

ローカル・ルールによる3次元構造物のデザインについて*

齊藤大宣^{*1}, 玉城龍洋^{*1}, 清水光輝^{*2}
Y. M. XIE^{*3}, 北英輔^{*4}

Three-Dimensional Structural Design Using Local Rule

Hironobu SAITO, Tatsuhiro TAMAKI, Hikaru SHIMIZU,
Y. M. XIE and Eisuke KITA^{*5}^{*5} Graduate School of Information Sciences, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8601 Japan

This paper describes the design scheme of the three-dimensional structures based on the concept of the cellular automata simulation. The structural optimization in the present method is performed according to the local rule. The penalty function is defined from two objective functions and the constraint condition. Minimization of the penalty function with respect to the design parameter leads to the local rule. The derived rule is applied to the design of the three-dimensional structure applied to a single load and the schemes to reduce the computational cost are discussed.

Key Words: Structural Design, Cellular Automata, Local Rule, Finite Element Method

1. はじめに

セル・オートマトンは、von Neumann が Ulam の示唆を受けて有限オートマトン理論から発展させたと考えられている^{(1)~(3)}。セル・オートマトンでは、解析領域をセルと呼ばれる正方格子によって区切り、各セルが状態量を保持する。状態量は、タイムステップごとにローカルルールと呼ばれる規則によって注目セルとそれに隣接する近傍セルの状態量から更新される。ローカルルールは、特に支配方程式を導出することが困難な問題の解析に有効と考えられ、いわゆる複雑系現象のシミュレーションに広く用いられている。最近ではセル・オートマトン法を構造物最適化に適用する研究がいくつか提案されている^{(4)~(9)}。

このような研究の最初の一つとして、ESO (Evolutionary Structural Optimization) 法をあげることができる⁽⁴⁾。ESO 法では、解析領域を均一な多数のセルに分割し、有限要素解析より各セルの Mises 相当応力分布を計算する。その値があるしきい値よりも小さい場合は、要素を削除する。この方法には、ルールと最適化問題の数学的関係に不明確なところがあり、問

題に応じて異なるルールを用いる必要がある。これに対して、構造物最適化問題とローカルルールの関係を明示的に与えるための研究がいくつか示されている。

尾田らはニューロンモデルを用いた方法を提案している^{(5) (6)}。解析領域全体を多数のセルで分割し、各セルをニューロンとしてニューラルネットワークモデルを生成する。セルに発生する相当応力値を入力刺激とし、出力としてセル厚を計算する。このとき、解こうとしている問題と類似した小規模問題を考え、これを教師解としてバックプロパゲーションなどの学習法でローカルルールを確立する。この方法では、解析対象とローカルルール導出のために用いる問題が異なるため、用いるルールが解くべき問題に対して適切かどうかの検討が必要である。

伊能ら⁽⁷⁾や Payton ら⁽⁸⁾は、骨組織や木材などの生体組織の機能的適応 (リモデリング) からローカルルールを定義している。最初に有限要素法を用いて各セルに発生する相当応力を計算し、リモデリングの機構から定義したローカルルールによって、各セルに発生する相当応力値が目標応力値に近づくように、各セルのヤング率を更新する。ここで、目標応力は一定ではなく、セルのヤング率との非線形関係式として定義されたローカルルールから計算されるので、最適化の過程で目標応力が変化することになり、応力制約条件を指定することが難しい。

上記のような問題点を考慮して、豊田ら⁽⁹⁾は構造物

* 原稿受付 2004年8月30日。

^{*1} 名古屋大学人間情報学研究所(〒464-8601 名古屋市千種区不老町1)。^{*2} 名古屋大学情報科学研究科。^{*3} ロイヤル・メルボルン工科大学土木化学工学科(GPO Box 2476 V, Melbourne VIC 3001)。^{*4} 正員, 名古屋大学情報科学研究科。

E-mail: kita@is.nagoya-u.ac.jp

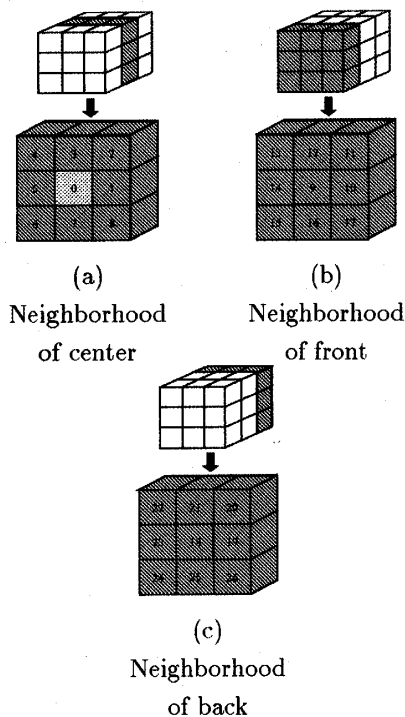


Fig. 1 Neighborhoods

全体の最適化問題から数学的にローカルルールを導出することを提案している。全体系に対する最適化問題に特殊な制約条件を適用することでセルごとに独立した最適化問題として定式化し、セルごとの最適化問題から定義したペナルティ関数より、ローカルルールを導出している。本研究では、豊田らの提案を三次元構造物の位相最適化問題に拡張する。そのために、設計変数として各セルの密度を考え、構造物全体の応力分布均一化と重量最小化を目的関数として考える。これに、制約条件を加えて定義した局所関係についての最適化問題からローカル・ルールを導出する。最初に提案したルールを単一加重の作用する3次元構造物の最適化に適用した後で、収束速度を改善するためのいくつかの方法について述べる。

2. セル・オートマトン表現と有限要素定式化

2.1 3次元構造物のセル・オートマトン表現 最初に、設計領域を多数の立方体の集合に分割する。有限要素解析では立方体を有限要素として解析を行い、セル・オートマトンにおいては立方体をセルとして扱う。セル・オートマトンにおけるセルの状態量としてセル密度をとる。

ローカル・ルールは、状態量が更新される注目セルとその近傍セルの関係から定義される。本研究では3次元における Moore 近傍を用いてルールを定義する

(図1)。注目セルをセル番号0とし、注目セルに隣接する26個のセルを近傍セルとし、1から26の番号を付ける。ただし、解析対象の境界に接するセルに対しては全ての近傍セルが存在するわけではないので、その場合は存在しているセルだけを近傍セルとする。

2.2 有限要素解析⁽¹⁰⁾ 解析対象領域を Ω 、その変位指定境界と表面力指定境界をそれぞれ Γ_u, Γ_t (全境界 $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_t$) とする。外力が作用しない場合、弾性問題の仮想仕事の原理は次式で与えられる。

$$\int_{\Omega} \delta \epsilon^T \sigma d\Omega = \int_{\Gamma_t} \delta u^T t d\Gamma \quad (1)$$

ここで u, t, ϵ, σ は変位ベクトル、表面力ベクトル、ひずみベクトル、応力ベクトルである。 δ 付きの物理量は仮想変化量を、上添え字 T はマトリクスやベクトルの転置を示す。また、物理量の間には次の関係式が成り立つ。

$$\text{変位・ひずみ関係式: } \epsilon = Au \quad (2)$$

$$\text{応力・ひずみ関係式: } \sigma = D\epsilon \equiv E\tilde{D}\epsilon \quad (3)$$

$$\text{コーシーの関係式: } t_i = \sigma_{ij}n_j \quad (4)$$

ここで、 A は偏微分係数からなるマトリクス、 D はHookの法則に関連する弾性マトリクス、 n_j は境界法線ベクトルの x_j 方向成分を示す。

式(1)を有限要素で離散定式化して整理すると次式を得る。

$$KU = f \quad (5)$$

ここで、 K, U, f はそれぞれ剛性マトリクス、節点変位ベクトル、節点荷重ベクトルを示す。上式に境界条件値を代入して解くことで、全節点での変位を求める。

3. 最適化アルゴリズム

3.1 ローカル・ルールの導出 設計変数として、注目セルの密度を考える。そして、構造物全体に対する設計目的として、構造物の総重量を最小化することと、各部位に生じる軸応力を目標応力に一致させることを考える。これらについての目的関数は次式となる。

$$W_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \right)^2 \equiv \frac{1}{2} \rho^2 \quad (6)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_c} - 1 \right)^2 \equiv \frac{1}{2} (\sigma - 1)^2 \quad (7)$$

ここで、 $\bar{\rho}, \bar{\rho}_0$ は注目セルの密度と初期密度を、 $\bar{\sigma}, \sigma_c$ は注目セルに生じる相当応力と目標応力を示す。

さらに、これらの目的関数からなる最適化問題を各セルに独立した最適化問題として扱うために、次に示

す制約条件を導入する。

$$g_j = \frac{\bar{\sigma}_j}{\bar{\sigma}_j^0} - 1 \equiv \sigma_j - 1$$

$$\equiv 0 \quad (j = 1, \dots, N) \quad (8)$$

ここで $\bar{\sigma}_j$ と $\bar{\sigma}_j^0$ は、それぞれ現在と状態が変化する前の時点での近傍セル j に生じる相当応力値である。 N は近傍セルの総数である。この制約条件は、注目セルの状態量の変化によって近傍セルの状態が変化しないという条件を表す。

式(6),(7),(8)より、注目部材に対する最適化問題のペナルティ関数を次式で定義する。

$$W = \alpha W_1 + \beta W_2 + \frac{p}{2} \sum_{j=1}^N g_j^2$$

$$= \frac{1}{2} \alpha \rho^2 + \frac{1}{2} \beta (\sigma - 1)^2$$

$$+ \frac{p}{2} \sum_{j=1}^N (\sigma_j - 1)^2 \quad (9)$$

ここで、 p はペナルティ係数を、 α, β は結合係数を示す。 α, β は次式で定義する。

$$\alpha + \beta = 1, \quad \beta = \begin{cases} \sigma (\sigma < 1) \\ 1 (\sigma \geq 1) \end{cases} \quad (10)$$

$\rho + \delta\rho$ について式(9)を展開して線形近似し、 $\delta\rho$ について微分して整理すると次式を得る。

$$\delta\rho = -\frac{\alpha\rho + \beta(\sigma - 1)\sigma + p \sum (\sigma_j - 1)\sigma_j}{\alpha + \beta\sigma^2 + p \sum \sigma_j^2} \quad (11)$$

式(11)は応力感度 $\dot{\sigma}$ と $\dot{\sigma}_j$ を含んでいるので、これらを近似的に計算する必要がある。

まず、 $\dot{\sigma}$ の計算方法について述べる。ヤング率は密度のべき乗に比例すると仮定する。つまり、

$$E = c_1 \rho^{c_2} \quad (12)$$

ここで、 c_1, c_2 はユーザーによって与えられるパラメータである。式(3)の両辺を ρ で微分して式(12)を代入すると次式を得る。

$$\dot{\sigma} = \dot{E} \tilde{D} \epsilon = \frac{c_2}{\rho} \sigma \quad (13)$$

次に、 $\dot{\sigma}_j$ は以下のようにして計算する。制約条件を用いて最適化問題をセルごとに独立して定式化したので、セルごとの仮想仕事の原理が成り立つと考え、近傍セルから注目セルへの影響はセル境界上に作用する表面力として評価する。このとき、近傍セル j における仮想仕事の原理は次式となる。

$$\int_{\Omega_j} \delta \epsilon^T \sigma d\Omega = \int_{\Gamma_j} \delta u^T t d\Gamma \quad (14)$$

ここで、 Ω_j, Γ_j は近傍セルの領域と境界を示す。関数値を節点値と内挿関数の積で近似すると

$$K_j U_j = f_j \quad (15)$$

ここで、 K_j, U_j, f_j は、それぞれ近傍セル j の剛性マトリクス、節点変位ベクトル、節点荷重ベクトルである。

注目セルのセル密度 ρ の変化により、式(15)の右辺ベクトル f_j も変化すると考えられる。変化の定性的な傾向は、 ρ が増加すれば f_j が減少し、 ρ が減少すれば f_j が増加すると想像される。そこで、 f_j と ρ の間に反比例を仮定する、つまり、

$$f_j \rho = \text{const.} \quad (16)$$

この式の両辺を ρ で微分して次式を得る。

$$\dot{f}_j = -\frac{f_j}{\rho} \quad (17)$$

また、式(15)の両辺を ρ で微分し、式(17)を代入すると次式を得る。

$$\dot{U}_j = -\frac{U_j}{\rho} \quad (18)$$

したがって、式(3)より、

$$\dot{\sigma}_j = DB \dot{U}_j = DB \left(-\frac{U_j}{\rho} \right) = -\frac{\sigma_j}{\rho} \quad (19)$$

最後に、式(13)と(19)を式(11)に代入して、次式を得る。

$$\delta\rho = -\frac{\alpha\rho^2 + \beta c_2 (\sigma - 1)\sigma - p \sum (\sigma_j - 1)\sigma_j}{\alpha\rho^2 + \beta c_2^2 \sigma^2 + p \sum \sigma_j^2} \cdot \rho \quad (20)$$

式(20)を用いて、次式に従って密度 ρ を更新する。

$$\rho^{k+1} = \rho^k + \delta\rho \quad (21)$$

ここで上添え字 k はタイムステップを表す。

3.2 セルの削除基準の導入 Xie ら⁽⁴⁾を参考にして、解の収束速度を改善することを目的としてセルの消滅判定基準を導入する。判定基準は、初期セル密度 ρ^0 に基づくセルの消滅基準 (Rejection ratio: RR) 値を設定し、セル密度が RR 値を下回った場合にセルを削除する。

3.3 計算手順 提案手法の計算アルゴリズムは以下ようになる。

1. 初期データを入力する。
2. 応力解析を行う。
3. 収束判定を行う。条件を満足すれば結果を出力して終了する。満足しない場合は次へ進む。
4. $\delta\rho$ を求め、設計変数を更新する。

5. RR 値に基づきセルを削除する。

6. ステップ 2 に進む。

有限要素解析には、ソルバーとして Felt version 3.06⁽¹¹⁾ を使用し、計算には PC/AT 互換機 (CPU: Intel Pentium4 2.53GHz, メモリ: 512MB×2, HDD: 5400RPM 60GB, OS は Linux version 2.4.20-28.9) を用いる。収束判定は通常設計変数や目的関数の変化量を各イタレーションごとに計算して、それらの値がある基準値以下になったときに終了と判断される。しかし本研究では、その判定方法を用いず、十分に収束させることにする。

3.4 関連する手法との比較 ここでは、上記で導出したローカル・ルール (式 (20)) を、特に関連のある他の 2 つの方法と理論的に少し比較したい。

まず、Xie らが提案した ESO 法⁽⁴⁾ と比較したい。ESO 法では、解析領域を均一な多数のセルに分割し、有限要素解析より各セルの Mises 相当応力分布を計算する。その値があるしきい値 (Rejection Ratio, RR 値) よりも小さい場合は要素を削除する。本研究でも RR 値を利用しているが、これはローカル・ルールで各セルの密度を変更した後で、収束速度の改善を目的として適用している。つまり、ESO 法では RR 値が直接最終形状に関わる重要な変数として用いられているのに対して、本論文の方法では、RR 値を補助的に利用していることが異なる。

次に、最適規準法⁽¹²⁾ と比較したい。最適規準法では、最適化問題の最適解が満たされるべき規準 (最適性規準) があらかじめ定義され、その規準を満足するような解が漸化式を含む反復計算によって求められる。たとえば、全応力設計における応力比法では、各要素毎の設計変数 z_j^k は、その要素に生じる相当応力 $\bar{\sigma}$ と材料の許容応力 σ_c の比によって更新される。つまり、

$$z_j^{k+1} = z_j^k \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_c}$$

最適規準法による更新ルールと比較すると、本論文で提案するルールでは近傍セルの応力状態を考慮しているところが大きな相違点である。

4. 例 題

解析対象として、図 2 に示す 3 次元連続体構造物を考える。面 ABCD を固定し、面 EFGH の中心に y 軸に平行下向きに荷重 P を作用させる。設計領域を x 方向に 20 等分、 y, z 方向に 10 等分して解析を行う。各種パラメータを表 1 に示す。ここで、 σ_{max}^0 は初期形状でセルに生じる最大応力である。セルを消滅させる基準値 (RR 値) をセルの初期密度 ρ_0 の 10% より小さくなった時とする。

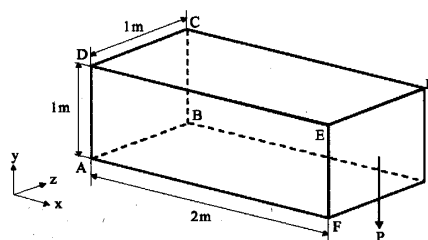


Fig. 2 Object under consideration

Table 1 Design parameters

Number of cells	$20 \times 10 \times 10$
Initial Young's modulus	$E = 1 \times 10^{10} Pa$
Poisson's ratio	$\nu = 0.3$
Initial cell density	$\rho^0 = 1.0 kg/m^3$
Force	$P = 1000 N$
Penalty coefficient	$p = 1$
Initial maximum stress	$\sigma_{max}^0 = 6.0 \times 10^2 N/m^2$
Reference stress	$\sigma_c = 0.8 \times \sigma_{max}^0$
Material Parameters	$c_1 = 1.0 \times 10^{10}, c_2 = 1.0$
Rejection ratio (RR)	$RR = 0.1 \times \rho^0$

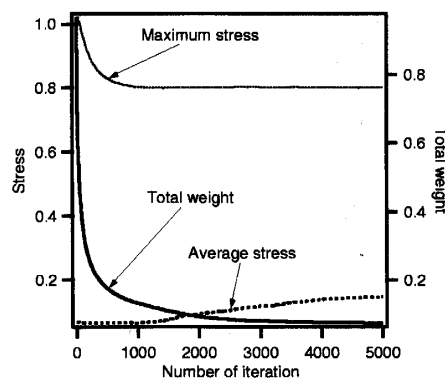


Fig. 3 Convergence histories of stress and total weight

図 3 に最大応力、総重量、平均応力の収束状況を示す。横軸は繰り返し計算の回数、左縦軸は初期最大応力で無次元化した最大応力と平均応力、さらに右縦軸は初期重量で無次元化した総重量を示す。最大応力 σ_{max} は、はじめ少し増加してから減少し、400 回程度まで目標応力値に急速に近づく。その後 1200 回程度で目標応力値に漸近している。平均応力は緩やかに増加するが、最大応力、総重量と比較して収束速度が遅く計算回数が 5000 回で初期最大応力の約 15% までしか増加しない。総重量は、繰り返し計算の初期 300 回程度で大きく減少し、最終的には繰り返し計算回数が

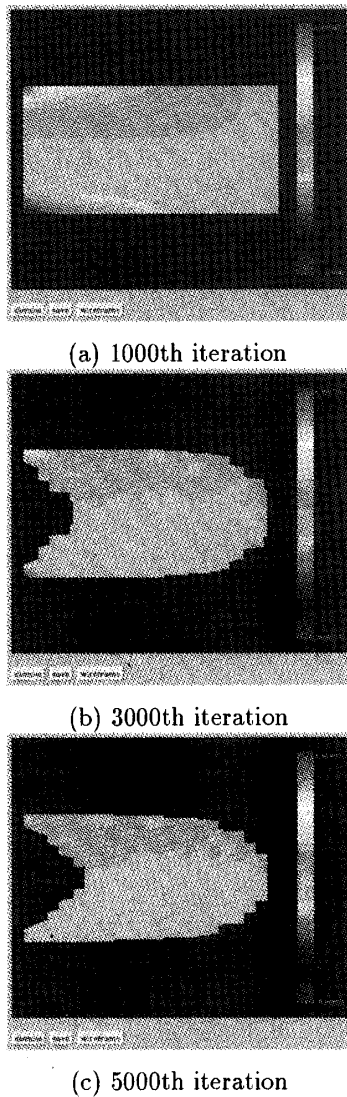


Fig. 4 Side view of structures

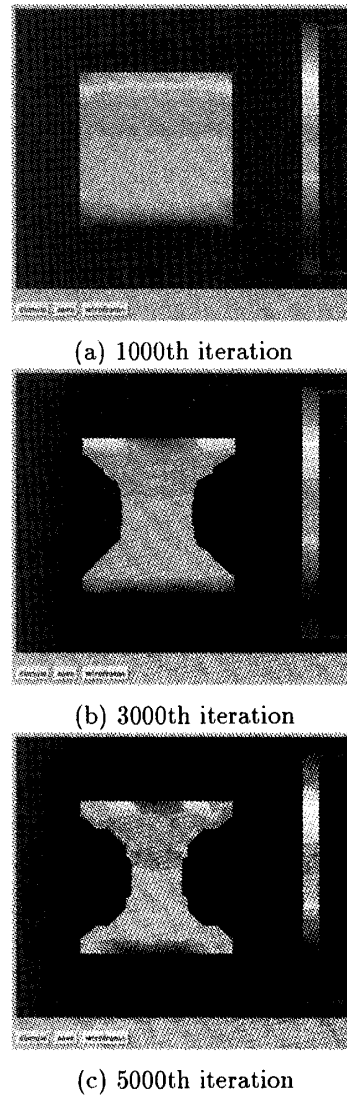


Fig. 5 Front view of structures

3800 回程度で初期重量の 7.8%程度に収束している。

図 4, 図 5 にそれぞれ反復回数 1000 回, 3000 回, 5000 回における位相状態の変化の様子を側面図, 正面図について示す。側面図からは, 辺 EH, FG 付近のセルから消滅しているのがわかる。正面図をみると, 外側のセルから徐々に消滅していく様子がわかる。

5. 収束速度の改善

4 節の結果より, 平均応力の収束速度が遅いことがわかる。収束速度が遅い理由として, 不要なセルの密度が消滅基準値に達するまでに時間がかかることが原因と考えられる。そこで, 本節では材料パラメータ c_2 と密度の消滅の条件を変更することで収束速度を改善することを考える。

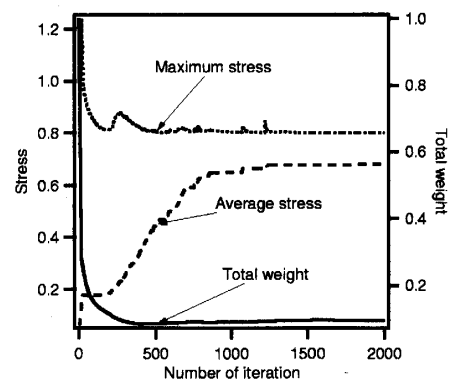


Fig. 6 Convergence histories of stress and total weight ($c_2 = 2.0$)

5.1 材料パラメータ c_2 の検討 材料パラメータ c_2 を調整して, 密度とヤング率の関係に非線形性を

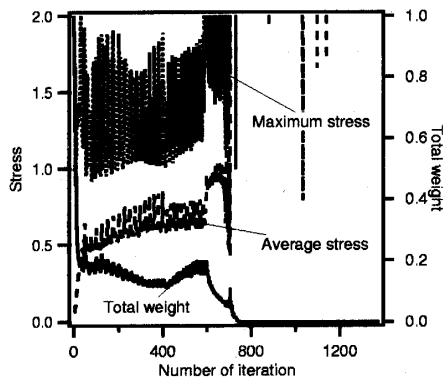


Fig. 7 Convergence histories of stress and total weight ($c_2 = 3.0$)

持たせることで、収束速度を改善することを考える。解析対象と拘束条件、荷重条件は4節と同様の条件とする。 c_2 以外の各種パラメータは表1と同じとし、 $c_2 = 2.0, 3.0$ として解析を行う。解析によって得られた最大応力、平均応力、総重量の収束状況をそれぞれ、図6, 7に示す。

$c_2 = 2.0$ とした図6において、最大応力値は繰り返し計算回数160回程度で一度目標応力値に近づき、その後若干増加したあと繰り返し計算回数500回程度でほぼ目標応力に漸近する。平均応力は、繰り返し計算回数が200回から800回の間で急速に増加し、その後も緩やかに増加しながら1200回程度で初期最大応力の約68%の値をとり目標応力に漸近している。この結果を $c_2 = 1.0$ の場合と比較すると、 $c_2 = 2.0$ とすることで平均応力の収束速度が大きく改善され、応力均一化と重量最小化を達成しているといえる。

これに対して、 $c_2 = 3.0$ とした図7においては、最大応力、総重量、平均応力すべてにおいて値が最終的に発散している。これにより、密度とヤング率の関係において非線形性が強くなると、うまく収束しないことがわかる。

これらの結果から、本研究では今後、収束特性が良好であることから $c_2 = 2.0$ をとることとする。

5.2 セル消滅基準の比較 収束速度を改善するために、ここではRR値を大きくとることを考える。4節では、 $RR = \rho_0 \times 0.1$ としたが、本節では $RR = \rho_0 \times 0.5$ または $RR = \rho_0 \times 0.8$ とし、得られた最大応力、総重量、平均応力の収束状況を比較する。最大応力、総重量、平均応力の収束状況を図8, 図9に示す。反復回数10回, 200回, 2000回における位相状態の変化の様子を、それぞれ図10, 11に示す。

図8より、 $RR = \rho_0 \times 0.5$ の場合、最大応力ははじめ少し増加した後、繰り返し計算回数120回程度まで

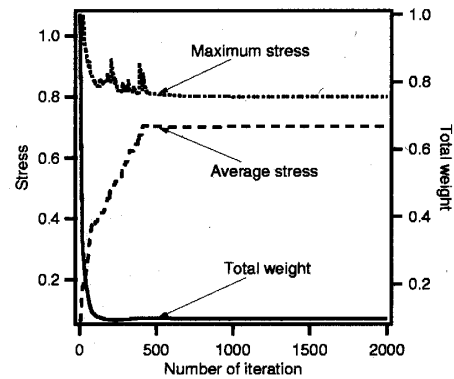


Fig. 8 Convergence histories of stress and total weight ($RR = \rho_0 \times 0.5$)

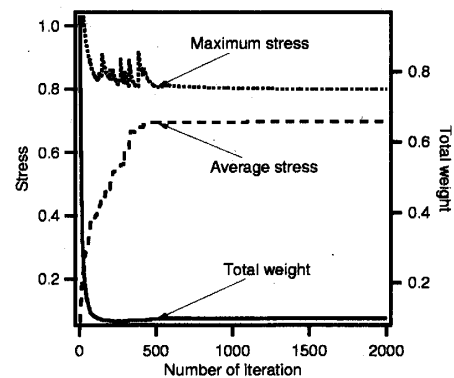


Fig. 9 Convergence histories of stress and total weight ($RR = \rho_0 \times 0.8$)

急速に目標応力に近づく。その後若干振動を繰り返した後、700回程度で目標応力にほぼ漸近する。平均応力は400回程度まで急速に増加し、その後目標応力に漸近する。総重量は100回程度まで急速に低下し、その後400回程度まで緩やかに増加した後、初期総重量の約9.7%に収束する。また、図10より、中央部分にX型の補強部位が明確になり、応力の集中を軽減することと応力を全体に分散させていることがわかる。

図9より、 $RR = \rho_0 \times 0.8$ の場合、最大応力ははじめ少し増加した後、繰り返し計算回数160回程度まで急速に目標応力に近づく。その後振動を繰り返して1100回程度で目標応力値にほぼ漸近している。平均応力は約400回まで急速に増加し、その後収束する。総重量は100回程度まで急速に低下し、その後600回程度まで緩やかに増加し、総重量の約10%程度に収束している。図11より、最終的に得られた形状は $RR = \rho_0 \times 0.5$ の場合とほぼ同じであることがわかる。

また、最終的に得られた位相形状は、伊能ら⁽⁷⁾やXieら⁽⁴⁾による研究結果と定性的に一致している。

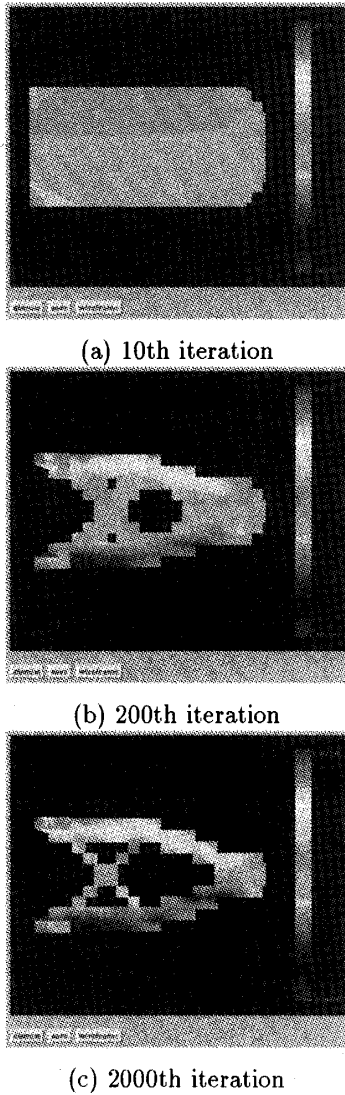


Fig. 10 Side view of final design ($RR = \rho_0 \times 0.5$)

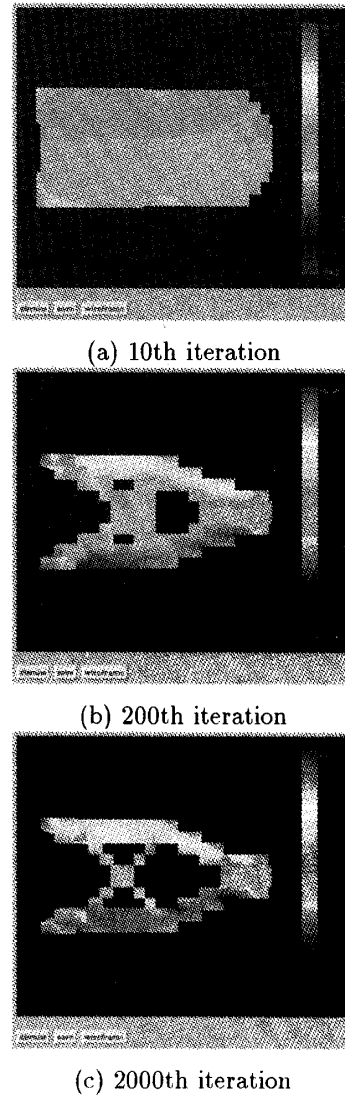


Fig. 11 Side view of final design ($RR = \rho_0 \times 0.8$)

5.3 計算コストの比較 RR 値の違いによる最適化にかかる計算コストを比較する。 $c_2 = 2.0$ とし、 $RR = \rho_0 \times 0.1, 0.5$ または 0.8 とした時の計算時間を図 12 に示す。 グラフの横軸は繰り返し計算回数であり、縦軸は時間 (秒) である。 それぞれのグラフにおける矢印の引き出し線は最大応力値が目標応力に達した時の計算回数を示す。

図 12 より、 $RR = \rho_0 \times 0.5$ の場合が最も収束速度が速く、計算時間は実時間で 1658 秒 (27 分 38 秒) となっている。 これに対して、 $RR = \rho_0 \times 0.1$ または 0.8 の場合は、それぞれ 2127 秒 (35 分 27 秒)、 4423 秒 (73 分 43 秒) となっている。 これより、セルの密度による消滅基準値を大きくとれば収束速度は速くなるが、ある値よりも大きくなると収束速度が遅くなっていくことがわかる。

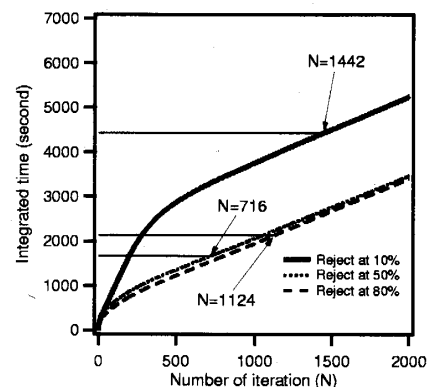


Fig. 12 Comparison of calculating time

6. ま と め

本研究では、セル・オートマトンの概念を用いた 3 次元構造物の位相形状最適化法について述べた。 各セ

ル密度を設計変数としてとり、目的関数として、応力均一化と重量最小化の2つをとり、注目セルの状態の変化によって近傍セルの状態が変化しないという制約条件からなる最適化問題を定義し、これらから導いたペナルティ関数よりローカルルールを導出した。導いたローカルルールを単一荷重条件が与えられる3次元連続体構造物の位相形状最適化問題に適用した結果、最大応力と総重量に関しては設計目的を満足する結果を得た。

続いて、計算速度を改善する方法について検討した。まず、密度とヤング率との間に仮定した非線形関係式の設計パラメータ $c_2 = 1.0, 2.0, 3.0$ として解析を行い、最大応力、平均応力、総重量の収束状況を比較した。この結果、 $c_2 = 2.0$ とすると収束速度と最終的に得られた構造物の両方で適切な結果を得ることができた。 $c_2 = 2.0$ の場合が $c_2 = 1.0$ より収束が早い理由として、密度とヤング率間の関係式の非線形性が強くなり、密度分布の濃淡が強調されたことが考えられる。ただし、 $c_2 = 3.0$ の場合に見られるように非線形性を強くしすぎると、適切な収束が実現できないことがわかる。

また、セルの消滅基準値 (RR 値) を $RR = 0.1 \times \rho_0, 0.5 \times \rho_0, 0.8 \times \rho_0$ として最適化を行い、最大応力、平均応力、総重量の収束状況を比較した。この結果、 $RR = 0.5 \times \rho_0$ の場合に最も計算時間が短いことがわかった。RR 値を大きくするという事は、結果的には密度分布の濃淡を強調することになるとと思われる。したがって、設計パラメータ c_2 を大きくした場合と同様の効果を得ているのではないかと考えられる。

最終的に得られた位相形状は、伊能ら⁽⁷⁾によるセル・オートマトンを用いた研究や Xie ら⁽⁴⁾による ESO 法を用いた研究の結果と比較的類似していたことから、提案した手法におけるローカルルール導出の基本的な考え方の妥当性が確認できたものと考えられる。

最後に提案手法の問題点についても少し言及しておく。本論文では、最初に基本的な方法を示した後、計算速度の改善方法について述べた。それにより、繰り返し回数をかなり少なくすることができた。しかし、それでも繰り返し計算の回数はまだかなり多い。ESO 法と比較すると、ESO 法では同様の問題について 10 回程度の反復計算でおおよその位相形状を決定できるのに対して、本手法では少なくとも数百回程度の繰り返し計算が必要である。そこで、今後さらに研究を進めて一層計算コストの低減に努めたいと考えている。

文 献

- (1) J. von Neumann. *The General and Logical Theory of Automata -Cerebral Mechanisms in Behavior-*.

John Wiley & Sons, 1951.

- (2) J. von Neumann. *Theory of Self-Reproducing Automata*. Illinois Univ. Press, 1966.
- (3) M. M. Waldrop. *Complexity, The Emerging Sciences at the Edge of Order and Chaos*. Simon & Schuster, 1 edition, 1992.
- (4) Y. M. Xie and G. P. Steven. *Evolutionary Structural Optimization*. Springer Verlag, 1 edition, 1997.
- (5) J. Sakamoto and J. Oda. Simulation of adaptive bone remodeling by using cellular automata. *Structural optimization (Proc. 4th International Conference on Computer Aided Optimum Design of Structures)*, pp. 93-100., 1995.
- (6) S. Kundu, J. Oda, and T. Koishi. A self-organizing approach to optimization of structural plates using cellular automata. *Structural and multidisciplinary optimization (Proc. 2nd World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, Zakopane, Poland, 1997)*, pp. 173-180. 1997.
- (7) N. Inou, N. Shimotai, and T. Uesugi. A cellular automaton generating topological structures. *Proceedings of Second European Conference on Smart Structures and Materials*, Vol. 2361, 1994.
- (8) W. M. Payten, B. Ben-Nissan, and D. J. Mercer. Optimal topology design using a global self-organisational approach. *International Journal of Solids & Structure*, Vol. 35, No. 3-4, pp. 219-237, 1998.
- (9) E. Kita and T. Toyoda. Structural design using cellular automata. *Structural Optimization*, Vol. 19, pp. 64-73, 2000.
- (10) O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor. *The Finite Element Method*. McGraw-Hill Ltd., 4 edition, 1991.
- (11) The FElt home page. <http://www.sourceforge.net>, 2000.
- (12) 山川 宏. 最適化デザイン. 培風館, 1993