

## Vortex in Cell 法による固気二相自由乱流の数値解析\*

(数値解法と二次元混合層への適用)

内山知実<sup>\*1</sup>, 成瀬正章<sup>\*2</sup>

### Vortex in Cell Method for Gas-Particle Two-Phase Free Turbulent Flow (Numerical Method and Application to Plane Mixing Layer)

Tomomi UCHIYAMA<sup>\*3</sup> and Masaaki NARUSE

<sup>\*3</sup> Center for Information Media Studies, Nagoya University,  
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

This paper proposes a two-dimensional numerical method for gas-particle two-phase free turbulent flow based on a vortex in cell method. The method simultaneously calculates the behavior of vortex element and the particle motion by the Lagrangian approach. The change in the vorticity of the vortex element owing to the particle is simulated through the algorithm for a vortex method proposed by the authors in the prior study. The present method is also applied to calculate a gas-particle two-phase plane mixing layer. It is found that the method allows the calculation with less CPU time than the vortex method. The gas flow field and the particle motion are favorably compared with those simulated by using the vortex method.

**Key Words:** Multiphase Flow, Numerical Analysis, Vortex in Cell Method, Free Turbulent Flow, Mixing Layer, Particle Dispersion

### 1. 緒 言

気流中に微細な固体粒子を含む自由乱流は、反応装置や内燃機関など様々な工業用機器において観察される。このような固気二相自由乱流を対象に多くの研究が遂行され、貴重な成果が蓄積してきた。単相混合層の発達過程や運動量拡散が組織的構造をもつ大規模な渦に支配されることが Brown-Roshko<sup>(1)</sup> により明らかにされて以来、自由乱流における組織渦と粒子運動の関係に注目が寄せられている。Crowe ら<sup>(2)</sup> は粒子運動が組織渦への粒子の追従性により分類できるものと考察し、粒子運動を評価するパラメータとして、組織渦の時間スケールに対する粒子緩和時間の比である Stokes 数を用いることを提案した。その後、二次元混合層<sup>(3)~(5)</sup>、噴流<sup>(6)</sup> および物体後流<sup>(7)~(9)</sup> など様々な自由乱流における粒子の数密度や速度の分布などが調べられ、Stokes 数の有用性が確認されている。また、二相噴流に対する直接数値計算<sup>(10)</sup> および Large Eddy Simulation<sup>(11)</sup> が実行され、組織渦と粒子運動の関係のほか、流れの発達過程に及ぼす粒子の

影響などに関し、実験的研究を補完し得る知見が得られている。

一方、単相自由乱流の解析に渦法が有効に利用されている<sup>(12)</sup>。渦法は、乱流モデルを導入することなく、大規模渦の形成や変形など渦構造の発展過程を直接計算できるためである。固気二相自由乱流の解析にも有用であるものと考えられ、二相噴流に対する渦法として、液滴流に対する渦法<sup>(13)</sup> に修正を加えた解法が提案された<sup>(14)</sup>。しかし、二相間の相互作用に関する Two-way coupling の計算法に問題があったことから、著者らは既報<sup>(15)</sup> において Two-way 渦法を提示した。気相渦度場を渦要素により離散化し、渦要素と固体粒子の運動を Lagrange 計算する解法である。著者らは、本解法をスリットノズル噴流<sup>(16)</sup> や二次元混合層<sup>(17)</sup> の二相流解析に適用し、得られた結果を LES や実験結果と比較することにより解法の有用性を示した。また、前報<sup>(18)</sup> では自由空間中を自由落下する粒子群が形成する粒子噴流の解析に適用し、巻込み空気流量に及ぼす粒子の直径や質量流量の影響などを明らかにした。

渦法では、渦要素は当該要素を除いた全要素による誘起速度で移流する。移流速度の計算に Biot-Savart の式が用いられるため、渦要素数の増加とともに計算量が飛躍的に増大する<sup>(19)</sup>。この計算負荷を低減す

\* 原稿受付 2002年12月5日。

<sup>\*1</sup> 正員、名古屋大学情報メディア教育センター(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。

<sup>\*2</sup> 名古屋大学大学院人間情報学研究科。

E-mail: uchiyama@info.human.nagoya-u.ac.jp

るため、単相流解析の分野において、渦法に類似した Vortex in Cell 法（略して VIC 法）が提案され<sup>(19)</sup>、円柱周りの流れの二次元解析例が報告されている<sup>(20)(21)</sup>。VIC 法は、渦要素の移流を Lagrange 計算により求めることは渦法と同様であるが、移流速度の計算では解析領域を計算格子に分割し、差分法などで Poisson 方程式を解く Euler 的方法を用いる。固気二相流の解析は計算負荷が著しく大きいため、VIC 法に基づく解法は負荷の低減に極めて有効であるものと期待できる。

本論では、VIC 法を用いた固気二相自由乱流の二次元数値解法を提案する。Two-way coupling の計算には、各計算格子において粒子運動がもたらす渦度変化を求める、既報<sup>(15)</sup>で提示した渦法に対する方法を準用する。また、本解法を固気二相二次元混合層の解析に適用し、組織渦と粒子運動の関係のほか、平均速度や乱れ強さなどを渦法による解析結果<sup>(17)</sup>と比較し、本解法の妥当性を検討した結果についても述べる。

## 2. 記号

- $A$  : 計算格子の面積
- $d$  : 粒子直径
- $\mathbf{F}_D$  : 気相が粒子から受ける力
- $\mathbf{f}_D$  : 粒子に作用する流体抗力
- $g$  : 重力加速度
- $m$  : 粒子の質量混合比あるいは単一粒子の質量
- $p$  : 圧力
- $t$  : 時間
- $\mathbf{u}$  : 速度
- $\mathbf{u}'$  : 変動速度
- $\bar{\mathbf{u}}$  : 時間平均速度
- $U_1$  : スプリッタプレート高速側の気相速度
- $U_2$  : スプリッタプレート低速側の気相速度
- $U_a$  : 平均速度  $= (U_1 + U_2)/2$
- $y_{0.5}$  :  $\bar{u}_{gx} = U_a$  となる  $y$  座標
- $\Delta t$  : 計算時間間隔
- $\Delta t_v$  : 渦要素の放出時間間隔
- $\Delta U$  : 速度差  $= U_1 - U_2$
- $\Gamma$  : 循環
- $\theta_x$  : 混合層運動量厚さ
- $= \frac{1}{\Delta U^2} \int_{-\infty}^{\infty} (U_1 - \bar{u}_{gx})(\bar{u}_{gx} - U_2) dy$
- $\nu$  : 気相の動粘度
- $\rho$  : 密度
- $\sigma$  : 渦要素のコア半径
- $\phi$  : スカラポテンシャル
- $\psi$  : ベクトルポテンシャル
- $\omega$  : 気相の渦度  $= \nabla \times \mathbf{u}_g$

添字

- $g$  : 気相
- $p$  : 粒子
- $x, z$  :  $x$  方向成分および  $z$  方向成分

## 3. 基礎式

### 3.1 仮定

- 本解法では以下の仮定を用いる。
- (1) 気相は非圧縮である。
- (2) 粒子の密度は気相に比べ十分に大きい。
- (3) 粒子は球形であり、均一な直径をもつ。
- (4) 粒子間衝突は無視できる。

### 3.2 気相および粒子の支配方程式

気相の質量および運動量保存式は、仮定(1)を用いれば次式で表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_g = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_g}{\partial t} + \mathbf{u}_g \cdot \nabla \mathbf{u}_g = -\frac{1}{\rho_g} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}_g - \frac{1}{\rho_g} \mathbf{F}_D \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{F}_D$  は単位体積の気相が粒子から受ける力である。

仮定(2)より粒子に作用する支配的な力は流体抗力と重力であり、仮想質量力、揚力、Basset 力および圧力勾配力は無視できる<sup>(22)</sup>。この場合、粒子(質量  $m$ )の運動方程式は次式で表される。

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{f}_D + m\mathbf{g} \quad (3)$$

ここで、仮定(3)より流体抗力  $\mathbf{f}_D$  は次式で与えられる。

$$\mathbf{f}_D = (\pi d^2 \rho_g / 8) C_D | \mathbf{u}_g - \mathbf{u}_p | (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_p) \quad (4)$$

ただし、 $d$  は粒子直径であり、抗力係数  $C_D$  は次式<sup>(23)</sup>で定められる。

$$C_D = (24/Re_p)(1 + 0.15 Re_p^{0.687}) \quad (5)$$

ここで、 $Re_p = d | \mathbf{u}_g - \mathbf{u}_p | / \nu$  である。

**3.3 気相速度場の直交分解** Helmholtz の定理によれば、任意のベクトル場はスカラポテンシャル  $\phi$  の勾配とベクトルポテンシャル  $\psi$  の回転の和として表される<sup>(24)</sup>。ことから、気相速度  $\mathbf{u}_g$  は次式のように記述できる。

$$\mathbf{u}_g = \nabla \phi + \nabla \times \psi \quad (6)$$

$\psi$  はスカラ関数の勾配を加えても結果が不変である<sup>(24)</sup>。この任意性を取り除き、 $\psi$  を一意的に定めるため、 $\psi$  はソレノイダルであるものとする。すなわち、

$$\nabla \cdot \psi = 0 \quad (7)$$

式(6)を式(1)に代入し、恒等式  $\nabla \cdot (\nabla \times \psi) = 0$  を利用して変形すれば、つぎの Laplace 方程式が得られる。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (8)$$

式(6)の回転をとったのち式(7)を代入すれば、つぎのベクトル Poisson 方程式が得られる。

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (9)$$

ここで、 $\omega$  は気相の渦度である。

粒子は、 $\omega$  の値を通して  $\psi$  の変化をもたらすが、式(8)から知れるように  $\phi$  には影響を及ぼさない。これは、粒子の体積率が低い場合を解析の対象としており、式(8)の導出に用いた気相の質量保存式 [式(1)] に体積率が現れていないためである。

#### 4. 数 値 解 法

**4.1 気相速度場の解析** 式(2)の回転をとり、式(1)を考慮して整理すれば、気相の渦度方程式が得られる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u}_g \cdot \nabla) \omega = (\omega \cdot \nabla) \mathbf{u}_g + \nu \nabla^2 \omega - \frac{1}{\rho_g} \nabla \times \mathbf{F}_D \quad (10)$$

本論では二次元流れ場を解析の対象とする。この場合、式(10)の右辺第1項は零であり、渦度方程式は次式となる。

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nu \nabla^2 \omega - \frac{1}{\rho_g} \nabla \times \mathbf{F}_D \quad (11)$$

いま、渦度場を多数の微小な渦要素により離散化する。単相流解析に対する渦要素モデル<sup>(19)</sup>を適用し、渦要素がコア構造をもつものとする。渦要素  $\alpha$  の循環を  $\Gamma_\alpha$ 、コア半径を  $\sigma_\alpha$ 、位置ベクトルを  $\mathbf{x}^\alpha$  とすれば、渦要素  $\alpha$  による位置  $\mathbf{x}$  における渦度は次式で与えられる。

$$\omega^\alpha(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma_\alpha}{\pi \sigma_\alpha^2} \exp \left[ - \left( \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}^\alpha|}{\sigma_\alpha} \right)^2 \right] \quad (12)$$

解析領域を四角形の計算格子に分割して式(8)および(9)を解析し、得られた  $\phi$  および  $\psi$  を式(6)に代入して各格子点上の気相速度  $\mathbf{u}_g$  を求める。式(9)の解析に際し、既知値として用いられる各格子点における渦度  $\omega$  の値は、各渦要素による渦度を式(12)から求め、全渦要素について加え合わせることにより定める。

**4.2 渦要素の導入と移流** 解析の対象とする流れは自由乱流であり、既報<sup>(15)</sup>と同様、渦要素をせん断層流出位置から時間間隔  $\Delta t_v$  ごとに放出する。この導入時における循環  $\Gamma_0$  およびコア半径  $\sigma_0$  は、せん断層両側の速度  $u_{g1}$  および  $u_{g2}$  を用いた次式で定める。

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2}(u_{g1}^2 - u_{g2}^2)\Delta t_v, \quad \sigma_0 = \frac{\Delta t}{4}(u_{g1} + u_{g2}) \quad (13)$$

ここで、 $\Delta t$  は計算時間間隔である。

位置  $\mathbf{x}^\alpha$  の渦要素  $\alpha$  は気相速度で移流する。すなわち、

$$\frac{d\mathbf{x}^\alpha}{dt} = \mathbf{u}_g(\mathbf{x}^\alpha) \quad (14)$$

ここで、 $\mathbf{u}_g(\mathbf{x}^\alpha)$  は渦要素を含む計算格子の4つの格子点における速度を内挿補間して求める。

任意の時刻における渦要素の位置、循環およびコア半径が既知ならば、式(12)から渦度分布が得られ、式(6)、(8)および(9)から気相速度が解析され、式(3)から粒子運動が求められ、流動の時間変化が計算される。渦要素の位置は式(14)から得られる。循環とコア半径は、既報<sup>(15)</sup>と同様、つぎに示すように粘性拡散と粒子運動の影響を個別に評価して定める。

**4.3 粘性拡散によるコア半径の変化** 渦度は粘性拡散により減衰するが、単相流解析で多用されている、コア半径の大きさを時間変化させる Core spreading 法<sup>(19)</sup>により模擬する。すなわち、

$$\frac{d\sigma_\alpha}{dt} = \frac{2\nu}{\sigma_\alpha} \quad (15)$$

**4.4 粒子運動による循環の変化** 任意の閉曲線まわりの循環  $\Gamma$  の時間変化率は、Reynolds の輸送定理と式(1)から導かれる式に粘性拡散項を無視した式(11)を代入すれば求められる<sup>(15)</sup>。すなわち、

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\frac{1}{\rho_g} \int \mathbf{F}_D \cdot d\mathbf{r} \quad (16)$$

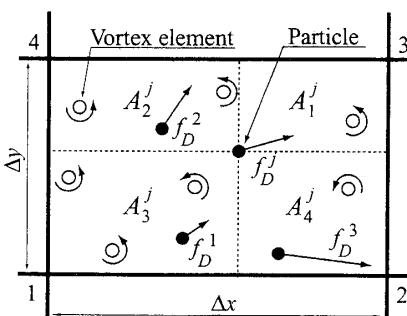


Fig.1 Computational grid

ここで、 $dr$  は線素ベクトルである。

式(16)の計算には渦法に対する方法<sup>(15)</sup>を適用する。上述のように解析領域は図1に示すような四角形格子に分割される。4つの格子点における  $\mathbf{F}_D$  の値  $\mathbf{F}_D^\beta$  ( $\beta=1\sim4$ ) に対し、 $x$  および  $y$  方向成分 ( $F_{Dx}^\beta$ ,  $F_{Dy}^\beta$ ) が既知とする。格子点間で  $\mathbf{F}_D$  が線形変化するものと仮定すれば、この格子における  $\Gamma$  の時間変化率  $\Delta\Gamma/\Delta t$  は、式(16)から導かれる次式で与えられる。

$$\frac{\Delta\Gamma}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_g} \left[ \frac{\Delta x}{2} (F_{Dx}^1 + F_{Dx}^2 - F_{Dx}^3 - F_{Dx}^4) + \frac{\Delta y}{2} (F_{Dy}^2 + F_{Dy}^3 - F_{Dy}^4 - F_{Dy}^1) \right] \quad (17)$$

格子に  $n_v$  個の渦要素が存在する場合、 $\Delta t$  における渦要素1つ当たりの循環の変化量を  $\Delta\Gamma/n_v$  とする。渦要素が存在しない場合には、循環  $\Delta\Gamma$  の渦要素1つを格子中央から新しく発生させる。

一方、格子に含まれる粒子数を  $n_p$ 、粒子  $j$  に作用する流体抗力を  $\mathbf{f}_D^j$  とすれば、 $\mathbf{F}_D^\beta$  は次式で定められる<sup>(15)~(18)</sup>。

$$\mathbf{F}_D^\beta = \frac{1}{A\Delta z} \sum_{j=1}^{n_p} \frac{A_\beta^j}{A} \mathbf{f}_D^j \quad (\beta = 1, 2, 3, 4) \quad (18)$$

ただし、 $A=\Delta x\Delta y$ 、 $A_\beta^j$  は格子点  $\beta$  を見込む四角形の面積、 $A_1^j+A_2^j+A_3^j+A_4^j=A$  である。また、 $\Delta z$  は  $x-y$  平面に垂直方向の格子幅であり、解析領域の入口境界において垂直方向に粒子が間隔  $L$  で一様に分布するものと仮定すれば、二次元解析における  $\Delta z$  は  $L$  に相当する<sup>(15)~(18)</sup>。

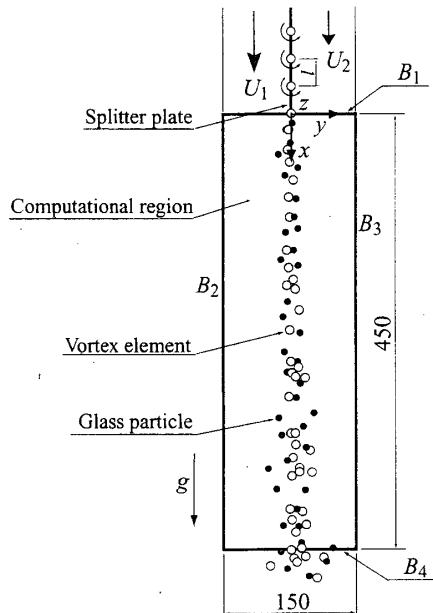


Fig.2 Configuration of flow field

4.5 解析手順 時刻  $t=t$  における流れ場が既知ならば、 $t=t+\Delta t$  の流动が以下の手順で計算される。

- (1) 粒子の運動を式(3)から求める。
- (2)  $\mathbf{F}_D^\beta$  を式(18)から求める。
- (3)  $\Delta\Gamma$  を式(17)から求める。
- (4)  $\sigma$  を式(15)から求める。
- (5) 渦要素の位置を式(14)から求める。
- (6)  $\phi$  を式(8)から求める。
- (7)  $\psi$  を式(9)から求める。
- (8)  $\mathbf{u}_g$  を式(6)から求める。

## 5. 固気二相混合層の解析への適用

5.1 解析条件 Hishida ら<sup>(3)</sup>の実験および著者ら<sup>(17)</sup>の渦法解析を参考にして、固気二相混合層の解析に本解法を適用した。図2に流れの概略を示す。流れは鉛直下向きであり、スプリッタプレートの高速側および低速側でそれぞれ速度  $U_1=13$  m/s および  $U_2=4$  m/s をもつ空気が幅 150 mm の流路に導かれ、球形のガラス粒子 ( $\rho_p=2590$  kg/m<sup>3</sup>) がスプリッタプレート先端 ( $x=0, y=0$ ) から速度 0.9 m/s で供給される。粒子直径  $d$  の影響を調べるために2種類の粒子 ( $d=72, 135$  μm) を用い、粒子の質量混合比  $m$  が  $0 \leq m \leq 0.7$  の場合を解析した。なお、 $m=0, 0.13$  は Hishida ら<sup>(3)</sup>の実験条件に相当する。

スプリッタプレート先端から 450 mm 下方の流れ場を解析領域とし、 $180\times125$  の格子に分割した。スプリッタプレートを非粘性渦面として扱い、図2に示すように循環  $\Gamma$  をもつ渦要素を等間隔  $l$  に並べて表現した<sup>(15)(17)</sup>。ただし、

$$\Gamma = (U_1 - U_2)l, \quad l = (U_1 + U_2)\Delta t_v/2 \quad (19)$$

本解析では、この渦面に 160 個の渦要素を配置し、渦要素を時間間隔  $\Delta t_v$  ごとにスプリッタプレート先端から放出し、解析領域下流へ流出したものは計算から除外した。ただし、除外の影響を考慮するため、式(19)と同じ渦面を解析領域下流の  $y=0$  の位置に設けた<sup>(15)(17)</sup>。計算時間間隔  $\Delta t$  は 0.025 ms とし、 $\Delta t_v = \Delta t$  とした。式(18)における  $\Delta z$  の値は、 $m$  の値を満足するように定めた<sup>(18)</sup>。

直線的な領域を解析の対象とすることから、式(6)におけるスカラポテンシャルによる速度  $\nabla\phi$  は次式で与えられ、式(8)の計算を省略できる。

$$\nabla\phi = (U_a, 0) \quad (20)$$

ただし、 $U_a = (U_1 + U_2)/2$  である。

式(9)の解析にはSOR法を用いるが、二次元解析であることから  $\psi=(0, 0, \psi_z)$  である。ただし、 $\psi_z$  の

境界条件は以下のように与えた。入口境界  $B_1$  では一様流入、側部境界  $B_2$  および  $B_3$  では滑り条件を課した。すなわち、

$$\frac{\partial \psi_z}{\partial x} = 0 \quad \text{on } B_1 \quad (21)$$

$$\frac{\partial \psi_z}{\partial y} = U_1 - U_a \quad \text{on } B_2 \quad (22)$$

$$\frac{\partial \psi_z}{\partial y} = U_2 - U_a \quad \text{on } B_3 \quad (23)$$

出口境界  $B_4$  では Sommerfeld の放射条件を課し、位相速度を数値的に求める方法<sup>(25)</sup>を利用した。

**5.2 解析結果** 単相流時の瞬時流れ場を図 3 に示す。渦要素は、図 3(a) に示すように  $x \leq 90 \text{ mm}$  で

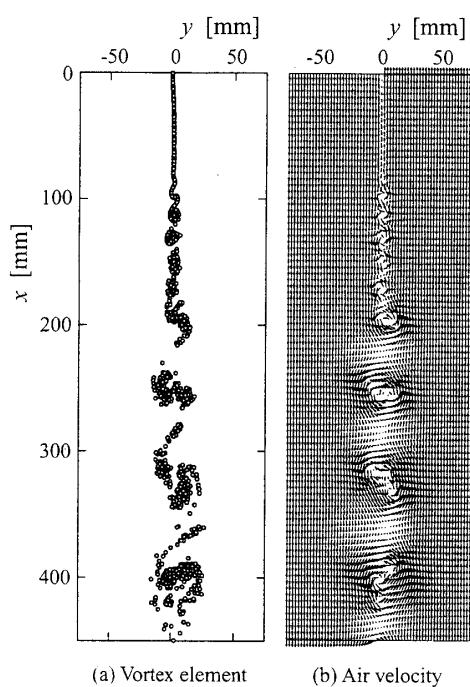


Fig.3 Distributions of vortex element and air velocity for single-phase air flow

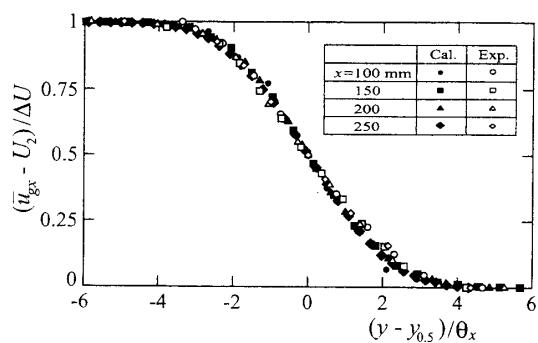


Fig.4 Mean air velocity for single-phase flow

は鉛直線上 ( $y=0$ ) にほぼ一様に分布するが、その直後においてクラスタを形成する。クラスタは流下しながら合体する。このような渦要素のクラスタリングと合体は、著者ら<sup>(15)(17)</sup>および Inoue<sup>(26)</sup>の二次元渦法による解析結果とよく一致している。図 3(b) は速度分布を示す。ただし、渦の様子を見やすくするため、平均速度  $U_a$  を差し引いた分布である。大規模渦が見られるが、これらは合体した渦要素に相当している。

単相流時の流れ方向 ( $x$  方向) 時間平均速度  $\bar{u}_{gx}$  の分布を図 4 に示す。 $x \geq 100 \text{ mm}$  の 4 断面において無次元速度が 1 本の曲線上に分布していることから、この領域で流れが自己保存の状態にあることがわかる。本結果は測定結果<sup>(3)</sup>とよく一致している。

72  $\mu\text{m}$  粒子を質量混合比  $m=0.7$  において供給開始後、流れが十分に発達した時刻に相当する 20000 計算ステップが経過したときの瞬時流れ場を図 5 に示す。ただし、図 5(a) は渦要素 (○印) と粒子 (●印) の分布、図 5(b) は気相速度分布を示す。渦要素は、 $x \leq 100$  では単相流時 [図 3(a)] とほぼ同様に分布する。しかし、その下流では合体が遅れて生じ、分布が流れ方向に引き伸ばされる。図示は省略するが、 $m$  の増加とともにこの傾向が顕著になる。後述するように渦要素の循環が粒子により低下し、せん断層内の気相速度勾配が緩やかになるためである。同様な変化は既報<sup>(17)</sup>の渦法

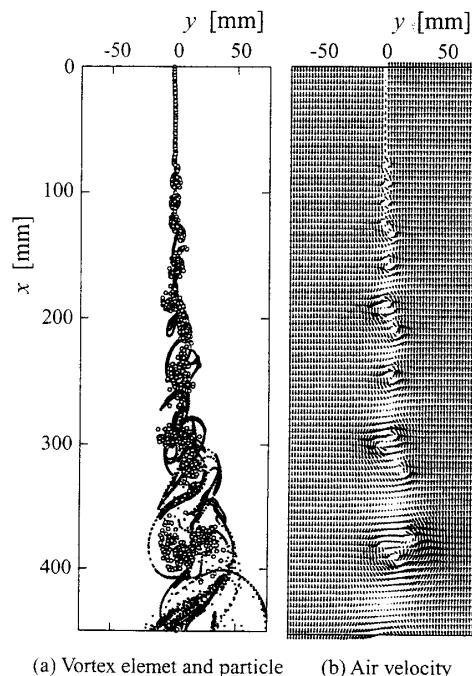
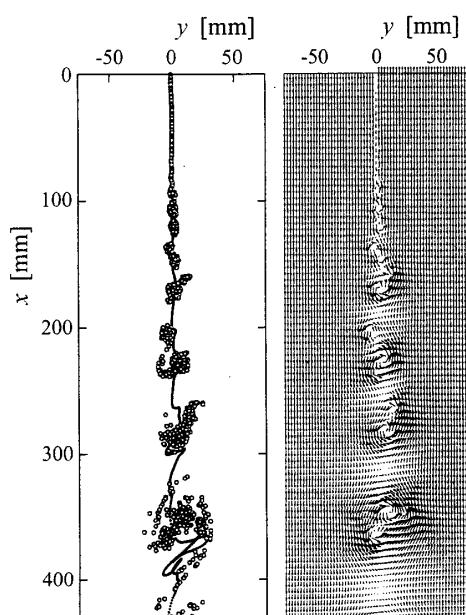


Fig.5 Distributions of vortex element, particle and air velocity in case of  $d=72 \mu\text{m}$  and  $m=0.7$

解析でも求められている。また、混合層における渦要素の合体は流れの不安定性に起因して生ずる。Yang ら(27)による二次元混合層の安定性解析によれば、粒子は安定性を高めることができることが報告されている。合体の遅延が求められた本解析でも、粒子の安定性向上効果が良好に捉えられていることが知れる。一方、粒子は流れとともに大規模渦の影響を受けて横方向へ分散し、遠心力の効果により渦周囲に分布する。このような分布は、渦度が低い領域に粒子が集まるという噴流(10)や等方性乱流(28)に対する解析でも報告されている。

135  $\mu\text{m}$  粒子に対する  $m=0.7$  の瞬時流れ場を図6に示す。単相流時とほぼ同様な渦要素の合体が発生し、気相の流れに及ぼす粒子の影響がほとんど見られない。同様な結果は渦法解析(17)でも得られているが、粒子の質量流量が同一ならば、粒子直径が増すほど粒子数が減じ、気相流れに及ぼす粒子の影響が低下するためである。一方、粒子は大規模渦の影響をほとんど受けずに直進運動し、大規模渦を貫通する。72  $\mu\text{m}$  粒子に比べ慣性力が大きいためである。

組織渦の時間スケールに対する粒子緩和時間の比である Stokes 数 St を  $x=250 \text{ mm}$  において求めたところ(3)(22)、72  $\mu\text{m}$  粒子のとき 3.0、135  $\mu\text{m}$  粒子のとき 11 であった。上述の大規模渦に対する粒子運動は、St により分類される結果(3)~(9)と一致する。



(a) Vortex element and particle (b) Air velocity

Fig.6 Distributions of vortex element, particle and air velocity in case of  $d=135 \mu\text{m}$  and  $m=0.7$ 

72  $\mu\text{m}$  粒子を用いた  $m=0.7$  に対する解析では、計算 1 ステップあたりの CPU 時間は 0.35 s であった。渦法(17)では 2.7 s であったことから、CPU 時間を約 13% に短縮できることが知れる。なお、計算にはパーソナルコンピュータ (Pentium 4, 2GHz) を用いた。

せん断層断面内における気相の時間平均速度  $\bar{u}_{gx}$  の分布を図7に示す。図7(a)は72  $\mu\text{m}$  粒子を供給した場合の結果である。 $m$  が増すと断面内の速度勾配が緩やかになり、せん断層の中心が低速側へ移動する。

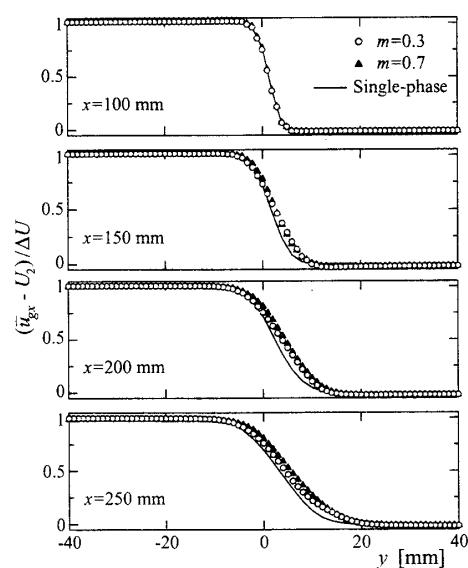
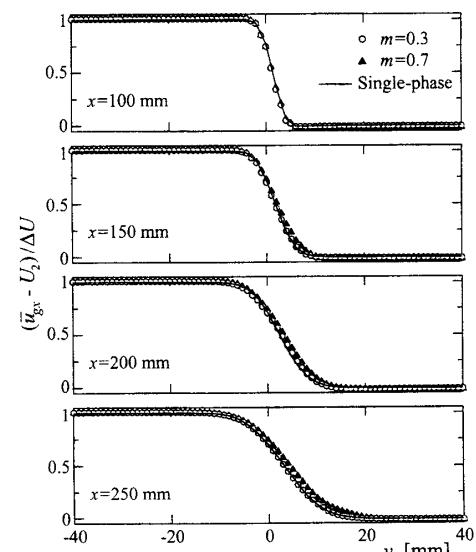
(a) In case of 72  $\mu\text{m}$  particle(b) In case of 135  $\mu\text{m}$  particle

Fig.7 Streamwise mean velocity of air

図 7(b) は  $135 \mu\text{m}$  粒子に対する結果である。 $72 \mu\text{m}$  粒子の場合ほど  $m$  の影響が現れない。以上のような粒子による気相速度分布の変化は、図示は省略するが渦法による解析結果<sup>(17)</sup>とほぼ一致していることから、本解法の妥当性が知れよう。

図 8 は粒子の時間平均速度  $\bar{u}_{px}$  の分布を示す。図 8(a) は  $72 \mu\text{m}$  粒子の速度分布である。図中に併記してある気相速度  $\bar{u}_{gx}$  と比較すると、断面位置および  $m$  の値によらず、低速側で高く高速側で低い。低速側で

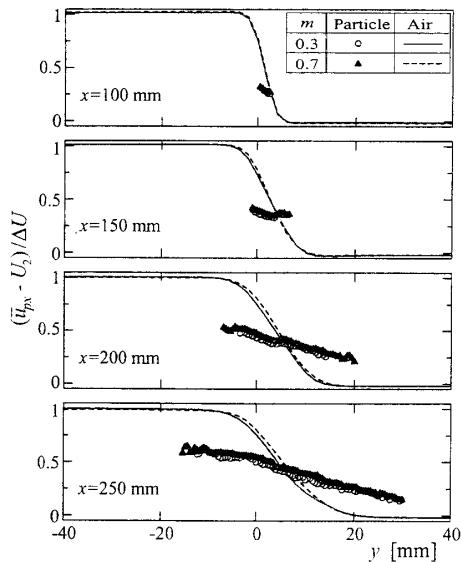
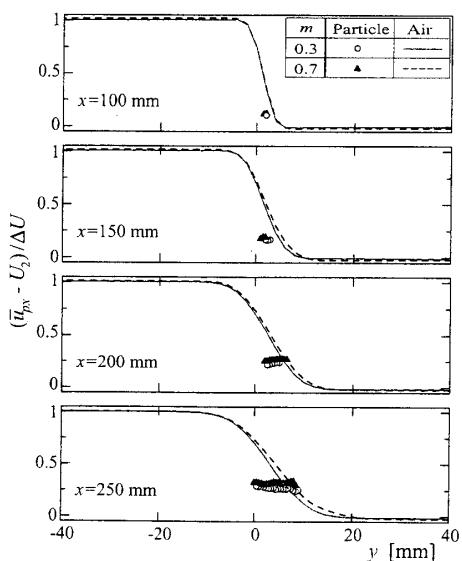
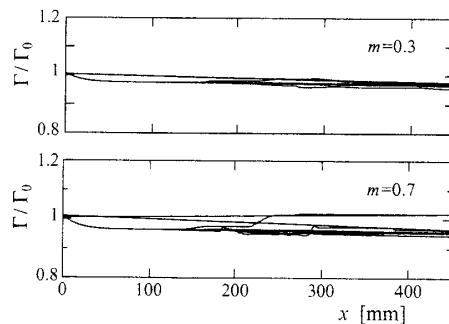
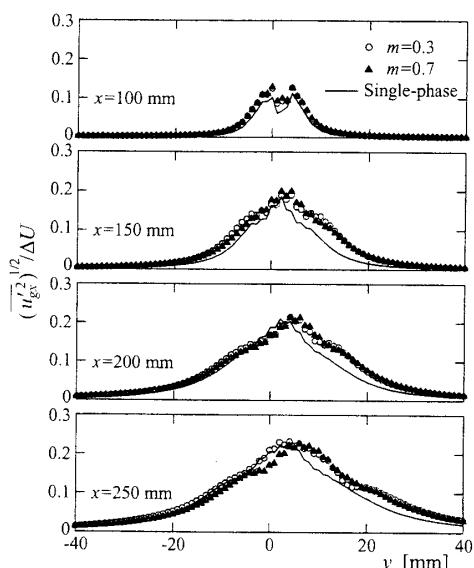
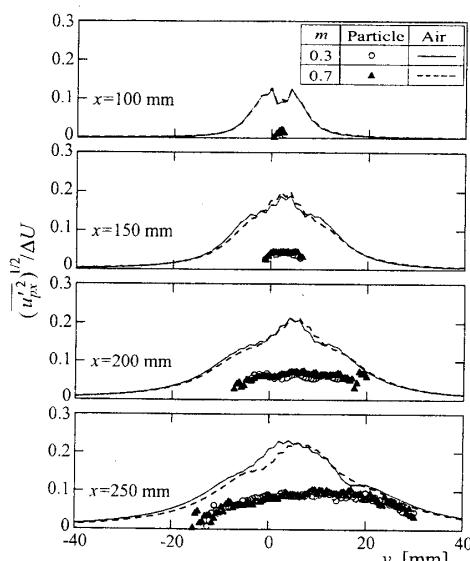
(a) In case of  $72 \mu\text{m}$  particle(b) In case of  $135 \mu\text{m}$  particle

Fig.8 Streamwise mean velocity of particle

Fig.9 Change of circulation for vortex element when loaded with  $72 \mu\text{m}$  particle

(a) Air



(b) Particle

Fig.10 Distribution of r.m.s. velocity fluctuation when loaded with  $72 \mu\text{m}$  particle

高い理由は、高速側で加速された粒子が遠心力により低速側へ移動し、慣性効果によりその速度を維持するためである。このような気相に対する粒子の相対速度に起因して、図 7(a) で示したような粒子による気相速度の変化が発生する。図 8(b) は  $135 \mu\text{m}$  粒子の速度分布を示す。 $72 \mu\text{m}$  粒子ほど加速されず、また横方向への粒子の分散が小さい。以上のような粒子速度の分布は渦法解析の結果<sup>(17)</sup>と良好に一致している。

流れ方向 ( $x$  方向) に対する渦要素の循環  $\Gamma$  の変化を図 9 に示す。ただし、 $72 \mu\text{m}$  粒子を供給したときの結果であり、10 個の渦要素の  $\Gamma$  を示してある。ほとんどの  $\Gamma$  は放出時の  $\Gamma_0$  よりも低下し、 $m$  が増すと低下量が大きくなる。 $\Gamma$  の大きさは、せん断層内の気相速度勾配の大きさに対応する。せん断層内の速度勾配が気相よりも粒子のほうが小さいため(図 8 参照)、式(16)から知れるように  $\Gamma$  の値を低下させるような力が粒子から気相に作用し、その結果、図 7 に示したような気相速度の変化が生じる。

図 10 は、 $72 \mu\text{m}$  粒子を供給したときの乱れ強さの分布を示す。図 10(a) は気相乱れ強さである。 $m$  が増すと低速側 ( $y > 0$ ) における乱れが大になる。図 7 で見たようにせん断層の中心が低速側へ移動するためである。図 10(b) は粒子乱れ強さを示す。図中に併記してある気相乱れ強さよりも小さく、気相の乱流運動に対する粒子の追従性が低い。同様な結果は渦法解析<sup>(17)</sup>でも求められている。よって、本解法は短い CPU 時間で乱れ強さを合理的に求められることがわかる。

## 6. 結 言

Vortex in Cell 法を用いた固気二相自由乱流に対する Two-way method による二次元数値解法を提案した。渦要素と固体粒子の運動の Lagrange 計算、および粘性拡散と粒子運動に起因する渦度変化の計算を連立して実行する。粘性拡散による渦度変化の計算には、渦要素のコア半径を時間変化させる Core spreading 法を適用する。Two-way coupling の計算には、各計算格子において粒子運動がもたらす渦度変化を求める、既報<sup>(15)</sup>で提案した渦法に対する方法を準用する。なお、本解法は二次元解法であるが、渦要素の伸縮を考慮すれば三次元解法に拡張することができる。

本解法の有用性と妥当性を検討するため、二次元混合層の解析に適用した。流れは鉛直下向きであり、スプリッタプレートの先端から球形ガラス粒子が供給される。その結果、以下の結論が得られた。

(1) 計算 1 ステップあたりに要する CPU 時間を渦法の約 13% に短縮できる。

(2) 粒子の質量混合比が増すと渦要素の合体現象が不鮮明になり、せん断層断面内の気相速度勾配が緩やかになること、せん断層の中心が低速側へ移動すること、粒子速度は気相速度よりも高速側で低く低速側で高いことなど、既報の渦法解析などとよく一致する結果が得られる。

## 文 献

- (1) Brown, G. L. and Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **64**(1974), 775-816.
- (2) Crowe, C. T. ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **104**-3(1982), 297-303.
- (3) Hishida, K. ほか 2 名, *Int. J. Multiphase Flow*, **18**-2(1992), 181-194.
- (4) Wen, F. ほか 4 名, *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **114**-4(1992), 657-666.
- (5) Ishima, T. ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **115**-4(1993), 751-759.
- (6) Longmire, E. K. and Eaton, J. K., *J. Fluid Mech.*, **236**(1992), 217-257.
- (7) 石間経章 ほか 2 名, *機論*, **60**-571, B(1994), 857-864.
- (8) Yang, Y. ほか 3 名, *Int. J. Multiphase Flow*, **26**(2000), 1583-1607.
- (9) Tang, L. ほか 5 名, *Phys. Fluids*, A, **4**-10(1992), 2244-2251.
- (10) 湯晋一 ほか 2 名, *機論*, **60**-572, B(1994), 1152-1160.
- (11) 湯晋一 ほか 2 名, *機論*, **66**-641, B(2000), 57-66.
- (12) 数値流体力学編集委員会編, 亂流解析, (1995), 137-160, 東京大学出版会.
- (13) Tang, L. ほか 3 名, *Proc. Numerical Methods for Multiphase Flows*, ASME, (1990), 27-33.
- (14) Joia, I. A. ほか 2 名, *Proc. 3rd Int. Conf. Multiphase Flow*, (1998), P644.pdf, (on CD-ROM).
- (15) 内山知実 ほか 2 名, *機論*, **66**-651, B(2000), 2853-2860.
- (16) 成瀬正章・内山知実, 混相流, **15**-3, (2001), 280-287.
- (17) Uchiyama, T. and Naruse, M., *Powder Technol.*, **125**(2002), pp.111-121.
- (18) 内山知実・北野佳伸, *機論*, **69**-684, B(2003), 1737-1745.
- (19) Leonard, A., *J. Comput. Phys.*, **37**(1980), 289-335.
- (20) Smith, P. A. and Stansby, P. K., *J. Fluid Mech.*, **194**(1988), 45-77.
- (21) 菊原道久 ほか 4 名, *機講論*, **924**-5, (1992), 60-62.
- (22) Chein, R. and Chung, J. N., *Int. J. Multiphase Flow*, **13**-6(1987), 785-802.
- (23) Schiller, L. and Naumann, A. Z., *Zeit. Vereines Inge.*, **77**(1933), 318-321.
- (24) 棚橋隆彦, 連続体の力学 (6), (1988), 237-286, 理工図書.
- (25) 川上弘二 ほか 2 名, *機論*, **60**-574, B(1994), 1891-1896.
- (26) Inoue, O., *AIAA J.*, **23**-3(1985), 367-373.
- (27) Yang, Y. ほか 3 名, *Phys. Fluids*, A, **2**-10(1990), 1839-1845.
- (28) Squires, K. D. and Eaton, J. K., *Phys. Fluids*, A, **3**(1991), 1169-1178.