

き裂伝ば抵抗曲線法による円孔材のねじり-軸力
複合荷重下での疲労下限界の予測*田中啓介*¹, 秋庭義明*¹
森田和博*², 脇田将見*³Resistance-Curve Method for Predicting Fatigue Thresholds
in Holed Specimens under Combined Torsional-Axial LoadingKeisuke TANAKA*⁴, Yoshiaki AKINIWA,
Kazuhiro MORITA and Masami WAKITA*⁴ Department of Mechanical Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

The *R*-curve method for predicting the fatigue thresholds of notched components was applied to the fatigue thresholds of notched components under combined loading of cyclic torsion and tension-compression. The prediction was compared with the experimental data obtained from thin-walled tubular specimen with a hole under the combination of cyclic torsion and axial loading. The effect of the hole size on the fatigue thresholds was calculated from the *R*-curve method for three cases: cyclic torsional stress, cyclic torsional stress with superposition of a in-phase cyclic tension-compression stress with the same amplitude, cyclic axial tension-compression stress. The stress ratio was $R = -1$. The experimental data agreed well with the prediction both for crack initiation and fracture. The measured length of nonpropagating cracks had some scatter and the maximum length agreed fairly well with the predicted line. The nonpropagating crack length normalized with the hole radius at the threshold stress for fracture was predicted fairly constant without respect to the hole size, while it varied slightly with the loading condition. The effect of the in-phase combination of axial and torsional stress loadings on the fatigue threshold was predicted by assuming the crack direction perpendicular to the maximum principal stress. A good agreement between predicted and experimental results was obtained.

Key Words: Fatigue Thresholds, Notch Effect, Torsion, Combined Loading, Carbon Steel, Non-propagating Crack

1. 緒 言

機械構造部材は何らかの応力集中部を有し、疲労破壊の大部分はこの応力集中部を起点とするため、切欠き材の疲労強度の予測は重要な課題である。微小欠陥や鋭い切欠きを有する部材の疲労下限界は、き裂の発生ではなく進展限界に支配される^{(1)~(7)}。疲労破壊の下限界より低い応力振幅では、き裂が発生するが、徐々に進展速度が低下し、やがて停留する。

村上, 遠藤ら⁽¹⁾⁽²⁾は微小欠陥の疲労強度に及ぼす影響

を簡便に予測する手法を提案しており、この手法を用いて遠藤⁽³⁾はドリル穴が複合荷重条件下での疲労強度に及ぼす影響を検討している。しかしながら、この手法では疲労き裂の発生と進展限界を区別しておらず、また停留き裂の長さに関しても予測できない。

一方、田中, 秋庭ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾は、き裂の成長に伴いき裂閉口が発達することによりき裂の停留が起こることを示した。さらに、切欠きあるいは欠陥を有する部材の疲労下限界を予測する方法としてき裂伝ば抵抗曲線法(R曲線法)を提案し、単軸の疲労試験において疲労き裂の発生、進展限界あるいは停留き裂長さが統一的に予測されることを示した^{(4)~(7)}。

本研究では、R曲線法を、円孔を有する中炭素鋼薄肉円管試験片において、ねじりと軸力の複合荷重を受ける場合の疲労き裂の発生、破断下限界および停留き

* 原稿受付 2006年1月23日。

*¹ 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(☎464-8603 名古屋市千種区不老町)。*² 学生員, 名古屋大学大学院工学研究科。*³ 中央発條(株)(☎470-0225 愛知県西加茂郡三好町大字福田字宮下43-7)。

E-mail: ktanaka@mech.nagoya-u.ac.jp

裂の長さの予測に適用する。

2. き裂伝ば抵抗曲線法による疲労下限界の予測

筆者らの従来の研究で、き裂が停留するときの有効応力拡大係数範囲 ΔK_{effth} は、切欠き形状や応力振幅によらない材料定数であり、長いき裂に対する ΔK_{effth} に等しいことが示された^{(4)~(7)}。最大応力拡大係数の下限界値 K_{maxth} は、き裂先端の開口応力拡大係数の下限界値 K_{opth} と ΔK_{effth} の和で得られる。

$$K_{\text{maxth}} = K_{\text{opth}} + \Delta K_{\text{effth}} \quad (1)$$

き裂長さに対する K_{maxth} の変化が得られればR曲線が決定され、これを用いて疲労下限界と停留き裂長さが求まる。

R曲線法の概念図を図1に示す。この図において、縦軸を K_{max} とした。式(1)で決定されるR曲線を実線で、また一定の応力振幅下において負荷される K_{max} 値を破線で描いた。疲労き裂発生下限界 σ_{w1} は、ステージIき裂長さ c_1 において負荷される K_{max} 値と ΔK_{effth} が等しくなるときの応力振幅である。疲労き裂破断下限界 σ_{w2} は、負荷される K_{max} 曲線がR曲線に接するときの応力振幅である。 σ_{w1} と σ_{w2} の間の応力振幅において、R曲線と負荷曲線の交点として停留き裂長さが決定される。複合荷重下においても、停留き裂はモードIのステージIIき裂であるので、多軸応力下での疲労下限界は、単に負荷される K_{max} 曲線を変えるだけでR曲線法を基に計算できる。後述の実験結果で述べるように、き裂は主応力方向に垂直に成長した。このとき、負荷による応力拡大係数は付録に述べる方法によって求めた。

本研究で用いる中炭素鋼 (JIS S45C) に対しては、

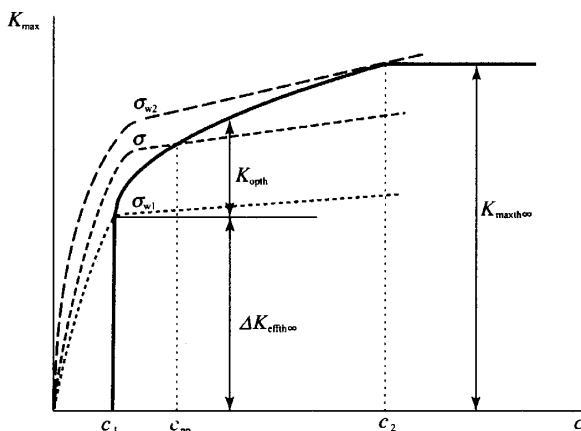


Fig. 1. Resistance-curve method for predicting fatigue thresholds.

既報の研究において疲労下限界特性は以下のように得られた⁽⁶⁾。停留き裂長さ c_{np} に対する K_{opth} の変化は次式で表される。

$$K_{\text{opth}} = 98.8 \sqrt{c_{np} - c_1} \quad (c_1 \leq c_{np} \leq c_2) \quad (2a)$$

$$K_{\text{opth}} = K_{\text{opth}\infty} \quad (c_2 \leq c_{np}) \quad (2b)$$

ここで、 c_2 は $K_{\text{opth}} = K_{\text{opth}\infty}$ となるときのき裂長さであり、 c_1 は次式で求められる。

$$c_1 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{\text{effth}\infty}}{1.122 \sigma_{w0}} \right)^2 \quad (3)$$

また、 $K_{\text{maxth}\infty} = 5.26 \text{MPa} \sqrt{\text{m}}$ 、 $\Delta K_{\text{effth}\infty} = 2.94 \text{MPa} \sqrt{\text{m}}$ 、平滑材の疲労限度は $\sigma_{w0} = 223 \text{MPa}$ である。式(2)、(3)より計算されるR曲線を決定する特性き裂長さは、 $c_1 = 0.044 \text{mm}$ 、 $c_2 = 0.595 \text{mm}$ となる。

3. 実験方法

3・1 材料および試験片 試験材料は機械構造用中炭素鋼 (JIS S45C) の完全焼鈍材で、化学組成は、C0.43, Si0.19, Mn0.81, P0.022, S0.02, Cu0.01, Ni0.02, Cr0.14 (mass%)である。試験には図2に示すような外径16mmで肉厚1mmの中空円筒試験片を用いた。機械加工を行った後、試験片を850°Cで1時間の真空焼鈍を行った。その後、平行部をエメリー紙で#800まで研磨後、電解研磨し、さらに1 μm 、0.3 μm 、0.05 μm のアルミナで鏡面に仕上げた。その後、試験片中心の前後2カ所に直径 d が0.2mmまたは0.5mmの円孔を導入し、バリを0.05 μm のアルミナで除去した。最後に650°Cで1時間の真空ひずみ取り焼鈍を行い、疲労試験に供した。なお、円孔を2カ所に導入したのは、多くのデータを収集するためである。

材料の微視組織はフェライト-パーライト構造であり、フェライト粒径は18 μm である。また、下降伏強さは298MPa、引張強さは570MPa、弾性定数は216GPa、ポアソン比は0.279である。ビッカース硬さは164である。

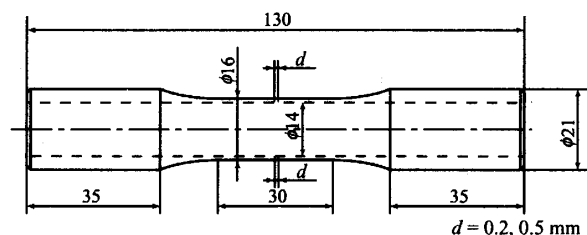


Fig. 2. Shape and dimension of specimen.

3・2 疲労試験およびき裂観察 疲労試験は電気油圧サーボ式引張圧縮ねじり複合試験機(島津製作所製 EHF-ED10/TQ-40L)を使用した。試験片に以下の3つの荷重条件を荷重した。

- (1) Case A: 応力比 $R=-1$ の繰返しねじり荷重のみを荷重する荷重条件
- (2) Case C: 応力比 $R=-1$, 繰返しねじり荷重にそれと等しい大きさの動的な軸方向応力を in-phase で重畳する荷重条件。
- (3) Case D: 応力比 $R=-1$, 繰返し軸方向荷重のみを荷重する荷重条件。

繰返し応力振幅の波形は三角波であり, 周波数は 20Hz である。また, 試験は室温大気中で行った。

さらに, 応力比 $R=-1$ で繰返し軸力とねじりを任意の比率で加えた複合荷重下についても予測を行った。

円孔からの疲労き裂の発生および進展はレプリカを採取し, 光学顕微鏡で観察した。き裂長さは円孔縁のき裂発生箇所とき裂先端を直線的に結んだ長さとした。

4. 実験結果および考察

4・1 疲労き裂発生および破断下限界 円孔直径 d が 0.5mm のときの Case A に対する R 曲線を図 3 に示す。ここで, 横軸にはき裂長さをとった。実線は式(1), (2)で決定される R 曲線であり, 破線と一点鎖線は各々き裂発生と破断に対する疲労下限界応力振幅 τ_{w1} , τ_{w2} における K_{max} の変化を示す。 $d=0.5\text{mm}$ のとき, Case A に対して R 曲線法により計算される疲労下限界の予測値は $\tau_{w1}=80\text{MPa}$, $\tau_{w2}=97\text{MPa}$ である。実験結果は, 80MPa においてはき裂が発生せず, 90MPa において停留き裂

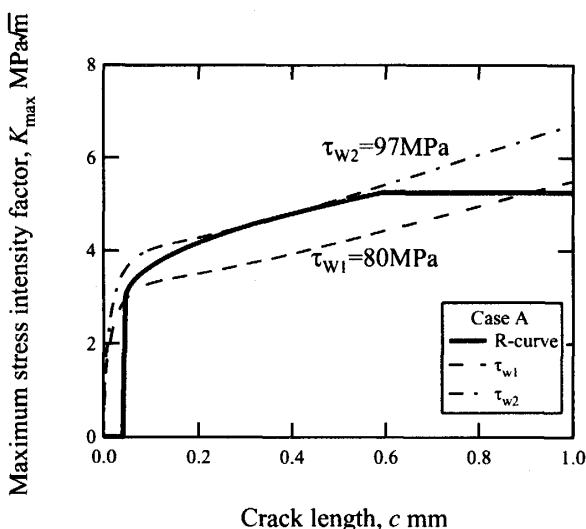


Fig. 3. Resistance-curve for predicting fatigue thresholds under cyclic torsion for $d=0.50$ mm (Case A).

が観察され, 100MPa においてき裂が発生し進展し続けた。よって, き裂発生下限界応力振幅 τ_{w1} は 80~90MPa の範囲に, 疲労下限界応力振幅 τ_{w2} は 90~100MPa の範囲にあることがわかった。この実験結果は予測値とよく一致した。

なお後述するように, Case C, Case D に対しても, また, 円孔直径が 0.2mm の場合にも予測と実験結果とは予測値と $\pm 10\%$ 以内で一致した。

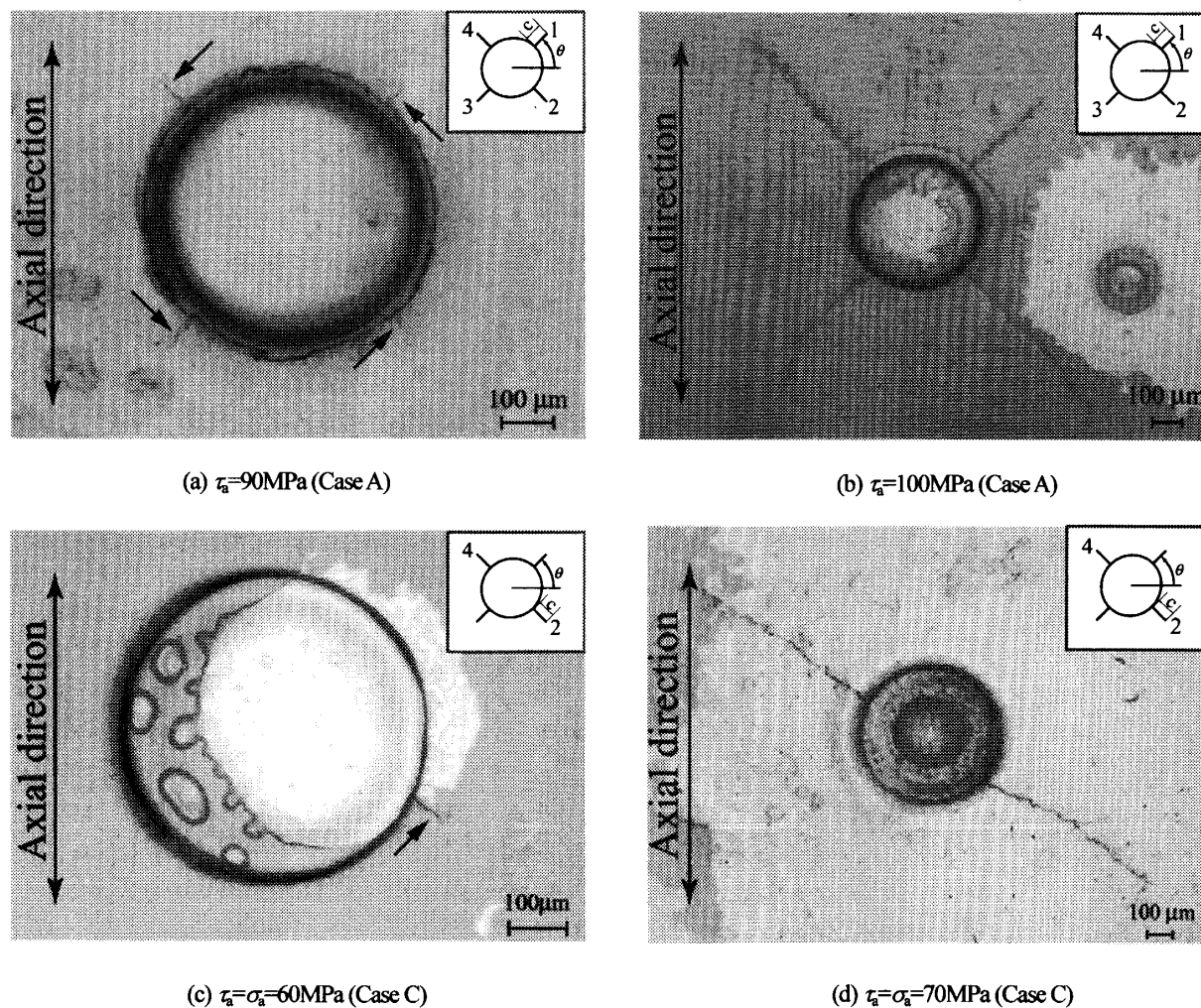
4・2 き裂停留および進展挙動 図 4(a), (b)に, Case A における破断下限界応力振幅 τ_{w2} より低い応力振幅 90MPa と高い応力振幅 100MPa において観察された疲労き裂の光学顕微鏡写真を示す。なお, 図 4(a)で示されるき裂は停留き裂である。ここで, 円孔直径は 0.5mm で, 試験片の軸方向は上下方向である。図 4 中の模式図に示すようにき裂の角度 θ を, 円孔の中心を原点に取り試験片の軸に垂直な方向から反時計回りに測定した。Case A においては, 4 本のき裂が約 $\pm 45^\circ$, $\pm 135^\circ$ 方向に入っているが, これは付録 1 の式(5)で計算される主応力に垂直な方向である。停留き裂および進展き裂のいずれのき裂も微視的にはジグザグなき裂経路をとるが, 巨視的には直線的に進展するモード I のき裂である。

図 4(c), (d)に Case C における光学顕微鏡写真を示す。なお, 図 4(c)で示されるき裂は停留き裂である。破断下限界応力振幅より低応力では一本のき裂のみが入り, 高応力では 2 本のき裂が入った。き裂は主応力に垂直な約 -32° , 148° 方向に入り, 微視的にはジグザグなき裂経路をとるが, 巨視的には直線的に進展している。

図 5(a), (b)には, Case A における $\tau_c=90\text{MPa}$ と 100MPa のときのき裂長さに対するき裂進展速度を示す。ここで, 円孔から発生する 4 本のき裂を異なったマークで示した。疲労下限界応力振幅 τ_{w2} より低い応力振幅 90MPa においては, き裂発生後徐々にき裂進展速度が減少し, やがて停留した。一方, 疲労下限界応力振幅 τ_{w2} より高い応力振幅 100MPa においては, き裂発生後徐々にき裂進展速度が減少し, 短いき裂長さにおいて最小値をとった後再び増加し進展し続けた。

同様に, 図 5(c), (d)には, Case C におけるき裂長さに対するき裂進展速度を示す。Case C においても同様な傾向が得られた。なお, Case D に対しても, 同様なき裂進展挙動が観察された。

4・3 停留き裂長さ 図 6(a)に, 円孔直径が $d=0.5\text{mm}$ のときの Case A に対して R 曲線法で予測した応力振幅による停留き裂長さの変化を示す。破断下限界での最大停留き裂長さは 0.352mm である。き裂発生, 破断に対する疲労下限界応力振幅の予測値は各々 80MPa,

Fig. 4. Micrographs of cracks emanating from a hole under cyclic torsion $d = 0.50$ mm.

97MPa である。負荷応力振幅が 90MPa において実験的に観察された合計 8 本 (2つの円孔に対して各 4 本) の停留き裂長さを実験点で示した。測定した停留き裂長さはややばらついているが、その最大の長さは予測線とかなりよく一致している。

図 6(b)に示すように、Case C に対しては一本のき裂のみが観察されたがほぼ予測と一致している。この場合には一つの円孔にのみき裂が観察され、他の円孔には停留き裂は観察されず、下限界値は少しばらつく。

4・4 円孔直径の影響 疲労下限界に対する円孔直径の影響は R 曲線法により計算できる。図 7 に、Case A, Case C に対する円孔直径による下限界応力振幅の変化を示す。実線は破断に対する疲労下限界を、また破線はき裂発生に対する疲労下限界を示す。円孔の応力集中係数は円孔の寸法によらず一定であるが、下限界応力振幅は、円孔直径が大きくなると低下する。

図において、バーの付いたマークは実験データである。バーは実際に試験した応力振幅であり、マークはその平均値である。白抜き印は、き裂の発生下限界が上下のバーの間の応力振幅にあることを示す。下のバーに対応する応力振幅ではき裂は発生せず、上のバーに対応する応力振幅において停留き裂が観察された。半白抜き印は、き裂の発生および破断下限界が上下のバーの間の応力振幅にあることを示す。下のバーに対応する応力振幅ではき裂は発生せず、上のバーに対応する応力振幅においてき裂が発生し、進展し続けた。黒抜き印は、き裂の破断下限界が上下のバーの間の応力振幅にあることを示す。下のバーに対応する応力振幅において停留き裂が観察され、上のバーに対応する応力振幅においてき裂は進展し続けた。き裂の発生に対しても破断に対しても実験データは予測とよく一致した。

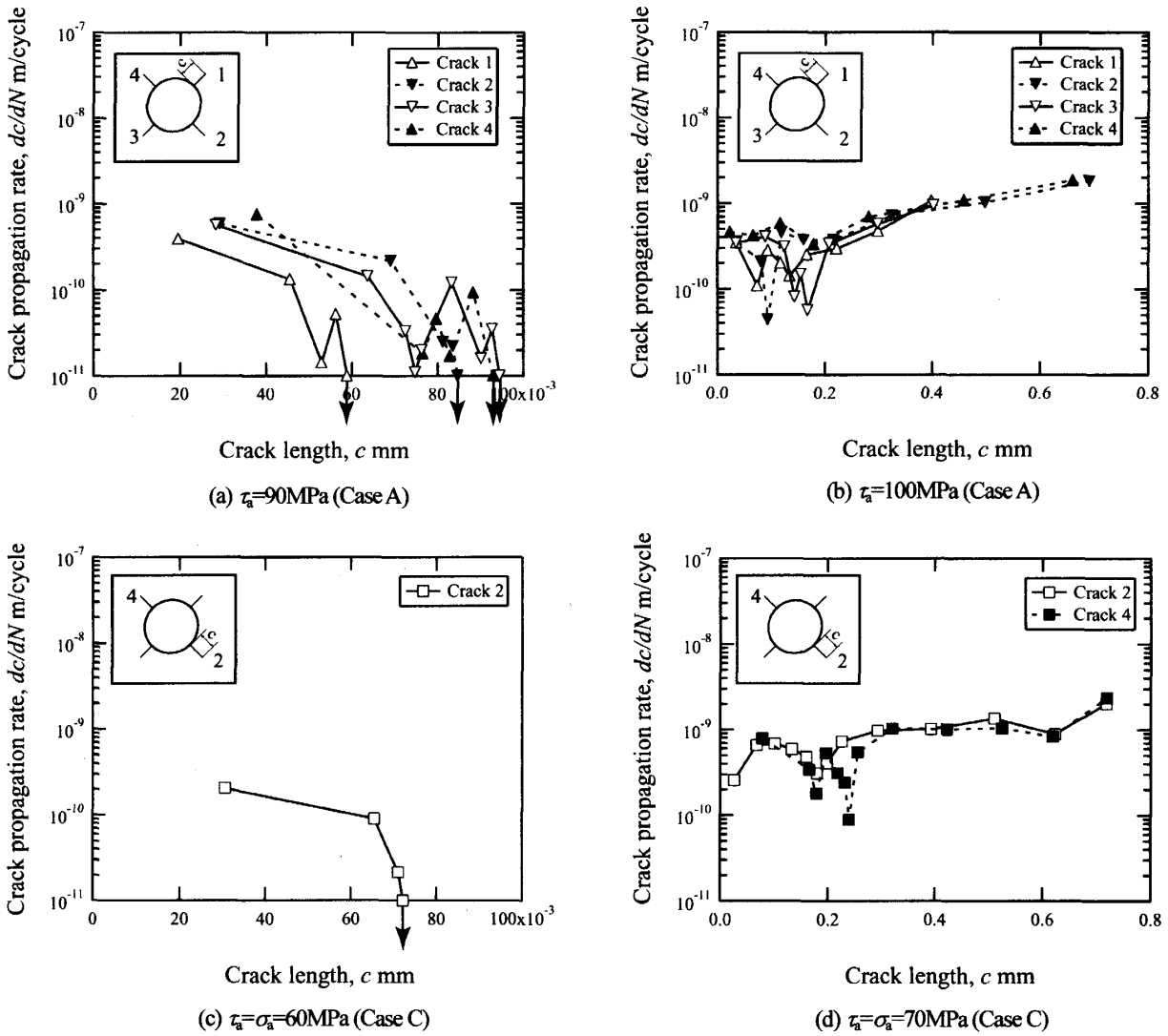


Fig. 5. Change of fatigue crack propagation rate with crack extension under cyclic torsion $d = 0.50$ mm.

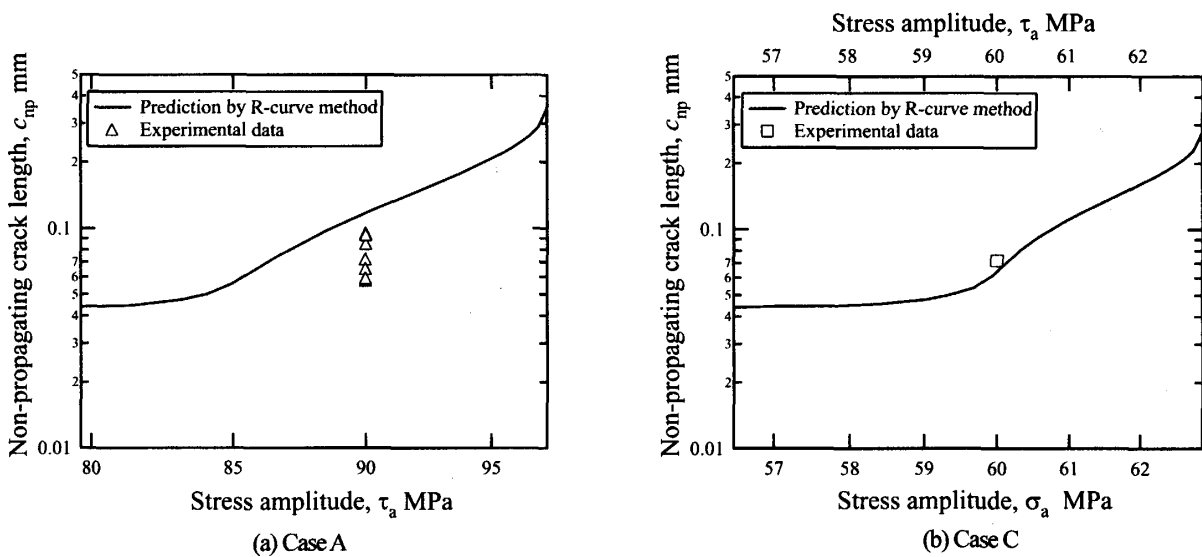


Fig. 6. Effect of stress amplitude on nonpropagating crack length ($d = 0.5$ mm).

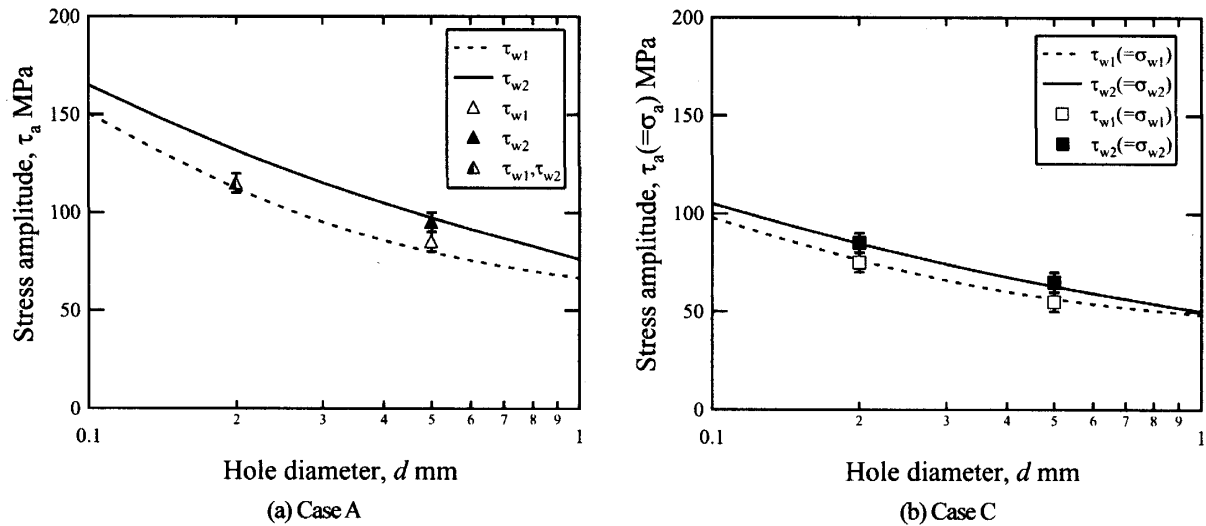


Fig. 7. Effect of the hole radius on fatigue thresholds for cases A and C.

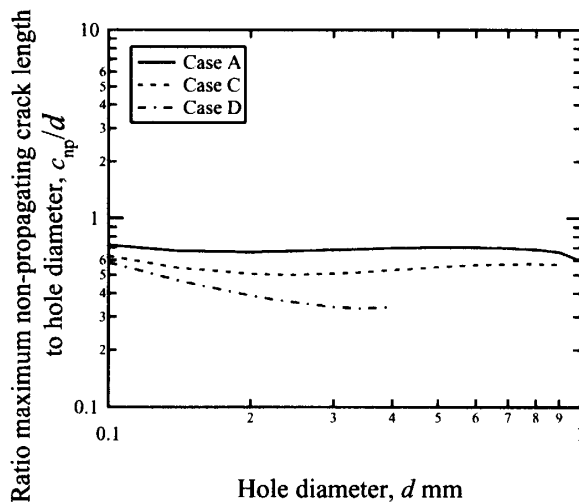


Fig. 8. Change of nonpropagating crack length with hole radius.

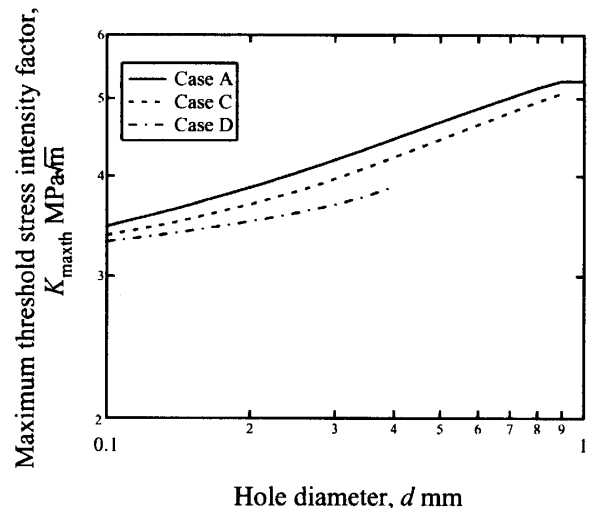


Fig. 9. Change of stress intensity factor for nonpropagating crack at threshold with hole radius.

図8には、R曲線法で予測したCase A, C, Dに対する破断下限界応力振幅における最大停留き裂長さを円孔直径で正規化した値の円孔直径に対する変化を示す。正規化した最大停留き裂長さは円孔直径によらずほぼ一定値である⁽⁸⁾が、荷重条件によりやや異なる。

図9には、R曲線法で予測した破断下限界応力振幅における最大応力拡大係数の円孔直径に対する変化を示す。いくつかの以前に報告された論文においては、最大応力拡大係数は円孔直径によらず一定であるとしているが⁽⁹⁾、円孔直径とともに増加すると予想される。

4・5 複合荷重下での疲労下限界 同位相のねじりと軸方向応力を任意の比率で負荷する複合荷重下におい

ては、最大主応力に垂直な方向にき裂が進展すると予想される⁽⁹⁾。このときの負荷応力拡大係数は後述の付録2の式(7)で計算することができ、疲労下限界はR曲線法を用いることで決定できる。図10に、 $d=0.5, 0.2\text{mm}$ に対する複合荷重下における下限界応力振幅の予測と実験結果を示す。横軸には軸方向応力振幅、縦軸にはねじり応力振幅をとった。予測と実験結果はよく一致している。

5. 結 言

炭素鋼中空円筒試験片に導入された直径0.2, 0.5mmの円孔が、複合荷重下で疲労下限界に及ぼす影響を、

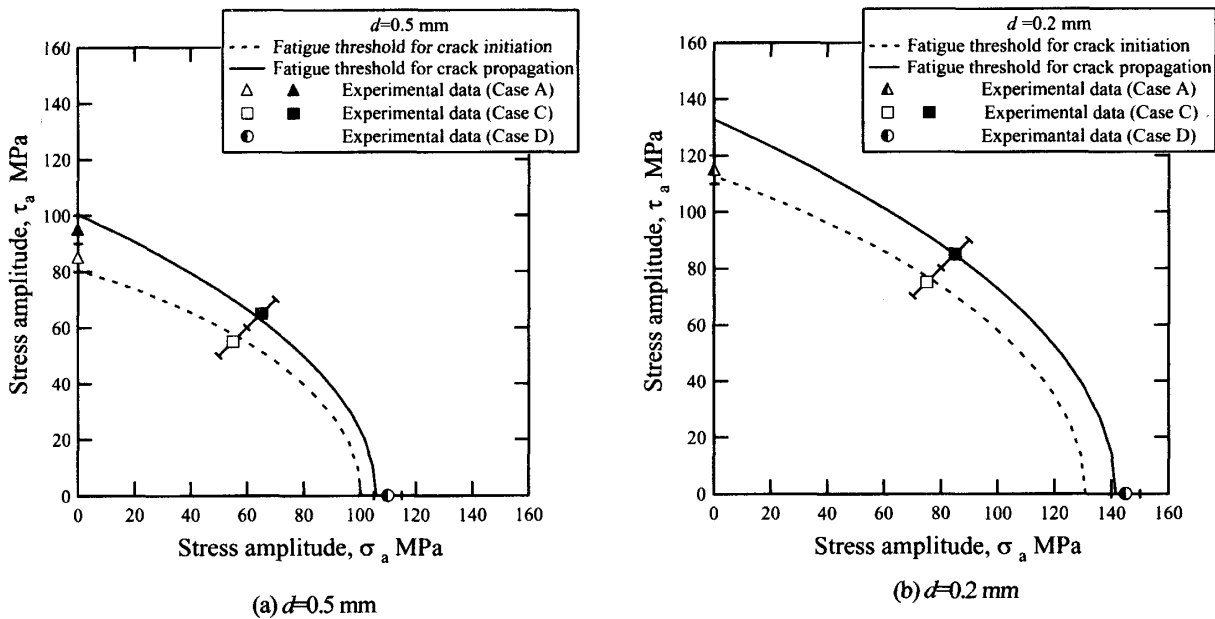


Fig. 10. Fatigue thresholds under combined in-phase loading of torsion and tension-compression.

R 曲線法を基に検討し、実験結果を予測値と比較した。得られた結果をまとめると次のようになる。

- (1) 疲労き裂の発生および進展の下限界に対する円孔直径の影響に関する実験結果は、R 曲線法による予測とよく一致した。
- (2) 実験で測定された停留き裂長さはややばらついてはいるが、最大の長さは予測とよく一致した。
- (3) 予測によって求めた破断下限界における最大停留き裂長さを円孔直径で正規化した値は、円孔直径によらず一定であると予想された。一方で、その値は荷重条件によりやや異なる。
- (4) 同位相のねじりと軸方向応力を任意の比率で負荷する複合荷重下での疲労下限界は、最大主応力の垂直な方向にき裂が進展することを考慮し、R 曲線法を用

いることで予測できる。予測と実験結果はよく一致した。

付録 1 き裂発生および進展方向

疲労き裂は円孔縁の応力範囲が最大となる位置に発生し⁽⁹⁾、発生したき裂はモード I の進展を示した後に停留する。疲労き裂の進展方向は、本文で述べるように主応力(公称応力) σ_1 と σ_2 に垂直な方向である。図 11 に模式図を示す。主応力 σ_1 と σ_2 は、公称軸応力振幅 σ_a およびせん断応力振幅 τ_a から次式で求まる。

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_a}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \tag{4a}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_a}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \tag{4b}$$

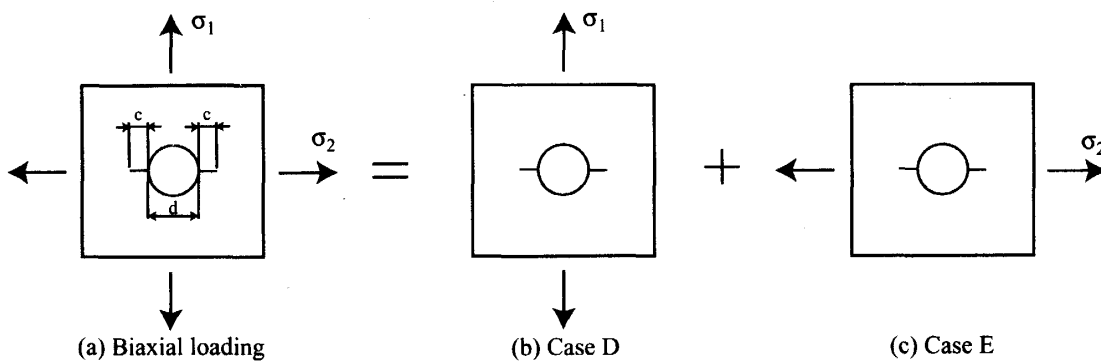


Fig. 11. Superposition principle of stress intensity factor under biaxial loading.

また、円孔の中心を原点に取り試験片の軸に垂直な方向から反時計回りを正とした場合の最大主応力に垂直な方向は次式で求まる。

$$\theta = -\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_a}{\sigma_a} \right) = -\frac{1}{2} \tan^{-1} 2\eta \quad (5)$$

ここで、 $\eta = \tau_a/\sigma_a$ である。主応力の比 λ は次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1 - \sqrt{1 + 4\eta^2}}{1 + \sqrt{1 + 4\eta^2}} \quad (6)$$

付録2 切欠き底のき裂の応力拡大係数

モードI応力拡大係数は、体積力法より計算される円孔から生じるき裂に対する補正係数と組合せて考えたき裂の入った円管試験片の有限要素解析から得られる⁽⁸⁾。応力拡大係数は次式を用いて計算する。

$$K = \sigma_1 \sqrt{\pi c} F_1 F_2 \quad (7)$$

ここで c はき裂長さである。また、補正係数 F_1 、 F_2 はそれぞれ円孔の補正係数、円筒の補正係数である。

F_1 に関しては、2軸荷重に対する補正は図11に示すようにCase DとCase Eの値から得られる。補正係数 F_1 のき裂長さに対する変化を図12に示す。これらの計算値より次の近似式を求めた。

Case Dに対する F_1 は、円孔の半径を ρ として次式で表される。

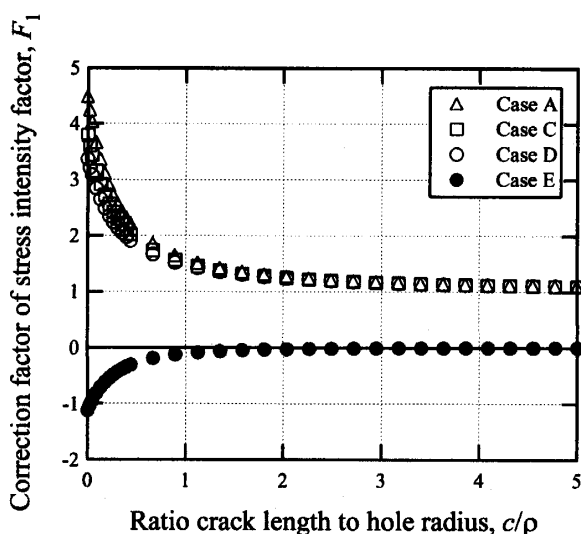


Fig. 12. Correction factor of stress intensity factor for hole.

$$F_{1D} = \frac{1.1215 \times 3 + 6.094(c/\rho) + 4.538(c/\rho)^2}{1 + 3.966(c/\rho) + 4.538(c/\rho)^2} \quad (8)$$

一方、Case Eに対する F_1 は次式で表される。

$$F_{1E} = \frac{-1.1215 + 0.258(c/\rho)}{1 + 3.582(c/\rho) + 3.571(c/\rho)^2} \quad (9)$$

ここで、主応力比が λ の場合の F_1 は、次式で計算できる。

$$F_1 = F_{1D} + \lambda F_{1E} \quad (10)$$

一方、 F_2 に関しては、有限要素解析によるとき裂長さが1mm以下のき裂に対してはほぼ1である⁽⁹⁾。そこで、本研究では $F_2=1$ とした。

参考文献

- (1) Murakami, Y. and Endo, T., "Effects of Small Defects on Fatigue Strength of Metals," *Int. J. Fatigue*, 2, 23-30 (1980)
- (2) Endo, M. and Murakami, Y., "Effect of an Artificial Small Defect on Torsional Fatigue Strength of Steels," *J. Engng Mater. Tech., ASME Trans.*, 109, 124-129 (1987).
- (3) Endo, M., "Effect of Small Defects on the Fatigue Strength of Steel and Ductile Iron under Combined Axial/Torsional Loading," *Small Fatigue Cracks: Mechanics, Mechanisms and Applications*, Edited by Ravichandran et al. Elsevier Science Ltd., 375-3387 (1999).
- (4) Tanaka, K. and Nakai, Y., "Propagation and Nonpropagation of Short Fatigue Cracks at a Sharp Notch," *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, 6, 315-327(1983).
- (5) Tanaka, K. and Akiniwa, Y., "Resistance-Curve Method for Predicting Propagation Threshold of Short Fatigue Cracks at Notches," *Engng Fract. Mech.*, 30, 863-876 (1988).
- (6) Akiniwa, Y. and Tanaka, K. and Zhang, L., "Prediction of Notch Fatigue Threshold Based on R-curve Method," *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 62, 356-362 (1996).
- (7) Akiniwa, Y. and Tanaka, K., "Prediction of Fatigue Limits of Engineering Components Containing Small Defects," *ASTM STP 1372*, 304-318 (2000).
- (8) Beretta, S. and Murakami, Y., "SIF and Threshold for Small Cracks at Small Notches under Torsion," *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, 23, 97-104 (2000).
- (9) Tanaka, K., Takahashi, H. and Akiniwa, Y., "Fatigue Crack Propagation from a Hole in Tubular Specimens under Axial and Torsional Loading," *Int. J. Fatigue*, 28, 324-334 (2006).