

## モード I き裂を有する長繊維強化複合材料における塑性領域の 弾塑性有限要素法解析\*

來海博央<sup>\*1</sup>, 田中拓<sup>\*2</sup>  
佐藤敏弘<sup>\*3</sup>, 田中啓介<sup>\*2</sup>

### Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Plastic Zone in Cracked FRP under Mode I Loading

Hirohisa KIMACHI<sup>\*4</sup>, Hiroshi TANAKA,  
Toshihiro SATOH and Keisuke TANAKA

<sup>\*4</sup> Nagoya University, Dept. of Mechanical Engineering,  
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi, 464-8603 Japan

An elastic-plastic stress analysis was conducted for inhomogeneous fiber-reinforced plastic (FRP) containing a mode I matrix crack by means of the finite element method. The inhomogeneous FRP was modeled as a two-dimensional laminated structure composed of elastic-perfectly plastic matrix, orthotropic elastic fiber and homogeneous FRP. The extent and the shape of the yielding zone around the crack tip for the inhomogeneous FRP were compared to those for the unreinforced matrix material. Under the same value of the matrix stress intensity factor,  $K_{I_m}$ , the length of the plastic zone ahead of the crack tip,  $\omega_x/d_m$ , for the inhomogeneous FRP was nearly equal to that for the unreinforced matrix material in the range of  $K_{I_m} \leq 0.7 \sigma_Y (\pi d_m)^{1/2}$ , where  $\sigma_Y$  is the yield stress of the matrix material and  $d_m$  is the height of the matrix phase in the inhomogeneous FRP. In the range of  $K_{I_m} > 0.7 \sigma_Y (\pi d_m)^{1/2}$ ,  $\omega_x/d_m$  for the inhomogeneous FRP was larger than that for the unreinforced matrix material. The plastic zone height,  $\omega_y/d_m$ , is nearly identical between inhomogeneous FRP and unreinforced matrix material. A simple method is proposed to estimate the height and the length of the plastic zone in the inhomogeneous FRP from the elastic stress distribution in the inhomogeneous FRP.

**Key Words:** Composite Material, Finite Element Method, Stress Intensity Factor, Crack-Tip Plastic Zone, Elastic-Plastic Analysis, Inhomogeneous Composite Model, Mode I, Matrix Stress Distribution

### 1. 緒 言

長繊維強化複合材料(FRP: Fiber-Reinforced Plastics)を一次構造部材として使用する場合、層間強度の向上が課題の一つである。層間破壊靱性は、マトリックスの高靱性化をはかることによって向上するが、この向上の程度は低靱性FRPで大きく、高靱性FRPの靱性はさほど上昇しないことが知られている<sup>(1)(2)</sup>。この原因は、マトリックスの靱性がある程度以上になると層間での塑性変形が上下の繊維に阻止され、塑性域の拡大が拘束されるためと説明されている。さらに、層間破壊靱性を向上させる手法として、層間にマトリックスより高靱性な樹脂層を挿入したり、層間を樹脂過多領域にする方法などが検討されている<sup>(3)-(5)</sup>。これらの場合においても、き裂先端での塑

性変形が上下の繊維で拘束されている限り層間樹脂層厚さとともに靱性は向上するが、ある層間樹脂層厚さ以上になると塑性域が繊維に阻止されず、靱性値は層間樹脂層厚さに依存しなくなると報告されている<sup>(3)</sup>。一方、複合材料中の疲労き裂進展においては、き裂先端塑性域が大きく発達した場合、繊維/マトリックス界面の強度が低下し、疲労き裂進展特性の低下につながる<sup>(6)</sup>とされている。

以上のように、FRPの層間き裂の進展挙動は、き裂先端近傍での塑性域に大きく支配されているため、その拡大挙動を把握することは、FRPのき裂進展特性の向上に不可欠である。このため、モード I 層間き裂先端の塑性域を検討した研究も行われている<sup>(5)(7)-(9)</sup>。Ozdilら<sup>(5)</sup>は、き裂を有する層間樹脂層をFRP複合材料で狭んだ三層構造のDCB試験片を用いて、層間厚さとき裂先端塑性域寸法を弾性解析により検討している。この解析ではき裂先端の塑性域寸法を、弾性のき裂先端特異応力場を用いて塑性域寸法を評価している点で不十分であり、かつFRP層の塑性変形は考慮されていない。同様な塑性域評価は、Crickら<sup>(7)</sup>によ

\* 原稿受付 1999年4月2日。

<sup>\*1</sup> 准員, 名古屋大学大学院 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。

<sup>\*2</sup> 正員, 名古屋大学工学研究科。

<sup>\*3</sup> 名古屋大学大学院。

E-mail: h\_tanaka@mech.nogoya-u.ac.jp

って CF/PEEK 中の繊維を越えた変形に対しても適用されている。一方, Crews ら<sup>(8)(9)</sup> は不均質 FRP の三次元モデルで弾性解析を行っており, それから Mises 条件で評価した塑性域は, 同一のエネルギー解放率  $G$  において, マトリックス単体より FRP のほうが大きいことが報告されている。さらに, Dubois ら<sup>(10)</sup> は, ベクトル計算機を用いた大掛かりな三次元弾塑性解析により不均質 FRP のき裂先端塑性域について検討し, やはり塑性変形は複合材料のほうが広がることを報告している。以上のように, ある特定荷重下での塑性域形状の比較・検討はなされているものの, FRP 中のき裂先端からの塑性域の発達過程に関しては充分明らかになったとは言いがたく, その簡便評価法も明確ではない。

そこで本研究では, FRP が本来有している繊維相とマトリックス相の不均質性を考慮したメゾメカニックス的アプローチを用いて解析を行った。前報<sup>(11)</sup> においては, マトリックス相にモード I き裂を有する FRP 不均質体モデルに対して境界要素法により弾性応力分布を明らかにした。本研究においては同じモデルを用いて二次元有限要素法 (FEM: Finite Element Method) により弾塑性解析を行った。そこで, き裂先端からの塑性域の拡大過程の特徴を明らかにするとともに, FRP 不均質体モデルの弾性応力分布を基にした塑性域寸法の簡便予測法を検討した。

## 2. 解析方法

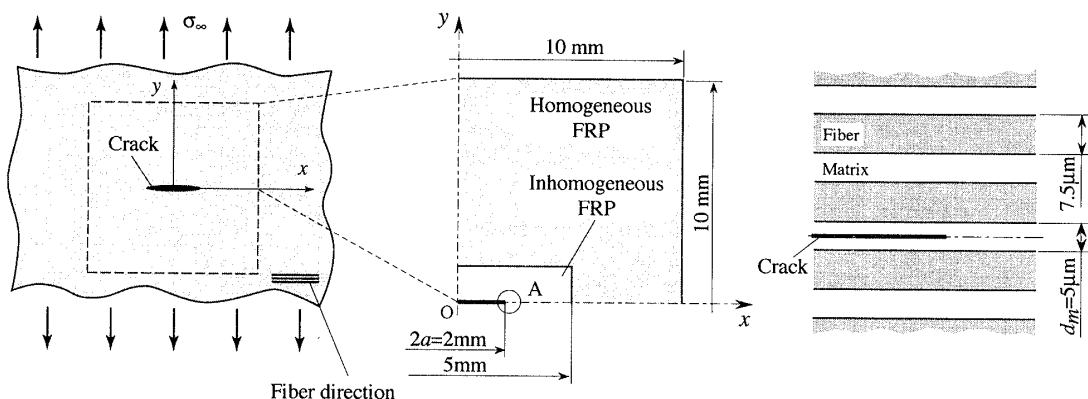
**2.1 材料定数** 解析に用いた材料定数を表 1 に示す。マトリックス相はエポキシなどの熱硬化性樹脂を想定し, 降伏応力  $\sigma_v = 80$  MPa の弾完全塑性体とした。本来エポキシなどの熱硬化性樹脂の応力-ひずみ曲線は非線形性を示すが, 本解析では計算を容易にするため, この曲線を弾完全塑性体近似した。その結果

として得られる傾向に大きな違いを生ずるものではないと考えられる。一方樹脂の降伏は, エポキシなどの熱硬化性樹脂に対しては応力の偏差成分が支配するため Mises の降伏条件が用いられるが, PEEK 樹脂などの熱可塑性樹脂に対しては静水圧応力成分の影響が出てくる傾向がある<sup>(5)(8)(9)</sup>。本研究では簡単のため Mises の降伏条件を用いた。一方, 繊維相は中弾性炭素繊維を想定し, この繊維相および均質 FRP 部分は直交異方性弾性体とした。ここで, 均質 FRP の弾性定数は, 繊維の体積含有率 60% として複合則 (二次元) により求めた。

**2.2 有限要素解析** 図 1 に数値解析に用いた二次元 FEM モデルを示す。中央き裂を有する FRP 無限板が  $y$  軸方向に一様引張応力  $\sigma_\infty$  を受ける場合について考える [図 1(a)]。この無限板から, 図 1(b) のようなき裂を含む正方形領域を抜き出し, 対称性を利用して 4 分の 1 の部分だけを有限要素法で解析した。有限要素解析に用いたプログラムは, 汎用有限要素法ソフト MARC KVer. 6.1 である。解析領域は, 不均質 FRP 部分の周囲を均質 FRP で囲んだ構造となっており, この境界部分は, 変位場の連続性が保たれている。不均質 FRP 部分はマトリックス相 19 層と繊維相 18 層が交互に重なり, 繊維/マトリックス界面は

Table 1 Mechanical properties of fiber, matrix and homogeneous FRP for FEM analysis

Graphite fiber (Orthotropic)	Matrix (Isotropic)	Homogeneous FRP
$E_{f1} = 295$ (GPa)	$E_m = 3.5$ (GPa)	$E_1 = 178.8$ (GPa)
$E_{f2} = 17.5$ (GPa)		$E_2 = 7.1$ (GPa)
$G_{f12} = 15$ (GPa)		$G_{12} = 2.8$ (GPa)
$\nu_{f12} = 0.30$		$\nu_{12} = 0.31$
$\nu_{f23} = 0.50$		$\nu_{23} = 0.55$
	$\nu_m = 0.35$	



(a) Crack in an infinite plate of composite (b) Area for finite element analysis (c) Detail of A

Fig. 1 Inhomogeneous FRP model for FEM analysis

完全固着とした。この19層のマトリックス相の内、中央のマトリックス相の中心に長さ  $2a$  のき裂を配した。また各寸法は、マトリックス相の高さ  $d_m$  を  $5\mu\text{m}$  としたときの値であり、繊維相高さは  $7.5\mu\text{m}$  (繊維の体積含有率 60%) とした。前報<sup>(1)</sup> により繊維の体積含有率 60% の場合、マトリックスの弾性応力分布は長さ  $a/d_m \geq 50$  で充分長いき裂として扱えることが明らかになった。そこで本研究では長いき裂を想定し、き裂長さを  $a/d_m=200$  に相当する  $2a=2\text{mm}$  として解析を行った。そのき裂先端近傍の詳細を図1(c)に示す。解析は平面ひずみ状態で行い、境界条件はき裂を含む直交異方性均質無限板が  $y$  方向に一樣応力  $\sigma_\infty$  を受ける場合に相当する応力を、解析領域の周囲に与えた。また、一樣応力  $\sigma_\infty$  を受ける場合、不均質FRPのマトリックス相中のき裂先端での応力拡大係数  $K_{I_m}$  は、

$$K_{I_m} = F_I \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \dots\dots\dots (1)$$

となり、表1の材料定数に対しては  $F_I=0.63$  となる<sup>(1)</sup>。

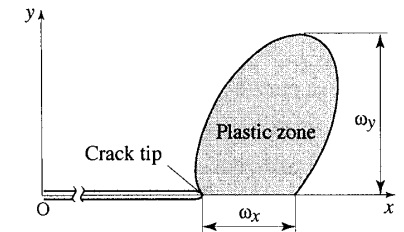
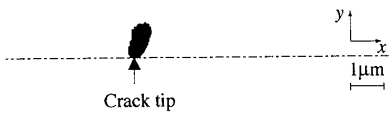
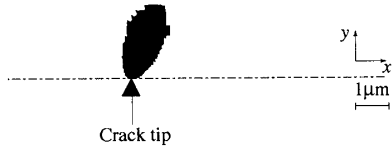


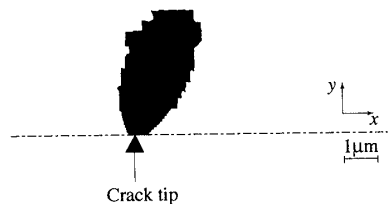
Fig. 2 Definition of plastic zone sizes



(a)  $K_{I_m}=0.20\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ,  $\sigma_\infty/\sigma_Y=0.044$



(b)  $K_{I_m}=0.28\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ,  $\sigma_\infty/\sigma_Y=0.063$



(c)  $K_{I_m}=0.37\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ,  $\sigma_\infty/\sigma_Y=0.082$

Fig. 3 Plastic zone around crack tip for unreinforced matrix material (elastic-perfectly plastic)

なお比較のため、同じ要素分割を用いてマトリックス材料単体に対しても同様の弾塑性解析を行った。この場合、一樣応力  $\sigma_\infty$  を受けるマトリックス単体での応力拡大係数  $K_{I_m}$  は次式で与えられる。

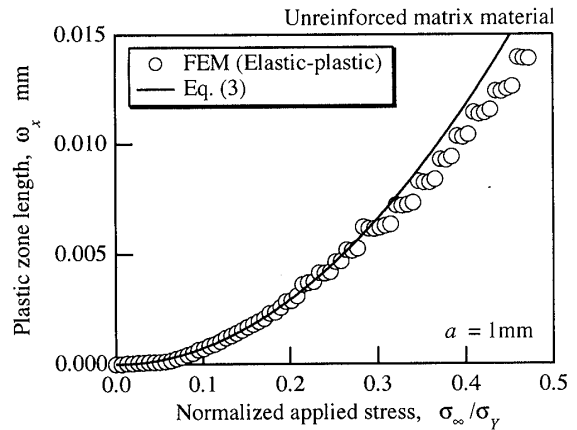
$$K_{I_m} = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \dots\dots\dots (2)$$

3. 解析結果および考察

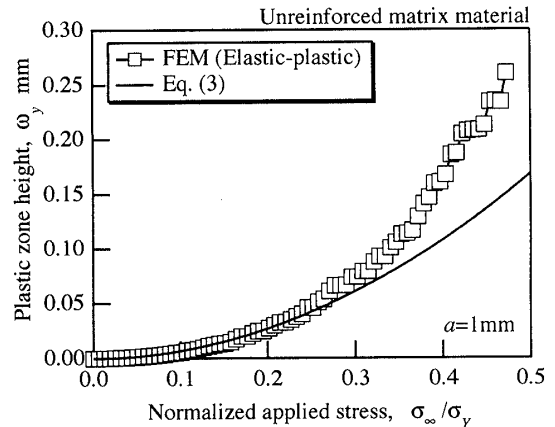
3.1 マトリックス材料単体の弾塑性解析

図2に、塑性域寸法の定義を示した。塑性域寸法  $\omega_x$  は塑性域と  $x$  軸との交点、塑性域寸法  $\omega_y$  は  $y$  軸方向へ最も塑性域が発達した点の  $y$  座標とした。本研究では前者を塑性域長さ、後者を塑性域高さと呼ぶ。

図3(a)~(c)に、マトリックス材料単体における塑性域拡大の様子を示した。各図の負荷応力拡大係数の値は順に  $K_{I_m}=0.20, 0.28, 0.37\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  である。解析条件が平面ひずみ状態であるため、塑性域は  $x$  軸方向よりも  $y$  軸方向へ著しく成長した縦長となり、 $K_{I_m}$  の値によらずほぼ相似形となることがわかる。



(a) Plastic zone length  $\omega_x$  vs. applied stress



(b) Plastic zone height  $\omega_y$  vs. applied stress

Fig. 4 Change in plastic zone size with applied stress for unreinforced matrix material

図 4(a) と (b) にはそれぞれ、縦軸に塑性域長さ  $\omega_x$  と塑性域高さ  $\omega_y$  を、横軸に荷重応力  $\sigma_\infty$  を降伏応力  $\sigma_Y$  で無次元化した値をとった。また、均質体モデルに基づくマクロ破壊力学では、塑性域寸法はマクロ応力拡大係数  $K_{I_m}$  を用いた次式で近似されることが多い<sup>13)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{\alpha_x}{\pi} \left( \frac{K_{I_m}}{\sigma_Y} \right)^2 \\ \omega_y &= \frac{\alpha_y}{\pi} \left( \frac{K_{I_m}}{\sigma_Y} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで  $\sigma_\infty/\sigma_Y \leq 0.239$  の範囲で近似した場合、 $\alpha_x = 0.0735$ ,  $\alpha_y = 0.673$  となった。この関係を図中に実線で示す。

$\omega_x, \omega_y$  は荷重とともに式 (3) に従って拡大するが、 $\sigma_\infty/\sigma_Y$  が 0.25 以上では、式 (3) より  $\omega_x$  は小さく、 $\omega_y$  は大きくなる傾向がある。

3.2 FRP 不均質体モデルの弾塑性解析

3.2.1 塑性域の拡大 図 5(a)~(f) には、マトリックス相におけるき裂先端からの塑性域の拡大を示し、それぞれの荷重応力拡大係数は  $K_{I_m} = 0.20, 0.28, 0.34, 0.37, 0.65, 0.93 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  である。

図 5(a) のように  $K_{I_m} = 0.20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  付近までは、塑性域形状がマトリックス単体の場合 (図 3) と類似している。しかし、 $K_{I_m} = 0.28 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  付近になると、き裂先端直上の繊維/マトリックス界面近傍まで塑性域が拡大して図 5(b) のようになる。これは、図 5(b) の左側にあるき裂が開口するため、き裂先端直上の繊維は下に凸の強い曲げ変形を受ける。この結果、界面近傍のマトリックスには  $x$  方向に強い応力がかかり、塑性変形が拡大する原因になると考えられる。

次に、塑性域が界面まで到達すると、上への拡大が阻止され  $x$  軸方向に塑性域が広がる [図 5(c)]。特に、き裂先端から右側上方に広がった塑性域部分は下方に向かって拡大し、 $K_{I_m} = 0.34 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  では  $x$  軸に到達する。 $K_{I_m} = 0.30 \sim 0.35 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  の範囲では、周囲を塑性域に囲まれた弾性域が島として残される。この孤立した弾性域は  $K_{I_m} = 0.37 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  付近でなくなり、マトリックス高さ全域に広がった塑性域は  $x$  軸方向に拡大する。図 5(e), (f) には塑性域の上方への拡大を示した。図 5(e) の荷重  $K_{I_m} = 0.65 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  付近では、繊維層を飛び越えマトリックス第二層において塑性域が発生している。その発生場所は、第二層の上側の繊維/マトリックス界面寄りに発生していることがわかる。

そして、塑性域はマトリックス第二層の繊維方向に

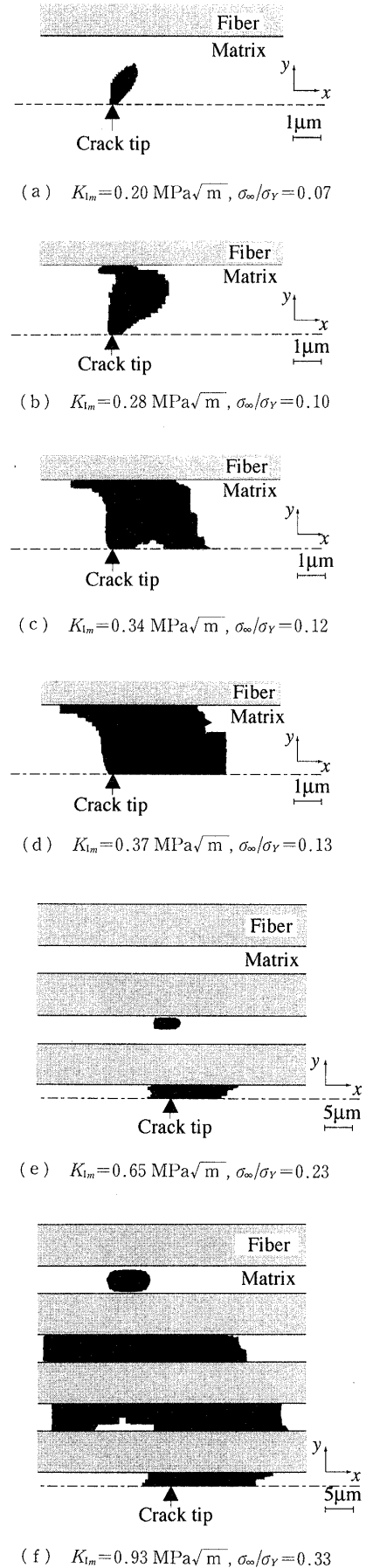
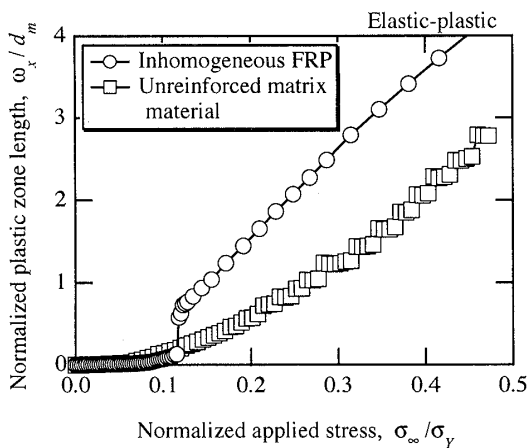


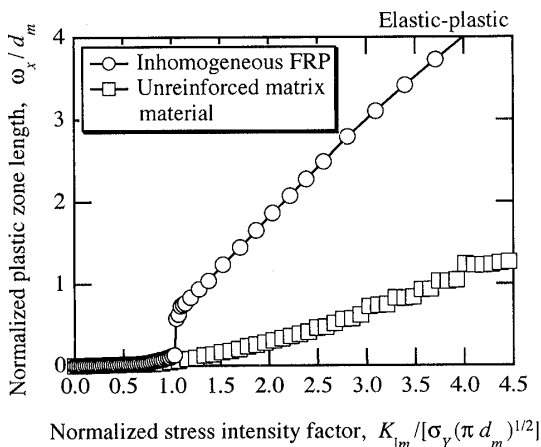
Fig. 5 Plastic zone around crack tip for inhomogeneous FRP (elastic-perfectly plastic)

拡大を始める。この間、マトリックス第一層(き裂を含む層)での塑性域の  $x$  軸方向への拡大は抑制される。同様に、塑性域はマトリックス第二層から第三層へ拡大し、負荷  $K_{I_m}=0.93 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  付近ではマトリックス第四層まで塑性域が拡大する。 $x$  軸方向へはマトリックス第一層(き裂を含む層)の塑性域に比べ、第二層における塑性域のほうが  $x$  軸方向へ大きく拡大している。また、マトリックス第一層での塑性域に比べ、第二層、第三層のほうがき裂面側へ大きく拡大していることもわかる。これは、マトリックス第一層のき裂先端左側のき裂面上では応力が解放されるため、塑性域が発達しない。

このような塑性域の発達過程の解析では三次元解析が最も正確であるが、解析の困難さや時間など効率面を考慮して本研究では二次元解析を行った。この二次元モデルは三次元モデルの厚き方向への平均化したモデルとしてとらえることができる。Dubois ら<sup>(10)</sup> が示



(a) Plastic zone length vs. applied stress



(b) Plastic zone length vs. stress intensity factor

Fig. 6 Comparison of plastic zone length between inhomogeneous FRP and unreinforced matrix material

したき裂面に最も近い繊維部分での三次元的な塑性域の回り込みはこのモデルでは表現できないが、き裂面から離れた繊維間のマトリックス相に塑性域が発達する傾向などは二次元モデルによりある程度近似できることがわかる。また本解析では、繊維/マトリックス界面が完全固着という条件下で解析を行っているため、マトリックスの強度よりも十分強い界面強度を持つ複合材料中の塑性域の拡大過程を示したものと考えられる。図5で示した結果は、Crick ら<sup>(7)</sup>あるいはJordan ら<sup>(12)</sup>が示した複合材料中の層間にはく離き裂先端からの損傷領域が繊維を越えて発達する様子に対応する。

**3・2・2 塑性域寸法** 図6では、塑性域長さ  $\omega_x$  を不均質FRPモデルとマトリックス材料単体で比較した。図6(a)は同じ負荷応力  $\sigma_\infty/\sigma_Y$  を与えた場合である。負荷応力がごく小さい場合、塑性域長さ  $\omega_x$  はマトリックス材料単体のほうが大きくなる。これは、同じ負荷応力  $\sigma_\infty$  に対する応力拡大係数  $K_{I_m}$  が、式(1)で示されるようにマトリックス単体のほうが大きくなるためである。しかし、 $\sigma_\infty/\sigma_Y=0.13$  付近で不均質FRPモデルの塑性域が急激に拡大し、その後はFRPのほうが2倍ほど大きくなる。

一方図6(b)は、同じマトリックス相応力拡大係数  $K_{I_m}$  を与えた場合で、横軸にマトリックス相応力拡大係数  $K_{I_m}$  を  $\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$  で無次元化した値をとった。応力拡大係数  $K_{I_m}$  がごく小さい場合は、不均質FRPとマトリックス単体の塑性域長さ  $\omega_x$  がほぼ一致する。これは、応力拡大係数  $K_{I_m}$  が等しければ、不均質FRPのマトリックス相とマトリックス単体の特異応力場が完全に同一となり、応力拡大係数  $K_{I_m}$  がごく小さいときにはこの特異応力域に比べ、塑性域が小さい範囲に

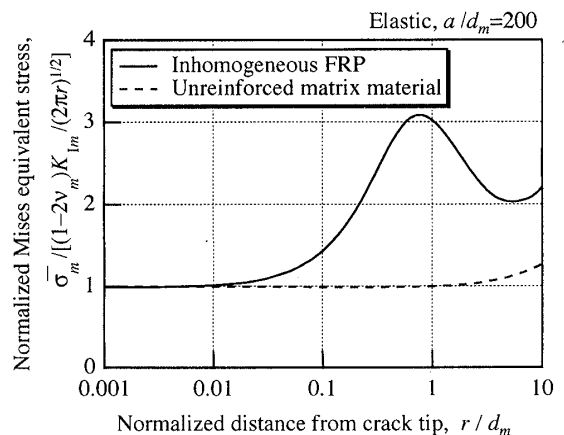
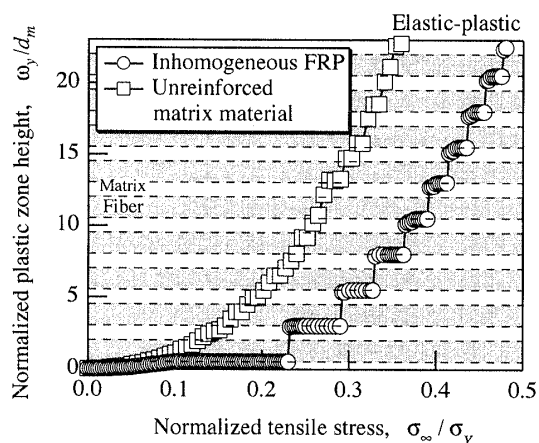


Fig. 7 Mises equivalent stress distribution for inhomogeneous FRP and unreinforced matrix material

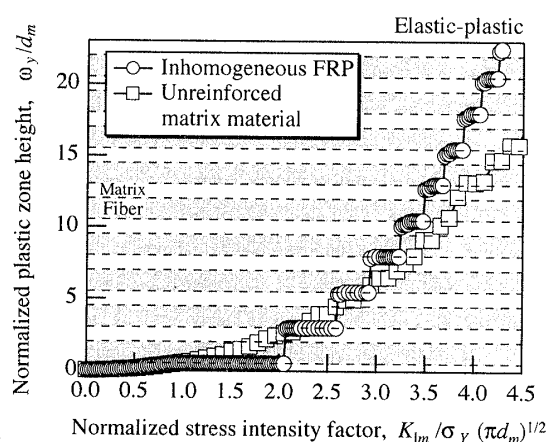
取まっているためである。 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$  が 0.7 を越えると、徐々に FRP の塑性域のほうが大きくなり、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} = 1.1$  程度で FRP の塑性域は急激に拡大する。この原因は図 7 に示す弾性解析における Mises の相当応力  $\bar{\sigma}_m$  の分布から次のように定性的に説明できる。応力分布が  $r^{-1/2}$  の特異項で近似できる  $K_m$ -field 領域は、不均質 FRP モデルのほうが極めて小さく ( $r_{km}/d_m = 0.045$ )、 $K_m$ -field 領域の範囲外での応力は非特異項により急激に大きくなる<sup>(11)</sup>。したがって、不均質 FRP モデルでの塑性域  $\omega_x$  が、マトリクス単体の特異応力場から得られる塑性域長さ  $\omega_x$  よりも拡大するのは明らかである。さらに、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} = 3.0$  の付近で比べると、FRP の  $\omega_x$  はマトリクス材料単体の約 4 倍程度となっている。したがって、同じ応力拡大係数  $K_{I_m}$  で比較すると、繊維の充てんによって  $x$  軸方向への塑性域の拡大が助長される。

図 8 は塑性域高さ  $\omega_y$  を FRP 不均質体モデルとマトリクス単体で比較したもので、図 8(a) は同じ負荷応力  $\sigma_\infty/\sigma_Y$  を与えた場合である。負荷応力が小さいところでの塑性域高さ  $\omega_y$  は、不均質 FRP よりマトリクス材料単体のほうが大きくなる。これは、式 (1) で示されるように同じ負荷応力  $\sigma_\infty$  に対してマトリクス単体の応力拡大係数  $K_{I_m}$  が不均質 FRP より大きくなるためである。ついで、最もき裂に近い繊維/マトリクス界面まで塑性域が到達した後は、塑性域が界面で一時的に阻止され、不連続に拡大・停留を繰り返す。不均質 FRP とマトリクス単体で塑性域高さを比較すると、マトリクス単体のほうが大きくなる。

図 8(b) では同じ応力拡大係数  $K_{I_m}$  を与えたときの  $\omega_y$  を FRP 不均質体モデルとマトリクス単体で比較した。応力拡大係数  $K_{I_m}$  がごく小さい範囲では、不均質 FRP とマトリクス単体とで塑性域高さ  $\omega_y$  がほぼ一致する。これは先に述べたように、応力拡大係数  $K_{I_m}$  が等しければ、両者の特異応力場が完全同一となるためである。不均質体モデルでは、繊維/マトリクス界面まで塑性域が到達すると、塑性域の拡大が界面で一時的に阻止され、不連続に拡大・停留を繰り返す。しかしながら、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} < 3.0$  範囲を平均的に見ると FRP 不均質体モデルとマトリクス単体で  $\omega_y$  にさほど差はなく、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$  が 3.0 以上では不均質 FRP モデルのほうが大きくなる。このことから、同じ応力拡大係数  $K_{I_m}$  で比較すると、高さ方向への塑性域の拡大に対して繊維はさほど大きな阻止効果を及ぼさないことがわかる。



(a) Plastic zone height vs. applied stress



(b) Plastic zone height vs. stress intensity factor

Fig. 8 Comparison of plastic zone height between inhomogeneous FRP and unreinforced matrix material

図 9 は、不均質 FRP とマトリクス単体の塑性域の有効高さの比較で、縦軸に塑性域の有効高さ  $\omega_{y, \text{eff}}$ 、横軸にエネルギー解放率を降伏応力  $\sigma_Y$  の二乗で割った値をとった。不均質 FRP の塑性域の有効高さは、塑性域高さ  $\omega_y$  から塑性域内の繊維層の高さを差し引いたものとし、マトリクス単体は  $\omega_{y, \text{eff}} = \omega_y$  とした。マトリクス単体と FRP 不均質体モデルとを比較すると、マトリクス単体より不均質 FRP の塑性域の有効高さのほうが小さくなっており、FRP 中の実際に降伏しているマトリクス相高さはマトリクス単体よりも小さくなる。一方、図 10 はき裂先端から発生する塑性域の面積をマトリクス単体と不均質 FRP とで比較したもので、縦軸に塑性域面積  $A_w$  をマトリクス相高さ  $d_m$  の二乗で無次元化した値を、横軸にはエネルギー解放率  $G_{I_m}$  を降伏応力  $\sigma_Y$  の二乗で割った値をとった。塑性域面積は FRP のほうがマトリクス単体よりも大きくなり、繊維により塑性域

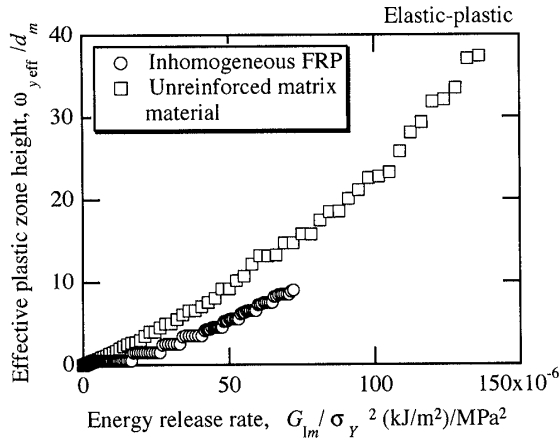


Fig. 9 Comparison of effective plastic zone height between inhomogeneous FRP and unreinforced matrix material

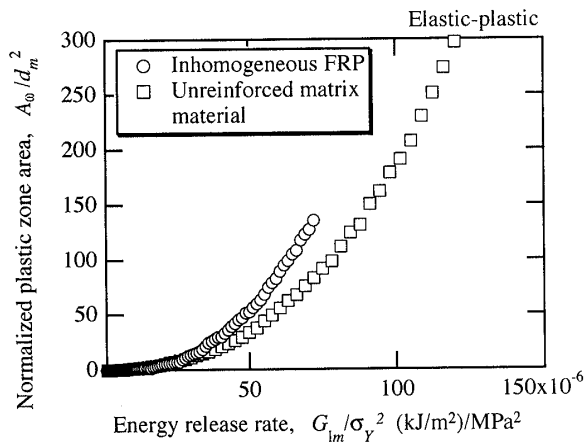


Fig. 10 Comparison of plastic zone area between inhomogeneous FRP and unreinforced matrix material

の拡大が助長されることがわかる。この結果は、Duboisら<sup>(10)</sup>の三次元弾塑性解析結果と一致する。

### 3.3 塑性域寸法の簡便予測

**3.3.1 塑性域長さ ω\_x の予測方法** 等方均質材料に対して塑性域長さ ω\_x を評価する方法として、Irwinのモデルが広く用いられている<sup>(13)(14)</sup>。本研究ではこのモデルに対し、Misesの降伏条件および弾性応力分布に非特異項の影響を取り込んだ修正 Irwinモデルを提案し、FRP不均質体モデルの塑性域長さ ω\_x の予測を試みた。その手法を図11に示す。まず、弾性応力分布としてMisesの相当応力  $\bar{\sigma}_m$  の分布を考える。その相当応力  $\bar{\sigma}_m$  の分布でマトリックス相の降伏応力に相当する応力値を与える位置  $r=r_p$  を求める。

$$\bar{\sigma}_m = (1 - 2\nu_m) \frac{K_{I,m}}{\sqrt{2\pi r_p}} f(r_p/d_m) = \sigma_Y \quad \dots\dots(4)$$

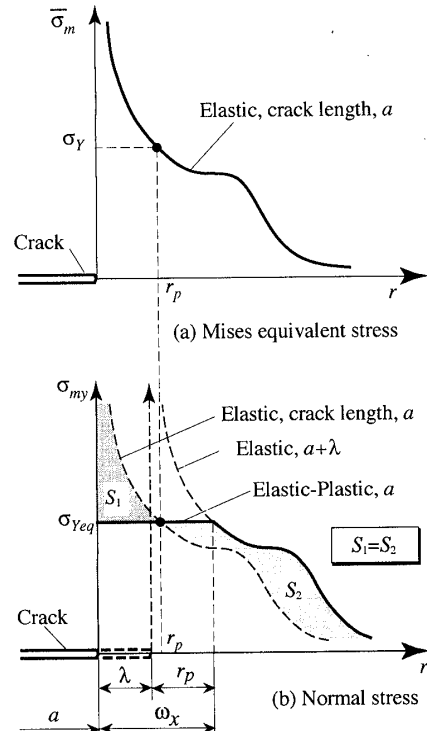


Fig. 11 Estimation of plastic zone length for inhomogeneous FRP

次に、塑性域内のき裂面に対して垂直方向のマトリックス相応力  $\sigma_{my}$  は  $\sigma_{my}(r=r_p)$  における応力値で一定とし、降伏に伴うマトリックス相応力  $\sigma_{my}$  の再分配は、再分配後の応力分布の弾性部分をき裂長さ  $a+\lambda$  のときの応力分布で近似し、図11の面積  $S_1$  と  $S_2$  が等しくなる条件より  $\omega_x$  を塑性域長さとして予測した。

#### 3.3.2 塑性域高さ ω\_y の予測方法

図12に不均質FRPの塑性域高さ ω\_y の予測方法を示す。まず、FRP不均質体モデルに無限遠で一樣引張応力が作用する場合の弾性応力場を考える。この弾性応力場のMisesの相当応力分布  $\bar{\sigma}_{m(el)}$  は図12のようになる。Misesの相当応力と降伏応力  $\sigma_Y$  が等しくなる

$$\bar{\sigma}_{m(el)} = \sigma_Y \quad \dots\dots(5)$$

で囲まれる領域は、応力の再分配を考慮しないときの塑性域であり、別の言い方をすれば、 $\sigma_\infty$  が作用した場合の相当応力が  $\sigma_Y$  の等応力線となる。この等応力線の高さ  $h_p$  が最大となる寸法  $h_{p(max)}$  を、負荷応力  $\sigma_\infty$  のときの塑性域高さ  $\omega_y = h_{p(max)}$  として予測した。ここで、弾性応力場は前報<sup>(11)</sup>の結果を使用した。

#### 3.3.3 塑性域の予測結果とFEM解析結果の比較

**3.3.3.1 塑性域長さ ω\_x の予測結果** 図13に、不均質FRPの塑性域長さ ω\_x の予測値とFEM解析

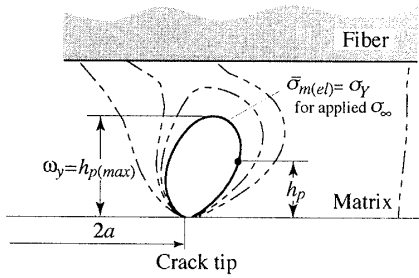


Fig. 12 Estimation of plastic zone height for inhomogeneous FRP

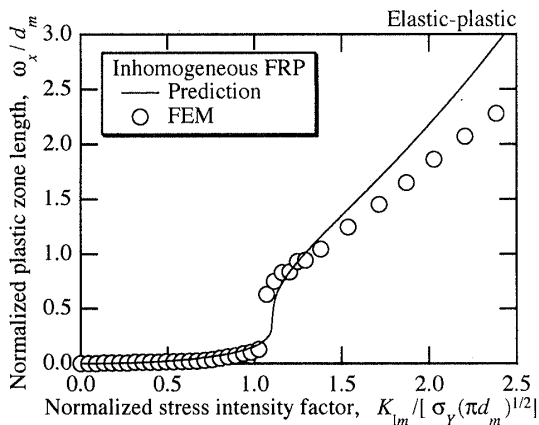


Fig. 13 Estimated plastic zone length for inhomogeneous FRP

結果を比較して示す。ここでは横軸に  $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$ 、縦軸には塑性域長さ  $\omega_x/d_m$  を示している。予測値は FEM 解析結果に非常に近い挙動を示し、簡単な予測モデルであるにもかかわらず、横軸の  $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$  が 1.1 での急激な塑性域の拡大挙動をはじめ、塑性域拡大挙動が非常に良く予測されている。

詳細に FEM 解析と比較すると、急激な塑性域の拡大挙動が生じる負荷の値がやや高応力拡大係数側にずれており、また FEM 解析の結果のほうがより急激な塑性域拡大が見られる。また、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} = 1.1 \sim 1.2$  では、予測値は塑性域長さを若干過小に評価している。さらに負荷を増大させ安定な塑性域拡大が続くと、再び予測値は FEM の解に近づく。しかしながら、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} \geq 1.2$  では両者は途中で逆転し、応力拡大係数が高い領域では予測値は過大な塑性域長さとなる。

**3.3.3.2 塑性域高さ  $\omega_y$  の予測結果** 図 14 に塑性域高さ  $\omega_y$  の予測値と FEM 結果を比較して示す。ここでは、横軸に  $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$ 、縦軸には無次元化した塑性域高さ  $\omega_y/d_m$  を示してある。塑性域高さ  $\omega_y$  の予測は応力の再分配を考慮していないにもかかわらず

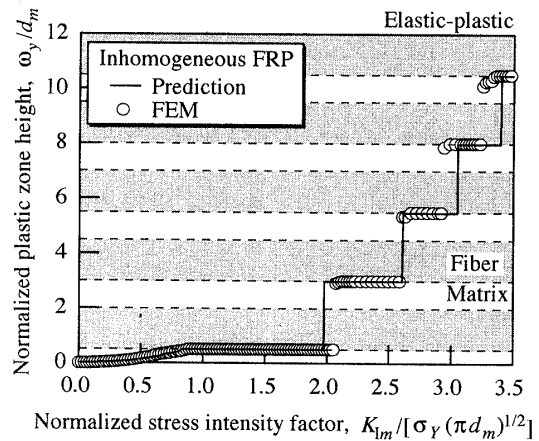


Fig. 14 Estimated plastic zone height for inhomogeneous FRP

ず、定量的に予測できている。詳細に検討すると、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} \leq 3.0$  では、マトリックス内の拡大過程や、隣接するマトリックス相に塑性域が拡大する負荷値など FEM と非常によく一致し、応力の再分配を考慮しない弾性応力分布で充分予測できることがわかる。モード I き裂の場合、塑性域の形状がき裂前方よりもむしろき裂面に対して垂直方向へ拡大する傾向を示すが、応力の再分配の影響を受けにくく、予測において応力の再分配を考慮しなくても充分予測ができると考えられる。ただし、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} \geq 3.5$  の負荷が高い範囲では、予測値のほうが FEM の結果よりやや小さくなっており、負荷が高くなるにつれてその差は広がる傾向を示す。

#### 4. 結 言

FRP を繊維とマトリックスの不均質体モデルとして近似して、モード I き裂を有する FRP のき裂先端からの塑性域の拡大挙動を FEM 解析をもとに明らかにするとともに、不均質 FRP の弾性応力分布をもとに塑性域の簡便評価をした。その主な結果について以下にまとめる。

(1) 同一応力拡大係数を負荷した場合、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} \leq 0.7$  では、不均質 FRP の塑性域長さ  $\omega_x$  はマトリックス単体と一致するが、それ以上では不均質 FRP のほうが大きくなる。塑性域高さ  $\omega_y$  は、繊維/マトリックス界面で塑性域の拡大が一時的に阻止されるものの、 $K_{I_m}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m} \leq 3.5$  の範囲で平均的には一致する。

(2) 同一応力が作用した場合、負荷応力が小さい範囲では不均質 FRP の  $\omega_x$  はマトリックス単体より小さくなるが、 $\sigma_\infty/\sigma_Y \geq 0.11$  では不均質 FRP の  $\omega_x$  の



ほうが大きくなる。不均質 FRP の  $\omega_y$  は界面で一時的に拡大が阻止され、マトリックス単体に比べると小さくなる。

(3) 塑性域高さから塑性域内の繊維層の高さを差し引いた有効高さ  $\omega_{y\text{eff}}$  は、不均質 FRP のほうがマトリックス単体より小さくなる。一方塑性域面積  $A_w$  は、不均質 FRP のほうがマトリックス単体より大きくなる。

(4) 不均質 FRP の塑性域長さ  $\omega_x$  を予測する手法として修正 Irwin モデルを提案した。  $K_{Im}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$  が 1.2 以下の範囲では、塑性域の拡大挙動の定量的な予測が可能である。一方  $K_{Im}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$  が 1.2 以上では、予測値は過大評価をする傾向を示す。

(5) 不均質 FRP の塑性域高さ  $\omega_y$  についても弾性応力分布をもとに予測を試みた。  $K_{Im}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$  が 3.0 以下の範囲では、不均質 FRP モデルの塑性域高さ  $\omega_y$  は定量的に予測が可能である。一方  $K_{Im}/\sigma_Y\sqrt{\pi d_m}$  が 3.5 以上では、予測値は過小評価をする傾向を示す。

## 文 献

- (1) Hunston, D. L., Moulton, R. J., Johnston, N. J. and Bascom, W. D., *ASTM STP*, 937 (1987), 74-94.
- (2) Bradley, W. L., "Application of Fracture Mechanics to Composite Materials", (1989), 159-187, Elsevier Science.
- (3) Singh, S. and Partridge, I. K., *Comp. Sci. Tech.*, **55** (1995), 319-327.
- (4) Sela, N., Ishai, O. and Banks-Sills, L., *Composites*, **20-3** (1989), 257-264.
- (5) Ozdil, F. and Carlsson, L. A., *Eng. Fract. Mech.*, **41-5** (1992), 645-658.
- (6) 平野一美・玉井富士夫・野中勝信, 機論, **54-501**, A (1988), 910-916.
- (7) Crick, R. A., Leach, D. C., Meakin, P. J. and Moore, D. R., *J. Mater. Sci.*, **22** (1987), 2094-2104.
- (8) Crews, J. H., Jr., Shivakumar, K. N. and Raju, I. S., "Phase Interaction in Composite Materials", (1992), 396-405, Omega Scientific.
- (9) Crews, J. H., Jr., Shivakumar, K. N. and Raju, I. S., *NASA Tech. Memo.*, 100540 (1988).
- (10) Dubois, F. and Keunings, R., *Comp. Sci. Tech.*, **57** (1997), 437-450.
- (11) 田中啓介・田中拓・來海博央, 機論, **63-613**, A (1997), 1894-1901.
- (12) Jordan, W. M., Bradley, W. L. and Moulton, R. J., *J. Comp. Mater.*, **23** (1989), 923-943.
- (13) 例えば, 岡村弘之, 線形破壊力学入門, (1976), 78, 培風館.
- (14) Irwin, G. R., *Sagamore Conference Proceedings*, (1961), 4.