

Vortex in Cell 法による気液二相自由乱流の数値解析*

(数値解法と角柱周りの気泡流解析への適用)

内山 知実^{*1}, 出川 智啓^{*2}

Vortex in Cell Method for Gas-Liquid Two-Phase Free Turbulent Flow (Numerical Method and Application to Bubbly Flow around a Square-Section Cylinder)

Tomomi UCHIYAMA^{*3} and Tomohiro DEGAWA

^{*3} EcoTopia Science Institute, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

This paper proposes a two-dimensional vortex method, based on Vortex in Cell method, for gas-liquid two-phase free turbulent flow. The behavior of vortex element and the bubble motion are calculated through the Lagrangian approach, while the change in the vorticity due to the bubble is analyzed in the computational grids resolving the flow field. Therefore, the numerical procedure corresponds to the Lagrangian-Eulerian method. The present method is applied to simulate the bubbly flow around a square-section cylinder. The simulation demonstrates that the bubble entrainment into the Kármán vortex and the resultant reduction for the strength of the vortex are successfully captured by the method. It is also confirmed that the vortex shedding frequency and the pressure distribution on the cylinder are favorably compared with the measured results.

Key Words: Multiphase Flow, Numerical Analysis, Vortex Method, Bubbly Flow, Wake

1. 緒 言

微小な気泡を含む自由乱流は、反応装置、熱交換器および廃水処理装置など、様々な工業機器において観察される。これまで、二次元混合層⁽¹⁾⁽²⁾、噴流⁽³⁾および鈍頭物体後流^{(4)~(6)}などの基本的な流れを対象として、液相の大規模な渦構造と気泡運動の関係や気泡による液相乱流変調などが実験的に調べられてきた。また、数値解析に関する研究も実行されている。Sun-Faeth⁽⁷⁾は、定常・軸対称流を仮定して円形噴流を $k-\epsilon$ モデルにより解析し、各相の速度や気相体積率が良好に予測できることを報告している。杉山ら⁽⁸⁾は、気泡数密度モデルを用いた差分解法を開発し、円柱周りの気泡流の三次元解析に適用し、相分布や Kármán 渦の挙動などを調べている。流れ場をより詳細に解明するため、混合層を対象に DNS も試みられている。Ruetsch-Meiburg⁽⁹⁾は、気泡が渦度の高い領域に密集する気泡の選択的集中が渦度や圧力勾配を低下させることを報告している。Druzhinin-Elghobashi⁽¹⁰⁾は大

規模渦の合体に起因する気泡の密集現象を明らかにしている。

一方、単相自由乱流の解析に渦法が有効に利用されている。渦法は、渦度をもつ渦要素を追跡して渦度場の時間変化を求める Lagrange 型解法であり、大規模渦の形成や変形など渦構造の発展過程を良好に計算できるためである。渦法の適用範囲を拡大するため、内山らは固気二相自由乱流に対する解法を提案し⁽¹¹⁾⁽¹²⁾、様々な自由乱流の解析に適用した^{(13)~(15)}。また、内山・成瀬⁽¹⁶⁾は単相流解析に対する Vortex in Cell 法(略して VIC 法)に準拠した、固気二相自由乱流の解法も提案した。VIC 法は渦法に分類される解法であり、渦要素の移流速度を高速に計算できる特徴をもつ。

気泡を含む自由乱流も大規模渦が支配的な流れであるため、渦法は極めて有用な解法になり得るものと期待できる。そのような二相流渦法は少数例しか見当たらないが、液相流れを渦法により求め、気泡運動を追跡する、Lagrange 型解法である。Seneら⁽¹⁷⁾は、気泡が液相に影響を及ぼさないものと仮定し、混合層における気泡運動を二次元解析した。Uchiyama⁽¹⁸⁾は、同様な One-way 解法を利用して気泡噴流を三次元解析し、励起による気泡分散の制御の可能性を探った。Yang

* 原稿受付 2005年7月12日。

*1 正員, 名古屋大学エコトピア科学研究所(☎464-8603 名古屋市中種区不老町)。

*2 名古屋大学大学院情報科学研究科。

E-mail: uchiyama@is.nagoya-u.ac.jp

ら⁽¹⁹⁾は、気液間相互作用を考慮した二次元 Two-way 解法を提案し、平面混合層の解析に適用した。しかし、気相体積率が液相の保存式で考慮されておらず、合理的な解法とは言い難い。

本論文では、気液二相自由乱流に対する、VIC 法を援用した二次元 Two-way 解法を提案する。渦度場を離散化する渦要素と気泡を追跡し、流れ場を分割する計算格子において気泡運動がもたらす渦度変化を計算する、Lagrange-Euler 型解法である。また、本解法を角柱周りの気泡流の解析に適用し、得られた流れ場を実験結果などと比較し、解法の妥当性を検討した結果についても述べる。

2. 記号

- A : 計算格子の面積
 C_p : 圧力係数 = $(p - p_0)/(\rho_m u_m^2/2)$
 d : 気泡直径
 f : Kármán 渦の発生周波数
 g : 重力加速度
 N_v : 解析領域内の渦要素数
 n_g : 計算格子内の気泡数
 n_v : 計算格子内の渦要素数
 p : 圧力
 Re : Reynolds 数 = $u_{10}s/\nu_l$
 St : Strouhal 数 = fs/u_{10}
 s : 正方形角柱の一辺の長さ
 t : 時間
 t^* : 無次元時間 = $u_{10}t/s$
 u : 速度
 u_m : 上流境界の液相体積速度
 x, y : 空間座標
 α : 体積率
 Δp : 角柱前後の淀み点における圧力差
 Δt : 時間刻み幅
 Γ : 循環
 ν : 動粘度
 ρ : 密度
 ρ_m : 平均密度 = $\alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l$
 σ : 渦要素のコア半径
 ϕ : スカラポテンシャル
 ψ : ベクトルポテンシャル
 ω : 液相の渦度 = $\nabla \times \mathbf{u}_l$
- 添字
 0 : 上流境界または初期値
 g : 気相
 l : 液相

z : $x - y$ 平面に垂直方向

3. 基礎式

3.1 仮定 本解法では以下の仮定を用いる。

- (1) 流れは微小な気泡が分散した気泡流である。
- (2) 両相は非圧縮であり、相変化がない。
- (3) 気相の質量および運動量は、液相の値に比べ十分小さく無視できる。
- (4) 気泡は球形を保って運動し、合体および分裂はない。

3.2 気泡流の保存方程式 気泡流の質量および運動量の保存方程式は、仮定 (1)~(3) を用いれば、それぞれ次式で表される。

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \mathbf{u}_l) = 0 \quad (1)$$

$$\alpha_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\frac{1}{\rho_l} \nabla p + \nu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \alpha_l \mathbf{g} \quad (2)$$

ただし、

$$\alpha_g + \alpha_l = 1 \quad (3)$$

Yang ら⁽¹⁹⁾の渦法では、式 (1) および式 (2) において $\alpha_l = 1$ すなわち $\alpha_g = 0$ とした式が解かれており、Two-way coupling が不完全である。本論では各相体積率を考慮できる渦法を提案する。

3.3 気泡の運動方程式 気泡には仮想質量力、流動抗力、重力および揚力が作用するものとする。気泡の運動方程式は、仮定 (4) のもとでは次式で与えられる。

$$\frac{d\mathbf{u}_g}{dt} = \frac{1 + C_V}{\beta + C_V} \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} - \frac{1}{\beta + C_V} \frac{3C_D}{4d} \mathbf{u}_r |\mathbf{u}_r| + \frac{\beta - 1}{\beta + C_V} \mathbf{g} - \frac{C_L}{\beta + C_V} \mathbf{u}_r \times (\nabla \times \mathbf{u}_l) \quad (4)$$

ここで、 d は気泡直径、 $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l$ および $\beta = \rho_g/\rho_l$ である。 C_V 、 C_D および C_L は、それぞれ仮想質量係数、抗力係数および揚力係数であり、 C_D は次式⁽²⁰⁾で定められる。

$$C_D = (24/Re_b) (1 + 0.15 Re_b^{0.687}) \quad (5)$$

ただし、 $Re_b = d|\mathbf{u}_r|/\nu_l$ である。

3.4 液相速度場の直交分解 Helmholtz の定理によれば、任意のベクトル場はスカラポテンシャル ϕ の勾配とベクトルポテンシャル ψ の回転の和として表される⁽²¹⁾ことから、液相速度 \mathbf{u}_l は次式のように記述できる。

$$\mathbf{u}_l = \nabla \phi + \nabla \times \psi \quad (6)$$

ψ はスカラー関数の勾配を加えても結果が不変である⁽²¹⁾. この任意性を取り除き, ψ を一意的に定めるため, ψ はソレノイダルであるとする. すなわち,

$$\nabla \cdot \psi = 0 \quad (7)$$

式(6)を式(1)に代入し, 恒等式 $\nabla \cdot (\nabla \times \psi) = 0$ を利用して変形すれば次式が得られる.

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \nabla \phi) + \nabla \times \psi \cdot \nabla \alpha_l = 0 \quad (8)$$

式(6)の回転をとったのち式(7)を代入すれば, つぎのベクトル Poisson 方程式が得られる.

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (9)$$

ここで, ω は液相の渦度である.

4. 数値解法

4.1 渦要素と気泡の Lagrange 解析 式(2)の回転をとれば気泡流の渦度方程式が得られる. 二次元解析の場合には次式で表される.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\omega \mathbf{u}_l) = \frac{\nu_l}{\alpha_l} \nabla^2 \omega + \frac{1}{\alpha_l} \nabla \alpha_l \times \left(\mathbf{g} - \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} \right) \quad (10)$$

いま, 渦度場を渦要素により離散化する. 単相流解析に対する渦要素モデル⁽²²⁾を適用する. すなわち, 渦要素まわりの渦度分布に Gauss 分布を仮定する. 渦要素 γ の循環を Γ_γ , 位置ベクトルを \mathbf{x}^γ とすれば, 渦要素 γ による位置 \mathbf{x} における渦度は次式で与えられる.

$$\omega^\gamma(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma_\gamma}{\pi \sigma_\gamma^2} \exp \left[- \left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}^\gamma|}{\sigma_\gamma} \right)^2 \right] \quad (11)$$

ここで, σ_γ はコア半径である. 渦要素 γ の移流は次式の Lagrange 解析から計算できる.

$$\frac{d\mathbf{x}^\gamma}{dt} = \mathbf{u}_l(\mathbf{x}^\gamma) \quad (12)$$

$x-y$ 平面内の解析領域を図1に示すような四角形の計算格子に分割する. スカラーポテンシャル ϕ , ベクトルポテンシャルの z 方向成分 ψ_z , 渦度 ω および液相速度 \mathbf{u}_l を格子点で定義する. 式(8)および式(9)から ϕ および ψ_z を計算し, 式(6)により \mathbf{u}_l を求める. 式(9)の解析に用いる ω の値は, 各渦要素による渦度を式(11)から求め, 全渦要素について加え合わせて定める. 式(8)の液相体積率 α_l は, 式(4)の Lagrange 計算から気泡運動を解析して気相体積率 α_g を求めたのち, 式(3)を用いて計算する. 解析領域の入口境界

において $x-y$ 平面の垂直 (z) 方向に気泡が間隔 Δz で分布するものと仮定すれば, 面積 $A (= \Delta x \Delta y)$ の格子における α_g は次式で求められる.

$$\alpha_g = \frac{(\pi/6)d^3 n_g}{A \Delta z} \quad (13)$$

ここで, n_g は当該格子における気泡の個数である. α_g を格子中央で定義すれば, 格子点における α_g の値は当該格子を含む格子の値の線形補間から計算できる.

渦度は, 式(10)から知れるように, 粘性拡散(右辺第1項)と相分布の勾配(第2項)により時間変化する. これらの変化は, 式(11)における渦要素の σ と Γ の変化として考慮し, 以下に示すように式(12)の Lagrange 計算と連立して解析する.

4.2 粘性拡散によるコア半径の変化 渦度は粘性拡散により減衰する. 本解法では, 単相流解析で多用されている, コア半径 σ を時間変化させる Core spreading 法⁽²²⁾を適用し, 次式を Lagrange 解析して σ を定める. ただし, 式(10)の右辺第1項を考慮して, 動粘度にはみかけの値 ν_l/α_l を用いている.

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{2\nu_l}{\alpha_l \sigma} \quad (14)$$

4.3 気泡運動による循環の変化 任意の領域 S の境界に沿う循環 Γ の時間変化率は, Reynolds の輸送定理を用いれば, 次式で表される.

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \int_S \left[\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\omega \mathbf{u}_l) \right] dS \quad (15)$$

式(15)の右辺に式(10)を代入すれば次式を得る.

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \int_S \left[\frac{1}{\alpha_l} \nabla \alpha_l \times \left(\mathbf{g} - \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} \right) \right] dS \quad (16)$$

ここで, 粘性拡散項は, 式(14)で考慮されているので, 代入に際し無視している.

上述の計算格子(図1)に式(16)を適用すれば, 当該格子における Γ の時間変化率 $\Delta\Gamma/\Delta t$ が求められる.

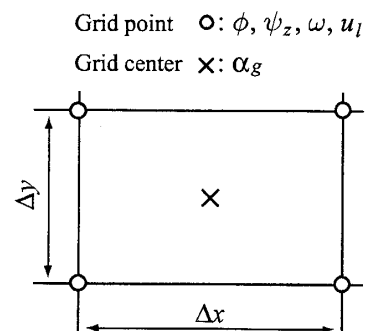


Fig. 1 Computational grid

ただし、式 (16) の被積分関数は格子点間で線形変化するものと仮定して数値積分する。格子に n_v 個の渦要素が存在する場合、 Δt における渦要素 1 つ当たりの循環の変化量を $\Delta\Gamma/n_v$ とする。渦要素が存在しない場合には、循環 $\Delta\Gamma$ をもつ渦要素 1 つを格子中央から新しく発生させる。

4.4 解析手順 時刻 t における流れ場が既知ならば、時刻 $t + \Delta t$ の流動が以下の手順で計算される。

- (1) 気泡の運動を式 (4) により計算する。
- (2) α_g を式 (13) により計算し、 α_l を式 (3) から求める。
- (3) σ を式 (14) から求める。
- (4) $\Delta\Gamma$ を式 (16) から求める。
- (5) 渦要素の移流を式 (12) により計算し、 ω を式 (11) から求める。
- (6) ψ を式 (9) から求める。
- (7) ϕ を式 (8) から求める。
- (8) u_l を式 (6) から求める。

5. 角柱周りの気泡流解析への適用

5.1 計算条件 本解法の妥当性を確認するため、社河内ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾が実験の対象とした、角柱周りの気泡流(空気-水系)の解析に適用した。矩形管(幅 90 mm, 奥行き 45 mm)に一辺の長さ s ($=30$ mm) の正方形角柱が置かれている。流れは鉛直上向きであり、角柱上流の液相速度 u_{10} と s に基づく Reynolds 数 Re は 15000 である。

図 2 に解析領域を示す。上流境界 B_0 および下流境界 B_3 は、それぞれ角柱中心から $3s$ および $10.3s$ の位置とした。この領域を 18×80 の正方形格子に分割した。

渦度場は、角柱表面から発生する速度せん断層および気泡運動により形成される。速度せん断層による渦度場は、単相流解析に対する Kamemoto-Miyasaka⁽²³⁾の方法を準用し、渦要素を角柱表面から流れ場に導入して表現する。すなわち、角柱表面の渦層(厚さ h)を表面に沿って長さ l に等分割し、各渦層内の渦度と等価な強度をもつ渦要素を時間間隔 Δt ごとに流れ場へ導入する。本解析では $h = 5/\sqrt{Re}$ とし⁽²³⁾、渦層を 96 分割し、導入時のコア半径 σ_0 は $\pi\sigma_0^2 = lh$ の関係から求めた。気泡運動に起因する渦度場を離散化する渦要素の σ_0 は、 x 方向の格子幅 Δx とした。下流境界 B_3 から流出した渦要素は計算から除外した。ただし、除外の影響を考慮するため、長さ $3s$ の領域を B_3 の下流に付加し、渦要素を流出速度で移流させた。

流路側壁での渦層に関しても、角柱表面と同様な方

法により、渦要素を放出して表現できる。しかし、本解析では角柱後流に及ぼす渦層の影響は小さいものと仮定し、また計算負荷の低減も考慮して、渦層を無視するすべり条件を与えた。

気泡は、時間間隔 $2\Delta t$ ごとに境界 B_0 から 10 個ずつ速度 u_{g0} で放出した。角柱上流で気泡が分散して流れる実験条件を再現するため、放出位置は乱数を用いて決定した。 u_{g0} はドリフトフラックスモデル⁽²⁴⁾により定め、直径には実験値 2.5 mm を用いた。ただし、無次元時間 $t^* < 7.5$ では単相流とし、気泡は $t^* \geq 7.5$ において放出した。角柱周りおよび後流では、せん断流の影響により、気泡は非球形となることが予測される。より詳細で高精度の解析には変形も考慮した気泡挙動の Lagrange 計算が不可欠と考えられるが、気泡流に対する渦法の開発を主目的としている本論文では、気泡に球形を仮定し、式 (4) において $C_V = C_L = 0.5$ とした。 B_0 における気相体積率 α_{g0} が所望の値を実現するように式 (13) の Δz の値を定めた。

渦要素と気泡の Lagrange 計算には 2 次精度 Adams-Bashforth 法を用い、時間刻み幅 Δt は $u_{10}\Delta t/s = 0.03$ とした。境界 B_0 での気相体積率 α_{g0} が $0 \leq \alpha_{g0} \leq 0.03$ の場合を解析した。 Δz から定められる気相流速 J_g は、 $\alpha_{g0} = 0.03$ の場合には実験値の 0.91 倍であり、実験条件をほぼ満足している。

ϕ に関する準調和方程式 [式 (8)] および ψ の成分 ψ_z に関する Poisson 方程式 [式 (9)] の解析には SOR 法を用いた。上流境界 B_0 では一様流入条件、下流境界 B_3 で対流流出条件、流路側壁ではすべり条件を課し、

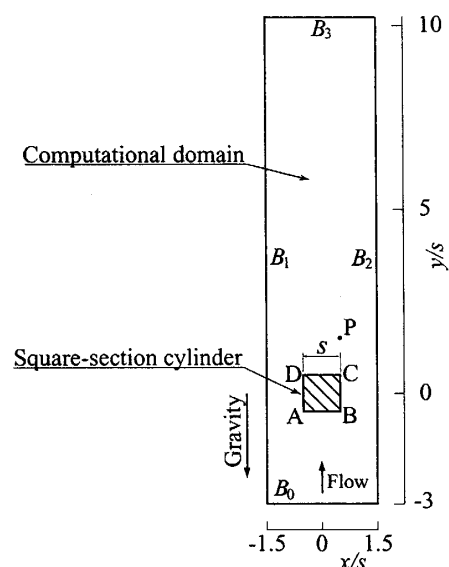


Fig. 2 Computational domain

ϕ と ψ_z の境界条件を以下のように与えた.

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = u_{l0}, \quad \frac{\partial \psi_z}{\partial y} = 0 \quad \text{on } B_0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = u_{l0}, \quad \quad \quad \text{on } B_3 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \psi_z}{\partial x} = 0 \quad \text{on } B_1 \text{ and } B_2 \quad (19)$$

B_3 における ψ_z の境界条件には Sommerfeld の放射条件を課した. ただし, 位相速度には B_3 での平均速度を用いた⁽²⁵⁾. 角柱表面 ABCD では, すべりなし条件を満たすよう, 次の境界条件を課した.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \psi_z}{\partial x} = u_{l0} \quad \text{on AB and CD} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = u_{l0}, \quad \frac{\partial \psi_z}{\partial y} = 0 \quad \text{on AD and BC} \quad (21)$$

圧力は, 式 (2) の回転をとって得られる Poisson 方程式から求めた.

5.2 単相流の解析結果 解析領域に存在する渦要素の個数 N_v の時間変化を図 3 に示す. 単相流時の N_v は $t^* \geq 40$ においてほぼ一定となり, 約 15400 を中心に小さな増減を周期的に繰り返す. この時刻において, 角柱表面から導入される渦要素と領域下流へ流出して計算から除外される渦要素の個数が釣り合う, 十分に発達した流れが得られている.

単相流時の瞬時流れ場 ($t^* = 100$) を図 4 に示す. 角柱表面から導入された渦要素は, 図 4(a) に \circ 印で示すように, 角柱後流で局所的にクラスタを形成し, ほぼ等間隔で流下する. 図 4(b) は速度分布である. ただし, 渦構造を見やすくするため, 角柱上流の速度 u_{l0} を差し引いた分布である. 渦要素のクラスタは Kármán 渦に相当していることがわかる. Kármán 渦の発生周波数は後述するように実験結果⁽⁵⁾とほぼ一致している.

図 4 の流れ場に対する圧力分布を図 5 に示す. ただし, 圧力係数 C_p の分布であり, 静圧の影響を除いて

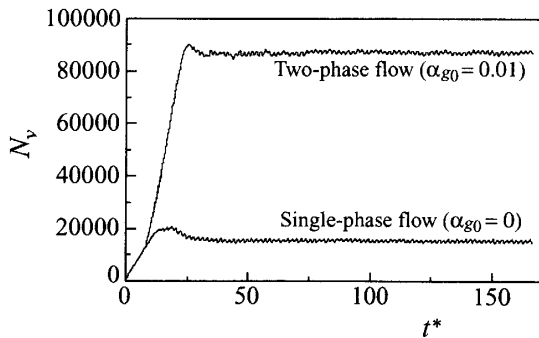


Fig. 3 Time variation for number of vortex elements

ある. 圧力は角柱前面で高く, Kármán 渦の中心で極小値をとる.

5.3 気泡流の解析結果 上流境界の気相体積率 α_{g0} が 0.01 のときの渦要素数 N_v の時間変化が図 3 に併記してある. $t^* = 7.5$ において気泡の放出を開始する二相流時にも N_v は $t^* \geq 40$ において約 86500 を中心にほぼ周期的に増減を繰り返す, 流れが十分に発達している. 単相流時に比べ, N_v が約 5.6 倍である. 気泡運動に起因する渦度場を表現するため, 多数の渦要素が導入されている. なお, 計算にはパーソナルコン

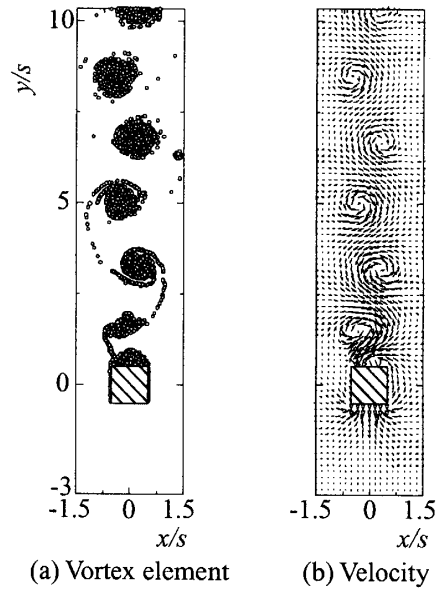


Fig. 4 Water single-phase flow field at $t^* = 100$

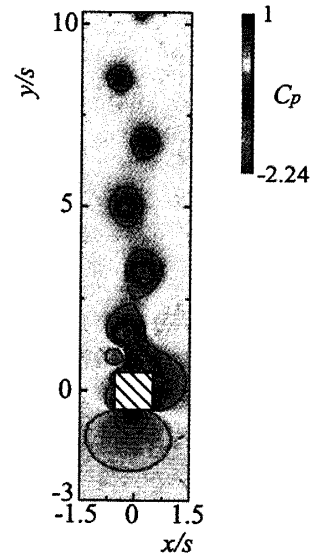


Fig. 5 Pressure distribution for water single-phase flow at $t^* = 100$

ピュータ (Pentium 4, 3GHz) を用いた。 $t^* = 150$ までの計算に要した時間は、単相流には 16.9 時間、二相流 ($\alpha_{g0} = 0.01$) には 73.7 時間であった。

$\alpha_{g0} = 0.01$ の場合における、時刻 $t^* = 84$ の流れ場を図 6 に示す。図 6(a) には角柱表面から導入した渦要素を \circ 印で示してある。単相流時 (図 4(a)) とほぼ同様なクラスタを形成している。なお、気泡運動に起因する渦要素は、図示を省略するが、流れ場のほぼ

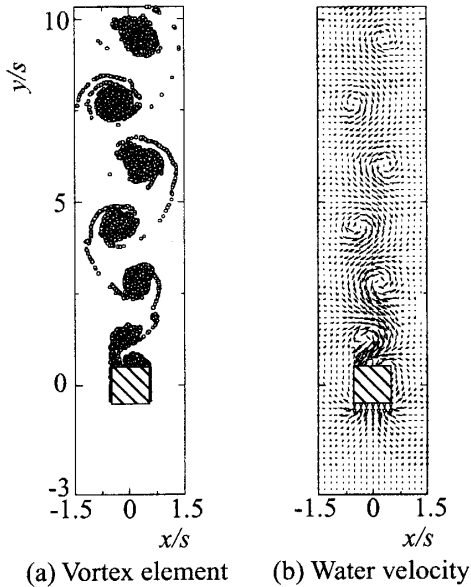


Fig. 6 Two-phase flow field at $t^* = 84$ in case of $\alpha_{g0} = 0.01$

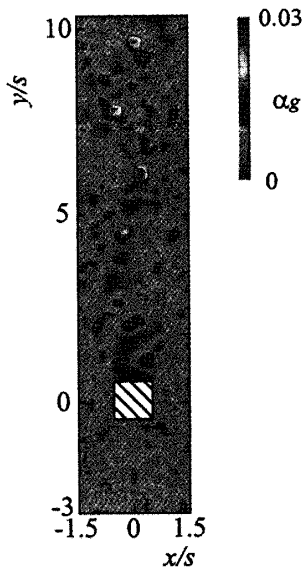


Fig. 7 Distribution of air volumetric fraction at $t^* = 84$ in case of $\alpha_{g0} = 0.01$

全域に分布する。図 6(b) は液相速度分布である。単相流時 (図 4(b)) と比較すると、Kármán 渦が不鮮明であり、渦強度の低下が把握できる。

気相体積率 α_g の分布を図 7 に示す。ただし、図 6 と同時刻における結果である。角柱の背後には、気泡がほとんど存在しない領域が見られる。このような領域の存在は実験⁽⁵⁾でも観察されている。角柱の下流では、圧力が極小となる Kármán 渦の中心へ気泡が巻き込まれるため、 α_g は渦中心で極大値をとり、角柱上流の約 3 倍に達する。図 6 で述べた Kármán 渦の強度低下は気泡の巻き込みによるものである。

図 6 および 7 と同時刻における圧力分布を図 8 に示す。角柱上流の分布の傾向は単相流時 (図 5) とほぼ同じである。しかし、Kármán 渦の中心に相当する位置での圧力低下が減じており、圧力分布からも Kármán 渦の不明瞭化が確認できる。このような気泡の巻き込みによる大規模渦の圧力勾配の緩和および上述の強度低下は、平面混合層の DNS⁽⁹⁾でも報告されている。

角柱の後方角部から距離 s の下流位置 (図 2 の点 P) における、液相の鉛直方向速度 u_{ly} の時間変化を図 9 に示す。ただし、単相流と二相流 ($\alpha_{g0} = 0.01$) に対する結果である。 u_{ly} はほぼ周期的に変化している。Kármán 渦の通過による変化である。 $\alpha_{g0} = 0.01$ の u_{ly} は単相流時よりもやや大きく、気泡の浮力による加速作用が解析されている。

Kármán 渦の発生周波数 f を点 P の速度の時間変化から求め、 α_{g0} に対する Strouhal 数 St の変化を示すと図 10 のようになる。 St は α_{g0} の増加とともに高く

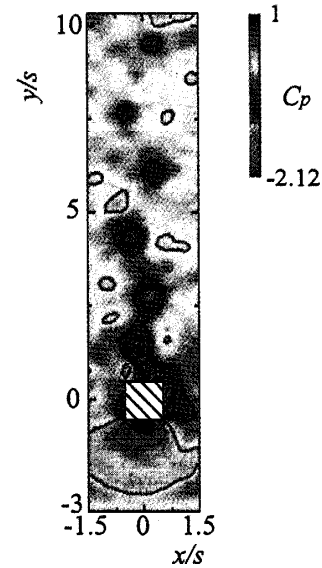


Fig. 8 Pressure distribution at $t^* = 84$ in case of $\alpha_{g0} = 0.01$

なる。その原因として、上述の液相速度の増大が挙げられる。この結果は実験結果⁽⁵⁾とほぼ一致している。

角柱前後の淀み点における圧力差 Δp を求め、 α_{g0} に対する変化を示すと図 11 のようになる。 Δp は実験結果⁽⁶⁾と同様、 $\alpha_{g0} \leq 0.03$ の領域において α_{g0} の増加とともに低下する。これは、流体の見かけの密度の低下によるものと考えられる。 α_{g0} に対する Δp の低下量は、実験値よりも本解析結果のほうがやや大きい。 α_{g0} の増加による角柱前面の圧力低下が過大であることに起因している。これは、角柱前面近傍では強いせん断流が発生しており、球形気泡の仮定のもとでは気泡挙動を十分正確には捉えられないことが原因である

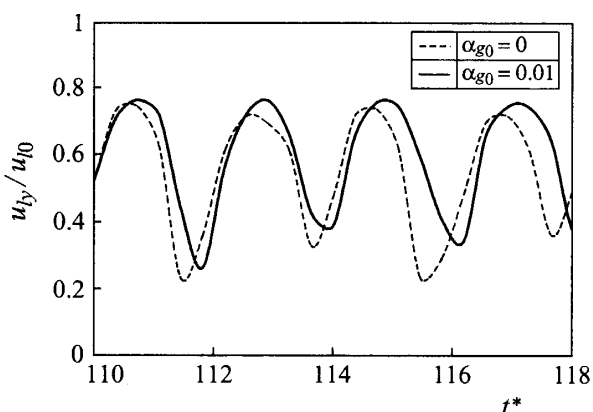


Fig. 9 Time variation of water velocity at point P

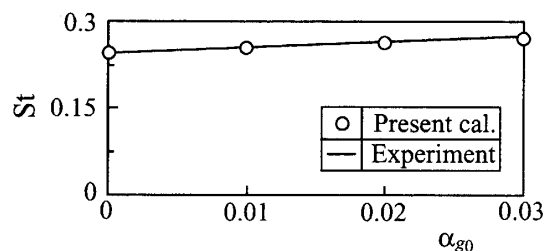


Fig. 10 Vortex shedding frequency

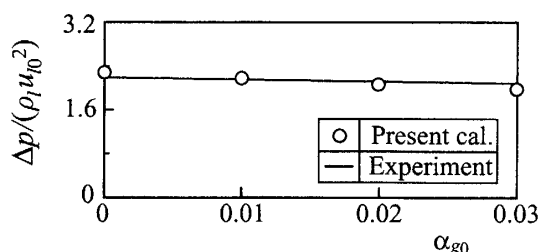


Fig. 11 Pressure difference between front and rear stagnation points of cylinder

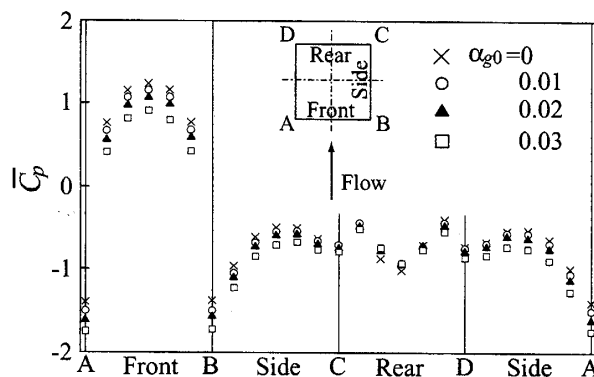


Fig. 12 Pressure distribution on cylinder

と考えられる。

角柱表面の圧力分布を図 12 に示す。ただし、圧力係数 C_p の時間平均値 $\overline{C_p}$ の分布である。 $\overline{C_p}$ は角柱前面の中央で最大値をとり、側面と後面で低い。 $\overline{C_p}$ は α_{g0} が増すほど低下する。ただし、後面の $\overline{C_p}$ は α_{g0} にほとんど影響されない。これは、上述のように、角柱背後には気泡がほとんど存在しないからである。 α_{g0} の増加に対する $\overline{C_p}$ の変化の傾向は、図示は省略するが、実験結果⁽⁶⁾とよく一致している。

6. 結 言

微小な気泡を含む自由乱流に対する、Vortex in Cell 法を用いた二次元数値解法を提案した。渦度場を離散化する渦要素と気泡の運動の Lagrange 計算、および流れ場を分割する格子において気泡運動がもたらす渦度変化の計算を実行する、Lagrange-Euler 型解法である。

本解法の妥当性を示すため、正方形角柱周りの気泡流(空気-水系)の解析に適用した。流れは鉛直上向きであり、角柱上流の気相体積率 α_{g0} が $0 \leq \alpha_{g0} \leq 0.03$ の場合を解析した。その結果、気泡の密集により Kármán 渦の強度が減じ圧力勾配が緩和される現象が求められ、自由乱流における大規模渦と気泡運動に関する従来の知見と一致することを確認できた。さらに、 α_{g0} の増加に伴い、Kármán 渦の発生周波数が増大するとともに、後面を除く角柱表面で圧力が低下することなど、実験結果と良く一致する結果が得られることも示した。

謝 辞

終わりに、本研究の遂行にあたり、有益なご助言を賜った三重大学 社河内敏彦教授に感謝申し上げます。また、本研究は文部科学省 21 世紀 COE プログラム「計算科学フロンティア」の助成を受けて行われた。ここに記して謝意を表す。

文 献

- (1) Roig, V. et al., Experimental investigation of a turbulent bubbly mixing layer, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 24, No. 1(1998), pp. 35-54.
- (2) Rightley, P.M. and Lasheras, J.C., Bubble dispersion and interphase coupling in a free-shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 412(2000), pp. 21-59.
- (3) Sun, T.Y. and Faeth, G.M., Structure of turbulent bubbly jets-I. Methods and centerline properties, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 12, No. 1(1986), pp. 99-114.
- (4) Inoue, A. et al., Studies on two-phase cross flow, Part I: Flow characteristics around a cylinder, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 12, No. 2(1986), pp. 149-167.
- (5) Shakouchi, T. et al., Behavior of wake flow behind obstacle in a gas-liquid vertical two-phase flow (Effects of blockage ratio), *Trans. of the JSME, B*, Vol. 67, No. 654(2001), pp. 377-383.
- (6) Shakouchi, T. et al., Behavior of flow around obstacle in vertical gas-liquid, bubbly two-phase flow (Effects of geometry and aspect ratio of obstacle), *Trans. of the JSME, B*, Vol. 68, No. 672(2002), pp. 2240-2246.
- (7) Sun, T.Y. and Faeth, G.M., Structure of turbulent bubbly jets-II. Phase property profiles, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 12, No. 1(1986), pp. 115-126.
- (8) Sugiyama, K. et al., Three dimensional numerical analysis for bubbly flow around a circular cylinder, *Trans. of the JSME, B*, Vol. 65, No. 638(1999), pp. 3260-3267.
- (9) Ruetsch, G.R. and Meiburg, E., Two-way coupling in shear layers with dilute bubble concentrations, *Phys. Fluids*, Vol. 6, No. 8(1994), pp. 2656-2670.
- (10) Druzhinin, O.A. and Elghobashi, S.E., Direct numerical simulation of a three-dimensional spatially developing bubble-laden mixing layer with two-way coupling, *J. Fluid Mech.*, Vol. 429(2001), pp. 23-61.
- (11) Uchiyama, T. et al., A vortex method for gas-solid two-phase free turbulent flow (Numerical model and application to plane mixing layer), *Trans. of the JSME, B*, Vol. 66, No. 651(2000), pp. 2853-2860.
- (12) Uchiyama, T. and Fukase, A., Three-dimensional vortex method for gas-particle two-phase compound round jet, *Trans. of the JSME, B*, Vol. 70, No. 696(2004), pp. 1957-1964.
- (13) Uchiyama, T. and Naruse, M., Numerical simulation of gas-particle two-phase mixing layer by vortex method, *Powder Technol.*, Vol. 125(2002), pp. 111-121.
- (14) Uchiyama, T. and Naruse, M., Vortex simulation of slit nozzle gas-particle two-phase jet, *Powder Technol.*, Vol. 131(2003), pp. 156-165.
- (15) Uchiyama, T. and Yagami, H., Numerical analysis of gas-particle two-phase wake flow by vortex method, *Powder Technol.*, Vol. 149(2005), pp. 112-120.
- (16) Uchiyama, T. and Naruse, M., Vortex in cell method for gas-particle two-phase free turbulent flow (Numerical method and application to plane mixing layer), *Trans. of the JSME, B*, Vol. 69, No. 686(2003), pp. 2200-2207.
- (17) Sene, K.J. et al., The role of coherent structures in bubble transport by turbulent shear flows, *J. Fluid Mech.*, Vol. 259(1994), pp. 219-240.
- (18) Uchiyama, T., Three-dimensional vortex simulation of bubble dispersion in excited round jet, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 59(2004), pp. 1403-1413.
- (19) Yang, X. et al., Two-way coupled bubble laden mixing layer, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 57(2002), pp. 555-564.
- (20) Schiller, L. and Naumann, A.Z., Über die grundlegenden Berechnungen bei der Schwerkraftaufbereitung, *Zeit. Vereines Inge.*, Vol. 77(1933), pp. 318-321.
- (21) Hirasaki, G.J. and Hellums, J.D., Boundary conditions on the vector and scalar potentials in viscous three-dimensional hydrodynamics, *Quart. Appl. Math.*, Vol. 28, No. 2(1970), pp. 293-296.
- (22) Leonard, A., Vortex methods for flow simulation, *J. Comput. Phys.*, Vol. 37(1980), pp. 289-335.
- (23) Kamemoto, K. and Miyasaka, T., Development of a vortex and heat elements method and its application to analysis of unsteady heat transfer around a circular cylinder in a uniform flow, *VORTEX METHODS (K. Kamemoto and M. Tsutahara eds.)*, (2000), pp. 135-144, World Scientific.
- (24) Ishii, M., One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motions between phases in various two phase flow regimes, *ANL Report, ANL-77-47(1977)*.
- (25) Kawakami, K. et al., An open boundary condition for the numerical analysis of unsteady incompressible flow using the vorticity-streamfunction formulation, *Trans. of the JSME, B*, Vol. 60, No. 574(1994), pp. 1891-1896.