単位とは一つの運動ニューロンとそれに支配される筋線維群であり、運動単位中の筋線維はすべて同時に収縮することから、力発生機構を考える上で重要なパラメータである。

**2・2 筋疲労** 前述のモデルは筋が発生できる力の能力に着目して提案されており、時間的な変化である疲労については十分に考慮されていない。これに対し、わずかではあるが筋疲労のモデル化の試みも行われている。ここでは、筋疲労を筋の力発揮能力が低下すること、すなわち“最大筋力が低下する”あるいは“一定の筋力を発生し続けることができなくなる”現象と定義する。

Liu ら<sup>(2)</sup>は筋の活性化、疲労、回復の過程に着目した筋疲労のモデルを提案した。疲労が生じる際の詳細な生化学的变化は考慮していないが、運動単位の状態変化をモデル化し、疲労の力学的特徴を表現できるようにした。このモデルでは、筋力の大きさを調整するパラメータとして脳からの指令がモデル化されている。この指令は、力発生に動員される運動単位の変化率となっている。このため、逆動力学的解析に用いる場合、実際の運動より要求される力の大きさを再現するための指令の大きさが直接定まらず、なんらかの補助的な計算を必要とする。また、Liu らは筋の活性度が一定あるいは増加する場合だけをモデル適用の対象としており、筋の活性度が減少、あるいは増減する場合に対しての適用は行っていない。仮に、筋力が増減する一般的な動作に Liu らのモデルを適用した場合、筋力が零となる条件を再現することが困難である。これは、筋への力発生のための指令を零としても、筋の発生する力が常に零とはならないだけでなく、回復した運動単位は常に活性な運動単位となり、力の発生に寄与するためである。このように逆動力学的解析において筋力が増減する場合の取扱いについては想定されおらず、動作解析への適用は困難と考えられる。

他方、Hawkins ら<sup>(3)</sup>は、力学的な要因だけでなく、生化学的な要因も考慮して筋疲労をモデル化した。ここでは運動単位と同様の考え方であるが、動員された筋線維の数を筋力の大きさを調整するパラメータとし

て用いている。各筋線維に生じる力は、前述の Hill タイプなどの他の力学モデルと同様に、筋線維の長さと活性度に基づいて決定されるが、さらに疲労指数を用いて補正される。この疲労指数は実験データを基に同定されており、生化学反応も考慮されている。このモデルは従来の筋モデルに疲労の影響を付加したモデルと考えられるが、回復については考慮されていない。また、定式化されたモデルは複雑で、パラメータが多く、一般的な動作解析に用いるのは困難である。

このように、これまでに提案された筋疲労のモデルは特定の単純な条件を対象としており、筋力を変化させて達成される一般的な動作に対して適用することが十分に考慮されていないといえる。

### 3. 筋疲労のモデル化

**3・1 筋疲労モデル** 筋疲労は力学的な因子だけでなく、生理学的あるいは生化学的な因子などとも密接に関係する。疲労に関する生化学的な変化を詳細に解析することも疲労の厳密なモデル化には重要と考えられるが、本研究では動作解析において、疲労の力学的な影響を検討することを目的とするため、疲労が筋の力発揮能力へ及ぼす影響を力学的に捉えることができる現象論的なモデルを定式化の対象とする。筋が発揮する収縮力は従来の動作解析手法により求められるとし、その力を発生する際の筋の疲労を予測することが可能な筋疲労モデルを開発する。

先行研究を参考に、運動単位に基づいたモデルの構築を考える。筋が発生する力は、刺激入力に応じて動員される運動単位の数により調整される。運動単位数の変化は、Liu ら<sup>(2)</sup>と同様に運動単位の状態変化により定まるものとした。

運動単位の状態は、いき値を超えた刺激入力により活性化された状態と、刺激入力のない、あるいはいき値に満たない休止状態に分類できる。これらの運動単位の状態をそれぞれ  $m_a$ ,  $m_r$  と表す。

活性化された状態  $m_a$  にある運動単位の一部は、力を発生することで疲労が生じ、刺激入力があるにもかかわらず力を発揮できない状態に変化する。この運動単位の状態を  $m_{af}$  とする。言い換えれば、活性化された状態は、疲労の有無により二つの状態  $m_a$  と  $m_{af}$  に分けられる。

これに対し、休止状態  $m_r$  にある運動単位は力を発生しないため疲労が生じない。一方、刺激入力が減少する場合、活性化されていた  $m_a$  あるいは  $m_{af}$  の状態にある一部の運動単位は休止状態へと変化する。このとき、力の発生に関与していた  $m_a$  の状態の運動単位

だけでなく、疲労した  $m_{af}$  の状態にある運動単位にも一部に刺激入力がなくなり、休止状態へと移行するを考える。このため、休止状態であっても疲労した運動単位の状態を考慮しなければならない。そこで、休止状態についても、疲労の有無により二つの状態  $m_r$ ,  $m_{rf}$  に分類する。

この結果、運動単位の状態は、疲労の有無および刺激入力の有無により、図1に示すように四つに分類できる。図1において、各状態の面積比が運動単位数の比に相当し、横軸は筋への刺激入力の強度を、縦軸は疲労の程度を示す。

**3・2 筋疲労特性の定式化** 各運動単位の状態  $m_a, m_{af}, m_\tau, m_{rf}$  の運動単位数をそれぞれ  $M_a, M_{af}, M_\tau, M_{rf}$  とすると、筋中の運動単位数の総和  $M_0$  は一定であるため、次式が成立つ。

力の発生に関与する運動単位の状態は、活性化した状態で、かつ疲労していない  $m_a$  だけである。同一の筋内では一つの運動単位が発揮する力は等しいと考える。

$$F_{\text{muscle}} = F_{\text{unit}} \cdot M_a \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

と表す。ここで、 $F_{\text{muscle}}$  は筋全体で発生する力、 $F_{\text{unit}}$  は一つの運動単位が発揮できる力である。

刺激入力の強度  $e$  は、筋への刺激入力により活動電位がいき値を超えて活性化される運動単位の割合を表すものとし、

の範囲の値をとるものとする。これによって、以下のように活性化される運動単位の数が決まるものとした。

$$e \cdot M_0 = M_a + M_{af} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

このとき、入力  $e$  が 0 のときには力は発生せず、1 のときには、そのときに可能な最大の力を発生する。

次に、これらの運動単位の状態変化について考え

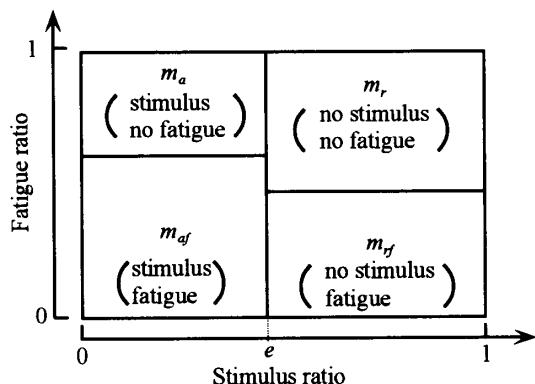


Fig. 1 Scheme of the model

る。疲労と回復による各運動単位の状態変化は、Liuら<sup>(2)</sup>と同様に微分方程式で表し、さらに、刺激入力の変化を考慮して定式化する。このとき、図1に示すように刺激入力のある場合(活性状態)と、刺激入力のない場合(休止状態)では、疲労した運動単位の割合が異なる。このため、運動単位の状態変化を定式化するには、刺激入力が増加する場合と減少する場合のそれぞれに対して考えなければならない。

刺激入力が増加するときの運動単位の変動のようすを図2に示す

疲労は運動単位が力を発生している場合にのみ生じ、回復は活性の有無によらず、疲労した運動単位から生じるとした。図中に、疲労の進行(Fatigue)、回復の進行 [Recovery(1), Recovery(2)] を矢印で表す。

まず運動単位数  $M_a$  の定式化について考える。入力  $e$  での刺激入力の時間変化率を  $de/dt (\geq 0)$  で表す。このとき、図 2 の①で示したように刺激入力のない  $m_r$  の一部が  $m_a$  に移行する。 $m_r$  から  $m_a$  に変化する速度は、休止状態の運動単位数  $M_r$  と  $M_{rf}$  の割合に基づき

$$\frac{de}{dt} \cdot \left( \frac{M_r}{M_r + M_{rf}} \right) \cdot M_0 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

と書ける。また、 $M_r$  と  $M_{rf}$  の間には

の関係があるので、式(5)は次のように書ける。

同様に刺激入力の減少 ( $de/dt < 0$ ) における  $m_a$  から  $m_r$  へ変化する速度は

$$\frac{de}{dt} \cdot \left( \frac{M_a}{M_a + M_{af}} \right) \cdot M_0 = \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_a}{e} \quad \dots \dots \dots (8)$$

となる。運動単位数  $M_a$  の変化率は、疲労と回復による変化とあわせて、最終的に以下のように表される。

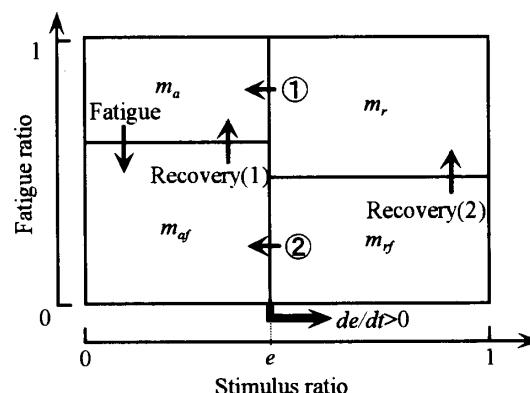


Fig. 2 Schematic diagram of change of motor units  
(when  $de/dt \geq 0$ )

$$\frac{dM_a}{dt} = -F \cdot M_a + R_1 \cdot M_{af} + \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_r}{1-e}$$

when  $de/dt \geq 0$

$$\frac{dM_a}{dt} = -F \cdot M_a + R_1 \cdot M_{af} + \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_a}{e}$$

when  $de/dt < 0$

.....(9)

ここで、 $F$  と  $R_1$  は活性状態の運動単位における疲労と回復の進行速度を規定する定数である。

その他の運動単位の状態についても同様に、以下のように運動単位数の変化を定式化できる。

$$\frac{dM_{af}}{dt} = F \cdot M_a - R_1 \cdot M_{af} + \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_{rf}}{1-e}$$

when  $de/dt \geq 0$

$$\frac{dM_{af}}{dt} = F \cdot M_a - R_1 \cdot M_{af} + \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_{af}}{e}$$

when  $de/dt < 0$

.....(10)

$$\frac{dM_r}{dt} = R_2 \cdot M_{rf} - \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_r}{1-e}, \text{ when } de/dt \geq 0$$

$$\frac{dM_r}{dt} = R_2 \cdot M_{rf} - \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_a}{e}, \text{ when } de/dt < 0$$

.....(11)

$$\frac{dM_{rf}}{dt} = -R_2 \cdot M_{rf} - \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_{rf}}{1-e}, \text{ when } de/dt \geq 0$$

$$\frac{dM_{rf}}{dt} = -R_2 \cdot M_{rf} - \frac{de}{dt} \cdot \frac{M_{af}}{e}, \text{ when } de/dt < 0$$

.....(12)

ここで、 $R_2$  は休止状態の運動単位における回復の進行速度を規定する定数である。

これらの式は疲労、回復の変化だけでなく、刺激入力が動的に変化することも考慮しており、本研究の目的である動作解析への適用が可能である。

**3・3 計算手順** MVC 条件や順動力学的解析では刺激入力  $e$  はあらかじめ定義されるため、式(9)～(12)の微分方程式より、筋収縮力と筋疲労が計算可

能である。しかし、本研究では前述のように筋収縮力が動作解析などによりあらかじめ求められている場合についても考えている。このとき、筋疲労は以下の手順で計算できる。

まず、現在の瞬間ににおいて、パラメータ  $e$ ,  $M_{af}$ ,  $M_r$ ,  $M_{rf}$  の各値が既知であるものとする。ここで、筋収縮力が時系列データとして与えられるすると、式(2)により  $M_a$  が、式(2)の両辺を微分した式により  $dM_a/dt$  が得られる。式(9)により  $de/dt$  を計算することができ、これを式(10)～(12)に代入すれば、 $M_{af}$ ,  $M_r$ ,  $M_{rf}$  の時間変化率を求めることができる。これらの時間変化率を時間に関して積分すれば、次の瞬間のパラメータの各値を定めることができる。同様の手順を繰返すことにより、各パラメータの時刻歴を求めることができる。

このように従来の動作解析の結果を用いて筋疲労を計算することができ、目的とする筋疲労の検討に応用可能である。

## 4. 結 果

**4・1 モデルの基本特性** 開発したモデルが筋疲労の特徴を再現できるかどうかを確認するために、以下のようないくつかの条件でモデルの応答を検討した。その結果を図3に示す。運動単位数の変化については、全体の運動単位数  $M_0$  に対する割合で示している。

計算に用いた疲労・回復のパラメータは、現象の確認を容易にするために影響が大きく現れるように選び、 $F=0.06[1/s]$ ,  $R_1=R_2=0.018[1/s]$  とした。

- 刺激入力が増加する段階 ( $0 \leq t < t_1$ ) 時間  $t$ とともに刺激入力が増加するのに伴い、休止状態の運動単位数  $M_r$  が減少し、活性化された運動単位数  $M_a$  が増加する。また、力を発揮する運動単位数  $M_a$  が疲労し、 $M_{af}$  が増加する。これにより、入力の強度に応じ、力が発揮されること、また力の発揮により疲労が生じることがモデル化されていることが確認できる。

- 筋力を一定に保つ段階 ( $t_1 \leq t < t_2$ ) 筋力を一定、つまり  $M_a$  を一定に保つために、刺激入力  $e$  が増加している。これにより、一定の力を発揮するためには、疲労により低下した力発揮能力を補正するためにより多くの刺激入力が必要となることがモデル化されていることがわかる。

- 刺激入力が一定の段階 ( $t_2 \leq t < t_3$ ) 刺激入力を一定に保つ場合には、 $M_a$  が減少、すなわち発揮する筋力が低下する。刺激一定条件では、疲労により一定の力を維持できなくなることが確認できる。

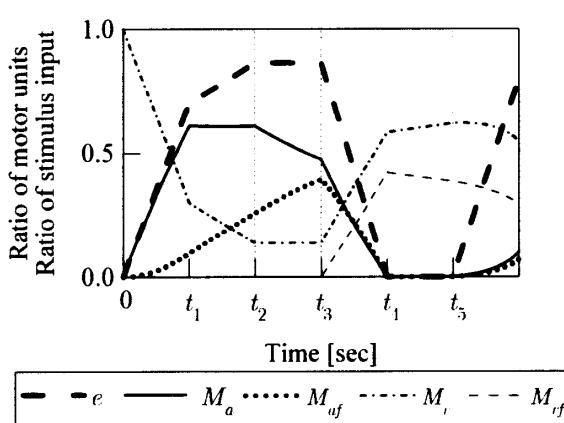


Fig. 3 Basic response of the model

- 刺激入力が減少する段階 ( $t_3 \leq t < t_4$ ) 刺激入力が減少する場合、刺激入力のある運動単位数  $M_a$ ,  $M_{af}$  がそれぞれ、休止状態の  $M_r$ ,  $M_{rf}$  に遷移する。この間にも、疲労が生じているため、刺激入力を直線的に減少させた場合でも、 $M_a$  は入力の減少と疲労による減少により、下に凸の波形となっている。これとは逆に、 $M_{af}$  は入力の減少と疲労による増加のため、上に凸の波形となる。また、入力が零となったときに  $M_a$ ,  $M_{af}$  は零となり、筋力は発生していない状態となる。
- 刺激入力が零の段階 ( $t_4 \leq t < t_5$ ) 疲労した運動単位数  $M_{rf}$  が回復により減少し、 $M_r$  が増加する。このように疲労だけでなく、回復もモデル化されていることが確認できる。なお、刺激入力が零の状態を長時間持続 ( $t_5 \rightarrow \infty$ ) すれば、すべての運動単位が回復し、疲労していない状態に戻る。なお、回復はこれ以前の過程でも生じているが、回復に比べ疲労の影響が大きいため、回復の影響を確認することは困難である。
- 刺激入力が再び増加する段階 ( $t_5 \leq t$ ) 入力を再び増加させた場合、すでに疲労が蓄積されているため、始めの刺激入力と同様の大きさが入力されても、発生する力、すなわち運動単位数  $M_a$  は少なくなっている。繰返し動作では徐々に負荷の程度が増加することが再現されている。

以上のように、疲労に関して一般に報告されているような現象をモデル化できていることが確認できたことから、本モデルは疲労、回復の基本的な特性を再現することができると考えられる。

**4・2 モデルの評価-MVC 条件** モデルの妥当性を確認するために、先行研究との比較を行った。Liu らは MVC 条件下でのシミュレーションを行い、被験者実験の結果と比較することによりモデルの妥当性を評価している。

MVC の条件を再現するために、刺激入力  $e$  を計算

開始直後に急速に最大値 ( $e=1$ ) まで増加させ、その後一定となるように設定した。また、計算に用いた疲労・回復のパラメータは、Liu らの計算条件を参考に  $F=0.02[1/s]$ ,  $R_1=R_2=0.004[1/s]$  とした。

このときの結果を図 4 に示す。本研究のモデルでは入力値は刺激入力の強度  $e$  を用いているが、Liu らのモデルは脳からの指令として入力値を定義している。しかし、MVC 条件ではおおよそ同じ特性を示すモデルと考えられ、計算結果も同様な特性を示した。

これにより、開発したモデルは、MVC 条件下では、先行研究と同じく、実験結果と同様な結果を示すことが確認された。

**4・3 モデルの評価-動的条件** 先行研究のモデルでは再現が難しかった力が動的に変化する場合におけるモデルの妥当性を評価するために、刺激入力や筋力が動的に変化する条件での疲労試験の結果との比較を行った。動的条件の疲労試験結果には猪飼<sup>(7)</sup>の肘の屈曲動作データを用いた。これは一定の力、一定のリズムで肘屈曲動作を繰り返し、動作を維持できなくなった動作回数を計測したものである。動作は最大値に対して規定した力の大きさと 1 分当たりの動作回数を変化させて行われている。

前述のように、Liu らのモデルではこのような条件は十分に考慮されておらず適用が難しいが、本研究では始めから動作解析への適用を考慮したモデル化を行ったため、このように動的に筋力が変化するような場面においても適用は容易である。ただし、ここでは主に筋疲労の影響を評価するため、筋長や筋収縮速度の影響を考えない単純な条件で解析を行った。

疲労試験と同様な条件で筋力を発生させるシミュレーションを行い、実行可能な動作回数が各動作強度および頻度で、疲労試験結果に近くなるように、疲労・回復のパラメータを同定した。動作回数は主に疲労パラメータ  $F$  により調整されるが、動作頻度による総

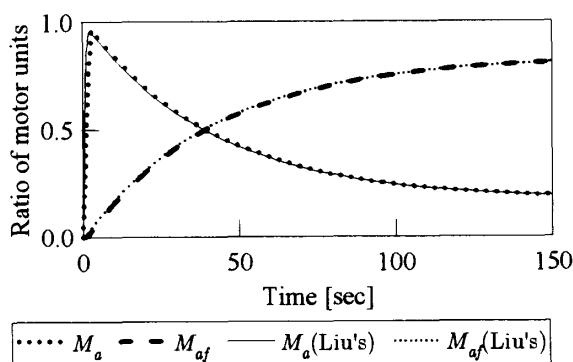


Fig. 4 Comparison of the present model with Liu's model<sup>(2)</sup>

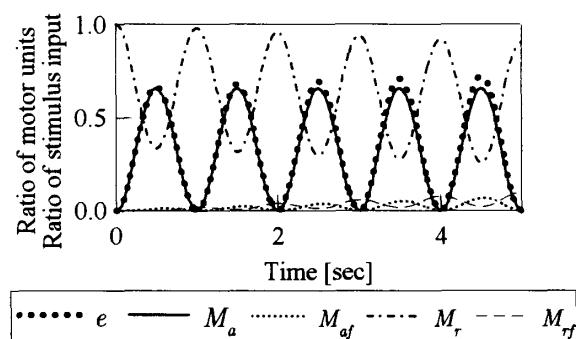


Fig. 5 An example of response to cyclic input stimulus

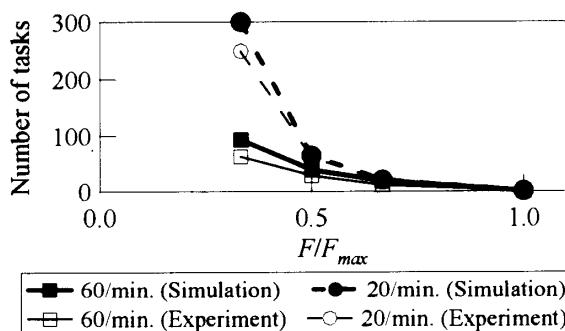


Fig. 6 Comparison of simulation results with experimental data<sup>(7)</sup>

動作回数の違いは回復パラメータ  $R_1, R_2$  により調整される。この結果、パラメータは  $F=0.06[1/s]$ ,  $R_1=R_2=0.006[1/s]$  とした。動作頻度を毎分 60 回とした場合のシミュレーション結果の時刻歴応答の例を図 5 に示す。

シミュレーションに当たっては、前述の計算手順で示したように、周期的に一定の筋力を発生する条件より、筋力の発生に寄与する運動単位数  $M_a$  を決定し、筋疲労の計算を行った。

力発揮により疲労が生じ、 $M_{rf}$  が徐々に増加すること、また疲労により低下した力発揮能力を補うために、刺激入力は毎回増加していることがわかる。刺激入力は最大値 ( $e=1$ ) となるまで増加して、疲労により低下した力発揮能力を補い力を維持するが、それ以降は、発生する力が減少する。このとき、疲労により、設定した筋力の大きさでの繰返し運動を持続できなくなつたと考えられる。このときまでの繰返し回数を実験結果と比較した。結果を図 6 に示す。縦軸には実現できた動作回数、横軸には設定した筋力の最大筋力に対する比を示している。

実験結果と同様の傾向を示す結果が得られていることから、刺激入力が増減するような場合に対しても筋

疲労の記述精度が良好であることがわかる。

## 5. 結 言

疲労の影響を考慮した人間の動作の定量的な評価を可能にするために、従来の動作解析と組合せて用いることを想定した筋の疲労モデルを開発した。

モデルは筋の疲労および回復の現象を単純な微分方程式で表現することにより定式化した。このモデルの応答は実験結果と比較的よく一致した。また、従来のモデルでは考慮されていなかった筋力の増減を含む変化に対しても適用可能であることが確認できた。

今後は、このモデルを実際の動作に適用し、動作中の筋疲労について検討していく。

本研究の一部は、文部科学省平成 15-18 年度科学研究費補助金特定領域研究マイクロ・ナノバイオメカニクスの開拓(No. 15086208)の支援を受けた。ここに記して謝意を表する。

## 文 献

- (1) Whittle, M. W., Musculoskeletal application of three-dimensional analysis, Allard, P., ほか 2 名 (eds.), *Three-Dimensional Analysis of Human Movement*, (1995), 295-309, Human Kinetics.
- (2) Liu, J. Z., ほか 2 名, A dynamical model of muscle activation, fatigue, and recovery, *Biophys. J.*, **82** (2002), 2344-2359.
- (3) Hawkins, D. A. and Hull, M. L., Muscle force as affected by fatigue: mathematical model and experimental verification, *J. Biomech.*, **26** (1993), 1117-1128.
- (4) Hill, A. V., The heat of shortening and dynamic constants of muscle, *Proc. Roy. Soc.*, **126**, B (1938), 136-195.
- (5) Winters, J. M., How detailed should muscle models be to understand multi-joint movement coordination?, *Human Movement Sci.*, **14** (1995), 401-442.
- (6) Fuglevand, A. J., ほか 2 名, Models of recruitment and rate coding organization in motor-unit pools, *J. Neurophysiol.*, **70** (1993), 2470-2488.
- (7) 猪飼道夫, 血流量から見た筋持久力その 2 筋持久力の測定, *体育の科学*, **15** (1965), 281-287.