

報告番号 乙第 4149号

主論文の要旨

題名

Infinite dimensional cycles associated to operators

(作用素に付随した無限次元サイクル)



氏名 森本 宏

主論文の要旨

報告番号

※乙第

号

氏名

森本 宏

主論文は、operator に付随する無限次元 cycle の理論の構成と、その変分問題への応用について論じたものであり、無限次元空間 (一般に、関数空間) の上に定義された作用素に付随する無限次元の cycle の存在を証明し、これら無限次元 cycle 達の間の評価を与え、さらに、Dirac 作用素に対してこれらの cycle と estimate に対して詳細な計算を行ったものである。参考論文[2][3]は、主論文で展開された理論が、変分問題、Yang-Mills field 或は Weistein Conjecture において、有用であることを示したものである。副論文[1]は、主論文の結果と証明の要約である。

無限次元空間によって parametrize された作用素族からは、いろいろな cycles が導かれるが、一般には位相不変量と対応付けられない。たとえば、作用素の解全体は退化した bundle を形成するが、これから導かれる cycles は位相不変量に対応しない。このような状況に対して、主論文では、この解のなす "bundle" の構造を表す位相不変でない cycle (solution cycle と呼ぶ) が、実は、Atiya-Singer の index theorem に対応する位相不変な cycle (index cycle と呼ぶ) で評価できることを証明した。さらに、この理論を 4 次元球面上の massless coupled Dirac Operators に対して適用して、対応する cycle を、index cycle の位相不変性を利用して計算し、non-triviality を証明した。これまでこのような研究はほとんど無く、さらに変分問題に应用されることは皆無であったが、参考論文[2]、[3]において初めて、主論文において創始された無限次元 cycle 理論が、変分問題である Weistein Conjecture 等に有用であることが示された。

主論文によって得られた cycle 理論の別の応用として、参考論文[2]においては、RiemannSurface 上の Yang-Mills 理論との関連が論じら

れている。具体的には、この論文では、Operator の族として、Cauchy-Riemann operator の族を考察し、その Operator の族から得られる cycle の不変性が証明されている。

参考論文[3]は、Palais-Smale 条件が崩壊する変分問題において、主論文の理論が有効であることを示したもので、Contact Manifold 上の Riebeland の閉軌道の存在問題に現れる無限次元 cycle の構成と、その有用性を考察した。実際、loop space を parameter に持つある Operator の族を考え、この族に対して、無限次元 cycle 理論を応用することによって、Palais-Smale condition が崩壊する部分を解析した。

具体的には、この論文においては、Weinstein Conjecture への応用が論じられている。この Weinstein 予想というのは、contact manifold 上の characteristic field (一種の Hamiltonian field) には、少なくとも一つ、closed orbit が存在することを主張したものであり、本質的には、言わゆる Palais-Smale condition (一種の compactness) が崩壊する変分問題である。これまでは、Floer らによって、この Palais-Smale condition が満たされる場合の結果がある。しかし、一般に予想を解くためには、どうしても Palais-Smale condition が満たされない場合を扱わなければならない、結局、山辺問題等と同等の困難さに出会うことになってしまうのである。この困難を解消するために、loop space を parameter に持つある Operator の族を考え、この族に対して、主論文の無限次元 cycle 理論を応用することによって、Palais-Smale condition が問題になる部分を解析することができるということが、この論文において示された。