

動学的フレームワークにおける脱税分析*

加藤 秀 弥

We develop an overlapping-generations model in which individuals evade a labor income tax. It is assumed that there exists a positive correlation between the detection probability of the tax evasion in some period and the undeclared income of the previous period. We examine the effects of the labor income tax rate, the detection probability parameter and the penalty rate on the capital stock levels and the undeclared labor income. The main results are twofold. First, the rise in the detection probability parameter or the penalty rate increases the capital stock levels and the undeclared labor income in both the short- and long-run. Second, on the one hand, the rise in labor income tax rate decreases the capital stock levels and the undeclared labor income in the short-run; on the other hand, it decreases the undeclared labor income and may *increase* the capital stock levels in the long-run.

1 はじめに

近年、わが国でも他の先進諸国においても、公式の記録にあらわれない「地下経済」が話題にされ、その代表的な存在である脱税にも大きな関心が寄せられている。また、いく人かの経済学者の推計などにもみられるように、脱税額は相当な規模にのぼり、経済全体に大きな影響を与えることが指摘されている¹⁾。このように、脱税行動が無視することができないものであると認識されているものの、その理論的な研究は必ずしも十分に展開されてきたわけではない。

最初に個人の脱税行動を明示的に扱った理論的研究は、Allingham and Sandmo (1972) である。Allingham and Sandmo (1972) は、減少的な絶対的危険回避を仮定すると、税率の上昇による隠匿額への影響が正の代替効果

と負の所得効果の大きさに依存することを示した。一方、Yitzhaki (1974) は、Allingham and Sandmo (1972) のフレームワークを、罰金が隠匿額ではなく隠匿「税額」に応じて課される形に改めて分析を行った。それによると、税率が上昇した場合に代替効果は生じず所得効果のみ生じることになり、隠匿額が必ず減少するという結果を示した。脱税に関する多くの論文は、アメリカなどで現実に用いられている罰金体系およびモデルの扱いやすさの観点から Yitzhaki (1974) の罰金の課し方を仮定している²⁾。その後、実証研究により、税率と脱税との間に正の相関関係があると指摘されたため、Yaniv (1994) や Yitzhaki (1987) などは、付加的な仮定をおくことで理論的により正の相関を導き出した³⁾

以上の論文はいずれも静学的観点から、そして部分均衡の観点から分析がなされてお

*この論文は、名古屋大学大学院経済学研究科博士後期課程の修了に際して、研究成果の一部をまとめたものである。(編集委員会)

り、個人等の経済主体の行動にのみ焦点を当てている。これに対して、近年ではまだ数が少ないものの、個人による脱税行動の分析に動学的観点を取り入れる方向での拡張がなされている。脱税行動が経済成長に及ぼす影響を与えるかに関心をおき、動学的観点から分析したものとして、Caballe and Panades (1997) や Lin and Yang (2001) が挙げられる。Caballe and Panades (1997) は、Diamond (1965) による世代重複モデルをもとにして、若年期に課される労働所得税の脱税を取り扱っている。そこでは、税および罰金が私的生産部門に正の外部性を与える公共財供給にあてられると想定し、脱税の摘発率および罰金率の変化が経済成長に与える影響は、私的資本と公的資本との生産性の相対的關係に依存することを示した。一方、Lin and Yang (2001) は脱税の動学的資産選択モデルを用いて、所得税の脱税について分析を行なっている。また、税および罰金は効用を高める公共財として用いられると想定されている。そこでは、静学的フレームワークでの資産選択モデルからは高い所得税率が脱税を抑制するのに対し、動学的フレームワークでは逆に脱税を促進することを示した。同時に、税率が上昇するにつれ、はじめは経済成長が低下するものの、次第に経済成長が上昇することも示した。

それらの論文は、動学的観点から脱税の分析を行った意味で貴重なものであるが、以下のような問題を見落としている。それらは、脱税の発見確率が時間を通じて一定であると仮定しているものの、現実的には一定ではないことである。Engel and Hines (1999) では、1947 年から 1993 年までのアメリカのデータを用いて、過去の脱税水準が高い (低い) な

らば、納税者は脱税を少なく (多く) することを示した。その一方、Hunter and Nelson (1996) の図 3 で見られるように、アメリカにおける 1955 年から 1990 年までの税務調査率は、上下を繰り返していることが明らかにされている。このような特性も、Engel and Hines (1999) の示した脱税行動のため生じているかもしれない。これら 2 つの論文から分かるように、脱税の発見確率は時間を通じて一定ではなく、過去の脱税額と正の相関を持つ。

以上の認識から、本論文では Diamond (1965) による世代重複モデルに個人の脱税行動を導入し、資本蓄積を考慮した動学分析を行う。また、脱税の発見確率が前の期の脱税水準に依存すると想定することによって、Engel and Hines (1999) によって得られている脱税動学の特性をモデルに取り入れる。その下で、政府の政策パラメーターである労働所得税率、脱税の発見確率パラメーターおよび罰金率の変化が、資本ストック、隠匿所得額に与える影響だけでなく、効用ならびに税収に与える影響も分析する。

本論文で得られた主な結果は、以下のとおりである。政府が政策パラメーターを上昇させるとき、短期的には、資本ストックおよび隠匿所得額は減少する。脱税の発見確率パラメーターおよび罰金率を上昇させるとき、長期的にも、資本ストックおよび隠匿所得額は減少する。ところが、労働所得税率を上昇させるとき、長期的に、隠匿所得額が減少するものの、発見確率に与える影響が十分大きい場合には資本ストックは増加する。

本論文の構成は以下のとおりである。第 2 節では、個人の脱税行動を中心に基本モデルを提示する。第 3 節では、労働所得税率、発

見確率パラメーターおよび罰金率の変化が資本ストックと隠匿所得額に与える影響について短期的、長期的観点から分析する。最後に、第4節で結論を述べる。

2 モデル

本論文は、脱税が存在する世代重複経済を考察する。各個人は、同一で2期間生存するものとし、各期には各人の第1期目（若年期）を生きる若年世代と、第2期目（老年期）を生きる老年世代が存在する。簡単化のため、人口成長はなく、各世代の人口を1とする。

2.1節は、第 t 期に若年世代として生きる個人（以後、これを「 t 世代」と呼ぶ）に焦点をあて、脱税のインセンティブを有する個人の最適化行動を定式化する。また、2.2節、2.3節では、それぞれ、企業の行動、経済の動学体系について述べる。

2.1 個人

第 t 世代の個人は、若年期に1単位の労働を非弾力的に供給し、賃金 w_t を受け取る⁴⁾。この労働所得には、労働所得税が一定の税率 τ （但し、 $0 \leq \tau \leq 1$ ）で課されるものとする。労働所得税が個人の申告に基づいて算定されるため、個人は税務当局に労働所得の一部 x_{t+1} を申告しないことにより、脱税を行うことができる⁵⁾。したがって、若年期の個人の可処分所得は $w_t - \tau(w_t - x_{t+1})$ である。若年期の可処分所得の一部はその期の消費 C_t^1 にあてられ、残りの部分が貯蓄 s_t される⁶⁾。したがって、第 t 世代の若年期の予算制約は、次のように表される。

$$C_t^1 = w_t - \tau(w_t - x_{t+1}) - s_t \quad (1)$$

第 t 世代の個人は、老年期において若年期の貯蓄をもとに消費を行う。貯蓄からのリターンは元本と利子からなり、 $(1+r_{t+1})s_t$ である（ただし、 r_{t+1} は利子率を表す）。脱税は、老年期に政府によって確率 $0 < p_{t+1} < 1$ で発見される。脱税が発見された場合の個人に対する罰金は、若年期に申告されなかった所得税額（隠匿所得税額） τx_{t+1} が老年期（罰金を払う時期）に持つ価値 $(1+r_{t+1})\tau x_{t+1}$ に罰金率 $\theta (> 1)$ を掛けたものとする⁷⁾。税務当局によって脱税が発見されない場合および発見される場合の老年期の予算制約は、それぞれ次のように表される。

$$C_{t+1}^N = (1+r_{t+1})s_t \quad (2)$$

$$C_{t+1}^A = (1+r_{t+1})(s_t - \theta \tau x_{t+1}) \quad (3)$$

ただし、 C_{t+1}^N 、 C_{t+1}^A は、それぞれ、脱税が発見されない場合の消費、発見される場合の消費である。

第 t 世代の効用関数を以下のような時間加法的（time-additive）で、対数型の効用を有する Von Neumann-Morgenstern 効用関数とする。

$$\log(C_t^1) + \rho(1-p_{t+1})\log(C_{t+1}^N) + \rho p_{t+1}\log(C_{t+1}^A) \quad (4)$$

ただし、 $\rho > 0$ は割引要素であり、政府支出は効用に影響を与えないものとする。さらに、脱税の発見確率が、前の期の隠匿所得額との間に正の相関を有すると考え、 $p_{t+1} = \delta x_t$ を仮定する。ここで、 δ は政府の政策変数である脱税の発見確率パラメーターであり、 $0 < \delta x_t < 1$ である⁸⁾。以上より、効用関数(4)は以下のように書き直すことができる。

$$\log(C_t^1) + \rho(1-\delta x_t)\log(C_{t+1}^N) + \rho \delta x_t \log(C_{t+1}^A) \quad (4')$$

個人は、(1)、(2)および(3)の制約のもとで、

(4)を最大にするように行動する。本論文では、内点解ケース、すなわち $\max\left\{0, \frac{1}{\theta} - \frac{(1+\rho)\tau(\theta-1)}{\rho\theta(1-\tau)}\right\} < \delta x_t < \frac{1}{\theta}$ のみを考えるものとすると、貯蓄および隠匿所得額は、

$$s_t = \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_t)\theta w_t}{(1+\rho)(\theta-1)} \quad (5)$$

$$x_{t+1} = \frac{\rho(1-\tau)(1-\theta x_t)w_t}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} \quad (6)$$

と求められる⁹⁾。この貯蓄と隠匿所得額は、前の世代の隠匿所得額に依存することに注意する必要がある。貯蓄および隠匿所得額をそれぞれ賃金、利子率ならびに前の世代の隠匿所得額で偏微分すると、以下ようになる。

$$\frac{\partial s_t}{\partial w_t} = \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_t)\theta}{(1+\rho)(\theta-1)} > 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial s_t}{\partial x_t} = -\frac{\rho(1-\tau)\delta\theta w_t}{(1+\rho)(\theta-1)} < 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial w_t} = \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta\theta x_t)}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} > 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial r_{t+1}} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial x_t} = -\frac{\rho(1-\tau)\delta\theta w_t}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} < 0 \quad (12)$$

これらより、貯蓄および隠匿所得額は賃金の増加関数であるが、利子率について中立的であることが分かる。この理由は、効用関数が対数型であることによるものである。また、貯蓄および隠匿所得額は前の世代の隠匿所得額の減少関数であることも分かる。この理由は、以下のものである。前の世代の隠匿所得額が増加した場合、脱税の発見確率の上昇を引き起こすため、脱税のインセンティブは低下し、脱税は減少する。この脱税の減少により、個人の可処分所得は減少するため、貯蓄

も減少すると考えることができる。また、隠匿所得額が前期の隠匿所得額の減少関数となっていることは、Engel and Hines (1999)と同様の脱税動学の特性を考えていることを示している。これは、脱税の発見確率が前の期の隠匿所得額との間に正の相関を有するという仮定が妥当であることを表している。

政府により与えられる変数、 τ 、 δ 、 θ の変数が貯蓄および隠匿所得額に与える影響は、以下のようになる。

$$\frac{\partial s_t}{\partial \tau} = -\frac{\rho(1-\delta x_t)\theta w_t}{(1+\rho)(\theta-1)} < 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial s_t}{\partial \delta} = -\frac{\rho(1-\tau)\theta x_t w_t}{(1+\rho)(\theta-1)} < 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial s_t}{\partial \theta} = -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_t)w_t}{(1+\rho)(\theta-1)^2} < 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial \tau} = -\frac{\rho(1-\delta\theta x_t)w_t}{(1+\rho)\tau^2(\theta-1)} < 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial \delta} = -\frac{\rho(1-\tau)\theta x_t w_t}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} < 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial \theta} = -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_t)w_t}{(1+\rho)\tau(\theta-1)^2} < 0 \quad (18)$$

以上のように、政府の政策パラメーターを上昇させたとき、個人は貯蓄および隠匿所得額を減少させる。この理由は、以下のものである。賃金所得税率の上昇は、可処分所得を減少させるので、貯蓄および隠匿所得額の減少をもたらす¹⁰⁾。その一方、発見確率パラメーターおよび罰金率が上昇すると、個人は脱税をすることによるリターンが減少するため、脱税を減少させる。これは、若年期の消費の減少を意味し、これを埋めるため、個人は貯蓄を減少させる。

2.2 企業

企業は競争的に行動し、労働と資本を用いて生産を行う。企業の生産関数には、次のよ

うなコブ=ダグラス型の規模に関して収穫一定の生産技術を仮定する。

$$y_t = Ak_t^\gamma \quad (19)$$

ここで、 y_t は一人あたりの生産量、 A は技術水準、 k_t は一人あたりの資本ストック、 γ は資本分配率である。財の価格を1と基準化し、資本減耗をないものと仮定すると、企業の利潤最大化の条件は次のように求められる。

$$w_t = A(1-\gamma)k_t^{\gamma-1} \quad (20)$$

$$r_t = A\gamma k_t^{\gamma-1} \quad (21)$$

2.3 経済の動学体系

経済の動学体系は、資本市場均衡の条件および隠匿所得額の推移式によって表すことができる。資本市場均衡は、企業による資本の需要と個人による貯蓄が等しくなる、 $k_{t+1} = s_t$ が成立するときに達成される。この式に(5)、(20)および(21)を代入することで、資本市場均衡の条件は、次のように表すことができる。

$$k_{t+1} = \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_t)\theta A(1-\gamma)k_t^\gamma}{(1+\rho)(\theta-1)} \quad (22)$$

また、(6)に(20)を代入することにより、以下の隠匿所得額の推移式を得ることができる。

$$x_{t+1} = \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta\theta x_t)A(1-\gamma)k_t^\gamma}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} \quad (23)$$

3 資本ストックおよび隠匿所得額への影響

本節では、 t 期において政府が労働所得税率、発見確率パラメーターおよび罰金率を上昇させた場合の資本ストックと隠匿所得額に与える影響をみる。3.1節では短期、3.2では位相図、3.3節では長期についてそれぞれ分析を行う。また、3.1節および3.3節の分

析方法については、それぞれ補論AとBを参照されたい。

3.1 短期

ある時点において政府の政策パラメーターが変化した時、その前の期の資本ストックおよび隠匿所得額はすでに決まっているので、短期においては賃金および前の期の隠匿所得額は所与であると考えて分析を行う。政府が労働所得税率を上昇させた場合の資本ストックおよび隠匿所得額への影響は、

$$\frac{\partial k_{t+1}}{\partial \tau} = -\frac{\rho(1-\delta x_t)\theta A(1-\gamma)k_t^\gamma}{(1+\rho)(\theta-1)} < 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial \tau} = -\frac{\rho(1-\delta\theta x_t)A(1-\gamma)k_t^\gamma}{(1+\rho)\tau^2(\theta-1)} < 0 \quad (25)$$

となる。短期において、労働所得税率の上昇は、資本ストックおよび隠匿所得額を減少させる。この結果は、2.1節の主体均衡における静学分析と同様、労働所得税率の上昇が可処分所得を減少させ、貯蓄については資本ストックの減少および隠匿所得額の減少をも引き起こすと解釈できる。

政府が発見確率パラメーターおよび罰金率の変化を上昇させた場合の資本ストックと隠匿所得額への影響は、それぞれ

$$\frac{\partial k_{t+1}}{\partial \delta} = -\frac{\rho(1-\tau)\theta x_t A(1-\gamma)k_t^\gamma}{(1+\rho)(\theta-1)} < 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial k_{t+1}}{\partial \theta} = -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_t)A(1-\gamma)k_t^\gamma}{(1+\rho)(\theta-1)^2} < 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial \delta} = -\frac{\rho(1-\tau)\theta x_t A(1-\gamma)k_t^\gamma}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} < 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial \theta} = -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_t)A(1-\gamma)k_t^\gamma}{(1+\rho)\tau(\theta-1)^2} < 0 \quad (29)$$

となる。短期において、発見確率パラメーターおよび罰金率の上昇は、資本ストックと隠匿所得額を減少させる。これも、2.1節の主体均衡における静学分析と同様、発見確率

パラメーターおよび罰金率の上昇が隠匿所得額の減少を引き起こし、これによる可処分所得の減少により貯蓄の減少ひいては資本ストックの減少をも引き起こすと解釈できる。

以上をまとめると、以下のようなになる。

命題 1 労働所得税率, 発見確率パラメーターおよび罰金率を上昇させるとき, 短期的において資本ストックならびに隠匿所得額は減少する。

3.2 位相図

長期において, 政策パラメーターの変化が資本ストックおよび隠匿所得額に与える影響を調べる前に, この経済の経済的特性について位相図を用いて考察する。以下のように, (22) から $k_{t+1}=k_t$, (23) から $x_{t+1}=x_t$ となる (k, x) の軌跡を求める。

$$\Delta k = \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x)\theta A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} - k = 0 \quad (30)$$

$$\Delta x = \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta\theta x)A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} - x = 0 \quad (31)$$

ただし, $\Delta k \equiv k_{t+1} - k_t$, $\Delta x \equiv x_{t+1} - x_t$ である。(30) および (31) を整理すると, $\Delta k=0$ の曲線と $\Delta x=0$ の曲線はそれぞれ次のように表すことができる。

$$x = \frac{1}{\delta} - \frac{(1+\rho)(\theta-1)k^{1-\tau}}{\rho(1-\tau)\delta\theta A(1-\gamma)} \quad (32)$$

$$x = \frac{\rho(1-\tau)A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)\tau(\theta-1) + \rho(1-\tau)\delta\theta A(1-\gamma)k^\tau} \quad (33)$$

これらの 2 本の式より, 図 1 のように $\Delta k=0$ 曲線と $\Delta x=0$ 曲線を描くことができる¹¹⁾。

まず, k の動学を調べる。 $\Delta k=0$ 曲線より上方では, $\Delta k < 0$, また, 下方では $\Delta k > 0$ である。したがって, 仮に x が変化しないとすれば, $\Delta k=0$ 曲線の上方では k は増加し, 下方では k は減少する。次に, x の動学を調べる。 $\Delta x=0$ 曲線より右側では $\Delta x > 0$, 左側では

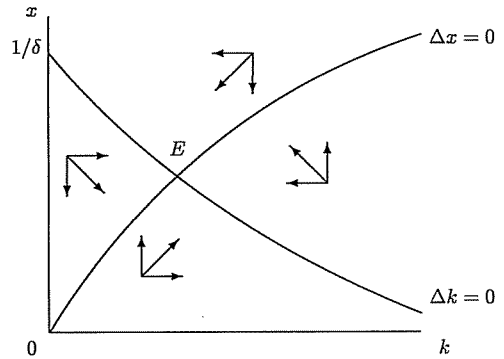


図 1 : 位相図

$\Delta x < 0$ である。したがって, 仮に k が変化しないとすれば, $\Delta x=0$ 曲線の右側では x は増加し, 左側では x は減少する。 $\Delta k=0$ 曲線と $\Delta x=0$ 曲線をまとめると, 図 1 のような位相図を書くことができ, 反時計回りの運動をすることが分かる。以下では, 定常均衡が安定である場合に焦点を絞って分析する。また, この運動が E 点に収束する条件は, 補論 B を参照されたい。

3.3 長期

3.1 節同様, 本小節では, 政府が労働所得税率, 脱税の発見確率パラメーターおよび罰金率を上昇させた場合に, 長期的な資本ストックと隠匿所得額に与える影響をみる。この分析を行う際, 短期においては賃金および前期の隠匿所得額は一定であったが, 長期においてはこれらが増加することに注意が必要である。

政府が労働所得税率を上昇させた場合の資本ストックおよび隠匿所得額への影響は,

$$\frac{\partial k}{\partial \tau} = \frac{\Delta_1}{\Delta_0} = \frac{\Delta'_1}{\Delta_0} \quad (34)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \tau} = \frac{\Delta_2}{\Delta_0} = \frac{\Delta'_2}{\Delta_0} < 0 \quad (35)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= 1 + \frac{\rho(1-\tau)\delta\theta A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} \\ &\quad - \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x)\theta A\gamma(1-\gamma)k^{\tau-1}}{(1+\rho)(\theta-1)} \\ &\quad - \frac{\rho^2(1-\tau)^2\delta\theta A^2(1-\gamma)^2\gamma k^{2\tau-1}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)} \\ \Delta_1 &\equiv -\frac{\rho(1-\delta x)\theta A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)(\theta-1)} \\ &\quad - \frac{\rho^2(1-\tau)(1-\delta x)\delta\theta^2 A^2(1-\gamma)^2 k^{2\tau}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^2} \\ &\quad + \frac{\rho^2(1-\tau)(1-\delta\theta x)\delta\theta A^2(1-\gamma)^2 k^{2\tau}}{(1+\rho)^2\tau^2(\theta-1)^2}, \\ \Delta'_1 &\equiv \frac{\rho\theta A(1-\gamma)k^\tau[-(1+\rho)\tau^2(1-\delta x)(\theta-1)]}{(1+\rho)^2\tau^2(\theta-1)^2} \\ &\quad + \frac{\rho(1-\tau)\delta A(1-\gamma)k^\tau[1-[\tau+(1-\tau)\delta x]\theta]}{(1+\rho)^2\tau^2(\theta-1)^2} \\ \Delta_2 &\equiv -\frac{\rho(1-\delta\theta x)A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)\tau^2(\theta-1)} \\ &\quad - \frac{\rho^2(1-\tau)(1-\delta x)(1-\delta\theta x)\theta A^2\gamma(1-\gamma)^2 k^{2\tau}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^2} \\ &\quad + \frac{\rho^2(1-\tau)(1-\delta x)(1-\delta\theta x)\theta A^2\gamma(1-\gamma)^2 k^{2\tau-1}}{(1+\rho)^2\tau^2(\theta-1)^2} \\ \Delta'_2 &\equiv \frac{\rho(1-\delta\theta x)A(1-\gamma)k^{\tau-1}[-(1+\rho)(\theta-1)k]}{(1+\rho)^2\tau^2(\theta-1)^2} \\ &\quad + \frac{\rho(1-\tau)^2(1-\delta x)\theta A(1-\gamma)\gamma k^\tau}{(1+\rho)^2\tau^2(\theta-1)^2} \end{aligned}$$

である。ここで、 Δ'_1 の符号は確定しないものの、 Δ_0 の符号は動学的安定条件より正で、 Δ'_2 の符号は(22)を定常状態で評価したものをを用いることにより負であることが分かる¹⁹⁾。したがって、長期において、労働所得税率の上昇は隠匿所得額を減少させるものの、資本ストックに与える影響は確定しないことが分かる。

これらの結果は、以下の3つの効果によるものであると解釈可能である。1つは、労働所得税率の上昇が貯蓄および脱税に対するインセンティブを低下させることにより、資本ストック k_{t+1} ならびに隠匿所得額 x_{t+1} を減少

させる直接的効果である。これは、短期において生じたものと同じであり、 Δ_1 と Δ_2 の第1項で表されている。この直接効果は、次の期の資本ストックおよび隠匿所得額に以下の2つの影響を与える。1つは、直接的効果による資本ストックの減少が、賃金 w_{t+1} の減少を引き起こすため、次の期の資本ストック k_{t+2} および隠匿所得額 x_{t+2} を減少させる効果である。もう1つは、直接的効果による隠匿所得額の減少が、脱税の発見確率 p_{t+2} の低下を引き起こすため、次の期の資本ストック k_{t+2} および隠匿所得額 x_{t+2} を増加させる効果である。ここで考えている経済が振動収束という性質を持っているため、これらの相反する効果は k_{t+2} および x_{t+2} を増加させる。同様に、その後は、 k_{t+2} および x_{t+2} の増加により k_{t+3} および x_{t+3} が減少するといった形で、資本ストックと隠匿所得額の増減を繰り返しながら振動収束をしていく。以上より、残りの2つの効果は以下のように説明できる。まず、1つは、直接的効果による資本ストックの減少が、資本ストックおよび隠匿所得額を減少させる間接的効果である。もう1つは、直接的効果による隠匿所得額の減少が、資本ストックおよび隠匿所得額を増加させる間接的効果である。これらは、それぞれ、 Δ_1 と Δ_2 の第2、第3項で表されている。

最終的に収束先において、労働所得税率の上昇が隠匿所得額に与える影響は、1つ目の効果と2つ目の効果の大きさが3つ目の効果の大きさを凌駕するため、負となる。しかしながら、労働所得税率の上昇が資本ストックに与える影響は、上述した3つの効果の大きさにより決まる。以上より、脱税の発見確率が前の期の隠匿所得額との間に正の相関を有

する場合、労働所得税率の上昇は必ずしも資本ストックを減少させるとは限らないことが分かる。

政府が発見確率パラメーターおよび罰金率を上昇させた場合の資本ストックと隠匿所得額への影響は、それぞれ

$$\frac{\partial k}{\partial \delta} = \frac{\Delta_3}{\Delta_0} = -\frac{\rho(1-\tau)\theta x A(1-\gamma)k^\tau}{\Delta_0(1+\rho)(\theta-1)} < 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial k}{\partial \theta} = \frac{\Delta_4}{\Delta_0} = -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x)A(1-\gamma)k^\tau}{\Delta_0(1+\rho)(\theta-1)^2} < 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \delta} = \frac{\Delta_5}{\Delta_0} = \frac{\rho(1-\tau)\theta x A(1-\gamma)k^{\tau-1}}{\Delta_0(1+\rho)^2\tau(\theta-1)} \times [-(1+\rho)k + \rho(1-\tau)A(1-\gamma)\tau k^\tau] < 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{\Delta_6}{\Delta_0} = \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x)A(1-\gamma)k^{\tau-1}}{\Delta_0(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^2} \times [-(1+\rho)k + \rho(1-\tau)A(1-\gamma)\tau k^\tau] < 0 \quad (39)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} \Delta_3 &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)\theta x A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)(\theta-1)} \\ &\quad -\frac{\rho^2(1-\tau)^2\delta\theta^2 x A^2(1-\gamma)^2 k^{2\tau}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^2} \\ &\quad +\frac{\rho^2(1-\tau)^2\delta\theta^2 x A^2(1-\gamma)^2 k^{2\tau}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^2}, \\ \Delta_4 &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x)A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)(\theta-1)^2} \\ &\quad -\frac{\rho^2(1-\tau)^2\delta\theta(1-\delta x)A^2(1-\gamma)^2 k^{2\tau}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^3} \\ &\quad +\frac{\rho^2(1-\tau)^2\delta\theta(1-\delta x)A^2(1-\gamma)^2 k^{2\tau}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^3}, \\ \Delta_5 &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)\theta x A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} \\ &\quad +\frac{\rho^2(1-\tau)^2(1-\delta x)\theta^2 x A^2(1-\gamma)^2 \tau k^{2\tau-1}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^2} \\ &\quad -\frac{\rho^2(1-\tau)^2(1-\delta\theta x)\theta x A^2(1-\gamma)^2 \tau k^{2\tau-1}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^2}, \\ \Delta_6 &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x)A(1-\gamma)k^\tau}{(1+\rho)\tau(\theta-1)^2} \\ &\quad +\frac{\rho^2(1-\tau)^2(1-\delta x)^2\theta A^2(1-\gamma)^2 \tau k^{2\tau-1}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^3} \end{aligned}$$

$$-\frac{\rho^2(1-\tau)^2(1-\delta x)(1-\delta\theta x)A^2(1-\gamma)^2 \tau k^{2\tau-1}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)^3}$$

である。(36) と (37) は負であり、(38) と (39) も (22) を定常状態で評価したものをを用いることにより負であることが分かる¹³⁾。したがって、長期において、発見確率パラメーターおよび罰金率の上昇は、資本ストックならびに隠匿所得額を減少させることが分かる。

これらの結果も、労働所得税率の場合と同様、3つの効果で説明できる。1つ目は、発見確率パラメーターおよび罰金率の上昇が貯蓄と脱税に対するインセンティブを低下させることにより、資本ストックならびに隠匿所得額を減少させる直接的効果であり、それぞれの式の第1項で表されている。残りの2つの効果は、労働所得税率を上昇させた場合と同様、以下の2つの間接的効果によって説明できる。1つは、直接的効果による資本ストックの減少が、資本ストックおよび隠匿所得額を減少させる間接的効果であり、第2項で表されている。もう1つは、直接的効果による隠匿所得額の減少が、資本ストックおよび隠匿所得額を増加させる間接的効果であり、第3項で表されている。

発見確率パラメーターおよび罰金率の上昇が長期的に資本ストックに与える影響は、2つ目の効果と3つ目の効果が相殺され、直接的効果のみが生じるため、常に負である¹⁴⁾。しかしながら、発見確率パラメーターおよび罰金率の上昇が長期的に隠匿所得額に与える影響は、1つ目の効果と2つ目の効果の大きさが3つ目の効果の大きさを凌駕するため、負となる。

以上をまとめると、以下ようになる。

命題 2 労働所得税率を上昇させるとき、長

期において、隠匿所得額が減少するものの、直接的効果による隠匿所得額の減少の効果が十分に大きければ、増加するかもしれない。その一方、発見確率パラメーターおよび罰金率を上昇させるとき、長期的には資本ストックならびに隠匿所得額は減少する。

4 結 語

本論文は、動学的観点から脱税行動について分析を行うことで、これまでの静学的観点からの分析では明らかにされなかった資本蓄積効果および脱税を通じた長期的影響について議論することができた。本論文の結果は以下のとおりである。

発見確率パラメーターおよび罰金率の上昇は、短期、長期ともに、資本ストックと隠匿所得額を減少させる。また、労働所得税率の上昇は、短期において、資本ストックと隠匿所得額を減少させる。その一方、長期においては、隠匿所得額を減少させるものの、資本ストックを増加させる可能性がある。これは、政策パラメーターの上昇が資本ストックと隠匿所得額を減少させるといった短期においても生じる直接的効果だけでなく、資本蓄積と発見確率を通じた間接的効果からも影響を受けるためである。

以上より、本論文から得られた結果を現実的な観点に照らし合わせてみる。政府が税収を増加させるためには、税率を上昇させるかあるいは発見確率や罰金率を上昇させることで脱税を取り締まるといった方法が考えられる。一般的には、労働所得税率を上昇させることは、経済全体に悪影響を与えられがちである。ところが、脱税が存在し、かつその発見確率が前の期の隠匿所得額と正の

相関関係を持つならば、長期的には資本ストックを増加させる可能性があるため、必ずしもそうとはいえないことが分かる。

最後に、残された今後の課題を示し、本論文を閉じることとする。まず、本論文では税収が全て政府支出とされているが、政府の税収を公共財として個人に還元する状況を考慮することが必要である。税収がこのような形で還元されれば、脱税のインセンティブも低下し、異なる結果が得られるかもしれない。次に、本論文では Caballe and Panades (1997) 同様、労働所得税の脱税行動に焦点を当てたが、資本蓄積の効果を分析するのであれば、資本所得税の脱税分析を行う必要もあると考えられる。

謝辞

本論文の作成にあたり、竹内信仁先生、柳原光芳先生、太田聰一先生ならびに小川光先生より多大なご教授を賜りました。また、日本経済学会において桃田朗先生より、生活経済学会中部部会において森徹先生より貴重なコメントを賜りました。ここに、感謝の意を表します。なお、有り得べき誤謬は全て筆者個人の責任であります。

補 論

A 短期における効果

(22)と(23)を全微分して、行列表示すると、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dk_{t+1} \\ dx_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dk_t \\ dx_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} d\tau + \begin{pmatrix} h \\ i \end{pmatrix} d\delta + \begin{pmatrix} j \\ l \end{pmatrix} d\theta \quad (40)$$

$$j \equiv \begin{pmatrix} a & b \\ c & e \end{pmatrix}, \quad a \equiv \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_t)\theta A\gamma(1-\gamma)k_t^{\gamma-1}}{(1+\rho)(\theta-1)},$$

$$\begin{aligned}
 b &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)\delta\theta A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)(\theta-1)}, \\
 c &\equiv \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_i)A\gamma(1-\gamma)k\bar{l}^{-1}}{(1+\rho)\tau(\theta-1)}, \\
 e &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)\delta\theta A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)\tau(\theta-1)}, \\
 f &\equiv -\frac{\rho(1-\delta x_i)\theta A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)(\theta-1)}, \\
 g &\equiv -\frac{\rho(1-\delta\theta x_i)A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)\tau^2(\theta-1)}, \\
 h &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)\theta x_i A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)(\theta-1)}, \\
 i &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)\theta x_i A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)\tau(\theta-1)}, \\
 j &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_i)A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)(\theta-1)^2}, \\
 l &\equiv -\frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_i)A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)\tau(\theta-1)^2}.
 \end{aligned}$$

クラメールの公式を用いることによって、
3.1 節の分析結果を得ることができる。

B 長期における効果

(40) を定常状態で評価すると、

$$\begin{aligned}
 &\begin{pmatrix} 1-a^* & -b^* \\ -c^* & 1-e^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dk \\ dx \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} f^* \\ g^* \end{pmatrix} d\tau + \begin{pmatrix} h^* \\ i^* \end{pmatrix} d\delta + \begin{pmatrix} j^* \\ l^* \end{pmatrix} d\theta \quad (41)
 \end{aligned}$$

となる。ただし、* は (40) で得られたものを定常状態で評価していることを表し、 k および x はそれぞれ定常状態における資本ストック、隠匿所得額を表す。(41) の左辺の行列の

$$\begin{aligned}
 \text{行列式 } \Delta_0 &\text{ は、} 1 + \frac{\rho(1-\tau)\delta\theta A(1-\gamma)k\bar{l}}{(1+\rho)\tau(\theta-1)} \\
 &- \frac{\rho(1-\tau)(1-\delta x_i)\theta A\gamma(1-\gamma)k\bar{l}^{-1}}{(1+\rho)(\theta-1)} \\
 &- \frac{\rho^2(1-\tau)^2\delta\theta A^2(1-\gamma)^2\gamma k\bar{l}^{2\tau-1}}{(1+\rho)^2\tau(\theta-1)} \text{ である。}
 \end{aligned}$$

行列 J を定常状態で評価したものを J^* と表記し、その行列の固有値、 λ_1 と λ_2 を求めると

次のようになる。

$$\lambda_1 \equiv \frac{\text{tr}(J^*) + \sqrt{\text{tr}(J^*)^2 - 4\det J^*}}{2} > 0 \quad (42)$$

$$\lambda_2 \equiv \frac{\text{tr}(J^*) - \sqrt{\text{tr}(J^*)^2 - 4\det J^*}}{2} < 0 \quad (43)$$

ただし、 $\text{tr}(J^*)$ は J^* の対角成分の和 (トレース) であり、 $\text{tr}(J^*) = \rho(1-\tau)[-k\delta + \tau\gamma(1-\delta x)]\theta A(1-\gamma)k\bar{l}^{-1}/(1+\rho)\tau(\theta-1)$ 、また $\det J^*$ は J^* の行列式を表す。 $\det J^* \equiv -[\rho^2(1-\tau)^2\delta\theta A^2\gamma(1-\gamma)^2k\bar{l}^{2\tau-1}]/(1+\rho)^2\tau(\theta-1) < 0$ であるので、 $\text{tr}(J^*)^2 - 4\det J^*$ は正 (行列 J^* は異なる実根の固有値をもつ) となる。したがって、均衡が安定であるための条件は、 $-1 < \lambda_2 < 0 < \lambda_1 < 1$ であり、行列式 Δ_0 は、正であることが分かる。

最後に、クラメールの公式を用いることによって、3.3 節の分析結果を得ることができる。

注

- 1) 例えば、Feinstein (1991) は、アメリカにおいて回避された所得税は、1982 年で 634 億ドル、1987 年で 837 億ドルと推定した。わが国については、石 (1981) および本間・井堀・跡田・村山 (1984) が所得捕捉率の業種間格差を取り上げている。
- 2) 一連のサーベイは、Cowell (1990) を参照されたい
- 3) 実証分析により、税率と脱税との間に正の相関関係があることを導き出した論文は、Clotfelter (1983) および Poterba (1987) が挙げられる。また、Geeroms and Wilmots (1985) のように、実証分析において、Yitzhaki (1974) の結果を支持するような結果を導き出している論文もある。
- 4) 各変数の下付き文字は、「期」を表すものとする。
- 5) 変数 x の下付き文字については、脱税を行う期ではなく脱税の発見される期 (老年期) を表すも

のとする。

6) 上付き文字の1は若年期, 2は老年期を表すものとする

7) このように隠匿税額に罰金を課すシステムは, Yitzhaki (1974) と同じである。

8) 脱税の発見確率を $p_{i+1} = \delta x_i^\alpha$, ($\alpha > 1$) のように x_i の増加関数としても, 定性的な結果は変化しない。本論文では, 単純化のため $\alpha = 1$ とする。

9) 端点解のケースにおける貯蓄と隠匿所得額は,

$$\delta x_i \geq \frac{1}{\theta} \text{ の場合, } s_i = \frac{\rho(1-\tau)w_i}{1+\rho}, x_{i+1} = 0 \text{ であり,}$$

$$\delta x_i \leq \frac{1}{\theta} - \frac{(1+\rho)\tau(\theta-1)}{\rho\theta(1-\tau)} \text{ の場合,}$$

$$s_i = \frac{\rho + \tau\theta(1+\rho - \rho\delta x_i)}{2(1+\rho)}$$

$$+ \frac{w_i \sqrt{[\rho + \tau\theta(1+\rho - \rho\delta x_i)]^2 - 4\rho(1+\rho)\tau\theta(1-\delta x_i)}}{2(1+\rho)}$$

$x_{i+1} = w_i$ である。

10) 隠匿された「税額」に罰金を課すケースにおいて, 税率の上昇は脱税額を減少させることが知られている。詳しくは, Yitzhaki (1974) を参照されたい。

11) (32)と(33)をそれぞれ k で1階, 2階微分をすることにより, $\Delta k = 0$ 曲線は減少的で凸関数, $\Delta x = 0$ 曲線は増加的で凹関数であることが分かる。

12) (22) を定常状態で評価し, 整理すると, $-(1+\rho)(\theta-1)k + \rho(1-\tau)(1-\gamma)(1-\delta x)\theta A k^\tau = 0$ となる。 Δ_2 における四角括弧の符号は, 第2項が, 上の式の第2項に $(1-\tau)\gamma < 1$ をかけたものであるため, 負となる。以上より, $\Delta_2 < 0$ であることが分かる。

13) (22) を定常状態で評価し, 整理すると, $-(1+\rho)k + \rho(1-\tau)(1-\gamma)(1-\delta x)\frac{\theta}{(\theta-1)} A k^\tau = 0$ となる。(38) と (39) における四角括弧の符号は, それらの第2項が, 上の式の第2項に $\frac{\gamma(\theta-1)}{(1-\delta x)\theta}$ をかけたものと同じである。内点解の仮定より, $\delta x < \frac{1}{\theta}$ であるため, $1-\delta x > \frac{\theta-1}{\theta}$ となる。この不等式より, $\frac{\gamma(\theta-1)}{(1-\delta x)\theta} < \gamma$ となり, (38)と(39)が負

であることが分かる。

14) Δ_3 と Δ_4 における第2項と第3項の和が, 0 であることに注意されたい。

参考文献

- 石弘光 (1981) 「課税所得捕捉率の業種間格差—クローンの一つの推計」『季刊現代経済』 Spring, 72-83.
- 本間正明・井堀利宏・跡田直澄・村山淳喜 (1984) 「所得税負担の業種間格差の実態—ミクロ的アプローチ」『季刊現代経済』 Autumn, 14-25.
- Allingham, M. G. and A. Sandmo, (1972) "Income tax evasion: A theoretical analysis," *Journal of Public Economics* 1, 323-338.
- Caballe, J. and J. Panades, (1997) "Tax evasion and economic growth," *Public Finance* 52, 318-340.
- Clotfelter, C. T., (1983) "Tax evasion and tax rates: An analysis of individual returns," *Review of Economics and Statistics* 65, 363-373.
- Cowell, F. A., (1990) *Cheating the government: The economics of tax evasion*, (Cambridge, Massachusetts: MIT Press).
- Diamond, P. A., (1965) "National debt in neoclassical growth model," *American Economic Review* 55, 1126-1150.
- Engel, E. M. R. A. and J. R. Hines, (1999) "Understanding Tax Evasion Dynamics," NBER Working Paper no. 6903.
- Feinstein, J. S., (1991) "An econometric analysis of income tax evasion and its detection," *Rand Journal of Economics* 22, 14-35.
- Greeroms, H. and H. Wilmots, (1985) "An empirical model of tax evasion and tax avoidance," *Public Finance* 40, 190-209.
- Hunter, W. J. and M. A. Nelson, (1996) "An IRS Production Function," *National Tax Journal*, 49, 1, 105-116.
- Lin, W. Z. and C. C. Yang, (2001) "A dynamic portfolio choice model of tax evasion:

- Comparative statics of tax rates and its implication for economic growth," *Journal of Economic Dynamics and Control* 25, 1827-1840.
- Poterba, J. M., (1987) "Tax evasion and capital gains taxation," *American Economic Review* 77, 234-239.
- Yaniv, G., (1994) "Tax evasion and the income tax rate: A theoretical reexamination," *Public Finance* 49, 107-112.
- Yitzhaki, S., (1974) "A note on income tax evasion: A theoretical analysis," *Journal of Public Economics* 3, 201-202.
- Yitzhaki, S., (1987) "On the excess burden of tax evasion," *Public Finance Quarterly* 15, 123-137.
- (名古屋大学大学院経済学研究科博士後期課程)