

公的事業体の運営効率評価

根 本 二 郎

This article provides a review of data envelopment analysis (DEA) as a tool for benchmarking public sector organizations, emphasizing a microeconomic-oriented approach to constructing empirical production possibility sets. In the literature, justification of DEA from an economic viewpoint seems to be still implicit while DEA is very closely related to the quantitative microeconomic analysis. We then introduce DEA through comparing it to the nonparametric production analysis developed by Varian (1984), which helps us properly interpret the results obtained by DEA. An empirical application is illustrated by measuring efficiency of Kyoto municipal libraries. The results include the time development of Malmquist productivity indexes of the libraries as well as technical efficiency. The decomposition analysis of the Malmquist productivity indexes reveals both the frontier shift and the deficiency from the frontier. Large libraries are fully efficient and simultaneously expand the frontier over time. In contrast, smaller libraries suffer from deterioration of efficiency and stagnate the frontier. This is mainly explained by the differences in demand side conditions due to location.

1. はじめに

市場による評価を受けない公的事業体を効率的に運営するには、その効率評価法を確立することが不可欠の前提である。近年、この方面への関心が高まってきたことからいくつかの手法が注目を集めているが、中でも DEA (Data Envelopment Analysis) は汎用的な評価法として有力な分析ツールであると言える¹⁾。

残念ながら、わが国においては（特にエコノミストに）良く知られているとはいえないが、海外では DEA による公的セクターの効率性評価の可能性は広く研究されており、たとえば Ganley and Cubbin (1992) 等の教科書的な成書も出版されている。最近の注目すべき動きとしては、北欧諸国において自然独占的な公益事業の規制に DEA が適用されは

じめており、その有用性が立証されてきていることがある。Grasto (1997), Agrell, Bogetoft and Jørgen (1999) によれば、ノルウェーの送配電事業（地域独占）において収入の上限規制が適用されているが、その収入上限値の算定において効率性評価のために DEA が用いられているという。また、上限価格規制が適用されている場合には、生産性の上昇を織り込んで、上限価格を每期ある率(X項)で引き下げて効率化誘因を担保するが、このX項の算定に DEA を用いることが検討されている。イギリスでは地域電気通信事業で独占である BT に対し上限価格規制が行われており、NERA (1995) は DEA による BT の効率性評価を行って、X 項算定への適用可能性を探っている。また、オランダの送配電事業においても、上限価格規制の X 項の算定に DEA の使用が検討されている。本ブ

プロジェクトが取り上げる図書館の運営についても、Worthington(1999)によるオーストラリア・ニューサウスウェールズ州立図書館を対象とした DEA の適用事例があり、評価手法としての汎用性が理解できるであろう。

わが国においては、専ら OR の研究者によって DEA の研究が推進されてきた。図書館についても、刀根 (1988) が手法紹介の事例として東京都立図書館を取り上げている。しかし、わが国ではエコノミストが DEA に注目することが希であったため、エコノミストに馴染みのある形で手法の適用が成されておらず、そのため DEA は経済学のフレームワークの外にある分析法であるかのように取られることも少なくなかった。そこで以下では、DEA を経済学的な数量ミクロ分析のアプローチの考え方と比較しつつ導入、紹介し、事例として京都の市立図書館の効率性と生産性の計測を試みる。

2. 生産可能集合の近似—DEA の場合

m 種類のインプットから n 種類のアウトプットを生産するプロセスを考え、インプット・ベクトル ($m \times 1$) を x 、アウトプット・ベクトル ($n \times 1$) を y としよう。まず、実行可能なすべての x と y の組み合わせから成る生産可能集合 Φ を定義する。

$\Phi = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{m+n} \mid x \text{ can produce } y\}$ (1)
生産可能集合について、次の性質を満たすことを要請する。

- i) $(\bar{x}, y) \in \Phi$ かつ $\bar{x} < x$ ならば $(x, y) \in \Phi$
- ii) $(x, \bar{y}) \in \Phi$ かつ $\bar{y} > y$ ならば $(x, y) \in \Phi$
- iii) Φ は閉凸集合

ここで、インプットとアウトプットの組み合わせについて N 個の観察値 (x_i, y_i) , $i=1, 2,$

\dots, N が存在するならば、それらから $m \times N$ 行列

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_N]$$

と、 $n \times N$ 行列

$$Y = [y_1, y_2, \dots, y_N]$$

を定義し、 X をインプット参照行列、 Y をアウトプット参照行列と呼ぶことにしておく。

観察値は実行可能であることが顕示されているのだから、 $(x_i, y_i) \in \Phi$, $i=1, 2, \dots, N$ である。Banker, Charnes and Cooper (1984) は、性質 i)–iii) を満たしかつ N 個の観察値をその要素として含む任意の集合の共通部分が、

$$\hat{\Phi} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^{m+n} \mid \begin{aligned} &X\lambda \leq x, \\ &Y\lambda \geq y, \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1, \\ &\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)' \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

となることを示した。つまり、 $\hat{\Phi}$ は N 個の観察値を包絡 (envelop) する最小の集合であり、真の生産可能集合を近似するものとみなすことができる。

さらに規模に関して収穫一定を仮定する場合は、

- iv) 任意の c について $(x, y) \in \Phi$ ならば $(cx, cy) \in \Phi$

も満たされねばならない。条件 i)–iv) を満たしかつすべての観察値を含む最小の集合は

$$\hat{\Phi}_{CRS} = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{m+n} \mid \begin{aligned} &X\lambda \leq x, \\ &Y\lambda \geq y, \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)' \geq 0 \end{aligned}\} \quad (3)$$

で与えられる²⁾。

DEA は $\hat{\Phi}$ ないし $\hat{\Phi}_{CRS}$ を基礎とする分析法であるが、経済学に対しても顕示選好理論に始まる数量ミクロ分析の理論との密接な関係を持つ。そこで次節では、数量ミクロ分析による生産可能集合の近似について概観し、

DEA との関係把握することとしたい。

3. 生産可能集合の近似 —数量ミクロ分析の場合

ミクロ経済学の生産者理論で通常想定される生産技術は、(2)式で与えられる $\hat{\Phi}$ によるものとは異なる。そのことは、アウトプットが一種類として $\hat{\Phi}$ の上で生産関数を定義すれば、そのような生産関数は必ず凹関数となり準凹関数が許容されないことに現れる。つまり、 $\hat{\Phi}$ によっては S 字形生産関数や U 字形の平均費用曲線は得られない。

一方、生産者理論では、生産可能集合ではなく必要投入集合を用いる方が普通である。必要投入集合は、与えられたアウトプット・ベクトルを生産可能なすべてのインプット・ベクトルの集合であり、

$$\Gamma(y) = \{x \in \mathbb{R}_+^n \mid (x, y) \in \Phi\} \quad (4)$$

のように定義される。必要投入集合については、次の性質を満たすことが要請される。

- v) $x \in \Gamma(y)$ かつ $\bar{y} \geq y$ ならば $x \in \Gamma(\bar{y})$
- vi) $\bar{x} \in \Gamma(y)$ かつ $\bar{x} \leq x$ ならば $x \in \Gamma(y)$
- vii) $\Gamma(y)$ は閉凸集合

ここで、N 個の観察値 $(x_i, y_i), i=1, 2, \dots, N$ のうち、 $\alpha(y) = \{i \mid y_i \geq y\}$ に対して $i \in \alpha(y)$ ならば $x_i \in \Gamma(y)$ である。式 (2) で $\hat{\Phi}$ を構成したのと同様な考え方を適用すれば、性質 vi)-vii) を満たしかつ $i \in \alpha(y)$ である x_i を要素として含む最小の集合は

$$\begin{aligned} \underline{\Gamma}(y) = \left\{ x \in \mathbb{R}_+^n \mid X\lambda \leq x, \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1, \right. \\ \left. 0 \leq \lambda_i \text{ for } i \in \alpha(y) \right. \\ \left. \text{and } \lambda_i = 0 \text{ for } i \notin \alpha(y), \right. \\ \left. i=1, 2, \dots, N \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。 $\alpha(y)$ が空集合の場合は $\underline{\Gamma}(y) = \emptyset$ とする。 $\underline{\Gamma}(y)$ が性質 v) を満たすことは明らかである。

Varian (1984) は、 $\underline{\Gamma}(y)$ を必要投入集合の下限として利用する一方、顕示選好理論の費用最小化問題への適用によって必要投入集合の上限を観察値から構成し、上下限の組み合わせによる生産分析を提唱した。上限集合を構成するために、生産者の費用最小化行動を仮定する。そうすると、観察値が費用最小化行動と整合的であるために、必要投入集合は次の条件を満たさなければならない。

$$\begin{aligned} w_i' x_i \leq w_i' x \text{ for all } x \in \Gamma(y_i), \\ i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、 w_i は x_i に対応する $m \times 1$ の要素価格ベクトルである。(6) を満たす $\Gamma(y)$ を、費用最小化について観察値を合理化可能 (以下、観察値を合理化可能) であると言う。そこで逆に、観察値から合理化可能な必要投入集合を構成することを考え、

$$\overline{\Gamma}(y) = \{x \in \mathbb{R}_+^n \mid w_i' x \geq w_i' x_i \text{ for all } i \in \beta(y)\} \quad (7)$$

とする。ただし、 $\beta(y) = \{i \mid y_i \leq y\}$ である。 $\beta(y)$ が空集合である場合は、 $\overline{\Gamma}(y) = \bigcup_{j \in \alpha(y)} \overline{\Gamma}(y_j)$ とする。 $\alpha(y)$ も $\beta(y)$ も空集合である場合は、 $\overline{\Gamma}(y)$ は定義されない。明らかに、 $\overline{\Gamma}(y)$ は定義されれば性質 v)-vii) を満たし、かつ観察値を合理化可能である。

また $\underline{\Gamma}(y)$ も観察値を合理化可能である [Varian (1984, Theorem12)] ことから、真の必要投入集合に対して $\overline{\Gamma}(y)$ と $\underline{\Gamma}(y)$ が上限と下限を提供することが期待される。実際、Varian (1984, Theorem12, 13) において、性質 v)-vii) を満たし観察値を合理化可能な任意の集合を $\Gamma(y)$ とする時、 $\alpha(y)$ と $\beta(y)$ が

共に空集合でないような y に対して

$$\bar{\Gamma}(y) \supseteq \Gamma(y) \supseteq \underline{\Gamma}(y) \quad (8)$$

が成立する。

4. DEA と数量ミクロ分析の比較

数量ミクロ分析の立場から DEA の問題点を指摘すると、DEA の $\hat{\Phi}$ から必要投入集合を

$$\hat{\Gamma}(y) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ | (x, y) \in \hat{\Phi}\} \quad (9)$$

のように構成した場合、 $\hat{\Gamma}(y)$ は観察値を合理化可能ではない。これは DEA が効率性の分析を目的とすることから当然で、もし $\hat{\Gamma}(y)$ が観察値を合理化可能であれば、 $\hat{\Gamma}(y)$ の下ではすべての観察値について非効率性は存在し得ない。逆に DEA から数量ミクロ分析の方法を見ると、 $\bar{\Gamma}(y)$ はすべての観察値が費用最小化の結果として得られることを前提とし、非効率性の存在を許容しない³⁾。

次節以下では効率性の計測を目的としているので、数量ミクロ分析の前提は受け入れられない。この点に関して Banker and Maindiratta (1988) は、観察値が非効率を伴う場合にミクロ数量分析を拡張する方法を示している。しかし、この方法によってもすべての観察値に非効率を導入することはできず、実際には $\bar{\Gamma}(y)$ が実証研究上意味を持つためにはかなりの観察値が効率的でなければならない⁴⁾。このため数量ミクロ分析的な方法の応用は、主として生産技術の一次同次性やホモセシィティのテスト、あるいは生産要素の分離可能性のテスト等に向けられている⁵⁾。

一方、前節の議論において費用最小化を利潤最大化に置き換えれば、DEA の $\hat{\Phi}$ は利潤最大化について合理化可能であり、ミクロ数量分析の立場から正当化できる。すなわち、

生産可能集合 Φ は次の条件を満たす時、利潤最大化について観察値を合理化可能であると言う。

$$p'_i y_i - w'_i x_i \geq p'_i y - w'_i x \text{ for all } (x, y) \in \Phi \quad (10)$$

ただし、 p_i は y_i に対応する $n \times 1$ の要素価格ベクトルの観察値である。(2) で定義される $\hat{\Phi}$ は (10) の意味で観察値を合理化可能であり、利潤最大化について観察値を合理化可能な任意の生産可能集合の下限となることもわかっている⁶⁾。

第三節の最初に指摘したように、DEA は準凹の生産技術を許容しないので、計量分析を含む通常の経済学的方法が行うような規模の経済性の分析等を行うことができない。しかし、Banker (1984) 等の工夫による規模効率を用いることで、準凹技術を近似しほぼ経済学の生産分析と類似した分析を行うことは可能である。このため、効率性を計測する方法として、ミクロ数量分析と補完的に用いることはできるであろう。

5. 効率性の計測

DEA に限らず計量経済学的なフロンティア関数による効率性の計測においても、効率性は技術効率性 (Technical Efficiency) と配分効率性 (Allocative Efficiency) に分解して計測される。前者は、所与のアウトプットを生産するのに、すべてのインプットを一律どれだけの割合で縮小できるかを計測する。もし、全く縮小可能でない場合には、それは技術効率的な状態であることを意味する。これに対して配分効率は、インプットの間の比率を変更することで可能になる生産コストの削減額を計測する。全くコスト削減ができない

場合には、それは配分効率であることを意味する。技術効率性はインプットの価格に依存しないのに対し、配分効率性はインプットの価格比が変われば変化する。その意味で、技術効率性は X 非効率に対応するものと考えられ、一方、配分効率性は規制や税制等による価格の歪みを反映するものと解釈することもできる。

OC/OA: total efficiency
OB/OA: technical efficiency
OC/OB: allocative efficiency

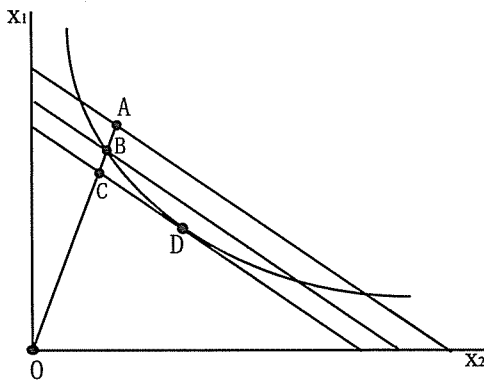


図1 効率性指標

技術効率性と配分効率性について、図解したものが図1である。図1は、二つのインプット (x_1, x_2) から一つのアウトプットを生産する場合の等生産量曲線と費用線を描いている。いま、A 点において BD を通る等生産量曲線に相当するアウトプットが生産されており、その効率性を評価したいものとしよう。与えられたアウトプットと費用線の下では、費用最小化を達成するのは D 点である。A 点と D 点を比較すれば、A 点における非効率の除去によって OC/OA だけの率で費用を削減可能である。したがって、OC/OA を A 点の

総効率性指標とみることができるが、これをさらに技術効率性と配分効率性に分解することができる。まず、A 点から二つのインプットを等率で縮小することにより、アウトプットを減らすことなく B 点に移行できる。その時削減される費用は OB/OA で測られ、これが技術効率性の指標となる。OB/OA は 1 以下であり、技術効率的な場合は 1 に等しい。一方、インプットの投入比率を最適化することにより、B 点から D 点への移行は OC/OB だけ費用を削減する。これが配分効率性の指標となる。OC/OB も常に 1 以下であり、配分効率的な場合は 1 となる。結局、 $(OC/OA) = (OB/OA) \cdot (OC/OB)$ だから総効率性は技術効率性と配分効率性の積となる。

一般の場合には、技術効率性と配分効率性は次のように定義される。まず観察値 (x_i, y_i) に関する技術非効率性を $\theta(x_i, y_i)$ と書くことにすると、

$$\theta(x_i, y_i) \equiv \min\{\delta \mid (\delta x_i, y_i) \in \Phi\}$$

である。配分効率性については、総効率性を最小費用と実際の費用の比で

$$\gamma(x_i, y_i) \equiv \min_x \left\{ \frac{w'x}{w'x_i} \mid (x, y_i) \in \Phi \right\}$$

のように定義し、配分効率性 $\eta(x_i, y_i)$ は総効率性から技術効率性を除いたものとして

$$\eta(x_i, y_i) = \gamma(x_i, y_i) / \theta(x_i, y_i)$$

のように定義できる。生産可能集合に $\hat{\Phi}$ を用いれば、各効率性指標は線形計画問題を解くことで実際に計測可能となる。収穫一定を仮定しない場合、技術効率性は

$$\begin{aligned} \theta(x_i, y_i) &= \min_{\{\lambda, \delta\}} \delta \\ \text{s.t. } X\lambda &\leq \delta x_i \\ Y\lambda &\geq y_i \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i &= 1 \\ \lambda &\geq 0, \delta \geq 0 \end{aligned}$$

総効率性は

$$\begin{aligned} \gamma(x_i, y_i) &= \min_{\{\lambda, x\}} w'x / w'x_i \\ \text{s.t. } X\lambda &\leq x \\ Y\lambda &\geq y_i \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i &= 1 \\ \lambda &\geq 0, x \geq 0 \end{aligned}$$

配分効率性は

$$\eta(x_i, y_i) = \gamma(x_i, y_i) / \theta(x_i, y_i)$$

より求められる。収穫一定を仮定する場合は、 $\theta(x_i, y_i)$, $\gamma(x_i, y_i)$ を求める線形計画問題の制約条件から $\sum \lambda_i = 1$ を除く。なお、評価の対象となる観測値は、参照集合の中に含まれているものとする。そうしておけば各効率性指標の上限値は 1 となり、その時それぞれの指標の意味において効率的である。

6. 生産性の計測

以上で見たように、効率性は生産可能集合のフロンティアからの乖離を測っている。しかし、時間の経過と共にフロンティアがシフト（技術進歩）するならば、生産活動のパフォーマンスを異時点間で比較するのに、効率性指標のみを参照することは適当ではない。その場合には、フロンティアのシフトと効率性の変化を共に考慮しつつ、生産性の変化を計測することが必要となる。一方、通常の全要素生産性は、非効率の存在を前提にしていなかったために、DEA の分析と整合的に用い

ることができない。

そこで、ここでは非効率が存在する場合にも拡張できて、DEA を通じて計測できる Malmquist 指数（あるいは Malmquist アプローチによる全要素生産性）による生産性変化率の計測方法を紹介する。Malmquist 指数はインプット・ベクトル x_i とアウトプット・ベクトル y_i の間の Shephard (1953) の距離 $d(x_i, y_i)$ によって生産性を測る。ここで Shephard の距離とは、 x_i から y_i に相当する等生産量曲線まで、原点を通る直線に沿って測った長さのことである。たとえば、図 1 の A 点における Shephard の距離は長さ AB である。すると、これは技術効率性 $\theta(x_i, y_i)$ と本質的に同じものである。実際、 $d(x_i, y_i)$ は技術効率の逆数で定義され、時点 r に利用可能な生産技術で評価していることを上付の r で示すことにすれば、

$$\begin{aligned} d^r(x_i, y_i) &= \max\{\delta \mid (x_i/\delta, y_i) \in \Phi^r\} \\ &= 1/\theta^r(x_i, y_i) \end{aligned}$$

である。 (x_r, y_r) と (x_s, y_s) を、それぞれ時点 r と時点 s に観測された実績値とすると、Malmquist 指数による時点 s の時点 r に対する生産性変化は、

$$M^r(s, r) = \frac{d^r(x_r, y_r)}{d^r(x_s, y_s)}$$

と定義される。Shephard の距離の定義より、 $d^r(x_i, y_i) > 1$ の範囲では、距離が小さいことは技術効率が大きく生産性が高いことを意味する。 $d^r(x_i, y_i) < 1$ は、時点 r の技術では (x_i, y_i) が実行できないことを意味するが、その場合も距離が小さいほど、 r 時点のフロンティアに比べより生産性の高い技術が用いられたことを意味する。したがって、 $M^r(s, r)$ が 1 より大きければ、 s 時点の生産性は r 時点より高いことがわかる。しかし、これは単

に技術効率性の比率であって、はじめに指摘したように生産可能フロンティアの変化による異時点間比較の問題を何ら解決はしていない。事実、 r 時点と s 時点と比較するのに s 時点の技術に基づく Malmquist 指数も定義できて、

$$M^s(s, r) = \frac{d^s(x_r, y_r)}{d^s(x_s, y_s)}$$

と定義される。 $M^r(s, r)$ と $M^s(s, r)$ は一致せず、どちらを採用すべきかが直ちに問題になる。実は Malmquist のすぐれた性質は、両者の幾何平均を取ること（指数理論の用語ではフィッシャーの理想算式）によって得られる。これを $M(s, r)$ とすると

$$M(s, r) = \left\{ \frac{d^r(x_r, y_r)}{d^r(x_s, y_s)} \frac{d^s(x_r, y_r)}{d^s(x_s, y_s)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

であるが、これをさらに次のように書き換えることができる。

$$M(s, r) = F(s, r) \frac{\theta^s(x_s, y_s)}{\theta^r(x_r, y_r)}$$

ただし、

$$F(s, r) = \left\{ \frac{\theta^r(x_s, y_s)}{\theta^s(x_s, y_s)} \frac{\theta^r(x_r, y_r)}{\theta^s(x_r, y_r)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

である。 $\theta^s(x_s, y_s)/\theta^r(x_r, y_r)$ は、言うまでもなく時点 r の時点 s に対する技術効率性の比率である。これに対して $F(s, r)$ は、両時点間の生産可能フロンティア・シフトを技術効率性の比によって測っている。 $F(s, r) > 1$ ならば時点 r から時点 s の間で技術進歩があり、 $F(s, r) < 1$ なら技術退歩があったことになる。 $F(s, r)$ の構成要素のうち、 $\theta^r(x_s, y_s)/\theta^s(x_s, y_s)$ は s 時点の生産実績で評価したフロンティア・シフト、また $\theta^r(x_r, y_r)/\theta^s(x_r, y_r)$ は r 時点の生産実績で評価したフロンティア・シフトである。つまり、 $F(s, r)$ もまた二つの評価時点の幾何平均型指数（フィッシャー算式による指数）になっている。このようにし

て、Malmquist 指数 $M(s, r)$ を用いれば、生産性の変化を技術効率の変化と生産可能フロンティアのシフトに分解することが可能になるのである。

Q_1 は r 時点の実績、生産は y_1

Q_2 は s 時点の実績、生産は y_2

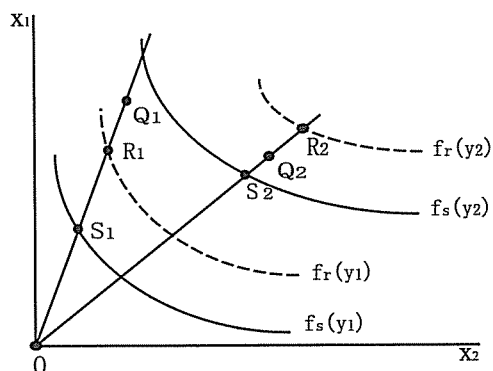


図2 生産性指標

このことは、図2によっても説明できる。図2において、時点 r では点 Q_1 で示されるインプットを用いて y_1 の生産が行なわれ、時点 s では点 Q_2 で示されるインプットを用いて y_2 だけの生産が行なわれたとする。等生産量線は4本描かれているが、破線の方が時点 r の生産可能フロンティアを反映した等生産量線であり、それぞれ $f_r(y_1)$ が y_1 に $f_r(y_2)$ が y_2 に対応している。実線は s 時点のフロンティアを反映しており、 $f_s(y_1)$ が y_1 に $f_s(y_2)$ が y_2 に対応する等生産量線である。この時、 $M(s, r)$ の定義より

$$\begin{aligned}
 M(s, r) &= \left(\frac{OR_2}{OQ_2} \frac{OS_2}{OQ_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{OS_1}{OQ_1} \frac{OR_1}{OQ_1} \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &= \left(\frac{OR_1}{OQ_1} \frac{OR_2}{OQ_2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{OS_2/OQ_2}{OR_1/OQ_1} \\
 &= \left(\frac{OR_1}{OS_1} \frac{OR_2}{OS_2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{OS_2/OQ_2}{OR_1/OQ_1}
 \end{aligned}$$

となることがわかる。ここで

$$\begin{aligned}
 F(s, r) &= \left(\frac{OR_1}{OS_1} \frac{OR_2}{OS_2} \right)^{\frac{1}{2}}, \\
 \theta^s(x_s, y_s) / \theta^r(x_r, y_r) &= \frac{OS_2/OQ_2}{OR_1/OQ_1}
 \end{aligned}$$

であるが、 OR_1/OS_1 と OR_2/OS_2 は、それぞれ二本の経路に沿った等生産量線のシフトであることから、これがフロンティア・シフトを測っていることは明らかであろう。

なお、Caves, Christensen and Diewert (1982) は、技術非効率が存在しない場合、つまり $\theta^s(x_s, y_s) = \theta^r(x_r, y_r) = 1$ の場合で、かつ Shephard の距離がインプットとアウトプットに関するトランスログ型で表わされ、その時間変位がトランスログの 1 階のパラメータの変化によってのみ生じる時、Malmquist 指数 $M(s, r)$ は Törnqvist 指数アプローチの全要素生産性 (Törnqvist 生産性指数) に等しいことを示した。(最もよく用いられる Solow 残差による全要素生産性は、Törnqvist 生産性指数に対する近似とみなすことができる。) Törnqvist 生産性指数が観察値から直接計測できるのに対し、Malmquist 指数の計測は一般の場合には困難と当初は考えられていた。DEA を用いて、非効率が存在する場合に Malmquist 指数の計測を行い得ることを示したのは、Färe, Grosskopf, Norris and Zhang (1994) が最初である。

7. 京都市立図書館の効率性計測

今回は、図書館の運営を、三種類のインプット (蔵書数, 建物延面積, 開館日数) を二種類のアウトプット (貸出冊数, 登録者数) に変換するシステムと見なし、技術効率性を計測する。データの出所は京都市中央館編「京都市の図書館」各年度版である。図書館のコスト・ドライバとしては、従業員数をインプットとして採用すべきだが、各館ごとの従業員数について非常勤職員まで含めた正確なデータが得られないため今回は見送った。また、やはり各館ごとの費用明細が得られないため、配分効率の計測も現段階では難しい。引き続き、データの入手に努めることとしたい。

計測対象は、1997 年度における京都市の 17 図書館とする。参照集合は、この 1997 年度の 17 館に、1996 および 1995 年度の 16 図書館 (醍醐中央図書館は 1997 年度開館) を加え、計 49 組の観察値から成るものとする。インプットに床面積のような固定的性格の要素を入れ、一方で収穫逓減の源泉となり得る従業員数を入れていないことから、以下では規模に関して収穫一定を仮定する。

表 1 に、技術効率性の計測結果を効率性値順に示す。中央、伏見中央、醍醐中央、左京、山科の 5 館が技術効率的であり、これ以上の

表 1 技術効率性 (1997 年度)

中央	1.00	北	0.67
伏見中央	1.00	向島	0.60
醍醐中央	1.00	吉祥院	0.59
左京	1.00	久我のもり	0.54
山科	1.00	南	0.51
西京	0.95	醍醐	0.50
洛西	0.89	下京	0.48
右京	0.87	東山	0.41
岩倉	0.79		

改善の余地がない。中央館はすべて技術効率性であった。この点で、中央館はやや異質とも考えられるが、参照集合から中央館を除いても地域館の技術効率性値について、それほど大きな変化は生じなかった。

地域館では、左京、山科の他、西京、洛西がほぼ0.9以上、右京、岩倉がほぼ0.8以上の技術効率性を示している。これに対して、技術非効率性であるのは東山(0.41)、下京(0.48)、醍醐(0.50)、南(0.51)等である。これらの館では、蔵書数、建物延面積、開館日数をほぼ半分にしても、効率性上位館並みの稼働率が得られれば、1997年実績に等しい水準のサービスを提供可能であることになる。技術効率性最下位の東山について、山科、西京と入出力要素を比較したものが、表2である。

東山は蔵書数では山科とほぼ同規模であり、建物延面積では西京とほぼ同じである。にもかかわらず、貸出冊数と登録者数に大きな差があり、これが技術効率性の違いに表れている。東山では、特に登録者数の少なさが際立っており、何らかの問題が隠れているものと思われる。需要サイドの条件に恵まれていないことが問題かもしれないが、運営上の効率性に問題があるかもしれない。この点は、次節でMalmquist生産性指数を計測することで、さらに検討を加える。

もとより図書館サービスはユニバーサル・サービスのなものであり、また地域に対する

外部効果もあることから、技術効率性の相違を以って直ちに図書館運営のあり方を変更すべきものではない。しかし、効率性の観点からは、技術効率性の低い館について、運営手法の見直しによる改善努力方策を検討すべきであろう。

8. 京都市図書館の生産性計測

次に、Malmquist生産性指数を用いて、京都市立図書館の生産性、効率性、生産可能フロンティア・シフトを計測する。 $M(s, r)$ や $F(s, r)$ は二時点間の生産性変化の指標であるが、ここではフロンティアの初期値を1として水準指数に変換する。すなわち、 t 時点の生産性水準を $m(t)$ 、生産可能フロンティアの位置を $F(t)$ とすると、

$$F(t+1, t) = f(t+1)/f(t)$$

であるが、初期時点 $t=0$ において $f(0)=1$ とすれば $F(t+1, t)$ の計測値を累積して $f(t)$ が求められる。生産性水準は、フロンティアと技術効率性の積により

$$m(t) = f(t)\theta^t(x_t, y_t)$$

である。これらに対数を取った $\log m(t)$ 、 $\log f(t)$ 、 $\log \theta^t(x_t, y_t)$ を、1990-97年の期間の14図書館(1990年に開館していなかった醍醐中央、岩倉、吉祥院を除く)について計測した結果を図3に示す。前と同じく、参照集合は当該年を含む直近三ヶ年の全図書館(この場合は醍醐中央、岩倉、吉祥院を含む)の実

表2 東山、山科、西京の入出力要素(1997年度)

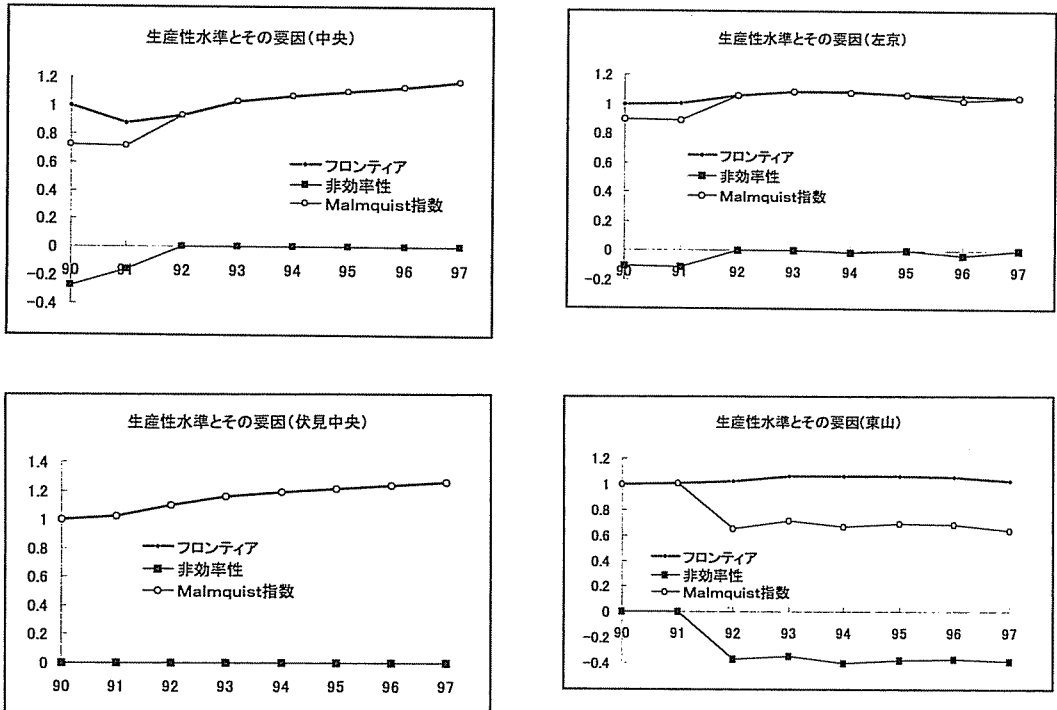
	技術効率	蔵書数(冊)	延面積(m ²)	開館日数(日)	貸出冊数(冊)	登録者数(人)
東山	0.41	56283	452	270	123172	6553
山科	1.00	58879	671	270	275092	32535
西京	0.95	45626	455	270	247051	13891

績値とした。 $\log m(t) = \log f(t) + \log \theta^t(x_t, y_t)$ が成立するので、フロンティア・シフトと技術非効率性の和が Malmquist 生産性水準指数である。なお、技術効率性を非効率性としているのは、 $\theta^t(x_t, y_t)$ に対数を取ったため $\log \theta^t(x_t, y_t) \leq 0$ となって、 $\log \theta^t(x_t, y_t)$ の絶対値が大きくなると共に非効率性が増大するからで、 $\log \theta^t(x_t, y_t) = 0$ の時に非効率性は存在しない。よって、技術非効率性が存在しない場合に、Malmquist 生産性水準はフロンティアに一致する。

分析の性質からフロンティアの動きは各図書館ごとに異なっている。つまり、フロンティアはどの方向へも均一に拡大(あるいは縮小)するのではなく、インプット・アウトプットベクトル (x_t, y_t) の方向によって違った動きをする。図 3 に示す結果では、フロンティアの

推移は中央館と地域館で異なっているように見える。二つの中央館(中央と伏見中央)では、時間と共にフロンティアが高くなっていくのに対し、地域館(山科が例外的だが)の多くについてはフロンティアの停滞が観察される。フロンティア・シフトは、製造業等の場合には技術進歩と解釈するのが自然であるが、図書館サービスの場合には需要サイドの条件を表わしていると解釈するのが適当であろう。図書館サービスにおいて、アウトプット(貸出冊数と登録者数)は外生的に所与とすると、技術非効率性はインプットの不適切な使用から生じる。したがって、たとえばインプットが変わらないのにアウトプットが増加したとすると、そのうちインプットの使用法の改善で説明できない部分がフロンティア・シフトになるが、これは需要が伸びることで

図 3 生産性水準とその要因



公的事業体の運営効率評価

図3 生産性水準とその要因（つづき）

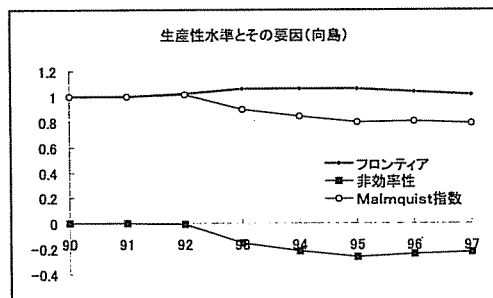
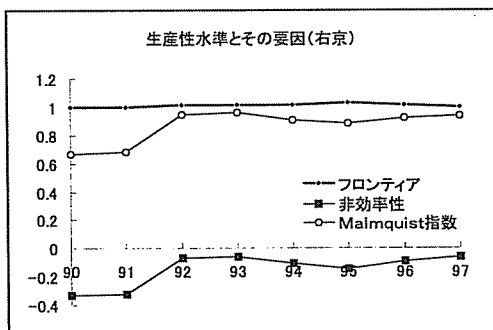
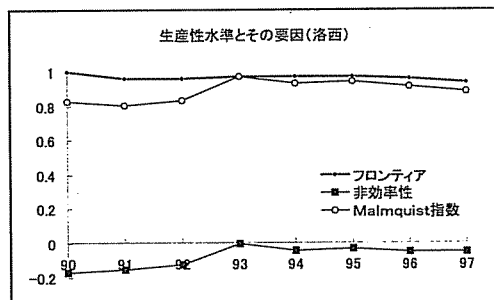
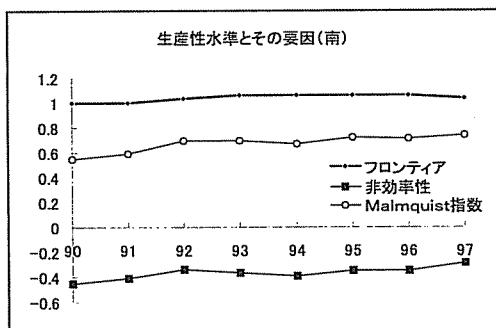
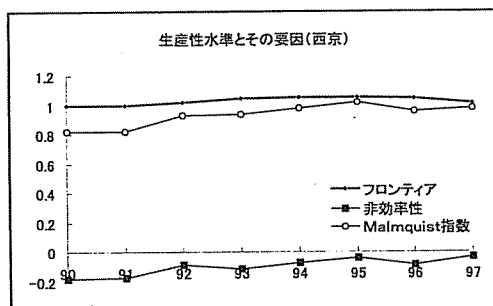
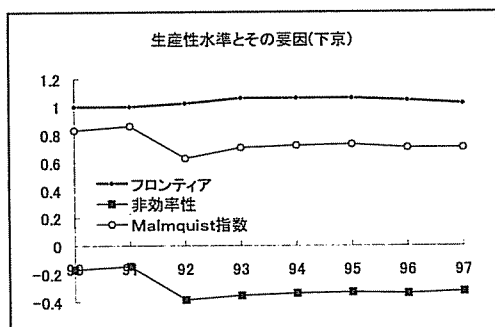
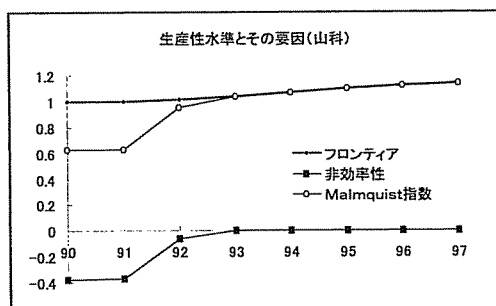
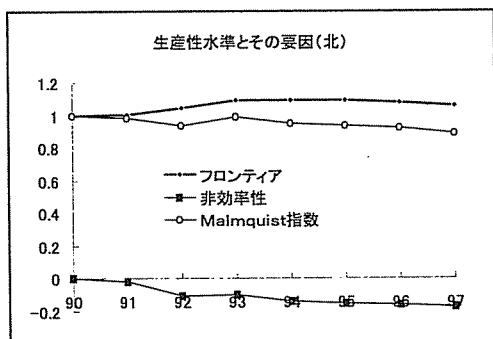
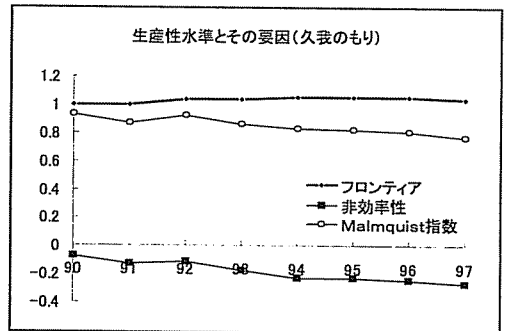
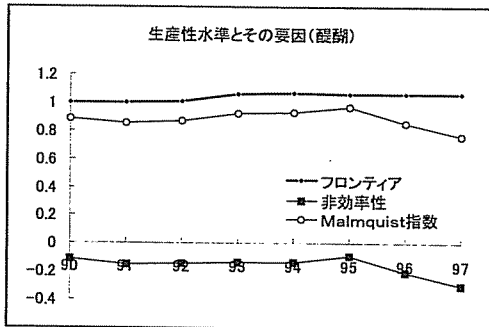


図 3 生産性水準とその要因 (つづき)



インプットの稼働率が上昇したことによるものと考えられる。もちろん、図書館自身の努力によって需要が喚起される場合もあり得るが、ここでは需要のマネジメントに関わるインプットを特定していないので、その効果も技術非効率性の改善ではなくフロンティア・シフトとして計測されるはずである。

そうだとすると、中央館に比べると地域館の利用の伸びはやや鈍い（もちろんインプットの伸びに比してということで、絶対的な水準が低下しているのではない）ということになる。ただ、技術非効率性に比べればフロンティアの低下は小さく、生産性を引き下げる要因として主要なものではない。問題にするならば、傾向的にフロンティアの低下が観察される洛西（90-97年の間に1から0.94に低下）で、この館については利用の状況について調査する価値があると思われる。

技術非効率性は、フロンティア・シフトよりも総じて大きく、生産性を決定する主要因であると言える。ここでも二つの中央館は効率的であり、ほとんどの年で技術非効率性が存在せず、生産性水準がフロンティアに乗っている。地域館でも、左京と92年度以降の山科は効率的である。しかし、東山、下京、南、向島、久我のものの各館では、生産性を20%

以上引き下げる非効率性が継続して発生している。また、北でも非効率の程度は小さいものの傾向的な悪化が見られ、醍醐では最近二年間に効率が大きく悪化している。前節で取り上げた東山は、90年および91年には効率的であったにも関わらず、92年に0.37という大きな非効率を記録するとその後は一貫して40%近い非効率性が継続している。東山のフロンティアは、この間1.0ないし1.06の間を推移してむしろ若干の上昇が認められる程だから、東山で真に問題にすべきは需要サイドの条件よりも固有の運営非効率であろう。

9. おわりに

以上では、DEAによる公的事業体の運営効率評価の一例として、京都市立図書館の効率性と生産性の計測を行なった。この方法の利点として、以下の三点を挙げることができよう。

第一に、こうした手法により、多数ある図書館のうちどこが問題を抱えているかを明らかにできる点である。これにより横並びの管理・運営方式を排して、各館に対する投入資源配分の適正化と、各館ごとの効率改善計画の策定や企画の立案が容易になるであろう。

第二に、技術非効率の解消という客観的な効率改善目標を、全館一律ではなく各館ごとに設定できることである。DEAによって計測される非効率性は、参照集合の中で最も効率的な事業体に対する相対的な評価であるため、これを効率改善目標に採用することで、公的事業体にヤードスティック競争（横並び競争）という形の擬似競争が導入されることになる。その際、必要に応じてDEAの参照集合に京都以外の図書館を含めることも可能である。たとえば、京都市が目標ないしライバルとすべき都市が他にあるのなら、その都市の図書館のインプット・アウトプットベクトルも参照集合に含めて評価することで、一層の競争効果を挙げることができる。

第三に、Malmquist生産性指数は、その定義から全要素生産性を計測していることになる。従来のSolow残差やTörnqvist指数アプローチによる全要素生産性計測は、市場で評価された価格の情報を必要とするため公的事業体には適用不能であった。DEA/Malmquistアプローチを用いればそれが可能であり、その結果は民間部門の全要素生産性と比較可能となる。これは、公的事業体の一般納税者に対する説明責任を果たす上でも重要な情報と言えるであろう。

なお、ここではデータの不備のため、各館ごとの配分非効率を計測しなかった。また、やはりデータが得られなかったため、労働力をインプットに含めていない。おそらくは、図書館業務全体で会計経理が行なわれるため、各館個別の活動に伴う費用の発生状況を、十分に把握できる体制が取られていないのではないと思われる。しかし、費用の発生源を個別の活動ないし個別要素ごとに把握することは、生産性向上のために不可欠である。

より詳細な費用情報が得られ、配分非効率をDEAによって計測することが可能になれば、それによってより有効かつ実践的な分析を行い得ることは明らかであり、こうした点の考慮が期待される。

最後に、規模に関して収穫一定の仮定を除けば、全要素生産性は規模の（不）経済性による影響を受けるはずである。そのような場合にMalmquist生産性指数の要因分解をどのようにすべきかについて、Färe et al. (1994) 以来いくつかの方法が提案され論争が展開された。その結果、適切であると評価されているのはRay and Desli (1997) によるものである。より最近になって、この方法はBalk (2001) によって一般化された。おそらくBalkの方法が、Malmquist生産性指数アプローチとしては一つの完成形であると思われる。

注

- 1) DEAの標準的な教科書としては、刀根(1993)、末吉(2001)、Cooper, Seiford and Tone(2000)、Ray (2004) など最近になって多数出版されている。
- 2) 添字のCRSは、constant returns to scaleを表す。DEAでは規模に関して収穫一定の下での分析モデルを提案者のCharnes, Cooper and Rhodes (1978)の頭文字を取ってCCRモデルと呼ぶ。また収穫可変モデルは、Banker, Charnes and Cooper (1984)の頭文字を取ってBCCモデルと呼ぶ。
- 3) もし観測値の中に費用最小化の結果として得られたのではないものがあれば、 $\bar{y}(y)$ はもはや性質 γ を満たさない。
- 4) DEAにおいては、すべての点が非効率的となることが可能である。ただし、いくつかの点は技術効率的でなければならない。技術効率性と配分効率性については次節で説明する。

- 5) 数量ミクロ分析の下限集合 $\underline{I}(y)$ は観察値の効率性を要求しない。よって、これを用いて効率性を計測することは可能性がある。しかし、実際にはデータが好都合でないと、実証分析上有用なものとは言えないであろう。つまり、効率性を計測するにあって、 $\alpha(y)$ に属するような観察値が十分存在するかどうかが問題となる。アウトプットが複数あって、規模が似たような生産主体のデータから各々の効率性を計測するような場合には、困難が生じると思われる。実際、 $\underline{I}(y)$ を用いる試みはほとんど成されていないと思われる。
- 6) 利潤最大化行動を仮定する場合は、観察値を合理化可能な任意の集合を Φ とすると、 $\overline{\Phi} \supset \Phi \supset \underline{\Phi}$ となるような上下限集合について、下限は $\underline{\Phi} = \underline{\Phi}$ であり、上限は $\overline{\Phi} = \{(x, y) | p_i' y_i - w_i' x_i \geq p_i' y - w_i' x \text{ for } i=1, 2, \dots, N\}$ で与えられる。

参考文献

- 末吉俊幸 (2001) 『DEA —— 経営効率分析法 ——』朝倉書店。
- 刀根薫 (1988) 「企業体の効率性分析手法(5)」『オペレーションズ・リサーチ』第 33 巻, 191-198。
- 刀根薫 (1993) 「経営効率性の測定と改善——包絡分析法 DEA による——」日科技連。
- Agrell P. J., P. Bogetoft and T. Jørgen, (1999) "Efficiency and Incentives in Regulated Industries: The Case of Electricity Distribution in Scandinavia," paper presented at the six European workshop on efficiency and productivity analysis in Copenhagen, Denmark (<http://www.flec.kvl.dk/6EWEP>).
- Balk, B. M., (2001) "Scale Efficiency and Productivity Change," *Journal of Productivity Analysis* 15, 159-183.
- Banker, R. D. A., (1984) "Estimating Most Productive Scale Size Using Data Envelopment Analysis," *European Journal of operational Research* 17, 35-44.
- Banker, R. D., A. Charnes and W. W. Cooper, (1984) "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis," *Management Science* 30, 1078-1092.
- Banker, R. D. and A. Maindiratta, (1988) "Nonparametric Analysis of Technical and Allocative Efficiencies in Production," *Econometrica* 56, 1315-1332.
- Caves, D. W., L. R. Christensen and W. E. Diewert, (1982) "The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output and Productivity," *Econometrica* 50, 1393-1414.
- Charnes, A., W. W. Cooper and E. L. Rhodes, (1978) "Measuring the Efficiency of Decision Making Units," *European Journal of Operational Research* 2, 429-444.
- Cooper, W. W., L. M. Seiford and K. Tone, (2000) *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, Kluwer.
- Färe, R., S. Grosskopf, M. Norris and Z. Zhang, (1994) "Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Changes in Industrialized Countries," *American Economic Review* 84, 66-83.
- Ganley, J. S. and J. S. Cubbin, (1992) *Public Sector Efficiency Measurement, Applications of Data Envelopment Analysis*, North-Holland.
- Grasto, K., (1997) "Incentive-based Regulation of Electricity Monopolies in Norway-Background, Principles and Directives, Implementation and Control System," Publication 23/1997, Norwegian Water Resources and Energy Administration, Oslo, Norway (<http://www.nve.no>).
- National Economic Research Associates (NERA), (1995) *BT Comparative Efficiency Study*, Office of Telecommunications, London, UK.
- Ray, S. C., (2004) *Data Envelopment Analysis* :

- Theory and Techniques for Economics and Operational Research*, Cambridge University Press.
- Ray, S. C. and E. Desli, (1997) "Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries: Comment," *American Economic Review* 87, 1033-1039.
- Shephard, R. W., (1953) *Cost and Production Functions*, Princeton University Press.
- Varian, H., (1984) "Nonparametric Approach to Production Analysis," *Econometrica* 52, 579-597.
- Worthington, A., (1999) "Performance Indicators and Efficiency Measurement in Public Libraries," *Australian Economic Review* 32, 31-42.
- (名古屋大学大学院経済学研究科)