

デジタル画像上の拡張 α -hull とその応用†

齊藤 豊文†† 鳥脇 純一郎†† 横井 茂樹††

α -hull は凸包の拡張概念で、パラメータ α の調整によって点集合を包含する領域を種々の精度で構成できるが、デジタル画像に対しては適用された例がない。本論文では、まず連続平面の孤立点集合に対して定義された α -hull をデジタル画像上の連結成分集合に拡張した、拡張デジタル α -hull (ED α -hull) を定義し、その性質を調べる。次に、ED α -hull が、距離変換または図形融合によって求められることを示し、具体的アルゴリズムを与える。すなわち、 $\alpha < 0$ の場合の ED α -hull は、与えられた入力 2 値画像に $R = |1/\alpha|$ 回の拡張 (dilation) に続く、 R 回の縮小 (erosion) を施したものに等しい。あるいは、入力画像の背景の距離変換で距離値 R 以上の部分を抽出する処理を 2 回行うことでも ED α -hull を求めることができる。最後に、生体組織標本顕微鏡像の解析に対する応用例を示し、また、計算量について簡単に検討する。上記アルゴリズムでは、入力画像を 6 回走査することで ED α -hull を得ることができ、計算量は画像の内容にほとんど関係しない。

1. ま え が き

凸包 (convex hull) は、計算幾何学で最も基本的な点集合の概念の 1 つであり、地図情報処理などに広く応用されている¹⁾。最近、凸包の概念の一拡張として α -hull が提案された²⁾。 α -hull は、 α をパラメータとしてその形を変えることができるため、凸包では表現できない点集合の穴や凹みを表現することができ、点集合の形状解析への応用が期待される。しかしながらデジタル画像上の α -hull の定義や性質についてはまだ報告されていない。

本論文では、 α -hull をデジタル平面上で定義して (デジタル α -hull とよぶ) その基礎的な性質を述べた後、連結成分集合に対しても適用できるように拡張した拡張デジタル α -hull (ED α -hull) を導入する。次に $\alpha < 0$ の場合の ED α -hull は、それが距離変換または図形融合によって求められることを示すとともに、具体的アルゴリズムを与える。最後に、デジタル画像上の連結成分集合に対する応用例を示し、あわせて計算時間についても検討する。

2. デジタル α -hull の定義と基礎的性質2.1 α -hull およびデジタル α -hull の定義

連続平面の点集合に対する α -hull は次のように定義される²⁾。

(定義 1) 有限個の点の集合 S と実数 α が与えら

れたとき、半径 $1/\alpha$ で、かつ、 S を包含するような円板が存在するならば、それらすべての交わりを S の α -hull という。ただし、 α は任意の実数であり、また、 $\alpha < 0$ のとき、半径 $1/\alpha$ の円板とは、半径 $|1/\alpha|$ の円板の補集合とする (図 1)。

以下、本文ではデジタル画像に対する α -hull を次のように定義する。

まず、第 i 行 j 列画素 (i, j) の値が f_{ij} であるデジタル画像を $F = \{f_{ij}\}$ で表す。

(定義 2) デジタル画像上で、 i 行 j 列画素 $P = (i, j)$ と半径 r が与えられたとき、次式で定義される点集合 $\mathcal{D}(r, P)$ を P を中心とする半径 r の円板とよぶ。

$$\mathcal{D}(r, P) = \{(p, q); d_i((p, q), (i, j)) \leq r\} \\ (r \geq 0 \text{ のとき})$$

$$\mathcal{D}(r, P) = \{(p, q); d_i((p, q), (i, j)) > -r\} \\ (r < 0 \text{ のとき})$$

ただし、 $d_i((p, q), (i, j))$ はデジタル画像上で定義された距離関数である。

距離関数の具体例は多数あるが³⁾、本文では特に断らない限り、 $P_1 = (x_1, y_1)$ と $P_2 = (x_2, y_2)$ の間の距離として、次式の 4 近傍距離および 8 近傍距離を用いる。

$$4 \text{ 近傍距離: } d_4(P_1, P_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

$$8 \text{ 近傍距離: } d_8(P_1, P_2) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$$

このとき、円板は、それぞれ、 P を中心とする菱形、および正方形になり、 r が正のときにはその内部 (境界を含む)、負のときには外部を表す (図 2)。

(定義 3) デジタル画像上の有限個の点の集合 S

† Extended α -hull on the Digitized Picture Plane, and Its Applications by TOYOFUMI SAITOU, JUN-ICHIRO TORIWAKI and SHIGEKI YOKOI (Department of Information Engineering, Faculty of Engineering, Nagoya University).

†† 名古屋大学工学部情報工学科

に対して、定義2の意味での半径 $r(=1/\alpha)$ の円板で、かつ、 S を包含するものがあれば、それらすべての交わりを S のデジタル α -hull とよび、 $D\alpha$ -hull と書く (図3)。

デジタル画像では行列番号は整数値であり、したがって、 $D\alpha$ -hull における α は、 $\langle \alpha=1/n, n: \text{整数} \rangle$ の形のものに限られる。しかし、理論的解析の便宜

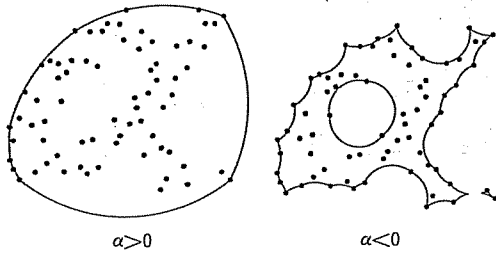


図1 連続平面上の α -hull の例
Fig. 1 The α -hull on the continuous plane.

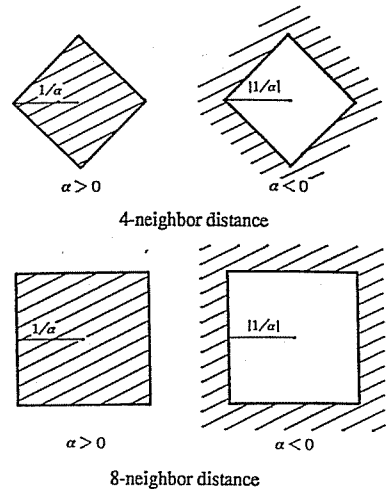


図2 デジタル画像上の円板の説明図
Fig. 2 Illustration of the disk on a digital image plane.

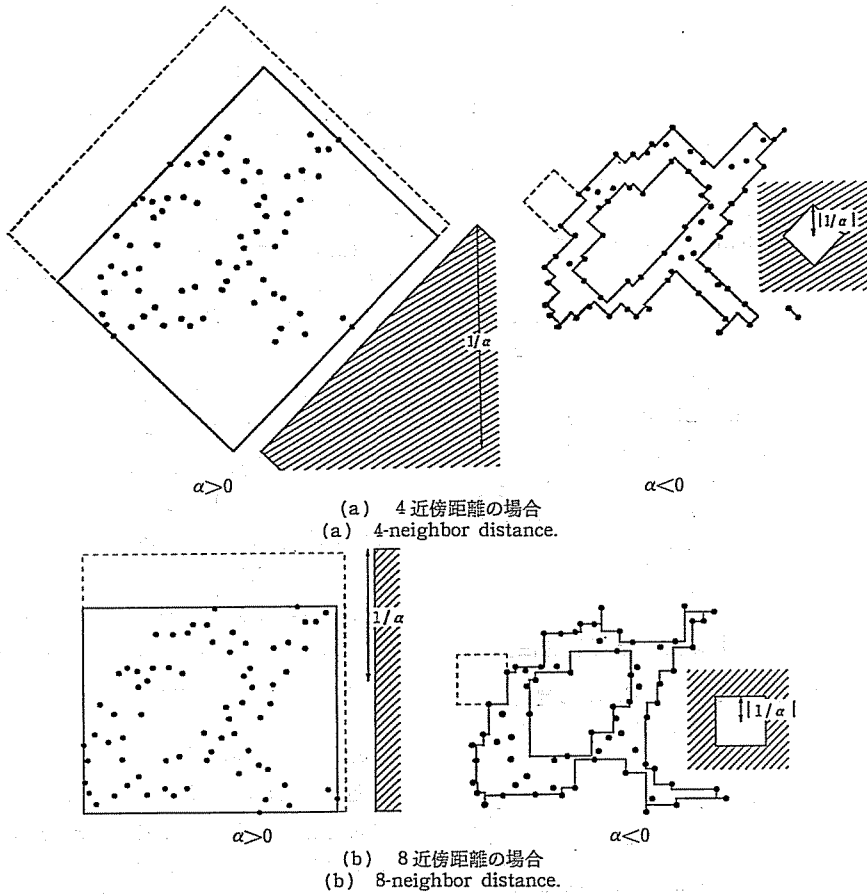


図3 $D\alpha$ -hull の例
Fig. 3 Example of the $D\alpha$ -hull

上, α は任意の実数値をとりうるとしておく. 特に, $\alpha=0$ の場合に対しては, $\lim_{\alpha \rightarrow +0} (D\alpha\text{-hull})$ を $D(+0)\text{-hull}$, $\lim_{\alpha \rightarrow -0} (D\alpha\text{-hull})$ を $D(-0)\text{-hull}$, 両者を特に区別しないとき $D(0)\text{-hull}$ と書く ($\alpha\text{-hull}$ についても同様) (図 4).

2.2 デジタル $\alpha\text{-hull}$ の基礎的性質

点集合 S が与えられたとき, その $D\alpha\text{-hull}$ の具体的な形状は α の値によって変わる. 次に特殊な場合の例をあげる. 以下, 半径 R の円板を, 半径 R の菱形 (4近傍距離の場合), および, 半径 R の正方形 (8近傍距離の場合) と書く.

(1) 点集合 S に対して, $D(+0)\text{-hull}$ は S の外接長方形になる. ただし, その辺は $\pm 45^\circ$ 方向 (4近傍距離の場合), または, 水平および垂直 (8近傍距離の場合) の線分である (図 4).

(2) $D(-0)\text{-hull}$ は, S を内部に含まない半径 ∞ の菱形または正方形を S の外側から外接させたものになる.

(3) $\alpha > 0$ なる任意の実数 α に対して, $D\alpha\text{-hull}$ が存在すれば, $D\alpha\text{-hull}$ は α の値によらず, $D(+0)\text{-hull}$ と一致する.

(4) $\alpha < 0$ の場合の $D\alpha\text{-hull}$ は, 半径 $1/\alpha$ の菱形, または, 正方形を, その内部に S の点を含まないような形で S に外接させたときにできる多角形になる.

また, 次の性質が, 上記の結果などから導かれる.

(性質 1) $\alpha_1 < \alpha_2$ ならば, $D\alpha_1\text{-hull} \subseteq D\alpha_2\text{-hull}$, かつ, $\alpha_1\text{-hull} \subseteq \alpha_2\text{-hull}$.

(性質 2) 点集合 S に対して, S の $D(+0)\text{-hull}$ と $D(-0)\text{-hull}$ は一般に一致しない (図 4). ただし, 点集合 S 内の点がすべて一直線上にあるか, または, 点集合 S の外接長方形の 4 頂点上に点が存在する場合には両者は一致する. 一方, 連続空間においてユークリッド距離を用いる場合には, $(+0)\text{-hull}$ と $(-0)\text{-hull}$ は常に一致する.

2.3 拡張デジタル $\alpha\text{-hull}$

デジタル画像処理においては, 点集合よりはむしろ

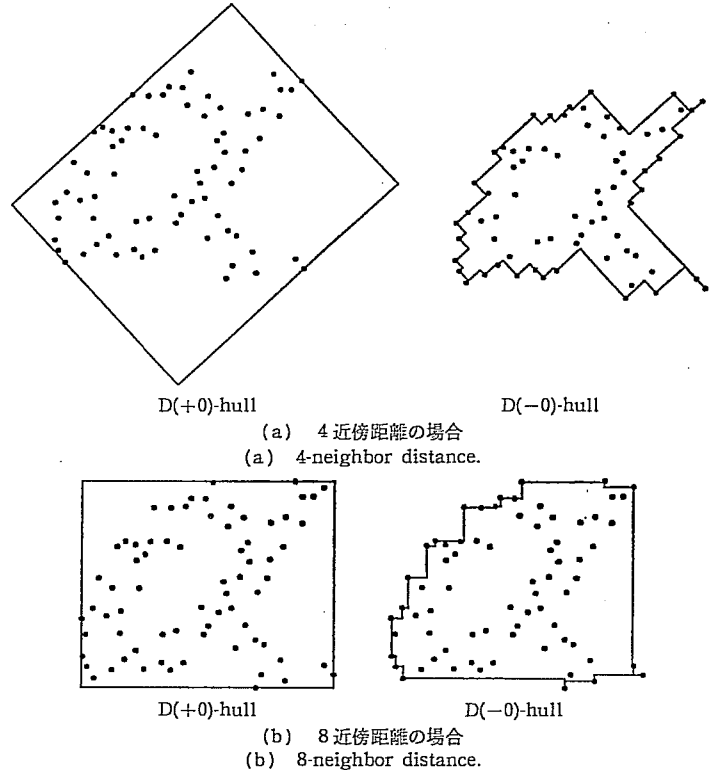


図 4 $D(0)\text{-hull}$ の例
Fig. 4 Example of the $D(0)\text{-hull}$.

ろ有限のひろがりを持つ図形, すなわち, 連結成分 (connected component) の集合を扱うことが多い. そこで, $D\alpha\text{-hull}$ を連結成分に拡張して, 次のように定義する.

[定義 4] デジタル画像上の有限個の連結成分の集合 S_c に対して, 定義 2 の意味での半径 $r (= 1/\alpha)$ の円板で, かつ, S_c を包含するものがあれば, それらすべての交わりを S_c の拡張デジタル $\alpha\text{-hull}$ とよび, $ED\alpha\text{-hull}$ と書く.

このとき, 2.2 節の (1) ~ (4), および, (性質 1), (性質 2) は $ED\alpha\text{-hull}$ に対しても成立する.

なお, 本文では S_c は入力画像中の全連結成分を含むものとする*.

* 本文では, 連結成分の集合 S_c は画面中に 1 組しかない (あるいは S_c は画面中の全連結成分を含む) としている. 画面内の連結成分があらかじめ 2 個以上のサブグループに分かれており, サブグループごとに別々の $ED\alpha\text{-hull}$ を構成する場合には, $ED\alpha\text{-hull}$ 同士が交わる場合の扱いを考える必要がある.

3. 拡張デジタル α -hull と距離変換の関係

$D\alpha$ -hull および $ED\alpha$ -hull は、2値画像の距離変換と密接な関係を持つことを示す。

まず、連結成分の集合を $S_c = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ 、その $ED\alpha$ -hull を表す点 (画素) 集合を H とする。 $R=1/\alpha$ とおき、 R は整数であるとする。このとき、 $\alpha < 0$ と $\alpha > 0$ の各々の場合について、次の性質が成り立つ (図5)。

3.1 $\alpha < 0$ の場合

(性質3) S_c 内の連結成分上の画素はすべて0、その他は1として得られる2値画像を F_1 とする。また、 S_c を包含する半径 R の円板 (定義2による) の中心点すべての集合を C とする。このとき、次の事柄が成り立つ。

(1) 2値画像 F_1 の4近傍または8近傍距離変換において、距離値が $(-R)$ より大きい点のすべての集合は、集合 C に等しい。

(2) 集合 C の点を0、その他を1とする2値画像 F_2 の4近傍または8近傍距離変換の値が $(-R)$ より大きい点すべての集合は、 S_c の $ED\alpha$ -hull と等しい。

(証明) S_c の連結成分内の点すべての集合 (=2値画像 F_1 の値0の画素の集合) を $S = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ とする。ここで、点 $P_i (i=1, \dots, m)$ は連結成分 $C_j (j=1, \dots, n)$ のどれかに含まれる点である。

中心が C 、半径 R の円板を $\mathcal{D}(R, C)$ 、 S_c の $ED\alpha$ -hull を H とおけば、

$$\mathcal{D}(R, C) = \{x; d_i(x, C) > -R\}$$

$$H = \{\bigcap_i \mathcal{D}(R, C_i); C_i \in C\}$$

$$= \{x; d_i(x, C_i) > -R, \forall C_i \in C\}$$

$$= \{x; \min_i d_i(x, C_i) > -R\} \tag{1}$$

ここで、

$$C = \{C_i; S \subseteq \mathcal{D}(R, C_i)\}$$

$$= \{C_i; d_i(C_i, P_k) > -R, \forall P_k \in S\}$$

$$= \{C_i; \min_k d_i(P_k, C_i) > -R\} \tag{2}$$

これより、与えられた点集合 S から (2) 式の条件 $\min_k d_i(C_i, P_k) > -R$

を満たす C_i すべての集合 $C = \{C_i\}$ を求めるには、2値画像 F_1 の距離変換 (t 近傍距離による。 $t=4, 8$) を求め、距離値が $(-R)$ より大きい画素のすべてを C とすればよい。

この C が得られたとすると、 (1) 式の条件

$$\min_i d_i(x, C_i) > -R$$

を満たす x すべての集合、すなわち $ED\alpha$ -hull を求めるには、 C の要素に含まれる画素のみを0、その他を1とする2値画像 F_2 に対して、距離変換 (t 近傍距離、 $t=4, 8$) を施し、その結果が $(-R)$ より大きい画素を抽出すればよい。 (証明終わり)

3.2 $\alpha > 0$ の場合

まず、2値画像 A の最大型距離変換を以下のように定義する。

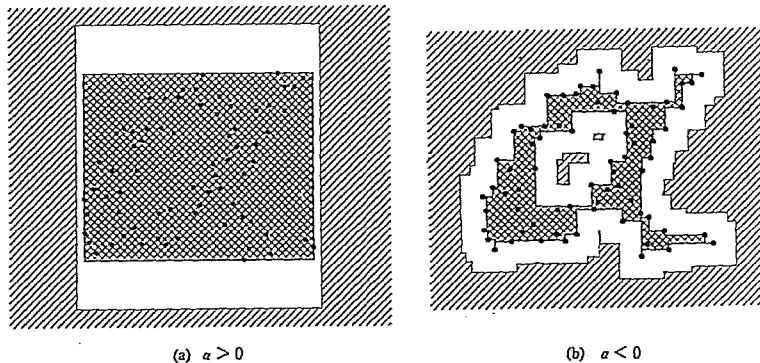
$$\text{最大型距離変換 } O: A = \{a_{ij}\} \rightarrow B = \{b_{ij}\}$$

$$b_{ij} = \max \{d_i((i, j), x); x \in S_0\}$$

ただし、 S_0 は、 A 中の値0の画素の集合とする。

このとき、 (性質3) に対応する次の性質が得られる。 (性質4) F_1 および C を (性質3) と同様に定めるとき、次の事柄が成り立つ。

(1) 2値画像 F_1 の最大型距離変換 (4 近傍、ま



point set of C (▨) and H (▩)

図5 性質3, 4説明図

Fig. 5 Illustration for properties 3 and 4.

たは 8 近傍距離による) において, 距離値 R 以下の点を 0, その他の点を 1 として得られる 2 値画像 F_2 の値 0 の点の集合は, 集合 C に等しい.

(2) 上記 2 値画像 F_2 の最大型距離変換の値が R 以下の点すべての集合は, S_c の $ED\alpha$ -hull に等しい.

(証明) 点集合 S を性質 3 の証明と同様に定める.

中心が C , 半径 R の円板を $\mathcal{D}(R, C)$, S_c の $ED\alpha$ -hull を H とおけば,

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(R, C) &= \{x; d_i(x, C) \leq R\} \\ H &= \{\bigcap_i \mathcal{D}(R, C_i); C_i \in C\} \\ &= \{x; d_i(x, C_i) \leq R, \forall C_i \in C\} \\ &= \{x; \max_i d_i(x, C_i) \leq R\} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで,

$$\begin{aligned} C &= \{C_i; S \subseteq \mathcal{D}(R, C_i)\} \\ &= \{C_i; d_i(C_i, P_k) \leq R, \forall P_k \in S\} \\ &= \{C_i; \max_k d_i(C_i, P_k) \leq R\} \end{aligned} \quad (4)$$

これより, 与えられた点集合 S から (4) 式の条件

$$\max_k d_i(C_i, P_k) \leq R$$

を満たす C_i すべての集合 $C = \{C_i\}$ を求めるには, S の要素である画素 (点) P_1, P_2, \dots, P_m をすべて 0, その他を 1 として得られる 2 値画像 F_1 の最大型距離変換 (t 近傍距離による. $t=4, 8$) を求め, 距離値が R 以下の画素すべてを C とすればよい.

この C が得られたとすると, (3) 式の条件

$$\max_i d_i(x, C_i) \leq R$$

を満たす x すべての集合, すなわち $ED\alpha$ -hull を求めるには, C の要素に含まれる画素のみを 0, その他を 1 とする 2 値画像 F_2 に対して, 最大型距離変換 (t 近傍距離, $t=4, 8$) を施し, その結果が R 以下の画素を抽出すればよい. (証明終わり)

4. 拡張デジタル α -hull の計算法

(性質 3) より, 以下のような $ED\alpha$ -hull の計算手順が導かれる (図 5).

4.1 $\alpha < 0$ の場合

この場合の $ED\alpha$ -hull は, デジタル画像処理でよく知られた距離変換³⁾, および, 図形融合³⁾を用いて, 次のようなアルゴリズムで求められる.

[Algorithm 1] 与えられた連結成分集合を $S_c = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ とする.

(step 1) S_c の要素である連結成分上の画素を 0, その他を 1 として得る 2 値画像 F_1 に t 近傍型距離変換 ($t=4, 8$) を施す.

(step 2) 上記処理の結果, 距離値が $|R|$ より大きい画素を 0, その他を 1 として, 2 値画像 F_2 を得る.

(step 3) 2 値画像 F_2 に対して t 近傍型距離変換 ($t=4, 8$) を行う.

(step 4) 上記距離値が $|R|$ より大きい画素のすべてを抽出すれば, それが点集合 S_c の $ED\alpha$ -hull に等しい.

[Algorithm 2]

(step 1) 2 値画像 F_1 (Algorithm 1 と同じ) に 4 近傍または 8 近傍による収縮処理 (=局所最小値フィルタ, erosion)³⁾ を $|R|$ 回行う.

(step 2) step 1 の結果の画像に $|R|$ 回の拡張処理 (=局所最大値フィルタ) (4 近傍または 8 近傍による) を行う. この結果得られる 2 値画像において, 値 0 の画素全体の集合は連結成分集合 S_c の $ED\alpha$ hull を与える.

なお, このときの S_c そのものを定めるのに用いた近傍と, $ED\alpha$ -hull の計算に用いる近傍の種類の間には直接的関係はなく, 両者は独立に選択できる.

これらの処理は, 従来のプログラムパッケージ, または, 専用プロセッサ等でも容易に実現できる. また, 逐次型の汎用計算機向き的高速な逐次型アルゴリズムもある³⁾.

4.2 $\alpha > 0$ の場合

(性質 4) によって, 次のアルゴリズムが得られる.

[Algorithm 3] 与えられた連結成分集合を $S_c = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ とする.

(step 1) S_c の要素である連結成分上の画素を 0, その他を 1 として得る 2 値画像 F_1 に上記最大型距離変換を施す.

(step 2) 上記処理の結果, 距離値が R 以下の画素を 0, その他を 1 として, 2 値画像 F_2 を得る.

(step 3) 2 値画像 F_2 に対して最大型距離変換を行う.

(step 4) 上記距離値が R 以下の画素のすべてを抽出すれば, それが連結成分集合 S_c の $ED\alpha$ -hull に等しい.

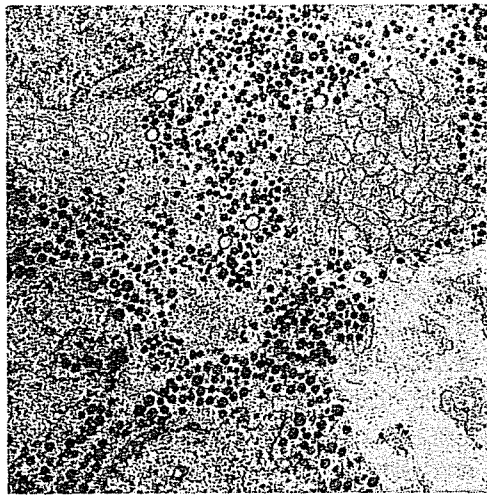
このアルゴリズムは, $\alpha < 0$ の場合の [Algorithm 1] と対照させて距離変換を基礎とする統一的な表現になる点に意義がある. ただし, 現時点では最大型距離変換を実行するよいアルゴリズムがないため, 計算時間は非常に長くなる. 実際に $ED\alpha$ -hull を求めるには, 2.2 節 (1) (3) に着目するならば α の値には関

係なく連結成分集合 S の外接長方形を求めればよいことが知られているから、このほうが実用上は便利である。

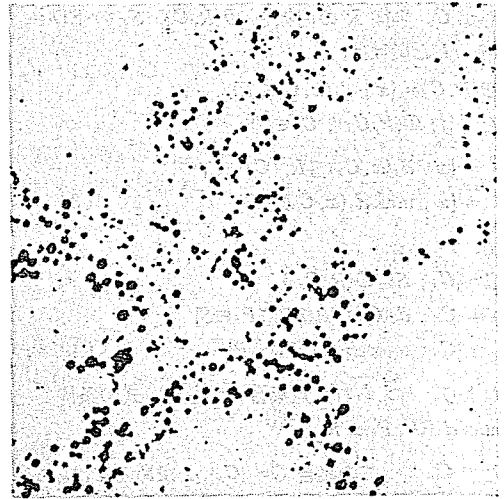
5. 実験例と考察

5.1 画像処理への応用例

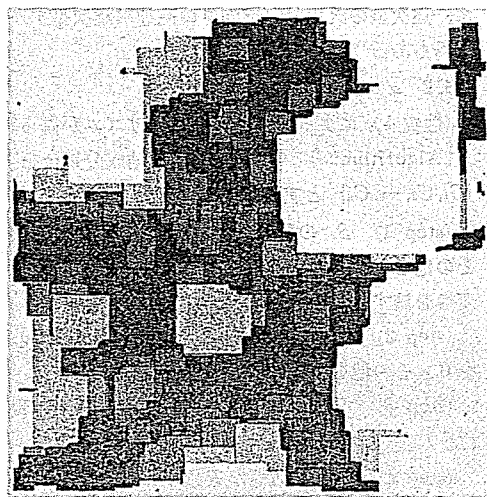
画像処理への応用としては、小図形がランダムに分布する領域の輪郭線の抽出が考えられる。その一例を



(a) 入力画像
(a) Input figure.

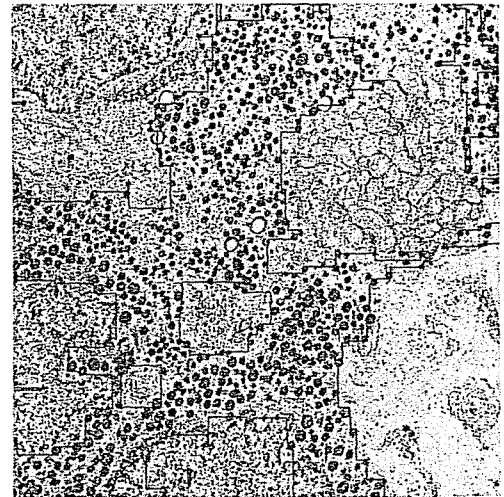


(b) 実験に用いた連結成分画像
(b) Binary picture used in the experiment.



$\alpha = -1/10$ (■)
 $\alpha = -1/15$ (■ ■ ■)
 $\alpha = -1/20$ (■ ■ ■ ■ ■)
 $\alpha = -1/30$ (■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■)

(c) 拡張デジタル α -hull
(c) The extended digital α -hull.



(d) 入力画像に重畳された拡張デジタル α -hull ($\alpha = -1/15$)
(d) The extended digital α -hull ($\alpha = -1/15$) superimposed to the input picture.

図 6 応用例

Fig. 6 Example of application.

以下に示す。

処理に用いた原画像 (図 6 (a)) は、組織標本顕微鏡像 (脳下垂体組織) の一部である⁵⁾。その部分画像 (大きさ 512×512 画素, 濃度値は 0-255) から粒子像 (図 6 (a) で黒い円状の部分, ホルモン分泌顆粒) の性質を調べるための中間的段階として, その存在範囲を定めることが望まれる。そこで, これを $ED\alpha$ -hull で表すことを試みた。

まず, 前処理として, 中央値フィルタ³⁾で雑音を除いた後 (得られる画像を F_2 とする), この F_2 に文献 4) の rolling-ball フィルタを適用し, その出力から F_3 を引いた画像をしきい値処理で 2 値化した (図 6 (b))。

このようにして得られた画像に対して $ED\alpha$ -hull を構成してみたものを図 6 (c) に示す ($-1/\alpha = 10, 15, 20, 30$ とした)。原画像と $ED\alpha$ -hull を比較してみると, 粒子の存在する領域全体の輪郭線として自然な線が抽出されていることが知られる (図 6 (d) (例えば, 中央付近の穴や左上の凹みなど))。また, α の値を小さくするに従って領域の細かな凹凸を反映した輪郭線が得られる (図 6 (c))。領域内部に穴を生成できることは単なる凸包にはない特徴である。

なお, 孤立点で表された粒子のクラスタリング (= 粒子のグループ分け) のみならば, 単純に粒子間の距離が一定値以下のものを結合することで実行できる。しかし, これだけでは粒子のグループ分けはできても α -hull に相当する平面上の領域を定めることはできない。また, 孤立点ではなくて, 連結成分集合を処理する場合には, 連結成分間の距離の定義も問題になる。さらに, 連続空間の孤立点の集合に対しては, 適当に選んだ点の間を直線で結んで領域をつくることができる。例えば, 文献 2) ではこの方法で α -hull を修飾した α -shape という概念を定義している。しかし, デジタル画像上の連結成分の集合に対しては, 2 つの連結成分をデジタル直線で結ぶことは自明ではなく, 結び方自体を定義しなくてはならない。したがって, 上記 α -shape の拡張はあまり容易ではない。

全く別の考え方として, 各画素をその行列番号に等しい座標を持つ連続平面上の点と見なして連続空間で扱う方法も考えられるが⁶⁾, これは同一の連結成分内の点でも別々の点として扱わなければならない, 効率が悪い。また, 通常のデジタル画像の局所処理のアルゴリズムの組合せでは実行できない。

5.2 計算時間

連続平面の場合の計算時間は点集合の大きさ (点の個数) の関数 (オーダー) の形で評価されるが, デジタル画像ではこの評価はそれほど有効ではない。なぜなら, 有限の大きさの画像内には点は有限個しか入らないし, 画像の大きさ自体それほど大きくは変わらないからである。以下, 応用上意義が大きい $\alpha < 0$ の場合の上記アルゴリズムの計算量について簡単に述べる。さしあたり連結成分は考えずに孤立点の集合のみとする。

[Algorithm 1] は, 距離変換の逐次型アルゴリズム³⁾を用いれば, 点の個数および α に関係なく画面を 6 回走査して終了する。細かい計算時間は点の配置にも関係するからいちがいに言えないが, 画像の大きさが同じならばほぼ一定時間と思われる。逐次型アルゴリズムのため逐次型汎用計算機には最も適している。

[Algorithm 2] は, $2|R|$ 回の画面走査を必要とし, 収縮, 拡張処理を行うべき画素の数は, 点の個数と共に増加するから, 計算量はほぼ $-1/\alpha$ に比例し, 点の個数の増加関数である (詳細は点の配置にも関係する)。また, 画像の大きさにも比例する。並列型アルゴリズムのため, 画素単位の並列処理プロセッサ向きである。

以上のアルゴリズムを, 乱数で発生させた人工パターンに対して適用した結果が図 7~9 に示されている。点の個数, パラメータ α の値, 画像の大きさの変化に対する計算時間の変化は, 上の考察の結果と一致している。

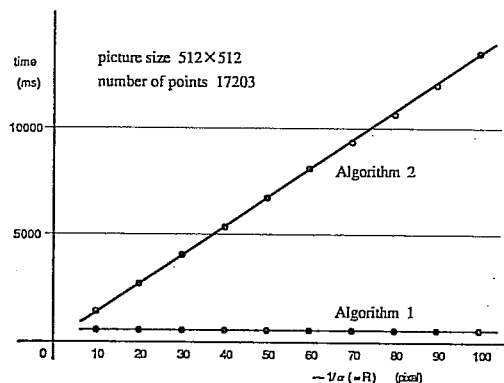


図 7 拡張デジタル α -hull の計算時間の例 (1) α による変化

Fig. 7 Example of computation time for the extended-digital α -hull (1) change with α .

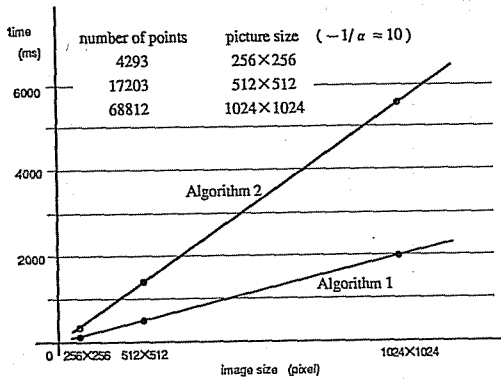


図 8 拡張デジタル α -hull の計算時間の例 (2) 画像の大きさによる変化

Fig. 8 Example of computation time for the extended-digital α -hull (2) change with the picture size.

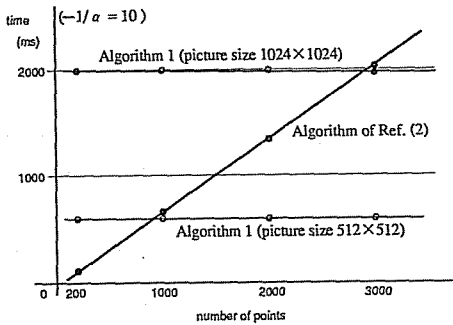


図 9 拡張デジタル α -hull の計算時間の例 (3) 点の個数による変化

Fig. 9 Example of computation time for the extended-digital α -hull (3) change with number of points.

なお, $D\alpha$ -hull を定義どおりに直接に求めるとすると, 例えば次のようなアルゴリズムになる。

[Algorithm 4]

(step 1) 出力画像に 0 を代入する。

(step 2) 入力画像中の与えられた点集合から抽出した 2 点の対のすべてについて, 以下の処理を行う。

2.1 与えられた点集合から 2 点を選び, その 2 点に接する半径 $1/\alpha$ の円板を求める。

2.2 円板が与えられた点集合をすべて含めば出力画像における円板上の画素に値 1 を入れる。

(step 3) 出力画像中の値 1 の画素の連結成分の中で, 与えられた点集合の要素を 1 つも含まないものを消去する。

このアルゴリズムの計算量は点の個数の 3 乗に比例

する。一方, 連続平面の場合には点の個数 n に対して $O(n \log n)$ のアルゴリズムが存在する²⁾。このアルゴリズムは与えられた点集合のポロノイ図を利用するもので, その計算量はポロノイ図を求める計算で定まる。しかるに, ポロノイ図の計算には平均で $O(n)$ のアルゴリズムが知られている⁶⁾。図 9 にはこのアルゴリズムで α -hull を求めた場合の計算時間の変化も記入されている。入出力の条件が異なるので厳密な比較はできないが, 点の個数が少ない場合は, このアルゴリズムを用いるほうがよい場合もある。

なお, 以上の実験のプログラムはすべて FORTRAN で書かれ, 使用した計算機は名古屋大学大型計算機センターの FACOM M-780 である。

6. む す び

本文では, 連続平面上の点集合の解析の方法として提案されている α -hull を, デジタル画像上の連結成分集合の全体的特徴を抽出するための一手法としての $ED\alpha$ -hull に拡張し, その性質について考察した。

また, $ED\alpha$ -hull を求めるためのデジタル画像固有のアルゴリズムを提案した。さらに, 実際の画像に対して $ED\alpha$ -hull を求め, それが, 連結成分集合の領域を良く抽出していることを示した。また, $ED\alpha$ -hull を求めるための 3 種類のアルゴリズムの処理時間についても考察をした。

今後の課題としては, $ED\alpha$ -hull の形状に関する性質の解明, 同一画面内にある複数個の連結成分集合の各々に対する $ED\alpha$ -hull の構成法とその相互関係, および $ED\alpha$ -hull の変形, などがある。変形の例として, 例えば, 次のようなものが考えられる。《有限個の点の集合 S と実数 α , 整数 n が与えられたとき, 半径 $1/\alpha$ で, かつ, S を n 個の点を除いて包含するような円板が存在するならば, それらすべての交わりを S の modified $ED\alpha$ -hull ($MED\alpha$ -hull と書く) とする。》このように変形することで, 例えば, 点集合 S が自動的に抽出されたものでその中に雑音が含まれている場合, 真のデータ点の集合に対する $ED\alpha$ -hull からある程度離れて存在する雑音成分は含まないような $ED\alpha$ -hull を構成できる可能性がある。

このように定義した $MED\alpha$ -hull と, 元の $ED\alpha$ -hull の性質の違い, ポロノイ図との関係, これを求める効率的なアルゴリズムなどが興味ある課題としてあげられる。

謝辞 日頃ご討論頂く研究室の皆様へ感謝する。ま

た、ポロノイ図の計算プログラムを提供して頂いた、東京大学杉原厚吉助教授に感謝する。本研究の一部は、文部省科研費 (No. 63633009) および厚生省がん研究助成金 (62-46) による。

参 考 文 献

- 1) 伊理正夫監修：計算幾何学と地理情報処理，共立出版 (1986)。
- 2) Edelsblunner, H., Kirkpatrick, D.G. and Seidel, R.: On the Shape of a Set of Points in the Plane, *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. IT-29, No. 4, pp. 551-559 (1983).
- 3) 鳥脇純一郎：画像理解のためのデジタル画像処理 (I), (II), 昭晃堂 (1988)。
- 4) Sternberg, S. R.: Grayscale Morphology, *Comput. Gr. Image Process.*, Vol. 35, pp. 333-355 (1986)。
- 5) 大槻直隆, 鳥脇純一郎, 福村晃夫: Texture 識別を伴う生体組織顕微鏡画像の自動識別, 信学論, Vol. 61-D, No. 2, pp. 135-142 (1978)。
- 6) 杉原厚吉: パターン認識の道具としてのポロノイ図構成算法の整備, 電子情報通信学会技術研究報告, PRU 88-119 (1989)。

(平成元年 6 月 20 日受付)

(平成元年 12 月 12 日採録)



齊藤 豊文

昭和 38 年生。昭和 61 年名古屋大学工学部電子工学科卒業。昭和 63 年同大学院博士課程前期課程 (情報工学専攻) 修了。現在同大学院博士課程後期課程在学中。画像処理の研究に従事。

研究に従事。



鳥脇純一郎 (正会員)

昭和 14 年 7 月 20 日生。37 年名古屋大学工学部電子工学科卒業。42 年同大学院博士課程修了。同年 4 月名古屋大学工学部助手。以後、45 年同助教授、49 年名古屋大学計算機センター助教授、55 年豊橋技術科学大学情報工学系教授、58 年名古屋大学工学部電子工学科教授を経て、60 年 4 月より同情報工学科教授。工学博士。パターン認識、画像処理、グラフィックス、および、それらの医学情報処理への応用に関する研究に従事。著書「画像理解のためのデジタル画像処理 (I) (II)」(昭晃堂)。電子情報通信学会、日本 ME 学会、医療情報学会、米国 IEEE 各会員。



横井 茂樹 (正会員)

昭和 46 年名古屋大学工学部電気工学科卒業。昭和 52 年同大学院博士課程修了。工学博士。名古屋大学助手、三重大学助教授を経て、現在、名古屋大学工学部情報工学科助教授。画像処理、コンピュータ・グラフィックスの基本手法、およびその医学応用に関する研究に従事。電子情報通信学会、日本 ME 学会、日本形成外科学会各会員。