

図・本館

博士学位論文

圧電素子を用いた柔軟構造物のシャントダンピングと  
振動モード推定法に関する研究

2004年3月

名古屋大学大学院 工学研究科 電子機械工学専攻

高木 賢太郎

名古屋大学図書



11476868

6253

報告番号	甲第	6253	号
------	----	------	---

# 目次

<b>第1章</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	背景	1
1.2	従来の研究と本研究の目的	4
1.2.1	シャントダンピング	4
1.2.2	モードフィルタリング	6
1.3	研究の概要	8
1.3.1	シャントダンピング	8
1.3.2	モードフィルタリング	9
1.4	本論文の構成	10
<b>第2章</b>	<b>シャントダンピングのための実験的パラメータ同定法</b>	<b>12</b>
2.1	緒言	12
2.2	シャントダンピングの概要	13
2.3	同定手法	17
2.4	実験	21
2.4.1	同定実験	21
2.4.2	シャントダンピング実験	25
2.5	結言	27
<b>第3章</b>	<b>ロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値の最適化</b>	<b>28</b>
3.1	緒言	28
3.2	ロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値のチューニング	29
3.2.1	システムの表現ならびに評価関数	29
3.2.2	評価関数の計算アルゴリズム	32
3.3	ロバスト性能向上のための回路構成の考察	33
3.3.1	LRシャント回路にみるロバスト性能指標に基づく回路素子値チューニング	33

3.3.2	周波数特性からみたロバスト性能向上のための回路構成	36
3.4	実験	39
3.5	結言	44
<b>第4章</b>	<b>分割 piezofilm を用いた平板の振動モードフィルタリング</b>	<b>45</b>
4.1	緒言	45
4.2	対象モデル	46
4.3	モードフィルタリング	48
4.3.1	原理	48
4.3.2	重み行列と空間エイリアシングの考察	49
4.4	実験	52
4.4.1	実験装置	52
4.4.2	実験結果	54
4.5	結言	58
<b>第5章</b>	<b>結論</b>	<b>59</b>
5.1	まとめ	59
5.2	今後の課題	60
	<b>謝辞</b>	<b>62</b>
	<b>参考文献</b>	<b>63</b>
付録A	直列 LR シャント回路の動吸振器類推	68
付録B	定点理論による直列 LR シャント回路のチューニング	70
付録C	構造化特異値による最悪ピークゲインの計算	72
付録D	4 辺単純支持平板における単位モードセンシング信号ベクトルの直交性	74
付録E	レーザ変位計を用いたモードフィルタリング	77

# 目 次

1.1	Concept of piezoelectric shunt damping . . . . .	5
1.2	Concept of modal sensor . . . . .	7
1.3	Concept of modal filtering by segmented piezoelectric element . . . . .	7
2.1	Schematic view of piezoelectric shunt damping system . . . . .	13
2.2	Interaction between mechanical and electrical systems . . . . .	15
2.3	Feedback interconnection of mechanical and electrical systems . . . . .	15
2.4	Block diagram of piezoelectric shunt damping system . . . . .	16
2.5	System configuration for parameter identification . . . . .	17
2.6	Bridge circuit with equivalent electric circuit of piezo . . . . .	18
2.7	Virtual bridge circuit . . . . .	21
2.8	Experimental setup for parameter identification . . . . .	22
2.9	Identification result of $H(s)$ , (A): --(experimental), -(identified) . . . . .	24
2.10	Identification result of $H(s)$ , (B): --(experimental), -(identified) . . . . .	24
2.11	Series LR shunt circuit . . . . .	25
2.12	Experimental results of shunt damping . . . . .	26
3.1	Block diagram with parametric uncertainty . . . . .	31
3.2	Augmented plant . . . . .	31
3.3	Scaled augmented plant . . . . .	32
3.4	LR shunt circuit . . . . .	34
3.5	LR shunt: Fixed point . . . . .	35
3.6	LR shunt: Robust performance . . . . .	35
3.7	Bode diagram of $Z_{el}(s)$ : LR shunt circuit . . . . .	36
3.8	LR-LRC shunt circuit . . . . .	37
3.9	Bode diagram of $Z_{el}(s)$ : LR-LRC shunt circuit (for 2-mode control) . . . . .	38
3.10	Bode diagram of $Z_{el}(s)$ : LR-LRC shunt circuit (for robust control) . . . . .	38

3.11 LR-LRC shunt: Robust performance . . . . .	39
3.12 Experimental setup for shunt damping . . . . .	40
3.13 Experimental results (tuned by using nominal parameters) . . . . .	42
3.14 Impulse response (tuned by using nominal parameters): no control, LR(fixed point theory), LR(robust performance), LR-LRC(robust performance) . . .	42
3.15 Experimental results (tuned by using perturbed parameters) . . . . .	43
3.16 Impulse response (tuned by using perturbed parameters): no control, LR(fixed point theory), LR(robust performance), LR-LRC(robust performance) . . .	43
4.1 Plate covered with piezoelectric film . . . . .	46
4.2 Experimental setup for modal filtering . . . . .	53
4.3 Modal filtering in the case of single-frequency excitation (Solid: Piezo, Dashed: Laser) . . . . .	55
4.4 Modal coordinates estimated by the laser sensor . . . . .	56
4.5 Modal filtering in the case of two-frequency excitation . . . . .	57
A.1 Analogy comparing piezoelectric LR shunt damper to tuned mass damper .	68

# 表 目 次

2.1	Material properties . . . . .	23
2.2	Modal parameters by theoretical analysis . . . . .	23
2.3	Modal parameters by identification . . . . .	23
3.1	Material properties . . . . .	40
3.2	Experimental parameters . . . . .	41
4.1	Aliasing pattern in the $x$ direction: Simply supported case ( $N_x = 5$ ) . . . . .	51
4.2	The unit modal sensing signal vector $\psi_{mn}$ ( $\times 10^4$ [V]) . . . . .	51
4.3	Aliasing pattern in the $x$ direction: Clamped case ( $N_x = 3$ ) . . . . .	52
4.4	Physical parameters . . . . .	53

# 第1章

## 序論

### 1.1 背景

圧電体とは、ひずみ(変形)を与えると電荷を発生するという圧電効果と、逆に電圧を加えるとひずみを生ずるという逆圧電効果を併せもつ材料の総称であり、PZT( $\text{PbZrO}_3\text{-PbTiO}_3$ )に代表される圧電セラミクスや、PVDF(Polyvinylidene Fluoride)に代表される圧電フィルムなどが挙げられる。圧電効果の原理は、変形によって圧電体の結晶構造がゆがみ、電氣的バランスが崩れることから電荷が発生するというものであり、同様に逆圧電効果は電圧によって結晶構造がゆがむことによる。圧電体に電極を取り付け、さらに分極処理を施すことにより、センサ/アクチュエータ機能をもつ素子として圧電素子ができあがる。圧電素子は単純な構造で高速な応答が可能であり、その効果を利用してセンサやアクチュエータ、もしくはその両方として広く用いられている [1, 2, 3, 4]。例えば、圧電効果を利用するセンサとして、マイク、加速度センサ、ジャイロセンサ、(センサではないが)着火装置などがある。逆圧電効果を利用するアクチュエータとして、スピーカ、超音波送波器、超音波モータ、走査型トンネル電子顕微鏡のプロープ用アクチュエータなどがある。圧電効果と逆圧電効果を同時に利用するものとしては、時計などに用いられる振動子や、テレビや携帯電話などのバンドパスフィルタとして用いられるセラミックフィルタ、共振周波数の変化から微小質量を測定するバイオセンサ(水晶発振子マイクロバランスセンサ)などがある。

ところで近年、構造物にセンサ機能・アクチュエータ機能・プロセッサ機能を付加することにより、環境変化や状態変化に適応させる研究、すなわちスマート構造 [5, 6, 7, 8] の研究が盛んに行なわれている。これは、構造物自体にいわば神経・筋肉・頭脳の機能をもたせることによって、制御や計測を行なうという試みである。スマート構造の応用が期待



される構造物として、自動車や列車などの高速車輛、航空機や人工衛星などの航空宇宙機、橋りょう・高層建築物、工作機械などが挙げられる [6].

そういった構造物では軽量化が望まれることが多い。例えば、省エネルギーの観点から車輛のより一層の軽量化が望まれている。また、航空宇宙機や大型宇宙構造物では、質量が推進コストや打ち上げコストに直接影響するため、可能な限り軽量であることが望ましい。しかし軽量化の結果、構造物の剛性は相対的に低くなり、振動や、振動に起因する騒音が発生しやすい。振動や騒音は、例えば車輛では乗員や沿線住民の居住性を損なうおそれがあり、航空宇宙機では飛行や運用に支障をきたすおそれさえある。そのため、柔軟構造物の振動制御は重要な研究課題の一つとして考えられる。また、振動によって構造物に疲労が蓄積されることで、亀裂などの損傷が発生する可能性がある。そのため、構造物のヘルスマニタリング (故障診断) [9, 10, 11] も重要な研究課題の一つである。なお、ヘルスマニタリングとは、“機械・構造物などの対象物にセンサを設置して音や振動などの物理量を観測 (センシング) し、その観測値をさまざまな信号処理手法を駆使して分析 (信号処理) することによって、対象物に蓄積された損傷の程度を把握し健全性を判定 (健全性判定) する技術” を意味する [9]。航空機の隔壁の破壊事故、橋りょうの落下事故、原子炉の冷却剤漏えい事故、タンカーの重油流出事故などの過去の事故事例から、安全性確保のためにヘルスマニタリングの重要性は容易に理解できる [9].

本研究では、構造物の振動制御とヘルスマニタリングのために圧電素子をセンサ/アクチュエータとして用いることを目的とし、圧電素子の次のような特長を活かすことを考えてみる。

- 圧電素子はひずみと電圧 (電荷) を相互に変換できる性質をもつため、単一の圧電素子をセンサとしてもアクチュエータとしても同時に用いることができること
- 圧電素子は“点”ではなく“面”で作用する分布センサ/アクチュエータであり、配置や形状を比較的自由に選定・整形できること

圧電素子を用いた振動制御に関して数多くの研究があるが、その多くはセンサ用とアクチュエータ用の圧電素子を別々に用いている。しかしながら上記の1番目の観点に着目して、単一の圧電素子だけで制振が可能であれば、センサとアクチュエータの完全な共配置が可能であり、外部センサが不要、そしてセンサとしての寿命がアクチュエータとしての機能が損傷されない限り保証されるという利点が挙げられる [12]。そこで本研究では、単一の圧電素子のみを用いる制振法に着目する。そのような制振法には、アクティブ制振としてセルフセンシング・アクチュエーション (Self-Sensing Actuation) と呼ばれ

る手法 [12, 13, 14, 15] と、パッシブ制振としてシャントダンピング (Piezoelectric Shunt Damping) と呼ばれる手法 [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29] がある<sup>1</sup>. セルフセンシング・アクチュエーションの基本的な原理は、ブリッジ回路を用いてセンサ信号とアクチュエータ信号を分離することであり、その結果、単一の圧電素子をセンサとしてもアクチュエータとしても同時に使用することができる。しかしながら、セルフセンシング・アクチュエーションを実現するにあたり、ブリッジ回路のバランスを正確に保つことが極めて困難であることが問題点として挙げられる。また、アクチュエータ駆動のためのアンプや電源が必要であるため、安価に実現するのが困難で、構造物へ実装する際に不利であるという問題もある。一方、シャントダンピングの基本的な原理は、シャント回路 (外部電気回路) が接続された圧電素子を構造物に組み込むことで、構造物の振動エネルギーが圧電素子によって電気エネルギーに変換され、シャント回路で熱エネルギーとして消散されるというものである。シャント回路として受動素子からなる電気回路を用いた場合、原理的にはアンプや電源を必要としないパッシブ制振が可能である。また受動回路を用いた場合には、閉ループ系の安定性は自動的に保証される。このため、シャントダンピングは構造物のスマート化にたいへん適していると考えられる。以上の理由から、本研究では柔軟構造物の振動制御としてシャントダンピングに着目する。

通常、柔軟構造物の振動形状の計測と制御では、ポイントセンサ (歪ゲージ, 加速度センサなど) とポイントアクチュエータ (Active Mass Damper など) が用いられることが多い。このようなポイントセンサ/アクチュエータは、広く市販され入手しやすい反面、構造物への埋め込みに適していなかったり、センサアンプが必要であったりする。また、その計測量や制御力は“点”のみに関与するという特徴をもつ。しかしながら、圧電素子は構造物への埋め込みにも比較的適しており、それ自身が電圧を発生するためにセンサ用のアンプは簡単なものでよい。さらに圧電素子は、内部構造が単純であるために比較的容易に整形や分割が可能であり、前述した2番目の特徴、すなわちセンサ/アクチュエータの配置や形状を自由に選ぶことができるという特徴をもつ。この設計の自由度を活かし、通常のポイントセンサでは取得が困難な信号を、圧電素子の形状を適切に整形することによって取得できると期待される。そのような分布センサ/アクチュエータの例として、特定の振動モード振幅のみを計測/制御することを目的とした、Modal Sensor/Actuator[39]がある。Modal Sensor/Actuatorの原理は、振動モード形状関数に対応した形状に圧電素子を整形することで、特定の振動モード振幅のみを計測/制御できるものである。特定の振動モード振幅のみを計測/制御することを振動モードフィルタリングと呼び [38], 振動

---

<sup>1</sup>シャントダンピングの基本的なアイデアはパッシブ制振であるが、アクティブなシャントダンピングも可能ではある。

モードフィルタリングによって、例えば独立モード空間制御法 [37] を用いて各モードを独立に振動制御することができる。また、振動モードフィルタリングを用いて柔軟構造物のヘルスマonitoringを試みた研究 [40] もあり、振動モードに着目したヘルスマonitoringとの関連からも応用が期待される。以上の理由から、本研究では柔軟構造物の振動モードを推定する方法として、圧電素子を用いた振動モードフィルタリングに着目する。

## 1.2 従来の研究と本研究の目的

本研究では、前述のように圧電素子の二つの特徴を活かした利用法として、シャントダンピングとモードフィルタリングを考える。ここでは、それらに関する従来の研究と、本研究の目的を述べる。

### 1.2.1 シャントダンピング

前述のように、シャントダンピングとは、シャント回路が接続された圧電素子を構造物に組み込むことにより、構造物の振動のエネルギーを電気エネルギーに変換し、シャント回路で熱エネルギーとして消散するという制振法である。図 1.1 にシャントダンピングの概念図を示す。この piezo-shunt damping 法では、シャント回路の選定と回路素子値のチューニング法が重要な研究課題である。先駆的な研究として、Hagood と von Flotow により、シャント回路としてインダクタと抵抗からなる直列 LR 回路を用いて、1 自由度の振動系を効果的に制振するための一般的な方法が示された [16]。Hagood らは、一般的な構造物への適用を目的として、圧電素子と構造物からなる対象モデルのパラメータ同定の方法を示した。さらに、動吸振器との類似性から、定点理論を用いてインダクタンス  $L$  と抵抗値  $R$  を決定する方法を示した。以降の研究では、Hagood らの研究を基礎にしてシャント回路の高性能化を目指したものが多い。例えば、LR シャント回路は単一のモードにしか効果が得られないため、複数の振動モードに対して有効なシャント回路を提案する研究 [17, 19] がある。また、構造物の固有振動数の変動に追従することを目的として、適応的にシャント回路をチューニングすることを試みたもの [18, 25] がある。他に、シャント回路として任意のインピーダンスを実現することを目的とし、Digital Signal Processor を用いてシャント回路をデジタル化する研究 [21] がある。また、複数モードの制振と性能向上を目的とし、不安定性とのトレードオフはあるものの、ネガティブキャパシタを用いてアクティブなシャント回路を実現したもの [20, 24] などがある。

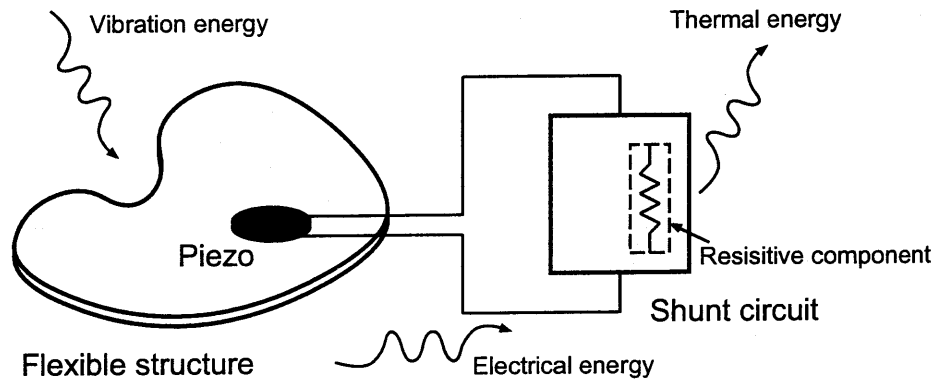


Fig. 1.1 Concept of piezoelectric shunt damping

従来の研究では、シャント回路の設計に必要なパラメータは全て既知であるとしている。それらのパラメータは、構造物や圧電素子の物性値などをもとにモード解析等の理論解析から正確に求められるものとしている研究もある。しかしながら、これらのパラメータの計算には物性値だけではなくモード形状関数などが必要であり、複雑な形状や境界条件をもつ実際の構造物でこれらのパラメータを精度良く計算するには膨大な労力が必要であると考えられる。一方、実用性の観点からは、理論解析によらず実験的にこれらのパラメータを取得する手法の確立も重要である。前述の Hagood らのパラメータ同定法 [16] では、特に理論解析による取得が困難なパラメータである圧電素子の電気機械変換係数を実験的に求める手法として、圧電素子の端子間開放時と短絡時の振動を外部センサで観測し、両者の固有振動数の比から求める方法が提案されている。しかしながら、両者の固有振動数の差は一般に小さくノイズなどの影響を受けやすいため同定が難しく、同定されるパラメータの精度に問題がある。また、外部センサを必要としている。そこで本研究の目的の一つは、圧電素子を用いたシャントダンピングのために、

- 任意の柔軟構造物に対して用いることができる実験的パラメータ同定手法を提案し、圧電素子をセンサ/アクチュエータとして同時に用いて簡単な装置構成で実現すること

である。

また、従来の研究において、モデルのパラメータの不確かさのもとでの制振性能、すなわちロバスト性能を考慮した論文は、著者の知る限り存在しない。一般的に広く用いられている LR シャント回路を用いたシャントダンピングは、機械的な動吸振器によって類推することができる。動吸振器を用いるようなパッシブ制振では、安定性が保証される反面、制振対象のパラメータ変動、たとえば固有振動数などが設計時のものと異なるような

状況では、制振性能が大きく劣化する可能性がある。そこで、制振対象の不確かさ・変動を考慮し、シャント回路の設計を行なうことを考える。コントローラとして任意のシャント回路を設計する問題も考えられるが、まず研究の第一歩として、

- 構造が与えられたシャント回路 (例えば, LR 回路や LR-LRC 回路など) に対して, その素子値をロバスト性能に基づいて決定すること

を考える。また、

- ロバスト性能をもつためのシャント回路に必要な性質はなにか

という問題に対して考察を試みる。

### 1.2.2 モードフィルタリング

圧電素子の整形の自由度を活用し、柔軟構造物の分布センサ/アクチュエータとして用いた応用例の一つに、特定の振動モード振幅のみをセンシング/アクチュエートすることを目的として Lee と Moon によって提案された Modal Sensor/Actuator がある [39]。その原理は、圧電センサ/アクチュエータをモード形状関数に対応するように整形することによって、モード形状関数の空間的な直交性を巧みに利用し、一種の空間フィルタを実現するものである。図 1.2 にその概念図を示す。図の中央は、整形された圧電素子が貼付けられた梁を 3 通り示してあり、それぞれのセンサ出力として、対応する特定の振動モード振幅のみが計測されることを表している。Lee らは、1 次元構造である梁に対して整形した圧電フィルムを貼り付け、特定のモードのみを観測/制御することに成功している。しかしながら、Modal Sensor/Actuator は高次モードのエイリアシング (スピルオーバー) なくセンシング/アクチュエートが可能である反面、圧電素子を物理的に整形してしまうために、モード形状の変動などに対しては圧電素子を再び整形し直す必要がある。さらに、貼り付け面上に整形を行なうため、基本的に 1 次元の振動のみに対する手法であり、平板などの 2 次元構造物には適用が困難である。

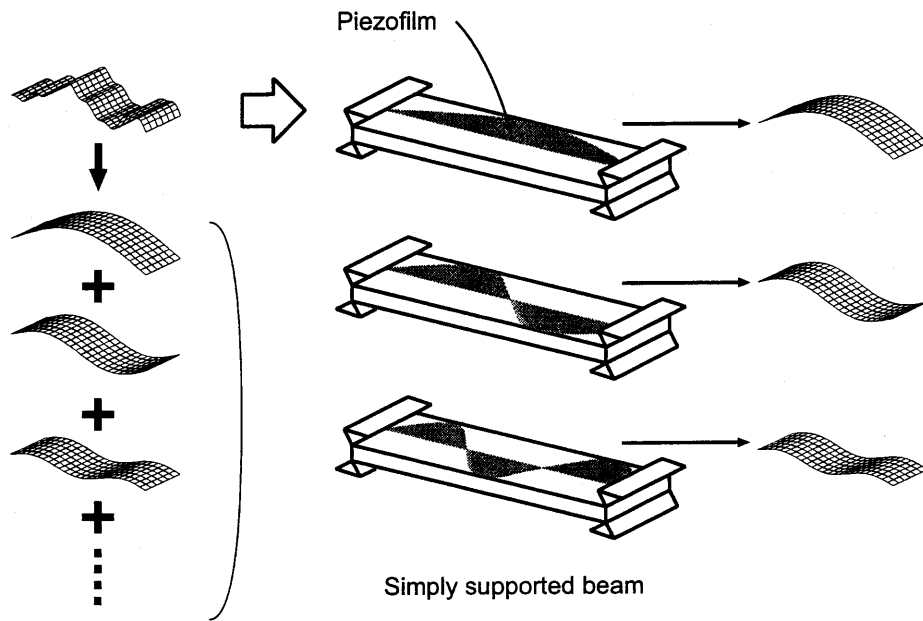


Fig. 1.2 Concept of modal sensor

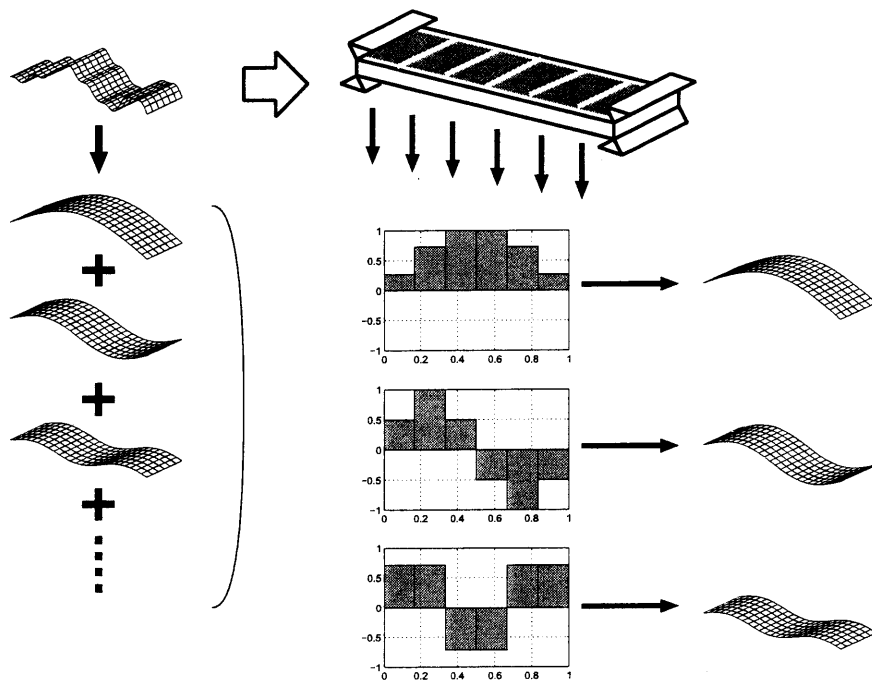


Fig. 1.3 Concept of modal filtering by segmented piezoelectric element

そこで本研究では、

- 平板などの2次元構造にも容易に適用でき、複数モードを同時に測定できる手法

の確立を目的とする。基本的なアイデアは、多数に分割された圧電素子を平板に貼り付け、得られるセンサ信号にソフトウェア的に重み付けをすることで、等価的に Modal Sensor/Actuator を実現しようというものである。図 1.3 に分割圧電素子を用いたモードフィルタリングの概念図を示す。図 1.2 に対応して、各センサセグメントから得られる信号に各振動モードに対応した重みを掛けて加えあわせることで、特定の振動モード振幅を計測できることを表している。しかしながら、その際、センサから得られる信号は空間的に離散的な情報しか得られないため、原理的に対象モード以外のモードの信号がセンサ分割数に依存して混入する(空間エイリアシングと呼ぶ)という問題が生じる。そこで、

- 重み行列の決定方法と、空間エイリアシングの影響

についても考察を加える。

## 1.3 研究の概要

### 1.3.1 シャントダンピング

前に述べたように本研究の目的は、実験的パラメータ同定法の確立と、ロバスト性能に基づくシャント回路素子値の最適化である。

はじめに、実験的にパラメータを同定する手法について考察する。シャント回路の設計に必要なパラメータは、構造物の固有振動数、圧電素子の静電容量、そして圧電素子の電気機械変換係数である。固有振動数や静電容量は比較的容易に測定可能であるが、電気機械変換係数はそれほど容易に同定できない。前に述べたように、Hagood らの手法によると、無次元化された圧電効果を表す量である一般化電気機械変換係数 (Generalized Electro-Mechanical Coupling Coefficient) を、圧電素子の端子間短絡の場合と端子間開放の場合での固有振動数の差から計算している。しかしながら、一般的にその固有振動数の差は小さく、測定誤差が大きくなることが予想される。また、固有振動数の測定のために、なんらかのセンサが必要となる。本研究では、圧電素子の発生電流(センサ信号)から印加電圧(アクチュエータ信号)までの伝達関数に着目し、圧電素子をセンサとしてもアクチュエータとしても同時に使用することによって、電気機械変換係数を同定することを提案する。セルフセンシング・アクチュエーションにヒントを得て、ブリッジ回路を用

いてセンサ信号とアクチュエータ信号を分離する。実験的にセンサ信号からアクチュエータ信号までの周波数応答を求め、各モードが卓越していることを仮定して、実測したゲインと理論式との誤差に線形最小2乗法を適用する。この手法は、LCRメータなどで比較的容易に測定できる圧電素子の静電容量とブリッジ回路の素子値が必要なだけであり、構造物や圧電素子に関して他の事前情報は必要としない。また、パラメータの決定には線形の最小2乗法を用いることから、一意にパラメータが定められる。

次に、パラメータを精度良く同定できても、環境の変化や経年変化によって、物理パラメータは変動すると考えるのは自然であろう。また、制振機構を含めて大量生産する場合には、毎回同定を行なうのはコストがかかるため、平均値をノミナル値としてモデル化することが考えられる。そこで、モデルのパラメータ変動(不確かさ)を考慮して、シャント回路の設計を行なうことを考える。シャント回路の構造が与えられたときに、評価関数として閉ループシステムに対するロバスト性能指標を計算し、シャント回路の素子値を最適化する問題に帰着することを考える。ここでロバスト性能指標とは、外力からモード振幅までの伝達関数のピークゲインについて、不確かさのもとでその最悪ケースでの値(最悪ケースピークゲイン)のことである。シャント回路の素子値を固定した場合、パラメータの不確かさに対する評価関数の計算は、 $\mu$ 解析(構造化特異値解析)を用いて計算することができる。本研究では、この評価関数を最小化することでシャント回路の素子値を決定する手法を提案する。実際に、与えられたパラメータ不確かさのもとで、LRシャント回路の $L, R$ の値をロバスト性能指標に基づき決定する例を示す。次に、パラメータ変動にロバストなシャント回路を設計する指針として、電気回路系の周波数特性に着目する。速度フィードバックとの類推から、ロバスト性能が向上するシャント回路としてLR-LRC回路を用いることを考える。実際に、従来のLR回路に比べて周波数特性が改善され、パラメータの不確かさに対してロバスト性能が向上することを示す。

### 1.3.2 モードフィルタリング

続いて本研究では、多数に分割された圧電フィルム(ピエゾフィルム)が貼付けられた平板を考え、分割された各センサセグメントから得られる多数のセンサ信号にソフトウェア的な重み付けをすることによって、モードフィルタリングすることを提案する。従来Leeらによって、整形された分布圧電センサによりモードフィルタリングが達成されているが、Leeらの手法における整形という操作が、本手法ではセンサ信号の重み付けという操作に対応すると考えられる。本手法では、物理的に圧電素子を整形するものではないた



め、得られた信号から同時に複数のモードを推定することができ、また、モード形状の変動に対しても単に重みの変更のみで対応することができる。さらに、平板などの2次元構造物への適用も容易である。しかしながら、得られる信号は分割領域のひずみの積分値であり、空間的に離散的な情報しか得られないため、原理的に対象モード以外のモードの信号が分割数に依存して混入する(空間エイリアシングと呼ぶ)という問題がある。そこで、センサ信号への重みをスピルオーバーが少なくなるように、センサ信号と推定センサ信号との2乗誤差を評価関数とし重みを決定する。その際、センサ信号をモード分解して得られる、単位モードセンシング信号ベクトルの1次独立性を考察する。単位モードセンシング信号ベクトルを調べることにより、空間エイリアシングについても解析できることを示す。特に、等分割された圧電フィルムが全面に貼付けられた、4辺単純支持と4辺固定端の場合の矩形平板について、その単位モードセンシング信号ベクトルの性質を調べる。4辺単純支持の場合には解析的に、4辺固定端の場合には数値的に、重みを決定し、空間エイリアシングについて調べる。

## 1.4 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第2章では、シャントダンピングのための実験的パラメータ同定法を提案する。セルフセンシング・アクチュエーションのアイデアを適用することで、提案手法は圧電素子をセンサとしてもアクチュエータとしても用いるというものである。同定実験では、単純なブリッジ回路に圧電素子を組み込み、ブリッジ回路に電圧を印加し、端子間に発生した電圧を計測するだけでよい。パラメータは、計測された電圧信号から得られた周波数応答から、線形最小2乗法を用いて決定される。同定実験によって得られたパラメータを使ってシャントダンピングの実験を行ない、提案手法の有効性を示す。

第3章では、ロバスト性能指標に基づいてシャント回路素子値の最適化をする方法を提案する。ロバスト性能指標として、モデルの不確かさに対する閉ループ系の伝達関数のピークゲインの最悪値を考える。 $\mu$ 解析によって、不確かさに対するピークゲインの最悪値を計算できることを示し、実際にLRシャント回路の最適化を行なう。得られた最適化の結果から、ロバスト性能向上のためにシャント回路に必要な性質を、電気回路系の周波数特性から考察する。ロバスト性能の向上が予想されるシャント回路の一例としてLR-LRCシャント回路を考え、その最適化を行なう。最後に実験により、提案手法の有効性を示す。

第4章では、等分割された圧電フィルムを用いて矩形平板の振動をモードフィルタリングすることを考える。特に、境界条件が4辺単純支持の場合と4辺固定の場合について考察する。分割された圧電フィルムの出力電圧を計測し、適切に重み付けすることによって、特定の振動モードを推定する。センサ信号への重みは評価関数をもとに一意に決定される。また、空間エイリアシングの影響についても考察を加える。特に、4辺単純支持の場合には、解析解を用いて議論する。実験結果から、分割圧電素子を用いた振動モードフィルタリング法の有効性を示す。

最後に、第5章にてまとめと今後の課題を述べる。

## 第2章

# シャントダンピングのための実験的パラメータ同定法

### 2.1 緒言

本章では、圧電素子のセンサ/アクチュエータとしての機能に着目し、レーザ変位計や歪ゲージ等を必要としないシャントダンピングのための実験的パラメータ同定法を提案する [29]. 基本的なアイデアは、一つの圧電素子でセンサ/アクチュエータの機能を実現するセルフセンシングアクチュエータ [13, 15] に用いられる簡単な外部電気回路 (ブリッジ回路) を用いるというものであり、必要な信号はブリッジ回路に印加した電圧に対する回路端子間の応答電圧のみである。提案手法は、LCR メータ等で比較的取得が容易な圧電素子の静電容量と外部回路の素子値のみが分かっているならばよく、構造物と圧電素子の物性値や理論解析の際に必要なモード形状関数等は必要としない。また、パラメータの決定には線形の最小2乗法を用いることができ、上記の信号から得られる周波数応答から、数値最適化等を用いることなく解析的に解を求めることができる。提案手法の有効性は、シャントダンピング用に構成された4辺固定の長方形平板に対するパラメータ同定実験と、それに基づきチューニングされたシャント回路を用いた制振実験により検証する。

本章の構成は以下のとおりである。第2節では、シャントダンピングのモデルとシャント回路のチューニングに必要なパラメータについて述べる。第3節では、パラメータ同定のためのブリッジ回路の構成法とパラメータの計算方法について述べる。なお、ブリッジ回路の構成においては、その一部を計算機内で実現する仮想ブリッジ回路 [15] を用いた場合についても議論する。第4節は実験、第5節はまとめと今後の課題である。

## 2.2 シャントダンピングの概要

本章では、圧電素子を用いたシャントダンピングの概要について述べる。まず、シャントダンピングのモデル [30, 16, 31] を示し、続いてシャント回路のチューニングに必要なパラメータについて述べる。

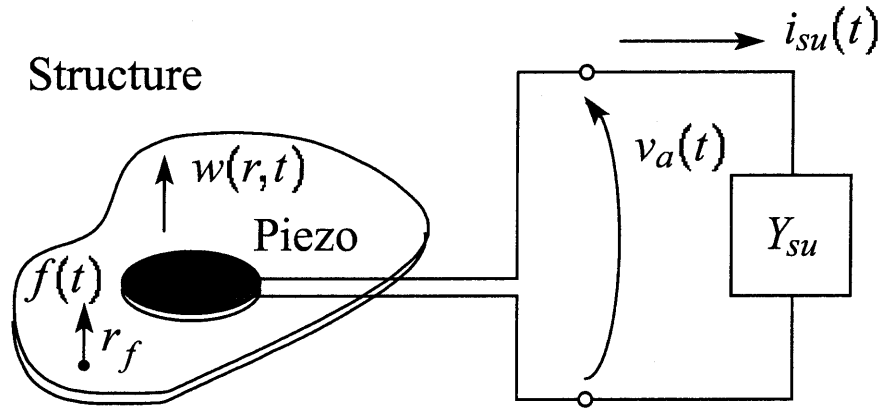


Fig. 2.1 Schematic view of piezoelectric shunt damping system

図 2.1 に示すように、シャントダンピングのための圧電素子が組み込まれた構造物を考える。図中  $Y_{su}$  はシャント回路もしくはそのアドミタンスを表し、圧電素子の電極に接続されている。 $w(\mathbf{r}, t)$  は位置  $\mathbf{r}$  における変位、 $f(t)$  は位置  $\mathbf{r}_f$  に作用する集中外力である。また  $i_{su}(t)$  はシャント回路に流れる電流、 $v_a(t)$  は圧電素子端子間に加わる電圧を表す。本研究では、 $w(\mathbf{r}, t)$  はモード展開

$$w(\mathbf{r}, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(\mathbf{r}) \eta_m(t) \quad (2.1)$$

により表現できるものとする。ここで、 $m = 1, 2, \dots$  はモード次数を表し、 $\phi_m(\mathbf{r})$  と  $\eta_m(t)$  はそれぞれ  $m$  次モードのモード形状関数とモード振幅を表す。簡単のため、モード形状関数  $\phi_m(\mathbf{r})$  は質量に関して正規化されているものとする。

ラプラス変換を用いると、システムの運動方程式と回路方程式は以下となる。なお、ラプラス変換後の関数には、下線を付けて時間関数と区別する。

- モード方程式

$$\dot{\underline{\eta}}_m(s) = s \underline{\eta}_m(s) = \frac{s}{s^2 + 2\zeta_m \omega_m s + \omega_m^2} \left( -\underline{f}_{pm}(s) + \phi_m^f \underline{f}(s) \right) \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2.2)$$

- アクチュエータ方程式 (逆圧電効果方程式)

$$\underline{f}_{pm}(s) = \psi_m \underline{v}_a(s) \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2.3)$$

- 圧電素子キャパシタンス方程式

$$\underline{v}_a(s) = \frac{1}{C_p^S} (\underline{i}_p(s) - \underline{i}_{su}(s)) \quad (2.4)$$

- センサ方程式 (圧電効果方程式)

$$\underline{i}_p(s) = \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m \dot{\underline{\eta}}_m(s) \quad (2.5)$$

- シャント回路方程式

$$\underline{i}_{su}(s) = Y_{su}(s) \underline{v}_a(s) \quad (2.6)$$

上式において,  $\zeta_m, \omega_m$  は, それぞれ,  $m$  次モードの減衰率と固有角振動数を表す.  $\phi_m^f = \phi_m(\mathbf{r}_f)$  は外力作用点でのモード形状関数の値である.  $\psi_m$  は圧電素子の物性やモード形状関数などにより定まる定数であり, 電気機械変換の大きさを表す定数である. また,  $f_{pm}(t)$  は圧電素子が発生する力の  $m$  次モードへの寄与分を表す.  $C_p^S$  は圧電素子の拘束静電容量であり,  $i_p(t)$  は圧電素子が発生する電流を表す.  $Y_{su}(s)$  はシャント回路のアドミタンスである.

式 (2.2)~(2.6) の関係を図示すると図 2.2 となる. 図左側が機械系の振動モードを表し, 右側が圧電素子とシャント回路からなる電気系を表す. 両者は圧電効果により, 変換係数  $\psi_m$  で結びついている. なお, LR シャント回路を用いた場合には, シャント回路の働きを動吸振器として類推することができる (付録 A 参照). また, 式 (2.2)~(2.6) の関係をブロック線図で表すと図 2.3 となる. 図中の信号は,  $\underline{\eta}(t) = [\eta_1(t) \cdots \eta_m(t) \cdots]^T$ ,  $\underline{f}_p(t) = [f_{p1}(t) \cdots f_{pm}(t) \cdots]^T$ ,  $\underline{\phi}^f = [\phi_1^f \cdots \phi_m^f \cdots]^T$ ,  $\underline{\psi} = [\psi_1 \cdots \psi_m \cdots]^T$  であり, モードをまとめてベクトルで表現してある.  $G_{me}(s)$  は,  $-\underline{f}_p(s) + \underline{\phi}^f \underline{f}(s)$  から  $[\underline{\eta}(s)^T \dot{\underline{\eta}}(s)^T]^T$  までの伝達関数であり, 次式で与えられる.

$$G_{me}(s) = \begin{bmatrix} \text{diag} \left( \frac{1}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2}, \cdots, \frac{1}{s^2 + 2\zeta_m\omega_ms + \omega_m^2}, \cdots \right) \\ \text{diag} \left( \frac{s}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2}, \cdots, \frac{s}{s^2 + 2\zeta_m\omega_ms + \omega_m^2}, \cdots \right) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

また,  $Z_{el}(s)$  は  $C_p^S$  と  $Y_{su}(s)$  からなる電気回路のインピーダンスであり (図 2.2 右参照), 次式で与えられる.

$$Z_{el}(s) = \frac{1}{C_p^S + Y_{su}(s)} \quad (2.8)$$

図 2.3 より, システムがコントローラ  $\underline{f}_p(s) = \underline{\psi} Z_{el}(s) \psi^T \dot{\underline{\eta}}(s)$  による速度フィードバックとして解釈できることがわかる.

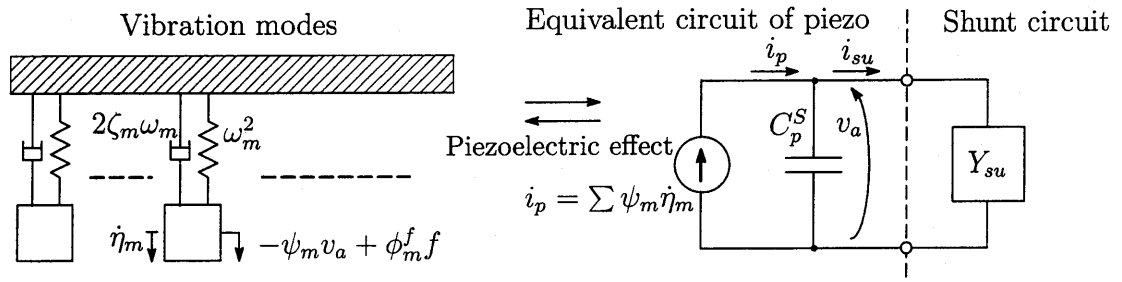


Fig. 2.2 Interaction between mechanical and electrical systems

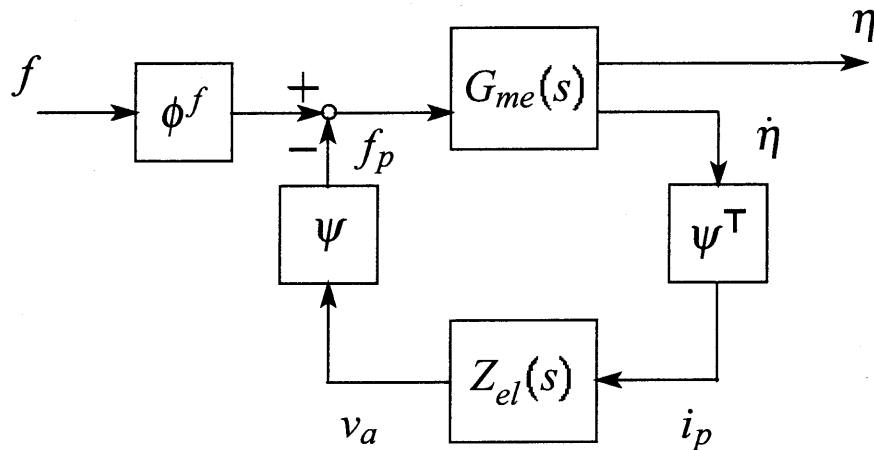


Fig. 2.3 Feedback interconnection of mechanical and electrical systems

次に、 $m$  次モードのみが卓越した状況を考え、その他のモードの影響を無視すると、システムのブロック線図は図 2.4 となる。図からわかるように、シャントダンピングをフィードバック制御系としてみると、構造物と圧電素子からなる制御対象をコントローラ  $Y_{su}(s)$  により制振するシステムであり、コントローラ的设计に必要な物理パラメータは  $\zeta_m, \omega_m, \psi_m, C_p^S$  であることに注意する。

以降では、コントローラ的设计に必要な物理パラメータである  $\zeta_m, \omega_m, \psi_m, C_p^S$  の取得法について、考察を加える。式 (2.1), (2.2) からわかるように、 $\zeta_m, \omega_m$  は、外力  $f(t)$  に対する応答  $w(\mathbf{r}, t)$  をレーザ変位計や歪ゲージ等を用いても観測することができるならば、それらを周波数解析することにより求めることもできる。また、拘束静電容量  $C_p^S$  は、構造物に貼付した状態での圧電素子の静電容量を、式 (2.4) における  $i_p(t)$  が発生しない、すなわち、構造物が振動しない試験周波数 (例えば、ゼロ点付近) で、LCR メータ等で測定することにより求めることができる。一方、 $\psi_m$  は、圧電素子の物性やモード形状関数などにより

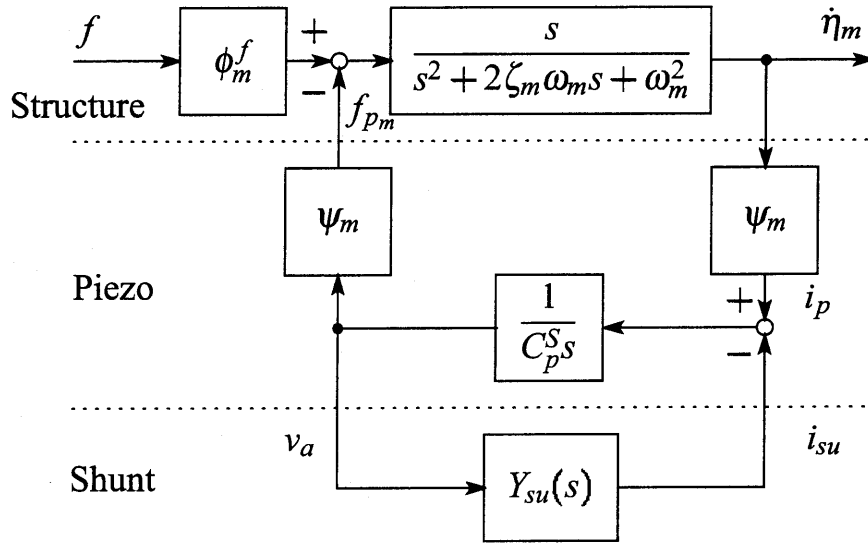


Fig. 2.4 Block diagram of piezoelectric shunt damping system

定まる定数であり、例えば、圧電セラミクスが貼付けられた平板の場合においては、

$$\psi_m = \frac{1}{k_m} \int_A k_p H_p(\mathbf{r}) \nabla^2 \phi_m(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2.9)$$

ただし、

$$k_m = \sqrt{\int_A (\rho L_z + \rho_p L_{p_z} H_p(\mathbf{r})) \phi_m(\mathbf{r})^2 d\mathbf{r}}$$

$$k_p = \frac{Y_p}{1 - \nu_p} d_{31} \frac{L_z + L_{p_z}}{2}$$

で与えられる [28]. ここで、 $\rho_p, Y_p, \nu_p, d_{31} = d_{32}$  は、それぞれ、圧電素子の質量密度、ヤング率、ポアソン比、圧電定数であり、 $\rho$  は板の質量密度である。  $L_z, L_{p_z}$  は、それぞれ板と圧電素子の厚さであり、  $H_p(\mathbf{r})$  は圧電素子貼付領域でのみ 1 となりそれ以外では 0 となる窓関数である。式 (2.9) からわかるように、  $\psi_m$  の計算には圧電素子の多くの物性値を必要とし、また、複雑な形状や境界を持つ実際の構造物において取得が困難な、モード形状関数  $\phi_m(\mathbf{r})$  を必要としている。このため、  $\psi_m$  を理論解析により精度良く求めるのは一般に難しく、これを実験的に直接求める手法が望まれている。なお、図 2.4 からわかるように、  $\psi_m$  は  $Y_{su}(s)$  の入出力ともに含まれているので、コントローラの設計には  $|\psi_m|$  が分かればよいことに注意する。これに関して、文献 [16] では、圧電素子の端子間開放時と短絡時の外力印加時の変位を歪ゲージにより観測し、両者の固有振動数の比から  $|\psi_m|$  を求める手法<sup>1</sup>を提

<sup>1</sup>正確には一般化電気機械変換係数 (Generalized Electro-Mechanical Coupling Coefficient) を求める手法で、一般化電気機械変換係数  $K_m^2$  と本研究のパラメータとは  $K_m^2 = \psi_m^2 / (\omega_m^2 C_p^S)$  という関係が成り立つ。

案している。しかしながら、両者の固有振動数の差は一般に小さい[16]ため、ノイズ等の影響を受けやすいことが予想され、また、変位の観測にシャントダンピングに利用しない歪ゲージ等を必要としている。

## 2.3 同定手法

本章では、圧電素子のセンサ/アクチュエータとしての機能に着目し、レーザ変位計や歪ゲージ等を必要としないシャントダンピングのための実験的パラメータ同定法を提案する。基本的なアイデアは、一つの圧電素子でセンサ/アクチュエータの機能を実現するセルフセンシングアクチュエータ [13, 15] に用いられる簡単な外部電気回路(ブリッジ回路)を用いるというものであり、ブリッジ回路に印加した電圧に対する回路端子間の応答電圧から、 $\zeta_m$ ,  $\omega_m$ ,  $|\psi_m|$  を同定するというものである。なお、本章では、拘束静電容量  $C_p^S$  は既に測定されているものとし、既知であるとする。

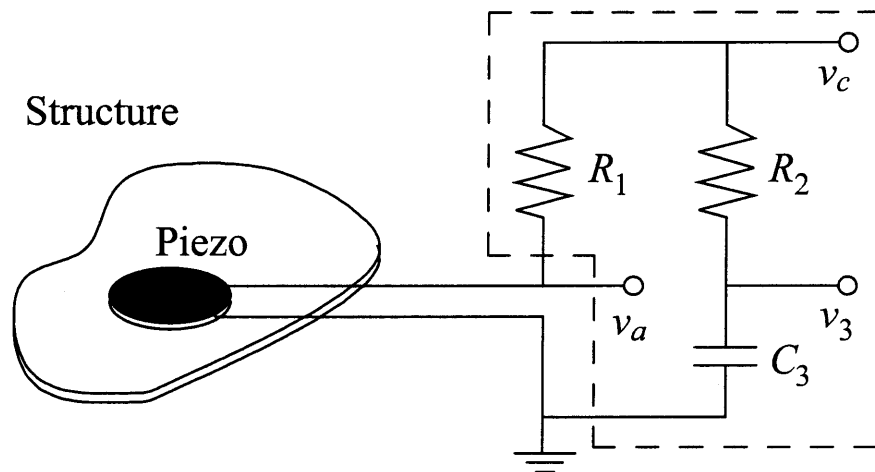


Fig. 2.5 System configuration for parameter identification

システムの構成を図2.5に示す。図中破線で囲まれた領域が同定のために接続したブリッジ回路であり、抵抗  $R_1[\Omega]$ ,  $R_2[\Omega]$ , キャパシタ  $C_3[\text{F}]$  から構成されている。なお、回路中の各素子値はブリッジバランス

$$R_2 C_3 = R_1 C_p^S \quad (2.10)$$

を満たしているものとし、その値は既知とする。図2.6は、図2.5の電気回路部を取り出したものであり、破線により圧電素子の等価電気回路が示されている。本研究では、上記のシステムにおいて、 $v_c(t)$  に印加した電圧に対する  $v_a(t)$ ,  $v_a(t) - v_3(t)$  の応答を計測し、 $\zeta_m$ ,



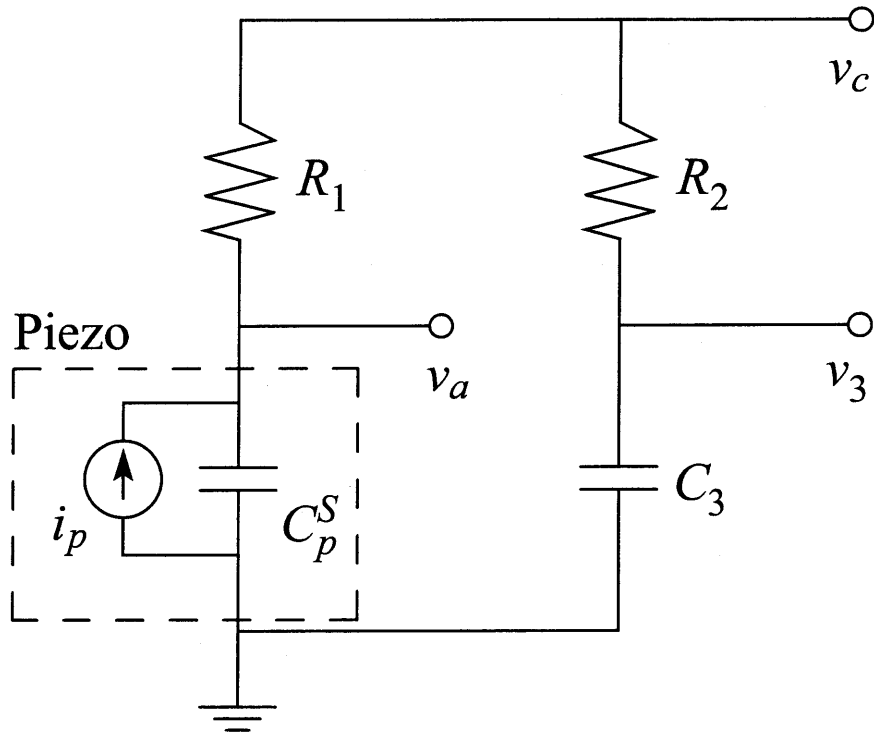


Fig. 2.6 Bridge circuit with equivalent electric circuit of piezo

$\omega_m, |\psi_m|$  を同定することを考える.

図 2.6 の回路より,

$$\underline{v}_a(s) = \frac{R_1}{R_1 C_p^S s + 1} \underline{i}_p(s) + \frac{1}{R_1 C_p^S s + 1} \underline{v}_c(s) \quad (2.11)$$

$$\underline{v}_3(s) = \frac{1}{R_2 C_3 s + 1} \underline{v}_c(s) \quad (2.12)$$

であるので, ブリッジバランス式 (2.10) に注意し, 式 (2.11) と式 (2.12) の差を計算すると,

$$\underline{v}_a(s) - \underline{v}_3(s) = Z_b(s) \underline{i}_p(s) \quad (2.13)$$

ただし,

$$Z_b(s) := \frac{R_1}{R_1 C_p^S s + 1} \quad (2.14)$$

を得る. よって, 外力  $\underline{f}(s) = 0$  の状況を考え, 式 (2.13), および, 式 (2.5), (2.2), (2.3) を用いると,

$$\underline{v}_a(s) - \underline{v}_3(s) = H(s) \underline{v}_a(s) \quad (2.15)$$

ただし,

$$H(s) = Z_b(s) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-\psi_m^2 s}{s^2 + 2\zeta_m \omega_m s + \omega_m^2} \quad (2.16)$$

を得る. 式 (2.15), (2.16) からわかるように,  $m$  次モードが卓越した周波数領域を考れば,  $v_a(t)$  から  $v_a(t) - v_3(t)$  までの周波数応答  $H(j\omega)$  を求めることにより,  $\zeta_m, \omega_m, |\psi_m|$  を同定できる.

パラメータの同定方法としては種々のものが考えられるが, 例えば, 以下に示すように, ゲイン  $|H(j\omega)|$  を利用した線形最小 2 乗法を用いた解法が考えられる. 式 (2.16) から  $m$  次モードが卓越した周波数領域を考え,  $\omega = \omega_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) をそのサンプル点とすれば,

$$|G(j\omega_k)|^2 \simeq \frac{\psi_m^4 \omega_k^2}{(\omega_m^2 - \omega_k^2)^2 + (2\zeta_m \omega_m \omega_k)^2} \quad (2.17)$$

ただし,

$$G(j\omega_k) := \frac{H(j\omega_k)}{Z_b(j\omega_k)}$$

を得る. 未知パラメータに関してまとめ直すと,

$$\begin{bmatrix} -|G(j\omega_k)|^2 & |G(j\omega_k)|^2 \omega_k^2 & \omega_k^2 \end{bmatrix} \theta \simeq |G(j\omega_k)|^2 \omega_k^4 \quad (2.18)$$

ただし

$$\theta := \begin{bmatrix} \omega_m^4 \\ 2\omega_m^2(1 - 4\zeta_m^2) \\ \psi_m^4 \end{bmatrix}$$

を得る.  $k = 1, 2, \dots, N$  について式 (2.18) を並べると,

$$A\theta \simeq b \quad (2.19)$$

ただし,

$$A := \begin{bmatrix} -|G(j\omega_1)|^2 & |G(j\omega_1)|^2 \omega_1^2 & \omega_1^2 \\ -|G(j\omega_2)|^2 & |G(j\omega_2)|^2 \omega_2^2 & \omega_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -|G(j\omega_N)|^2 & |G(j\omega_N)|^2 \omega_N^2 & \omega_N^2 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} |G(j\omega_1)|^2 \omega_1^4 \\ |G(j\omega_2)|^2 \omega_2^4 \\ \vdots \\ |G(j\omega_N)|^2 \omega_N^4 \end{bmatrix}$$

を得る. そこで, 式 (2.19) に最小 2 乗法を適用する. すなわち,

$$\hat{\theta} = \min_{\theta} \|A\theta - b\|^2 \quad (2.20)$$

を解き,

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_3 \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (2.21)$$

を得る. 式 (2.21) より,  $\zeta_m, \omega_m, |\psi_m|$  の推定値は以下で与えられる.

$$\begin{cases} \omega_m = \hat{\theta}_1^{\frac{1}{4}} \\ \zeta_m = \left( \frac{1}{2} - \frac{\hat{\theta}_2}{4\hat{\theta}_1^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ |\psi_m| = \hat{\theta}_3^{\frac{1}{4}} \end{cases} \quad (2.22)$$

同定手順をまとめると以下の様になる.

**Step 1)** 圧電素子を構造物に貼付した状態において, LCR メータ等により圧電素子の端子間の静電容量を計測し, 拘束静電容量  $C_p^S$  を求める. ただし, 2.2 節で述べたように, 試験周波数を構造物のゼロ点付近に選ぶことに注意する.

**Step 2)** 図 2.5 の回路を構成し, ブリッジバランスが成立するように回路素子値を調整する (式 (2.10)).

**Step 3)** 図 2.5 の回路に,  $m$  次モード固有振動数付近の成分を充分多く含む  $v_c(t)$  を印可し, 応答  $v_a(t)$ ,  $v_a(t) - v_3(t)$  を計測する. また, 得られた応答から, FFT 等により周波数解析を行ない, 周波数応答  $H(j\omega_k)$  を求める (式 (2.15)).

**Step 4)**  $m$  次モードの固有振動数付近のサンプル点  $\omega_k$  を選択し, 最小 2 乗法により  $\zeta_m, \omega_m, |\psi_m|$  の推定値を求める (式 (2.22)).

ところで, 文献 [15] の結果から類推されるように, 図 2.7 のように  $R_1$  のみを物理的に構成し,  $R_2, C_3$  を仮想的に計算機上で構成して推定を行なうこともできる. この場合, 式 (2.12) より,

$$\dot{v}_3(t) = \frac{-1}{R_2 C_3} v_3(t) + \frac{1}{R_2 C_3} v_c(t) \quad (2.23)$$

であるので, 印加した電圧  $v_c(t)$  を用いて式 (2.23) の数値積分から  $v_3(t)$  の推定値を求めることができる. 推定した  $v_3(t)$  と計測した  $v_a(t)$  から, 式 (2.15) の周波数応答  $H(j\omega)$  を求めることができるので, 図 2.6 の場合と同様にして  $\zeta_m, \omega_m, |\psi_m|$  を求めることができる. なお, 式 (2.23) 中の  $R_2, C_3$  はブリッジバランスの条件式 (2.10) を満たすように選ばなくてはならないことに注意する.

図 2.6 の手法を実ブリッジ回路による手法, 図 2.7 の手法を仮想ブリッジ回路による手法と呼ぶこととすると, 仮想ブリッジ回路による手法は,  $R_2, C_3$  の物理的な構成は必要な

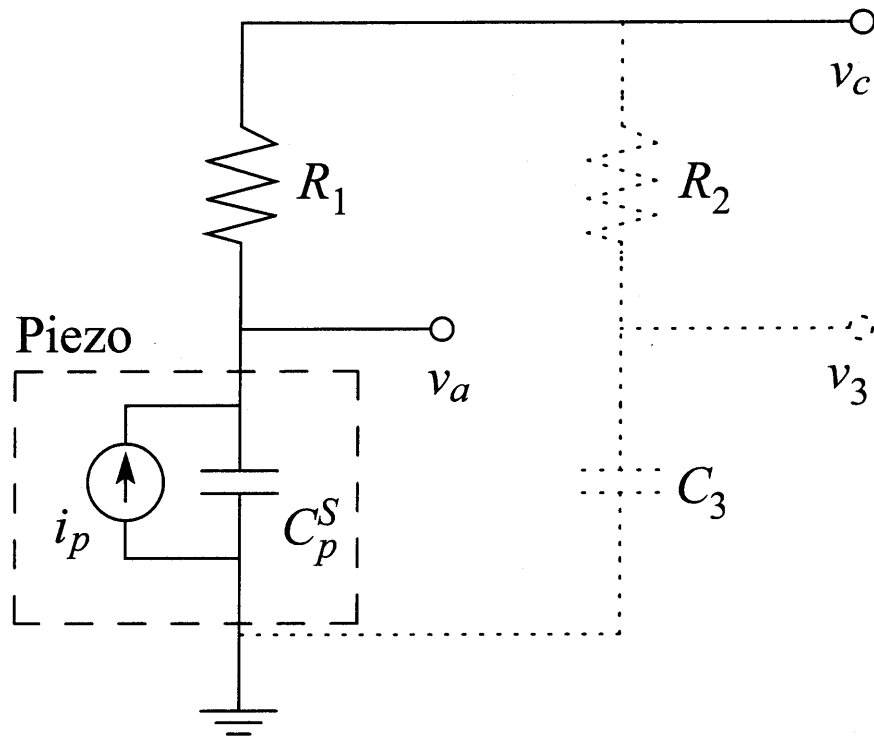


Fig. 2.7 Virtual bridge circuit

く、また、ブリッジバランスの調整も計算機上で  $R_2$ ,  $C_3$  の調整により行なうことができるので、実ブリッジ回路による手法に比べて構成が容易である。反面、 $v_3(t)$  の計算は数値積分によることになるので、特にサンプリングタイムが大きい場合は数値積分の誤差の影響が大きくなることが予想される。また、 $v_3(t) - v_a(t)$  を得る際に、実ブリッジ回路を用いる場合には回路の電位差を差動アンプを用いて直接計測できるのに対して、仮想ブリッジ回路を用いる場合には、計測した  $v_a(t)$  と数値積分により求めた  $v_3(t)$  との差を計算するため、環境ノイズの影響を受けやすいことが予想される。

## 2.4 実験

### 2.4.1 同定実験

実験装置の概要を図 2.8 に示す。図 2.8 左側に示すように、対象とする構造物は、4 辺が固定された長方形の鋼製平板とし、中央にシャントダンピング用の圧電素子 (富士セラミックス製 C-6) が貼付されている。本実験では 1 次モードを同定対象とした。平板と圧電素子の材料定数を表 2.1 に示す。なお、表中最下段の拘束静電容量  $C_p^S$  はデジタルマルチメー

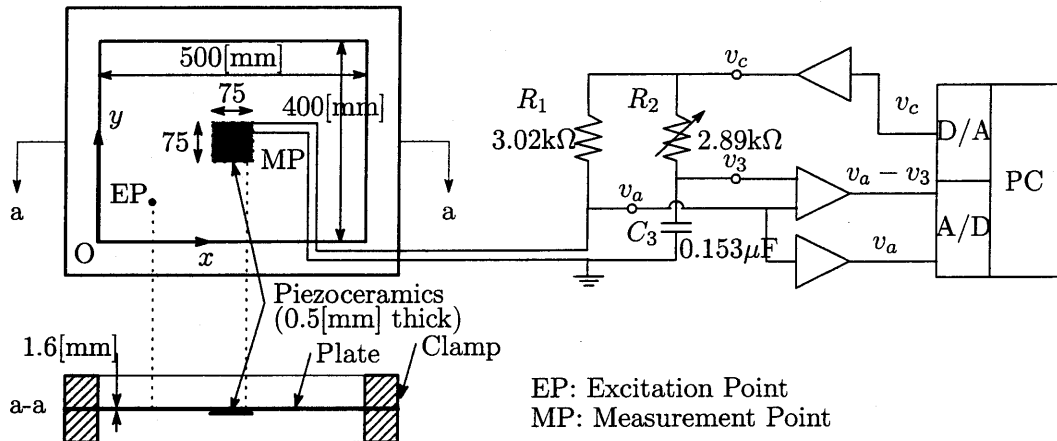


Fig. 2.8 Experimental setup for parameter identification

タによる実測値である. 表 2.1 の材料定数を用い, 4 辺固定の長方形平板に対して理論解析 (モード解析) を行なうことにより得られる 1 次モードのモードパラメータを表 2.2 に示す. なお,  $\zeta_1$  については後述の実験により得られた  $\zeta_1$  の平均を用い,  $\psi_1$  については式 (2.9) により算出している. また, 図 2.8 右側に示すように, 圧電素子には同定用の外部回路が取り付けられており, PC の D/A ボードから電圧  $v_c(t)$  を印加し,  $v_a(t)$ ,  $v_a(t) - v_3(t)$  を増幅器を経由して A/D ボードから取り込めるようになっている. なお,  $R_2$  は可変抵抗であり, 式 (2.10) を満たすように調整した. 調整後の回路素子値が図中に示してある. 同定用の入力信号  $v_c$  は,  $300[\text{rad/s}]$  から  $600[\text{rad/s}]$  の帯域をもつ振幅  $1[\text{V}]$  のスイープ信号とし, サンプルングタイム  $1[\text{ms}]$ , サンプル総数 8192 点である. 同定実験では,  $v_a(t)$ ,  $v_a(t) - v_3(t)$  を用いてパラメータを同定する (A) 実ブリッジ回路による手法 (以下手法 (A) と呼ぶ) と,  $v_c(t)$ ,  $v_a(t)$  を用いてパラメータを同定する (B) 仮想ブリッジ回路による手法 (以下手法 (B) と呼ぶ) の両者を同時に行なった.

また, 図 2.9(手法 (A)) と図 2.10(手法 (B)) に, 実験より得られた周波数特性  $H(j\omega)$  (破線) と, 推定パラメータを用いた式 (2.16) による周波数応答 (実線) が示してある. なお, 図中には, 同定に用いたサンプル点  $\omega_k$  の帯域 ( $N = 26$  点) も示してある. また, 得られたそれぞれの周波数特性  $H(j\omega)$  から, 式 (2.22) を用いて算出した推定値を表 2.3 に示す. 図 2.9, 2.10 より, 推定パラメータから得られる周波数応答は, 1 次モード付近の実験データをよく近似しているのがわかる. なお, 1 次モード付近から離れたゲインの低い周波数帯域では, 図 2.9 と図 2.10 の周波数応答に相違があるが, これは第 3 節で述べたように, 手法 (B) ではノイズや数値誤差の影響を受けやすいからであると考えられる.

**Table 2.1** Material properties

<b>Plate (steel)</b>			
Thickness	$L_z$	[m]	$1.60 \times 10^{-3}$
Mass density	$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	$7.86 \times 10^3$
Young's modulus	$Y$	[GPa]	205
Poisson's ratio	$\nu$		0.3
<b>Piezoelectric ceramics</b>			
Thickness	$L_{pz}$	[m]	$0.50 \times 10^{-3}$
Mass density	$\rho_p$	[kg/m <sup>3</sup> ]	$7.4 \times 10^3$
Young's modulus	$Y_p$	[GPa]	58
Poisson's ratio	$\nu_p$		0.35
Piezoelectric const.	$d_{31}$	[pC/N, pm/V]	195
Permittivity	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$		$2000 \pm 300$
Capacitance(identified)	$C_p^S$	[nF]	$1.45 \times 10^2$

**Table 2.2** Modal parameters by theoretical analysis

$\omega_1$ [rad/s]	$4.63 \times 10^2$
$\zeta_1$	$3.0 \times 10^{-3}$
$\psi_1$ [C/(\sqrt{kg} m), N/(\sqrt{kg} V)]	$2.74 \times 10^{-2}$

**Table 2.3** Modal parameters by identification

	(A)	(B)
$\omega_1$ [rad/s]	$4.32 \times 10^2$	$4.31 \times 10^2$
$\zeta_1$	$2.9 \times 10^{-3}$	$3.1 \times 10^{-3}$
$\psi_1$ [C/(\sqrt{kg} m), N/(\sqrt{kg} V)]	$1.91 \times 10^{-2}$	$2.00 \times 10^{-2}$

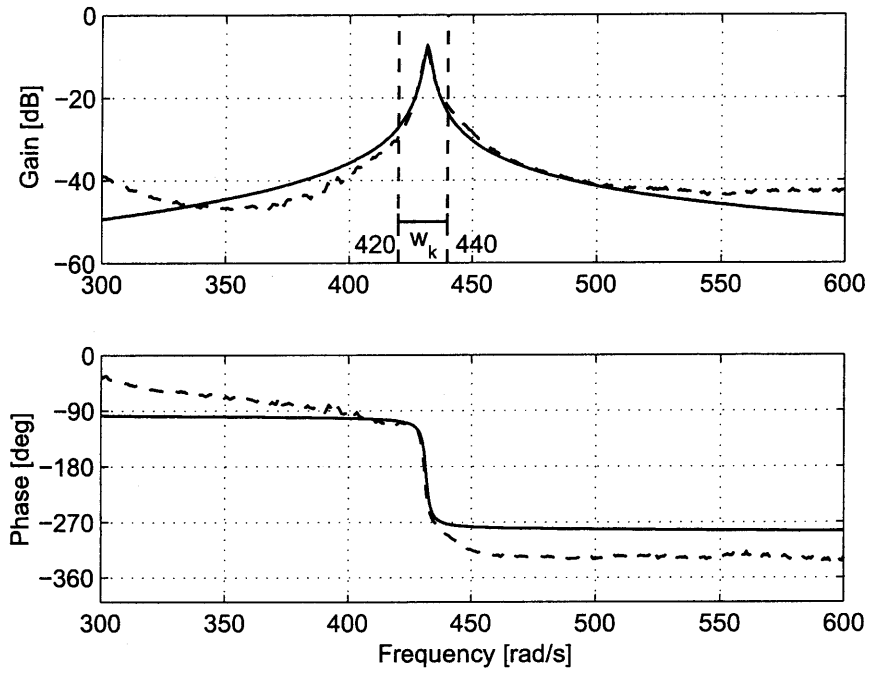


Fig. 2.9 Identification result of  $H(s)$ , (A): --(experimental), -(identified)

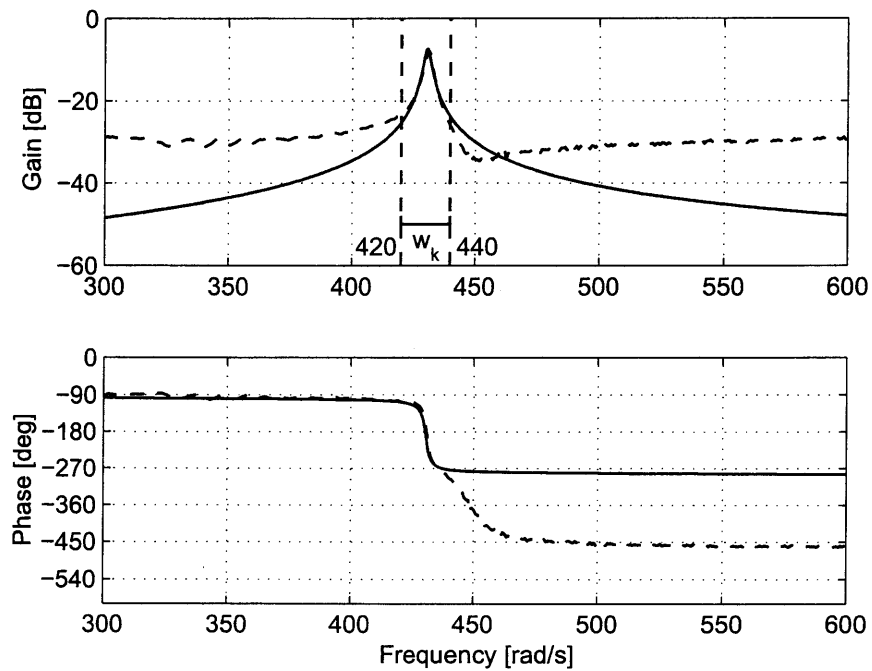


Fig. 2.10 Identification result of  $H(s)$ , (B): --(experimental), -(identified)

## 2.4.2 シャントダンピング実験

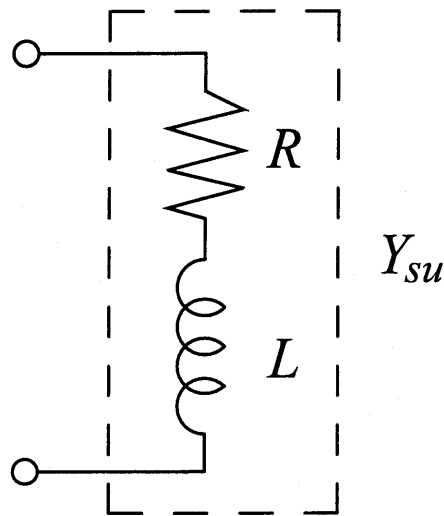


Fig. 2.11 Series LR shunt circuit

本パラメータ推定法の有効性を確かめるため、推定パラメータに基づくシャントダンピングによる制振実験を行なった。図 2.1 におけるシャント回路  $Y_{su}$  として、図 2.11 の直列 LR シャント回路を用いた。LR 回路の素子値は、得られた  $\omega_1$ ,  $\zeta_1$ ,  $|\psi_1|$  の推定値から、定点理論 [33] を用いてチューニングしたものを用いた。定点理論による直列 LR シャント回路のチューニング方法は付録 B に示す。制振実験では、図 2.8 の EP 点 (100[mm], 80[mm]) をインパルスハンマで打撃し、MP 点 (275[mm], 180[mm]) の変位をレーザドップラセンサにより測定した。

図 2.12 に、EP 点の力から MP 点の変位のゲイン線図を示す。図中、破線が無制御の場合<sup>2</sup>であり、実線が手法 (A), (B) で得られた推定値に基づいてチューニングされたシャント回路を用いた場合である。また、比較のために、材料定数等から理論解析 (モード解析) により算出した表 2.2 のパラメータに基づいてチューニングした場合の結果を一点鎖線で示してある。用いたシャント回路の素子値は図中に示してある。図 2.12 より、無制御に比べて、シャント回路を用いた場合の制振効果が確認できる。また、提案手法の推定値を用いた場合 (実線) と理論解析から計算した値を用いた場合 (一点鎖線) では、提案手法の方が制振効果が高いことがわかる。さらに、無制御時と制御時の 2 つの交点 (○; 提案手法, △; 理論解析) に着目すると、提案手法の場合、両者のゲインがほぼ等しいことがわかる。定点理論を用いて正しくチューニングされた場合、2 つの交点のゲインが等しくなる [16, 33] の

<sup>2</sup>無制御とは圧電素子端子間短絡のときであり、短絡した場合には  $v_a = 0$  であることから式 (2.3) と図 2.3, 2.4 より制御力  $f_p = 0$  である。



で、このことから、提案手法の方が理論解析よりも精度よくパラメータが推定されていると考えられる。なお、本制振実験においては、手法 (B) によるパラメータを用いた場合でも、手法 (A) によるパラメータを用いた場合と同等の制振効果が得られた。

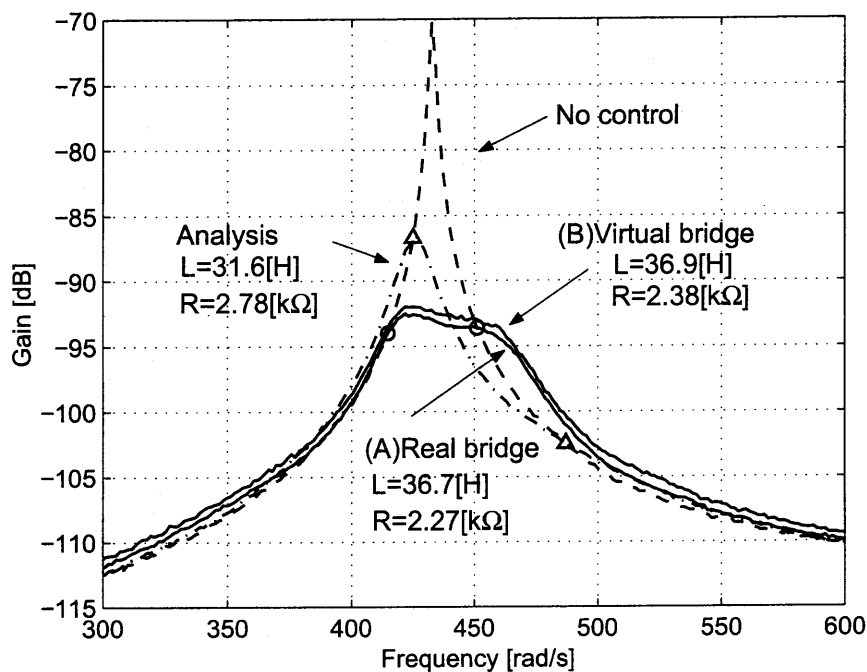


Fig. 2.12 Experimental results of shunt damping

理論解析により得られるパラメータの誤差の原因として、理論解析においては圧電素子の剛性を無視して近似モード形状関数 [44, 45] を用いていることや、平板や圧電素子の材料定数としてカタログ値をそのまま用いたことなどが挙げられる。また、理論解析によるパラメータの表 2.2 と同定によるパラメータの表 2.3 を比較すると、最も実験的に求めにくい  $\psi_1$  の相違が特に大きい。それが制振性能を左右する<sup>3</sup>ため、 $\psi_1$  の実験的同定の重要性がわかる。

以上の結果より、たとえ本実験のように比較的理論解析が容易な対象であっても、理論解析の結果には誤差が含まれており、提案手法の有効性が確認できる。理論解析が困難な、複雑な形状や境界条件をもつ実際の構造物に対して適用する際には、その有効性がより顕著になると考えられる。

<sup>3</sup>もちろん、固有振動数  $\omega_1$  および圧電素子の拘束静電容量  $C_p^S$  の同定精度も、同定結果に基づいてチューニングされる LR シャント回路の制振性能を大きく左右する。

## 2.5 結言

本章では、圧電素子のセンサ/アクチュエータとしての機能に着目し、レーザ変位計や歪ゲージ等を必要としないシャントダンピングのための実験的パラメータ同定法を提案した。提案手法は、シャントダンピング用の圧電素子を、簡単な外部電気回路を用いてセンサ/アクチュエータとして利用するものであり、比較的簡単な装置の構成で実現できる。パラメータの同定に必要な信号は外部回路に印加した電圧に対する回路端子間の応答電圧のみであり、その信号から得られる周波数応答から線形の最小2乗法を用いて解析的にパラメータを決定する手法を示した。最後に提案手法の有効性を、シャントダンピング用に構成された4辺固定端の長方形平板に対する同定実験とそれに基づきチューニングされたシャント回路を用いた制振実験により検証した。

なお、本章では圧電素子の拘束静電容量があらかじめわかっているものとしたが、求めた周波数応答から非線形最小2乗法を用いることにより、原理的にはすべてのパラメータを同時に求めることが可能である。しかしながら、その解法は数値最適化によることになるので、初期値の与え方や実験時のノイズ等の影響により解が大きく変動し、現段階では安定して解を求めることができなかった。すべてのパラメータを同時に同定するための計算アルゴリズムの開発や、本提案手法の有効性を、形状や境界条件がより複雑な実際の構造物で検証することが今後の課題である。

## 第3章

# ロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値の最適化

### 3.1 緒言

本章では、ロバスト性能を指標としたシャント回路素子値のチューニング方法を提案する [28]. ロバスト性能指標としては、許容されるすべての不確かさに対する閉ループ伝達関数のピークゲインの最大値を考え、構造化特異値 [34, 35, 36] を用いた計算アルゴリズムを示す. 次に、シャント回路として従来広く用いられている LR 回路に対し、定点理論と提案手法によるチューニング結果を示す. さらに両者の比較からロバスト性能の向上に必要な回路特性を考察し、回路の一構成法として、複数のモードの制振に用いられてきた LR-LRC 回路を単一のモードの制振に用いた結果を示す. 最後に提案手法の有効性を実験により確認する.

本章の構成は以下の通りである. まず、提案するロバスト性能の指標ならびにその計算アルゴリズムを第2節に示す. 第3節では、数値例として LR 回路を用いた場合のチューニング結果を示し、ロバスト性能の向上に必要な回路特性を考察する. またロバストなシャント回路の一つの実現例として LR-LRC 回路を考え、そのチューニング結果を示す. 実験結果を第4節に、まとめと今後の課題を第5節に示す.

## 3.2 ロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値のチューニング

### 3.2.1 システムの表現ならびに評価関数

システムの支配方程式は2.2節と同様である。以降では  $m$  次モードのみを制振対象とし、その他のモードの影響は考慮しないものとする。つまり、 $m$  次モードのみ考慮し、システムの支配方程式を改めて記述すると次のようになる。

- モード方程式

$$\dot{\underline{\eta}}_m(s) = \frac{s}{s^2 + 2\zeta_m\omega_m s + \omega_m^2} \left( -\underline{f}_{p_m}(s) + \phi_m^f \underline{f}(s) \right) \quad (3.1)$$

- アクチュエータ方程式 (逆圧電効果方程式)

$$\underline{f}_{p_m}(s) = \psi_m \underline{v}_a(s) \quad (3.2)$$

- 圧電素子キャパシタンス方程式

$$\underline{v}_a(s) = \frac{1}{C_p^S s} \left( \underline{i}_p(s) - \underline{i}_{su}(s) \right) \quad (3.3)$$

- センサ方程式 (圧電効果方程式)

$$\underline{i}_p(s) = \psi_m \dot{\underline{\eta}}_m(s) \quad (3.4)$$

- シャント回路方程式

$$\underline{i}_{su}(s) = Y_{su}(s; p_{su}) \underline{v}_a(s) \quad (3.5)$$

- 直列 LR 回路の場合

$$Y_{su}(s; p_{su}) = \frac{1}{Ls + R} \quad (3.6)$$

- LR-LRC 回路の場合

$$Y_{su}(s; p_{su}) = \frac{C_2(L_1 + L_2)s^2 + C_2(R_1 + R_2)s + 1}{(L_1s + R_1)(L_2C_2s^2 + R_2C_2s + 1)} \quad (3.7)$$

ここで  $Y_{su}(s; p_{su})$  は前述のシャント回路のアドミタンスと同じものであるが、シャント回路素子値をパラメータとして並べたベクトル  $p_{su}$  の関数であることを陽に示してある。例えば LR シャント回路の場合には  $p_{su} = [L \ R]^T$  となる。なお、LR-LRC シャント回路の場合については後述する。以上の支配方程式をまとめてブロック線図で表すと図 3.1 となる。図 3.1 において上段は平板、中段は圧電素子、下段はシャント回路を表す。図 3.1 におけるシステムの不確かさの表現を決め、不確かさを表すブロックを引き出してまとめると、図 3.2 の拡大系が得られる。図中、 $G_{aug}(s; p_{su})$  はノミナルモデルと重み行列を含む拡大系であり、 $\Delta_p(s) \in RH_\infty$  は  $\bar{\sigma}(\Delta_p(j\omega)) \leq 1$  を満たす不確かさの構造を表すブロック対角行列である。ただし、 $RH_\infty$  は安定な伝達関数の集合を意味し、 $\bar{\sigma}(\cdot)$  は最大特異値を表す。

本論文ではモデルの不確かさとして物理パラメータの変動を考え、圧電素子の拘束静電容量  $C_p^S$ 、固有振動数  $\omega_1$ 、減衰係数  $2\zeta_1\omega_1$  に不確かさが存在するとする。図 3.1 は  $C_p^S$  に加法的な不確かさが存在する場合を表している (固有振動数、減衰係数についても同様の表現が可能である)。 $1/C_p^S$  がノミナル値  $1/\hat{C}_p^S$  に対して加法的な不確かさを有するとすると、 $1/C_p^S$  は

$$\frac{1}{C_p^S} = \frac{1}{\hat{C}_p^S} + W_{cp}\delta_{cp}, \quad |\delta_{cp}| \leq 1 \quad (3.8)$$

と表現できる。ここで  $W_{cp}$  は不確かさの幅を表す重みであり、 $\delta_{cp}$  は  $|\delta_{cp}| \leq 1$  を満たす任意の複素数である。同様に、 $\omega_m^2, 2\zeta_m\omega_m$  がそれぞれノミナル値  $\hat{\omega}_m^2, 2\hat{\zeta}_m\hat{\omega}_m$  に対して加法的な不確かさを有するとし、 $\omega_m^2, 2\zeta_m\omega_m$  を

$$\omega_m^2 = \hat{\omega}_m^2 + W_\omega\delta_\omega, \quad |\delta_\omega| \leq 1 \quad (3.9)$$

$$2\zeta_m\omega_m = 2\hat{\zeta}_m\hat{\omega}_m + W_c\delta_c, \quad |\delta_c| \leq 1 \quad (3.10)$$

と表現する。なお  $\delta_\omega, \delta_c$  は  $|\delta_\omega| \leq 1, |\delta_c| \leq 1$  を満たす任意の複素数である。このとき、不確かさを表すブロック  $\Delta_p(s)$  は

$$\Delta_p(s) = \begin{bmatrix} \delta_\omega & 0 & 0 \\ 0 & \delta_c & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{cp} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

となる。

図 3.2 の表現を用いて、ロバスト性能を表す指標として次式を考える。

$$J(p_{su}) = \max_{\omega} \max_{\bar{\sigma}(\Delta_p(j\omega)) \leq 1} |F_l(G_{aug}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))| \quad (3.12)$$

ここで  $F_l(G_{aug}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))$  は、 $G_{aug}(j\omega; p_{su})$  を係数行列とする  $\Delta_p(j\omega)$  に関する線形分数変換であり、 $f$  から  $\eta_m$  までの伝達関数を表す。  $J(p_{su})$  は、不確かさを許容される範

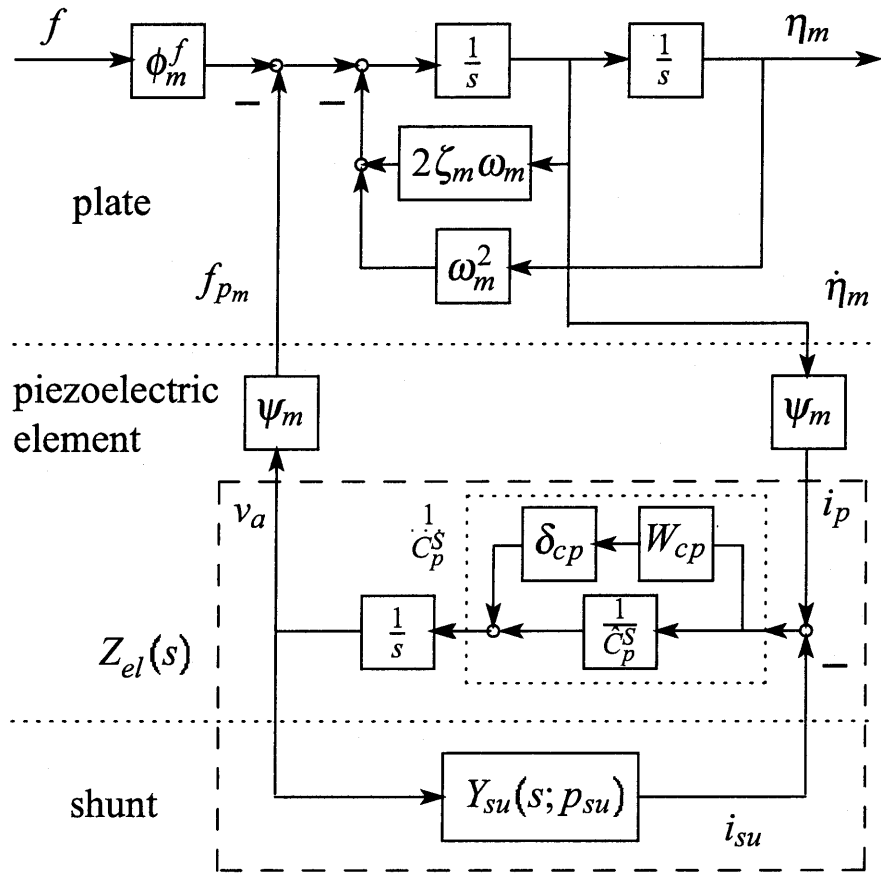


Fig. 3.1 Block diagram with parametric uncertainty

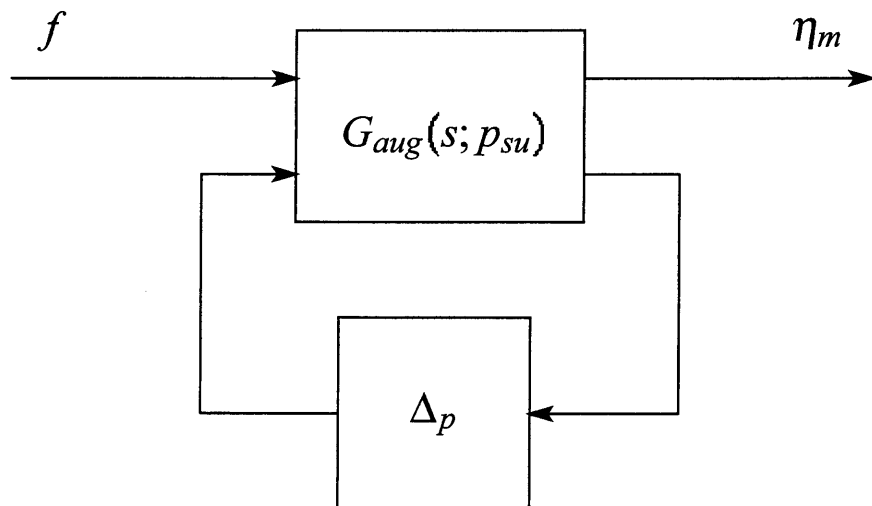


Fig. 3.2 Augmented plant

囲  $\bar{\sigma}(\Delta_p(j\omega)) \leq 1$  で変動させたときの  $f$  から  $\eta_m$  までのゲインの最大値を表している. 式 (3.12) の  $J(p_{su})$  を用いると回路素子値  $p_{su}$  は

$$p_{su}^{opt} = \arg \min_{p_{su}} J(p_{su}) \quad (3.13)$$

として決定することができる. ここで  $\arg \min_{p_{su}} J(p_{su})$  は, 関数  $J(p_{su})$  が最小となる  $p_{su}$  の値を表す.

### 3.2.2 評価関数の計算アルゴリズム

本節では式 (3.12) で定義される  $J(p_{su})$  の計算アルゴリズムを与える.  $J(p_{su})$  は以下に示すように構造化特異値を利用して計算できる.

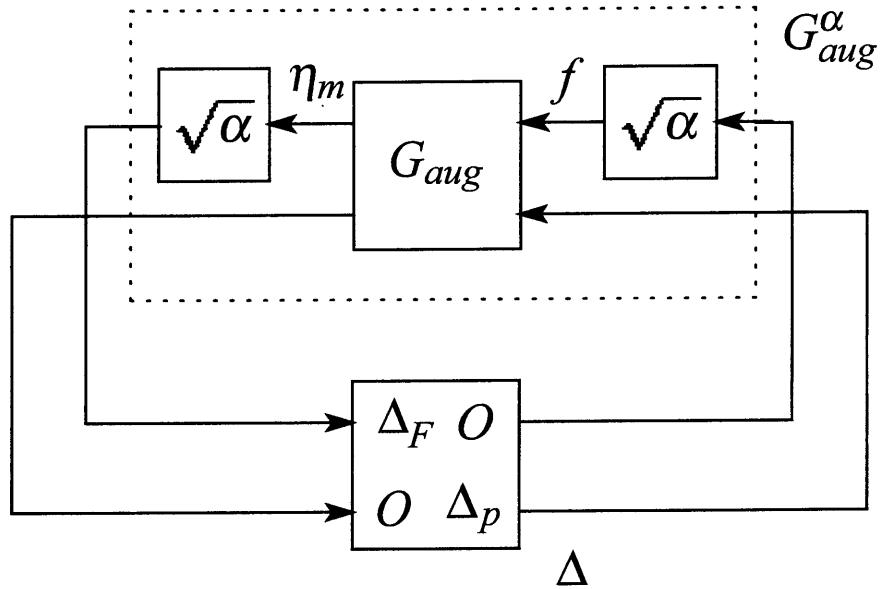


Fig. 3.3 Scaled augmented plant

$J(p_{su})$  の計算のために, 図 3.2 に対応した図 3.3 の拡大系を考える. ここで  $\alpha$  はスケーリングのための実定数であり,

$$G_{aug}^{\alpha}(j\omega; p_{su}) = \begin{bmatrix} \sqrt{\alpha} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} G_{aug}(j\omega; p_{su}) \begin{bmatrix} \sqrt{\alpha} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

$$\Delta(j\omega) = \begin{bmatrix} \Delta_F(j\omega) & 0 \\ 0 & \Delta_p(j\omega) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

である.  $\Delta_F(s) \in RH_\infty$  は  $\bar{\sigma}(\Delta_F(j\omega)) \leq 1$  を満たす任意の伝達関数である.  $G_{aug}^\alpha(j\omega; p_{su})$  に対する構造化特異値は

$$\mu_\Delta(G_{aug}^\alpha(j\omega; p_{su})) = \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) : \det(I - G_{aug}^\alpha(j\omega; p_{su})\Delta(j\omega)) = 0\}} \quad (3.16)$$

で定義される. 式 (3.16) の  $\mu_\Delta(G_{aug}^\alpha(j\omega; p_{su}))$  は,  $\alpha, \omega, p_{su}$  を固定すれば, その上界と下界を MATLAB などを用いて計算できる [35].

次に,  $J(p_{su})$  の計算方法を示す. まず,  $\alpha = 0$  のときの  $G_{aug}^\alpha(j\omega; p_{su})$  の構造化特異値が 1 以上であること, すなわち  $\mu_\Delta(G_{aug}^0(j\omega; p_{su})) \geq 1$  は, ロバスト安定性が成立しないことを意味するので, 以降では

$$\max_\omega \mu_\Delta(G_{aug}^0(j\omega; p_{su})) < 1 \quad (3.17)$$

であると仮定する.  $J(p_{su})$  は, 式 (3.16) の  $\mu_\Delta(G_{aug}^\alpha(j\omega; p_{su}))$  を用いると,  $\alpha$  を 0 から増加させていったときに

$$\max_\omega \mu_\Delta(G_{aug}^\alpha(j\omega; p_{su})) = 1 \quad (3.18)$$

となる最小の  $\alpha (= \alpha_{min})$  を用いて,

$$J(p_{su}) = \frac{1}{\alpha_{min}} \quad (3.19)$$

と計算される. 詳細は付録 C に示す.

式 (3.12) の  $p_{su}^{opt}$  は, 式 (3.18), (3.19) により計算される  $J(p_{su})$  の値を用いて, Nelder-Mead Simplex 法といった直接探索法 (Direct Search Method) などの数値最適化法を利用して求められる.

### 3.3 ロバスト性能向上のための回路構成の考察

#### 3.3.1 LR シヤント回路にみるロバスト性能指標に基づく回路素子値チューニング

本節では, 図 3.4 に示す LR シヤント回路を用いた場合の, ロバスト性能指標に基づく回路素子値のチューニング結果を示す. 平板と圧電素子の物理パラメータおよびモードパラメータは次節に示す. なお, 制振対象は 1 次モードとする. モデルの不確かさとしては, 製品のばらつきや使用環境の変化 (温度変化など) を考慮して, モードパラメータと圧電素子のキャパシタンス,  $\omega_1^2$ ,  $2\zeta_1\omega_1$ ,  $1/C_p^S$  に, それぞれ  $\pm 20\%$ ,  $\pm 50\%$ ,  $\pm 10\%$  の不確かさが



加法的に存在するとした。  $\omega_1^2$  の  $\pm 20\%$  という不確かさは、  $\omega_1$  に換算して約  $\pm 10\%$  の不確かさに対応し、  $+30[^\circ\text{C}]$  から  $+40[^\circ\text{C}]$  の温度変化による板の固有振動数の変化から決定した。  $2\zeta_1\omega_1$  の  $\pm 50\%$  という不確かさは、一般に減衰率の不確かさは大きく実験的に同定するほかないことから、このような値とした。  $1/C_p^S$  の  $\pm 10\%$  という不確かさは、圧電素子の誘電率  $\epsilon_{33}/\epsilon_0$  のばらつきのカタログ値  $2000 \pm 300$  (表 3.1) から決定した ( $C_p^S$  は  $\epsilon_{33}/\epsilon_0$  に比例する)。比較のために、従来広く用いられている定点理論 (付録 B 参照) によるチューニング結果も示す。

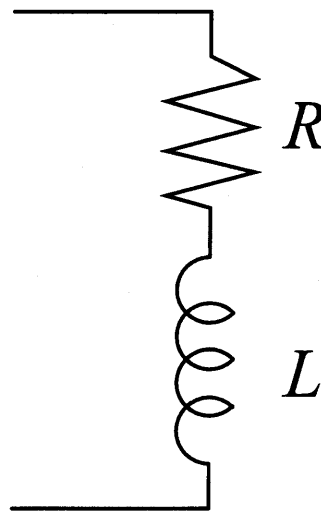


Fig. 3.4 LR shunt circuit

得られた素子値を用いた場合の、外力からモード振幅まで ( $f \mapsto \eta_1$ ) のゲイン線図を、図 3.5 (定点理論)、図 3.6 (ロバスト性能指標に基づくチューニング) に示す。なお、得られた素子値は図中左上に示してある。破線と実線はそれぞれ、誤差を 0 とした場合の開ループ系と閉ループ系のゲイン線図である。一点鎖線は誤差がある場合の閉ループ系のゲイン線図であり、誤差の組み合わせの中で最悪値を与えるものを代表として示してある ( $\omega_1^2$ ,  $2\zeta_1\omega_1$ ,  $1/C_p^S$  にそれぞれ  $+20\%$ ,  $+50\%$ ,  $-10\%$  の誤差が生じた場合)。なお、図中に開ループピークゲインと閉ループピークゲインの比 [dB] を示してある。

図 3.5, 3.6 より、定点理論による結果は、ノミナルモデルに対する性能に優れるものの誤差により性能が大きく劣化しているのに対し、ロバスト性能指標による結果は、ノミナルモデルに対する性能は定点理論の場合と比べて劣るものの誤差による性能劣化が小さく抑えられている。このことは、定点理論の場合では  $J(p_{su}) = 7.51 \times 10^{-5}$ 、ロバスト性能指標による場合では  $J(p_{su}) = 5.25 \times 10^{-5}$  であることから確認できる。

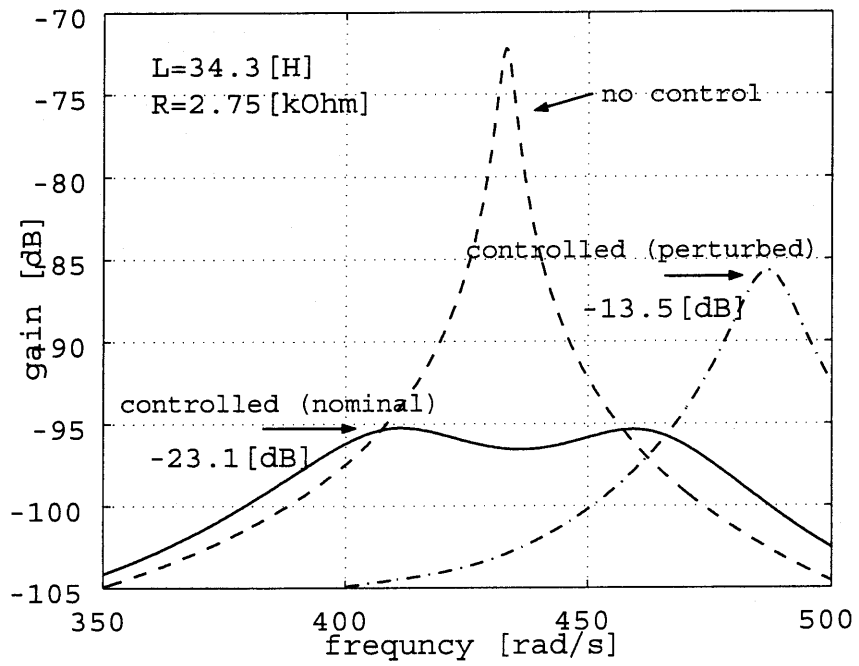


Fig. 3.5 LR shunt: Fixed point

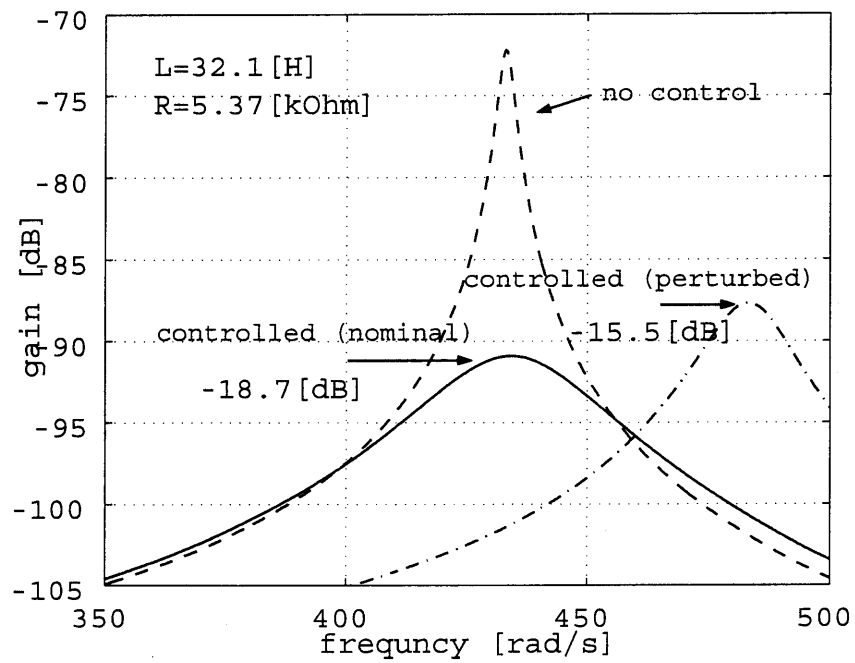


Fig. 3.6 LR shunt: Robust performance

### 3.3.2 周波数特性からみたロバスト性能向上のための回路構成

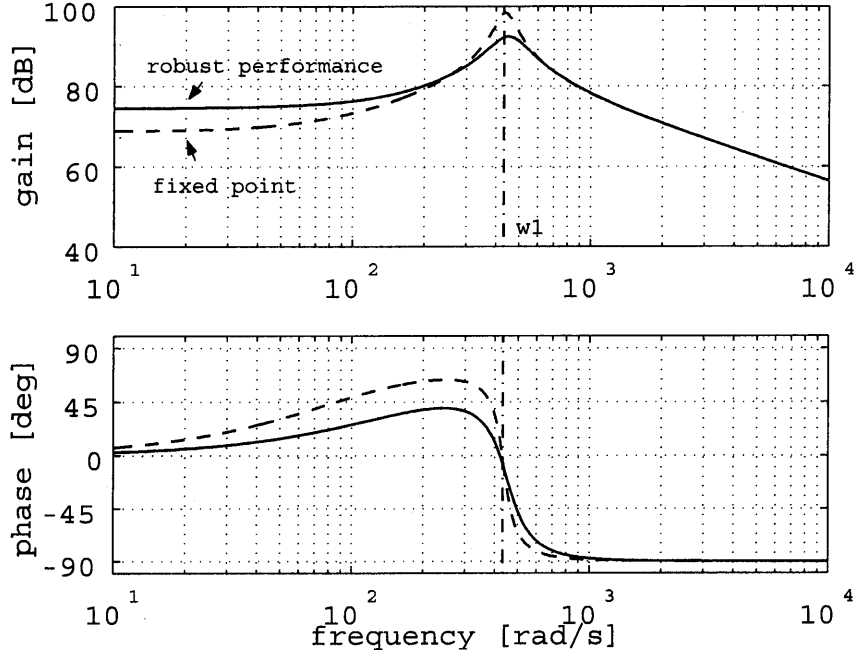


Fig. 3.7 Bode diagram of  $Z_{el}(s)$ : LR shunt circuit

本節では前節のLR回路におけるパラメータのチューニング結果をもとに、ロバスト性能向上のための回路構成の指針を考える。議論を明確にするため、制振対象は1次モードとして以降の説明を行なう。第2章で述べたように、システムはコントローラ  $f_p(s) = \psi_1^2 Z_{el}(s) \hat{\eta}_1(s)$  による速度フィードバックとして解釈できるので、ここでは  $Z_{el}(s)$  の特性からロバスト性能向上の理由を考察する。前節のLR回路において、定点理論とロバスト性能指標によりチューニングされた  $L, R$  値を用いた場合の  $Z_{el}(s)$  のボード線図を図3.7に示す。破線と実線は、それぞれ定点理論とロバスト性能指標を用いた場合を表し、一点鎖線で一次モードの固有角振動数  $\omega_1$  を示してある。図からわかるように、定点理論、ロバスト性能指標を用いた場合ともに、 $Z_{el}(s)$  は周波数  $\omega_1$  付近でゲインが最大、位相が  $0[\text{deg}]$  となっている。このことから、この周波数で  $f_p(s) = \psi_1^2 Z_{el}(s) \hat{\eta}_1(s)$  が純粋な速度フィードバックとして効果的に働くことがわかる。 $Z_{el}(s)$  について、定点理論の場合とロバスト性能指標の場合で比較すると、 $\omega_1$  付近のゲインは定点理論を用いた場合の方が大きいため、モデル化誤差がない場合には大きな制振効果が期待できる。一方、 $\omega_1$  近傍の位相の傾きは、ロバスト性能指標を用いた場合の方が小さく抑えられている。このことにより、ロバスト性能指標を用いた場合は、 $Z_{el}(s)$  の位相が  $\omega_1$  近傍のより広い帯域で  $0[\text{deg}]$  付近にとどまるた

め、ロバスト性能の向上がなされたと解釈できる。

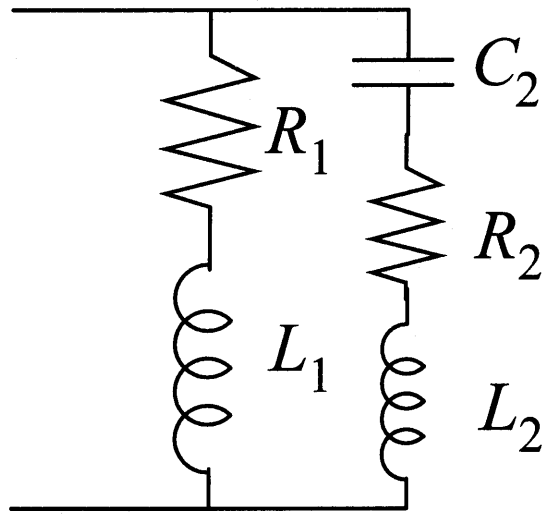
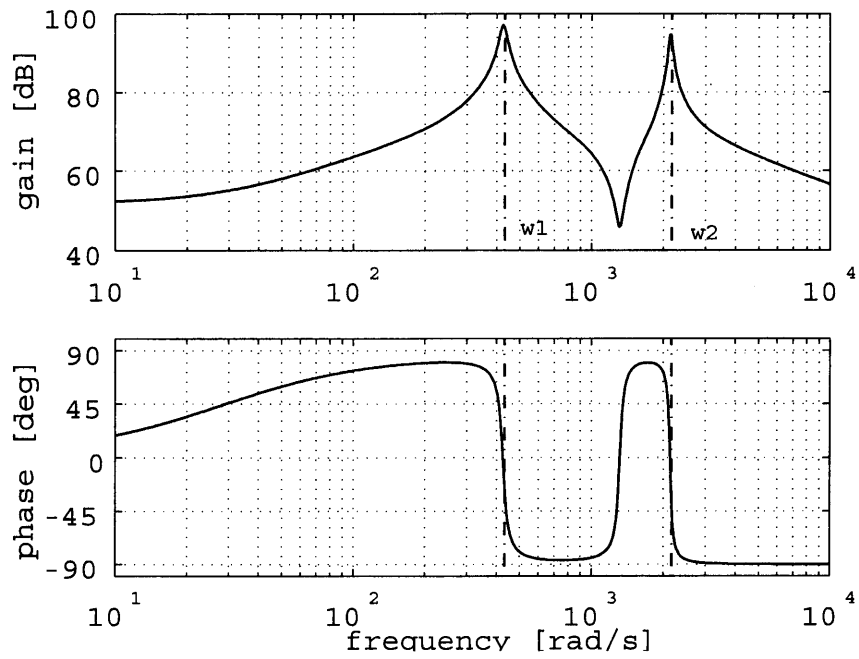


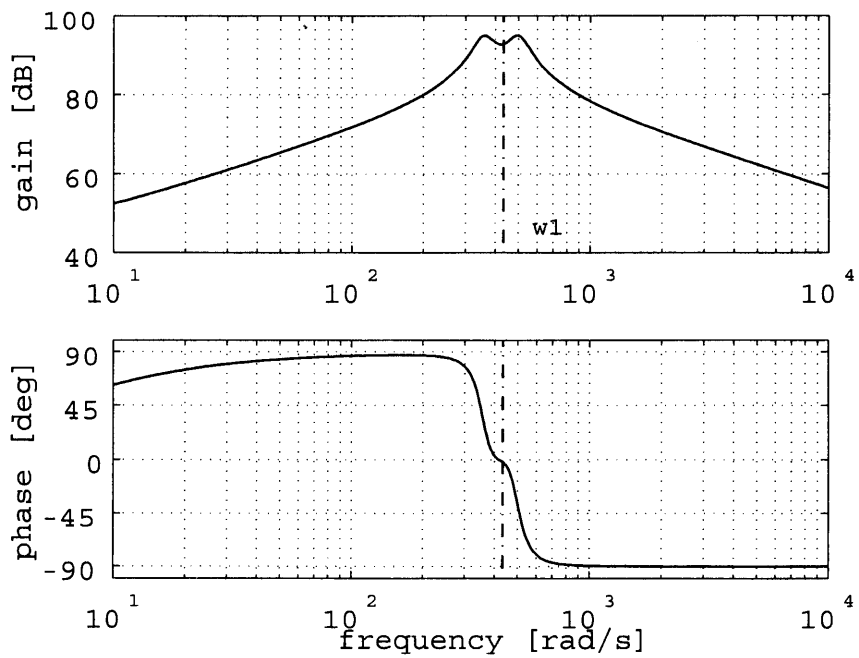
Fig. 3.8 LR-LRC shunt circuit

上記のような観点からロバスト性能の向上が期待できるパッシブシャント回路の一つとして、図 3.8 に示す LR-LRC 回路が考えられる。LR-LRC 回路は、従来複数のモードの制振に用いられている回路であり、LR 回路に対し LRC 回路が並列に接続されたものである。1 次、2 次モードを制振対象としてチューニングされた LR-LRC 回路を用いた場合の、 $Z_{el}(s)$  のボード線図を図 3.9 に示す。図 3.9 からわかるように、 $Z_{el}(s)$  は 2 つの位相 0[deg] のところでゲインがピークをもっており、ピークの周波数を制振対象のモードの固有振動数  $\omega_1, \omega_2$  に合わせることで、複数モードの制振を行なうことができる。前述したように、ロバスト性能向上のために  $Z_{el}(s)$  がもつべき特性は、制振対象の固有振動数付近でゲインが大きく、位相が 0[deg] の帯域が広く確保されていることである。そこで、LR-LRC 回路を用いた場合の  $Z_{el}(s)$  の特性に着目すると、2 つのピークを適切に近づければ、ロバスト性能の向上がなされることが考えられる。

1 次モードを対象に、LR-LRC シャント回路をロバスト性能指標によりチューニングした場合の  $Z_{el}(s)$  のボード線図を図 3.10 に示す。チューニングされた結果は、予想されたように 2 つのピークが近づき、ゲインが大きく位相が 0[deg] 付近の帯域が広く確保されている。またこのときの  $f \mapsto \eta_1$  のゲイン線図を図 3.11 に示す。破線と実線は、それぞれノミナルモデルに対する開ループと閉ループゲイン線図であり、一点鎖線は誤差 (図 3.5, 3.6 の場合と同様) があるときの閉ループゲイン線図である。また、この場合  $J(p_{su}) = 3.47 \times 10^{-5}$  である。図 3.11 より、図 3.5, 3.6 の LR 回路の場合と比較して、LR-LRC 回路によりロバスト性能の向上が確認できる。



**Fig. 3.9** Bode diagram of  $Z_{el}(s)$ : LR-LRC shunt circuit (for 2-mode control)



**Fig. 3.10** Bode diagram of  $Z_{el}(s)$ : LR-LRC shunt circuit (for robust control)

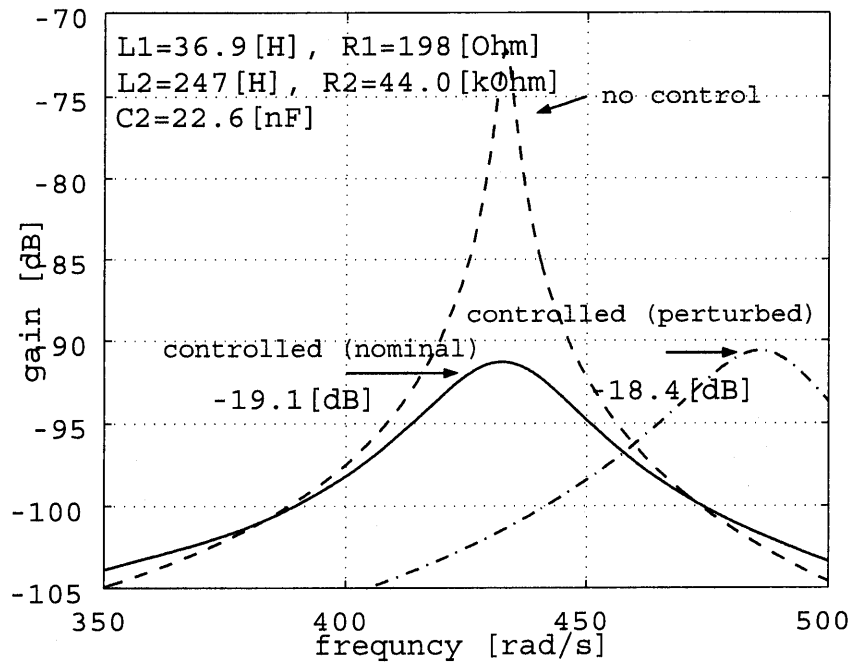


Fig. 3.11 LR-LRC shunt: Robust performance

### 3.4 実験

図 3.12 に示す鋼製の平板を用いて実験を行なった. 圧電素子 (富士セラミックス製 C-6) は, 図に示すように平板の中央にエポキシ系の接着剤で貼付けた. 数値例ならびに実験で用いた平板と圧電素子の材料定数を表 3.1 に示す. また, モードパラメータおよび圧電素子の拘束静電容量を表 3.2 に示す. 実験は, 図 3.12 の EP 点 (100[mm], 80[mm]) をインパルスハンマで打撃し, MP 点 (275[mm], 180[mm]) の変位をレーザセンサで計測して周波数応答を求めた. 1 次モードを制振対象とし, シャント回路は前章の 3 種類 (LR: 定点理論, LR: ロバスト性能指標, LR-LRC: ロバスト性能指標) を用いてチューニングを行なった. なお, シャント回路のインダクタは, インダクタンス値が非常に大きいということとチューニングの利便性を考えて, オペアンプを利用した電子インダクタ (synthetic inductor)[17] を用いた.

はじめに, ノミナル性能を調べる. 図 3.13 に, 表 3.2 に示すノミナル値を用いてチューニングしたシャント回路を用いたときの, EP 点から MP 点の変位までのゲイン線図を示す. 図中, 破線は開ループのものであり, 点線, 一点鎖線, 実線は, それぞれ, 定点理論を用いた LR シャント回路, ロバスト性能指標を用いた LR 回路, ロバスト性能指標を用いた LR-LRC 回路を用いた場合の開ループゲイン線図である. また図中に開ループゲインと閉

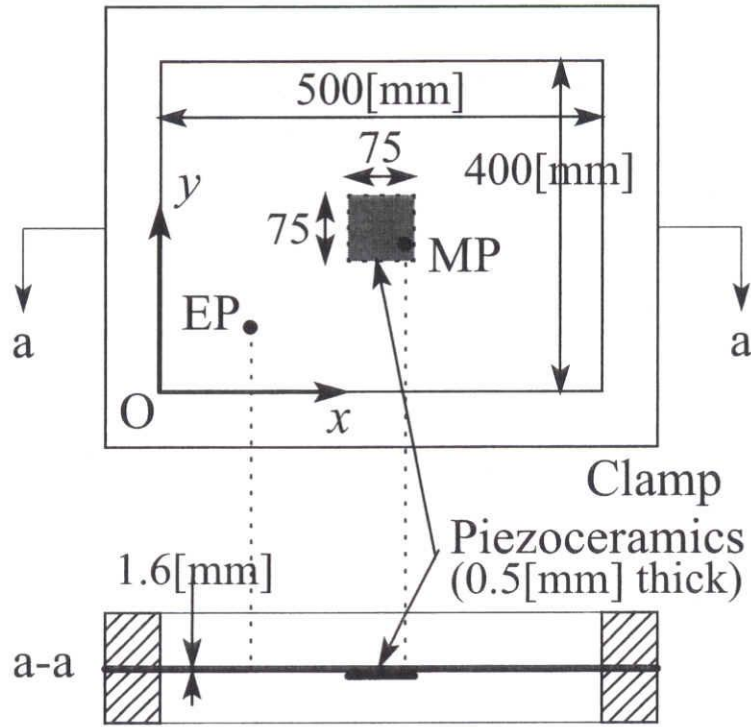


Fig. 3.12 Experimental setup for shunt damping

Table 3.1 Material properties

Plate (steel)			
Mass density	$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	$7.86 \times 10^3$
Young's modulus	$Y$	[GPa]	205
Poisson's ratio	$\nu$		0.3
Piezoelectric ceramics			
Mass density	$\rho_p$	[kg/m <sup>3</sup> ]	$7.4 \times 10^3$
Young's modulus	$Y_p$	[GPa]	58
Poisson's ratio	$\nu_p$		0.35
Piezoelectric const.	$d_{31}$	[pC/N, pm/V]	195
Permittivity	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$		$2000 \pm 300$

Table 3.2 Experimental parameters

Natural frequency	$\hat{\omega}_1$ [rad/s]	$4.33 \times 10^2$
Modal damping ratio	$\hat{\zeta}_1$	$4 \times 10^{-3}$
Capacitance	$\hat{C}_p^S$ [nF]	$1.52 \times 10^2$
Coupling coefficient	$\psi_1$ [C/(\sqrt{kg} m), N/(\sqrt{kg} V)]	$2.54 \times 10^{-2}$

ループゲインの比 [dB] が示してある。図 3.14 は、図 3.13 に対応する時間応答 (インパルス応答) であり、上から順に制御無し、定点理論を用いた LR シヤント回路、ロバスト性能指標を用いた LR 回路、ロバスト性能指標を用いた LR-LRC 回路の場合に対応している。なお、逆フーリエ変換を用いる際に高周波をカットすることで、2 次モード以上の周波数成分は表示していない。

次に、ロバスト性能の確認を行なう。実験では、実験装置の物理パラメータを指定通りに変動させることが困難であるため、設計時のノミナル値を表 2 の値から意図的に変動 ( $\omega_1^2$ ,  $2\zeta_1\omega_1$ ,  $1/C_p^S$  を、それぞれ +20%, +50%, -10%) させてシヤント回路のチューニングを行ない、それを実対象に適用することでロバスト性能の確認とした。なお上記の変動は、 $\omega_1^2$ ,  $2\zeta_1\omega_1$ ,  $1/C_p^S$  が、設計で用いたノミナル値に対して、それぞれおよそ -20%, -50%, +10% 変動した場合に相当する。結果を図 3.15 に示す。図中の破線、点線、一点鎖線、実線は図 3.13 と同様である。また、対応する時間応答 (インパルス応答) を図 3.16 に示す。

図 3.13 と図 3.15 より、定点理論による結果は、モデルに誤差がない場合 (図 3.13) の性能は優れているが、モデルに誤差がある場合 (図 3.15) には性能劣化が大きい。これに対してロバスト性能指標を用いた場合には、誤差がない場合の性能は定点理論を用いた場合に比べて劣るものの、誤差による性能劣化は小さく抑えられている。また、ロバスト性能指標を用いた場合、LR シヤント回路と LR-LRC シヤント回路の結果を比較すると、ノミナルの場合、誤差がある場合ともに LR-LRC 回路の方が優れており、3.3.2 節で議論した回路構成の有効性が期待できる。



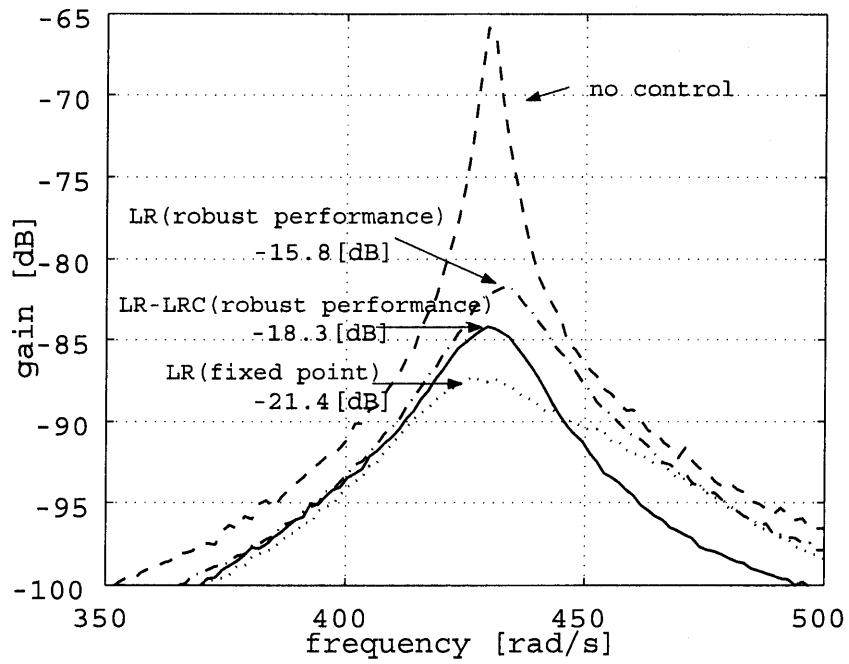


Fig. 3.13 Experimental results (tuned by using nominal parameters)

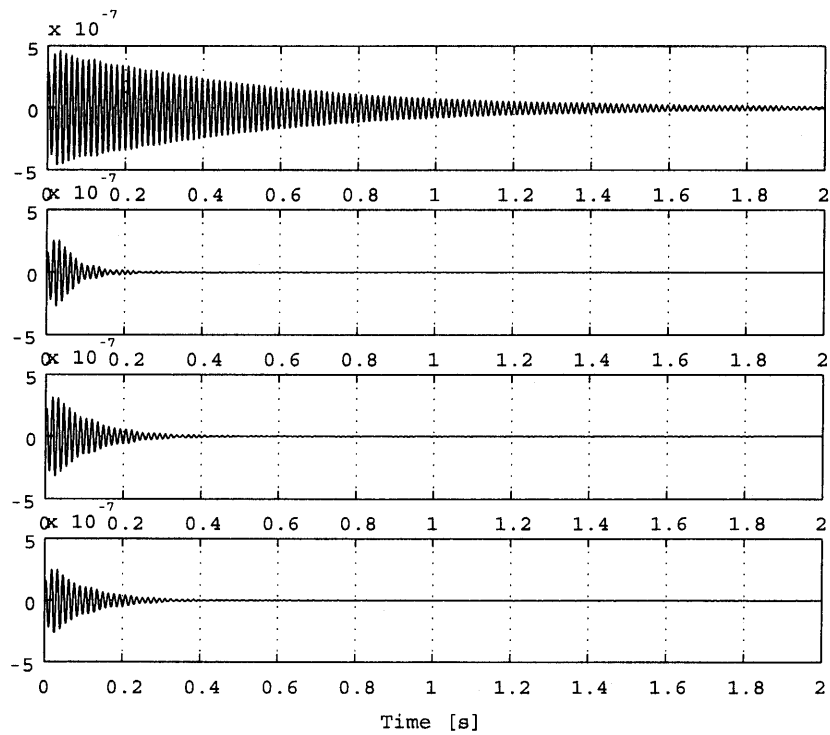


Fig. 3.14 Impulse response (tuned by using nominal parameters): no control, LR(fixed point theory), LR(robust performance), LR-LRC(robust performance)

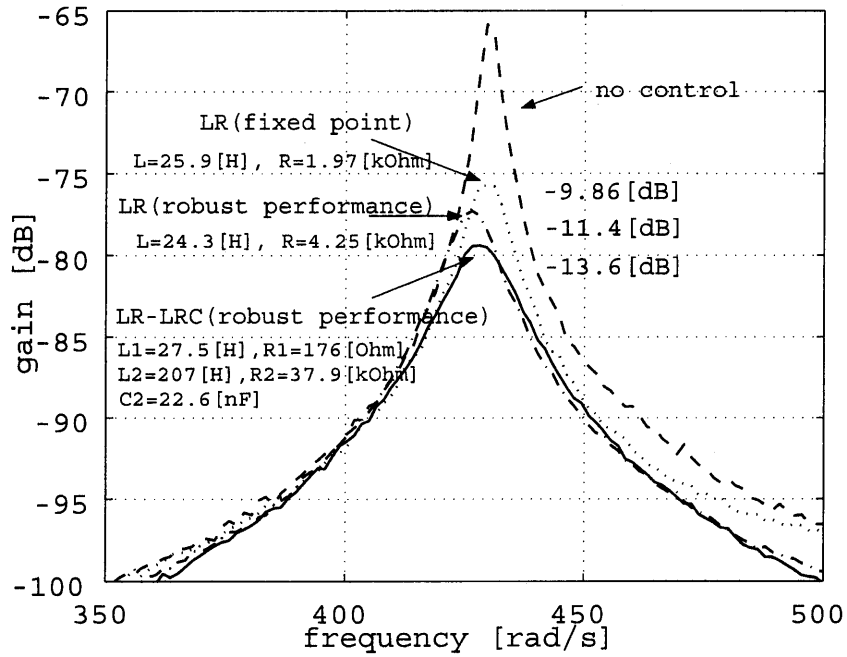


Fig. 3.15 Experimental results (tuned by using perturbed parameters)

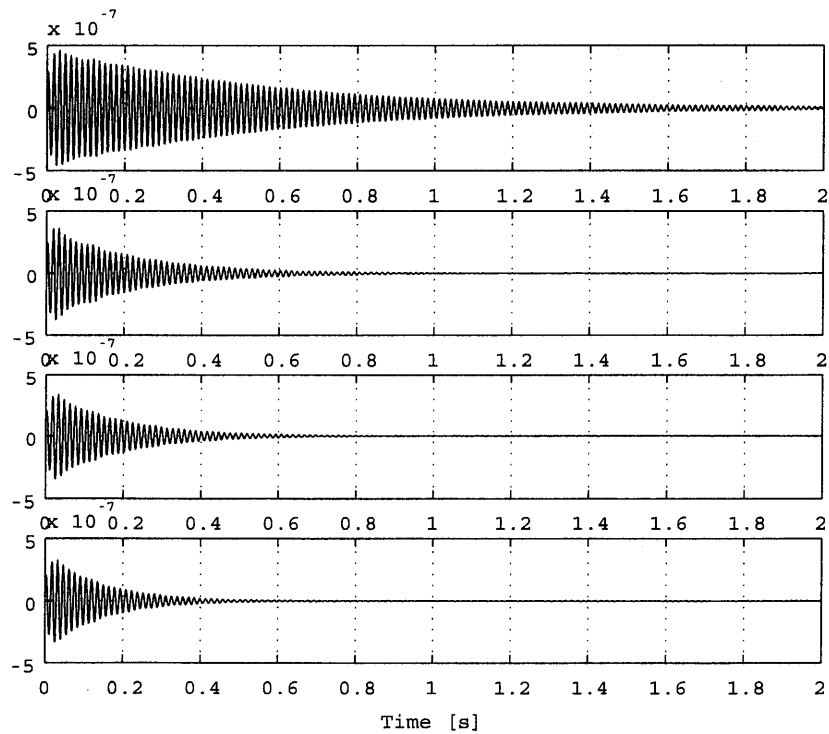


Fig. 3.16 Impulse response (tuned by using perturbed parameters): no control, LR(fixed point theory), LR(robust performance), LR-LRC(robust performance)

### 3.5 結言

本章では、圧電素子を用いたシャントダンピングを考え、ロバスト性能の向上という観点からシャント回路素子のチューニング方法、ならびに回路構成方法に関する考察を行なった。はじめにロバスト性能の指標として、許容される全ての不確かさに対する閉ループ伝達関数のピークゲインの最大値を考え、その計算アルゴリズムを示した。次に、従来広く用いられている LR 回路のチューニング結果を、定点理論と提案手法で比較する事により、ロバスト性能向上のための回路特性を考察した。さらに、その一つの実現例として、本来 2 モード制振のための LR-LRC 回路を単一モードのロバスト制振に適用することを提案した。最後に、提案手法の有効性を実験により確認した。

今後の課題は、ロバスト性能のさらなる向上のためのシャント回路構成法の考察や、本手法の複数モードの制振への拡張などである。

## 第4章

# 分割ピエゾフィルムを用いた平板の振動 モードフィルタリング

### 4.1 緒言

本章では、多数に分割した圧電素子を考え、分割された圧電素子の各セグメントから観測される電圧にソフトウェア的な重み付けをほどこすことによりモードセンサ/アクチュエータを実現する手法を提案する [41]. 圧電素子としては、特に柔軟構造物への貼付が容易なピエゾフィルムを考え、主にセンサとしての利用を想定し、モード振幅のセンシング (モードフィルタリングと呼ぶ) を考える. この手法は、物理的に圧電素子を整形するものでないため、得られた信号から同時に複数のモードを抽出することができ、また、モード形状の変動に対しても単に重みの変更のみで対応することができる. さらに、圧電素子を厚み方向に整形する代わりにセンサ信号をソフトウェア的に重み付けする手法であるため、2次元構造物への適用も容易である. ただし、得られる信号は分割領域のひずみの積分値であるため、空間的に離散的な情報しか得ることができず、原理的に計測対象モード以外のモードの信号が分割数に依存して混入する (空間エイリアシングと呼ぶ). 本章では、特に、電極を等分割したピエゾフィルムを単純支持または固定された長方形平板に貼付した状況を想定し、重み付けの方法ならびに空間エイリアシングの影響について考察する. 手法の有効性は実験により検証する. なお、分割センサを利用した類似の研究として、Sun ら [42] のものがあるが、そこでは、重みの決定法について十分な議論がなされておらず、また、空間エイリアシングについては考えられていない. また、手法の検証も数値シミュレーションにとどまっている.

本章の構成は以下のとおりである. 第2節では、対象モデルとそのモデル化について

述べる。第3節では、モードフィルタリングの概要、ならびに、重み行列の決定法と空間エイリアシングについて議論する。第4節は実験であり、第5節はまとめと今後の課題である。

## 4.2 対象モデル

本研究では、図4.1に示すような、電極が分割されたPVDF(ポリフッ化ビニリデン)などの piezofilm を貼付した長方形平板を考える。なお、piezofilm の電極はエッチングなどにより容易に分割することができる。以降では問題を明確にするため、平板の4辺は単純支持または固定端、piezofilm の電極は  $x$  方向に  $N_x$ ,  $y$  方向に  $N_y$  に等分割されているものとする。

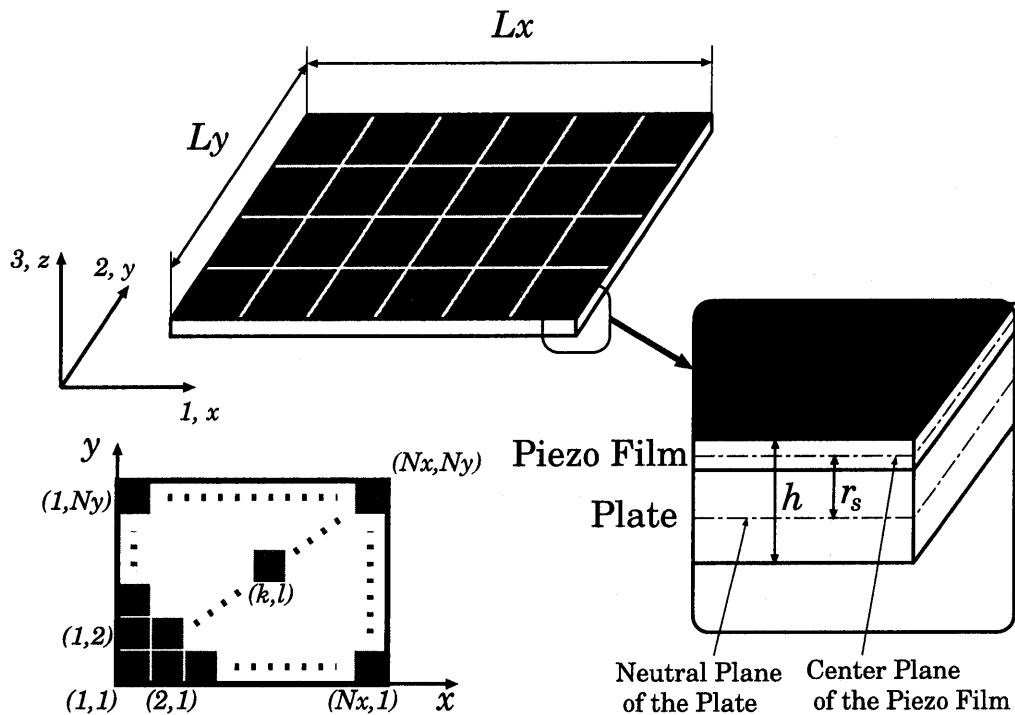


Fig. 4.1 Plate covered with piezoelectric film

はじめに、平板の運動方程式を求める。位置  $(x, y)$  における、 $z$  方向の変位と外力を、それぞれ、 $u_3(x, y, t)$  と  $f_3(x, y, t)$  とすると、平板の曲げ振動の運動方程式は次式で与えられる [32, 31].

$$\left( \rho h \frac{d^2}{dt^2} + c \frac{d}{dt} + D \Delta \Delta \right) u_3(x, y, t) = f_3(x, y, t) \quad (4.1)$$

ここで  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  はラプラシアンであり,  $\rho, h, c, D$  は, それぞれ等価質量密度, 板の厚さ, 等価粘性係数, 等価曲げ剛性である. 変位  $u_3(x, y, t)$  は, モード展開によって, 時間に関する項と空間に関する項に変数分離することができる [32, 43].

$$u_3(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y) \quad (4.2)$$

ここで,  $m, n$  はそれぞれ  $x, y$  方向のモード次数を表し,  $\eta_{mn}(t)$  は  $mn$  次モードのモード振幅を表す.  $\phi_{mn}(x, y)$  は  $mn$  次モードのモード形状関数であり, 単純支持, 固定端の場合, それぞれ以下で与えられる.

#### 4 辺単純支持[32, 43]

$$\phi_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{L_x} \sin \frac{n\pi y}{L_y} \quad (4.3)$$

#### 4 辺固定端[44]

この場合, モード形状関数は閉じた形では得られないため [45], ここでは, 両端固定のはりのモード形状関数の積として近似する.

$$\phi_{mn}(x, y) = \phi_m(x)\phi_n(y) \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \phi_m(x) &:= (\sin \beta_m x - \sinh \beta_m x) - \frac{\sin \beta_m L_x - \sinh \beta_m L_x}{\cos \beta_m L_x - \cosh \beta_m L_x} (\cos \beta_m x - \cosh \beta_m x) \\ \phi_n(y) &:= (\sin \beta_n y - \sinh \beta_n y) - \frac{\sin \beta_n L_y - \sinh \beta_n L_y}{\cos \beta_n L_y - \cosh \beta_n L_y} (\cos \beta_n y - \cosh \beta_n y) \end{aligned}$$

ここで,  $\beta_m, \beta_n$  はそれぞれ  $\cos \beta_m L_x \cosh \beta_m L_x = 1, \cos \beta_n L_y \cosh \beta_n L_y = 1$  を満たす定数である.

次に, ピエゾフィルム各電極が発生する電圧を求める. 図 4.1 左下に示すように,  $x$  方向に  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, N_x$ ),  $y$  方向に  $l$  ( $l = 1, 2, \dots, N_y$ ) の位置にある  $(k, l)$  番目のセグメントが発生する電圧  $v^{kl}(t)$  は次式で与えられる [32].

$$v^{kl}(t) = \frac{1}{A^{kl}} \iint_{A^{kl}} -h_s \left[ h_{31} r_s \frac{\partial^2 u_3(x, y, t)}{\partial x^2} + h_{32} r_s \frac{\partial^2 u_3(x, y, t)}{\partial y^2} \right] dx dy \quad (4.5)$$

ここで,  $A^{kl}$  は  $(k, l)$  セグメントの存在領域,  $h_s$  はピエゾフィルム厚さ,  $r_s$  は図 4.1 に示すようにピエゾフィルムの中央面と平板の曲げ中立面との距離であり,  $h_{31}, h_{32}$  は圧電応力定数である. 式 (4.5) に式 (4.2) を代入すると,  $v^{kl}(t)$  のモード展開を用いた表現,

$$v^{kl}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{mn}(t) \psi_{mn}^{kl} \quad (4.6)$$

ただし,

$$\psi_{mn}^{kl} = \frac{1}{A^{kl}} \iint_{A^{kl}} -h_s \left[ h_{31} r_s \frac{\partial^2 \phi_{mn}(x, y)}{\partial x^2} + h_{32} r_s \frac{\partial^2 \phi_{mn}(x, y)}{\partial y^2} \right] dx dy \quad (4.7)$$

が得られる. 最後に, 式(4.6)をベクトル表記すれば, センサ方程式

$$\mathbf{v}(t) = \Psi \boldsymbol{\eta}(t) \quad (4.8)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(t) &:= [v^{11}(t) \ v^{12}(t) \ \cdots \ v^{kl}(t) \ \cdots \ v^{N_x N_y}(t)]^T \\ \boldsymbol{\eta}(t) &:= [\eta_{11}(t) \ \eta_{12}(t) \ \eta_{21}(t) \ \eta_{13}(t) \ \eta_{22}(t) \ \eta_{31}(t) \ \eta_{14}(t) \ \cdots \ \eta_{mn}(t) \ \cdots]^T \\ \Psi &:= [\psi_{11} \ \psi_{12} \ \cdots \ \psi_{mn} \ \cdots] \\ \psi_{mn} &:= [\psi_{mn}^{11} \ \psi_{mn}^{12} \ \cdots \ \psi_{mn}^{kl} \ \cdots \ \psi_{mn}^{N_x N_y}]^T \end{aligned}$$

が得られる.  $\Psi$ を単位モードセンシング信号行列,  $\psi_{mn}$ を $mn$ 次モード単位モードセンシング信号ベクトルと呼ぶこととする.

## 4.3 モードフィルタリング

### 4.3.1 原理

単位モードセンシング信号行列  $\Psi$ を既知とし, 観測されるセンサ信号ベクトル  $\mathbf{v}(t)$ に 適当な重み行列  $W$ をかけて特定のモード振幅ベクトル  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ を抽出する, すなわち,

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t) = W \mathbf{v}(t) \quad (4.9)$$

を考える. ここで,  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t)$ はセンサ信号を用いた  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ の推定値である. なお, センサ信号  $\mathbf{v}(t)$ の数は  $N_x \times N_y$ であるので, 独立に抽出可能なモード  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ の数はたかだか  $N_x \times N_y$ であることに注意する. 以降では,  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ の次元は  $N_x \times N_y$ 以下とする.

次に, 式(4.9)の重み  $W$ の決定法について述べる. 式(4.8)を  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ に対応した分割を用いた表現で表すと,

$$\mathbf{v}(t) = \Psi_s \boldsymbol{\eta}_s(t) + \Psi_\infty \boldsymbol{\eta}_\infty(t) \quad (4.10)$$

となる. ただし,  $\boldsymbol{\eta}_\infty(t)$ は,  $\boldsymbol{\eta}(t)$ から  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ を除いて構成されるベクトルであり,  $\Psi_s$ と  $\Psi_\infty$ は, それぞれ,  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ と  $\boldsymbol{\eta}_\infty(t)$ に対応する単位モードセンシング信号ベクトルをなら

べて構成される行列である。式(4.10)からわかるように、 $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ に起因して発生する電圧は $\Psi_s \boldsymbol{\eta}_s(t)$ であるので、推定値 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t)$ の自然な評価として

$$\min_{\hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t)} \|\boldsymbol{v}(t) - \Psi_s \hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t)\|^2 \quad (4.11)$$

が考えられる。 $\Psi_s$ が列フルランクであれば、式(4.11)は一意解をもち、その最小値は、

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_s^{min}(t) = (\Psi_s^T \Psi_s)^{-1} \Psi_s^T \boldsymbol{v}(t) \quad (4.12)$$

で与えられる。式(4.9)、(4.12)を比較する事により、モードフィルタリングのための重み行列の候補として

$$W = (\Psi_s^T \Psi_s)^{-1} \Psi_s^T \quad (4.13)$$

を得る。なお、以下の点に注意する。

[注1] 推定可能なモード $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ の次元はたかだか $\dim(\boldsymbol{v}(t)) = N_x \times N_y$ であり、また、 $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ として選べるものは、対応する単位モードセンシング信号ベクトル $\boldsymbol{\psi}_{mn}$ が互いに1次独立となるもののみである。

[注2] 式(4.9)に式(4.10)を代入すると、

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t) = \boldsymbol{\eta}_s(t) + W \Psi_\infty \boldsymbol{\eta}_\infty(t) \quad (4.14)$$

となることからわかるように、 $\boldsymbol{\eta}_\infty(t) \equiv \mathbf{0}$ の場合には $\hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t) = \boldsymbol{\eta}_s(t)$ である。 $\boldsymbol{\eta}_\infty(t) \neq \mathbf{0}$ の場合には、 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t)$ には推定対象モード $\boldsymbol{\eta}_s(t)$ 以外に、 $\boldsymbol{\eta}_\infty(t)$ の影響が含まれる。この原因は、連続関数であるモード形状関数 $\phi_{mn}(x, y)$ の情報を、 $N_x \times N_y$ 個のサンプル点での値 $\boldsymbol{\psi}_{mn} \in R^{N_x N_y}$ に置き換えたことにあり、その意味で、式(4.14)の右辺第2項を空間エイリアシングモードと呼ぶ。

### 4.3.2 重み行列と空間エイリアシングの考察

本小節では、具体例として、4辺単純支持と4辺固定端を考え、単位モードセンシング信号ベクトル $\boldsymbol{\psi}_{mn}$ の性質と式(4.14)における空間エイリアシングの影響について議論する。

#### 4辺単純支持の場合

この場合、モード形状関数は式(4.3)であるので、式(4.7)より、 $mn$ 次モードの単位モードセンシング信号ベクトルの要素 $\psi_{mn}^{kl}$ は

$$\psi_{mn}^{kl} = 4N_x N_y S_{mn} \sin \frac{m\pi}{2N_x} \sin \frac{n\pi}{2N_y} \sin \frac{m\pi(2k-1)}{2N_x} \sin \frac{n\pi(2l-1)}{2N_y}, \quad (4.15)$$



ただし,

$$S_{mn} = \frac{h_s}{mn} \left[ h_{31} r_s \left( \frac{m}{L_x} \right)^2 + h_{32} r_s \left( \frac{n}{L_y} \right)^2 \right]$$

となる. この場合,  $\psi_{mn}$  は以下の性質を有する (証明は付録 D 参照).

$$\psi_{m_d n_d}^T \psi_{mn} = \begin{cases} 0 & \text{either of} \\ & \text{(a): } m \pmod{2N_x} \neq \pm m_d \\ & \text{(b): } n \pmod{2N_y} \neq \pm n_d \\ & \text{(c): } \frac{m_d}{N_x} \text{ or } \frac{m}{N_x} \text{ is even number} \\ & \text{(d): } \frac{n_d}{N_y} \text{ or } \frac{n}{N_y} \text{ is even number,} \\ \frac{S_{mn}}{S_{m_d n_d}} \psi_{m_d n_d}^T \psi_{m_d n_d} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.16)$$

以降では, 式 (4.16) を用いて, 推定対象の単位モードセンシング信号ベクトルの 1 次独立性と空間エイリアシングの影響を調べる. なお議論を明確にするため, 推定対象モードの候補を低次モードから順に  $N_x \times N_y$  個とする. すなわち,

$$\boldsymbol{\eta}_s = [\eta_{11} \cdots \eta_{N_x,1} \ \eta_{12} \cdots \eta_{N_x,2} \cdots \eta_{1,N_y} \cdots \eta_{N_x,N_y}]^T$$

とする. また, 式 (4.16) との記号の対応のため, 推定対象モードを  $\boldsymbol{\eta}_{m_d n_d}(t)$  ( $m_d \leq N_x$ ,  $n_d \leq N_y$ ) と考える.

はじめに, 推定対象の単位モードセンシング信号ベクトルの 1 次独立性を調べる. このことは, 式 (4.16) において,  $m \leq N_x$ ,  $n \leq N_y$  の場合を考えることで確認できる. 式 (4.16) より, この場合, 推定対象の単位モードセンシング信号ベクトルは互いに直交していることがわかる. このことから,  $\boldsymbol{\eta}_s$  中の  $N_x \times N_y$  のすべてを推定することができる. なお, 単位モードセンシング信号ベクトルの直交性より, この場合逆行列の計算は不要であり, 重み行列は単に

$$W = \text{diag} \left( \frac{1}{\boldsymbol{\psi}_{11}^T \boldsymbol{\psi}_{11}}, \dots, \frac{1}{\boldsymbol{\psi}_{N_x N_y}^T \boldsymbol{\psi}_{N_x N_y}} \right) \boldsymbol{\Psi}_s^T \quad (4.17)$$

により計算できる.

次に, 空間エイリアシングの影響を調べる. 空間エイリアシングの影響は, 式 (4.16) において,  $m > N_x$ ,  $n > N_y$  の場合を考えることで確認できる. なぜならば, 推定値  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{m_d n_d}(t)$  の値は  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_s(t)$  中の対応する行の値により定まるので, 式 (4.14), (4.17) より,  $\boldsymbol{\psi}_{m_d n_d}$  と  $\boldsymbol{\Psi}_\infty$  中の列ベクトル  $\boldsymbol{\psi}_{mn}$  の内積の零, 非零により,  $\boldsymbol{\eta}_{mn}(t)$  が空間エイリアシングとして含まれるかどうか判定できるからである.

$x$  方向の空間エイリアシングの状況を、表 4.1 に示す ( $N_x = 5$  の場合) . 表において、行は推定対象のモード次数  $m_d$  を表し、列は推定モード振幅に含まれるモード次数  $m$  を表している.  $\eta_{m_d n_d}(t)$  に含まれるモードの次数は、第  $m_d$  行における  $\circ$  と  $\times$  で表現されており、 $\times$  が空間エイリアシングの成分に対応している. 例えば、 $m_d = 2$  の推定モード振幅には、 $m = 2$  のモード以外に  $m = 8, 12, 18, 22, \dots$  のモードが含まれる. 表から空間エイリアシングには周期性があることがわかる.  $y$  方向についても、同様の空間エイリアシングが確認される.

Table 4.1 Aliasing pattern in the  $x$  direction: Simply supported case ( $N_x = 5$ )

		$m$																						
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	...
$m_d$	1	$\circ$							$\times$		$\times$								$\times$		$\times$		$\times$	
	2		$\circ$						$\times$			$\times$							$\times$				$\times$	
	3			$\circ$					$\times$				$\times$						$\times$					
	4				$\circ$				$\times$					$\times$					$\times$					
	5					$\circ$				$\times$									$\times$					

#### 4 辺固定端の場合

前述したように、この場合モード形状関数は閉じた形で求めることはできない. ここでは、式 (4.4) で与えられる近似解を用いてその性質を数値的に調べてみる. 次節の実験内容を反映し、 $N_x = 3, N_y = 2$  の分割を考え、推定対象モードの候補は、この場合も低次モードから順に  $N_x \times N_y$  個とする.

Table 4.2 The unit modal sensing signal vector  $\psi_{mn}$  ( $\times 10^4$  [V])

$\psi_{11}$	$\psi_{12}$	$\psi_{21}$	$\psi_{22}$	$\psi_{31}$	$\psi_{32}$
-0.1287	-0.1175	0.1121	0.1362	0.4915	0.5226
-0.1287	0.1175	0.1121	-0.1362	0.4915	-0.5226
0.2573	0.2995	0.0000	0.0000	-0.9829	-1.0174
0.2573	-0.2995	0.0000	0.0000	-0.9829	1.0174
-0.1287	-0.1175	-0.1121	-0.1326	0.4915	0.5226
-0.1287	0.1175	-0.1121	0.1326	0.4915	-0.5226

単位モードセンシング信号ベクトルを、表 4.2 に示す. 表 4.2 より、 $\psi_{31} = -3.82\psi_{11}$ 、 $\psi_{32} = -4.43\psi_{12}$  であり、互いに 1 次従属である. 4.3.1 節の [注 1] に注意すると、この場合推定対象モードとしては 4 個しか選ぶ事ができないことがわかる. ここでは、 $\eta_s =$

$[\eta_{11} \ \eta_{12} \ \eta_{21} \ \eta_{22}]^T$  を推定対象とし、式(4.13)の重み行列  $W$  を  $\Psi_s = [\psi_{11} \ \psi_{12} \ \psi_{21} \ \psi_{22}]$  として算出した。

この場合の  $x$  方向の空間エイリアシングの状況を、表 4.3 に示す。表の意味は、表 4.1 の場合と同じである。

**Table 4.3** Aliasing pattern in the  $x$  direction: Clamped case ( $N_x = 3$ )

		$m$										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
$m_d$	1	○		×		×		×		×		×
	2		○		×		×		×		×	

**[注 3]** 上記の 2 例の場合、推定対象  $\hat{\eta}_s(t)$  の各要素には、空間エイリアシングとして  $\eta_\infty(t)$  のすべてが含まれているのではなく、 $\eta_\infty(t)$  の一部のみが周期的に表れている。そのため、推定対象モードと空間エイリアシングモードの固有振動数は比較的離れていることが多く、そのような場合、時間領域のフィルタと併用することにより、空間エイリアシングの影響の低減が期待できる。

## 4.4 実験

### 4.4.1 実験装置

図 4.2 に示すような、PVDF フィルム (Metalized piezo film sheet : Measurement Specialties Inc.) を貼付した PVC プラスチック製の平板 (エスビロン: 積水成形) を用いて実験を行なった。平板と piezo フィルムの諸元を表 4.4 に示す。平板の境界はクランプによって固定されており、piezo フィルムの電極 (Ni/Cu 合金) はエッチング (塩化第二鉄溶液) により  $N_x = 3, N_y = 2$  に分割されている。各セグメントが発生する電圧はボルテージフォロワを介してサンプリングタイム 1[ms] で PC の A/D コンバータより取り込まれる。なお、piezo フィルムセンサ電圧のドリフト防止のために、ボルテージフォロワの手前に抵抗 (3[MΩ]) が並列に挿入されており、これにより piezo 素子のキャパシタンス成分と合わせて CR ローカット特性 (カットオフ周波数 3.3[Hz]) を実現している。平板の加振は、位置  $(0.132L_x, 0.167L_y)$  において先端に突起を取り付けたボイスコイルアクチュエータを用いて行ない、その指令電圧は平滑化のための RC ローパスフィルタ (カットオフ周波数 225[Hz]) を介して PC の D/A コンバータより与えた。

単位モードセンシング信号ベクトルは表 4.2 で与えられている。4.3.2 節で述べたよう

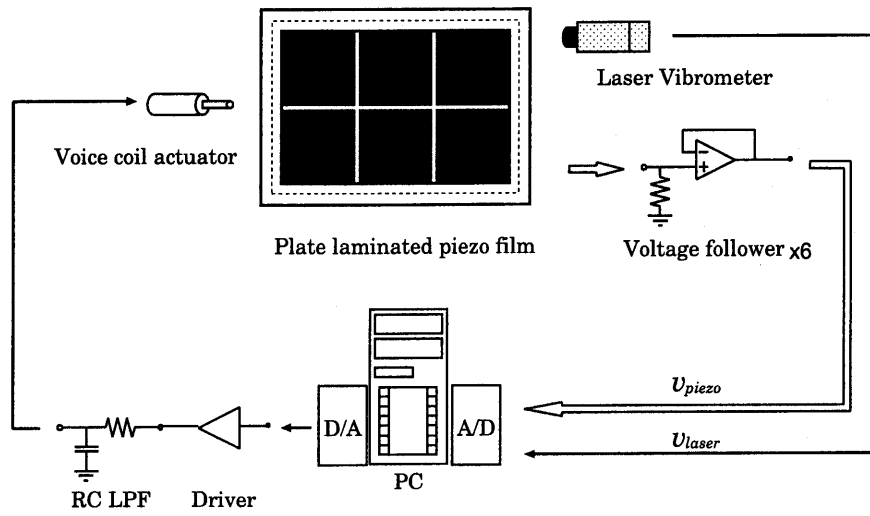


Fig. 4.2 Experimental setup for modal filtering

Table 4.4 Physical parameters

$L_x$	size in the $x$ direction	191	mm
$L_y$	size in the $y$ direction	132	mm
<b>Plate (PVC)</b>			
$h_{sh}$	thickness	0.5	mm
$\rho_{sh}$	mass density	$1.40 \times 10^3$	kg/m <sup>3</sup>
$Y_{sh}$	Young's modulus	2.35	GPa
$\nu_{sh}$	Poisson's ratio	0.38	
<b>Piezoelectric Film (PVDF)</b>			
$h_p$	thickness	28	$\mu\text{m}$
$\rho_p$	mass density	$1.78 \times 10^3$	kg/m <sup>3</sup>
$Y_p$	Young's modulus	2.0	GPa
$\nu_p$	Poisson's ratio	0.2	
$h_{31}$	piezoelectric constant	$432 \times 10^6$	V/m
$h_{32}$	piezoelectric constant	$38 \times 10^6$	V/m

に、この場合、独立な単位モードセンシング信号ベクトルは4本であるので、モード振幅の推定対象は、 $\boldsymbol{\eta}_s = [\eta_{11} \ \eta_{12} \ \eta_{21} \ \eta_{22}]^T$ とした。なお、表4.2に対応するモードの固有振動数は、 $(m, n) = (1, 1), (1, 2); (2, 1), (2, 2); (3, 1)$ モードで、それぞれ、64.7, 155.0; 108.6, 190.8; 173.7[Hz]である。

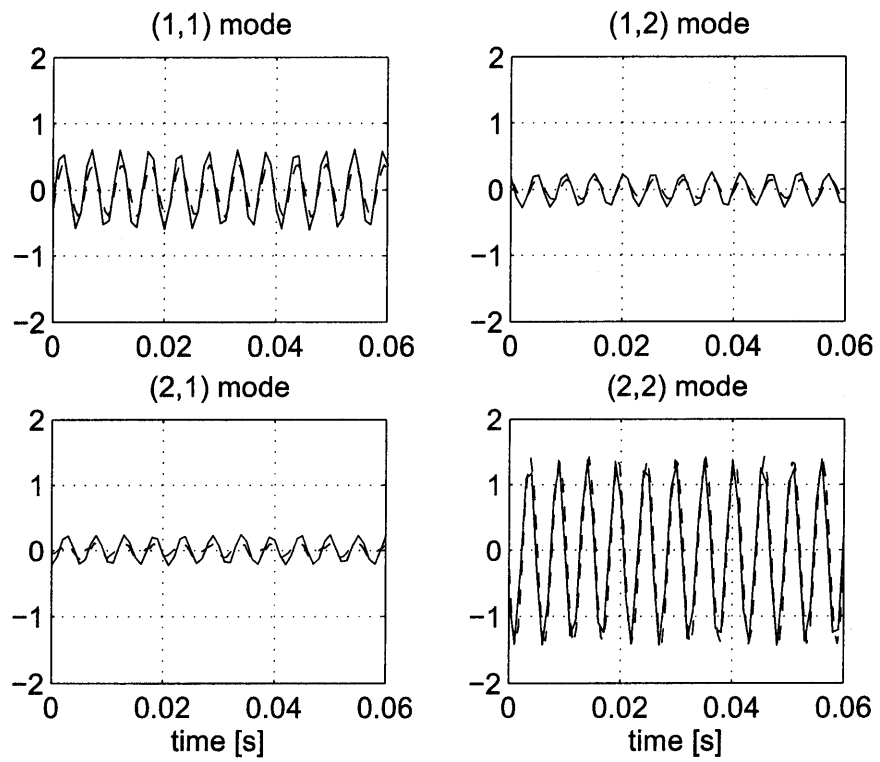
また、結果の評価のために、レーザ変位計(LV-1610:小野測器)によるモード振幅の推定も行なった(詳細は付録E参照)。レーザ変位計は多点同時計測を行なうことができないので、正弦波による定常加振を行ない、観測点の変位を順次観測した後、オフラインで入力信号の情報をを用いて観測信号の同期をとった。なお、後述の加振周波数に対して空間エイリアシングが生じないように十分大きな観測点数を確保するため、 $x$ 方向に等分に $N_\alpha = 5$ 点、 $y$ 方向に等分に $N_\beta = 3$ 点の計15点において計測を行なった。推定対象モードは、低次モードから順に $5 \times 3$ とし、その推定ベクトルを $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{sL}(t)$ と表記する。

#### 4.4.2 実験結果

はじめに、最も単純なケースとして単一モードの固有振動数で定常加振を行ない、ピエゾフィルムセンサから得られるモード振幅推定値とレーザ変位計から得られるモード振幅推定値を比較することによって、ピエゾフィルムセンサによるモード振幅推定値の妥当性を検証する。なお、加振位置は $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)$ のすべてのモードを励起できる位置であり、加振周波数は $(2, 2)$ モードの固有振動数近傍(191.0[Hz])とした。比較のための、レーザ変位計を用いた $\boldsymbol{\eta}_s = [\eta_{11} \ \eta_{12} \ \eta_{21} \ \eta_{22}]^T$ の推定値の計算においては、 $\boldsymbol{\eta}(t) = \hat{\boldsymbol{\eta}}_{sL}(t)$ と考え、式(4.8)、式(4.9)により算出した。

結果を図4.3に示す。図中、実線がピエゾフィルムを用いた場合の推定値であり、破線がレーザ変位計を用いた場合の結果である。図左上から順に、それぞれ、 $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)$ モードのモード振幅を表している。図より、両者はよく一致しており、ピエゾフィルムによるモード振幅の推定値の妥当性が確認された。なお、 $(2, 2)$ モードの固有振動数から離れた $(1, 1)$ モードの推定値に大きな成分が表れているが、これは $(3, 1)$ モードの空間エイリアシングによるものと解釈できる(推定モード中の空間エイリアシングは表4.3を参照)。実際、15点計測を行なったレーザ変位計による推定値 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{sL}(t)$ は、図4.4となっており( $(1, 1) \sim (3, 2)$ モードの推定値のみ図示)、 $(3, 1)$ モードが大きく励起されているのが確認できる。

次に、複数の振動数で加振した場合においてピエゾフィルムを用いたモードフィルタリングを行ない、異なる周波数成分をもつ各モードを分離できることを示す。加振周波数と



**Fig. 4.3** Modal filtering in the case of single-frequency excitation (Solid: Piezo, Dashed: Laser)

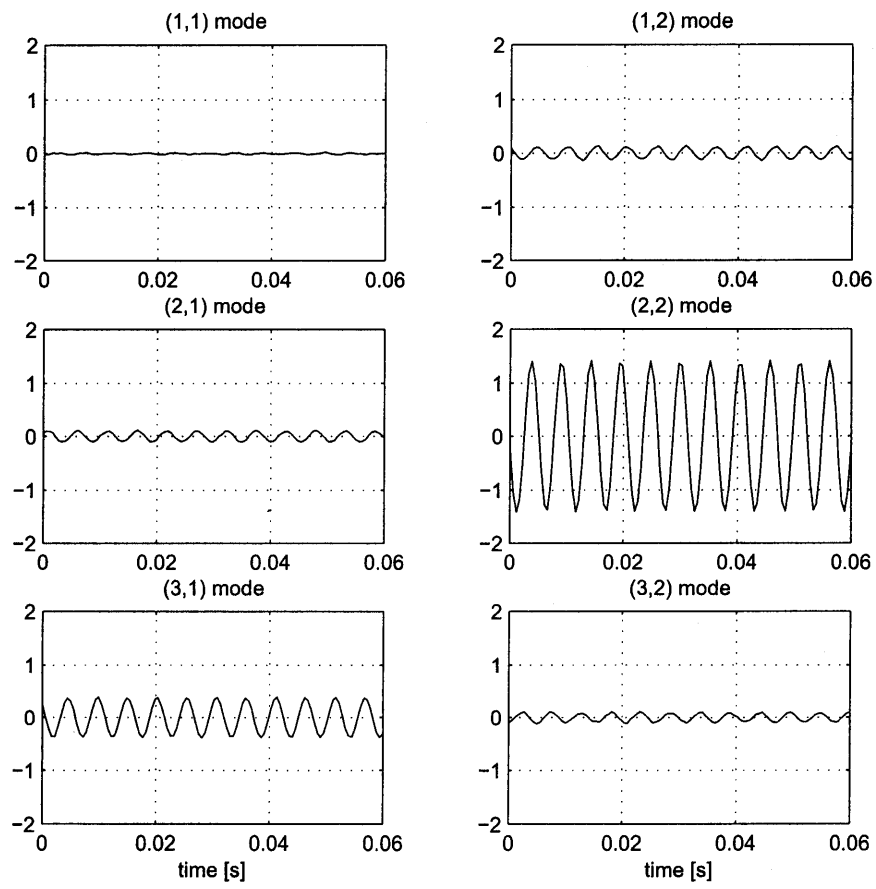


Fig. 4.4 Modal coordinates estimated by the laser sensor

しては、(1,1)モードと(2,1)モードの固有振動数近傍(65.0[Hz]と109.0[Hz])を選んだ。なお、先の実験よりピエゾフィルムセンサによるモード振幅推定の妥当性がわかることから、レーザ変位計によるモードフィルタリングは省略した。

結果を図4.5に示す(図の配置は図4.3と同様)。期待されたように、(1,1)、(2,1)モードの推定値が大きな成分を持っており、その主たる振動数はそれぞれの固有振動数近傍の加振周波数と一致している。なお、(2,1)、(2,2)モードの推定値においても、2つの周期の信号を重ね合わせたような波形が若干表れているが、これは、本研究の場合、それぞれの固有振動数が比較的近いためであると考えられる。

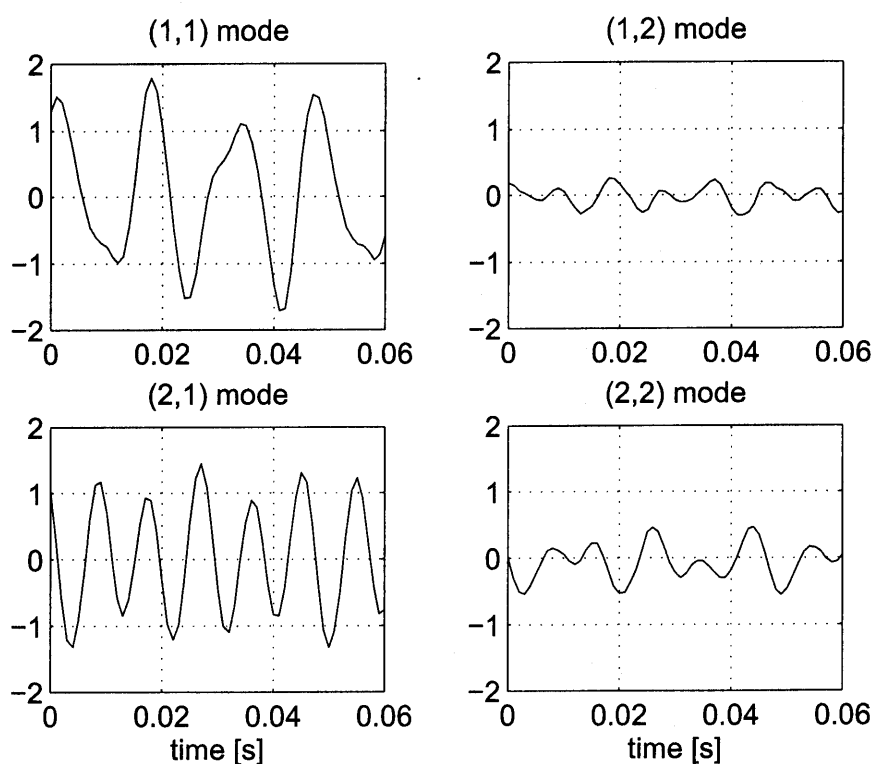


Fig. 4.5 Modal filtering in the case of two-frequency excitation



## 4.5 結言

本章では、分割 piezofilm センサを用いた平板振動のモード振幅の推定法について議論し、推定値の算出のための重み行列の決定法と分割 piezofilm センサを用いたために生じる空間エイリアシングの影響について検討を加えた。特に具体的な状況として、piezofilm が等分割され、長方形平板の4辺が単純支持または固定された状況を考え、重みの選択やエイリアシングの考察に重要な役割を果たす単位モードセンシング信号ベクトルの性質を調べた。最後に、提案手法の有効性を実験により検証した。

今後の課題としては、より一般的な形状や境界条件をもつ対象における単位モードセンシング信号ベクトルの性質の解析や、動的な推定による空間エイリアシングの低減法の確立がある。また、正確な理論モード解析が容易でない複雑な形状や境界条件をもつ対象に対しては、単位モードセンシング信号ベクトルの実験的同定法の確立が重要であり、それについても今後の課題である。

## 第5章

### 結論

#### 5.1 まとめ

本論文では、

- 圧電素子はひずみと電圧(電荷)を相互に変換できる性質をもつため、単一の圧電素子をセンサとしてもアクチュエータとしても同時に用いることができること
- 圧電素子は“点”ではなく“面”で作用する分布センサ/アクチュエータであり、配置や形状を比較的自由に選定・整形できること

という圧電素子の持つ特長に着目し、柔軟構造物の振動制御と振動モード推定法を考えた。

第2章では振動制御について述べ、圧電素子をセンサとしてもアクチュエータとしても用いるシャントダンピングと呼ばれる手法について、実験的パラメータ同定という観点から研究を行なった。この章では、

- 任意の柔軟構造物に対して用いることができる実験的パラメータ同定手法を、圧電素子をセンサ/アクチュエータとして同時に用いて簡単な装置構成で実現すること

を目的として、その方法を明らかにした。提案手法はブリッジ回路を用いてセンサ信号とアクチュエータ信号を分離するアイデアに基づいており、圧電素子の静電容量とブリッジ回路素子値以外は事前情報は必要ない。また、パラメータは線形最小二乗法によって一意に同定される。さらに実験によりその有効性を確認した。

つづいて第3章では、ロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値の決定法という観点から研究を行なった。この章では、

- 構造が与えられたシャント回路 (例えば, LR 回路や LR-LRC 回路など) に対して, その素子値をロバスト性能指標に基づいて決定すること

を目的として, その方法を明らかにした. 提案手法は閉ループシステムに対するロバスト性能を  $\mu$  解析によって計算し, シャント回路の素子値を最適化するものである. 実際に LR シャント回路の素子値の最適化を行ない, 実験によりその有効性を確認した. また,

- ロバスト性能をもつシャント回路に必要な性質はなにか

ということを電気回路系の周波数特性から考察し, ロバスト性能の向上する回路の一例として LR-LRC 回路について最適化を行ない, 従来の LR シャント回路に比べてさらに性能が向上することを確認した.

第4章では, 振動モード推定法について, 分割した圧電素子を用いた振動モードフィルタリングについて研究を行なった. この章では,

- 平板などの2次元構造にも容易に適用でき, 複数モードを同時に測定できる手法

の確立を目的とした. 具体的には, 多数に分割された圧電素子を平板に貼り付け, 得られるセンサ信号にソフトウェア的に重み付けをすることで, 等価的に Modal Sensor/Actuator を実現しようというものである. その際, センサから得られる信号は, 空間的に離散的な情報しか得られないため, 原理的に対象モード以外のモードの信号が空間エイリアシングとしてセンサ分割数に依存して混入する. そこで,

- 重み行列の決定方法と, 空間エイリアシングの影響について

考察を加えた. 最後に, 圧電フィルムを貼付けた平板を用いた実験により, モードフィルタリングの有効性を確認した.

以上のように, 本研究により圧電素子の特長を活用したシャントダンピングとモードフィルタリングの有効性が確認できた. 本研究では2次元構造物の部材として平板に着目したが, 今後さまざまな構造物に対して本研究の成果を適用できることが期待される.

## 5.2 今後の課題

今後の課題として, 以下のものが考えられる.

第2章の実験的パラメータ同定法に関しては, 同定アルゴリズムの改良により, 各モードが近接している場合の同定や, 圧電素子の静電容量も同時に同定することなどが課題として挙げられる.

第3章のロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値の最適化に関しては、複数モードの制振への拡張や、シャント回路そのものを設計する問題などが挙げられる。さらにシャントダンピングに関連して、適応機構をもつシャント回路 [18, 25] や、スイッチングに基づく新しい種類のシャント回路に関する研究 [23] もあり、興味深い。また、本論文では圧電素子の配置や形状に関して議論をしなかったが、シャントダンピングのための圧電素子の最適配置・最適形状設計問題も重要である。

第4章の分割圧電素子を用いたモードフィルタリングでは、動的な推定機構を用いて空間エイリアシングを低減することが挙げられる。また、モードフィルタリングに必要な単位モードセンシング信号ベクトルを実験的に同定する方法の確立が重要であるが、これについては独立成分解析を用いて同定する方法 [48] などが有望ではないかと考えている。さらに、モードフィルタリングによる構造物のヘルスマニタリングへの展開が期待される。

## 謝辞

本論文をまとめるにあたり、終始有益かつ適切なお助言、ご指導を賜りました、名古屋大学大学院工学研究科、早川義一先生に深く感謝申し上げます。また、本論文に対して注意深くご検討いただき、数々の有益なお教示を賜りました、名古屋大学大学院工学研究科、安田仁彦先生、細江繁幸先生に深く感謝致します。

本研究を遂行するにあたり、昼夜を問わず懇切丁寧なご指導、活発な議論をしていただきました、名古屋大学大学院工学研究科、長瀬賢二先生、大同工業大学情報機械システム工学科、大嶋和彦先生に心から感謝の意を表します。

熱心に討論をして頂き、数々の助言を下された大同工業大学情報機械システム工学科、尾形和哉先生に深く感謝致します。

本研究の遂行にあたって、ご指導、助言をいただいた、元名古屋大学大学院工学研究科、瀧上唯夫先輩、吉澤秀紀先輩、佐野滋則先輩に深く感謝致します。研究に際し多くの協力をしていただきました、元名古屋大学大学院工学研究科、川崎督生君、時信勇男君に深く感謝致します。

シャントダンピングに関して熱心な討論を頂きました、東海ゴム工業株式会社、加藤鍊太郎氏、市川浩幸氏に厚くお礼申し上げます。モードフィルタリングに関して実験装置の製作をして頂きました、名古屋大学工学研究科、青木延幸氏に厚くお礼申し上げます。

最後に、日常적으로ご意見、ご協力をいただいた早川研究室の先輩、同輩、後輩の方々に心から感謝致します。

## 参考文献

- [1] 藤島啓, ピエゾセラミックス-ハイテク時代の影の立役者-, (1993), 裳華房.
- [2] 泉弘志, 電子セラミックス, (2002), 誠文堂新光社.
- [3] B. Jaffe, W. R. Cook, Jr., H. Jaffe, *Piezoelectric Ceramics*, (1971), Academic Press.
- [4] *Piezo Film Sensors Technical Manual Internet Version Part 1*, (1998), pp. 3-5, Measurement Specialties Inc.
- [5] 宮入裕夫, 知能材料のはなし, (2003), 日刊工業新聞社.
- [6] 松崎雄嗣, スマート構造とその周辺, 日本機械学会誌, Vol. 102, No.963, (1999), pp.64-67.
- [7] Christian Boller, スマート構造の航空機への応用, 日本機械学会誌, Vol. 102, No. 963, (1999), pp. 80-84.
- [8] 藤田隆史, スマート構造の建築・土木構造物への応用, 日本機械学会誌, Vol. 102, No. 963, (1999), pp. 85-88.
- [9] 山本鎮男, ヘルスモニタリング, (1999), 共立出版.
- [10] 小野俊彦, “動的システムの故障診断における最近の研究”, 機械の研究, Vol. 45, No. 2, (1993), pp. 245-251.
- [11] R. Isermann, “Supervision, Fault-detection and Fault-diagnosis Methods – An Introduction”, *Control Engineering Practice*, Vol. 5, No. 5, (1997), pp. 639-652.
- [12] 大嶋和彦, “圧電素子のセルフセンシング・アクチュエーションとその応用”, システム/制御/情報, Vol. 44, No. 5, (2000), pp. 281-288.

- [13] J. J. Dosch, D. J. Inman, E. Garcia, "A Self-sensing Piezoelectric Actuator for Collocated Control", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 3, No. 1, (1992), pp. 166–185.
- [14] 大嶋和彦, 瀧上唯夫, 早川義一, "セルフセンシング・アクチュエータを用いたはりのロバストな制振制御", 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 62, No. 604, (1996), pp. 4499–4506.
- [15] 瀧上唯夫, 大嶋和彦, 早川義一, "仮想ブリッジ回路に基づくセルフセンシング・アクチュエータを用いたはりの軌跡制御", 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 64, No. 624, (1998), pp. 2931–2938.
- [16] N. W. Hagood and A. von Flotow, "The Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 142, No. 6, (1991), pp. 243–268.
- [17] J. J. Hollkamp, "Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunt", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 5, (1994), pp. 49–57.
- [18] J. J. Hollkamp and T. F. Starchvile, Jr., "A Self-Tuning Piezoelectric Vibration Absorber", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 5, (1994), pp. 559–566.
- [19] S. Y. Wu, "Method for Multiple Mode Shunt Damping of Structural Vibration Using a Single PZT Transducer", *Proceedings SPIE, Smart Structures and Materials, Damping and Isolation*, Vol. 3327, (1998), pp. 159–168.
- [20] S. Y. Wu, "Broadband Piezoelectric Shunts for Passive Structural Vibration Control", *Proceedings SPIE, Smart Structures and Materials, Damping and Isolation*, Vol. 4331, (2001), pp. 251–261.
- [21] A. J. Fleming, S. Behrens, S. O. R. Moheimani, "Optimization and Implementation of Multimode Piezoelectric Shunt Damping Systems", *ASME/IEEE Transactions on Mechatronics*, Vol. 7, No. 1, (2002), pp. 87–94.
- [22] 瀧上唯夫, 富岡隆弘, 鈴木康文, "ピエゾ素子を用いたパッシブ制振による鉄道車両の弾性振動低減 (角筒模型を用いた実現可能性の検討)", 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 66, No. 674, (2002), pp. 3029–3036.

- [23] L. R. Corr and W. W. Clark, "Comparison of Low-Frequency Piezoelectric Switching Shunt Techniques for Structural Damping", *Smart Materials and Structures*, Vol. 11, (2002), pp. 370–376.
- [24] S. Behrens, A. J. Fleming, S. O. R. Moheimani, "A Broadband Controller for Shunt Piezoelectric Damping of Structural Vibration", *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, (2003), pp. 18–28.
- [25] A. J. Fleming and S. O. R. Moheimani, "Adaptive Piezoelectric Shunt Damping", *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, (2003), pp. 36–48.
- [26] S. O. Reza Moheimani, "A Survey of Recent Innovations in Vibration Damping and Control Using Shunted Piezoelectric Transducers", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 11, No. 4, (2003), pp. 482–494.
- [27] 安達和彦, "圧電ダンパを用いた構造物の制振", 計測と制御, Vol. 42, No. 9, (2003), pp. 763–769.
- [28] 高木賢太郎, 長瀬賢二, 大嶋和彦, 早川義一, 市川浩幸, "圧電素子を用いたパッシブ制振におけるロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値の最適化", 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 69, No. 688, (2003), pp. 3183–3190.
- [29] 高木賢太郎, 長瀬賢二, 大嶋和彦, 早川義一, 市川浩幸, "圧電素子を用いたシャントダンピングのための実験的パラメータ同定法", 日本機械学会論文集 C 編, 掲載予定.
- [30] N. W. Hagood, W. H. Chung and A. von Flotow, "Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Control", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 1, (1990), pp. 327–354.
- [31] C. K. Lee, "Theory of Laminated Piezoelectric Plates for the Design of Distributed Sensors/Actuators. Part I: Governing Equations and Reciprocal Relationships", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 87, No. 3, (1990), pp. 1144–1158.
- [32] H. S. Tzou and H. Q. Fu, "A Study of Segmentation of Distributed Piezoelectric Sensors and Actuators, Part I: Theoretical Analysis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 172, No. 2, (1994), pp. 247–259.



- [33] 長松昭男, 背戸一登, ほか7名, *ダイナミクスハンドブック*, (1993), pp. 353–355, 朝倉書店.
- [34] A. Packard and J. Doyle, “The Complex Structured Singular Value”, *Automatica*, Vol. 29, No. 1, (1993), pp. 71–109.
- [35] G. J. Balas, J. C. Doyle, K. Glover, A. Packard, R. Smith,  *$\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox User’s Guide*, (1995), The Math Works.
- [36] K. Tzou and J. C. Doyle, *Essentials of Robust Control*, (1998), pp. 183–206, Prentice Hall.
- [37] L. Meirovitch and H. Baruh, “Control of Self-Adjoint Distributed-Parameter Systems”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 5, No. 1, (1982), pp. 60–66.
- [38] 太田裕文, 青木猛, 開沼史和, “スピルオーバー除去のためのモーダルフィルタの構成”, *計測と制御*, Vol. 25, No. 11, (1986), pp. 1015–1022.
- [39] C. -K. Lee and F. C. Moon, “Modal Sensors/Actuators”, *Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, (1990), pp. 434–441.
- [40] G. L. Slater and S. Shelly, “Health Monitoring of Flexible Structures Using Modal Filter Concepts”, *Proceedings SPIE, Smart Structures and Intelligent Systems*, Vol. 1917, (1993), pp. 997–1008.
- [41] 高木賢太郎, 長瀬賢二, 大嶋和彦, 早川義一, “分割ピエゾフィルムを用いた平板の振動モードフィルタリング”, *日本機械学会論文集 C 編*, 投稿中.
- [42] D. Sun, D. Wang and H. Wu, “Distributed Piezoelectric Element Method for Vibration Control of Smart Plates”, *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 11, (1999), pp. 1459–1463.
- [43] L. Meirovitch, *Analytical Methods in Vibrations*, (1967), pp. 183–185, Macmillan.
- [44] A. W. Leissa, *Vibration of Plates*, (1969), pp. 41–65, NASA SP-160.
- [45] S. P. Timoshenko *et al.*, *Vibration Problems in Engineering*, (1974), pp. 492–496, Wiley.
- [46] E. W. Cheney, *Introduction to Approximation Theory*, (1966), pp. 135–136, McGraw-Hill.

- [47] C. Sidney Burrus *et al.*, *Computer-Based Exercises for Signal Processing Using MATLAB*, (1994), pp. 78–79, Prentice Hall.
- [48] 高木 賢太郎, 長瀬 賢二, 早川 義一, 川崎 督生, “独立成分解析を用いたモード形状の推定法と故障診断への応用”, 第8回「運動と振動の制御」シンポジウム (MOVIC03) 講演論文集, (2003), pp.629–634.

# 付録 A

## 直列 LR ショント回路の動吸振器類推

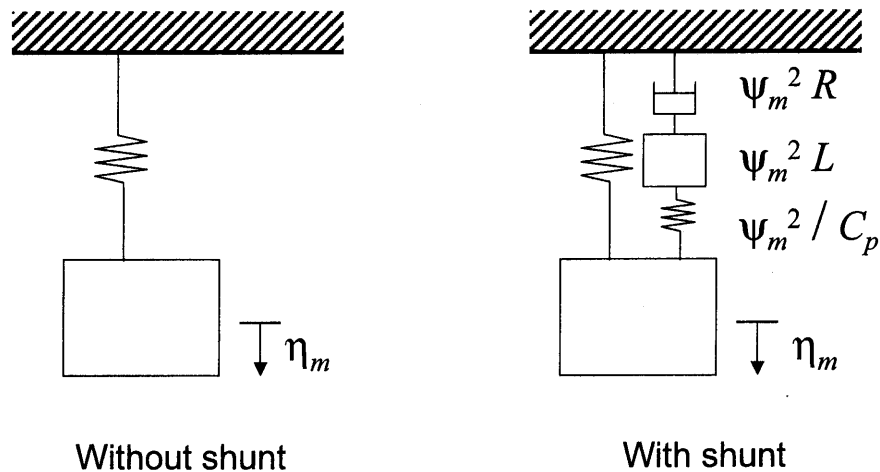
$m$  次モードのみに着目すると, 式 (2.2), (2.3), (2.4), (2.5), (2.6), および直列 LR ショント回路のアドミタンス

$$Y_{su}(s) = \frac{1}{Ls + R} \quad (\text{A.1})$$

より,  $f(s)$  から  $\eta_m(s)$  までの伝達関数は

$$g_m(s) = \frac{\phi_m^f (LC_p^S s^2 + RC_p^S s + 1)}{(s^2 + \omega_m^2)(LC_p^S s^2 + RC_p^S s + 1) + \psi_m^2 s(Ls + R)} \quad (\text{A.2})$$

となる. ただし,  $\zeta_m = 0$  とした.



**Fig. A.1** Analogy comparing piezoelectric LR shunt damper to tuned mass damper

図 A.1 の左は, 質量 1 の質点と剛性  $\omega_m^2$  のバネからなるバネ-質点系を表しており, 図 A.1 の右は, バネ-質点系に質量  $\psi_m^2 L$  の質点, 剛性  $\psi_m^2 / C_p$  のバネ, 粘性  $\psi_m^2 R$  のダンパからなる動吸振器を取り付けた模式図である. 図 A.1 のバネ-質点系 (主系) は, 第 2 章の図 2.2 左

側の機械系振動モードが一つである場合に対応しており、図 A.1 の  $L, C, R$  からなる動吸振器系が図 2.2 右側の電気回路系に対応している。図 A.1 の右の主系の質点に加わる力  $\phi_m^f f(s)$  から主系の変位  $\eta_m(s)$  までの伝達関数を計算すると、式 (A.2) の伝達関数と一致する。そのため、図 A.1 は LR シャント回路の働きを動吸振器によって類推しているといえる。

なお図 A.1 から、以下のことが考察できる。シャント回路として抵抗のみ、すなわち  $L = 0$  の場合には、シャント回路中のインダクタ (質点) と圧電素子の静電容量 (バネ) の共振が生じないために大きな制振効果は期待できない。そのため、シャント回路中のインダクタが重要な役割をもつことがわかる。動吸振器の性能は主系との質量比によって決まる [33] が、シャントダンピングの場合には動吸振器の質量に相当するシャント回路のインダクタンスを自由に選ぶことができない。なぜなら、動吸振器のバネに相当する圧電素子の静電容量を自由に選ぶことができないためである。そのため、シャントダンピングの性能は動吸振器のバネに相当する  $\psi_m^2/C_p$  で決まる。つまり、圧電素子の拘束静電容量  $C_p^S$  は小さく電気機械変換係数  $\psi_m$  は大きいほうが、シャントダンピングの効果が大きい。特別な場合として、図 2.2 において圧電素子端子間を短絡した場合 ( $L = 0, R = 0$  の場合) には、図 A.1 において動吸振器が存在しないことになって制振効果がなくなることがわかる。また図 2.2 において圧電素子端子間を開放した場合 ( $L = 0, R \rightarrow \infty$  の場合) には、図 A.1 において動吸振器の質点はないがバネだけ存在する場合に相当し、主系の剛性が  $\psi_m^2/C_p$  増え、固有振動数が高くなることがわかる。

## 付録B

# 定点理論による直列LRシャント回路の チューニング

定点理論による  $L, R$  の最適値は以下のように与えられる. 付録Aと同様に  $m$  次モードのみに着目すると, 式 (2.2), (2.3), (2.4), (2.5), (2.6), および

$$Y_{su}(s) = \frac{1}{Ls + R} \quad (\text{B.1})$$

より,  $f(s)$  から  $\eta_m(s)$  までの伝達関数は

$$g_m(s; L, R) = \frac{\phi_m^f(LC_p^S s^2 + RC_p^S s + 1)}{(s^2 + \omega_m^2)(LC_p^S s^2 + RC_p^S s + 1) + \psi_m^2 s(Ls + R)} \quad (\text{B.2})$$

で与えられる. なお, この伝達関数がシャント回路素子値  $L, R$  の関数であることを明示するため,  $g_m(s; L, R)$  と表現している. また, モード減衰率  $\zeta_m = 0$  とした.

$L, R$  の最適値は以下の手順 [33] で求めることができる.

1. 定点 (P 点, Q 点とする) の角周波数  $\omega_P, \omega_Q$  を次式の条件から求める.

$$|g_m(j\omega; L, 0)| = -|g_m(j\omega; L, \infty)| \quad (\text{B.3})$$

2. 定点 P と定点 Q のゲインが等しくなるように,  $L$  の最適値  $L_{opt}$  を次式の条件から求める.

$$|g_m(j\omega_P; L, \infty)| = -|g_m(j\omega_Q; L, \infty)| \quad (\text{B.4})$$

3. P 点または Q 点でゲインを極大とする  $R$  の値 (それぞれ  $R_P, R_Q$  とする) を次式の条件から求める.

$$\left. \frac{d}{d\omega^2} |g_m(j\omega; L_{opt}, R)|^2 \right|_{\omega=\omega_P, \omega_Q} = 0 \quad (\text{B.5})$$

4.  $R$  の最適値  $R_{opt}$  は  $R_P$  と  $R_Q$  の平均値として求める.

$$R_{opt} = \frac{R_P + R_Q}{2} \quad (\text{B.6})$$

式 (B.2) の  $g_m(s; L, R)$  に対して上記の手順を適用すると,  $L, R$  の最適値  $L_{opt}, R_{opt}$  は以下のように求まる.

$$L_{opt} = \frac{1}{\omega_m^2 C_p^S + \psi_m^2}, \quad R_{opt} = \frac{R_P + R_Q}{2} \quad (\text{B.7})$$

$$R_P = \sqrt{\frac{3\psi_m^2}{C_p^S (\omega_m^2 C_p^S + \psi_m^2) \left( 2 (\omega_m^2 C_p^S + \psi_m^2) - \sqrt{2\psi_m^2 (\omega_m^2 C_p^S + \psi_m^2)} \right)}} \quad (\text{B.8})$$

$$R_Q = \sqrt{\frac{3\psi_m^2}{C_p^S (\omega_m^2 C_p^S + \psi_m^2) \left( 2 (\omega_m^2 C_p^S + \psi_m^2) + \sqrt{2\psi_m^2 (\omega_m^2 C_p^S + \psi_m^2)} \right)}} \quad (\text{B.9})$$

## 付録C

# 構造化特異値による最悪ピークゲインの計算

式 (3.19) が成立すること, すなわち

$$J(p_{su}) = \max_{\omega} \max_{\bar{\sigma}(\Delta_p(j\omega)) \leq 1} |F_l(G_{aug}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))| = \frac{1}{\alpha_{min}} \quad (C.1)$$

が成立することを, 主ループ定理 [34, 35, 36] をもとに示す. 主ループ定理を図 3.3 に示す拡大系に適用すると, 次のようになる.

$$\mu_{\Delta} (G_{aug}^{\alpha}(j\omega; p_{su})) \leq 1 \iff \begin{cases} \mu_{\Delta_p} (G_{aug22}(j\omega; p_{su})) \leq 1 \\ \max_{\bar{\sigma}(\Delta_p(j\omega)) \leq 1} \mu_{\Delta_F} (F_l(G_{aug}^{\alpha}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))) \leq 1 \end{cases} \quad (C.2)$$

ここで  $G_{aug22}(s; p_{su})$  は,  $G_{aug}(s; p_{su})$  を  $\Delta(s)$  のブロックに対応して分割したときの, (2, 2) ブロックの要素である.

次に, 式 (3.17) より,

$$\max_{\omega} \mu_{\Delta_p} (G_{aug22}(j\omega; p_{su})) < 1 \quad (C.3)$$

に注意する. 式 (C.3) に注意して, 式 (3.18) に式 (C.2) の主ループ定理を適用すると,

$$\max_{\omega} \max_{\bar{\sigma}(\Delta_p(j\omega)) \leq 1} \mu_{\Delta_F} (F_l(G_{aug}^{\alpha_{min}}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))) = 1 \quad (C.4)$$

すなわち,

$$\max_{\omega} \max_{\bar{\sigma}(\Delta_p(j\omega)) \leq 1} \mu_{\Delta_F} (F_l(G_{aug}(j\omega), \Delta_p(j\omega))) = \frac{1}{\alpha_{min}} \quad (C.5)$$

を得る.

また,  $\Delta_F(s)$  がフルブロック行列であることに注意すると,

$$\mu_{\Delta_F}(F_l(G_{aug}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))) = \bar{\sigma}(F_l(G_{aug}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))) \quad (\text{C.6})$$

であるので,  $F_l(G_{aug}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))$  がスカラであることに注意すれば, 式 (C.5), (C.6) より

$$\max_{\omega} \max_{\bar{\sigma}(\Delta_p(j\omega)) \leq 1} |F_l(G_{aug}(j\omega; p_{su}), \Delta_p(j\omega))| = \frac{1}{\alpha_{min}} \quad (\text{C.7})$$

を得る. よって式 (3.12), (C.7) から, 式 (3.19) を得る.



## 付録D

# 4辺単純支持平板における単位モードセンシング信号ベクトルの直交性

4辺単純支持矩形平板に、等分割した piezofilm センサを貼り付けた場合において、単位モードセンシング信号ベクトルが直交性を持つことを証明する。式 (4.15) から、単位モードセンシング信号行列の内積は次式のように計算される。

$$\begin{aligned}
 & \psi_{m_d n_d}^T \psi_{mn} \\
 = & \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_y} 16N_x^2 N_y^2 S_{m_d n_d} S_{mn} \sin \frac{m_d \pi}{2N_x} \sin \frac{n_d \pi}{2N_y} \sin \frac{m_d \pi (2k-1)}{2N_x} \sin \frac{n_d \pi (2l-1)}{2N_y} \\
 & \times \sin \frac{m \pi}{2N_x} \sin \frac{n \pi}{2N_y} \sin \frac{m \pi (2k-1)}{2N_x} \sin \frac{n \pi (2l-1)}{2N_y} \quad (D.1)
 \end{aligned}$$

式 (D.1) の、 $m$  と  $m_d$  に関する項に着目する。文献 [46] の方法を参考に、Euler の公式から三角関数を指数関数に置き換える。

$$\begin{aligned}
 & \sin \frac{m_d \pi}{2N_x} \sin \frac{m \pi}{2N_x} \sum_{k=1}^{N_x} 2 \sin \frac{m_d \pi (2k-1)}{2N_x} \sin \frac{m \pi (2k-1)}{2N_x} \\
 = & \sin \frac{m_d \pi}{2N_x} \sin \frac{m \pi}{2N_x} \\
 & \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=1}^{N_x} \exp \left( j \frac{(m - m_d) \pi (2k-1)}{2N_x} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \sum_{k=1}^{N_x} \exp \left( j \frac{(m + m_d) \pi (2k-1)}{2N_x} \right) \right\} \quad (D.2)
 \end{aligned}$$

ここで  $j$  は虚数単位を表し、 $\operatorname{Re}(\cdot)$  は実部をとる演算を表す。

等比級数の公式から、式 (D.2) の値を計算すると、式 (D.2) の第1項および第2項は、そ

れぞれ,

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{N_x} \exp\left(j \frac{(m - m_d)\pi(2k - 1)}{2N_x}\right) \\ &= \begin{cases} N_x \exp\left(j \frac{(m - m_d)\pi}{2N_x}\right) & \text{if } m \pmod{2N_x} = m_d, \\ \exp\left(j \frac{(m - m_d)\pi}{2N_x}\right) \frac{1 - \exp(j(m - m_d)\pi)}{1 - \exp\left(j \frac{(m - m_d)\pi}{N_x}\right)} & \text{otherwise.} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{N_x} \exp\left(j \frac{(m + m_d)\pi(2k - 1)}{2N_x}\right) \\ &= \begin{cases} N_x \exp\left(j \frac{(m + m_d)\pi}{2N_x}\right) & \text{if } m \pmod{2N_x} = -m_d, \\ \exp\left(j \frac{(m + m_d)\pi}{2N_x}\right) \frac{1 - \exp(j(m + m_d)\pi)}{1 - \exp\left(j \frac{(m + m_d)\pi}{N_x}\right)} & \text{otherwise.} \end{cases} \end{aligned}$$

となる。式(D.2)の第1項と第2項の組み合わせから次の4通りの場合が存在する。

$$\begin{aligned} \text{Eq.(D.2)} &= \\ & \begin{cases} \text{(a) if } m \pmod{2N_x} \neq m_d \text{ and } m \pmod{2N_x} \neq -m_d, \\ \text{(b) if } m \pmod{2N_x} \neq m_d \text{ and } m \pmod{2N_x} = -m_d, \\ \text{(c) if } m \pmod{2N_x} = m_d \text{ and } m \pmod{2N_x} \neq -m_d, \\ \text{(d) if } m \pmod{2N_x} = m_d \text{ and } m \pmod{2N_x} = -m_d. \end{cases} \end{aligned}$$

ここで、条件(a), (b), (c), (d)は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \text{(a)} &= \sin \frac{m_d\pi}{2N_x} \sin \frac{m\pi}{2N_x} \\ & \quad \text{Re} \left\{ \exp\left(j \frac{(m - m_d)\pi}{2N_x}\right) \frac{1 - \exp(j(m - m_d)\pi)}{1 - \exp\left(j \frac{(m - m_d)\pi}{N_x}\right)} \right. \\ & \quad \left. - \exp\left(j \frac{(m + m_d)\pi}{2N_x}\right) \frac{1 - \exp(j(m + m_d)\pi)}{1 - \exp\left(j \frac{(m + m_d)\pi}{N_x}\right)} \right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{(b)} = \sin \frac{m_d\pi}{2N_x} \sin \frac{m\pi}{2N_x}$$

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re} \left\{ \exp \left( j \frac{(m - m_d)\pi}{2N_x} \right) \frac{1 - \exp(j(m - m_d)\pi)}{1 - \exp \left( j \frac{(m - m_d)\pi}{N_x} \right)} \right. \\ & \quad \left. - N_x \exp \left( j \frac{(m + m_d)\pi}{2N_x} \right) \right\} \\ &= N_x \sin^2 \frac{m_d \pi}{2N_x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} &= \sin \frac{m_d \pi}{2N_x} \sin \frac{m \pi}{2N_x} \operatorname{Re} \left\{ N_x \exp \left( j \frac{(m - m_d)\pi}{2N_x} \right) \right. \\ & \quad \left. - \exp \left( j \frac{(m + m_d)\pi}{2N_x} \right) \frac{1 - \exp(j(m + m_d)\pi)}{1 - \exp \left( j \frac{(m + m_d)\pi}{N_x} \right)} \right\} \\ &= N_x \sin^2 \frac{m_d \pi}{2N_x}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} &= \sin \frac{m_d \pi}{2N_x} \sin \frac{m \pi}{2N_x} \operatorname{Re} \left\{ N_x \exp \left( j \frac{(m - m_d)\pi}{2N_x} \right) \right. \\ & \quad \left. - N_x \exp \left( j \frac{(m + m_d)\pi}{2N_x} \right) \right\} \\ &= \begin{cases} 2N_x & \text{if } m_d/N_x \text{ is odd,} \\ 0 & \text{if } m_d/N_x \text{ is even.} \end{cases} \end{aligned}$$

式(D.1)の $n, n_d$ に関する項も同様に計算でき、それらをまとめると式(4.16)を得る。なお、式(4.16)は、 $m, m_d \leq N_x, n, n_d \leq N_y$ であるときには離散サイン変換の基底ベクトル[47]の直交性に一致している。さらに $m > N_x, n > N_y$ の場合も考えているため、離散サイン変換のナイキスト周波数以上について考慮した場合に対応していると考えられる。

## 付録 E

# レーザ変位計を用いたモードフィルタリング

レーザ変位計を用いて、位置  $(x_\alpha, y_\beta)$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, N_\alpha$ ,  $\beta = 1, 2, \dots, N_\beta$ ) における変位  $v_L^{\alpha\beta}(t) = u_3(x_\alpha, y_\beta, t)$  が計測できるとする。この場合、式 (4.2) より直ちに

$$\mathbf{v}_L(t) = \Phi \boldsymbol{\eta}(t) \quad (\text{E.1})$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_L(t) &:= [v_L^{11}(t) \ v_L^{12}(t) \ \dots \ v_L^{\alpha\beta}(t) \ \dots \ v_L^{N_\alpha N_\beta}(t)]^T \\ \Phi &:= [\phi_{11} \ \phi_{12} \ \dots \ \phi_{mn} \ \dots], \\ \phi_{mn} &:= [\phi_{mn}(x_1, y_1) \ \phi_{mn}(x_1, y_2) \ \dots \ \phi_{mn}(x_\alpha, y_\beta) \ \dots \ \phi_{mn}(x_{N_\alpha}, y_{N_\beta})]^T \end{aligned}$$

を得る。

モード振幅  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$  を推定することを考え、 $\boldsymbol{\eta}_s(t)$  に対応するベクトル  $\phi_{mn}$  を並べた行列  $\Phi_s$  が列フルランクとする。すると、4.3.1 節と同様の考え方により、レーザ変位計を用いた  $\boldsymbol{\eta}_s(t)$  の推定値  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{sL}(t)$  は、

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{sL}(t) = W_L \mathbf{v}_L(t) \quad (\text{E.2})$$

ただし、

$$W_L = (\Phi_s^T \Phi_s)^{-1} \Phi_s^T \quad (\text{E.3})$$

により求められる。