

二次元混合層における物質拡散の粒子法解析*

内山知実^{*1}, 村上賢司^{*2}, 大槻直洋^{*2}Numerical Simulation for Diffusion of Matter in
Plane Mixing Layer by Particle MethodTomomi UCHIYAMA^{*3}, Kenji MURAKAMI and Naohiro OTSUKI^{*3} ECOTOPIA Research Institute, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

A particle method for the diffusion of matter in free turbulent flow is applied to the calculation in a plane mixing layer. The flow field is simulated by a vortex method, and the diffusion of matter is calculated through a method analogous to the vortex method. The numerical result demonstrates that the particle method can indeed simulate the entrainment of matter into the shear layer due to the rotating motion of the large-scale eddies. The calculated mean concentration and fluctuation intensity indicate the self-similarities in accordance with the existing numerical results. It is also shown that the mixing asymmetry due to the large-scale eddies is successfully simulated.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Mixing, Diffusion, Vortex Method, Particle Method, Large-Scale Eddy, Mixing Asymmetry

1. 緒 言

乱流中の物質拡散現象を詳細に把握することは、汚染物質の広がり、異種流体間の混合過程、化学反応速度の正確な予測などに関連して重要である。とくに自由乱流における物質拡散は様々な工業機器において観察されるため、その解明は工学上重要である。混合層の発達過程や運動量拡散が組織的構造をもつ大規模な渦に支配されることを Brown-Roshko⁽¹⁾ が明らかにして以来、自由乱流における大規模渦の運動と物質拡散の関係に注目が寄せられている。流れ場の幾何学的形状が単純なことから、これまで二次元混合層を対象に多くの研究が行われている⁽²⁾⁻⁽⁵⁾。

一方、星雲、プラズマおよび流体など様々な時空間スケールをもつ物質の運動の数値解法として、粒子法が注目を集めている⁽⁶⁾。粒子法は、質量、電荷および渦度などの物理量が与えられた微小な粒子の運動を Lagrange 計算し、その挙動から物質全体の運動を求める解法である。空間を計算格子に分割する必要がないこと、数値積分が主体の解法のため数値安定性が極めて高いことなど、差分法や有限要素法などとは異なる特徴をもつ。

流体解析に対する粒子法は渦法とも呼ばれ、自由乱流の解析に有効に利用されている⁽⁷⁾。渦の生成や変形など渦構造の発展過程を良好に計算できるからである。渦法は、最近、様々な流動現象の解析に拡張して用いられ、その適用範囲が拡大されつつある。著者の一人は、微細な固体粒子を含む自由乱流の解法を提案し⁽⁸⁾、円柱周りの流れ⁽⁹⁾、二次元混合層⁽¹⁰⁾、スリットノズル噴流⁽¹¹⁾ および自由落下粒子群が形成する粒子噴流⁽¹²⁾ の解析に適用した。渦法で解くべき方程式は渦度の輸送方程式であるが、拡散方程式も同型であることから、拡散場の解析にも渦法に準拠した粒子法の適用が試みられてきた。大上ら⁽¹³⁾ は一次元拡散方程式に対する安定性や解析精度を検討している。Kamemoto-Miyasaka⁽¹⁴⁾ は熱拡散に関する二次元解法を提案し、円柱周りの強制対流を数値解析している。しかし、変動拡散場を求めた研究はなく、また実在する物質拡散現象への適用例は見当たらないのが現状であった。そこで、前報⁽¹⁵⁾ では Tsunoda ら⁽¹⁶⁾ が実験の対象とした格子乱流中におかれた円柱周りの点源プルームの拡散現象について、流れ場を渦法で計算し、濃度場を渦法に準拠した粒子法により求めた。その結果、円柱下流の Karman 渦に物質が巻込まれることが実験により明らかにされているが、このような大規模

* 原稿受付 2002年11月14日。

*1 正員、名古屋大学エコトピア科学研究機構(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。

*2 名古屋大学大学院人間情報学研究科。

E-mail: uchiyama@is.nagoya-u.ac.jp

渦がもたらす拡散現象を良好に求められることを確認した。また、得られた平均濃度と濃度変動強さの分布が実験結果と良く一致することも示した。

本論では、混合層における物質拡散の解析に対する上述の粒子法の有用性を示すため、長谷川ら⁽⁵⁾が差分法により濃度場を求めた二次元混合層の解析に適用した。その結果、平均濃度と濃度変動強さの分布が差分解析結果とよく一致することを確認できた。また、低速側の物質よりも高速側の物質がせん断層により多く取り込まれることが実験⁽⁴⁾により明らかにされているが、このような混合の非対称性が良好に予測できることも示した。

2. 記号

I : 蛍光強度

L : 基準長さ

p : 圧力

t : 時間

t^* : 無次元時間 = $t\Delta U/L$

Δt : 計算時間ステップ

Δt_v : 渦要素の放出時間ステップ

Δt_c : 濃度要素の放出時間ステップ

u : 速度

u' : 変動速度

\bar{u} : 時間平均速度

U_1 : スプリッタプレート高速側の速度

U_2 : スプリッタプレート低速側の速度

ΔU : 速度差 = $U_1 - U_2$

$y_{0.5}$: $\bar{u}_x = (U_1 + U_2)/2$ となる y 座標

Γ : 循環

γ : 物質濃度

γ' : 変動濃度

$\bar{\gamma}$: 時間平均濃度

ε : 濃度要素のコア半径

θ_x : 混合層運動量厚さ

$$= \frac{1}{\Delta U^2} \int_{-\infty}^{\infty} (U_1 - \bar{u}_x)(\bar{u}_x - U_2) dy$$

κ : 拡散係数

ν : 動粘度

ρ : 密度

σ : 渦要素のコア半径

ω : 渦度 = $\nabla \times u$

添字

max : 最大値

x, y : x, y 方向成分

3. 数値解法

3.1 支配方程式 流体の質量および運動量の保存方程式は、非圧縮性を仮定すれば次式で表される。

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u \quad (2)$$

ここで、 ν は動粘度である。

本研究では二次元解析を実行する。この場合、式(2)の回転をとり式(1)を考慮して整理すれば、つぎの渦度方程式が得られる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \omega = \nu \nabla^2 \omega \quad (3)$$

一方、物質の拡散現象はつぎの拡散方程式に支配される。

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \gamma = \kappa \nabla^2 \gamma \quad (4)$$

ここで、 γ は物質濃度、 κ は拡散係数である。

式(3)および(4)は、それぞれ渦度 ω および物質濃度 γ に関する移流拡散方程式であり、Lagrange 座標系で記述すれば次式となる。

$$\frac{d\omega}{dt} = \nu \nabla^2 \omega \quad (5)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \kappa \nabla^2 \gamma \quad (6)$$

渦法は、渦度場を微小な渦要素で離散化し、式(5)を Lagrange 解析して得られる渦要素の挙動から渦度場を求める解法である。ただし、求められた渦度場がつぎの Biot-Savart の式に代入され、速度場が計算される。

$$u(x) = -\frac{1}{2\pi} \int \frac{(x - x') \times \omega(x')}{|x - x'|^2} dx' + u_0 \quad (7)$$

ここで、 u_0 はポテンシャル流れの速度を表す。

式(5)と(6)は同型であることから、濃度場を濃度要素で離散化し、渦法に類似した Lagrange 的な解法を式(6)に適用すれば濃度場が求められる⁽¹⁵⁾。その概略を以下に示す。

3.2 渦度場および濃度場の離散化 渦度場を多数の微小な渦要素により離散化する。ただし、渦要素がコア構造をもつものとする⁽¹⁷⁾。渦要素 α の循環を Γ_α 、コア半径を σ_α 、位置ベクトルを x^α とすれば、渦要素 α による位置 x における渦度は次式で与えられる。

$$\omega^\alpha(x) = \frac{\Gamma_\alpha}{\sigma_\alpha^2} f\left(\frac{|x - x^\alpha|}{\sigma_\alpha}\right) \quad (8)$$

ここで、コア関数 $f(\rho)$ は次式で定められる。

$$f(\rho) = \begin{cases} 1/(2\pi\rho) & \rho \leq 1 \\ 0 & \rho > 1 \end{cases} \quad (9)$$

渦度場を N 個の渦要素で離散化し、各渦要素の渦度分布の重ね合わせで表現すれば、速度 $\mathbf{u}(x)$ は式(7)と(8)から得られる次式で表される。

$$\mathbf{u}(x) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{\alpha=1}^N \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}^\alpha) \times \mathbf{k}\Gamma_\alpha}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}^\alpha|^2} g\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}^\alpha|}{\sigma_\alpha}\right) + \mathbf{u}_0 \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{k} は渦度ベクトルと同一方向の単位ベクトルであり、関数 $g(\rho)$ は次式で表される。

$$g(\rho) = \begin{cases} \rho & \rho \leq 1 \\ 1 & \rho > 1 \end{cases} \quad (11)$$

濃度場は濃度要素により離散化する。ただし、濃度要素はコア構造をもち、要素内の濃度が Gauss 分布を示すものとする。この場合、濃度要素 α の強度を $\gamma_{\alpha 0}$ 、コア半径を ε_α 、位置ベクトルを \mathbf{x}^α とすれば、濃度要素 α による位置 \mathbf{x} における濃度は次式で表される。

$$\gamma_\alpha(\mathbf{x}) = \frac{\gamma_{\alpha 0}}{\pi \varepsilon_\alpha^2} \exp\left[-\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}^\alpha}{\varepsilon_\alpha}\right)^2\right] \quad (12)$$

コア半径や位置ベクトルなど各要素の挙動は、渦法における渦要素の場合と同様、後述するように Lagrange 計算される。任意の位置における濃度は、式(12)から求められる各要素による濃度を全要素について重ね合わせれば計算できる。すなわち、濃度場を M 個の濃度要素で離散化した場合、濃度 $\gamma(\mathbf{x})$ は次式で与えられる。

$$\gamma(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha=1}^M \gamma_\alpha(\mathbf{x}) \quad (13)$$

3.3 渦要素および濃度要素の導入と移流 流れの概略を図 1 に示す。スプリッタプレートの高速側および低速側でそれぞれ速度 U_1 および U_2 をもつ流体がプレート下流で混合する。高速側および低速側の物

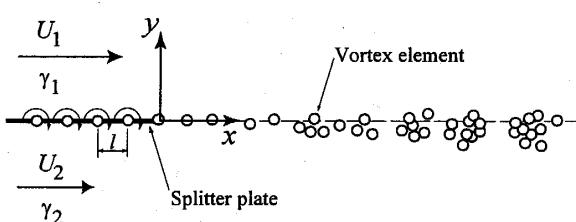


Fig.1 Flow configuration

質濃度は、それぞれ γ_1 および γ_2 である。

自由せん断層は、スプリッタプレート先端から時間ステップ Δt_v ごとに渦要素を放出して表現する。放出後の渦要素は、式(7)で与えられる速度 \mathbf{u} で移流するので Lagrange 的に追跡できる。放出時の循環 Γ_0 およびコア半径 σ_0 は次式(10)で与える。

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2}(U_1^2 - U_2^2)\Delta t_v, \quad \sigma_0 = \frac{\Delta t}{4}(U_1 + U_2) \quad (14)$$

ここで、 Δt は計算時間ステップである。

スプリッタプレートを非粘性渦面として扱い、図 1 に示すように循環 Γ をもつ渦要素を等間隔 l で並べて表現する。ただし、

$$\Gamma = (U_1 - U_2)l, \quad l = (U_1 + U_2)\Delta t_v/2 \quad (15)$$

計算領域下流に流出した渦要素は計算から除外する。ただし、除外の影響を考慮するため、式(15)と同じ渦面を領域下流の $y=0$ の位置に設ける(10)。

濃度要素は、図 2 に示すように入口断面 ($x=0$) で y 方向に間隔 l_y で並べ、時間ステップ Δt_c ごとに放出する。放出後の濃度要素も式(7)で与えられる速度で移流するため、Lagrange 的に追跡できる。ただし、 $x=0$ における流れ方向 (x 方向) に対する濃度の一様性を確保するため、 $x < 0$ の領域に 2 列の濃度要素を間隔 l_x で配置する。

渦度に及ぼす粘性の影響は、コア半径 σ_α を時間の経過とともに増大させる Core spreading 法(18)により模擬する。式(5)と(6)が同型であることに着目し、濃度要素のコア半径も同様の関係が成り立つものとする。すなわち、

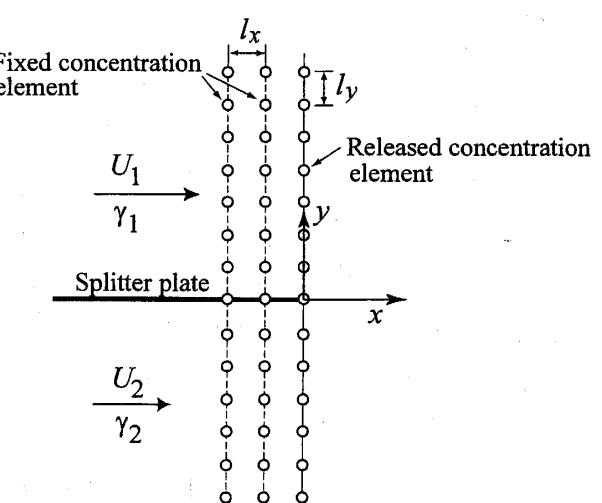


Fig.2 Arrangement of fixed concentration element

$$\frac{d\sigma_\alpha}{dt} = \frac{\nu c^2}{2\sigma_\alpha} \quad (16)$$

$$\frac{d\varepsilon_\alpha}{dt} = \frac{\kappa c^2}{2\varepsilon_\alpha} \quad (17)$$

ここで、 $c=2.242$ である。この c の値は、無限長さの直線渦糸の周りで最大速度が誘起される半径位置の時間変化に関する、Navier-Stokes式の厳密解から求められる。

4. 解析条件

長谷川ら⁽⁵⁾が二次元数值解析の対象とした平面混合層における物質拡散の解析に本解法を適用した。長谷川らは、流れ場および濃度場をそれぞれ渦法および差分法で求めている。流れ場の基準長さを L とし、計算領域を $0 \leq x/L \leq 20$ および $-2 \leq y/L \leq 2$ とした。速度比 U_2/U_1 は0.4、速度差 $\Delta U = U_1 - U_2$ と L に基づくReynolds数は10000、Schmidt数 ν/κ は1である。

本解析では、計算時間ステップ $\Delta t \Delta U/L$ を 1.4×10^{-2} とし、渦要素の放出時間ステップ Δt_v は Δt と同一とした。この Δt の値は、予備計算によれば、既存の結果とよく一致する流れ場を与える最大値の1/2である。渦要素と濃度要素の移流のLagrange計算には、二次精度Adams-Basforth法を用いた。 $x < 0$ における濃度要素の間隔 l_x/L は $5U_1\Delta t/L$ とした。 $x=0$ における濃度要素の y 方向への間隔 l_y/L は0.107とし、初期コア半径と同一にした。濃度要素の放出時間ステップ Δt_c は、高速側では $5\Delta t$ 、低速側では速度比 $U_2/U_1=0.4$ を考慮して $13\Delta t$ とした。これにより、初期断面における x 方向および y 方向に対する濃度要素のコア半径の重なりが確保され、合理的な濃度分布が実現される。なお、コア半径は時間とともに増大するため(式(17)参照)、解析領域の全域にわたり隣接する要素の間でコア半径が重なることを確認している。

任意の位置の瞬時濃度は、当該時刻における濃度要素の分布と各要素のコア半径がLagrange計算されれば、各要素による濃度の重ね合わせから求められる(式(13)参照)。本解析では、計算領域に矩形格子(格子数 80×40)を設置し、濃度の瞬時値、時間平均値および変動強さを格子点上で求めた。

5. 解析結果と考察

5.1 速度場 湍要素と速度ベクトルの分布の時間変化を図3に示す。ただし、渦の様子を見やすくするため平均速度 $(U_1 + U_2)/2$ を差し引いた分布が表示

してある。渦要素は、スプリッタプレートに近い領域では直線上にほぼ一様に分布するが、 $x/L \geq 2$ においてクラスタを形成する。クラスタは流下しながら合体し、大規模な渦を形成する。このような渦要素のクラスタリングと合体は、Inoue⁽¹⁹⁾による二次元渦法解析でも求められている。

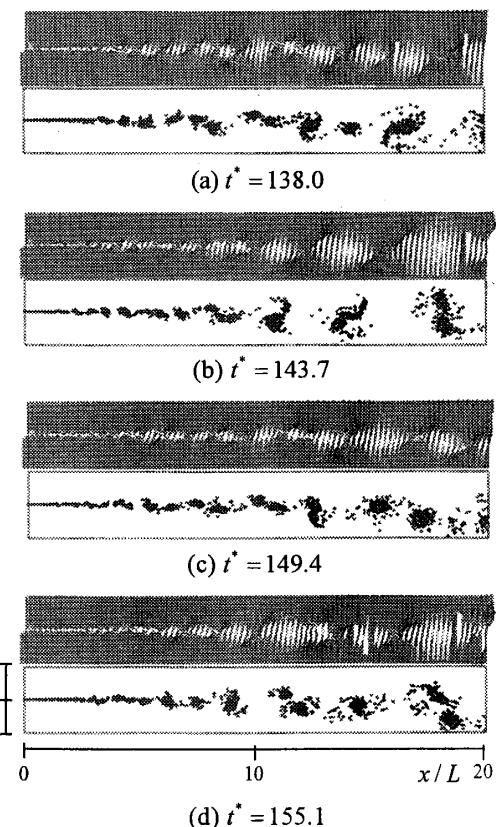


Fig.3 Time variation for distributions of fluid velocity and vortex element

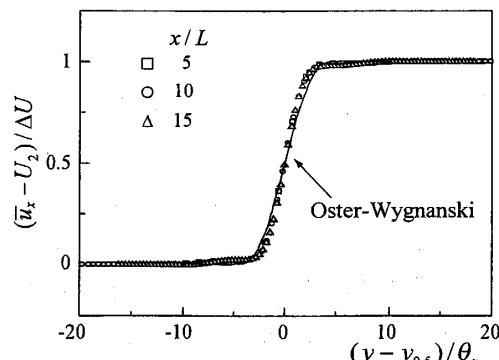
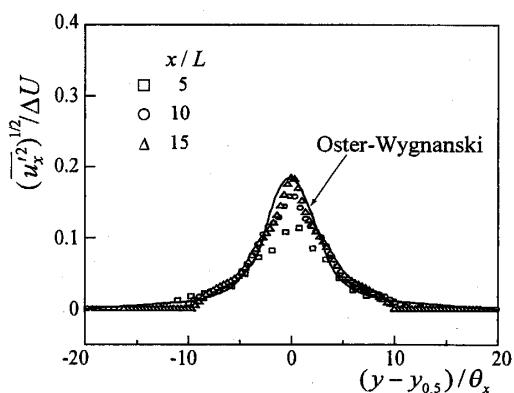
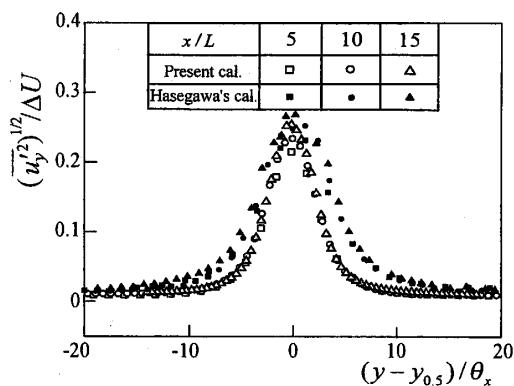


Fig.4 Distribution of mean flow velocity

図4は流れ方向(x 方向)時間平均速度 \bar{u}_x の分布を示す。 $x/L \geq 5$ の3断面において無次元速度が1本の曲線上に分布し、流れが自己保存の状態にあることがわかる。また、Oster-Wygnanski⁽²⁰⁾の測定結果とほぼ一致している。



(a) Streamwise component



(b) Cross-stream component

Fig.5 Distribution of r.m.s. velocity fluctuation

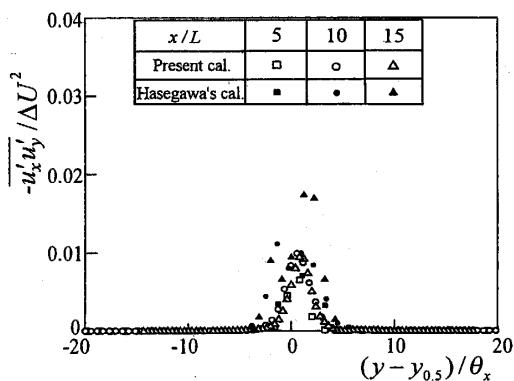


Fig.6 Distribution of Reynolds shear stress

流れ方向および横方向の乱れ強さは、図5に示すように、それぞれ自己保存状態にある。流れ方向の乱れ強さは測定結果⁽²⁰⁾とほぼ一致している。一方、横方向の乱れ強さは、実験結果がないため、長谷川ら⁽⁵⁾の二次元渦法による結果と比較してある。長谷川らの結果と同様、最大値が流れ方向の値よりも過大である。これは二次元渦法解析に共通した特徴⁽²¹⁾⁽²²⁾であり、渦度の拡散を助長する渦の伸張が無視されていることに起因している⁽²²⁾。

図6は、レイノルズ応力の分布を長谷川らの結果と比較したものである。本解析結果には明確な自己保存性が認められる。解析条件と同じ速度比 $U_2/U_1=0.4$ に対する測定は見当たらないが、 $U_2/U_1=0.6$ に対する測定結果⁽²⁰⁾は自己保存にある。 U_2/U_1 が低い場合ほど速度差 $U_1 - U_2$ と運動量厚さ θ_x に基づくReynolds数が高まるため、 $U_2/U_1 < 0.6$ においても自己保存状態にあることがOster-Wygnanski⁽²⁰⁾により推察されている。よって、本解析結果は妥当であるものと考えられる。

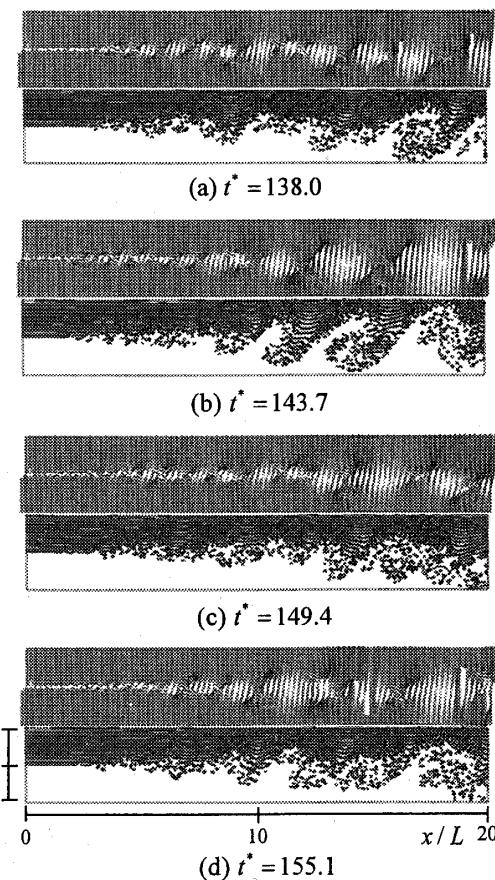


Fig.7 Time variation for distribution of concentration element

5・2 濃度場 高速側 ($y/L > 0$) から拡散物質が流入した場合を想定し、高速側からのみ濃度要素を放出した場合の要素分布の時間変化を速度分布とともに図7に示す。濃度要素は、流下とともに大規模渦に巻込まれる。このため、せん断層が発達する下流ほど低速側 ($y/L < 0$) に多くの要素が大きく移動する。

図7において高速側の濃度 γ_1 を1とした場合の濃度 γ の分布の時間変化を図8に示す。ただし、等高線は γ が0.2から0.8までを0.1ごとに描いてある。速度分布と対比すると、たとえば図8(b)の $x/L=18.4$ で顕著なように、大規模渦の内部で濃度が高い様子が見て取れる。このような大規模渦の巻込みによる濃度分布の変化は長谷川ら⁽⁵⁾の差分解析でも求められている。なお、円柱周りの点源プルームの拡散について、Karman渦に拡散物質が巻込まれることが実験⁽¹⁶⁾により明らかにされ、著者ら⁽¹⁵⁾の渦法解析でも同様な結果が得られている。

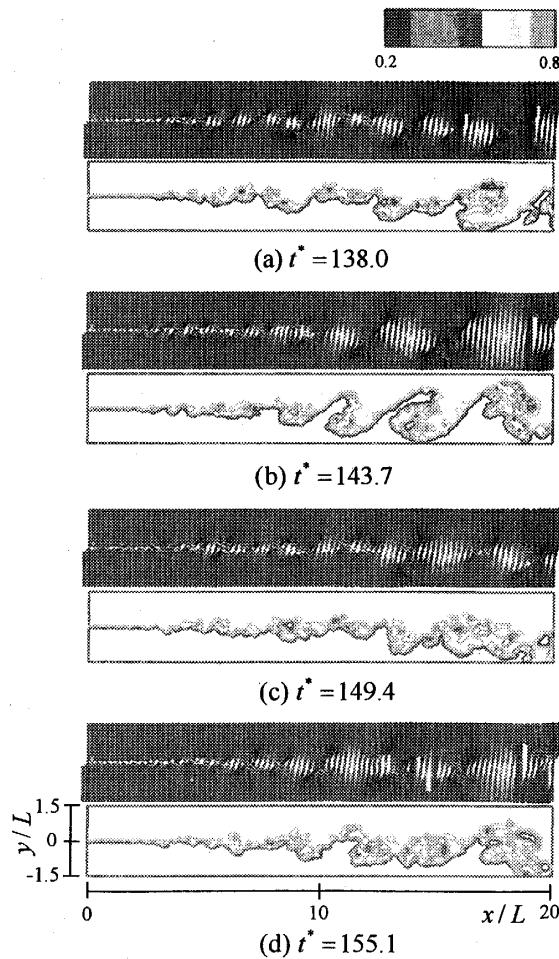
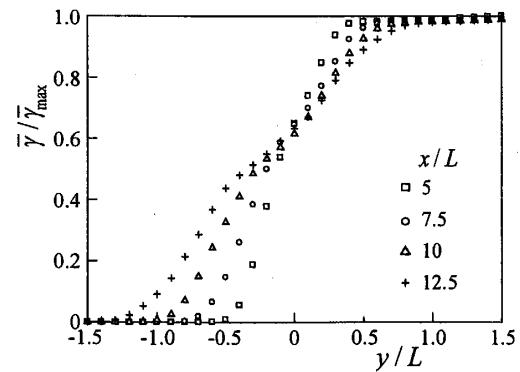
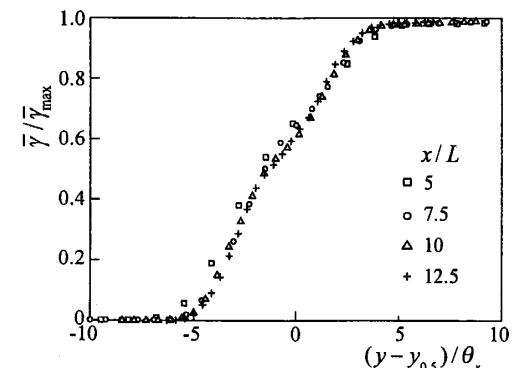


Fig.8 Time variation for distribution of concentration

流れ方向に異なる4断面における時間平均濃度 $\bar{\gamma}$ の分布を図9に示す。図9(a)は、断面内の最大値 $\bar{\gamma}_{max}$ で除した $\bar{\gamma}/\bar{\gamma}_{max}$ を y/L に対して示したものである。濃度は下流断面ほど高速側で低下し低速側で上昇し、せん断層の発達に伴い物質が横方向に拡散することが知られる。また、 $y/L=0$ で濃度勾配がやや緩やかである。



(a)



(b)

Fig.9 Distribution of mean concentration

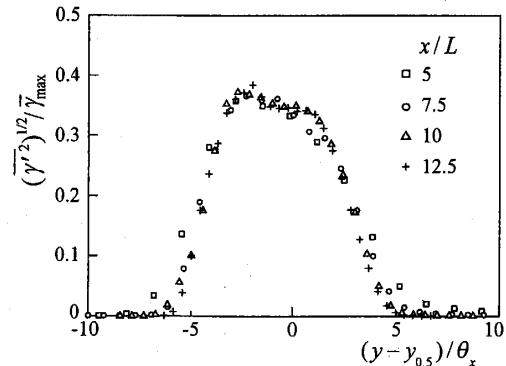


Fig.10 Distribution of r.m.s. concentration fluctuation

る。この地点は大規模渦の中心が通過する位置に相当し、渦中心では流体の旋回速度が小さく、渦周囲に比べ物質の混合が活発でないためである。図 9(b)は運動量厚さ θ_x で除した $(y - y_{0.5})/\theta_x$ に対する分布であり、明確な自己保存性が求められている。上述のような平均濃度の分布は、図示は省略するが差分解析結果⁽⁵⁾とよく一致している。

濃度変動強さの分布を図 10 に示す。分布に自己保存性が見られる。図 7 で示したように濃度要素が大規模渦に巻込まれ、多くは低速側の渦周囲に移動する。このため、低速側の渦周囲に相当する $(y - y_{0.5})/\theta_x = -2.4$ において、大規模渦の周期的通過により濃度が大きく変動し、濃度変動強さが極大となる。

上述の濃度に関する統計量は、濃度場が十分に発達した無次元時間 t^* が 140 から 280 において求めた。計算にはパーソナルコンピュータ (Pentium 4, 2GHz) を用い、 $t^*=280$ までの計算に 92 時間を要した。

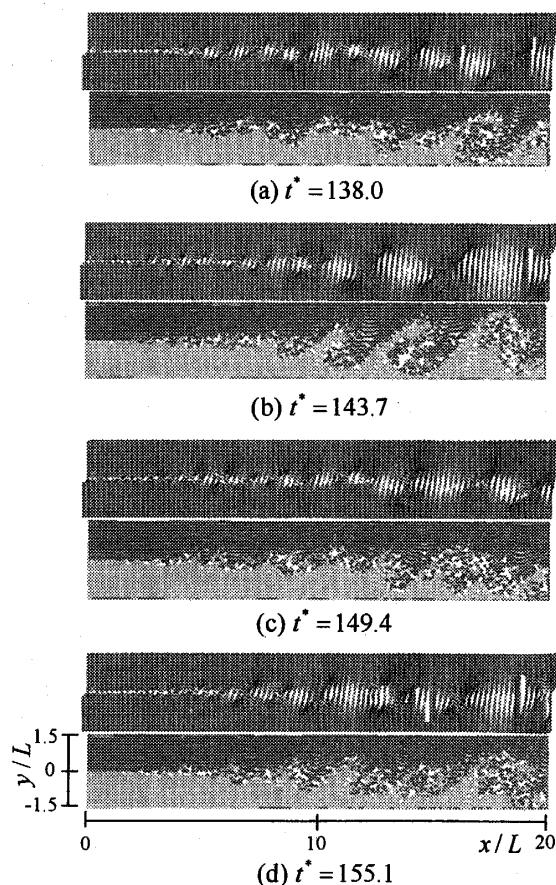


Fig.11 Time variation for distribution of concentration element released from higher and lower velocity sides

5.3 混合の非対称性 Koochesfahani ら⁽⁴⁾の実験によれば、二次元混合層では低速側の物質よりも高速側の物質のほうがせん断層により多く取りこまれる。実験では、中和剤（濃度 γ_{base} ）を混合した流体および色素（濃度 γ_{dye} ）と酸を混合した流体がせん断層両側から流され、色素が中和剤との混合により基準酸性値以下になるとレーザー光により γ_{dye} に比例した蛍光を発生する性質が利用されている。長谷川ら⁽⁵⁾は、この実験を模擬した差分解析に際し、蛍光強度 I をつぎのように設定した。

$$I = \begin{cases} 2\gamma_{dye} & \text{for } \gamma_{base} \geq 0.5 \\ 0 & \text{for } \gamma_{base} < 0.5 \end{cases} \quad (18)$$

本解析でも式 (18) に従い、 $0 \leq I \leq 1$ となるよう I を規格化した。

高速側と低速側から濃度要素を放出した場合の要素分布の時間変化を速度分布とともに図 11 に示す。ただし、高速側および低速側の要素をそれぞれ青および赤で表示してある。大規模渦の運動により混合がもたらされ、下流ほどせん断層が発達するため大きな混合が発生している。

図 12 は無次元時間 $t^*=143.7$ における I の分布を示す。ただし、等高線は強度 0.05 から 1 までを 4 段階で表示してある。図 12(a) は、高速側から中和剤、低速側から色素と酸を流したときの結果である。せん断層内部で I が高い。高速側から色素と酸、低速側から中和剤を流した場合の結果を図 12(b) に示すが、蛍光面積は図 12(a) のほうが大きい。すなわち、低速側よりも高速側の物質のほうがせん断層に巻き込まれやすいことを示している。上述のような混合の非対称性は、

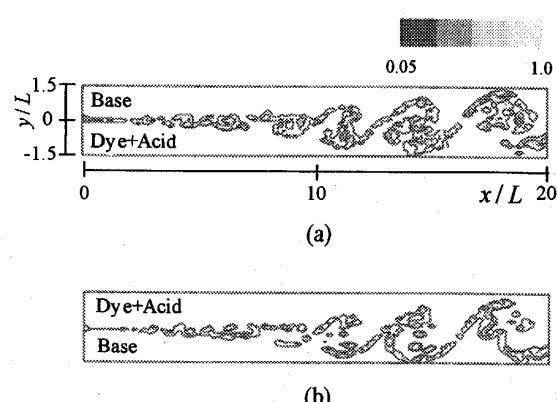


Fig.12 Distribution of fluorescence intensity at $t^*=143.7$

差分法⁽⁵⁾でも求められている。よって、本解法は既存の差分法と同様、混合層における物質拡散を良好に解析できることが知れる。

6. 結論

流れ場を渦法で求め、物質拡散を渦法に準拠した解法で計算する粒子法を二次元混合層における拡散現象の解析に適用し、以下の結論を得た。

(1) 本解法により、二次元混合層における大規模渦によるせん断層中への物質の巻込み現象が良好に解析できる。

(2) 求められた平均濃度と濃度変動強さは自己保存の状態にあり、従来の差分法による解析結果とよく一致する。

(3) 低速側よりも高速側の物質のはうがせん断層に巻き込まれやすい、混合の非対称性が良好に計算できる。

終わりに、本研究の遂行にあたり、有益なご助言を賜った本学大学院工学研究科 酒井康彦教授に感謝申し上げる。

文 献

- (1) Brown, G. L. and Roshko, A., On density effects and large structure in turbulent mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **64**(1974), 775-816.
- (2) Roshko, A., Structure of turbulent shear flows: A new look, *AIAA J.*, **14-10**(1976), 1349-1357.
- (3) Batt, R. G., Turbulent mixing of passive and chemically reacting species in a low-speed shear layer, *J. Fluid Mech.*, **82**(1977), 53-95.
- (4) Koochesfahani, M. M. ほか 2 名, A "Flip" experiment in a chemically reacting turbulent mixing layer, *AIAA J.*, **23-8**(1985), 1191-1194.
- (5) 長谷川達也・ほか 2 名, 平面せん断層における物質輸送の数値解析, 機論, **53-485**, B(1987), 102-107.
- (6) Hockney, R. W. and Eastwood, J. W., *Computer Simulation Using Particles*, (1981), McGraw-Hill, New York.
- (7) Winckelmans, G. S. and Leonard, A., Contributions to vortex particle methods for the computation of three-dimensional incompressible unsteady flows, *J. Comput. Phys.*, **109**(1993), 247-273.
- (8) 内山知実・ほか 2 名, 渦法による固気二相自由乱流の数値解法(数値モデルと二次元混合層への適用), 機論, **66-651**, B(2000), 2853-2860.
- (9) Uchiyama, T. ほか 2 名, Numerical study on solid-liquid two-phase flow around a circular cylinder using a vortex method, *Proc. 1st Asian Particle Technol. Symp.*, Bangkok, (2000), (on CD-ROM).
- (10) Uchiyama, T. and Naruse, M., Numerical simulation of gas-particle two-phase mixing layer by vortex method, *Powder Technol.*, **125**(2002), 111-121.
- (11) Uchiyama, T. and Naruse, M., Numerical simulation of gas-particle two-phase jet by vortex method, *Powder Technol.*, **131**(2003), 156-165.
- (12) 内山知実・北野佳伸, 自由落下粒子群が形成する粒子噴流の数値解析, 機論, **69-684**, B(2003), 1737-1745.

- (13) 大上芳文・ほか 2 名, 粒子法による拡散方程式の決定論の一解法における精度と安定性, 機論, **57-544**, B(1991), 4092-4099.
- (14) Kamemoto, K. and Miyasaka, T., Development of a vortex and heat elements method and its application to analysis of unsteady heat transfer around a circular cylinder in a uniform flow, *VORTEX METHODS*, (2000), (Eds. Kamemoto, K. and Tsutahara, M.), World Scientific, Singapore, 135-144.
- (15) Uchiyama, T. and Okita, T., Numerical prediction of plume diffusion field around a circular cylinder by particle method, *Advances in Environmental Research*, **7**(2003), 573-581.
- (16) Tsunoda, H. ほか 3 名, The effect of a circular cylinder on the diffusion of matter by a plume, *J. Fluid Mech.*, **246**(1993), 419-442.
- (17) Ghoniem, A. F. and Cagnon, Y., Vortex simulation of laminar recirculating flow, *J. Comput. Phys.*, **68**(1987), 346-377.
- (18) 坂田弘・ほか 2 名, うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法(第1報、単独正方形柱まわりの流れ), 機論, **49-440**, B(1983), 801-808.
- (19) Inoue, O., Vortex simulation of a turbulent mixing layer, *AIAA J.*, **23**(1985), 367-373.
- (20) Oster, D. and Wygnanski, I., The forced mixing layer between parallel streams, *J. Fluid Mech.*, **123**(1982), 91-130.
- (21) Wen, F. ほか 4 名, Particle dispersion by vortex structures in plane mixing layers, *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **114-4**(1992), 657-666.
- (22) Yang, X. ほか 3 名, Two-way coupled bubble laden mixing layer, *Chem. Eng. Sci.*, **57**(2002), 555-564.