マルチエージェント指向図形オントロジーに基づく図形処理システムの仕様記述・検証

（課題番号：15500089）

平成15年度〜平成16年度科学研究費補助金（基盤研究(C)(2)）
研究成果報告書

平成17年3月

研究代表者　外山 勝彦
（名古屋大学大学院情報科学研究科 助教授）

はしがき

この報告書は，平成 15 年度～平成 16 年度文部科学省科学研究費補助金（基盤研究 (C)(2) 一般研究)「マルチエージェント指向図形オントロジーに基づく図形処理システムの仕様記述・検証」の研究成果をまとめたものである．

研究組織

研究代表者： 外山 勝彦（名古屋大学大学院情報科学研究科 助教授）

交付決定額（配分額）

（金額単位：千円）

	直接経費	間接経費	合　計
平成 15 年度	1,000	0	1,000
平成 16 年度	900	0	900
総計	1,900	0	1,900

研究発表

1. 村上雅哉, 外山勝彦, 稲垣康善: 選考付き知識に対する統合操作の形式化, 2003 年電子情報通信学会総合大会情報・システム講演論文集, vol.1, p.113 (2003).
2. 外山勝彦（分担執筆）： 様相論理, 人工知能学会（編）, 人工知能学事典, p.24, 共立出版 (2005).

目次

1 はじめに

図形は情報処理の対象として基本的であるとともに，直観的で親しみやすいインタフェースとして図形を用いるシステムが数多く開発されている．しかし，それらにおける図形の表現や操作のための手法は，個別かつ経験的に記述，開発されているのが現状である．図形表現に必要となる基本概念とそれらの間の関係は，図形システムの設計者が暗黙的に持っている場合も少なくない．そのため，それらの手法の間での特長の比較，表現の互換性の保証，操作の妥当性の検証は容易ではない．

この研究は，その問題を解決するために，図形オントロジーの構築と図形処理システムの仕様記述・検証手法の確立を目標とする．すなわち，図形表現や図形操作を明示的に規定し，形式化する．それにより，様々なアプリケーションにおいて図形を統一的に扱え，図形表現の互換性保証，図形操作の妥当性検証が可能になるとともに，図形処理システムの比較，評価，高度化，再利用への見通しを付けることができる．

そこで，この研究では，特に，次の2つの点について明らかにする（図1）．

図形オントロジーの構築

図形表現や図形操作の体系化，すなわち図形オントロジーの構築を行う．

その際，図形オントロジーの構築にはマルチエージェント・パラダイムを用いる手法が有効であることを2次元基本図形に対して明らかにする．その際，静的な状態における図形オントロジーの構築に加え，図形操作の種類，各図形操作の特性など，図形操作を介した図形の動的変化についても体系化する．特に，図形概念の上位－下位関係や全体－部分関係，図形操作適用前後における図形間の関係は，図形属性の継承・伝搬，変化が重要な役割を果たすので，図形をエージェントと見なし，図形間の関係をエージェント間における属性（知識）の交換と捉えて形式化する．

具体的には，そのような図形の表現は，マルチエージェント系自己認識論理 (multi-autoepistemic logic, MAEL) [3] の論理式を拡張したものを用いて行う．形式論理を用いることにより，図形知識や図形操作に明確な意味付けを与えることができる．

図形処理システムの仕様記述・検証手法の構築

図形処理システムの仕様記述と検証には，図形オントロジーの利用が有効であることを明らかにする．

特に，図形オントロジーに基づく図形表現の意味解釈，および，図形操作を規定する図形表現の書換えを定式化する手法を構築する．特に，図形表現とそれに対する書換え規則を与えることにより，図形操作の仕様記述を与え，仕様の正当性は，図形表現の空間，図形表現に対する意味表現の空間がそれぞれ代数系と見なせることに着目し，図形表現間の書換え操作，意味表現間の対応，および図形表現に対する解釈という3種類の写像の間の可換性をもって示す．

具体的には，図形処理システムの例として，作図システムSync/Draw[1, 2] を取り上げ，Sync/Drawにおける図形表現にMAELの論理式を対応させることにより，図形表現の意味解釈や図形操作を定式化する．

以上により，マルチエージェント指向図形オントロジーを用いた図形処理システムの形式化が可能であることを明らかにする．

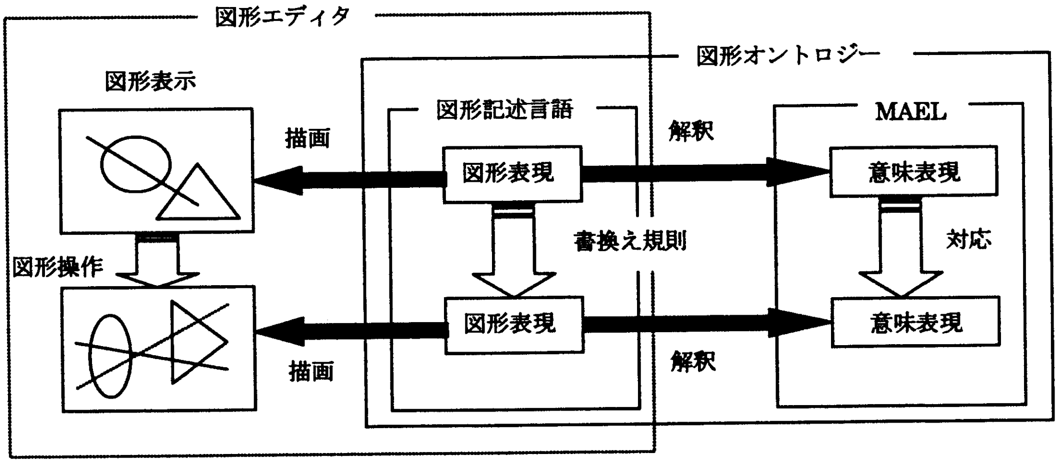

図 1: 図形オントロジーと図形処理システムの関係

図形処理システムはこれまで形式化の対象ではなかったが，この研究では，それに対して仕様記述法を与える．また，この研究で用いるマルチエージェント指向オントロジーの考え方は，他領域への応用可能性も考えられ，オントロジー構築の新しい方法論を確立することにつながる．さらに，図形オントロジーの構築は，図形データの共通利用，図形処理言語および図形処理ソフトウェアの設計指針の確立と理解性向上に有用であると考えられる．

以下，この報告書は次のような構成をとる．次の 2 章では，図形を扱う既存のソフトウェアにおける図形の一般的な記述手法についてまとめる．3 章では，作図システム Sync/Draw[1, 2] における図形表現手法や図形操作について述べる．続く 4 章では，図形表現の形式化の方針を示し，MAEL を用いた図形表現の意味の記述方法を示す．5 章では，Sync/Draw における基本的な図形表現であるオブジェクトを形式的に再定義するとともに，続く 6 章では，Sync/Draw における図形表現から拡張 MAEL における図形表現への対応を示す．これにより，Sync/Draw における図形表現の意味解釈を行う．さらに，MAEL における図形表現を変換する関数を定義する．これは Sync/Draw における図形操作の意味を与えることになる．7 章では，Sync/Draw における図形表現と図形操作が，それぞれ拡張 MAEL における図形表現とその変換に対応することを示し，これにより，Sync/Draw における図形操作の正当性を示す．8 章は，この研究のまとめである．

2 従来の図形記述手法

この章では，図形を扱う既存の代表的なソフトウェアにおける図形表現や図形操作についてまとめる．

それらのソフトウェアが扱っている図形の種類，その部分となる図形，属性を表1に示す．また，表2に，図形の属性とその属性値を示す．表3は，それらのソフトウェアにおける図形操作をまとめたものである．そのうち，図形描画操作については，別に表4にまとめる．

表 1: 図形ソフトウェアが扱う図形

図形	部分図形	属性
点	なし	x 座標，y 座標，ロック，色*，形*，大きさ*
直線	始点，終点，中点，交点	色，線種，線幅，矢印，ロック
連続直線	直線，始点，終点	色，線種，線幅，矢印，開閉，ロック
多角形	直線，中心	色，線種，線幅，矢印，ロック
曲線	始点，終点，方向点	色，線種，線幅，矢印，ロック
連続曲線	曲線	色，線種，線幅，矢印，開閉，ロック
楕円	中心，上点，下点，左点，右点	色，線種，線幅，矢印，ロック

表 2: 図形ソフトウェアが扱う図形の属性とその属性値

属性	属性値
色	RGB など
形	○，△，□など
大きさ	選択
x 座標	数値
y 座標	数値
線種	直線，破線
線幅	数値
矢印	無し，始点側，終点側，両方
矢印形状	選択
塗りつぶし	なし，ベタ塗り，パターン塗り，グラデーション塗り
開閉	開，閉
ロック	有，無
方向	上，下，左，右，左上，右上，左下，右下
方向（中心）	上下，左右，両方
上下種類（領域）	変更しない，整列，分配
上下基準（領域）	上端，中央，下端，高さ
左右種類（領域）	変更しない，整列
左右基準（領域）	左端，中央，右端，幅
上下種類（グリッド）	変更しない，整列
上下基準（グリッド）	上端，中央，下端
左右種類（グリッド）	変更しない，整列
左右基準（グリッド）	左端，中央，右端
指定方法	ポイント，ライン，ボックス
上下	一つ上，一つ下，最も上，最も下

表 3: 図形ソフトウェアにおける図形操作（描画を除く）

操作	属性	操作可能な図形
移動	始点，終点	すべて
複写	始点，終点	すべて
ミラー	鏡の始点，鏡の終点	すべて
ミラー複写	鏡の始点，鏡の終点	すべて
削除	図形	すべて
拡大／縮小（端点指定）	方向，終点	点以外
拡大／縮小（中心指定）	方向（中心），終点	点以外
回転	中心，角度	すべて
回転複写	中心，角度	すべて
せん断	方向，角度	点以外
せん断複写*	方向，角度	点以外
せん断（中心指定）*	方向，角度	点以外
せん断複写（中心指定）*	方向，角度	点以外
面取り	端点，切取長	多角形
丸め	端点，丸め半径	多角形
変形	図形上の点	点以外
点の追加	x 座標，y 座標	点以外
結合	2 つの図形	直線と直線，円（弧）と直線，円（弧）と円弧
等分割	分割数，開始点	点以外
切断	切断点	点以外
位置揃え	複数の図形，揃え方	すべて
領域	複数の図形，上下（領域），左右（領域）	すべて
領域指定*	複数の図形，指定方法，上下（領域），左右（領域）	すべて
グリッド揃え*	複数の図形，上下（グリッド），左右（グリッド）	すべて
置換*	2 つの図形	すべて
合成	複数の図形	すべて
分解	図形	点，直線，曲線以外
色変更	色	すべて
形変更	形	点のみ
大きさ変更	大きさ	点のみ
線種変更	線種	点以外
線幅変更	線幅	点以外
矢印変更	矢印，矢印形状	点以外
塗りつぶし変更	塗りつぶし	閉じた図形
上下関係変更	上下	すべて
ロック／解除	ロック	すべて

表 4: 図形ソフトウェアにおける描画操作

図形	属性
点	座標
直線（端点指定）	始点，終点
直線（中心指定）	中心，終点
直線（通過点指定）	端点，通る点，長さ
直線（2 円接線指定）	2 円，終点
正多角形（端点指定）	端点，対角点，辺数
正多角形（中心指定）	中心，頂点，半径，辺数
台形（端点指定）	左上点，右下点，下底に対する上底の長さ比
台形（中心指定）	中心，端点，下底に対する上底の長さ比
長方形（端点指定）	左上点，右下点
長方形（中心指定）	中心，端点
平行四辺形（端点指定）	左上点，右下点，頂角，傾き
平行四辺形（中心）	中心，端点，頂角，傾き
菱形（端点指定）	左上点，右下点
菱形（中心指定）	中心，端点
正方形（端点指定）	左上点，通過点
正方形（中心指定）	中心，通過点
ベジエ曲線	始点，始点の方向点，終点，終点の方向点
自由曲線	始点，通過点，終点
軌跡	始点，特徴点，終点
楕円（端点指定）	左点，右下点
楕円（中心指定）	中心，端点
楕円（領域指定）	左上点，右下点
円（中心指定）	中心，通過点
円（直径指定）	端点，対角点
円（3 点指定）	3 点
円（領域指定）	左上点，右下点
楕円弧（端点指定）	左点，右下点，始点（開始角），終点（終了角）
楕円弧（中心指定）	中心，端点，始点（開始角），終点（終了角）
楕円弧（領域指定）	左上点，右下点，始点（開始角），終点（終了角）
楕円弧（中心指定）	中心，通過点，始点（開始角），終点（終了角）
円弧（直径指定）	端点，対角点，始点（開始角），終点（終了角）
円弧（3 点指定）	3 点，始点（開始角），終点（終了角）
円弧（領域指定）	左上点，右下点，始点（開始角），終点（終了角）

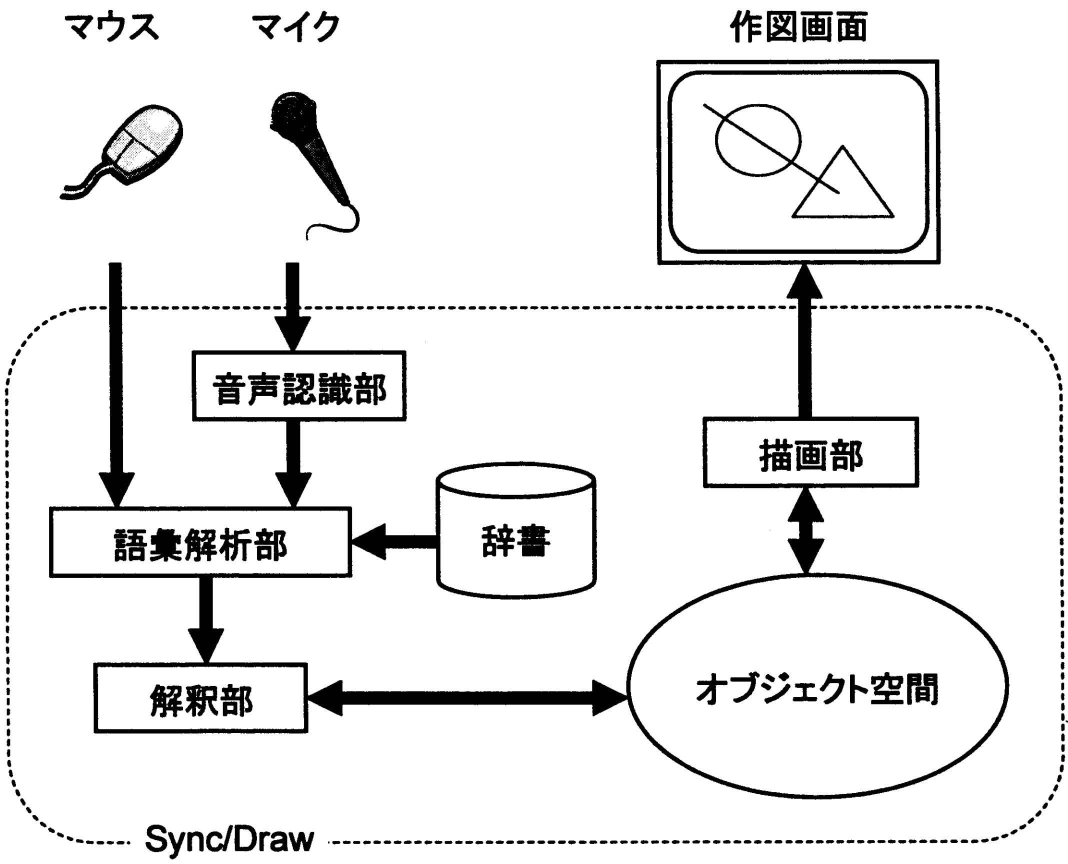

図 2: 作図システム Sync/Draw の構成

3 作図システム Sync/Draw

Sync/Draw[1, 2] は，音声入力およびポインティング入力に対して同期的に作図処理を行うシステムである．Sync/Draw は，UNIX ワークステーション上に C 言語を用いて実現されている．この章では，Sync/Draw の概要について説明する．特に，Sync/Draw における図形表現手法や図形操作について述べる．

3.1 システムの概要

Sync/Draw は，音声認識部，語彙解析部，解釈部，描画部の 4 つのモジュールと，辞書，オブジェクト空間から構成される（図 2）．

ここで，オブジェクト空間は，ユーザが行ったすべての入力に対する意味を表す．辞書は，入力とオブジェクト空間の書換え規則との間の対応を記述したものである．音声認識部は，音声入力に対して，語単位で結果を出力する．語彙解析部は，辞書を用いて，単語入力またはポインティング入力に対して，それらの意味である書換え規則を出力する．解釈部は，書換え規則を用いて，オブジェクト空間の中での遷移を漸進的に行う．描画部は，オブジェクト空間に基づいて，画面上に作図する．

Sync/Draw は，入力ごとに，その意味として得られる書換え規則を用いて，オブジェクト空間を逐次更新しながら，作図処理を進める．その際，複数の入力様式の情報は，オブジェクトと呼

ぶ統一的な枠組みで表現する．

Sync/Draw における作図処理の基本的な流れを次に示す．入力の順序に従って，以下の一連の処理を繰り返し行い，図を作成する．

(1) 入力に対して，その意味である書換え規則を出力する．

(2) 書換え規則を用いて，オブジェクト空間を書き換える．

(3) オブジェクト空間に基づいて，画面上に作図する．

(1)，(2)，(3) の処理は，それぞれ語彙解析部，解釈部，描画部が実行する．

3.2 オブジェクト

オブジェクト空間の表現形式であるオブジェクトを定義し，解釈部における処理について説明するとともに，実行例を示す．

Sync/Draw への入力は，図形そのものの情報を意味しているか，または，その図形への操作を意味している．Sync/Draw では，それらの意味をどちらもともにオブジェクトと呼ばれる構造を用いて表す．

オブジェクトは，定数（整数など），または，属性 $attr$ とオブジェクトのリスト $olist$ の対 $attr : olist$ である．$olist$ がオブジェクト $\beta_1, \cdots, \beta_n$ からなるとき，$olist = [\beta_1, \cdots, \beta_n]$ と書く．$attr : [\beta_1, \cdots, \beta_n]$ の形をしたオブジェクト α に対して，$Attr(\alpha)$ は属性 $attr$ を，また，$Member(\alpha)$ は，集合 $\{\beta_1, \cdots, \beta_n\}$ をそれぞれ表すとする．なお，簡単のため，オブジェクトのリストが唯一の要素からなるオブジェクト $attr : [\beta]$ を単に $attr : \beta$ と書く．たとえば，

$$Color : black$$

は，色が黒であるオブジェクトを表す．また，

$$Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$$

は，座標が $(60, 45)$ であるオブジェクトを表し，属性 $Point$ とオブジェクトのリスト $[X : 65, Y : 40]$ から構成されている．さらに，線分の始点を座標 $(10, 20)$ から座標 $(20, 40)$ へ移動させる操作は，以下のオブジェクトで表す．

$$Move : \begin{bmatrix} Begin : [X : 10, Y : 20] \\ End : Point : [X : 20, Y : 40] \\ Object : Line : [\,] \end{bmatrix}$$

なお，属性の間には，図 3 に示すような階層関係を定める．たとえば，オブジェクト $Line : olist$ における $olist$ の要素は，図 3 において $Line$ のすぐ下に位置する $Start$ または End を属性としてもつオブジェクトでなければならない．属性間の階層関係を満たしているオブジェクトは健全であるという．

ユーザが行ったすべての入力に対する意味を表す特別なオブジェクトをオブジェクト空間と呼び，$ObjectSpace$ で表す．$ObjectSpace$ は

$$ObjectSpace : [\beta_1, \cdots, \beta_n]$$

のような構造をもつ．ここで，$\beta_1, \cdots, \beta_n$ はオブジェクトで，画面上の描画された図形に対応する．Sync/Draw は，入力に対して，オブジェクト空間を逐次書き換えることにより，作図を行う．

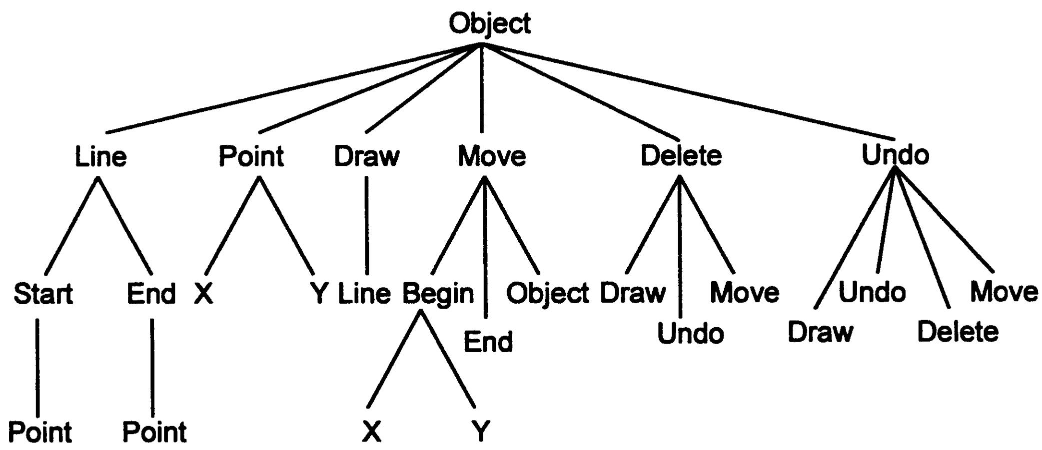

図 3: 属性間の階層関係

3.3 オブジェクト空間の更新

Sync/Draw の解釈部では，語彙解析部で得られた書換え規則に基づき，オブジェクト空間を書き換える．

オブジェクト $\alpha, \beta.\gamma$ に対して，$Attr(\alpha) = Attr(\beta)$, かつ，$Member(\alpha) = Member(\beta) \cup \{\gamma\}$ であるとき，α を $\beta \lhd \gamma$ と書く．このとき，β を $\beta \lhd \gamma$ に書き換えることを，β に γ を加えるといい，$\beta \lhd \gamma\ (= \alpha)$ を β に書き換えることを，α から γ を取り除くという．

書換え規則には，(1) $\Rightarrow \beta$（オブジェクトの追加）と (2) $\alpha \Rightarrow \beta$（オブジェクトの変更）の 2 つがある．ここで，α, β はオブジェクトである．それらの書換え規則に対応するオブジェクト空間の書換え手続きは，それぞれ以下の通りである．

(1) 書換え規則 $\Rightarrow \beta$ に対応する書換え手続き（オブジェクトの追加）

i) $Member(ObjectSpace)$ の各要素 $\gamma_1, \cdots, \gamma_n$ に対して，次のことを行う:
$\beta \lhd \gamma_i$ が健全であるならば，β に γ_i を加え，$ObjSpace$ から γ_i を取り除く．

ii) $ObjSpace$ に β を加える．

以下では，あるオブジェクトに出現するオブジェクト変数 ϕ の出現を別のオブジェクトに置き換える操作を代入といい，オブジェクト α に代入 θ を適用した結果のオブジェクトを $\alpha\theta$ と書く．

(2) 書換え規則 $\alpha \Rightarrow \beta$ に対応する書換え手続き（オブジェクトの変更）

i) 代入 θ が存在して，$Member(ObjectSpace)$ の要素に α' が存在して，$\alpha' = \alpha\theta$, かつ，$\beta\theta$ が健全であるならば，次のことを行う:

a) $ObjSpace$ から α' を取り除く．

b) $Member(ObjectSpace)$ の要素に γ に対して，$\gamma \lhd \beta\theta$ が健全であるならば，$ObjSpace$ から γ を取り除き，$ObjSpace$ に $\gamma \lhd \beta\theta$ を加える．

c) そうでなければ，$ObjSpace$ に $\beta\theta$ を加える．

3.4 オブジェクト空間更新の例

Sync/Drawによるオブジェクト空間更新の例を示す．以下では，$\nabla_{(x,y)}$ は座標 (x,y) のポインティングを表す．

3.4.1 図を描き加える場合

次の例3.1は，始点と終点を指定し，その間に直線を描画する操作の例である．

例 3.1 $\nabla_{(65,40)}$ ここから $\nabla_{(205,104)}$ ここまで線を引く

例3.1において，各入力に対する意味として得られる書換え規則と，それにより書き換えられたオブジェクト空間を表1に示す．

次の例3.2は，例3.1と同じ操作内容であるが，その順序が異なる．

例 3.2 線を $\nabla_{(65,40)}$ ここから $\nabla_{(205,104)}$ ここまで引く

例3.2において，各入力に対する意味として得られる書換え規則と，それにより書き換えられたオブジェクト空間を表2に示す．Sync/Drawでは，入力順に従って作図処理を進めるため，オブジェクト空間の更新プロセスは，例3.2と例3.1とでは異なる．Sync/Drawにおける処理手順は，ユーザの操作手順に依存しているが，これにより，ユーザにとって自由度の高い作図操作を可能にしている．

3.4.2 図を描き直す場合

次の例3.3は，すでに描画されている直線を指定し，それを指定した点まで移動する操作の例である．

例 3.3 これ $\nabla_{(143,70)}$ を $\nabla_{(85,110)}$ まで動かす

例3.3における各入力のうち,「これ」などの指示語に対しては，ポインティングがもつ情報を考慮して適切なオブジェクトを選択する．また,「動かす」の意味である書換え規則は，

$$\Rightarrow Move : [\,]$$

である．この操作により移動した直線に対するオブジェクトは次の通りである:

$$Move : \begin{bmatrix} Begin : \begin{bmatrix} X : 143 \\ Y : 70 \end{bmatrix} \\ End : Point : \begin{bmatrix} X : 85 \\ Y : 110 \end{bmatrix} \\ Object : Draw : Line : \begin{bmatrix} Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix} \\ End : Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Sync/Drawは，ユーザからのすべての入力をオブジェクト空間で表現するため，描き直された後の状態だけでなく，どのオブジェクトがどのように描き直されたかという情報も記録される．

表 5: オブジェクト空間の更新プロセス（例 3.1）

入力	書換え規則	オブジェクト空間のオブジェクトリスト
$\nabla_{(65,40)}$	$\Rightarrow X : 65,$ $\Rightarrow Y : 40$	$X : 65,$ $Y : 40$
ここ	$\Rightarrow Point : [\,]$	$Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$
から	$\phi \Rightarrow Start : \phi$	$Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$
$\nabla_{(205,104)}$	$\Rightarrow X : 205,$ $\Rightarrow Y : 104$	$X : 205,$ $Y : 104,$ $Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$
ここ	$\Rightarrow Point : [\,]$	$Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix},$ $Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$
まで	$\phi \Rightarrow End : \phi$	$Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix},$ $End : Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix}$
線	$\Rightarrow Line : [\,]$	$Line : \begin{bmatrix} Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix} \\ End : Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$
を	$\phi \Rightarrow Object : \phi$	$Object : Line : \begin{bmatrix} Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix} \\ End : Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$
引く	$Object : \phi \Rightarrow,$ $Draw : \phi$	$Draw : Line : \begin{bmatrix} Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix} \\ End : Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

表 6: オブジェクト空間の更新プロセス（例 3.2）

入力	書換え規則	オブジェクト空間のオブジェクトリスト
線	$\Rightarrow Line : [\,]$	$Line : [\,]$
を	$\phi \Rightarrow Object : \phi$	$Object : Line : [\,]$
$\nabla_{(65,40)}$	$\Rightarrow X : 65,$ $\Rightarrow Y : 40$	$X : 65,$ $Y : 40,$ $Object : Line : [\,]$,
ここ	$\Rightarrow Point : [\,]$	$Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$ $Object : Line : [\,]$
から	$\phi \Rightarrow Start : \phi$	$Object : Line : Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$
$\nabla_{(205,104)}$	$\Rightarrow X : 205,$ $\Rightarrow Y : 104$	$X : 205,$ $Y : 104,$ $Object : Line : Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$
ここ	$\Rightarrow Point : [\,]$	$Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix},$ $Object : Line : Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix}$
まで	$\phi \Rightarrow End : \phi$	$Object : Line : \begin{bmatrix} Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix} \\ End : Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$
引く	$Object : \phi \Rightarrow,$ $Draw : \phi$	$Draw : Line : \begin{bmatrix} Start : Point : \begin{bmatrix} X : 65 \\ Y : 40 \end{bmatrix} \\ End : Point : \begin{bmatrix} X : 205 \\ Y : 104 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

各入力に対する意味として得られる書換え規則と，それにより書き換えられたオブジェクト空間を表2に示す．Sync/Drawでは，入力順に従って作図処理を進めるため，オブジェクト空間の更新プロセスは，例3.2と例3.1とでは異なる．Sync/Drawにおける処理手順は，ユーザの操作手順に依存しているが，これにより，ユーザにとって自由度の高い作図操作を可能にしている．

4 マルチエージェント指向の図形表現手法

この章では，図形表現の形式化の方針を示し，マルチエージェント系自己認識論理 (multi-autoepistemic logic, MAEL) [3] の論理式を用いた図形表現の形式化手法を示す．

4.1 図形表現の種類

一般に，図形処理において表現すべき情報としては，次のようなものが考えられる．

- 図形概念

  （例）点，線分，四角形，円など

- 図形属性

  （例）座標，色，線種など

- 図形間の関係

  （例）IS-A 関係（上位-下位関係），HAS-A 関係（全体-部分関係）

- 図形操作

  （例）移動，拡大・縮小，描画，削除など

ここで，IS-A 関係（上位-下位関係）とは，たとえば，四角形全般とその一種である長方形の間や，点全般と個々の点の間などのように，抽象的な図形概念（図形クラス）と具体的な図形概念（図形インスタンス）の間に成り立つ関係であり，上位概念の図形のから下位概念の図形へ属性が継承されることがある．また，HAS-A 関係（全体-部分関係）とは，たとえば，線分とその始点（終点）との間などのように，ひとつの図形概念の全体と部分の間に成り立つ関係である．

前章で述べた Sync/Draw は，図形概念，図形属性，図形操作のいずれもオブジェクトを用いて表現している．オブジェクトは，入力やその履歴を保持し，それに対応した図形処理を実行し，描画を行うためには適した表現形式である．しかし，その形式的意味は明確ではない．また，オブジェクトは，上記の図形間の関係を表現する手法を与えていない．

そこで，上記の図形情報を表現し，かつ，その形式的意味を与えるために適した手法を構築する手法が必要となる．それに対して，以下では，マルチエージェント指向の表現手法を与える．

4.2 図形表現の方針

まず，図形概念はそれぞれ知的な主体（エージェント）であると考える．たとえば，点という図形クラスは，ひとつのエージェントであり，具体的な点（図形インスタンス）もひとつのエージェントであると考える．そこで以下では，図形概念に相当するエージェントを単に図形エージェントという．たとえば，点に相当するエージェントを点エージェントという．

このとき，図形概念に図形属性があり，それが値を持っていることは，エージェントが知識を持っていることとみなす．たとえば，ある点の x 座標の値が 1 であるとき，その点エージェントは「x 座標の値は 1 である」という知識を持っていると考える．また，ある点の色が赤であるとき，その点エージェントは「色は赤である」という知識を持っていると考える．

また，図形操作は，操作前の図形と操作後に得られる図形をそれぞれエージェントであると考え，それらの間の関係として捉える．このとき，図形操作に伴う図形属性の変化を表す規則を操作後の図形エージェントにメタ知識として与えることにより，図形操作を表現する．たとえば，x 座標の値が 1 である点が x 軸方向に 3 だけ平行移動するとき，移動前の点と移動後の点はともにエージェントであると考えると，移動前の点エージェントは，「x 座標の値は 1 である」という知識をもっていて，移動後の点エージェントは，「x 座標の値は 4 である」と知識を持っていることになる．そこで，「移動前の点エージェントが持っている知識である x 座標の値に 4 を足したものが，自分が持っている知識である x 座標の値である」というメタ知識を移動後の点エージェントに与えておく．このメタ知識により，x 軸方向に 3 だけ平行移動するという図形操作を表現することができる．

一方，操作によって変化しない図形属性を表現するために，操作前の図形エージェントの知識は，矛盾が無い限り，操作後の図形エージェントに継続されるとし，その規則を表すメタ知識を操作後の図形エージェントに与える．たとえば，上記の平行移動において，y 座標の値は変化しない．そこで，「移動前の点エージェントが持っている y 座標の値に関する知識は，矛盾がない限り，自分が持っている知識である」というメタ知識を移動後の点エージェントに与えておく．

さらに，ある時点における図形概念の間の関係は，それらの図形エージェントの間の関係として捉える．

まず，IS-A 関係にあるエージェント間の属性継承を表現するために，上位エージェントから属性を継承することをメタ知識として表現し，それを下位エージェントに与える．このメタ知識は，「上位エージェントが持っている知識は，矛盾がない限り，下位エージェントが持っている知識である」ということを表す．たとえば，線分の始点，終点は点であるので，始点，終点（いずれも図形インスタンス），および一般の点（図形クラス）をそれぞれエージェントとみなす．このとき，始点，終点は点に関する図形属性を継承する．そこで，「点エージェントが持っている知識は，矛盾がない限り，自分が持っている知識である」というメタ知識を始点エージェント，終点エージェントに与えておく．

次に，HAS-A 関係にある図形概念については，「図形全体に対する図形操作は，その図形の部分にも適用される」という性質が成り立つ．たとえば，線分を移動する場合，線分の部分である始点，終点も移動する．そこで，全体－部分関係にある図形エージェントの間では，この性質を表現するメタ知識を部分エージェントに与えることにより，図形操作を表現する．このことは，言い換えれば，図形操作の性質の表現を通じて，図形間の HAS-A 関係を表現することになる．

4.3 マルチエージェント系自己認識論理

前節で述べた方針に従って図形情報の形式化を行うために，マルチエージェント系自己認識論理 (multi-autoepistemic logic, MAEL) [3] の論理式を用いる．モデルに基づく意味論を備える形式論理を用いることにより，図形表現に明確な意味付けを与えることができる．

MAEL は，Moore の自己認識論理（autoepistemic logic, AEL）を多重理論の場合に拡張した非単調論理である．非単調論理は，不完全な知識しか得られない状況において人間が行う推論を形式化するものであるが，複数の非単調推論の競合により，望ましくない推論結果も得られるという問題が指摘された．そのような問題を解決するためには，推論に優先度を付けることが有効であるが，この優先度は，対象となる問題に応じて柔軟に指定できることが望ましい．MAEL は，エージェントに初期知識として与えられる論理式によって，エージェント間の知識獲得関係やその優先順位を指定することができるため，非単調推論の優先度を柔軟に変更することができる．

この節では，MAEL の構文と意味論についてまとめる．

4.3.1 論理式

定義 4.1 *MAEL* において用いる記号は，以下のものである．

- 原子命題 $P, Q, \cdots$.
- 論理結合子 $\neg, \vee$.
- 様相演算子 $L_1, \cdots, L_n$.

以下では，論理結合子 $\wedge, \rightarrow$ も，通常の意味の通りに用いる．

定義 4.2 *MAEL* における論理式を以下のように定義する．

1. 原子命題 P は論理式である．
2. p が論理式であるとき，$\neg p$ も論理式である．
3. p, q が論理式であるとき，$p \vee q$ も論理式である．
4. p が論理式であるとき，$L_1 p, \cdots, L_n p$ も論理式である．

論理式 $L_i p$ は,「エージェント i は知識 p を持っている」というメタ知識を表す．
すべての論理式からなる集合を $\mathcal{L}_{mael}$ と書く．

定義 4.3 論理式集合の n 項組 $T = (T_1, \cdots, T_n)$ を理論という．

理論 $T = (T_1, \cdots, T_n)$ において，第 i 要素 T_i は，エージェント i が持っているすべての知識からなる集合を表す．

4.3.2 自己認識解釈

定義 4.4 次の条件を満たす論理式への真理値割り当て $I : \mathcal{L}_{mael} \rightarrow \{0, 1\}$ を命題解釈という．

任意の論理式 p, q に対して，

1. $I(p) = 1$ または $I(p) = 0$ のいずれかである．
2. $I(\neg p) = 1 \quad \text{iff} \quad I(p) = 0$.
3. $I(p \vee q) = 1 \quad \text{iff} \quad I(p) = 1$ または $I(q) = 1$.

命題解釈においては，$L_i p$ の形の論理式も命題論理における原子式と同じように扱われて解釈される．そこで，$L_i p$ の直観的な意味を反映する自己認識解釈を定義する．

定義 4.5 次の条件を満たす命題解釈 I を理論 $T = (T_1, \cdots, T_n)$ に関する自己認識解釈という．

任意の論理式 p に対して，

$$I(L_i p) = 1 \quad \text{iff} \quad p \in T_i \quad (i = 1, \cdots, n)$$

また，論理式集合 A_i に対して，そのすべての要素を真とするような T に関する自己認識解釈を T に関する A_i の自己認識モデルという．

T に関する自己認識解釈は，p がエージェント i の知識からなる集合 T_i に含まれるかどうかによって L_ip の真理値を決定する．このことは，L_ip の直観的な意味である「エージェント i が知識 p を持っている」を直接に反映した定義となっている．

定義 4.6 A_i を論理式集合，p を論理式，$T=(T_1,\cdots,T_n)$ を理論とし，I を T に関する任意の自己認識解釈とする．このとき，任意の $q\in A_i$ に対して，$I(q)=1$ ならば $I(p)=1$ であるならば，p は T に関する A_i からの自己認識帰結であるといい，$A_i\models_T p$ と書く．

4.3.3 理論の拡張集合

n エージェントの初期知識の集合（前提理論という）が与えられたとき，各エージェントが論理的推論とマルチエージェント系自己認識推論を用いて得られる最終的な知識の集合を前提理論の拡張集合という．ここで，論理的推論，マルチエージェント系自己認識推論とは，以下のような推論である．

- 論理的推論
  MAEL における各エージェントは論理的に全知であり，各エージェントの知識は（命題論理の）論理的帰結に関して閉じている．
- マルチエージェント系自己認識推論エージェント i が知識 p を持っているとき，「エージェント i は知識 p を持っている」というメタ知識 L_ip をすべてのエージェントが獲得する．また，エージェント i が知識 p を持っていないとき，「エージェント i は知識 p をもっていない」というメタ知識 $\neg L_ip$ をすべてのエージェントが獲得する．

ここで，理論の拡張集合を定義する．

定義 4.7 理論 $T=(T_1,\cdots,T_n)$ と理論 $A=(A_1,\cdots,A_n)$ に対して，

$$T_i=\{p\in\mathcal{L}_{mael}|A_i\models_T p\}\quad(i=1,\cdots,n)$$

が成り立つとき，T は A の拡張集合であるという．

拡張集合 T の定義において，T は式の右辺にも現れている．これは，MAEL において形式化されているエージェントが，推論の過程において，自分が最終的に獲得する知識の集合を参照していることを表している．なお，拡張集合は存在しないことも，また，複数個が存在することもある．

4.4 エージェント表現の拡張

HAS-A 関係にあるエージェントや，図形操作後に得られる図形エージェントを表現するために，MAEL におけるエージェントの表現を拡張する．以下では，エージェントの表現を拡張した MAEL を拡張 MAEL と呼ぶ．

定義 4.8 拡張 *MAEL* において用いる記号は，以下のものである．

1. 原子命題 $P,Q,\cdots$.

2. 論理結合子 $\neg,\vee$.

3. 様相記号 L.

4. ピリオド'.'

5. 部分記号 $start, end, left, top, \cdots$

6. 操作記号 $move_{a,b}, \cdots$

7. 原子エージェント記号 $line, point, \cdots$

定義 4.9 拡張 *MAEL* におけるエージェント表現を以下のように定義する.

1. 原子エージェント記号はエージェント表現である.

2. α がエージェント表現で, β が部分記号であるとき, $\alpha.\beta$ はエージェント表現である.

3. α がエージェント表現で, γ が操作記号であるとき, $\gamma(\alpha)$ はエージェント表現である.

すべてのエージェント表現からなる集合を AGT とする.

定義 4.10 拡張 *MAEL* における論理式を以下のように定義する.

1. 原子命題 P は論理式である.

2. p が論理式であるとき, $\neg p$ も論理式である.

3. p, q が論理式であるとき, $p \vee q$ も論理式である.

4. p が論理式, α がエージェント表現であるとき, $L_\alpha p$ も論理式である.

拡張 MAEL におけるすべての論理式からなる集合を $\mathcal{L}_{xmael}$ と書く.

定義 4.11 論理式集合からなる集合を理論という.

理論の各要素である論理式集合は, 各エージェントが持っているすべての知識からなる集合を表す.
拡張 MAEL において, 理論に対する拡張集合は, エージェントとして $i = 1, \cdots, n$ ではなく, $i \in AGT$ を考えることにより, MAEL と同様に以下のように定義できる.

定義 4.12 次の条件を満たす命題解釈 I を理論 $T = \{T_i | i \in AGT\}$ に関する自己認識解釈という.

任意の論理式 p について,

$$I(L_i p) = 1 \quad \text{iff} \quad p \in T_i \quad (i \in AGT)$$

定義 4.13 A_i を論理式集合, p を論理式, $T = \{T_i | i \in AGT\}$ を理論とし, I を T に関する任意の自己認識解釈とする. このとき, 任意の $q \in A_i$ に対して, $I(q) = 1$ ならば $I(p) = 1$ であるならば, p は T に関する A_i からの自己認識帰結であるといい, $A_i \models_T p$ と書く.

定義 4.14 理論 $T = \{T_i | i \in AGT\}$ と理論 $A = \{A_i | i \in AGT\}$ に対して,

$$T_i = \{p \in \mathcal{L}_{mael} | A_i \models_T p\} \quad (i \in AGT)$$

が成り立つとき, T は A の拡張集合であるという.

4.5 拡張マルチエージェント系自己認識論理に基づく図形表現

本節では，前章で述べた方針に従って，MAEL での表現手法について述べる．

4.5.1 図形概念と図形属性

図形概念（図形クラス，図形インスタンス）をそれぞれエージェントとみなし，エージェント表現を用いて図形概念を表現する．次に，図形概念に属性があり，それが値を持っていることは論理式を用いて表現する．

たとえば，点エージェントはエージェント表現 $point$ によって表現し，点の属性とその値に関する情報の「x 座標は 1 である」や「色は黒である」は，原子命題を用いて $X(1), color(black)$ のように表現する．点エージェント $point$ はそれらを知識として持っているので，$X(1), color(black) \in T_{point}$ となる．ここで，T_{point} は点エージェント $point$ が持っているすべての知識からなる集合であり，点の属性とその値に関する情報は知識として含まれている．

4.5.2 図形操作

図形操作 act を行うとき，操作前の図形エージェント fig に対して，操作後の図形エージェントを $act(fig)$ と表現する．図形操作は，エージェント fig が持っている知識とエージェント $act(fig)$ が持っている知識の間の関係をメタ知識として記述する．

図形操作によって図形属性が変化することは，その変化を記述するメタ知識をエージェント $act(fig)$ に与えることによって記述する．このメタ知識は，図形操作の種類（性質）により異なる．したがって，このメタ知識によって図形操作を形式化することになる．

一方，図形操作によって変化しない図形属性については，エージェント fig が持っている知識は，矛盾がない限り継続されること，すなわち，エージェント $act(fig)$ に継承されることを表現するために，メタ知識

$$L_{fig}p \wedge \neg L_{act(fig)}\neg p \rightarrow p$$

をエージェント $act(fig)$ に与える．

4.5.3 IS-A 関係

IS-A 関係にある図形エージェントの間には,「上位エージェントの図形属性は，矛盾がない限り，下位エージェントの図形属性として継承される」という性質（属性継承）がある．そこで，下位エージェント low が上位エージェント $high$ から属性を継承することを表現するメタ知識

$$L_{high}p \wedge \neg L_{low}\neg p \rightarrow p$$

を下位エージェント low に与える．したがって，このメタ知識によって図形間の IS-A 関係を記述することになる．

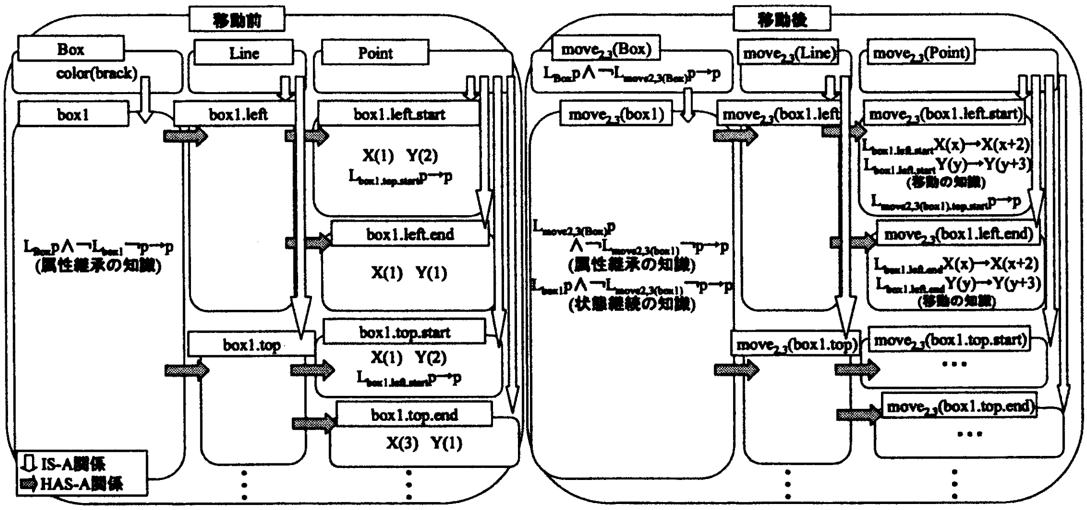

図 4: 拡張 MAEL に基づく四角形の移動の表現

4.5.4 HAS-A 関係

HAS-A 関係にあるエージェントについては，全体エージェント *whole* に対して，部分エージェントをエージェント表現 *whole.part* を用いて表現する．HAS-A 関係では，全体の属性が部分に継承されるという性質はなく，その関係を直接表現することは困難である．

そこで，HAS-A 関係では,「図形全体に対する図形操作は，その図形の部分にも適用される」という性質があることを利用する．すなわち，図形操作前の図形エージェント fig と図形操作後の図形エージェント $act(fig)$（それらは全体エージェントである）の間だけでなく，図形操作前の図形エージェント fig の部分エージェント $fig.part$ と図形操作後の図形エージェント $act(fig)$ の部分エージェント $act(fig).part$ の間にも，同じ図形操作が行われたと考え，図形操作を表すメタ知識をエージェント $act(fig)$ とエージェント $act(fig).part$ の両方に与える．したがって，図形操作の記述を介して，HAS-A 関係を記述することになる．

4.6 図形表現の例

この節では，拡張 MAEL に基づく図形表現手法を用いた図形表現の例を示す.

例 4.1 四角形の平行移動を記述する．以下では，簡単のために，図形それ自体とそれに相当する図形エージェント，および，そのエージェントを表現するためのエージェント表現を同一視する.

図 *4* は，四角形 $box1$ を x 軸方向に *2* だけ，y 軸方向に *3* だけ平行移動させたときの記述を示す.

ここで，$box1$ は，その部分として，左辺 $box1.left$，上辺 $box1.top$ を持つとする．また，左辺と上辺は，それぞれその部分として，始点 $box1.left.start$，$box1.top.start$ と終点 $box1.left.end$，$box1.top.end$ を持つとする.

まず，四角形，その辺，および辺の始点，終点にそれぞれ相当する図形エージェントに，属性継承を表す知識を与えることにより，それぞれの上位エージェントと間の *IS-A* 関係を記述する．たとえば，$box1$ に属性継承のためのメタ知識

$$L_{Box}p \wedge \neg L_{box1}\neg p \rightarrow p$$

を与える．これにより,「すべての四角形は（一般に）黒である」ことが成り立つとき，$color(black)$（「色は黒である」）という知識を四角形クラスに相当する上位エージェント Box に与えれば，四角形インスタンスに相当する下位エージェント $box1$ も $color(black)$ という知識を持っていることを推論することができる．

また，$move_{2,3}(box1)$ は，この平行移動を行った後の四角形を表す．$move_{2,3}(box1)$ に $box1$ が持っている知識を継続することを表現するメタ知識

$$L_{box1}p \wedge \neg L_{move_{2,3}(box1)} \neg p \rightarrow p$$

を与えることにより，平行移動によって変化しない知識 $color(black)$ を推論することができる．

さらに，平行移動後の四角形の左辺 $move_{2,3}(box1).left$，および上辺 $move_{2,3}(box1).top$ それぞれの始点，終点に対して，平行移動を表現するメタ知識を与える．たとえば，エージェント $move_{2,3}(box1).left.start$ に「平行移動前の x 座標に 2 を足す」を表す知識

$$L_{box1.left.start}X(x) \rightarrow X(x+2)$$

を与えることにより，四角形に対する平行移動が，その部分である左辺にも適用され，さらにその部分である始点にも適用されることになる．これにより，平行移動を記述するとともに，左辺とその始点の間，および，四角形とその左辺の間の *HAS-A* 関係を記述することができる．

また，左辺の始点 $box1.left.start$ が，$X(1)$ という知識を持っていることから，すべてのエージェントが $L_{box1.left.start}X(1)$ という知識を持っていることになる．このとき，左辺の終点 $box1.left.end$ は，

$$L_{box1.left.start}X(x) \rightarrow X(x+2)$$

という知識を持っているので，$X(3)$ という知識を推論することができる．このように，平行移動後の始点，終点の座標を推論することができる．

ここで，$box.left.start$ と $box.top.start$ のように，同じ図形に相当するが，エージェント表現の異なるエージェントが存在するという問題が起こる．それに対しては，それらのエージェントが知識を互いに交換することを表現するメタ知識

$$L_{box.left.start}p \rightarrow p,$$

$$L_{box.top.start}p \rightarrow p$$

をそれぞれエージェント $box.top.start$，$box.left.start$ に与えればよい．

4.7 種々の図形概念・図形属性の表現

この節では，30 種類の図形概念とその図形属性に対して，拡張 MAEL に基づく記述をまとめる．以下では，論理式 p とエージェント表現 agt に対して，$p \in A_{agt}$ は，知識 p をエージェント agt に知識としてあらかじめ与えておくことを示す．

1. 図形概念：点 $point$
   - 図形属性：
     座標 (x_0, y_0)
   - 図形エージェントの知識：
     $X(x_0), Y(y_0) \in A_{point}$

2. 図形概念：直線（端点指定）*line*

- 図形属性：
  始点 (x_s, y_s)，終点 (x_e, y_e)
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_s), Y(y_s) \in A_{line.start}$，
  $X(x_e), Y(y_e) \in A_{line.end}$，
  $L_{line.start}X(x_s) \wedge L_{line.end}X(x_e) \rightarrow X(\frac{x_s + x_e}{2}) \in A_{line.center}$，
  $L_{line.start}Y(y_s) \wedge L_{line.end}Y(y_e) \rightarrow Y(\frac{y_s + y_e}{2}) \in A_{line.center}$

3. 図形概念：直線（中心指定）*line*

- 図形属性：
  中心 (x_c, y_c)，終点 (x_e, y_e)
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{line.center}$，
  $X(x_e), Y(y_e) \in A_{line.end}$，
  $L_{line.center}X(x_c) \wedge L_{line.end}X(x_e) \rightarrow X(2x_c - x_e) \in A_{line.start}$，
  $L_{line.center}Y(y_c) \wedge L_{line.end}Y(y_e) \rightarrow Y(2y_c - y_e) \in A_{line.start}$

4. 図形概念：直線（通過点指定）*line*

- 図形属性：
  端点 (x_s, y_s)，通過点 (x_t, y_t)，長さ a
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_s), Y(y_s) \in A_{line.start}$，
  $X(x_t), Y(y_t) \in A_{line.through}$，
  $$L_{line.start}(X(x_s) \wedge Y(y_s)) \wedge L_{line.through}(X(x_t) \wedge Y(y_t)) \rightarrow X(x_s + \frac{x_t - x_s}{|x_t - x_s|}(\frac{a(x_s - x_t)^2}{(x_s - x_t)^2 + (y_s - y_t)^2})^{\frac{1}{2}}) \in A_{line.end},$$
  $$L_{line.start}(X(x_s) \wedge Y(y_s)) \wedge L_{line.through}(X(x_t) \wedge Y(y_t)) \rightarrow Y(y_s + \frac{y_t - y_s}{|y_t - y_s|}(\frac{a(y_s - y_t)^2}{(x_s - x_t)^2 + (y_s - y_t)^2})^{\frac{1}{2}}) \in A_{line.end},$$
  $L_{line.start}X(x_s) \wedge L_{line.end}X(x_e) \rightarrow X(\frac{x_s + x_e}{2}) \in A_{line.center}$，
  $L_{line.start}Y(y_s) \wedge L_{line.end}Y(y_e) \rightarrow Y(\frac{y_s + y_e}{2}) \in A_{line.center}$

5. 図形概念：正多角形（中心指定）*polygon*

- 図形属性
  中心 (x_c, y_c)，n 番目の頂点 (x_n, y_n)（$n \leq a - 1$），辺数 a
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{polygon.center}$，
  $X(x_0), Y(y_0) \in A_{polygon.vertex_0}$，
  $$L_{polygon.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{polygon.vertex_0}(X(x_0) \wedge Y(y_0)) \rightarrow X(x_0 \cos\frac{360n}{a} - y_0 \sin\frac{360n}{a}) \in A_{polygon.vertex_n},$$

$$L_{polygon.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{polygon.vertex_0}(X(x_0) \wedge Y(y_0))$$
$$\rightarrow Y(x_0 \sin \frac{360n}{a} + y_0 \cos \frac{360n}{a}) \in A_{polygon.vertex_n}$$

6. 図形概念：台形（端点指定）*trapezoid*

- 図形属性
  左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，下底に対する上底の長さ比 a（$1 \leq a \leq 100$）
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{trapezoid.arealefttop}$，
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{trapezoid.rightbottom}$，
  $L_{trapezoid.arealefttop} X(x_{lt}) \rightarrow X(x_{lt}) \in A_{trapezoid.leftbottom}$，
  $L_{trapezoid.rightbottom} Y(y_{rightbottom}) \rightarrow Y(y_{rb}) \in A_{trapezoid.leftbottom}$，
  $$L_{trapezoid.arealefttop} X(x_{lt}) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} X(x_{rb})$$
  $$\rightarrow X(x_{lt} + \frac{1-a}{200}(x_{rb} - x_{lt})) \in A_{trapezoid.lefttop},$$
  $L_{trapezoid.arealefttop} Y(y_{alt}) \rightarrow Y(y_{lt}) \in A_{trapezoid.lefttop}$，
  $$L_{trapezoid.arealefttop} X(x_{lt}) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} X(x_{rb})$$
  $$\rightarrow X(x_{rb} - \frac{1-a}{200}(x_{rb} - x_{lt})) \in A_{trapezoid.rightbottom},$$
  $L_{trapezoid.arealefttop} Y(y_{arealefttop}) \rightarrow Y(y_{lt}) \in A_{trapezoid.rightbottom}$，
  $$L_{trapezoid.arealefttop} X(x_{lt}) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} X(x_{rb})$$
  $$\rightarrow X(\frac{x_{lt} + x_{rb}}{2}) \in A_{trapezoid.center},$$
  $$L_{trapezoid.arealefttop} Y(y_{lt}) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} Y(y_{rb}) \rightarrow X(\frac{y_{lt} + y_{rb}}{2}) \in A_{trapezoid.center}$$

7. 図形概念：台形（中心指定）*trapezoid*

- 図形属性
  中心 (x_c, y_c)，端点 (x_{rb}, y_{rb})，下底に対する上底の長さ比 a（$1 \leq a \leq 100$）
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{trapezoid.center}$，
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{trapezoid.rightbottom}$，
  $$L_{trapezoid.center} X(x_c) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} X(x_{rb})$$
  $$\rightarrow X(2x_c - x_{rb}) \in A_{trapezoid.leftbottom},$$
  $L_{trapezoid.rightbottom} Y(y_{rightbottom}) \rightarrow Y(y_{rb}) \in A_{trapezoid.leftbottom}$，
  $$L_{trapezoid.center} X(x_c) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} X(x_{rb})$$
  $$\rightarrow X(x_{rb} - \frac{1+a}{100}(x_{rb} - x_c)) \in A_{trapezoid.lefttop},$$
  $$L_{trapezoid.center} Y(y_c) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} Y(y_{rightbottom})$$
  $$\rightarrow Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{trapezoid.lefttop},$$
  $$L_{trapezoid.center} X(x_c) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} X(x_{rb})$$
  $$\rightarrow X(x_{rb} - \frac{1-a}{100}(x_{rb} - x_c)) \in A_{trapezoid.righttop},$$
  $$L_{trapezoid.center} Y(y_c) \wedge L_{trapezoid.rightbottom} Y(y_{rightbottom})$$
  $$\rightarrow Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{trapezoid.righttop}$$

8. 図形概念：長方形（端点指定）*rectangle*

- 図形属性
  左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})

- 図形エージェントの知識：
  $X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{rectangle.lefttop}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{rectangle.rightbottom}$,
  $L_{rectangle.lefttop}X(x_{lt}) \to X(x_{lt}) \in A_{rectangle.leftbottom}$,
  $L_{rectangle.rightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}) \in A_{rectangle.leftbottom}$,
  $L_{rectangle.rightbottom}X(x_{rb}) \to X(x_{lt}) \in A_{rectangle.righttop}$,
  $L_{rectangle.lefttop}Y(y_{lt}) \to Y(y_{rb}) \in A_{rectangle.righttop}$,
  $L_{rectangle.lefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{rectangle.rightbottom}X(x_{rb}) \to X(\frac{x_{lt}+x_{rb}}{2}) \in A_{rectangle.center}$,
  $L_{rectangle.lefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{rectangle.rightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(\frac{y_{lt}+y_{rb}}{2}) \in A_{rectangle.center}$

9. 図形概念：長方形（中心指定）*rectangle*

- 図形属性
  中心 (x_c, y_c)，端点 (x_{lt}, y_{lt})
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{rectangle.center}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{rectangle.rightbottom}$,
  $L_{rectangle.center}X(x_c) \wedge L_{rectangle.rightbottom}X(x_{rb})$
  $\to X(2x_c - x_{rb}) \in A_{rectangle.lefttop}$,
  $L_{rectangle.center}Y(y_c) \wedge L_{rectangle.rightbottom}Y(y_{rb})$
  $\to Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{rectangle.lefttop}$,
  $L_{rectangle.center}X(x_c) \wedge L_{rectangle.rightbottom}X(x_{rb}) \to X(2x_c - x_{rb}) \in A_{rectangle.lefttop}$,
  $L_{rectangle.rightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}) \in A_{rectangle.lefttop}$,
  $L_{rectangle.rightbottom}X(x_{rb}) \to X(x_{rb}) \in A_{rectangle.lefttop}$,
  $L_{rectangle.center}Y(y_c) \wedge L_{rectangle.rightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{rectangle.lefttop}$

10. 図形概念：平行四辺形（端点指定）*parallelogram*

- 図形属性
  左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，頂角 θ_1（$15 \le \theta_1 \le 165$），傾き θ_2（$0 \le \theta_2 \le 179$）
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{parallelogram.lefttop}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{parallelogram.rightbottom}$,
  $L_{parallelogram.lefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{parallelogram.rightbottom}X(x_{rb})$
  $\to x(\frac{x_{lt}+x_{rb}}{2}) \in A_{parallelogram.center}$,
  $L_{parallelogram.lefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{parallelogram.rightbottom}Y(y_{rb})$
  $\to Y(\frac{y_{lt}+y_{rb}}{2}) \in A_{parallelogram.center}$,
  $L_{parallelogram.lefttop}(X(x_{lt}) \wedge Y(y_{lt})) \wedge L_{parallelogram.rightbottom}(X(x_{rb} \wedge Y(y_{rb}))$
  $\to X(\frac{x_{lt}cos\theta_1 \sin(\theta_1+\theta_2) - x_{rb}\sin\theta_1\cos(\theta_1+\theta_2) + (y_{rb}-y_{lt})\cos\theta_1\cos(\theta_1+\theta_2)}{\sin\theta_2})$
  $\in A_{parallelogram.leftbottom}$,
  $L_{parallelogram.lefttop}(X(x_{lt}) \wedge Y(y_{lt})) \wedge L_{parallelogram.rightbottom}(X(x_{rb} \wedge Y(y_{rb}))$
  $\to Y(\frac{y_{rb}cos\theta_1 \sin(\theta_1+\theta_2) - y_{lt}\sin\theta_1 cos(\theta_1+\theta_2) + (x_{lt}-x_{rb})\sin\theta_1\sin(\theta_1+\theta_2)}{\sin\theta_2})$
  $\in A_{parallelogram.leftbottom}$,

$L_{parallelogram.center}X(x_c) \wedge L_{parallelogram.leftbottom}X(x_{lb}) \rightarrow x(2x_c - x_{lb})$
$\in A_{parallelogram.righttop}$,
$L_{parallelogram.center}Y(y_c) \wedge L_{parallelogram.leftbottom}Y(y_{lb}) \rightarrow Y(2y_c - y_{lb})$
$\in A_{parallelogram.righttop}$

11. 図形概念：平行四辺形（中心指定）*parallelogram*

- 図形属性
  中心 (x_c, y_c)，左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，頂角 θ_1（$15 \leq \theta_1 \leq 165$），傾き θ_2 $(0 \leq \theta_2 \leq 179)$
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{parallelogram.center}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{parallelogram.rightbottom}$,
  $L_{parallelogram.center}X(x_c) \wedge L_{parallelogram.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(2x_c - x_{rb})$
  $\in A_{parallelogram.lefttop}$,
  $L_{parallelogram.center}Y(y_c) \wedge L_{parallelogram.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(2y_c - y_{rb})$
  $\in A_{parallelogram.lefttop}$,
  $L_{parallelogram.lefttop}(X(x_{lt}) \wedge Y(y_{lt})) \wedge L_{parallelogram.rightbottom}(X(x_{rb} \wedge Y(y_{rb}))$
  $\rightarrow X(\frac{x_{lt}\cos\theta_1 \sin(\theta_1+\theta_2) - x_{rb}\sin\theta_1\cos(\theta_1+\theta_2) + (y_{rb}-y_{lt})\cos\theta_1\cos(\theta_1+\theta_2)}{\sin\theta_2})$
  $\in A_{parallelogram.leftbottom}$,
  $L_{parallelogram.lefttop}(X(x_{lt}) \wedge Y(y_{lt})) \wedge L_{parallelogram.rightbottom}(X(x_{rb} \wedge Y(y_{rb}))$
  $\rightarrow Y(\frac{y_{rb}\cos\theta_1 \sin(\theta_1+\theta_2) - y_{lt}\sin\theta_1\cos(\theta_1+\theta_2) + (x_{lt}-x_{rb})\sin\theta_1\sin(\theta_1+\theta_2)}{\sin\theta_2})$
  $\in A_{parallelogram.leftbottom}$,
  $L_{parallelogram.center}X(x_c) \wedge L_{parallelogram.leftbottom}X(x_{lb}) \rightarrow x(2x_c - x_{lb})$
  $\in A_{parallelogram.righttop}$,
  $L_{parallelogram.center}Y(y_c) \wedge L_{parallelogram.leftbottom}Y(y_{lb}) \rightarrow Y(2y_c - y_{lb})$
  $\in A_{parallelogram.righttop}$

12. 図形概念：菱形（端点指定）*rhombus*

- 図形属性
  左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{rhombus.lefttop}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{rhombus.rightbottom}$,
  $L_{rhombus.lefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{rhombus.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(\frac{x_{lt}+x_{rb}}{2}) \in A_{rhombus.top}$,
  $L_{rhombus.lefttop}Y(y_{lt}) \rightarrow Y(y_{lt}) \in A_{rhombus.top}$,
  $L_{rhombus.lefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{rhombus.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(\frac{x_{lt}+x_{rb}}{2}) \in A_{rhombus.bottom}$,
  $L_{rhombus.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(y_{rb}) \in A_{rhombus.bottom}$,
  $L_{rhombus.lefttop}X(x_{lt}) \rightarrow X(x_{lt}) \in A_{rhombus.left}$,
  $L_{rhombus.lefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{rhombus.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(\frac{y_{lt}+y_{rb}}{2}) \in A_{rhombus.left}$,
  $L_{rhombus.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(x_{rb}) \in A_{rhombus.right}$,
  $L_{rhombus.lefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{rhombus.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(\frac{y_{lt}+y_{rb}}{2}) \in A_{rhombus.right}$,

$L_{rhombus.lefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{rhombus.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(\frac{x_{lt}+x_{rb}}{2}) \in A_{rhombus.center}$,
$L_{rhombus.lefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{rhombus.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(\frac{y_{lt}+y_{rb}}{2}) \in A_{rhombus.center}$,

13. 図形概念：菱形（中心指定）*rhombus*

- 図形属性
  中心 (x_c, y_c)，端点 (x_{rb}, y_{rb})
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{rhombus.center}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{rhombus.rightbottom}$,
  $L_{rhombus.center}X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{rhombus.top}$,
  $L_{rhombus.center}Y(y_c) \wedge L_{rhombus.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{rhombus.top}$,
  $L_{rhombus.center}X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{rhombus.bottom}$,
  $L_{rhombus.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(y_{rb}) \in A_{rhombus.bottom}$,
  $L_{rhombus.center}X(x_c) \wedge L_{rhombus.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow Y(2x_c - x_{rb}) \in A_{rhombus.left}$,
  $L_{rhombus.center}Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{rhombus.left}$,
  $L_{rhombus.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(x_{rb}) \in A_{rhombus.right}$,
  $L_{rhombus.center}Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{rhombus.right}$

14. 図形概念：正方形（端点指定）*square*

- 図形属性
  左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 $(x_{rb}(= x_{lt}+a), y_{rb}(= y_{lt}+a))$
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{square.lefttop}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{square.rightbottom}$,
  $L_{square.lefttop}X(x_{lt}) \rightarrow X(x_{lt}) \in A_{square.leftbottom}$,
  $L_{square.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(y_{rb}) \in A_{square.leftbottom}$,
  $L_{square.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(x_{lt}) \in A_{square.righttop}$,
  $L_{square.lefttop}Y(y_{lt}) \rightarrow Y(y_{rb}) \in A_{square.righttop}$,
  $L_{square.lefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{square.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(\frac{x_{lt}+x_{rb}}{2}) \in A_{square.center}$,
  $L_{square.lefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{square.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(\frac{y_{lt}+y_{rb}}{2}) \in A_{square.center}$

15. 図形概念：正方形（中心指定）*square*

- 図形属性
  中心 (x_c, y_c)，左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 $(x_{rb}(= x_{lt}+a), y_{rb}(= y_{lt}+a))$
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{square.center}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{square.rightbottom}$,
  $L_{square.center}X(x_c) \wedge L_{square.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(2x_c - x_{rb}) \in A_{square.lefttop}$,
  $L_{square.center}Y(y_c) \wedge L_{square.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{square.lefttop}$,
  $L_{square.center}X(x_c) \wedge L_{square.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(2x_c - x_{rb}) \in A_{square.lefttop}$,
  $L_{square.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(y_{rb}) \in A_{square.lefttop}$,

$L_{square.rightbottom}X_(x_{rb}) \to X(x_{rb}) \in A_{square.lefttop}$,
$L_{square.center}Y(y_c) \wedge L_{square.rightbottom}Y_(y_{rb}) \to Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{square.lefttop}$

16. 図形概念：ベジエ曲線 *beziercurve*

- 図形属性
  始点 (x_s, y_s)，始点の方向点 (x_{sd}, y_{sd})，終点 (x_e, y_e)，終点の方向点 (x_{ed}, y_{ed})
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_s), Y(y_s) \in A_{beziercurve.start}$,
  $X(x_{sd}), Y(y_{sd}) \in A_{beziercurve.startdirection}$,
  $X(x_e), Y(y_e) \in A_{beziercurve.end}$,
  $X(x_ed), Y(y_ed) \in A_{beziercurve.enddirection}$

17. 図形概念：楕円（端点指定）*ellipse*

- 図形属性
  左上点 (x_{tl}, y_{tl})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，回転角 θ
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_{tl}), Y(y_{tl}) \in A_{ellipse.temporaryleft}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{ellipse.arearightbottom}$,
  $L_{ellipse.temporaryleft}X(x_{tl}) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb})$
  $$\to X(\frac{x_{tl}+x_{rb}}{2}) \in A_{ellipse.center},$$
  $L_{ellipse.temporaryleft}Y(y_{tl}) \to Y(y_{tl}) \in A_{essipse.center}$,
  $L_{ellipse.temporaryleft}(X(x_{tl}) \wedge Y(y_{tl})) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}(X(x_{rb}) \wedge Y(y_{rb}))$
  $\wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)$
  $$\to X((\frac{x_{tl}+x_{rb}}{2} - x_c)\cos\theta - (2y_{tl} - y_{ard} - y_c)\sin\theta + x_c) \in A_{ellipse.top},$$
  $L_{ellipse.temporaryleft}(X(x_{tl}) \wedge Y(y_{tl})) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}(X(x_{rb}) \wedge Y(y_{rb}))$
  $\wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)$
  $$\to Y((\frac{x_{tl}+x_{rb}}{2} - x_c)\sin\theta + (2y_{tl} - y_{ard} - y_c)\cos\theta + y_c) \in A_{ellipse.top},$$
  $L_{ellipse.temporaryleft}(X(x_{tl}) \wedge Y(y_{tl})) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}(X(x_{rb}) \wedge Y(y_{rb}))$
  $\wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)$
  $$\to X((\frac{x_{tl}+x_{rb}}{2} - x_c)\cos\theta - (y_{rb} - y_c)\sin\theta + x_c) \in A_{ellipse.bottom},$$
  $L_{ellipse.temporaryleft}X(x_{tl}) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}(X(x_{rb}) \wedge Y(y_{rb}))$
  $\wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
  $$\to Y((\frac{x_{tl}+x_{rb}}{2} - x_c)\sin\theta + (y_{rb} - y_c)\cos\theta + y_c) \in A_{ellipse.bottom},$$
  $L_{ellipse.temporaryleft}(X(x_{tl}) \wedge Y(y_{tl})) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)$
  $$\to X((x_{tl} - x_c)\cos\theta - (y_{tl} - y_c)\sin\theta + x_c) \in A_{ellipse.left},$$
  $L_{ellipse.temporaryleft}(X(x_{tl}) \wedge Y(y_{tl})) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)$
  $$\to Y((x_{tl} - x_c)\sin\theta + (y_{tl} - y_c)\cos\theta + y_c) \in A_{ellipse.left},$$
  $L_{ellipse.temporaryleft}Y(y_{tl}) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)$
  $$\to X((x_{rb} - x_c)\cos\theta - (y_{tl} - y_c)\sin\theta + x_c) \in A_{ellipse.right},$$
  $L_{ellipse.temporaryleft}Y(y_{tl}) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)$
  $$\to Y((x_{rb} - x_c)\sin\theta + (y_{tl} - y_c)\cos\theta + y_c) \in A_{ellipse.right}$$

18. 図形概念：楕円（中心指定）*ellipse*

- 図形属性
中心 (x_c, y_c)，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，回転角 θ
- 図形エージェントの知識：
$X(x_c), Y(y_c) \in A_{ellipse.center}$，
$X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{ellipse.arearightbottom}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}Y(y_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow X(-(2y_c - y_{rb} - y_c)\sin\theta + x_c) \in A_{ellipse.top}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}Y(y_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow Y((2y_c - y_{rb} - y_c)\cos\theta + y_c) \in A_{ellipse.top}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}Y(y_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow X(-(y_{rb} - y_c)\sin\theta + x_c) \in A_{ellipse.bottom}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}Y(y_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow Y((y_{rb} - y_c)\cos\theta + y_c) \in A_{ellipse.bottom}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow X((2x_c - x_{rb} - x_c)cos\theta + x_c) \in A_{ellipse.left}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{tl}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow Y((2x_c - x_{rb} - x_c)\sin\theta + y_c) \in A_{ellipse.left}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow X((x_{rb} - x_c)\cos\theta + x_c) \in A_{ellipse.right}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow Y((x_{rb} - x_c)\sin\theta + y_c) \in A_{ellipse.right}$，

19. 図形概念：楕円（領域指定）*ellipse*

- 図形属性
左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，回転角 θ
- 図形エージェントの知識：
$X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{ellipse.arealefttop}$，
$X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{ellipse.arearightbottom}$，
$L_{ellipse.arealefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(\frac{x_{lt} + x_{rb}}{2}) \in A_{ellipse.center}$，
$L_{ellipse.arealefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{ellipse.arearightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(\frac{y_{lt} + y_{rb}}{2}) \in A_{ellipse.center}$，
$L_{ellipse.arealefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow X(-(y_{lt} - y_c)\sin\theta + x_c) \in A_{ellipse.top}$，
$L_{ellipse.arealefttop}Y(y_{lt}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow Y((y_{lt} - y_c)\cos\theta + y_c) \in A_{ellipse.top}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}Y(y_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow X(-(y_{rb} - y_c)\sin\theta + x_c) \in A_{ellipse.top}$，
$L_{ellipse.arearightbottom}Y(y_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow Y((y_{rb} - y_c)\cos\theta + y_c) \in A_{ellipse.top}$，
$L_{ellipse.arealefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$
$\rightarrow X((x_{lt} - x_c)\cos\theta + x_c) \in A_{ellipse.right}$，
$L_{ellipse.arealefttop}X(x_{lt}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)9$
$\rightarrow Y((x_{lt} - x_c)\sin\theta + y_c) \in A_{ellipse.right}$，

$$L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$$
$$\rightarrow X((x_{rb} - x_c)\cos\theta + x_c) \in A_{ellipse.right},$$
$$L_{ellipse.arearightbottom}X(x_{rb}) \wedge L_{ellipse.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c))$$
$$\rightarrow Y((x_{rb} - x_c)sin\theta + y_c) \in A_{ellipse.right}$$

20. 図形概念：円（中心指定）*circle*

- 図形属性
  中心 (x_c, y_c), 通過点 (x_t, y_t)
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{circle.center}$,
  $X(x_t), Y(y_t) \in A_{circle.through}$,
  $L_{circle.center}X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{circle.top}$,
  $$L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.through}(X(x_t) \wedge Y(y_t))$$
  $$\rightarrow Y(y_c + ((x_t - x_c)^2 + (y_t - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.top},$$
  $L_{circle.center}X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{circle.bottom}$,
  $$L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.through}(X(x_t) \wedge Y(y_t))$$
  $$\rightarrow Y(y_c - ((x_t - x_c)^2 + (y_t - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.bottom},$$
  $$L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.through}(X(x_t) \wedge Y(y_t))$$
  $$\rightarrow X(x_c - ((x_t - x_c)^2 + (y_t - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.left},$$
  $L_{circle.center}Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{circle.left}$,
  $$L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.through}(X(x_t) \wedge Y(y_t))$$
  $$\rightarrow X(x_c + ((x_t - x_c)^2 + (y_t - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.right},$$
  $L_{circle.center}Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{circle.right}$

21. 図形概念：円（直径指定）*circle*

- 図形属性
  端点 (x_s, y_s), 対角点 (x_e, y_e)
- 図形エージェントの知識：
  $X(x_s), Y(y_s) \in A_{circle.start}$,
  $X(x_e), Y(y_e) \in A_{circle.end}$,
  $L_{circle.start}X(x_s) \wedge L_{circle.end}X(x_e) \rightarrow X(\frac{x_s + x_e}{2}) \in A_{circle.center}$,
  $L_{circle.start}Y(y_s) \wedge L_{circle.end}Y(y_e) \rightarrow Y(\frac{y_s + y_e}{2}) \in A_{circle.center}$,
  $L_{circle.center}X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{circle.top}$,
  $$L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.start}(X(x_s) \wedge Y(y_s))$$
  $$\rightarrow Y(y_c + ((x_s - x_c)^2 + (y_s - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.top},$$
  $L_{circle.center}X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{circle.bottom}$,
  $$L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.start}(X(x_s) \wedge Y(y_s))$$
  $$\rightarrow Y(y_c - ((x_s - x_c)^2 + (y_s - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.bottom},$$
  $$L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.start}(X(x_s) \wedge Y(y_s))$$
  $$\rightarrow X(x_c - ((x_s - x_c)^2 + (y_s - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.left},$$
  $L_{circle.center}Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{circle.left}$,
  $$L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.start}(X(x_s) \wedge Y(y_s))$$

$$\rightarrow X(x_c + ((x_s - x_c)^2 + (y_s - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.right},$$

$L_{circle.center} Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{circle.right}$

22. 図形概念：円（3 点指定）*circle*

- 図形属性

  3 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$

- 図形エージェントの知識：

  $X(x_1), Y(y_1) \in A_{circle.thorough1},$

  $X(x_2), Y(y_2) \in A_{circle.thorough2},$

  $X(x_3), Y(y_3) \in A_{circle.thorough3},$

  $L_{circle.through1}(X(x_1) \wedge Y(y_1)) \wedge L_{circle.through2}(X(x_2) \wedge Y(y_2))$

  $\wedge L_{circle.through3}(X(x_3) \wedge Y(y_3))$

  $\rightarrow X(\dfrac{(x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)(y_2 - y_3) - (x_2^2 - x_3^2 + y_2^2 - y_3^2)(y_1 - y - 2)}{2(x_1 - x_2)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_2)}) \in A_{circle.center},$

  $L_{circle.through1}(X(x_1) \wedge Y(y_1)) \wedge L_{circle.through2}(X(x_2) \wedge Y(y_2))$

  $\wedge L_{circle.through3}(X(x_3) \wedge Y(y_3))$

  $$\rightarrow Y(\frac{(x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)(x_2 - x_3) - (x_2^2 - x_3^2 + y_2^2 - y_3^2)(x_1 - x - 2)}{2(y_1 - y_2)(x_2 - x_3) - (y_2 - y_3)(x_1 - x_2)})$$
  $$\in A_{circle.center},$$

  $L_{circle.center} X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{circle.top},$

  $L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.through1}(X_(x_1) \wedge Y(y_1))$

  $$\rightarrow Y(y_c + ((x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.top},$$

  $L_{circle.center} X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{circle.bottom},$

  $L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.through1}(X_(x_1) \wedge Y(y_1))$

  $$\rightarrow Y(y_c - ((x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.bottom},$$

  $L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.through1}(X_(x_1) \wedge Y(y_1))$

  $$\rightarrow X(x_c - ((x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.left}$$

  $L_{circle.center} Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{circle.left},$

  $L_{circle.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circle.through1}(X_(x_1) \wedge Y(y_1))$

  $$\rightarrow X(x_c + ((x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2)^{\frac{1}{2}}) \in A_{circle.right},$$

  $L_{circle.center} Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{circle.right}$

23. 図形概念：円（領域指定）*circle*

- 図形属性

  左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})

- 図形エージェントの知識：

  $X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{circle.lefttop},$

  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{circle.rightbottom},$

  $L_{circle.lefttop} X(x_{lt}) \wedge L_{circle.rightbottom} X(x_{rb}) \rightarrow X(\dfrac{x_{lt} + x_{rb}}{2}) \in A_{circle.center},$

  $L_{circle.lefttop} Y(y_{lt}) \wedge L_{circle.rightbottom} Y(y_{rb}) \rightarrow Y(\dfrac{y_{lt} + y_{rb}}{2}) \in A_{circle.center},$

  $L_{circle.center} X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{circle.top},$

  $L_{circle.lefttop} Y(y_{lt}) \rightarrow Y(y_{lt}) \in A_{circle.top},$

  $L_{circle.center} X(x_c) \rightarrow X(x_c) \in A_{circle.bottom},$

$L_{circle.rightbottom}Y(y_{rb}) \rightarrow Y(y_{rb}) \in A_{circle.bottom}$,
$L_{circle.lefttop}X(x_{lt}) \rightarrow X(x_{lt}) \in A_{circle.left}$,
$L_{circle.center}Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{circle.left}$,
$L_{circle.rightbottom}X(x_{rb}) \rightarrow X(x_{rb}) \in A_{circle.right}$,
$L_{circle.center}Y(y_c) \rightarrow Y(y_c) \in A_{circle.right}$

24. 図形概念：円弧（中心指定）*circle*

- 図形属性
  中心 (x_c, y_c)，通過点 (x_t, y_t)，開始角 θ_s，終了角 θ_e
- 図形エージェントの知識：
  円（中心指定）における知識に次の各知識を追加する．
  $L_{circlearc.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circlearc.left}(X(x_l) \wedge Y(y_l))$
  $\rightarrow X((x_l - x_c)cos\theta_s - (y_l - y_c)sin\theta_s + x_c) \in A_{circlearc.start}$,
  $L_{circlearc.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circlearc.left}(X(x_l) \wedge Y(y_l))$
  $\rightarrow Y((x_l - x_c)sin\theta_s + (y_l - y_c)cos\theta_s + y_c) \in A_{circlearc.start}$,
  $L_{circlearc.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circlearc.left}(X(x_l) \wedge Y(y_l))$
  $\rightarrow X((x_l - x_c)cos\theta_e - (y_l - y_c)sin\theta_e + x_c) \in A_{circlearc.end}$,
  $L_{circlearc.center}(X(x_c) \wedge Y(y_c)) \wedge L_{circlearc.left}(X(x_l) \wedge Y(y_l))$
  $\rightarrow Y((x_l - x_c)sin\theta_e + (y_l - y_c)cos\theta_e + y_c) \in A_{circlearc.end}$

25. 図形概念：円弧（直径指定）*circle*

- 図形属性
  端点 (x_s, y_s)，対角点 (x_e, y_e)，開始角 θ_s，終了角 θ_e
- 図形エージェントの知識：
  円（直径指定）における知識に円（中心指定）と同様の各知識を追加する．

26. 図形概念：円弧（3 点指定）*circle*

- 図形属性
  3 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$，開始角 θ_s，終了角 θ_e
- 図形エージェントの知識：
  円（3 点指定）における知識に円（中心指定）と同様の各知識を追加する．

27. 図形概念：円弧（領域指定）*circle*

- 図形属性
  左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，開始角 θ_s，終了角 θ_e
- 図形エージェントの知識：
  円（領域指定）における知識に円（中心指定）と同様の各知識を追加する．

28. 図形概念：十字形（領域指定）*cross*

- 図形属性
  左上点 (x_{lt}, y_{lt})，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，横切取長 a，縦切取長 b

- 図形エージェントの知識：

$X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{cross.arealefttop}$,
$X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{cross.arearightbottom}$,
$L_{cross.arealefttop} X(x_{lt}) \to X(x_{lt}+a) \in A_{cross.top1}$,
$L_{cross.arealefttop} Y(y_{lt}) \to Y(y_{lt}) \in A_{cross.top1}$,
$L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(x_{rb}-a) \in A_{cross.top2}$,
$L_{cross.arealefttop} Y(y_{lt}) \to Y(y_{lt}) \in A_{cross.top2}$,
$L_{cross.arealefttop} X(x_{lt}) \to X(x_{lt}+a) \in A_{cross.bottom1}$,
$L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}) \in A_{cross.bottom1}$,
$L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(x_{rb}-a) \in A_{cross.bottom2}$,
$L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}) \in A_{cross.bottom2}$,
$L_{cross.arealefttop} X(x_{lt}) \to X(x_{lt}) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.arealefttop} Y(y_{lt}) \to Y(y_{lt}-b) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.arealefttop} X(x_{lt}) \to X(x_{lt}) \in A_{cross.left2}$,
$L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}+b) \in A_{cross.left2}$,
$L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(x_{rb}) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.arealefttop} Y(y_{lt}) \to Y(y_{lt}-b) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(x_{rb}) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}+b) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.arealefttop} X(x_{lt}) \to X(x_{lt}+a) \in A_{cross.insidelefttop}$,
$L_{cross.arealefttop} Y(y_{lt}) \to Y(y_{lt}-b) \in A_{cross.insidelefttop}$,
$L_{cross.arealefttop} X(x_{lt}) \to X(x_{lt}+a) \in A_{cross.insideleftbottom}$,
$L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}+b) \in A_{cross.insideleftbottom}$,
$L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(x_{rb}-a) \in A_{cross.insiderightbottom}$,
$L_{cross.arealefttop} Y(y_{lt}) \to Y(y_{lt}-b) \in A_{cross.insiderightbottom}$,
$L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(x_{rb}-a) \in A_{cross.insiderightbottom}$,
$L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}+b) \in A_{cross.insiderightbottom}$,
$L_{cross.arealefttop} X(x_{lt}) \wedge L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(\frac{x_{lt}+x_{rb}}{2}) \in A_{cross.center}$,
$L_{cross.arealefttop} Y(y_{lt}) \wedge L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(\frac{y_{lt}+y_{rb}}{2}) \in A_{cross.center}$

29. 図形概念：十字形（中心指定）*cross*

- 図形属性

中心 (x_c, y_c)，右下点 (x_{rb}, y_{rb})，横切取長 a，縦切取長 b

- 図形エージェントの知識：

$X(x_c), Y(y_c) \in A_{cross.center}$,
$X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{cross.arearightbottom}$,
$L_{cross.center} X(x_c) \wedge L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(2x_c - x_{rb} + a) \in A_{cross.top1}$,
$L_{cross.center} Y(y_c) \wedge L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{cross.top1}$,
$L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(x_{rb}-a) \in A_{cross.top2}$,
$L_{cross.center} Y(y_c) \wedge L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(2y_c - y_{rb}) \in A_{cross.top2}$,
$L_{cross.center} X(x_c) \wedge L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(2x_c - x_{rb} + a) \in A_{cross.bottom1}$,
$L_{cross.arearightbottom} Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}) \in A_{cross.bottom1}$,
$L_{cross.arearightbottom} X(x_{rb}) \to X(x_{rb}-a) \in A_{cross.bottom2}$,

$L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb}) \in A_{cross.bottom2}$,
$L_{cross.center}X(x_c) \wedge L_{cross.arearightbottom}X(x_{rb}) \to X(2x_c - x_{rb}) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.center}Y(y_c) \wedge L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(2y_c - y_{rb} - b) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.center}X(x_c) \wedge L_{cross.arearightbottom}X(x_{rb}) \to X(2x_c - x_{rb}) \in A_{cross.left2}$,
$L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb} + b) \in A_{cross.left2}$,
$L_{cross.arearightbottom}X(x_{rb}) \to X(x_{rb}) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.center}Y(y_c) \wedge L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(2y_c - y_{rb} - b) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.arearightbottom}X(x_{rb}) \to X(x_{rb}) \in A_{cross.left1}$,
$L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb} + b) \in A_{cross.left1}$m
$L_{cross.center}X(x_c) \wedge L_{cross.arearightbottom}X(x_{rb}) \to X(2x_c - x_{rb} + a) \in A_{cross.insidelefttop}$,
$L_{cross.center}Y(y_c) \wedge L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(2y_c - y_{rb} - b) \in A_{cross.insidelefttop}$,
$L_{cross.center}X(x_c) \wedge L_{cross.arearightbottom}X(x_{rb}) \to X(2x_c - x_{rb} + a) \in A_{cross.insideleftbottom}$,
$L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb} + b) \in A_{cross.insideleftbottom}$,
$L_{cross.arearightbottom}X(x_{rb}) \to X(x_{rb} - a) \in A_{cross.insiderightbottom}$,
$L_{cross.center}Y(y_c) \wedge L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(2y_c - y_{rb} - b) \in A_{cross.insiderightbottom}$,
$L_{cross.arearightbottom}X(x_{rb}) \to X(x_{rb} - a) \in A_{cross.insiderightbottom}$,
$L_{cross.arearightbottom}Y(y_{rb}) \to Y(y_{rb} + b) \in A_{cross.insiderightbottom}$

30. 図形概念：交点 *intpoint*

- 図形属性
  直線 $1(x_{s1}, y_{s1}), (x_{e1}, y_{e1})$，直線 $2(x_{s2}, y_{s2}), (x_{e2}, y_{e2})$
- 図形エージェントの知識：

$$L_{line1.start}(X(x_{s1}) \wedge Y(y_{s1})) \wedge L_{line1.end}(X(x_{e1}) \wedge Y(y_{e1})) \wedge L_{line2.start}(X(x_{s2}) \wedge Y(y_{s2})) \wedge L_{line2.end}(X(x_{e2}) \wedge Y(y_{e2})) \to X\left(\frac{x_{s1}(x_{e2}(y_{e1} - y_{s2}) - x_{s2}(y_{e1} - y_{e2})) - x_{e1}(x_{e2}(y_{s1} - y_{s2}) - x_{s2}(y_{s1} - y_{e2}))}{(x_{s2} - x_{e2})(y_{s1} - y_{e1})}\right) \in A_{intpoint},$$

$$L_{line1.start}(X(x_{s1}) \wedge Y(y_{s1})) \wedge L_{line1.end}(X(x_{e1}) \wedge Y(y_{e1})) \wedge L_{line2.start}(X(x_{s2}) \wedge Y(y_{s2})) \wedge L_{line2.end}(X(x_{e2}) \wedge Y(y_{e2})) \to Y\left(\frac{y_{s1}(y_{e2}(x_{e1} - x_{s2}) - y_{s2}(x_{e1} - x_{e2})) - y_{e1}(y_{e2}(x_{s1} - x_{s2}) - y_{s2}(x_{s1} - x_{e2}))}{(y_{s2} - y_{e2})(x_{s1} - x_{e1})}\right) \in A_{intpoint}$$

4.8 種々の図形操作の表現

この節では，代表的な図形操作として，点の移動，図形拡大（端点指定，中心指定）の記述をまとめる．

1. 点の移動
   - 図形概念：点 *point*
   - 図形属性：
     座標 (x_0, y_0)
   - 図形エージェントの知識：
     $L_{point}X(x_0) \wedge L_{point}Y(y_0) \to X(x) \wedge Y(y) \in A_{act(point)}$

- 公理：

(a) 平行移動 $parallelmove$（x 軸方向に a，y 軸方向に b）
$x = x_0 + a,$
$y = y_0 + b$

(b) ミラー移動 $mirrormove$（鏡の始点 (a_1, b_1)，鏡の終点 (a_2, b_2)）
$$x = \frac{\{(a_2 - a_1)^2 - (b_2 - b_1)^2\}x_0 - 2(a_2 - a_1)(b_2 - b_1)(b_1 - y_0) + 2(b_2 - b_1)^2 a_1}{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2},$$
$$y = \frac{\{(b_2 - b_1)^2 - (a_2 - a_1)^2\}y_0 - 2(a_2 - a_1)(b_2 - b_1)(a_1 - x_0) + 2(a_2 - a_1)^2 b_1}{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2}$$

(c) 回転移動 $turnmove$（中心 (a, b)，回転角度 θ）
$x = (x_0 - a)\cos\theta - (y_0 - b)\sin\theta + a,$
$y = (x_0 - a)\sin\theta + (y_0 - b)\cos\theta + b$

2. 図形拡大（端点指定）

- 図形概念：一般の図形 $object$
- 図形属性：
左上点 (x_{lt}, y_{lt}), 右下点 (x_{rb}, y_{rb}) 拡大後の左上点 (x'_{lt}, y'_{lt}), 右下点 (x'_{rb}, y'_{rb}),
図形上の点 (x_p, y_p)
- 図形エージェントの知識：
$X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{object.arealefttop},$
$X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{object.arearightbottom},$
$X(x'_{lt}), Y(y'_{lt}) \in A_{expand(object).arealefttop},$
$X(x'_{rb}), Y(y'_{rb}) \in A_{expand(object).arearightbottom}$
- 公理：

(a) 右方向へ拡大（図形上の点 (x_p, y_p) を右方向へ移動）
$$x = \frac{(x'_{rb} - x_{lt})(x_p - x_{lt})}{(x_{rb} - x_{lt})} + x_{lt}$$
(b) 左方向へ拡大（図形上の点 (x_p, y_p) を左方向へ移動）
$$x = \frac{(x'_{lt} - x_{rb})(x_p - x_{rb})}{(x_{lt} - x_{rb})} + x_{rb}$$
(c) 上方向へ拡大（図形上の点 (x_p, y_p) を上方向へ移動）
$$y = \frac{(y'_{lt} - y_{rb})(y_p - y_{rb})}{(y_{lt} - y_{rb})} + y_{rb}$$
(d) 下方向へ拡大（図形上の点 (x_p, y_p) を下方向へ移動）
$$y = \frac{(y'_{rb} - y_{lt})(y_p - y_{lt})}{(y_{rb} - y_{lt})} + y_{lt}$$

3. 図形拡大（中心指定）

- 図形概念：一般の図形 $object$
- 図形属性：
左上点 (x_{lt}, y_{lt}), 右下点 (x_{rb}, y_{rb}), 中心 (x_c, y_c),
拡大後の左上点 (x'_{lt}, y'_{lt}), 右下点 (x'_{rb}, y'_{rb}),
図形上の点 (x_p, y_p)

- 図形エージェントの知識：

  $X(x_{lt}), Y(y_{lt}) \in A_{object.arealefttop}$,
  $X(x_{rb}), Y(y_{rb}) \in A_{object.arearightbottom}$,
  $X(x_c), Y(y_c) \in A_{object.center}$,
  $X(x'_{lt}), Y(y'_{lt}) \in A_{expand(object).arealefttop}$,
  $X(x'_{rb}), Y(y'_{rb}) \in A_{expand(object).arearightbottom}$

- 公理：

  (a) 水平方向へ拡大（図形上の点 (x_p, y_p) を水平方向へ移動）

  $$x = \frac{(x'_{rb} - x_c)(x_p - x_c)}{(x_{rb} - x_c)} + x_c$$

  (b) 垂直方向へ拡大（図形上の点 (x_p, y_p) を垂直方向へ移動）

  $$y = \frac{(y'_{lt} - y_c)(y_p - y_c)}{(y_{lt} - y_c)} + y_c$$

5 Sync/Drawの再定義

この章では，Sync/Drawにおけるオブジェクト，書き換え規則を分類し，それぞれ再定義する．

5.1 オブジェクトの再定義

まず，Sync/Drawにおけるオブジェクトを再定義する．

定義 5.1 オブジェクトにおいて用いる記号は，以下のものである．

1. 定数　自然数 $(1, 2, \cdots)$ および色 $(red, black, \cdots)$
2. 変数　ϕ, ϕ'
3. 図形属性構成子　$X, Y, Color$ など
4. 部分図形構成子　$Start, End, Center, Through, Top, Bottom$ など
5. 操作属性構成子　$From, To$ など
6. 図形構成子　$Point, Line, Box, Circle$ など
7. 操作子　$Move, CChange, Draw, Delete, Undo$ など

定義 5.2 オブジェクトを以下のように定義する．

1. cが定数であるならば，cはオブジェクトである．これを定数オブジェクトという．
2. vが変数であるならば，vはオブジェクトである．これを変数オブジェクトという．
3. f_{fa}が図形属性構成子で，かつ，oが定数オブジェクトであるならば，$f_{fa} : \{o\}$はオブジェクトである．これを図形属性オブジェクトという．
4. f_{fp}が部分図形構成子で，かつ，oが変数オブジェクトまたは図形オブジェクトであるならば，$f_{fp} : \{o\}$はオブジェクトである．これを部分図形オブジェクトという．
5. f_{oa}が操作属性構成子で，かつ，$o_1, \cdots, o_m$が図形属性オブジェクトであるならば，$f_{oa} : \{o_1, \cdots, o_m\}$はオブジェクトである．これを操作属性オブジェクトという．
6. f_fが図形構成子で，かつ，$o_1, \cdots, o_m$が属性オブジェクトまたは部分図形オブジェクトであるならば，$f_f : \{o_1, \cdots, o_m\}$はオブジェクトである．これを図形オブジェクトという．
7. f_oが操作子で，かつ，$o_1, \cdots, o_n$が変数オブジェクト，図形属性オブジェクト，操作属性オブジェクト，図形オブジェクトのいずれかであるならば，$f : \{o_1, \cdots, o_m\}$はオブジェクトである．これも図形オブジェクトという．

オブジェクト$o = f : \{o_1, \cdots, o_m\}$に対して，$cons(o) = f$, $arg(o) = \{o_1, \cdots, o_m\}$とする．また，オブジェクト$o$の中に変数オブジェクト$\phi$が出現するとき，$o$を$o(\phi)$と書く．

定義5.2では，$Color : \{1\}$のような意味のないオブジェクトも生成される．そこで，生成できるオブジェクトに制限を加え，健全なオブジェクトを定義する．

定義 5.3 健全なオブジェクトは，以下のものである．

1. cが自然数であるならば，cは健全な定数オブジェクトであり，特に，自然数オブジェクトという．

2. cが色であるならば，cは健全な定数オブジェクトであり，特に，色オブジェクトという．

3. vが変数であるならば，vは健全な変数オブジェクトである．

4. oが座標オブジェクトであるならば，$X:\{o\}, Y:\{o\}$は健全な図形属性オブジェクトであり，特に，座標属性オブジェクトという．
   (例) $X:\{1\}$ …x座標は1である

5. oが色オブジェクトであるならば，$Color:\{o\}$は健全な図形属性オブジェクトであり，特に，色属性オブジェクトという．
   (例) $Color:\{red\}$ …色は赤である

6. o_1, o_2が座標属性オブジェクトであり，かつ，$cons(o_1) \neq cons(o_2)$であるならば，$Point:\{o_1, o_2\}$は健全な図形オブジェクトであり，特に，点オブジェクトという．
   (例) $Point:\{X:\{1\}, Y:\{2\}\}$ …点 (1,2)

7. oが点オブジェクトであるならば，$Start:\{o\}, End:\{o\}$はそれぞれ健全な部分オブジェクトであり，特に，線分部分オブジェクトという．
   (例) $Start:\{Point:\{X:1, Y:2\}\}$ …点 (1,2) は線分の始点である

8. oが点オブジェクトであるならば，$Left-Top:\{o\}, Right-Down:\{o\}$は健全な部分オブジェクトであり，特に四角形部分オブジェクトという．
   (例) $Left-Top:\{Point:\{X:1, Y:2\}\}$ …点 (1,2) は四角形の左上点である

9. oが点オブジェクトであるならば，$Center:\{o\}, Through:\{o\}$は健全な部分オブジェクトであり，特に，円部分オブジェクトという．
   (例) $Center:\{Point:\{X:1, Y:2\}\}$ …点 (1,2) は円の中心である

10. o_1が色属性オブジェクト，o_2, o_3が線分部分オブジェクトで，かつ，$cons(o_2) \neq cons(o_3)$であるならば，$Line:\{o_1, o_2, o_3\}$は健全な図形オブジェクトであり，特に，線分オブジェクトという．
    (例) $Line:\{Start:\{Point:\{X:1, Y:2\}\}, End:\{Point\{X:2, Y:3\}\}\}$
    …始点 (1,2)，終点 (2,3) の線分

11. o_1が色属性オブジェクト，o_2, o_3が四角形部分オブジェクトで，かつ，$cons(o_2) \neq cons(o_3)$であるならば，$Box:\{o_1, o_2, o_3\}$は健全な図形オブジェクトであり，特に，四角形オブジェクトという．
    (例) $Box:\{Left-Top:\{Point:\{X:1, Y:3\}\}, Right-Down:\{Point\{X:2, Y:1\}\}\}$
    …左上点 (1,3)，右下点 (2,1) の四角形

12. o_1が色属性オブジェクト，o_2, o_3が円部分図形オブジェクトで，かつ，$cons(o_2) \neq cons(o_3)$ならば，$Circle:\{o_1, o_2, o_3\}$は健全な図形オブジェクトであり，特に，円オブジェクトという．
    (例) $Circle:\{Center:\{Point:\{X:1, Y:3\}\}, Through:\{Point\{X:2, Y:1\}\}\}$
    …中心 (1,3)，通過点 (2,1) の円

13. o_1, o_2 が座標属性オブジェクトで，かつ，$cons(o_1) \neq cons(o_2)$ であるならば，$From : \{o_1, o_2\}, To : \{o_1, o_2\}$ は健全な操作属性オブジェクトである[1]．
(例) $From : \{X : 1, Y : 2\}$ …点 *(1,2)* を移動の始点とする

14. o_1, o_2 が操作属性オブジェクト，かつ，o_3 が図形オブジェクトで，かつ，$cons(o_1) \neq cons(o_2)$ であるならば，$Move : \{o_1, o_2, o_3\}$ は健全な図形オブジェクトであり，特に，移動図形オブジェクトという．
(例) $Move\{From : \{(\cdots)\}, To\{(\text{略})\}, Line : \{(\text{略})\}\}$ …ある線分を移動した図形

15. o_1 が色属性オブジェクト，かつ，o_2 が図形オブジェクトであるならば，$CChange : \{o_1, o_2\}$ は健全な図形オブジェクトであり，特に，色変更図形オブジェクトという．
(例) $CChange : \{Color : \{red\}, Line : \{(\text{略})\}\}$ …色を赤に変更した線分

16. o が図形オブジェクトであるならば，$Draw : \{o\}$ は健全な図形オブジェクトであり，特に，描画図形オブジェクトという．
(例) $Draw : \{Line : \{(\cdots)\}\}$ …描画した線分

17. o が図形オブジェクトであるならば，$Delete : \{o\}$ は健全な図形オブジェクトであり，特に，消去図形オブジェクトという．
(例) $Draw : \{Line : \{(\cdots)\}\}$ …描画した線分

18. o が移動図形オブジェクト，色変更図形オブジェクト，描画図形オブジェクト，消去図形オブジェクトのいずれか（以下，これらのオブジェクトを操作図形オブジェクトという）であるならば，$Undo : \{o\}$ は健全な図形オブジェクトであり，取り消し図形オブジェクトという．
(例) $Undo : \{Move : \{(\cdots)\}\}$ …移動操作を取り消した線分

以下，健全なオブジェクトだけを考えることとし，健全なオブジェクトを単にオブジェクトという．

5.2 図形オブジェクトの書き換え

Sync/Draw では，オブジェクト集合を書き換えることによって描画，移動などの各種の操作に対応した処理を行う．この書き換えでは，図形操作の途中段階として，図形オブジェクト以外のオブジェクトも扱うが，ここでは，図形オブジェクトから図形オブジェクトへの書き換えのみに着目し，図形オブジェクト間の書き換え関数を定義する．

なお，Sync/Draw の書き換えを実現する際，図形操作の対象となるオブジェクトの決定は，システムが別の戦略によって決定している．すなわち，オブジェクト集合の書き換えとしては非決定的である．そこで，図形オブジェクト集合の集合を書き換えるように関数を定義する．

以下では，すべての図形オブジェクト集合からなる集合を $\mathcal{O}$，すべての図形オブジェクトからなる集合を O とする．

定義 5.4 関数 $\varphi : 2^{\mathcal{O}} \times O \to 2^{\mathcal{O}}$ を図形オブジェクト書き換えという．

次に，具体的な図形オブジェクト書き換えを定義するために，準備として，代入を定義する．

[1] Sync/Draw の書き換え規則では，移動の始点として $Begin : \{X : x, Y : y\}$ が生成されるが，対応する終点は $End : Point : \{X : x, Y : y\}$ なり不自然なため変更した．

定義 5.5 オブジェクト内の変数 ϕ のすべての出現を，それぞれオブジェクト o に置き換える操作を代入といい，$\theta(=\{\phi/o\})$ と書く．オブジェクト o に代入 θ を適用して得られるオブジェクトを $o\theta$ と書く．

ここで，図形オブジェクト書き換えを，図形操作の種類ごとに，具体的に定義する．

定義 5.6 図形オブジェクト書き換え $\varphi_i : 2^{\mathcal{O}} \times O \to 2^{\mathcal{O}}$ を以下のように定義する．ただし，$i \in \{point, line, box, circle, move, cchange, draw, delete, undo\}$.

1. 図形の追加

   (a) 点の追加
   $cons(o) = Point$ である図形オブジェクト o に対して，
   $\varphi_{point}(\mathcal{O}, o) = \{O \cup \{o\} \mid O \in \mathcal{O}\}$.

   (b) 線分の追加
   $cons(o(\phi, \phi')) = Line$ である図形オブジェクト $o(\phi, \phi')$ に対して，
   $\varphi_{line}(\mathcal{O}, o(\phi, \phi'))$
   $= \{O \setminus \{o_i, o_j\} \cup \{o(\phi, \phi')\theta_1\theta_2\} \mid O \in \mathcal{O}, o_i, o_j \in O, \theta_1 = \{\phi/o_i\}, \theta_2 = \{\phi'/o_j\}\}$
   $\cup \{O \in \mathcal{O} \mid o_i, o_j \in O$ は存在しない $\}$.
   ただし，$cons(o_i) = cons(o_j) = Point$.

   (c) 四角形の追加
   $cons(o(\phi, \phi')) = Box$ である図形オブジェクト $o(\phi, \phi')$ に対して，
   $\varphi_{box}(\mathcal{O}, o(\phi, \phi'))$
   $= \{O \setminus \{o_i, o_j\} \cup \{o(\phi, \phi')\theta_1\theta_2\} \mid O \in \mathcal{O}, o_i, o_j \in O, \theta_1 = \{\phi/o_i\}, \theta_2 = \{\phi'/o_j\}\}$
   $\cup \{O \in \mathcal{O} \mid o_i, o_j \in O$ は存在しない $\}$.
   ただし，$cons(o_i) = cons(o_j) = Point$.

   (d) 円の追加
   $cons(o(\phi, \phi')) = Circle$ である図形オブジェクト $o(\phi, \phi')$ に対して，
   $\varphi_{circle}(\mathcal{O}, o(\phi, \phi'))$
   $= \{O \setminus \{o_i, o_j\} \cup \{o(\phi, \phi')\theta_1\theta_2\} \mid O \in \mathcal{O}, o_i, o_j \in O, \theta_1 = \{\phi/o_i\}, \theta_2 = \{\phi'/o_j\}\}$
   $\cup \{O \in \mathcal{O} \mid o_i, o_j \in O$ は存在しない $\}$.
   ただし，$cons(o_i) = cons(o_j) = Point$.

2. 図形の操作

   (a) 移動
   $cons(o(\phi)) = Move$ である図形オブジェクト $o(\phi)$ に対して，
   $\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))$
   $= \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid O \in \mathcal{O}, o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\}$
   $\cup \{O \in \mathcal{O} \mid o_i \in O$ は存在しない $\}$.

   (b) 色変更
   $cons(o(\phi)) = CChange$ である図形オブジェクト $o(\phi)$ に対して，
   $\varphi_{cchange}(\mathcal{O}, o(\phi))$
   $= \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid O \in \mathcal{O}, o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\}$
   $\cup \{O \in \mathcal{O} \mid o_i \in O$ は存在しない $\}$.

(c) 描画

$cons(o(\phi)) = Draw$ である図形オブジェクト $o(\phi)$ に対して，

$$\varphi_{draw}(\mathcal{O}, o(\phi)) = \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid O \in \mathcal{O}, o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\} \cup \{O \in \mathcal{O} \mid o_i \in O \text{ は存在しない}\}.$$

(d) 消去

$cons(o(\phi)) = Delete$ である図形オブジェクト $o(\phi)$ に対し，

$$\varphi_{delete}(\mathcal{O}, o(\phi)) = \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid O \in \mathcal{O}, o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\} \cup \{O \in \mathcal{O} \mid o_i \in O \text{ は存在しない}\}.$$

(e) 取り消し

$cons(o(\phi)) = Undo$ である図形オブジェクト $o(\phi)$ に対し，

$$\varphi_{undo}(\mathcal{O}, o(\phi)) = \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid O \in \mathcal{O}, o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\} \cup \{O \in \mathcal{O} \mid o_i \in O \text{ は存在しない}\}.$$

ただし，o_i は操作図形オブジェクトである．

この定義の 1(b)〜(d) における $o(\phi, \phi')\{\theta_1, \theta_2\}$，2(a)〜(d) における $o(\phi)\theta$ は，いずれも健全な図形オブジェクトである．

6 Sync/Drawから拡張MAELへの対応

この章では，前章で再定義したSync/Drawの図形オブジェクト集合を拡張MAELにおける論理式集合に対応させる．また，拡張MAELにおける論理式集合間の変換を定義する．これにより，Sync/Drawにおける図形表現の意味解釈を形式的に行うことができる．

6.1 図形オブジェクトから拡張MAELの論理式集合への対応

まず，図形オブジェクトから拡張MAELの論理式集合への対応を示す関数 tr を定義する．以下では，拡張MAELにおけるすべての論理式集合からなる集合を $\mathcal{A}$ とする．

定義 6.1 図形オブジェクトから拡張 *MAEL* における論理式集合への対応 $tr : O \to \mathcal{A}$ を以下のように定義する．

1. o が点オブジェクトであるとき，
$tr(o) = \{A_o\}$
ただし，$L_{Point}p \wedge \neg L_o \neg p \to p \in A_o$.
また，$o' \in arg(o)$ に対して，
$o' = X : [a]$ であるならば，$X(a) \in A_o$,
$o' = Y : [b]$ であるならば，$Y(b) \in A_o$.

2. o が線分オブジェクトであるとき，
$tr(o) = \{A_o, A_{o.start}, A_{o.end}, A_{o.through}\}$.
ただし，$L_{Line}p \wedge \neg L_o \neg p \to p \in A_o$.
また，$o' \in arg(o)$ に対して，
$o' = Color : [c]$ であるならば，$color(c) \in A_o$.
$o' = f : [o'']$（f は部分図形構成子）であるならば，$L_{o''}p \to p \in A_{o.f}$.

3. o が四角形オブジェクトであるとき，
$tr(o) = \{A_o, A_{o.lefttop}, A_{o.rightdown}\}$.
ただし，$L_{Box}p \wedge \neg L_o \neg p \to p \in A_o$.
また，$o' \in arg(o)$ に対して，
$o' = Color : [c]$ であるならば，$color(c) \in A_o$,
$o' = f : [o'']$（f は部分図形構成子）ならば，
$L_{o''}p \to p \in A_{o.f}$.

4. o が円オブジェクトであるとき，
$tr(o) = \{A_o, A_{o.center}, A_{o.through}\}$.
ただし，$L_{Circle}p \wedge \neg L_o \neg p \to p \in A_o$.
また，$o' \in arg(o)$ に対して，
$o' = Color : [c]$ ならば，$color(c) \in A_o$.
$o' = f : [o'']$（f は部分図形構成子）ならば，
$L_{o''}p \to p \in A_{o.f}$.

5. o が移動図形オブジェクトであるとき，
$o' \in arg(o)$ とその部分図形構成子 f_1, f_2 に対して，
$tr(o) = \{A_{move(o')}, A_{move(o').f_1)}, A_{move(o').f_2}\}$.

ただし，移動を表す公理として，$From:[X:a_1,Y:b_1]\in arg(o)$，$To:[X:a_2,Y:b_2]\in arg(o)$ に対して，

$L_{o'}X(x)\rightarrow X(x+(a_2-a_1))\in A_{move(o')}$,

$L_{o'}Y(y)\rightarrow Y(y+(b_2-b_1))\in A_{move(o')}$,

$L_{o'.f_i}X(x)\rightarrow X(x+(a_2-a_1))\in A_{move(o').f_i}$,

$L_{o'.f_i}Y(y)\rightarrow Y(y+(b_2-b_1))\in A_{move(o').f_i}$.

また，状態継続を表す公理として，

$L_{o'}p\wedge\neg L_{move(o')}\neg p\rightarrow p\in A_{move(o')}$,

$L_{o'.f_i}p\wedge\neg L_{move(o').f_i}\neg p\rightarrow p\in A_{move(o').f_i}$.

6. o が色変更図形オブジェクトであるとき，
   $o'\in arg(o)$ とその部分図形構成子 f_1,f_2 に対して，
   $tr(o)=\{A_{cchange(o')},A_{cchange(o').f_1)},A_{cchange(o').f_2}\}$.
   ただし，色変更を表す公理として，$Color:[c]\in arg(o)$ に対して，
   $Color(c)\in A_{cchange(o')}$,
   $Color(c)\in A_{cchange(o').f_i}$.
   また，状態継続を表す公理として，
   $L_{o'}p\wedge\neg L_{cchange(o')}\neg p\rightarrow p\in A_{cchange(o')}$.
   $L_{o'.f_i}p\wedge\neg L_{cchange(o').f_i}\neg p\rightarrow p\in A_{cchange(o').f_i}$.

7. o が描画図形オブジェクトであるとき，
   $o'\in arg(o)$ とその部分図形構成子 f_1,f_2 に対して，
   $tr(o)=\{A_{draw(o')},A_{draw(o').f_1)},A_{draw(o').f_2}\}$
   ただし，描画を表す公理として，
   $\neg L_{draw(o')}\neg visible\rightarrow visible\in A_{draw(o')}$,
   $\neg L_{draw(o').f_i)}\neg visible\rightarrow visible\in A_{draw(o').f_i}$.
   また，状態継続を表す公理として，
   $L_{o'}p\wedge\neg L_{draw(o')}\neg p\rightarrow p\in A_{draw(o')}$,
   $L_{o'.f_i}p\wedge\neg L_{draw(o').f_i}\neg p\rightarrow p\in A_{draw(o').f_i}$.

8. o が消去図形オブジェクトであるとき，
   $o'\in arg(o)$ とその部分図形構成子 f_1,f_2 に対して，
   $tr(o)=\{A_{delete(o')},A_{delete(o').f_1)},A_{delete(o').f_2}\}$.
   ただし，消去を表す公理として，$\neg visible\in A_{delete(o')}$,
   $\neg visible\in A_{delete(o').f_i)}$.
   また，状態継続を表す公理として，
   $L_{o'}p\wedge\neg L_{move(o')}\neg p\rightarrow p\in A_{move(o')}$,
   $L_{o'.f_i}p\wedge\neg L_{move(o').f_i}\neg p\rightarrow p\in A_{move(o').f_i}$.

9. o が取り消し図形オブジェクトであるとき，
   $o'\in arg(o)$ とその部分図形構成子 f_1,f_2 に対して，
   $tr(o)=\{A_{undo(o')},A_{undo(o').f_1)},A_{undo(o').f_2}\}$
   ただし，取り消しを表す公理として，図形オブジェクト $o''\in arg(o')$ に対して，
   $L_{o''}p\rightarrow p\in A_{undo(o')}$,
   $L_{o''.f_i}p\rightarrow p\in A_{undo(o').f_i}$.
   また，状態継続を表す公理として，

$L_{o'}p \wedge \neg L_{undo(o')}\neg p \rightarrow p \in A_{undo(o')}$,
$L_{o'.f_i}p \wedge \neg L_{undo(o').f_i}\neg p \rightarrow p \in A_{undo(o').f_i}$.

定義 6.2 図形オブジェクト集合から拡張 *MAEL* における論理式集合への対応 $tr : \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{A}$ を以下のように定義する．

$$tr(O) = \bigcup_{o_i \in O} tr(o_i)$$

定義 6.3 図形オブジェクト集合の集合から拡張 *MAEL* における論理式集合の集合への対応 tr : $2^{\mathcal{O}} \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$ を以下のように定義する．

$$tr(\mathcal{O}) = \{tr(O) \mid O \in \mathcal{O}\}$$

6.2 拡張 MAEL の論理式集合間の変換

続いて，拡張 MAEL の論理式集合間の変換関数 ψ_i を，図形操作の種類ごとに，具体的に定義する．

定義 6.4 拡張 *MAEL* の論理式集合間の変換関数 ψ_i を以下のように定義する．ただし，$i \in point, line, box, circle, move, cchange, draw, delete, undo)$．また，$f_1, f_2, \cdots$ は任意の部分エージェント表現とする．

1. 図形の追加

(a) 点の追加 $\psi_{point} : 2^{\mathcal{A}} \times A \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$
$A_o = \{L_{Point}p \wedge \neg L_o \neg p \rightarrow p, X(a), Y(b)\}$ に対して，
$\psi_{point}(\mathcal{A}, A_o) = \{A \cup \{A_o\} \mid A \in \mathcal{A}\}$.

(b) 線分の追加 $\psi_{line} : 2^{\mathcal{A}} \times A \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$
$A_o = \{L_{Line}p \wedge \neg L_o \neg p \rightarrow p, color(c)\}$ に対して，
$\psi_{line}(\mathcal{A}, A_o)$
$= \{A \setminus \{A_i, A_j\} \cup \{A_o, A_o.start, A_o.end\} \mid A \in \mathcal{A}, A_i, A_j \in A\}\}$
$\cup \{A \in \mathcal{A} \mid A_i, A_j \in A$ は存在しない $\}$.
ただし，$L_{Point}p \wedge \neg L_i \neg p \rightarrow p \in A_i$，$L_{Point}p \wedge \neg L_j \neg p \rightarrow p \in A_j$ であり，
$A_{o.start} = \{L_i p \rightarrow p\}, A_{o.end} = \{L_j p \rightarrow p\}$.

(c) 四角形の追加 $\psi_{box} : 2^{\mathcal{A}} \times A \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$
$A_o = \{L_{Box}p \wedge \neg L_o \neg p \rightarrow p, color(c)\}$ に対して，
$\psi_{box}(\mathcal{A}, A_o)$
$= \{A \setminus \{A_i, A_j\} \cup \{A_o, A_o.lefttop, A_o.rightdown\} \mid A \in \mathcal{A},$ かつ$, A_i, A_j \in A\}\}$
$\cup \{A \in \mathcal{A} \mid A_i, A_j \in A$ は存在しない $\}$.
ただし，$L_{Point}p \wedge \neg L_i \neg p \rightarrow p \in A_i$，$L_{Point}p \wedge \neg L_j \neg p \rightarrow p \in A_j$ であり，
$A_{o.lefttop} = \{L_i p \rightarrow p\}, A_{o.rightdown} = \{L_j p \rightarrow p\}$.

(d) 円の追加 $\psi_{circle} : 2^{\mathcal{A}} \times A \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$
$A_o = \{L_{Circle}p \wedge \neg L_o \neg p \rightarrow p, color(c)\}$ に対して，
$\psi_{circle}(\mathcal{A}, A_o)$
$= \{A \setminus \{A_i, A_j\} \cup \{A_o, A_o.center, A_o.through\} \mid A \in \mathcal{A}, A_i, A_j \in A\}\}$

$\cup \{A \in \mathcal{A} \mid A_i, A_j \in A$ は存在しない $\}$.

ただし，$L_{Point}p \wedge \neg L_i \neg p \rightarrow p \in A_i$，$L_{Point}p \wedge \neg L_j \neg p \rightarrow p \in A_j$ であり，

$A_{o.center} = \{L_i p \rightarrow p\}, A_{o.through} = \{L_j p \rightarrow p\}$

2. 図形の操作

(a) 移動 $\psi_{line} : 2^{\mathcal{A}} \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$

$\psi_{move}(\mathcal{A})$

$= \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \cup \{A_{move(i)}, A_{move(i).f_1}, A_{move(i).f_2}\} \mid A \in \mathcal{A}, A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\} \cup \{A \in \mathcal{A} \mid A_i \in A$ は存在しない $\}$,

$A_{move(i)} = \{L_i X(x) \rightarrow X(x + (a_2 - a_1)), L_i Y(y) \rightarrow Y(y + (b_2 - b_1)), L_i p \wedge \neg L_{move(i)} \neg p \rightarrow p\}$,

$A_{move(i).f_k} = \{L_{i.f_k} X(x) \rightarrow X(x + (a_2 - a_1)), L_{i.f_k} Y(y) \rightarrow Y(y + (b_2 - b_1)), L_{i.f_k} p \wedge \neg L_{move(i).f_k} \neg p \rightarrow p\}$.

(b) 色変更 $\psi_{line} : 2^{\mathcal{A}} \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$

$\psi_{cchange}(\mathcal{A})$

$= \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \cup \{A_{cchange(i)}, A_{cchange(i).f_1}, A_{cchange(i).f_2}\} \mid A \in \mathcal{A}, A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\} \cup \{A \in \mathcal{A} \mid A_i \in A$ は存在しない $\}$,

$A_{cchange(i)} = \{color(c), L_i p \wedge \neg L_{move(i)} \neg p \rightarrow p\}$,

$A_{cchange(i).f_k} = \{color(c), L_{i.f_k} p \wedge \neg L_{move(i).f_k} \neg p \rightarrow p\}$.

(c) 描画 $\psi_{line} : 2^{\mathcal{A}} \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$

$\psi_{draw}(\mathcal{A})$

$= \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \cup \{A_{draw(i)}, A_{draw(i).f_1}, A_{draw(i).f_2}\} \mid A \in \mathcal{A}, A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\} \cup \{A \in \mathcal{A} \mid A_i \in A$ は存在しない $\}$,

$A_{draw(i)} = \{\neg L_{draw(i)} \neg visible \rightarrow visible, L_i p \wedge \neg L_{move(i)} \neg p \rightarrow p\}$,

$A_{draw(i).f_k} = \{\neg L_{draw(i).f_k} \neg visible \rightarrow visible, L_{i.f_k} p \wedge \neg L_{move(i).f_k} \neg p \rightarrow p\}$.

(d) 消去 $\psi_{line} : 2^{\mathcal{A}} \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$

$\psi_{delete}(\mathcal{A})$

$= \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \cup \{A_{delete(i)}, A_{delete(i).f_1}, A_{delete(i).f_2}\} \mid A \in \mathcal{A}, A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\} \cup \{A \in \mathcal{A} \mid A_i \in A$ は存在しない $\}$,

$A_{delete(i)} = \{\neg visible, L_i p \wedge \neg L_{move(i)} \neg p \rightarrow p\}$,

$A_{delete(i).f_k} = \{\neg visible, L_{i.f_k} p \wedge \neg L_{move(i).f_k} \neg p \rightarrow p\}$.

(e) 取り消し $\psi_{line} : 2^{\mathcal{A}} \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$

$\psi_{undo}(\mathcal{A})$

$= \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \cup \{A_{undo(i)}, A_{undo(i).f_1}, A_{undo(i).f_2}\} \mid A \in \mathcal{A}, A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\} \cup \{A \in \mathcal{A} \mid A_i \in A$ は存在しない $\}$.

ただし，$i = move(o')$，$cchange(o')$，$draw(o')$，$delete(o')$，$undo(o')$ のいずれかであり，

$A_{undo(i)} = \{L_{o'} p \rightarrow p, L_i p \wedge \neg L_{move(i)} \neg p \rightarrow p\}$,

$A_{undo(i).f_k} = \{L_{o'.f_k} p \rightarrow p, L_{i.f_k} p \wedge \neg L_{move(i).f_k} \neg p \rightarrow p\}$.

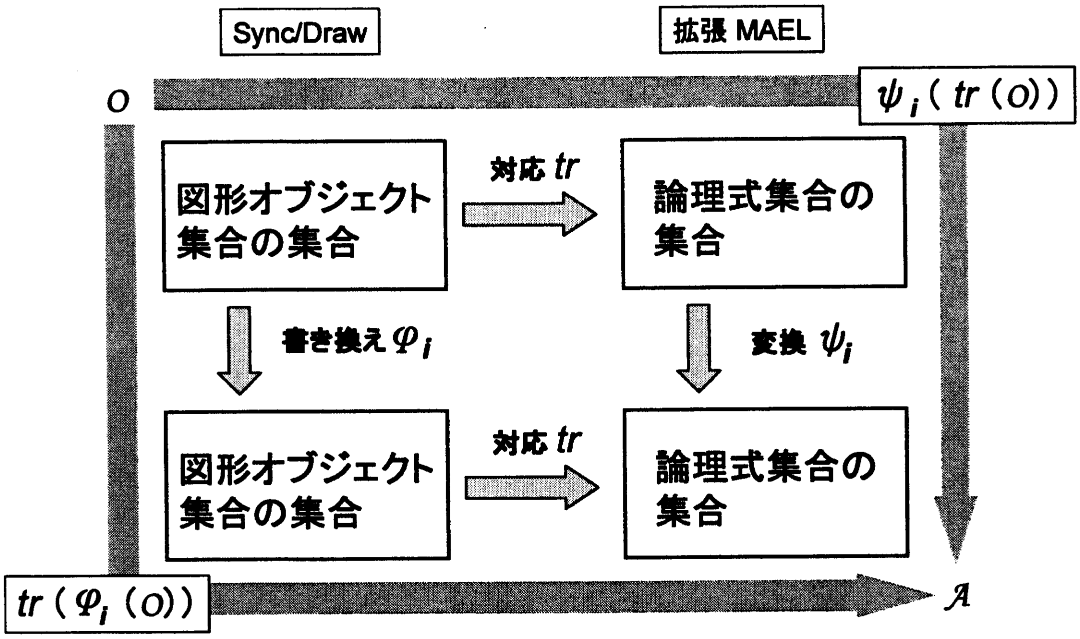

図 5: Sync/Draw における図形処理の正当性

7 Sync/Draw における図形処理の正当性

この章では，Sync/Draw における図形操作の正当性を示す．すなわち，Sync/Draw における図形オブジェクトの書き換えが拡張 MAEL における論理式集合の変換に対して正当であることを示す．具体的には，図形オブジェクト集合ト $\mathcal{O}$ を φ_i（定義 5.6）によって書き換えられた図形オブジェクト集合を tr（定義 6.3）によって対応させて得られた論理式集合の集合 $tr(\varphi_i(\mathcal{O}))$ は，$\mathcal{O}$ を tr によって対応させて得られた論理式集合の集合を ψ_i（定義 6.4）によって変換して得られた論理式集合の集合 $\psi_i(tr(\mathcal{O}))$ と等しいことを示す（図 5）．

定理 7.1 任意のオブジェクト集合の集合 $\mathcal{O}$ に対して，

$$tr(\varphi_i(\mathcal{O})) = \psi_i(tr(\mathcal{O}))$$

が成り立つ．

証明： 以下では，$i = point, move$（点の追加，図形の移動）の場合の証明を示す．

なお，$i = line, box, circle, cchange, draw, delte$（線分の追加，四角形の追加，円の追加，色変更，描画，消去）の場合も同様に示すことができる．

1. $i = point$（点の追加）の場合
   $tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \psi_{point}(tr(\mathcal{O}))$ を $|\mathcal{O}|$ に関する帰納法を用いて示す．

   （基底段階）$|\mathcal{O}| = 1$ のとき．

   a) 定義 5.6 から，

   $$\varphi_{point}(\mathcal{O}) = \{O \cup \{o\}\}.$$

   ゆえに，

   $$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = tr(\{O \cup \{o\}\}).$$

定義 6.3 から,

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \{tr(O \cup \{o\})\}.$$

定義 6.2 から,

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \{ \bigcup_{o_i \in O} tr(o_i) \cup tr(o)\}.$$

定義 6.1 から,

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \{ \bigcup_{o_i \in O} tr(o_i) \cup \{A_o\}\}.$$

ただし, $A_o = \{L_{point}p \wedge \neg L_o \neg p \rightarrow p, X(a), Y(b)\}$.

b) 定義 6.3 から

$$tr(\mathcal{O}) = \{tr(O)\}.$$

定義 6.2 から,

$$tr(\mathcal{O}) = \{ \bigcup_{o_i \in O} tr(o_i)\}.$$

ゆえに,

$$\psi_{point}(tr(\mathcal{O})) = \psi_{point}(\{ \bigcup_{o_i \in O} tr(o_i)\}).$$

定義 6.4 から,

$$\psi_{point}(tr(\mathcal{O})) = \{ \bigcup_{o_i \in O} tr(o_i) \cup \{A_o\}\}.$$

ただし, $A_o = \{L_{point}p \wedge \neg L_o \neg p \rightarrow p, X(a), Y(b)\}$.

a), b) から,

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \psi_{point}(tr(\mathcal{O})).$$

(帰納段階) $|\mathcal{O}| < k$ のとき.

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \psi_{point}(tr(\mathcal{O}))$$

であると仮定する.

$|\mathcal{O}| = k$ のとき, $\mathcal{O} = \mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2$ ($|\mathcal{O}_1| < |\mathcal{O}|, |\mathcal{O}_2| < |\mathcal{O}|$) と書ける. ゆえに,

$$\varphi_{point}(\mathcal{O}) = \varphi_{point}(\mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2).$$

定義 5.6 から,

$$\begin{aligned}
\varphi_{point}(\mathcal{O}) &= \{O \cup \{o\} \mid O \in \mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2\} \\
&= \{O \cup \{o\} \mid O \in \mathcal{O}_1\} \cup \{O \cup \{o\} \mid O \in \mathcal{O}_2\} \\
&= \varphi_{point}(\mathcal{O}_1) \cup \varphi_{point}(\mathcal{O}_2)
\end{aligned}$$

ゆえに,

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = tr(\varphi_{point}(\mathcal{O}_1) \cup \varphi_{point}(\mathcal{O}_2)).$$

定義 6.3 から,

$$\begin{aligned}
tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) &= \{tr(O) \mid O \in \varphi_{point}(\mathcal{O}_1) \cup \varphi_{point}(\mathcal{O}_2)\} \\
&= \{tr(O) \mid O \in \varphi_{point}(\mathcal{O}_1)\} \cup \{tr(O) \mid O \in \varphi_{point}(\mathcal{O}_2)\} \\
&= tr(\varphi_{point}(\mathcal{O}_1)) \cup tr(\varphi_{point}(\mathcal{O}_2))
\end{aligned}$$

帰納法の仮定から，

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \psi_{point}(tr(\mathcal{O}_1)) \cup \psi_{point}(tr(\mathcal{O}_2)).$$

定義 6.4 から，

$$\begin{aligned} tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) &= \{A \cup \{A_o\} \mid A \in tr(\mathcal{O}_1)\} \cup \{A \cup \{A_o\} \mid A \in tr(\mathcal{O}_2)\} \\ &= \{A \cup \{A_o\} \mid A \in tr(\mathcal{O}_1) \cup tr(\mathcal{O}_2)\} \end{aligned}$$

定義 6.3 から，

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \{A \cup \{A_o\} \mid A \in tr(\mathcal{O})\}.$$

定義 6.4 から，

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \psi_{point}(tr(\mathcal{O})).$$

したがって，任意の $\mathcal{O}$ に対して，

$$tr(\varphi_{point}(\mathcal{O})) = \psi_{point}(tr(\mathcal{O}))$$

である．

2. $i = move$（図形の移動）の場合
$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \psi_{move}(tr(\mathcal{O}))$ を $|\mathcal{O}|$ に関する帰納法を用いて示す．

（基底段階）$|\mathcal{O}| = 1$ のとき

i) $\mathcal{O} = \{\emptyset\}$ のとき

a) 定義 5.6 から，

$$\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi)) = \{\emptyset\}.$$

ゆえに，

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = tr(\{\emptyset\}).$$

定義 6.3 から，

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \{tr(\emptyset)\}.$$

定義 6.2 から，

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \{\emptyset\}.$$

b) このとき

$$tr(\mathcal{O}) = tr(\{\emptyset\}).$$

定義 6.3 から，

$$tr(\mathcal{O}) = \{tr(\emptyset)\}.$$

定義 6.2 から，

$$tr(\mathcal{O}) = \{\emptyset\}.$$

ゆえに，

$$\psi_{move}(tr(\mathcal{O})) = \psi_{move}(\{\emptyset\}).$$

定義 6.4 から，

$$\psi_{move}(tr(\mathcal{O})) = \{\emptyset\}.$$

a), b) から,

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \psi_{move}(tr(\mathcal{O}))$$

である.

ii) $\mathcal{O} = \{O\}$ $(O \neq \emptyset)$ のとき

a) 定義 5.6 から,

$$\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi)) = \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\}.$$

ゆえに,

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = tr(\{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\}).$$

定義 6.3 から

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \{tr(O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\}) \mid o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\}.$$

定義 6.2 から,

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \{ \bigcup_{o \in O \setminus \{o_i\}} tr(o) \cup tr(o(\phi)\theta)\}.$$

定義 6.1 から,

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \{ \bigcup_{o \in O \setminus \{o_i\}} tr(o) \cup \{A_{move(o_i)}, A_{move(o_i).f_1}, A_{move(o_i).f_2}\}\}.$$

b) このとき,

$$tr(\mathcal{O}) = tr(\{O\}).$$

定義 6.3 から,

$$tr(\mathcal{O}) = \{tr(O)\}.$$

定義 6.2 から,

$$tr(\mathcal{O}) = \{\bigcup_{o \in O} tr(o)\}.$$

ゆえに,

$$\psi_{move}(tr(\mathcal{O})) = \psi_{move}(\{\bigcup_{o \in O} tr(o)\}).$$

定義 6.4 から,

$$\psi_{move}(tr(\mathcal{O})) = \{\bigcup_{o \in O} tr(o) \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \cup \{A_{move(i)}, A_{move(i).f_1}, A_{move(i).f_2}\}\}.$$

定義 6.1 から,

$$\psi_{move}(tr(\mathcal{O})) = \{\bigcup_{o \in O} tr(o) \setminus tr(o_i) \cup \{A_{move(o_i)}, A_{move(o_i).f_1}, A_{move(o_i).f_2}\}\}.$$

定義 6.2 から,

$$\psi_{move}(tr(\mathcal{O})) = \{ \bigcup_{o \in O \setminus \{o_i\}} tr(o) \cup \{A_{move(o_i)}, A_{move(o_i).f_1}, A_{move(o_i).f_2}\}\}.$$

a)，b) から，

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \psi_{move}(tr(\mathcal{O}))$$

である．

以上から，i)，ii) いずれの場合も

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \psi_{move}(tr(\mathcal{O}))$$

である．

（帰納段階）$|\mathcal{O}| < k$ のとき．

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \psi_{move}(tr(\mathcal{O}))$$

であると仮定する．

$|\mathcal{O}| = k$ のとき，$\mathcal{O} = \mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2\,(|\mathcal{O}_1| < |\mathcal{O}|, |\mathcal{O}_2| < |\mathcal{O}|)$ と書ける．ゆえに，

$$\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi)) = \varphi_{move}(\mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2, o(\phi)).$$

定義 5.6 から，

$$\begin{aligned}
\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi)) &= \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid O \in \mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2, o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\} \\
&\quad \cup \{O \mid O \in \mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2, o_i \in O \text{ は存在しない }\} \\
&= \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid O \in \mathcal{O}_1, o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\} \\
&\quad \cup \{O \mid O \in \mathcal{O}_1, o_i \in O \text{ は存在しない }\} \\
&\quad \cup \{O \setminus \{o_i\} \cup \{o(\phi)\theta\} \mid O \in \mathcal{O}_2, o_i \in O, \theta = \{\phi/o_i\}\} \\
&\quad \cup \{O \mid O \in \mathcal{O}_2, o_i \in O \text{ は存在しない }\} \\
&= \varphi_{move}(\mathcal{O}_1, o(\phi)) \cup \varphi_{move}(\mathcal{O}_2, o(\phi))
\end{aligned}$$

ゆえに，

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O})) = tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}_1, o(\phi)) \cup \varphi_{move}(\mathcal{O}_2, o(\phi))).$$

定義 6.3 から，

$$\begin{aligned}
tr(\varphi_{move}(\mathcal{O})) &= \{tr(O) \mid O \in \varphi_{move}(\mathcal{O}_1, o(\phi)) \cup \varphi_{move}(\mathcal{O}_2, o(\phi))\} \\
&= \{tr(O) \mid O \in \varphi_{move}(\mathcal{O}_1, o(\phi))\} \cup \{tr(O) \mid O \in \varphi_{move}(\mathcal{O}_2, o(\phi))\} \\
&= tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}_1, o(\phi))) \cup tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}_2, o(\phi)))
\end{aligned}$$

帰納法の仮定から，

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O})) = \psi_{move}(tr(\mathcal{O}_1)) \cup \psi_{move}(tr(\mathcal{O}_2)).$$

定義 6.4 から，

$$\begin{aligned}
& tr(\varphi_{move}(\mathcal{O})) \\
&= \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \\
&\quad \cup \{A_{move(i)}, A_{move(i).f_1}, A_{move(i).f_2}\} \mid A \in tr(\mathcal{O}_1), A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\} \\
&\quad \cup \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \\
&\quad \cup \{A_{move(i)}, A_{move(i).f_1}, A_{move(i).f_2}\} \mid A \in tr(\mathcal{O}_2), , A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\} \\
&= \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \\
&\quad \cup \{A_{move(i)}, A_{move(i).f_1}, A_{move(i).f_2}\} \mid A \in tr(\mathcal{O}_1) \cup tr(\mathcal{O}_2), A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\}
\end{aligned}$$

定義 6.3 から,

$$
\begin{aligned}
tr(\varphi_{move}(\mathcal{O})) &= \{A \setminus \{A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2}\} \\
&\quad \cup \{A_{move(i)}, A_{move(i).f_1}, A_{move(i).f_2}\} \mid A \in tr(\mathcal{O}), A_i, A_{i.f_1}, A_{i.f_2} \in A\}
\end{aligned}
$$

定義 6.4 から,

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O})) = \psi_{move}(tr(\mathcal{O})).$$

したがって，任意の $\mathcal{O}$ に対して,

$$tr(\varphi_{move}(\mathcal{O}, o(\phi))) = \psi_{move}(tr(\mathcal{O}))$$

である.

なお，$i = undo$（取り消し）の場合は，図形操作の履歴の参照についての場合分けが複雑であり，証明を与えることは今後の課題である.

8 おわりに

この研究は，図形オントロジーの構築と図形処理システムの仕様記述・検証手法の確立を目標として，次の2点を明らかにした．

(1) 拡張 MAEL を用いた図形オントロジーの記述方法の確立
図形表現や図形操作の体系化，すなわち図形オントロジーの構築には，特に，拡張マルチエージェント系自己認識論理（拡張 MAEL）の論理式を用いた表現手法が有効であることを2次元基本図形に対して明らかにした．特に，静的な状態における図形オントロジーの構築に加え，図形操作を介した図形の動的変化についても体系化し，図形概念の上位－下位関係や全体－部分関係，図形操作適用前後における図形間の関係は，図形をエージェントと見なし，図形間の関係をエージェント間における属性（知識）の交換と捉えて形式化する手法を明らかにした．

(2) 作図システム Sync/Draw における図形操作に対する検証手法の確立
作図システム Sync/Draw における図形オブジェクトに拡張 MAEL の論理式を対応させることにより，Sync/Draw における図形表現の意味解釈を定式化した．また，Sync/Draw における図形操作の意味を図形オブジェクトの書き換え規則を用いて定式化するとともに，拡張 MAEL の論理式集合の変換に関して図形操作が正当であることを示した．

これらのことにより，図形表現や図形操作の形式化手法を明らかにし，マルチエージェント指向オントロジーの考え方が有効であることを明らかにした．

なお，Sync/Draw の図形オブジェクト集合は，図形操作（図形オブジェクト集合の書き換え）を行ったときの履歴を保持した表現形式を採っている．Sync/Draw の実現においては，画面への図形描画のために，座標，色など図形の現在の属性値（座標，色など）を計算する処理（リデュース処理）を行っている．この処理は，拡張 MAEL における推論系を対応させることにより定式化し，その正当性を検証することができると考えられる．このことは，今後の課題である．

参考文献

[1] 山本博之, 松原茂樹, 河口信夫, 稲垣康善: 自然言語の漸進的解釈に基づくマルチモーダル対話システム－図形エディタ Sync/Draw, 田中二郎（編）, インタラクティブシステムとソフトウェア IV, 近代科学社, pp.121-130 (1996).

[2] 河口信夫, 松原茂樹, 外山勝彦, 稲垣康善: 発話同時理解に基づくマルチモーダル図形エディタ, 情報処理学会研究報告, Vol.98, No.68, pp.1-6 (1998).

[3] 外山勝彦, 稲垣康善, 福村晃夫: 多エージェント系自己認識論理に基づく状態継続と因果関係の表現, 人工知能学会誌, Vol.12, No.3, pp.466-474 (1997).