

防振ゴム材料における疲労き裂進展挙動への J 積分の適用*田中啓介^{*1}, 秋庭義明^{*1}
來海博央^{*2}, 伊藤和之^{*3} J -Integral Approach to Fatigue Crack Propagation
in Vulcanized Natural RubberKeisuke TANAKA^{*4}, Yoshiaki AKINIWA,
Hirohisa KIMACHI and Kazuyuki ITOH^{*4} Department of Mechanical Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

Fatigue tests of vulcanized natural rubber were conducted under displacement-controlled conditions. The specimens were of three types: smooth specimen, specimen with an artificial surface defect of 0.2 mm in diameter, and specimen with an artificial through-thickness defect of 2 mm in length. In smooth specimens, a fatigue crack started from natural defects of about 0.15 mm in size, and grew as an internal crack, and then became a through-thickness crack. The spring constant of the specimen decreased slowly in the range of about 80% of the total life (Stage A), followed by a rapid decrease (Stage B). The transition from Stage A to B took place when a crack penetrated through the thickness. The rate of fatigue crack propagation is expressed as a second-power function of the J -integral range both for surface cracks and through-thickness cracks. The J integral was evaluated from the crack-center opening displacement.

Key Words: Fatigue Crack Propagation, Fracture Mechanics, Rubber, J Integral, Smooth Specimen, Natural Defect, Artificial Surface Defect, Through-thickness Crack

1. 緒 言

防振あるいは制振の目的で使用されるゴム製品の長期使用に対する健全性を保証するためには、ゴムの疲労による劣化を予測することが重要である。このためには、繰返し荷重下でのばね定数の低下や疲労き裂の発生、進展を定量的に把握することが必要となる。防振用の材料としては、加硫天然ゴムが主体であり、繰返し荷重下での疲労損傷は、材料中に存在する構造の不均質部分が内在欠陥として働き、その欠陥からのき裂の進展過程が疲労寿命の大半を占めるとされている⁽¹⁾⁽²⁾。

加硫天然ゴム材料中の疲労き裂進展に関しては、Thomas⁽³⁾によって引き裂きエネルギー (Tearing energy) T の2乗に比例することが報告された。この引き裂きエネルギーは非線形弾性体のエネルギー解放率として Rivlin と Thomas⁽⁴⁾ によって提案された

パラメータであり、Rice⁽⁵⁾ による J 積分に等しい。ここでは、呼称を J 積分とする。著者らは前報⁽⁶⁾ において、防振用に使用されている加硫天然ゴム材料の幅広い平板を使用した純せん断試験片を用いて、上下変位を制御するき裂進展試験を行った。この試験片では、変位範囲を一定とすると、き裂長さによらず J 積分範囲が一定となる。この場合の疲労き裂進展速度は、き裂長さによらず一定となった。また、変位比 $R=0$ の条件では、モード I き裂進展速度 da/dN [m/cycle] と J 積分範囲 ΔJ [N/m] の関係は次のべき乗則で表せることがわかった。

$$\frac{da}{dN} = 1.08 \times 10^{-14} \Delta J^{2.02} \dots \dots \dots (1)$$

上式のべき数は、Thomas の求めた値にほぼ一致する。一方、き裂進展下限界値 ΔJ_{th} は 1.3×10^2 N/m であった。これらのき裂進展速度と J 積分範囲との関係は、試験片形状あるいは繰返し荷重の周波数にあまり依存しないことが報告されている⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。さらに前報⁽⁶⁾ において、疲労き裂進展の微視機構として、除荷時にき裂先端で絡み合っていた分子鎖が負荷時に切断され、またき裂先端近傍の微視き裂と連結することで疲労き裂が進展するモデルを提案し、き裂進展速度に対するひずみ比の影響を説明した。

* 原稿受付 2002年4月30日。

^{*1} 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(☎464-8603 名古屋市千種区不老町)。^{*2} 正員, 名城大学理工学部(☎468-8502 名古屋市天白区塩釜口)。^{*3} 川崎重工業(株)車両カンパニー(☎675-1113 兵庫県加古郡稲美町岡)。

E-mail: ktanaka@mech.nagoya-u.ac.jp

以上の研究は、主に平板中の長いき裂を対象としており、この関係が寸法の小さいき裂や、平滑材に発生したき裂の進展挙動に対しても適用できるかどうかについて、 J 積分の評価法を含めて検討した報告は少ない。Lake⁽¹⁾あるいは深堀⁽²⁾は小さなき裂の T を評価することを試みているが十分ではない。そこで本研究では、幅の狭い平板の試験片を用いて、寸法が小さい貫通予き裂、表面予き裂におけるき裂進展挙動を観察するとともに、人工予き裂のない平滑材における疲労き裂進展挙動も検討した。

2. 実験方法

2.1 材料および試験片 疲労試験の材料は前報⁽⁶⁾と同一の天然ゴム系の材料を使用した。試験片形状は図1に示すように、高さ25 mm、幅50 mm、厚さ2 mmのゴム平板に鋼製の金具(27×55×5 mm³)を接着した。この接着はゴムの加硫(150°Cで20 min)時に行った。またゴムの列理方向は荷重軸方向である。ウオーレスマイクロ硬度計で測定した材料の硬さ値(IRHD)は47から49であった。さらに、引張試験を標点間距離20 mmのJIS 3号試験片を用いて、引張速度100 mm/minの条件で行った結果、引張強さは26 MPa、破断ひずみ(公称ひずみ)は600%であった。

疲労試験には平滑材と2種類の人工欠陥付試験片、計3種類の試験片を使用した。人工欠陥付試験片としては、(1)表面直径0.2 mm、深さ0.2 mm程度の表面欠陥付試験片(以下略して表面欠陥材と称する)、(2)全長2 mmの貫通欠陥付試験片(貫通欠陥材)である。前者はドリルにより、また後者は剃刀により導入した。

2.2 疲労試験 疲労試験には電気油圧サーボ式

試験機を用い、2 kNのロードセルを使用した。疲労試験は変位制御で行った。変位制御は図1に示す試験片の上下の金具にねじでアームを装着し、上下アーム間の標点間隔50 mmの変位をストレインゲージ式変位計を用いて測定し、これを変位制御信号とした。このとき試験中の金具の弾性変形はほとんど無視でき、測定された変位は試験片ゴム部の高さ(25 mm)の変形に対応するものとみなせる。

変位条件は片振りとし、変位比 R は0として、種々の最大変位に対して破断繰返し数 N_f を測定した。以下では、負荷条件を図1の試験片ゴム部の高さ(25 mm)を標点間隔としたときの公称ひずみで表す。実験は室温大気中で行い、周波数は0.5~1 Hzである。

2.3 荷重-変位関係の記録 荷重-変位ループをあらかじめ設定した繰返し数ごとにコンピュータを用いて取り込んだ。ループは、設定した繰返し数以降の10ループの平均を採用した。

2.4 き裂長さおよびき裂開口変位の測定 人工欠陥から発生するき裂をビデオマイクロスコープ[スカラ(株)VMS-3000]により観察した。き裂長さの計測は、標線として試験片表面に1 mm間隔で荷重軸方向にけがき線を入れ、それをもとにき裂長さを計測した。き裂は少し蛇行するが、き裂長さは荷重軸に垂直な面へのき裂の投影長とした。なお、き裂長さは除荷時の長さとした。また、開口変位も同時に測定した。

2.5 J 積分の評価法 J 積分はエネルギー法とき裂中央開口変位(Crack-center opening displacement)法の2種類で評価した。

エネルギー法は、き裂長さに対するひずみエネルギーの変化率から J 積分値を求める手法で、 J 積分値とひずみエネルギーの間には次式の関係がある。

$$J = -\left(\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a}\right)_u \dots \dots \dots (2)$$

ここで U はエネルギー、 a はき裂長さ、 B が試験片厚さである。また、エネルギー U はき裂進展中の負荷側の荷重-変位関係より求めた。

一方平板中の小さな貫通き裂の場合、Ramberg-Osgood形の加工硬化をする材料のき裂先端では、 J 積分とき裂中央開口変位 ϕ との間には次の関係が成立する⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

$$J = \beta \sigma \phi \dots \dots \dots (3)$$

ここで係数 β は材料の加工硬化特性の関数、 σ は公称応力である。

一方、表面き裂の場合は、き裂形状と中央き裂開口変位との関係⁽¹¹⁾、ならびにき裂形状と応力拡大係数との関係⁽¹²⁾から、き裂形状の関係である M を用いて次

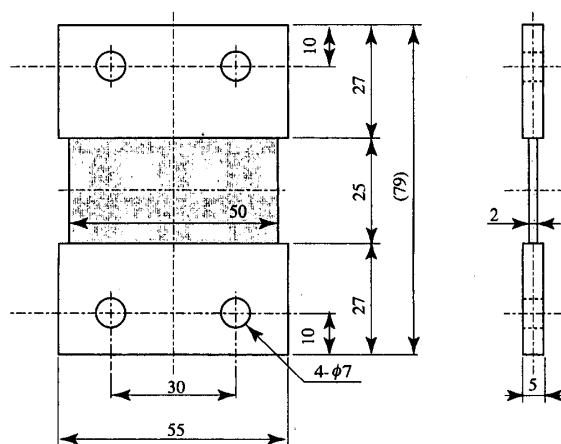


Fig. 1 Fatigue specimen

式で表せる⁽¹³⁾.

$$J = M\beta\sigma\phi \dots\dots\dots(4)$$

ゴム材料に対して式(3)あるいは式(4)が成立するかどうか不明であるが、本研究では、これらの式を基礎とし、係数 β を実験的に決定した。

2・6 破面観察 疲労き裂破面の微視的観察は、電界放射形走査型電子顕微鏡(JEOL FE-SEM 6330 F)を用いて行った。蒸着は行わず、加速電圧は1kVで観察した。

3. 実験結果および考察

3・1 疲労寿命曲線 図2に最大ひずみ ϵ_{max} と破断繰返し数 N_f の関係を示す。ここで、破断繰返し数 N_f は、最大荷重 P_{max} が初期の最大荷重の30%あるい

は50Nまで低下したときの繰返し数としたが、両者の N_f はほぼ一致した。図2には平滑材および表面欠陥材の結果を同時に示した。後者は前者よりやや短めの寿命であるが、両者は大差はない。平滑材の場合の最大ひずみ ϵ_{max} と破断繰返し数 N_f の間には、次式のべき乗則が成立する。

$$N_f = 1.76 \times 10^9 \times \epsilon_{max}^{-2.25} \dots\dots\dots(5)$$

しかし、 $\epsilon_{max}=24\%$ の場合は上式の関係から少しはずれ、破断繰返し数がやや大きくなった。このように最大ひずみ ϵ_{max} が小さくなると、図中の破線で示すように破断繰返し数が大きくなる。

3・2 荷重-変位関係の変化 図3は、 $\epsilon_{max}=88\%$ の最大ひずみを受ける平滑材の繰返し数に対する荷重-変位ループの変化を示す。このときの破断繰返し数 N_f は 7.5×10^4 である。繰返しの初期には荷重-変位ループの形状、最大荷重 P_{max} とともに徐々に変化するが、破断繰返し数付近になると両者とも急激に変化する。

図4は、 $\epsilon_{max}=88\%$ の最大ひずみを受ける平滑材と表面欠陥材の最大荷重 P_{max} と繰返し数の関係である。平滑材の場合、最大荷重は繰返し数とともに徐々に低下するが、ある繰返し数 N_i を境に急激に減少する。ここで初期の荷重低下は繰返し数の対数に対して直線的に生じる。これをA段階とし、その後の急激な荷重低下をB段階と称する。また他のひずみ幅においても同様な傾向を示した。

平滑材においては、疲労寿命 N_f に比べて繰返し数が非常に少ないA段階初期から、き裂が観察される。したがって、A段階での最大応力の低下は、繰返し荷重による材料構造の変化のほか⁽¹⁴⁾、き裂の影響も考え

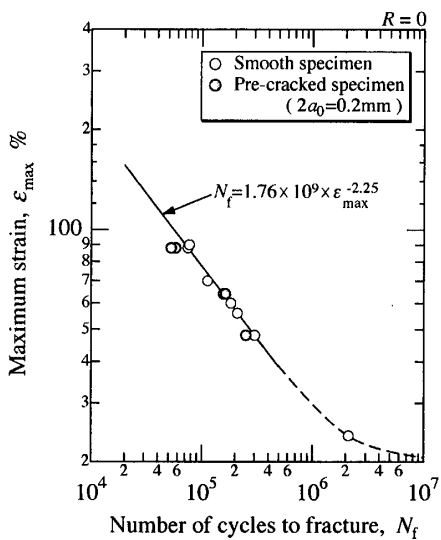


Fig. 2 Relation between maximum strain and number of cycles

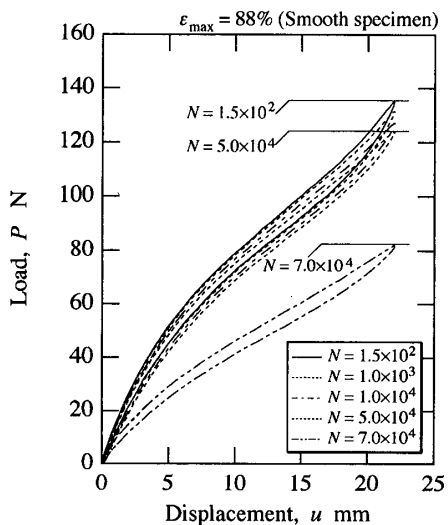


Fig. 3 Change of load-displacement curve with number of cycles for smooth specimen

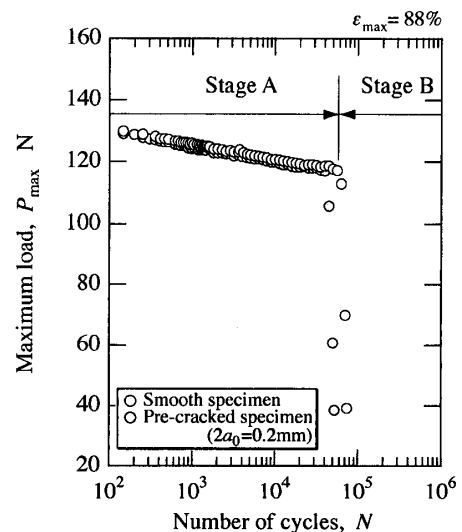


Fig. 4 Change of maximum load with number of cycles

られる。上記の A 段階から B 段階への遷移は、試験片表面のき裂全長が 4 mm 程度の時であり、貫通き裂として急速に進展する時期と一致する。この遷移点は寿命比 (N_i/N_f) で約 80% 程度であった。

また表面欠陥材の場合、図 4 に示すように表面欠陥材における最大荷重 P_{max} と繰返し数 N の関係が平滑材のそれとほぼ一致した。その関係は A 段階と B 段階に分かれ、遷移点は非貫通き裂から貫通き裂への遷移と一致した。また図 2 に示すように、寿命に対する表面人工欠陥の影響はほとんどない。

一方貫通欠陥材においては、A 段階は観察されず、初期から単調に荷重が減少し、B 段階のみが認められた。

3・3 き裂進展挙動 図 5 に $\epsilon_{max}=70\%$ において疲労破断した平滑材のき裂発生・進展の様子を示す。き裂は点 A に存在する自然欠陥からゴム内部を進展し、やがて貫通き裂となり進展した。また、この主き裂以外にも数個のき裂が発生したが、進展したものと進展しなかったものが存在した。つまり平滑材の場合、少ない繰返し数で、材料内部の自然欠陥からき裂が複数個形成され、進展する。そのうち 1~3 個が貫通き裂となり進展し、破壊に至る。図 5 において、貫通き裂が左端まで達した後は、急速にき裂進展し、破

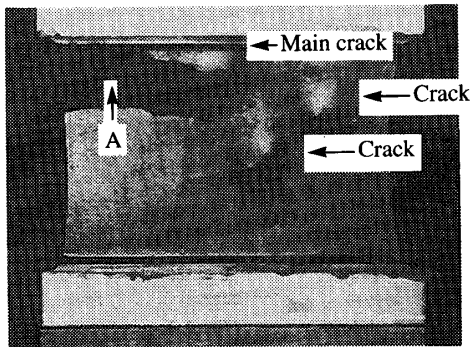


Fig. 5 Cracks in smooth specimens ($\epsilon_{max}=70\%$)

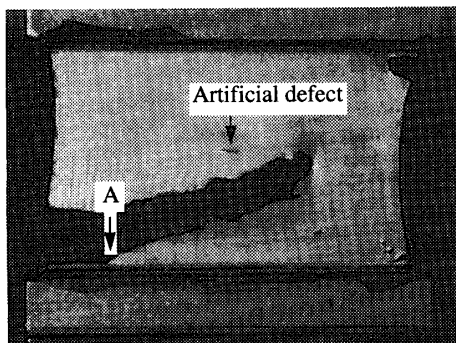


Fig. 6 Cracks in specimens with a defect of 0.2 mm in size ($\epsilon_{max}=88\%$)

断する。そのため、き裂がゴムと金具の接着部から発生した場合はチャック切れとして無効とするが、それ以外は区別せず図 2 に寿命を示した。先に図 4 で示した荷重変化をもとにして定義した疲労の A 段階と B 段階との遷移点は、内部き裂が貫通き裂になるときに对应している。貫通き裂になるとき裂は急激に進展するため、荷重も急激に低下する。また、他の変位条件においても同様の傾向がみられ、 ϵ_{max} が大きくなるほどマクロな貫通き裂の数は多くなる。

表面欠陥材の場合、人工欠陥からき裂は進展するが、このき裂が必ずしも破壊につながらず、自然内在欠陥からのき裂が破壊につながる場合も多く存在した。この傾向は一般に ϵ_{max} が大きい場合に見られた。これは ϵ_{max} が大きくなると応力も高くなり、内在する自然欠陥における J 積分値がき裂進展下限界値 ΔJ_{th} 以上に達するためである。図 6 に $\epsilon_{max}=88\%$ で、人工欠陥ではなく自然欠陥から進展したき裂が破壊をもたらした際の試験片表面写真を示す。試験片表面には表面き裂も多数形成される。このことは、表面人工欠陥の有無が疲労寿命にあまり影響しないことにも対応する。き裂進展データとしては、き裂同士が十分離れた場合のみを採用し以下の検討に使用した。

図 7 は $\epsilon_{max}=64\%$ が作用する場合の、全長 0.2 mm の表面人工欠陥からのき裂進展量と繰返し数の関係である。き裂は初め進展速度を上げながら進展し、き裂長さ(半長)が 2 mm 程度になると急激に進展する。これは初めき裂が表面き裂として進展し、き裂長さが 2 mm 程度になると貫通き裂となって進展するためである。図中の矢印は荷重変化をもとにした A 段階か

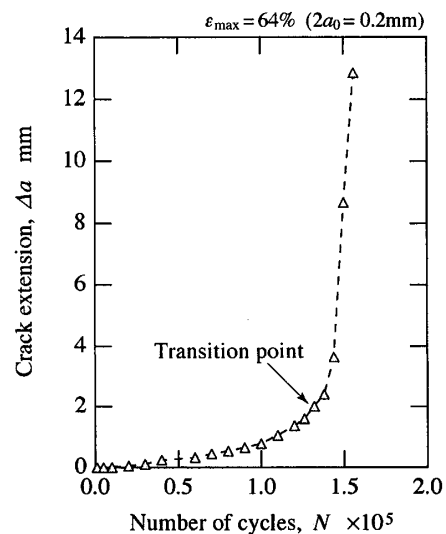


Fig. 7 Fatigue crack propagation curves for pre-cracked specimen ($2a_0=0.2$ mm)

ら B 段階への遷移点であるが、遷移点はき裂が成長し貫通き裂になる場合と一致する。なお他のひずみ幅においても同様な傾向を示した。

一方貫通欠陥材の場合、初めき裂進展速度はやや遅いが、き裂が少し進展すると加速度的に速くなる。この初期の遅延は、後述のように初期のき裂が板厚中央内部から同心円状に進展するためである。

3.4 エネルギー法による J 積分値とき裂進展速度との関係 エネルギー法により求めた J 積分値とき裂進展速度との関係を、式(1)の関係と比較することで、 J 積分の妥当性を検討した。

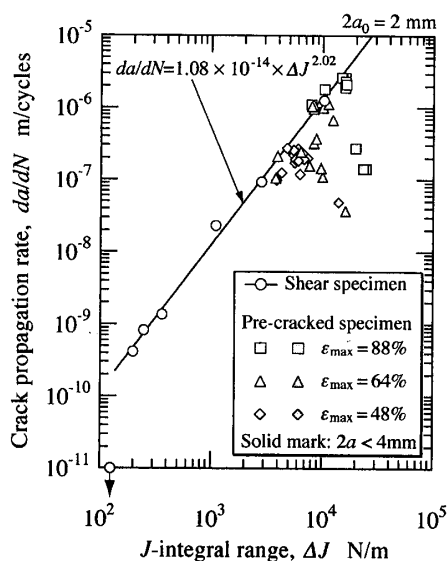


Fig. 8 Relation between crack propagation rate and J -integral range for pre-cracked specimen ($2a_0 = 2$ mm)

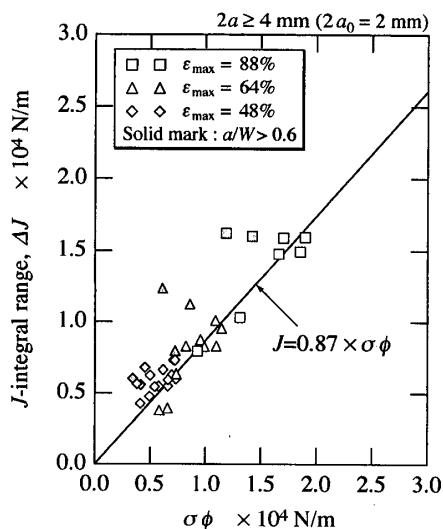


Fig. 9 Relation between J -integral range and crack opening displacement for pre-cracked specimen ($2a_0 = 2$ mm)

表面欠陥材の場合、き裂が貫通き裂となった後では、エネルギー法による J 積分評価を用いることで、式(1)の関係とほぼ一致したが、非貫通き裂の状態では一致しなかった。これは、A 段階でのゴム分子の整合等の構造変化による荷重の低下⁽⁴⁾と複数存在するき裂により、正確な J 積分評価ができないためと考えられる。

貫通欠陥材に関して、エネルギー法で求めた J 積分とき裂進展速度の関係を図 8 に示す。き裂長さは、全長で 3.0~38 mm まで測定した。き裂全長が 4 mm 以上になると式(1)の関係と一致する。したがって、4 mm 以上のき裂に対する J 積分値はエネルギー法により正しく評価されているといえる。なお、き裂進展初期に式(1)と一致しない理由は、き裂が試験片内部で進展し、表面での進展量が小さいためと考えられる。

3.5 開口変位法による J 積分値とき裂進展速度との関係 J 積分は、式(3)に示すように、き裂中央開口変位 ϕ と応力 σ の積に対する比例式で近似される。貫通欠陥材のき裂全長が 4 mm 以上の場合について、エネルギー法によって求めた J 積分と $\sigma\phi$ の関係を図 9 に示す。ここで、応力 σ は最大荷重を初期の断面積で除した値である。図 9 において、き裂長さ a の試験片幅 W に対する比 (a/W) が約 0.6 より小さい場合、変位条件によらず次式が成立することがわかる。

$$J = 0.87 \sigma \phi \quad \dots \dots \dots (6)$$

一方、 $a/W > 0.6$ のき裂に対しては、 J 積分と $\sigma\phi$ の

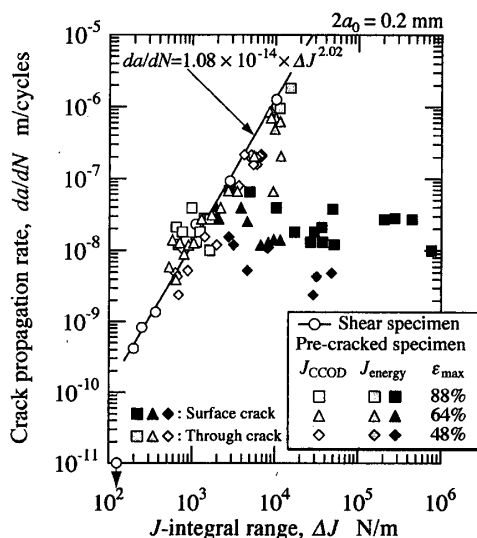


Fig. 10 Relation between crack propagation rate and J -integral range for pre-cracked specimen ($2a_0 = 0.2$ mm)

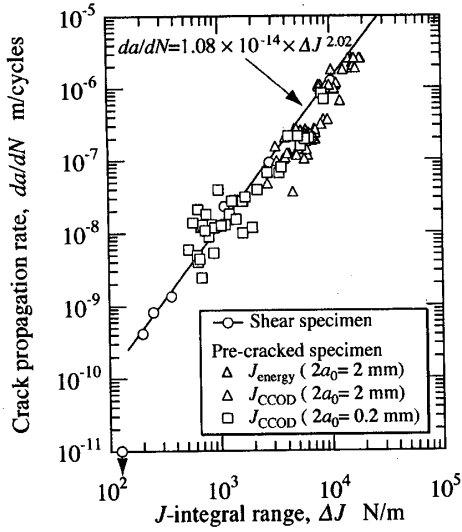
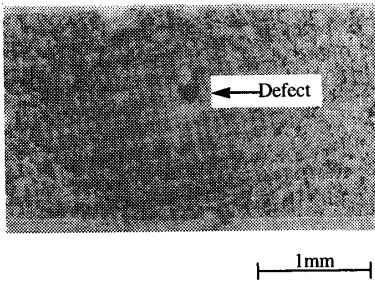


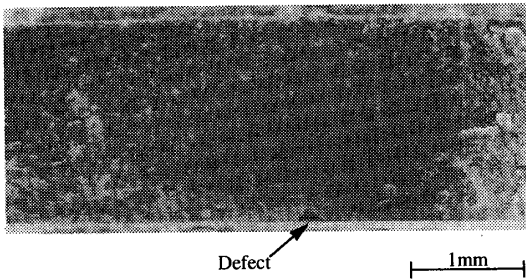
Fig. 11 Relation between crack propagation rate and J -integral range for pre-cracked specimen

関係が式(6)の関係からはずれる。これはリガメントが小さくなり有限幅の影響が現れたためと考えられる。

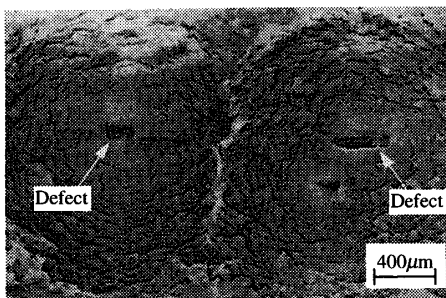
表面欠陥材に対して、開口変位から J 積分を評価するためには、式(4)中の M を決定する必要がある。き裂はほぼ同心円状に進展する(後述)ため、き裂形状を半円と仮定した。また、半長が2 mm 以上のき裂は貫通き裂とした。図10にエネルギー法およびき裂開口変位法により評価した J 積分値とき裂進展速度との関係を示す。また、式(1)の関係を実線で示した。図において、き裂開口変位法による J 積分値 J_{CCOD} とき裂進展速度の関係は、き裂の非貫通、貫通によらず式(1)と一致する。一方、エネルギー法による J 積分値 J_{energy} とき裂進展速度の関係は、図中の黒印で示されるき裂半長が約2 mm 以下の短いき裂に対して



(a) Fracture from an internal defect ($\epsilon_{max}=60\%$)

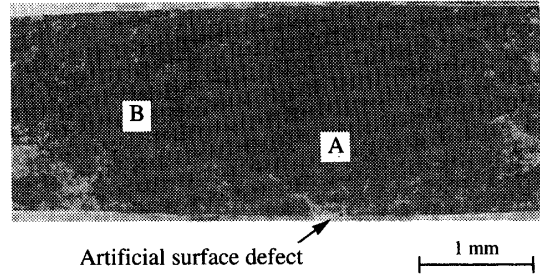


(b) Fracture from a surface defect ($\epsilon_{max}=24\%$)



(c) Fracture from neighboring defect ($\epsilon_{max}=88\%$)

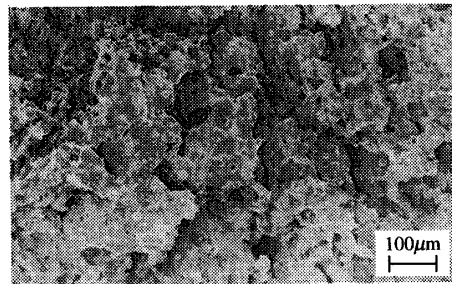
Fig. 12 Fracture surface of smooth specimens



(a) Crack propagation from an artificial surface defect of 0.2 mm in diameter



(b) Enlargement of A (fracture surface near an artificial defect)



(c) Enlargement of B (fracture surface far from an artificial defect)

Fig. 13 Fracture surface of the specimen with an artificial surface defect of 0.2 mm in diameter ($\epsilon_{max}=64\%$)

は式(1)と一致せず、薄塗り印で示される約2 mm以上のき裂に対してはほぼ一致する。これは繰返し初期における構造変化による最大荷重の低下などき裂進展以外でのエネルギー低下や、人工欠陥以外から発生するき裂によるエネルギー低下が重なり合っているため、単一のき裂エネルギー変化を厳密に評価していないためである。

以上より、表面欠陥材でき裂長さが $0.4 \text{ mm} < 2a < 30 \text{ mm}$ では中央開口変位をもとにした J 積分評価を、一方貫通欠陥材では、き裂長さが $4 \text{ mm} < 2a < 42 \text{ mm}$ で中央開口変位およびエネルギー法による J 積分評価を行い、これとき裂進展速度の関係を図11に示す。 J 積分とき裂進展速度の関係が式(1)でよく近似されている。

3.6 破面観察 図12は平滑材の疲労破面のSEM写真で、破壊起点近傍を示している。図12(a)は $\epsilon_{\max}=60\%$ の場合で、厚さ中央部の約 $150 \mu\text{m}$ 程度の円形状自然欠陥から発生したき裂が進展してできた破面である。起点近傍で平坦な破面であり、き裂は円形状欠陥を中心とする同心円状に進展している。さらにき裂が進展して貫通き裂になると、粗い破面が形成されている。図12(b)は $\epsilon_{\max}=24\%$ の疲労破面で、表面の自然欠陥からき裂が半円状に進展し、後に貫通き裂となっている。図12(a)のときと同様、貫通き裂となってからは、形成される破面が粗くなっている。図12(c)は高いひずみ負荷 $\epsilon_{\max}=88\%$ での疲労破面である。このように、高いひずみ負荷においては複数個の欠陥から発生したき裂が重なり合って進展する場合も存在した。ただ破面形態の特徴は図12(a), (b)と同様であった。破壊起点となる自然欠陥は、図12に示すように成形後材料中に存在する穴(気孔)である。

一方、図13(a)は表面の人工欠陥からのき裂進展した場合の破面で、図12(b)の場合と同様、き裂は人工欠陥から同心円状に進展している。またA付近の人工欠陥近傍のき裂破面を図13(b)に、B付近のき裂破面を図13(c)に示す。両者を比較すると、A付近の破面の凹凸の程度が小さいことがわかる。この破面の凹凸形状の変化点は、き裂が人工欠陥と反対側のゴム表面に到達し、貫通き裂となるところである。したがって欠陥側のゴム表面から観察したき裂は初め徐々に進展し、そのき裂全長が4 mm程度になると、き裂は反対側に貫通し、ここからき裂進展速度が急激に上昇すると考えられる。また、他の最大ひずみの破面形態においても同様な破面が観察された。

以上のような表面欠陥材の破面状態の特徴は平滑材

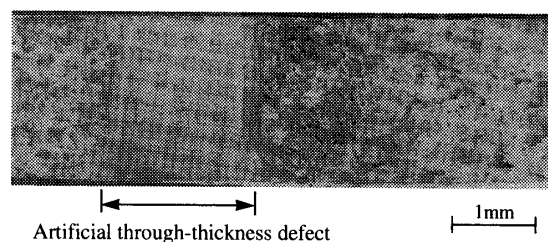


Fig. 14 Fracture surface of the specimen with an artificial through-thickness defect of 2 mm in length ($\epsilon_{\max}=88\%$)

の破面状態の特徴とほぼ一致している。

図14は、貫通欠陥材の破面のSEM写真である。A付近のき裂進展初期は、その進展速度が小さく破面の凹凸の単位は小さいが、B付近のき裂進展速度が高い領域では、破面の凹凸の単位も大きい。き裂進展は、まず板厚中央からやや同心円状に進展し、その後安定的なき裂前縁形状を保ちながら成長することが確認される。

4. 結 言

(1) 平滑材の疲労寿命は、最大ひずみが48%程度以上では次式のべき乗則によって表される。

$$N_f = 1.76 \times 10^9 \times \epsilon_{\max}^{-2.25}$$

しかし、最大ひずみが24%まで小さくなると上式の関係からはずれて長寿命となる。

(2) 平滑材の疲労においては、材料中の寸法が0.1~0.2 mm程度の内在欠陥からき裂が進展し、そのうちの1~3個のき裂が貫通き裂となり急激に進展する。また、寸法が0.2 mm程度の表面人工欠陥の寿命への影響はほとんどない。

(3) ゴムの疲労過程は、ゴムのバネ定数(最大荷重を最大変位で除した値)が徐々に低下するA段階、および急激に低下するB段階に分けられる。このA段階とB段階の遷移は破断繰返し数の約80%において現れ、この遷移はき裂が非貫通から貫通き裂への遷移に一致する。

(4) 平滑材に発生したき裂や小さい欠陥からのき裂の進展速度も、適切な J 積分評価法を用いることで整理でき、せん断試験片の場合と同じべき乗則が成立する。

本研究の試験片の製作をしていただいた東海ゴム工業(株)、および研究の遂行において種々の有益な助言をいただいた同社研究開発本部・橋本和信次長に感謝する。

文 献

- (1) Lake, G. J., *Rubber Chemistry and Technol.*, **45** (1972), 309-328.
- (2) 深堀美英, 日本ゴム協会誌, **58-10** (1985), 625-633.
- (3) Thomas, A. G., *J. Polymer Sci.*, **31** (1958), 467-480.
- (4) Rivlin, R. S. and Thomas, A. G., *J. Polymer Sci.*, **10** (1953), 291-318.
- (5) Rice, J. R., *J. Appl. Mech.*, **35** (1968), 379-386.
- (6) 田中啓介・秋庭義明・伊藤和之・江上登, 材料, **49-4** (2000), 440-447.
- (7) Gent, A. N., Lindley, P. B. and Tomas, A. G., *J. Appl. Polymer Sci.*, **8** (1964), 455-466.
- (8) Lake, G. J. and Lindley, P. B., *J. Appl. Polymer Sci.*, **8** (1964), 707-721.
- (9) Shih, C. F., *J. Mech. Phys. Solids.*, **29-4** (1981), 305-326.
- (10) 星出敏彦・山田晃・田中啓介, 材料, **32-356** (1983), 528-534.
- (11) Ravichandran, K. S. and Larsen, J. M., *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, **16-8** (1993), 909-930.
- (12) Newman, J. C., Jr. and Raju, I. S., NASA Technical Paper 1578 (1979).
- (13) 星出敏彦・田中啓介, 機論, **48-433, A** (1982), 1102-1110.
- (14) 藤本邦彦, 日本ゴム協会誌, **49-12** (1976), 867-882.