

名古屋大学図書



20118944

空力弾性を考慮した水平軸風力タービン
非定常負荷解析に関する研究

課題番号(15560136)

平成 15 年度～平成 16 年度科学研究費補助金 (基盤研究(C)(2))
研究成果報告書

平成 17 年 4 月

研究代表者 長谷川豊
(名古屋大学 エコトピア科学研究所 教授)

は し が き

本研究では、平成15年度および16年度の2年間において、水平軸風力タービンの翼およびロータ全体に働く変動空力荷重の推定手法を確立するとともに、風車ロータ周りの非定常流れ場が変動荷重に及ぼす影響を明らかにするために、数値解析を中心とする研究を行った。得られた成果を以降に示す。

研究組織

研究代表者： 長谷川 豊 (名古屋大学エコトピア科学研究所 教授)
研究分担者： 菊山 功嗣 (名古屋大学大学院工学研究科 教授)
研究分担者： 今村 博 (名古屋大学大学院工学研究科 講師)
研究分担者： 朝倉 榮次 (名古屋大学大学院工学研究科 助手)

交付決定額 (配分額)

(金額単位：千円)

	直接経費	間接経費	合計
平成15年度	3,200	0	3,200
平成16年度	1,100	0	1,100
総計	4,300	0	4,300

研究発表

(1) 学会誌等

今村博, 長谷川豊, 菊山功嗣, 他3名, パネル法による水平軸風車ロータ周りの非定常流れ解析, (斜め流入風の影響と三次元流れ場における迎角の考察), 日本機械学会論文集, 71B-701(2005-1).

長谷川豊, 菊山功嗣, 今村博, 他3名, 風力エネルギー賦存量推定のための基礎研究 (第2報, 複雑地形上の流れの乱流特性), 日本機械学会論文集, 71B, (印刷中).

長谷川豊, 今村博, 菊山功嗣, 他3名, 複雑地形における風況予測ソフトウェアの適用性評価, 風力エネルギー, 28-4 (2004-12).

(2) 口頭発表

Y. Hasegawa, H. Imamura, 他3名, Aerodynamic Loads Calculation of a Horizontal Axis Wind Turbine Rotor in Combined Inflow Condition, 2004 European Wind Energy Conference and Exhibition (2004-11, London, U.K).

H. Imamura, Y. Hasegawa, K. Kikuyama 他2名, Numerical Analysis of a Local Angle of Attack to HAWT Rotor Blade in Unsteady Flow Conditions, 2004 European Wind Energy Conference and Exhibition (2004-11, London, U.K).

Y. Hasegawa, K. Kikuyama, M. Nishikawa, and R. Ihara, Study of Boundary layer flow in the Rotating Curvature system (The longitudinal structure and secondary instability of the stream-wise vortices), 10th Euromech European Turbulence Conference, (2004-6, Trondheim, Norway).

長谷川豊, 今村博, 菊山功嗣, 他2名, 「水平軸風車ロータ空力負荷に及ぼす流入風乱流特性の影響」, 第41回日本伝熱シンポジウム (IECEC2004 Pre-symposium), (2004-5, 富山).

長谷川豊, 今村博, 菊山功嗣, 他2名, 「建物屋上における小型風車最適設置点に関する研究」, 2004年度機械学会年次大会, (2004-9, 札幌).

長谷川豊, 今村博, 菊山功嗣, 他2名, 「丘陵周りの風力エネルギー賦存量・乱流特性に及ぼす大気境界層厚さの影響」, 2004年度機械学会年次大会, (2004-9, 札幌).

長谷川豊，今村博，菊山功嗣，他 3 名，「複雑地形上を流れる風の乱流特性解析（地形起伏が速度相関に及ぼす影響）」，第 82 期日本機械学会流体工学部門講演会，（2004-11，北九州）。

今村博，長谷川豊，他 2 名，「渦法における高精度渦要素導入法の開発」，第 18 回数値流体力学シンポジウム，（2004-12，東京代々木）。

今村博，長谷川豊，菊山功嗣，他 2 名，「パネル法による NREL モデル風車解析（低周速比・定常流入の場合）」，日本機械学会東海支部第 54 期総会・講演会，（2005-3，春日井）。

長谷川豊，今村博，菊山功嗣，他 2 名，「水平軸風車ロータ空力負荷に及ぼすタワーの影響に関する数値解析」，日本機械学会東海支部第 54 期総会・講演会，（2005-3，春日井）。

(3) 出版物：該当無し

研究成果による工業所有権の出願・取得状況

該当無し

目次

第 1 章	緒論.....	1
1.1	研究背景.....	1
1.2	水平軸風車解析理論.....	3
1.3	研究目的と解析手法.....	6
第 2 章	記号.....	8
第 3 章	座標系.....	11
3.1	静止座標系.....	11
3.2	翼座標系.....	11
3.3	楕円座標系.....	14
3.4	偏長楕円体座標系.....	15
3.5	タワー座標系.....	16
第 4 章	加速度ポテンシャル理論.....	17
4.1	基礎方程式.....	17
4.2	圧力場の基本解.....	18
4.3	加速度ポテンシャル法.....	19
4.4	漸近展開法.....	23
4.4.1	Near Field	24
4.4.2	Far Field	26
4.4.3	Common Field	28
4.5	高次オーダーの解.....	31
第 5 章	風車翼理論.....	39
5.1	水平軸風車翼周りの流れ場.....	39
5.2	回転翼に対する加速度ポテンシャル法の適用.....	40
5.2.1	境界値問題.....	40

5.2.2	圧力場の積分.....	46
5.2.2.1	p_{far}, p_{common} により働く加速度の積分.....	49
5.2.2.2	p_{near} により働く加速度の積分.....	52
5.2.3	複数枚の翼を持つ風車.....	60
5.3	風車翼に働く負荷.....	61
5.3.1	翼に働く揚力と流入角 α の関係.....	61
5.3.2	高次オーダの項による翼負荷.....	65
5.3.3	粘性の影響の考慮.....	65
5.3.4	風車ロータ翼に働く力.....	67
5.3.5	風車の特性値.....	67
第6章	数値計算モデル.....	69
6.1	定常運転状態における数値計算モデル.....	69
6.1.1	撰点法および影響係数 A_n の決定.....	69
6.1.1.1	撰点法および影響係数の A_n^{1l}, A_n^{1m} の決定.....	70
6.1.1.2	反復計算手法による非線形化.....	75
6.1.1.3	圧力勾配の数値積分手法.....	76
6.1.2	ロータ翼のねじれ.....	79
6.2	非定常運転状態における数値計算モデル.....	82
6.2.1	定常計算モデルから非定常計算モデルへの拡張手法.....	82
6.2.1.1	時間進行法.....	82
6.2.1.2	非定常モデルにおける撰点法.....	83
6.2.1.3	瞬時圧力勾配の積分.....	83
6.3	流入風モデル.....	85
6.3.1	ロータ回転面に対する斜め流入風.....	85
6.3.2	ウインドシア.....	86
6.4	動的失速モデル.....	87
6.5	ロータ翼振動モデル.....	91

6.6	タワーモデル.....	95
第7章	計算結果および考察.....	97
7.1	計算条件.....	97
7.2	定常特性計算結果.....	100
7.2.1	誘導速度の翼幅方向分布.....	100
7.2.2	揚力係数、循環量の翼幅方向分布.....	100
7.2.3	風車特性計算結果.....	101
7.2.4	撰点に到達する流体粒子の軸方向の誘導速度変化.....	101
7.2.5	ロータ翼に働くピッチングモーメント.....	102
7.2.6	ロータ翼に生じるねじれ角.....	103
7.3	非定常特性計算結果.....	118
7.3.1	フラッピングモーメント.....	119
7.3.2	フラッピング角.....	120
7.3.3	誘導速度分布.....	121
7.3.4	揚力係数分布.....	121
7.3.5	風車特性.....	122
7.4	一様流入風に対するタワーの影響.....	145
7.4.1	揚力係数分布.....	145
7.4.2	迎角と揚力係数の関係.....	145
7.4.3	翼負荷.....	146
7.4.4	パワー係数.....	148
7.5	ウインドシアを有する流入風に対するタワーの影響.....	156
7.5.1	揚力係数分布.....	156
7.5.2	迎角と揚力係数の関係.....	156
7.5.3	翼負荷.....	157
7.5.4	パワー係数.....	158
7.6	ティルト角の影響.....	166

目次

7.6.1 ウインドシアを考慮したときのティルト角の影響.....	166
7.6.2 タワーの影響を考慮したときのティルト角の影響.....	167
第8章 結論.....	176
参考文献.....	178

第1章 緒論

1.1 研究背景

2005年2月16日に京都議定書がついに発効する。地球温暖化防止のために締結されたこの京都議定書では、温室効果ガス削減に関する目標値が世界各国・各地域において設定され、この目標値は新エネルギーの割合を引き上げる目標値として置き換えられている。これを達成するために欧州や他の地域では多様な市場支援メカニズムが導入されている。日本では京都議定書において2012年までに温室効果ガスを1990年比で6%削減することを目標値とし、2003年4月からはRPS制度(Renewables Portfolio Standard：電気事業者による新エネルギー等利用に関する特別措置法)を導入し、電力会社に対し再生可能エネルギーにより生成される電力をある一定量利用することを義務付けている。

このような背景に基づき、新エネルギーの一つである風力エネルギーは我々の生活において身近なものとなっている。全世界において、2003年の一年間に導入された風力発電設備容量は8,344MWであり、2003年末には全設備容量は約40,000MWに達している[WIND FORCE 12 May 2004]。ドイツ、スペイン、デンマークなどの欧州の国々では風力エネルギー産業はかなり大規模な市場となり、新たな市場として洋上ウインドファームも開拓しつつある。国内に目を向けると、2003年の一年間に導入された風力発電設備容量は275MWで、2003年末での全設備容量は761MWとなり、年間伸び率56.6%という急激な成長を遂げている[WIND FORCE 12 May 2004]。日本においても風力発電事業は環境保全のシンボルとしてだけでなく、採算の取れる発電設備として各地にウインドファームが広がりつつある。

このような風力発電容量の急速な伸びは、近年の風力発電への関心の高まりはもちろんであるが、風力発電技術の進歩による発電コスト低減への寄与が特に大きいと言える。

風車工学は総合工学と言ってよいほど、多岐の分野にわたる技術によって支えられ

ている。各分野の研究者・技術者たちは更なる高出力・高効率な発電風車の実現を目指して、新しい知識の獲得、新技術の開発を余念なく続けているものの、いまだ解決すべき課題は多い。風車工学を構成する数ある工学分野の中でも流体力学は作動流体である風を扱うという意味で重要な位置にあり、その流体力学分野に限定しても、風力発電システム設置のための風況精査および風況予測 [今村 2001] をはじめとして様々な研究課題を抱えている。特に、風車翼および風車ロータの空気力学に関する諸問題は多く存在し、例えば、翼断面の半径位置や運転状態により広範囲に変化するレイノルズ数に対応でき、かつ翼厚の増加により耐荷重性の向上を目指した風車専用翼型の開発 [Timmer and van Rooy 1993]、翼回転に伴う半径方向流れに起因する失速の遅れ・揚力増加の問題 [Butterfield et al. 1992]、迎角の周期的変動により失速角が増大し、揚力に対しヒステリシス特性を示す動的失速の問題 [Huyer et al. 1996] などがある。

水平軸風車において、ロータやナセルを支えているタワーの存在はタワー近傍を通過するロータ翼に影響を与え、出力やロータ空力負荷の周期的な変動をもたらす。風力タービンの構成部品が受ける疲労負荷の原因のとなる。本研究では、タワーの存在がロータ翼空力特性およびロータ特性に及ぼす影響を明らかにすることを目的とし、研究手法には数値解析を用いた。

数値解析手法により流入風の影響等に関する問題を扱う利点は、実験的手法を用いた場合に比べ大きい。屋外に設置された供試風車を用いたフィールド実験 [Schepers et al. 1997] は流入風条件の任意の設定が不可能であり、風速や風向変動などの動的な問題を取り扱うことが困難である。実機スケールにほぼ等しい風車を用いた超大型風洞実験 [Simms et al. 2001] では風速・風向の制御が可能であるものの、ウインドシアや大気乱流等しいスケールを持つ乱れの再現は容易ではない。このような実験的手法は、風車出力や翼荷重などの平均化処理された風車特性に関する情報が得られる点では非常に有益であり、平均値を用いて数値解析手法の妥当性を検証することが可能であるが、非定常な風車挙動の解明には適していない。その意味で数値解析手法の果たす役割は大きい。

水平軸風車の空力解析理論はこれまで多く開発されており，ロータ翼の表現方法，流れ場に関する仮定などにより分類した場合，その範囲は幅広く，解析の目的や用途に適した解析モデルの使用が必要である．次節では水平軸風車の空力解説理論について概説する．

1.2 水平軸風車解析理論

風速変動に伴う後流慣性効果 (Dynamic Inflow)，風向のロータ回転軸との不一致 (Yawed Inflow) による影響，それに伴って発生する動的失速現象 (Dynamic Stall) 等に関する問題を解明するためにはプロトタイプ風車もしくはモデル風車を用いた実験による評価が可能ではあるが，近年の実用発電風車の大型化 (MW 級) に伴って，数値解析手法を用いた研究による空力特性の解明が重要な役割を果たしつつある．

風車空力特性の数値解析手法として主要な理論は de Vries [1983]，Hansen and Butterfield [1993]，Snel and van Holten [1994]，今村 [1996]，Snel [1998] などにより総説されており，流れ場の取り扱い方やモデリングの方法により以下のように分類される．

単純作動円盤理論 (Actuator Disc Theory)

回転翼を厚みのない作動円盤と考え，円盤上における圧力の不連続 (ステップ状変化) の存在を仮定した上で，回転面での運動量の変化により回転翼の軸推力・トルクを求める．Betz [1920] はこの理論を用いて，回転面への流入速度が一様流入風速の $2/3$ に減速した時に，風車ロータの最高効率 $16/27=0.593$ が得られることを示した (Betz の限界)．

この理論は風車の基本メカニズムを理解するためのモデルとしては最も単純でわかりやすく，多くの示唆を与える．しかし，円盤を通過する流管の各断面内では一様流を仮定しているため，局所における翼周りの流れ場についての考察はなされておらず，翼幅方向の揚力分布や誘導速度分布を求めることはできない．

翼素/運動量理論 (Blade Element/Momentum Theory)

翼素/運動量理論 (BEM : Blade Element/Momentum Theory) [Grauert 1935, Wilson and Lissaman 1974] に基づく解析手法は、単純作動円盤理論での欠点である空間的均一性の仮定をある程度取り除くことができ、その理解と使用法の容易さ、許容できる予測制度から、風車ロータの設計において従来から広く用いられている。この理論は回転翼を翼幅方向に細分し、その“翼素”における空気力学的な特性を二次元的に扱うもので、翼素理論と運動量理論を複合させることにより、翼幅方向の流れ場、空力負荷を計算する。

局所における迎角は誘導速度を含めた流速により幾何学的に決定され、二次元翼型の揚力・抗力係数を用いることにより翼幅方向の各翼素に働く空力負荷を計算する。こうして得られた各部位の翼負荷を運動量のつりあいから求められた局所の軸推力およびトルクと等置することにより、誘導速度、空力負荷を決定する。

翼素/運動量理論に基づくモデルの検証は数多くなされており、自然風や風洞実験との比較において比較的良い予測制度を持つものの、軸対称流れを仮定しているため周方向への速度の不均一性を見積もることが不可能であること、斜め流入や風速変動に伴うダイナミック・インフローなどの非定常問題に対して高精度な解析は期待できず、実験から導いた半経験的な係数による修正が必要である、などの短所も見られる。

渦理論 (Vortex Theory)

回転翼周りおよび後流に形成される渦系を考えることにより、翼面上の誘導速度を直接に求めるのが渦理論である。翼面上には揚力とつりあう循環量が生じ、これは翼幅方向への分布を持つ。ある翼幅位置において隣り合う循環量の差が翼幅方向の流体の速度差を生じ、これが翼後方に流出される縦渦の原因となる。絶えず循環量が増える翼の後方には無数の渦が連なっており、これらの渦によって形成される渦系により翼面上に誘起される速度を Biot-Savart の法則を用いて算出する。

翼後流中の渦は互いに影響を及ぼしあい、時間とともにその位置・形状を変化させるが、計算を行う過程において渦形状を固定して扱う方法 (固定後流渦モデル, Prescribed Wake Model, [Gould and Fiddes 1991]), 自由に位置を変えることを許す方法

(自由後流渦モデル, Free Wake Model. [Miller 1983,1984]) がある。これらのモデルはともに翼を渦により表現するが、その表現方法の違いにより、翼を一本の渦線で表現する揚力線理論、翼面上に配置した渦群により表現する揚力面理論に分類される。

渦理論に基づく解析手法は速度場の詳細な見積もりが可能で、翼幅方向の揚力分布も得ることができ、先述した非定常問題への対応も行える。しかしながら、計算においては絶えず発散の心配があることと膨大な計算量が必要であり、複雑な計算コードを使用するために取り扱いには困難を伴う。

加速度ポテンシャル理論 (Acceleration Potential Theory)

渦理論等では速度ポテンシャルにより流れ場を取り扱うのに対して、加速度ポテンシャルを取り扱う理論が、加速度ポテンシャル理論である。この理論に基づく計算手法は、従来からヘリコプターの空力特性解析に用いられており [van Holten, 1975, 1976, 1977], [Stepniewski 1984], van Bussel [1995] によって水平軸風車の空力負荷計算に応用された。

風車ロータ回転面上流の流れ場を非粘性・非圧縮・非回転流れと仮定した場合、圧力の擾動成分はラプラス方程式を満足し、加速度ポテンシャル関数として作用する。このモデルにおいて、回転翼は圧力擾動に関するラプラス方程式の解析的な漸近解から構成される翼幅方向および翼弦方向の圧力分布によって表される。

漸近解の数値解法には積分手法を用いる。翼面上での境界条件を適用するために、渦理論においては誘導速度を決定する際に後流の渦面全体にわたって積分を行う必要があるが、加速度ポテンシャル理論では十分上流からロータ翼面に到達する流体粒子に働く加速度を粒子軌跡に沿って積分すればよい。同時にロータ翼周りの速度場も決定され、境界条件により得られた圧力分布からロータ翼の空力負荷分布を直接的に求めることができる。

このモデルは計算時間が短く、また後流渦の非定常性に基づく影響を加速度の積分過程に容易に取り込むことができるため、ダイナミック・インフロー [Hasegawa and van Bussel, 1992], 斜め流入 [Hasegawa et al. 1999] 等の非定常解析に優れているなど、

工学的設計ツールとして発展する可能性を持つ。

CFD (Computational Fluid Dynamics)

風車特性の理論解析方法の中で近年最も注目を集めているのが、数値流体力学 (CFD) で行われてきた Navier-Stokes 方程式の数値解法である。計算機性能のめざましい発達に伴い、外部流れであるため広範な計算領域と膨大なメッシュ数の確保を要する風車翼回り流れに対して、この手法の適用が可能になった。

流れ場を N-S 式により記述する CFD は、半径方向流れにより生じる遠心力およびコリオリ力を原因とする 3 次元効果の評価に加え、粘性による影響の考慮が可能であり、風車空力特性解析に用いられる数値解析手法の中で最も厳密に流れ場を扱うことができる。また、入力条件は翼型の幾何形状と上流風速のみでよいため 2 次元翼型空力特性値が不要であるという大きな利点があり、翼型設計にも用いられる [Fuglsang and Dahl 1999]。

しかし、CFD は現在のところ計算コストが高く、その用途は BEM のような他の計算手法の改良および検証に限定される。また、翼面上流れ、圧力分布等の詳細な解析は可能であるが、失速や遷移の問題ならびにそれに関連した乱流モデルへの計算精度の依存性等、今後解決すべき課題は多く、その将来の発展に期待される。

1.3 研究目的と解析手法

従来用いられていた加速度ポテンシャル理論の一次オーダ近似においては、対称翼では 1/4 弦点周りのモーメント (ピッチングモーメント) は生じないという仮定により、ピッチングモーメントを計算することは不可能であった。そのため本研究の前半では、加速度ポテンシャル理論に基づく非粘性モデルの支配方程式の解を高次のオーダまで拡張し、この高次のオーダの解を用いた際の水平軸風車ロータ翼周りの流れ場やロータ翼空力特性を数値解析により推定することを目的とした。また、大型の水平軸風車に対して柔構造設計を導入するための第一歩として、ロータ翼に働く空力負荷による翼のねじれ方向の変位やロータ回転軸方向の振動を空気力学的、振動学的に考

第1章 緒論

慮したモデルを作成し、翼の挙動や風車性能に与える影響を調べた。

さらに、本研究の後半では、タワーの存在がロータ翼空力特性およびロータ特性に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした。流入風を一様流、ウインドシアとしたときの計算結果とロータのティルト角を考慮した際の計算結果を示す。

また、本研究では、迎角の変動周波数が大きくなる場合に発生する動的失速現象を考慮するため、非定常揚力の算出には半実験モデルである ONERA 法[Bierbooms 1991]を採用した。

第2章 記号

A	アスペクト比(= b/c)
A_n^m	影響係数ベクトル
b	翼幅長
C_{Taxis}	軸推力係数(= $T_{axis}/0.5\rho W^2\pi R^2$)
$c(z_b)$	翼弦長
c_l	局所揚力係数(= $l/0.5\rho V_{eff}^2c$)
C_{Myaw}	ヨーモーメント係数(= $M_{yaw}/0.5\rho(\Omega R)^3\pi R^2$)
C_p	パワー係数(= $P/0.5\rho W^3\pi R^2$)
C_Q	トルク係数
T_{axis}	軸推力
G	ロータ翼の横弾性係数
H	風車ハブ高さ
I	ロータ翼の慣性モーメント
k	ヒンジスプリングのバネ定数
$l(z_b)$	局所揚力, 局所揚力分布
M_{flap}	フラップ方向モーメント
$M_{pitch}(r)$	ピッチングモーメント, ピッチングモーメント分布
$m_{pitch}(r)$	局所ピッチングモーメント, 局所ピッチングモーメント分布
N_B	ロータ翼枚数
N_C^m	翼幅方向撰点個数
p	圧力場
p_{basic}	基本圧力場
p_{common}	漸近展開法における圧力場のCommon Field項
$p_{composite}$	漸近展開法における完全圧力場(= $p_{near} + p_{far} - p_{common}$)
p_{far}	漸近展開法における圧力場のFar Field項

P_{near}	漸近展開法における圧力場のNear Field項
P_n^m	第1種ルジャンドル陪関数
Q_n^m	第2種ルジャンドル陪関数
R, r	ロータ半径及びロータ翼上の半径方向位置
r_{tower}	上端でのタワーの半径
t	時間
Q	ロータ回転トルク
T_b	ロータ翼固有振動の周期
T_0	ロータ回転周期
\mathbf{v}	ロータ翼周りの速度ベクトル($= (u, v, w)$)
\mathbf{v}'	ロータ翼周りの摂動速度ベクトル($= (u', v', w')$)
\mathbf{V}	定常運転時での流入風ベクトル($= (0, 0, W)$)
V_{eff}	局所流入相対速度
V_{shear}	ウインドシアを有する流入風速ベクトル($= (0, 0, W(y))$)
w_{ind}	ロータ面内における軸方向誘導速度
W	一様流入風速
W_{hub}	ハブ高さにおける流入風速
$W(y)$	高さ方向の流入風速分布

ギリシア文字

α	局所迎角
β_{flap}	フラッピング角
$\Phi_{torsion}(r)$	ねじれ角, ねじれ角分布
$\phi_{torsion}(r)$	ねじれ角, ねじれ角分布
Γ	翼周りの循環量
Δt	時間ステップ幅

第2章 記号

Δz	ロータ面とタワー中心軸との間の距離
$\Delta\Psi$	アジマス角ステップ幅
$\theta_p(z_b)$	翼ピッチ角
θ_{yaw}	ヨー角
θ_{tilt}	ティルト角 (傾斜角)
λ	周速比(= $\Omega R/W$)
ρ	空気密度
Ψ	アジマス角 (ロータ翼方位角)
Ω	ロータ回転角速度

座標系

(r, ψ, z)	円筒座標系
(r_b, χ, z_b)	翼円筒座標系
(x, y, z)	絶対座標系
(x_b, y_b, z_b)	翼座標系
(η, φ, z)	楕円座標系
(ν, θ, χ)	偏長楕円体座標系
(x_t, y_t, z_t)	タワー座標系

第3章 座標系

3.1 静止座標系

風車ロータ回転軸に一致し、下流方向を z 軸、ロータ回転面鉛直上方を y 軸とし、ロータ回転面に $x-y$ 平面を持つ直交座標系を静止座標系として定義する [図3-1 参照].

また、同時にロータ回転面上において y 軸からの方位角を ψ 、 z 軸からの距離を r とする円筒座標系を定義する [図3-2 参照].

$$\begin{cases} x = -r \sin \psi \\ y = r \cos \psi \\ z = z \end{cases} \quad (3-1)$$

3.2 翼座標系

原点を $1/2$ 翼弦線上における翼幅長の中心にとり、翼面上において、 $1/2$ 翼弦線上で翼端方向に z_b 軸、翼の回転により受ける相対風速方向に x_b 軸を持ち、 y_b 軸をロータ回転面における翼の投影面に対して垂直方向にとる直交座標系を翼座標系と定める [図3-1参照]. ここで、静止座標系との間には次のような変換公式が成り立つ.

$$\begin{cases} x = -\left(R - \frac{b}{2} + z_b\right) \sin \psi + x_b \cos \psi \\ y = \left(R - \frac{b}{2} + z_b\right) \cos \psi + x_b \sin \psi \\ z = -y_b \end{cases} \quad (3-2)$$

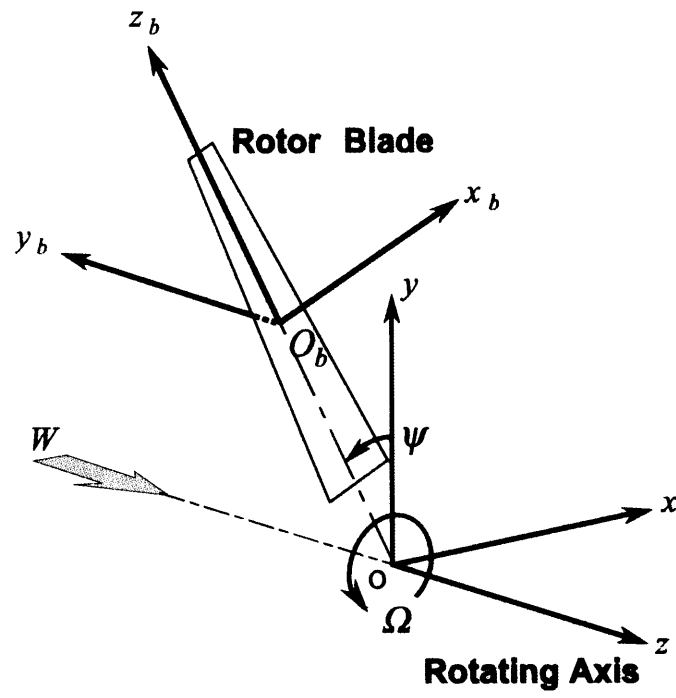


Figure 3-1 Basic Reference Coordinate System and Rotor Blade Reference Coordinate System

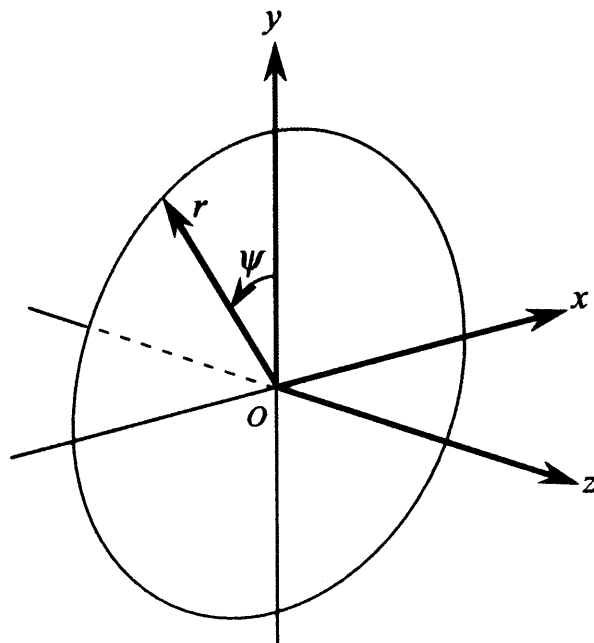


Figure 3-2 Cylindrical Coordinate System Associated with Basic Reference System

翼座標系に関しても基本絶対座標系と同様に、1/2翼弦線からの距離を r_b として翼円筒座標系を定義すると、翼座標系との間には次の関係が成立する [図3-3 参照].

$$\begin{cases} x_b = r_b \cos \chi \\ y_b = r_b \sin \chi \\ z_b = z_b \end{cases} \quad (3-3)$$

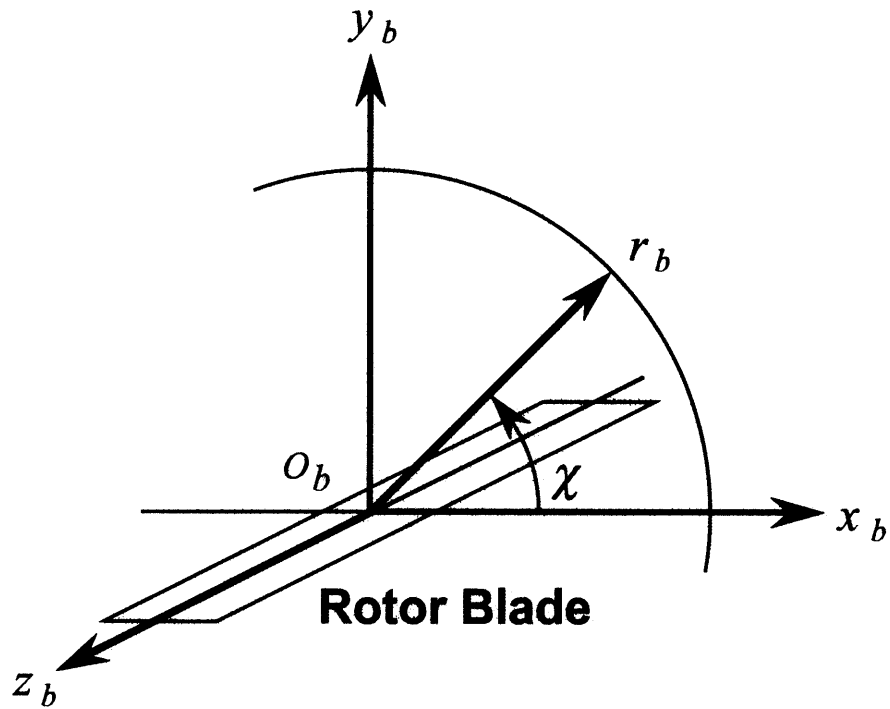


Figure 3-3 Cylindrical Coordinate System Related to Rotor Blade

3.3 楕円座標系

翼弦方向に関して楕円座標系を定義すると、翼座標系との間に次のような関係が成立する[図3-4参照]. 翼は $\eta=0$ によって表され, 前縁, 後縁ではそれぞれ $\varphi=0, \pi$ となる.

$$\begin{cases} x_b = \frac{c(z_b)}{2} \cosh \eta \cos \varphi \\ y_b = \frac{c(z_b)}{2} \sinh \eta \sin \varphi \\ z_b = z_b \end{cases} \quad (3-4)$$

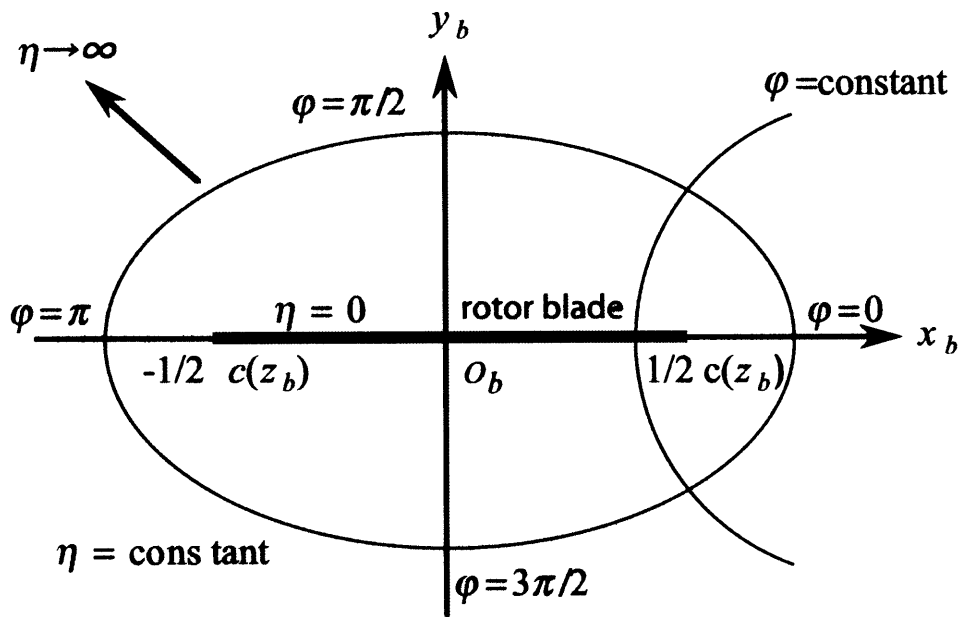


Figure 3-4 Elliptical Coordinate System

3.4 偏長楕円体座標系

翼幅方向に関して次式で示されるように偏長楕円体座標系を定義する [図3-5 参照].

$$\begin{cases} x_b = \frac{b}{2} \sinh \nu \cos \chi \\ y_b = \frac{b}{2} \sinh \nu \sin \chi \\ z_b = \frac{b}{2} \cosh \nu \end{cases} \quad (3-5)$$

ここで $\nu=0$ は翼の1/2弦線に対応する.

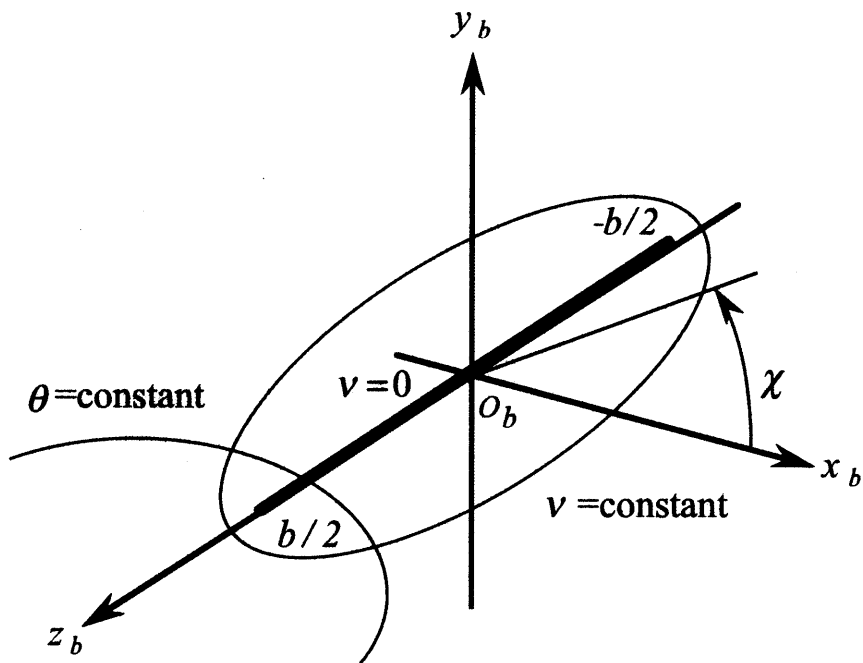


Figure 3-5 Prolate Spherical Coordinate System

3.5 タワー座標系

タワーの中心軸の上端を原点とし，下流方向を z_i 軸，鉛直上方を y_i 軸とし，水平面内で流入方向と垂直横向きに x_i 軸を持つ直交座標系をタワー座標系として定義する [図 3-6 参照]．ロータ回転軸とタワー上端の高度差を Δh ，ロータ面とタワー中心軸との間の距離を Δz とすると，タワー座標系は静止座標系との間に次の変換式が成り立つ．

$$\begin{cases} x_i = x \\ y_i = y + \Delta h \\ z_i = z - \Delta z \end{cases} \quad (3-6)$$

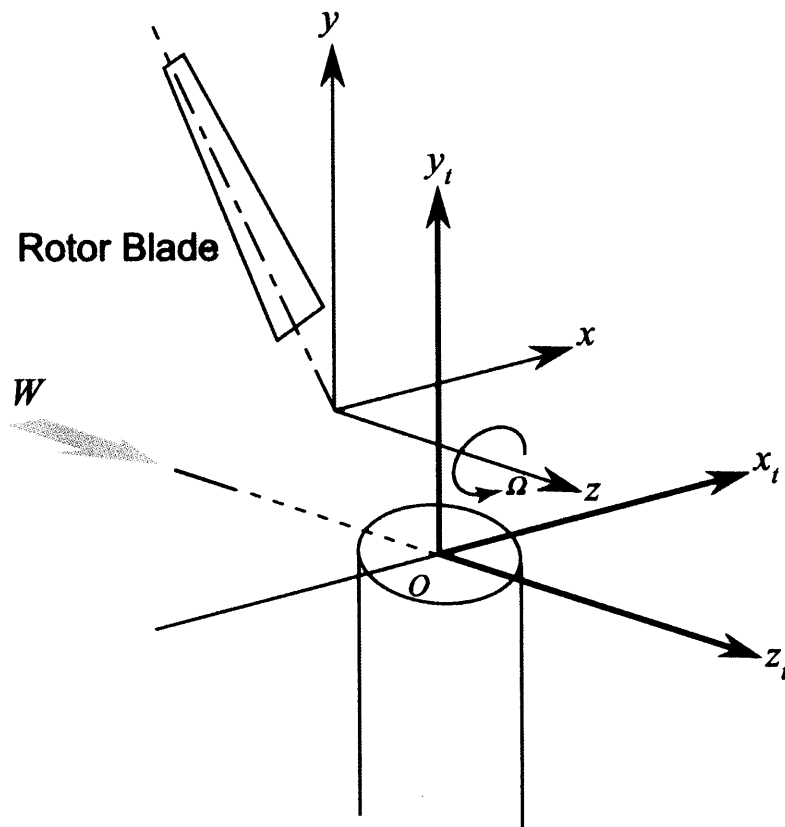


Figure 3-6 Tower Coordinate System

第4章 加速度ポテンシャル理論

4.1 基礎方程式

外力の働かない非粘性流れ場において、連続の式とオイラーの運動方程式が成立する。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4-1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p \quad (4-2)$$

これらの式は、流れ場に非圧縮性を仮定すると次のように変形される。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4-3)$$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (4-4)$$

ここで、非圧縮のオイラーの運動方程式[式(4-4)]は速度場の物質微分と圧力場の勾配の関係を表している。すなわち、流れ場内に存在する流体粒子の速度は、その粒子の軌跡 C に沿って圧力勾配を積分することによって求められ、時間 t_0 において \mathbf{r}_0 に位置する粒子の速度は次式で表現される。

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_0, t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} \left(\frac{D\mathbf{v}}{Dt} \right) dt = -\frac{1}{\rho} \int_{-\infty}^{t_0} (\nabla p) dt \quad \text{along } C \quad (4-5)$$

流れ場が非回転であるという仮定[式(4-6)]を用いると、非粘性・非圧縮のオイラーの運動方程式[式(4-4)]は式(4-7)のように変形できる。

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0 \quad (4-6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (4-7)$$

全速度場 $\mathbf{v} = (u, v, w)$ を一様流速 $\mathbf{V} = (0, 0, W)$ と変動速度 $\mathbf{v}' = (u', v', w')$ との和[式(4-8)]として表すと、式(4-7)は式(4-9)となる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{V} + \mathbf{v}' \quad (4-8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{1}{2} \nabla(\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}') = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (4-9)$$

変動速度 $|\mathbf{v}'|$ が一様流速 $|\mathbf{V}'|$ と比較して十分微小であると仮定し、式(4-8)を用いると、非粘性・非圧縮・非回転流れ場におけるオイラーの運動方程式[式(4-9)]は次のように線形化できる。

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{v}' = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (4-10)$$

この式の両辺の発散量を取り、連続式[式(4-3)]を適用すると、圧力に関するラプラス方程式を得ることができる。

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (4-11)$$

ここで扱う p は圧力の摂動成分と考えることができ、式(4-10)で示されるように圧力勾配は直接的に速度場の物質微分に関連づけられ、流れ場を通過する流体粒子が受ける加速度のポテンシャル関数として作用する。このようにして得られた式(4-10)および(4-11)は加速度ポテンシャル理論の基礎式となる。

非粘性・非圧縮・非回転流れ場における加速度ポテンシャル理論は、流れに関する問題の解法としてあまり使われることはない。しかしながら、加速度ポテンシャル理論に基づく手法は複雑な流れの問題に対する解法として利点を持つ。

4.2 圧力場の基本解

翼周りの流れ場を圧力場を用いて表現する本理論では、圧力場の特異点である「圧力ダイポール」(圧力双極子)を翼面上に分布させることによって翼を表現する。無限に広がった流体中で同じ強さ m を持った圧力の吹き出し点と吸い込み点が存在し、これらの特異点の距離を δ であるとする。 $\delta \rightarrow 0$ として $m \cdot \delta$ の極限をとると、吹き出し点と吸い込み点が組み合わされた二重極子すなわち圧力ダイポールを導くことができる[図4-1 参照]。この圧力ダイポールの強さを μ として次式のように定義する。

$$\mu = \lim_{\delta \rightarrow 0} (m \cdot \delta) \quad (4-12)$$

圧力ダイポール μ は前述の圧力に関するラプラス方程式の基本解の一つであり、この圧力ダイポールの一次元あるいは二次元的な分布を用いることによりそれぞれ二次元、三次元翼を表現することができる。

図4-2は二次元薄翼およびその周りの流れ場を圧力ダイポールを用いて模式的に表したものである。流体粒子は翼付近を通過する際に翼による圧力場、すなわち、圧力の吹き出しから吸い込みに向かう曲線により表される圧力勾配の影響を受ける。上流から翼に接近するにつれ流体粒子は上向きの加速度を受けながら翼前縁に到達し、翼の上面あるいは下面を翼面に沿って通過、後縁側では圧力ダイポールの分布は小さいので上向きに受ける加速度は小さく、最終的な流出方向は主流とは若干異なる。

次に三次元翼に対して考察を試みる。図4-3は三次元の揚力面を表している。翼端外側付近を通過する流体粒子は、上流より上向きの速度成分を与えられたまま翼を通過する。一方、翼面上を通過する流体粒子は二次元薄翼時と同様であるが、翼到達前後の領域において上向きの速度成分を与える圧力場は横にそれて広がっているため流体粒子が受ける上向きの速度は減少する。このため流体粒子は最終的に主流方向より下向きに流出することとなる。この吹き下ろしと呼ばれる下向きの速度が翼前縁にわたり及ぼす影響により迎角は減少し、揚力は後向きに傾く。この揚力の流入風速に平行な後向き成分が翼に働く誘導抗力となる。

4.3 加速度ポテンシャル法

節4.1において非粘性、非圧縮のオイラーの方程式は、速度変動が微小であるという仮定を用いると式(4-10)のように線形化が可能となり、ここで流れ場は圧力（摂動）に関するラプラス方程式[式 (4-11)]を満足することを示した。

この手法を一様流中の翼周り流れ場に適用すると、圧力の特異点は翼面上にのみ存在し、流体粒子の軌跡に沿って圧力場を積分することにより翼面上に到達する粒子速度を計算することができ、また、翼に働く負荷は翼面上の圧力分布より直接的に求めることができる。そのため、複雑な後流渦の計算が必要なくなる。

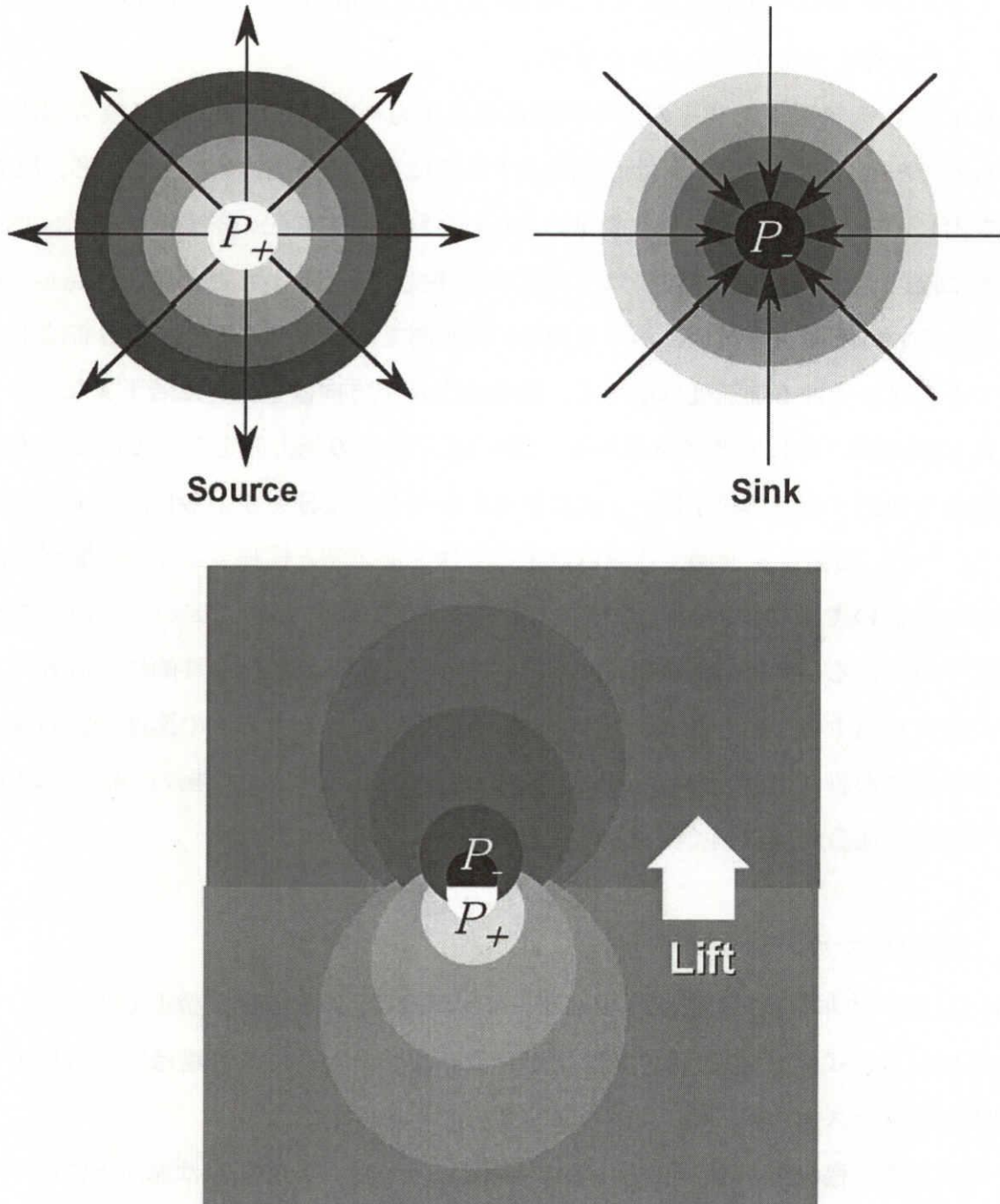


Figure 4-1 Schematic Representation of Pressure Dipole

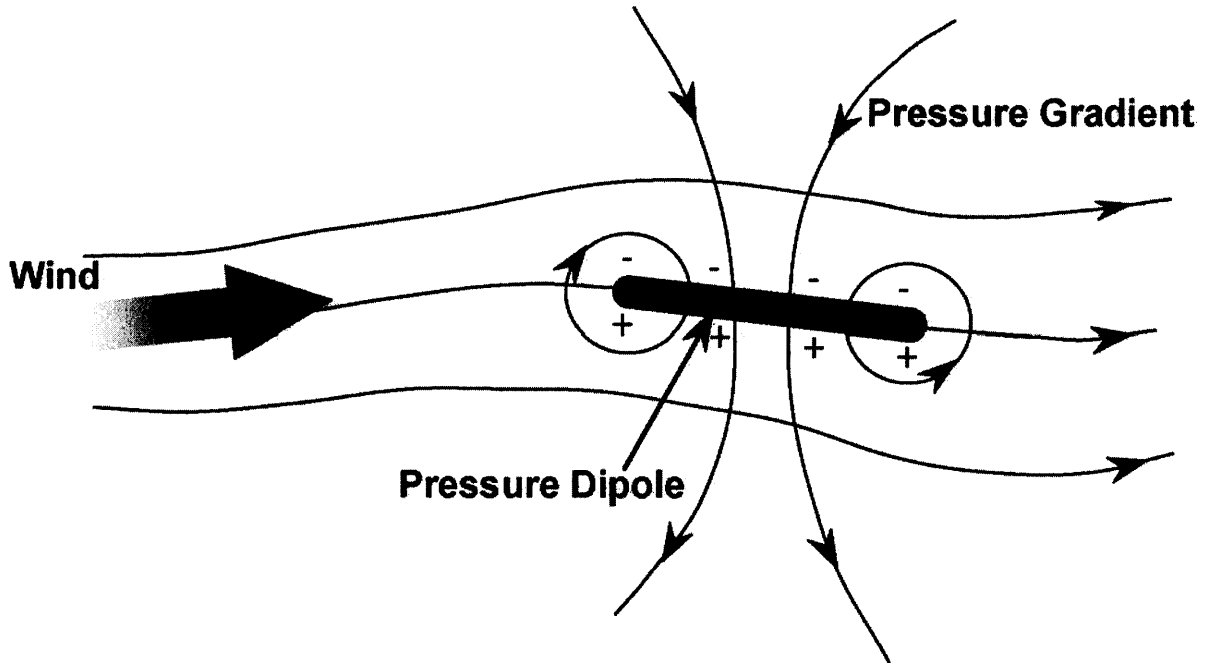


Figure 4-2 Schematic Representation of Pressure Dipole on Two Dimensional Wing

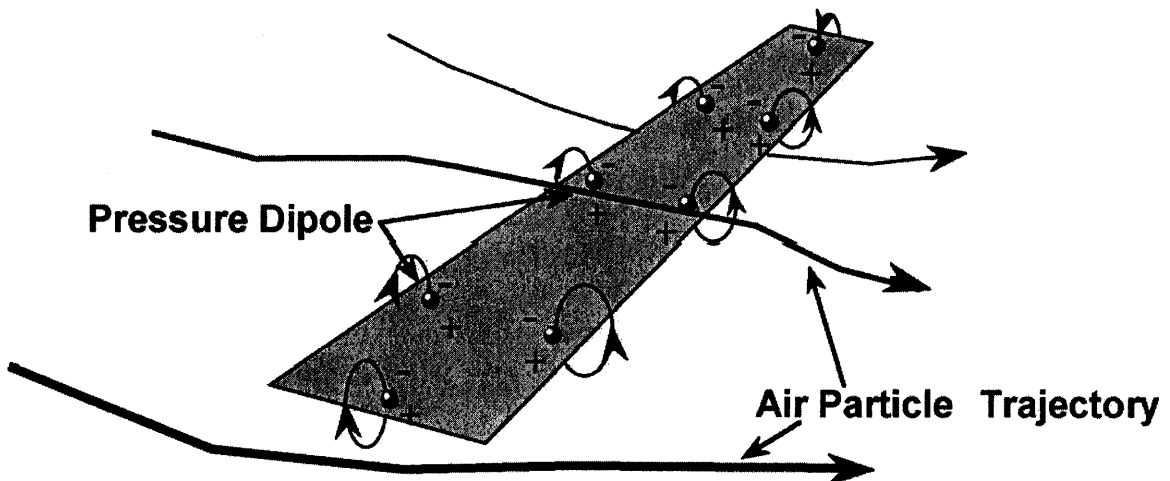


Figure 4-3 Schematic Representation of Pressure Dipole on Three Dimensional Wing

本章では一様流中におかれた矩形翼について考え、一様流は翼座標系[図3-3 参照]における x_b 方向に流入するものとする。翼座標系を用いると、ラプラス方程式[式(4-11)]は次のようになる。

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x_b^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y_b^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z_b^2} = 0 \quad (4-13)$$

ここで翼の表面はピッチ角 θ_p 、翼の反りを示す関数 y_c を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} y_b(x_b, y_b) &= -\theta_p(z_b)x_b + y_c(x_b, z_b) \\ \text{where } |x_b| &\leq \frac{c}{2}, |z_b| \leq \frac{b}{2} \\ \text{and } y_c &= 0 \quad \text{for } |x_b| = \frac{c}{2} \end{aligned} \quad (4-14)$$

翼周りの圧力場に対する境界条件の一つとして、無限遠において圧力の摂動成分は消滅するという条件があげられる。

$$\begin{aligned} p &\rightarrow 0 \quad \text{for } r_b \rightarrow \infty \\ \text{where } r_b &= \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2} \end{aligned} \quad (4-15)$$

次に、運動学的な境界条件より、流体粒子は翼の表面に沿って流れなければならないことを考慮すると、以下に述べる二つの境界条件が追加される。これらの条件を導くにあたり、翼面の形状を表す関数 $y_b(x_b, z_b)$ の値は翼弦長 c と比較して十分小さいと仮定することにより、翼の x_b - z_b 平面への投影上において運動学的な境界条件を決定する。

一つ目の条件は、粒子は翼面に沿って流れるように加速度を受ける、すなわち翼の前縁から流入し後縁に到達する粒子は y_b 方向（翼面に垂直な方向）に加速度を受けるが、この加速度はピッチ角関数 θ_p および翼面関数 y_c によって決定される。線形化されたオイラーの方程式[式(4-10)]を用いるとこの条件は次のように表される。

$$\frac{1}{\rho W^2} \frac{\partial p}{\partial y_b} = -\frac{\partial^2 y_c(x_b, z_b)}{\partial x_b^2} \quad (4-16)$$

二つ目の条件は、翼前面において圧力の特異点が存在し、特異点の直後から翼表面に沿う流れが形成されなければならないという条件である。これは翼面上の粒子速度

も翼の形状に沿うことを意味している。しかし、すでに式(4-16)によって加速度は翼面形状により決定されている。このため、軌跡上のある一点において粒子速度が翼面に沿うよう定めることにより、翼表面全体に沿う流れが形成される。そこで 1/2翼弦線上においてこの条件を適用する。

$$p \rightarrow -\infty \quad \text{at} \quad x_b = -\frac{c}{2}, y_b = 0$$

$$\text{in such a way that} \quad \frac{v_b}{W} = \theta(z_b) + \left[\frac{\partial y_c(x_b, z_b)}{\partial x_b} \right]_{x_b=0} \quad (4-17)$$

式(4-14)~(4-17)により構成される境界値問題について、微小量の高次オーダーの項を省略することによる一次近似、および漸近展開法による近似を用いて解を求める。

4.4 一次オーダー近似に関する漸近展開法

翼に近い領域で流体粒子が圧力場から受ける影響と、翼から遠い領域において流体粒子が圧力場から受ける影響の大きさは異なるため、全圧力場に対してラプラス方程式[式(4-13)]を満足する解を決定することは難しい。そこで本研究では、このラプラス方程式を解くにあたり漸近展開法を採用し、近似解を導出することとした。

ラプラス方程式の二つの部分解として、一つは翼から翼幅長程度以上離れた領域において妥当性を持つ解 p_{far} 、さらにもう一つは翼近傍において妥当性を示す解 p_{near} を考える。

飛行機の翼や風車のロータ翼では、翼幅長が翼弦長に対してかなり大きな（アスペクト比が大きな）翼が用いられる。この様な翼では、翼からある程度離れた領域(Far Field)において流体粒子が受ける摂動速度および加速度は、翼負荷が集中した1本の線（揚力線）により影響を受けるものと近似できる（揚力線理論）。これは、加速度ポテンシャル理論において、圧力ダイポールを翼幅方向に一次元的に分布させて翼を表現することに相当する。こうして求められる圧力場が p_{far} である。

翼に近い領域(Near Field)では、粒子が受ける加速度は翼幅方向の負荷分布よりも翼弦方向の負荷分布が支配的となる。この領域では翼端の影響は小さくなり、摂動速度

および加速度は二次元の揚力面により影響を受けるものと近似できる。

続いて上述の二つの解を組み合わせるために、中間領域(Common Field)における圧力場 p_{common} を定義する。 p_{common} は図4-4で示すように、Far Fieldにおいて p_{near} に等しく、Near Fieldにおいて p_{far} と等しい、という条件を同時に満たす解である。これら三つの部分解を組み合わせるにより全圧力場において式(4-14)を満たす近似解 $p_{composite}$ を次の通り構成する。

$$p_{composite} = p_{near} + p_{far} - p_{common} \quad (4-18)$$

以下の節では、これらの三つの部分解を導出する。

4.4.1 Near Field

翼幅長が翼弦長と比較して十分長い翼、すなわちアスペクト比が大きな翼の場合、翼に近い領域においては翼端の影響はないものと考えられ、翼幅方向の加速度は翼弦方向や流入風向の加速度と比較して十分小さいと仮定することができる。圧力擾動に関するラプラス方程式は翼座標系において次式で表現される。

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{x_b}{c/2}\right)^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{y_b}{c/2}\right)^2} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} = 0 \quad (4-19)$$

ここで、 A は翼のアスペクト比 $A = b / c$ である。また、式(4-19)は次のように変形できる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{x_b}{c/2}\right)^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{y_b}{c/2}\right)^2} = -\frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \quad (4-20)$$

Near Field における境界値問題の解を漸近展開的に記述すると次式で表現できる。

$$p = p_{two-dim} + \frac{1}{A} p_1 + \frac{1}{A^2} p_2 + \frac{1}{A^3} p_3 + \dots \quad (4-21)$$

ここで、 $p_{two-dim}$ は二次元翼周りの圧力場を表しており、式(4-21)は、翼周りの圧力場はアスペクト比 A が増加するほど $p_{two-dim}$ に近づいていくことを示している。

本解析ではアスペクト比が大きな翼を取り扱うため、Near Fieldにおける圧力場

p_{near} に関する一次オーダの近似解として、次に示す二次元のラプラス方程式を満足する解を採用する。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{x_b}{c/2}\right)^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{y_b}{c/2}\right)^2} = 0 \quad (4-22)$$

以下に、この二次元ラプラス方程式の解 p_{near} の決定法を述べる。

翼に関する楕円座標系[図3-4] を用いて式(4-22)を書き表すと、

$$\frac{1}{(\cosh^2 \eta - \cos^2 \varphi)} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \eta^2} \right) = 0 \quad (4-23)$$

となる。式(4-23)の一般解はCourant & Hilbert [1961]らによると変数分離法を用いることにより簡単に求めることができ、境界条件(4-16)および(4-17)を満たすNear Fieldにおける解としてvan Holten [1975]により次式で与えられた。

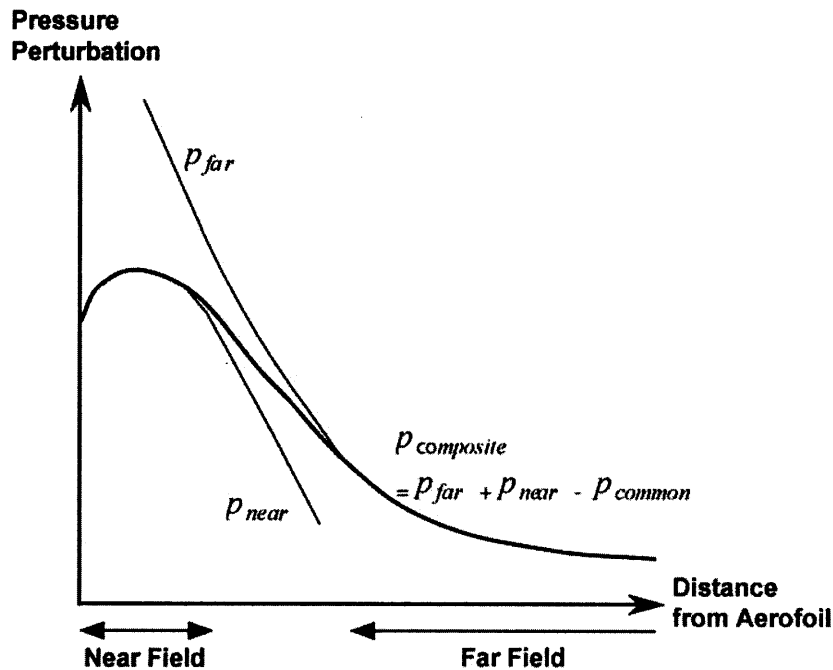


Figure 4-4 Competent Pressure $p_{composite}$ from Combination of Each Pressure Field

$$\begin{aligned} \frac{p_{near}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = & -\frac{C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{\pi} \frac{\sin\varphi}{\cosh\eta + \cos\varphi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{z_b}{c/2}\right) e^{-n\eta} \sin n\varphi \\ & + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \left(\frac{z_b}{c/2}\right) \cosh n\eta \sin n\varphi \end{aligned} \quad (4-24)$$

式(4-24)の右辺第一項は、Birnbaumの循環分布と等価な平板翼の負荷分布を表す[図4-5]。この項の存在により、翼の前縁において特異点を持つことを示す境界条件[式(4-17)]は満足される。すなわち、翼面に流れが沿うとする運動学的境界条件は、翼面に働く負荷分布を表す揚力係数 C_l を適切に選択することにより満足される。ここで、式(4-24)を式(4-16)に代入すると以下の式が導かれる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} na_n \left(\frac{z_b}{c/2}\right) e^{-n\eta} \sin n\varphi = \pi c \frac{\partial^2 y_c(x_b, z_b)}{\partial x_b^2} \quad \text{on the wing} \quad (4-25)$$

この式よりわかる通り、式(4-24)の右辺第一項および第三項は翼面上において加速度を生じない。

本研究においては計算の簡単化のために反りを持たない翼のみを扱うものとする。と、 $y_c = 0$ よりこの境界条件は、 $a_n = 0$ ($n=0, 1, 2, \dots$)となる。また、圧力に関する境界条件[式(4-15)]は無窮遠における条件であるため、Near Fieldにおいて満足される必要はない。

4.4.2 Far Field

翼より十分離れた領域(Far Field)における圧力場の近似解について考える。

この領域では、翼弦長は翼からの距離と比較して無視できるほど小さな値となり、翼は翼負荷が集中した一本の線、すなわち揚力線として表すことができる[図4-6]。また圧力の特異点はこの翼面を表す線上に存在することとなる。

$$p_{far} \quad \text{singular at} \quad x_b = 0, y_b = 0, |z_b| \leq \frac{b}{2} \quad (4-26)$$

ここで圧力に関するラプラス方程式[式(4-13)]を偏長楕円体座標系[図3-5 参照]を用いて表すと、変数分離法を利用することにより、一般解を求めることができる。この一

一般解はラプラス方程式の解の一つであるルジャンドル陪関数から構成され、境界条件である式(4-15)および(4-26)を満足する一般解は次式となる。

$$\frac{P_{far}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} P_n^m(\cos\theta) Q_n^m(\cosh\chi) \sin(m\chi) \quad (4-27)$$

ここで、 P_n^m 、 Q_n^m はそれぞれ第1種および第2種のルジャンドル陪関数である。このルジャンドル陪関数は翼面上の翼負荷分布曲線と類似した関数形を持ち、次式のように漸化式表示が可能であるため、数値計算において有効であるといえる。

$$(n-m)P_n^m(x) = (2n-1)xP_{n-1}^m(x) - (n+m-1)P_{n-2}^m(x) \quad (4-28)$$

$$(n-m)Q_n^m(x) = (2n-1)xQ_{n-1}^m(x) - (n+m-1)Q_{n-2}^m(x) \quad (4-29)$$

これまでに述べられた2つの部分解の和が翼周りの全領域において妥当性を持つ圧力場の近似解であるように考えられるが、実際はFar Fieldにおける p_{near} の影響およびNear Fieldにおける p_{far} の影響がまだ考慮されていないため完全な解とはいえない。このため次節では、式(4-18)で示した全圧力場において成り立つ完全な近似解 $p_{composite}$ を決定するために、Common Field における補正項 p_{common} を定義する。

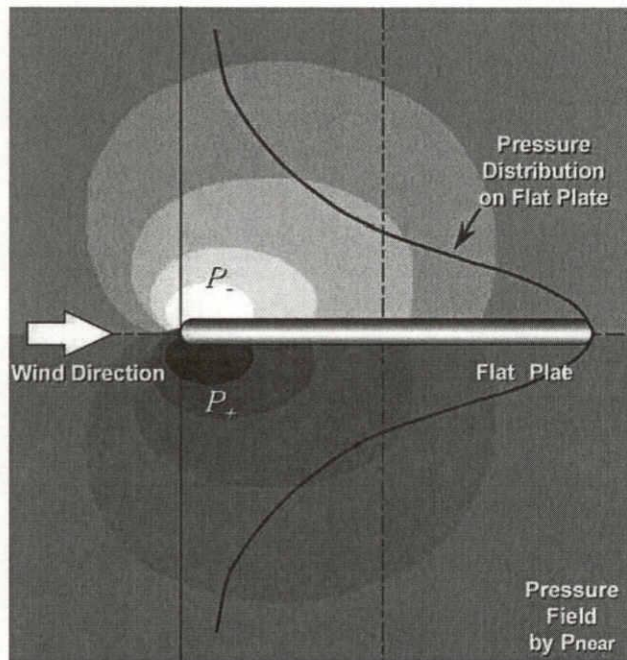


Figure 4-5 Schematic Representation of Near Field

4.4.3 Common Field

前節までにおいて、Near Fieldでの代表長さを翼弦長、Far Fieldにおける代表長さと翼幅長と定義し、それぞれの領域における漸近展開近似解をそれぞれの代表長さスケールに基づいて求めた。すなわち、 p_{near} は翼からの無次元距離が $r_b/(c/2)$ よりも近い領域において妥当性を持ち、 p_{far} は無次元距離が $r_b/(b/2)$ よりも遠い領域においてのみ妥当性を持つ解であるとした。しかしながら、翼からの距離 r_b が翼幅長と比較して小さく、かつ翼弦長に比べ大きい領域(Common Field)においては、これら二つの部分解は重複することになる。そこでCommon Fieldにおける部分解による影響を調和させる解 p_{common} を考える。

p_{common} に求められる特徴はNear Fieldにおいて p_{far} に等しく、Far Fieldでは p_{near} と等価であることから、まずNear Fieldから離れた領域における p_{near} 、Far Fieldより近い領域における p_{far} をそれぞれ次のように漸近展開近似する。

$$\begin{aligned} \frac{p_{near}}{\frac{1}{2}\rho W^2} &\cong -\frac{C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)c/2}{\pi r_b} \sin \chi + \frac{1}{\pi} a_1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{c/2}{r_b} \sin \chi \\ &+ \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\frac{r_b}{c/2}\right)^n \sin n\chi \end{aligned} \quad (4-30)$$

for $\frac{r_b}{c/2} \gg 1$

$$\begin{aligned} \frac{p_{far}}{\frac{1}{2}\rho W^2} &\cong \frac{b/2}{r_b} \sin \chi \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \\ &+ \left(\frac{b/2}{r_b}\right)^2 \sin 2\chi \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n} P_n^2\left(\frac{z_b}{b/2}\right) + \dots \end{aligned} \quad (4-31)$$

for $\frac{r_b}{b/2} \ll 1$

ここで、漸近的に結合するための条件としてLagerstrom & Casten [1972]に従い次式を導入する。

$$p_{near} \cong p_{common} \cong p_{far} \quad (4-32)$$

$$\text{for } A^{-1} \ll \frac{r_b}{b/2} \ll 1$$

この条件を満たすためには、式(4-31)において $A_{mn} = 0$ ($m \geq 2$)とならなければならないが、同様に式(4-30)においても $b_n = 0$ ($m \geq 1$)とならなければならないことがわかる。また、これよりNear Fieldにおける近似解 p_{near} 、[式(4-24)]Far Field における近似解 p_{far} [式(4-27)]もそれぞれ次のように簡単化できる。

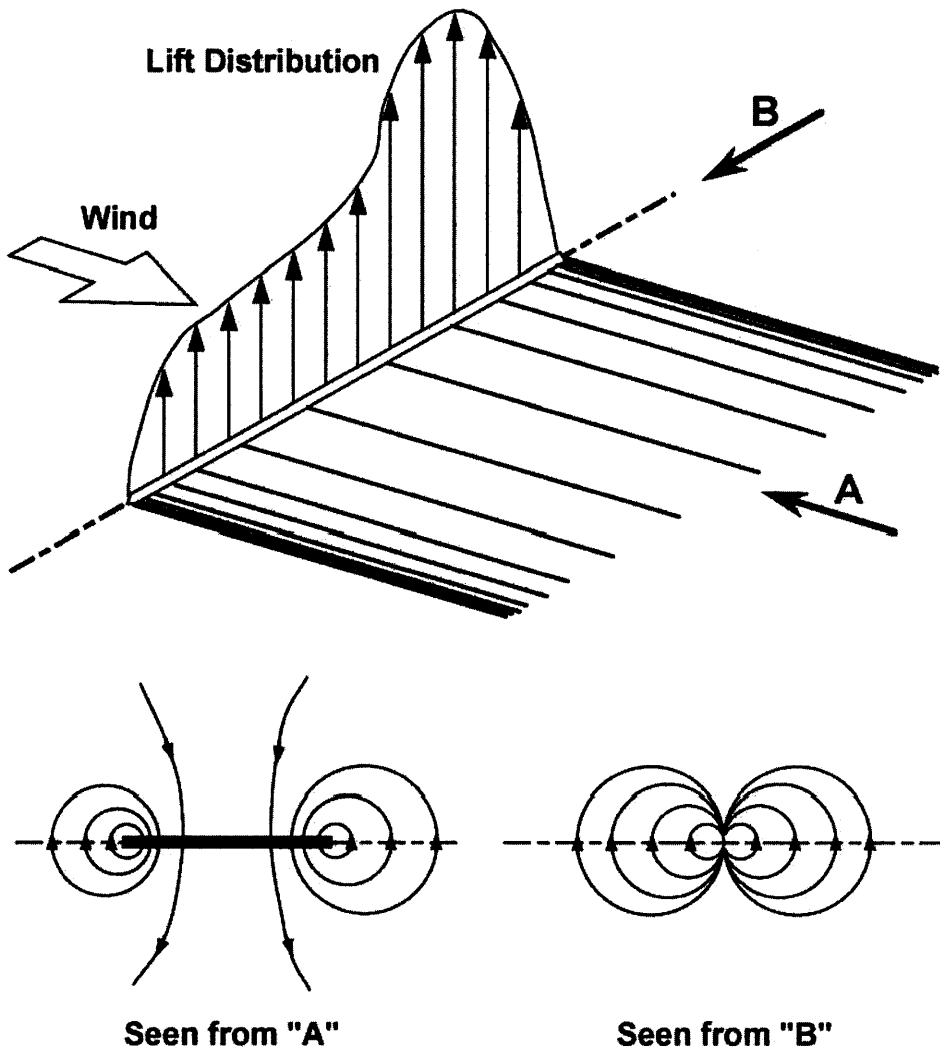


Figure 4-6 Schematic Representation of Far Field

$$\frac{p_{near}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{\pi} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{z_b}{c/2}\right) e^{-n\eta} \sin n\varphi \quad (4-33)$$

$$\frac{p_{far}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n P_n^1(\cos \theta) Q_n^1(\cosh \nu) \sin \chi$$

$$\text{where } \frac{A_n}{\pi} = A_n \quad (4-34)$$

以上より式(4-30)および式(4-31)からCommon Fieldにおける補正項 p_{common} について次のような二種類の表現を得ることができる。

$$\frac{p_{common}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{\pi} \frac{c/2}{r_b} \sin \chi + \frac{1}{\pi} a_1 \left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{c/2}{r_b} \sin \chi \quad (4-35)$$

$$\frac{p_{common}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{\sin \chi}{\pi} \frac{b/2}{r_b} \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (4-36)$$

これら二つの式(4-35), (4-36)を比較することにより, 揚力係数 C_l と翼の反りを表す係数 a_1 , および影響係数 A_n の関係を得ることができる。

$$C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) = A \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) + a_1 \left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (4-37)$$

このようにして求められた三つの部分解[式(4-33), (4-34) および(4-35)]を式(4-18)に代入することにより, 全圧力場において境界条件となる式(4-15), (4-16)を満たす近似解 $p_{composite}$ を得ることができる。

$$\begin{aligned} \frac{p_{composite}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = & -\frac{C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{\pi} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} + \frac{1}{\pi} a_1 \left(\frac{z_b}{c/2}\right) e^{-\eta} \sin \varphi \\ & + \frac{C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{\pi} \frac{c/2}{r_b} \sin \chi - \frac{1}{\pi} a_1 \left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{c/2}{r_b} \sin \chi \\ & + \frac{\sin \chi}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n P_n^1(\cos \theta) Q_n^1(\cosh \nu) \end{aligned} \quad (4-38)$$

しかしながら、節4.3で導かれた翼に沿って流れが流出するという境界条件[式(4-17)]はまだ満足されてはおらず、完全近似解 $p_{composite}$ の中にも未定係数 A_n^1 が含まれている。そこで、この式(4-17)の境界条件を用い、未定係数 A_n^1 を決定することにする。

線形化されたオイラーの運動方程式[式(4-10)]を用いると先ほどの境界条件は次のような積分方程式となる。

$$-\frac{1}{2\rho W^2} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{composite}(x_b, y_b, z_b, t)}{\partial y_b/R} d\left(\frac{x_b}{R}\right) = 2\theta(z_b) - 2 \frac{\partial y_c(x_b, z_b)}{\partial x_b} \quad (4-39)$$

for a particle arriving at the midchord line at $t \rightarrow 0$

この積分方程式[式(4-39)]を数値的に解くことにより翼周りの流れ場を決定することができる。

4.5 高次オーダの解

前節では加速度ポテンシャル法の漸近展開における一次オーダの近似解について紹介した。本節では、漸近展開法による近似を二次のオーダにまで拡張した解法を紹介する。

境界値問題における解の漸近展開表現[式(4-21)]において、二次オーダの項まで考慮する場合、式(4-20)の右辺は無視できない。また、この節で導出される高次オーダの解は中間のオーダの項 $A^{-2} \ln A$ を考慮に入れており、高次オーダの解の導出は反りの無い翼の場合に限られる。

Near Fieldの一次オーダ近似解[式(4-24)]において、2次元圧力場は次式により表される。

$$\frac{p_{two-dim}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{1}{\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \quad (4-40)$$

したがって、二次オーダーの項を含むNear Fieldに対するポアソン方程式は、式(4-19)から次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{x_b}{c/2}\right)^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \left(\frac{y_b}{c/2}\right)^2} &= - \frac{\partial^2 p_{two-dim}}{\partial \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \\ &= - \frac{\partial^2}{\partial \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \left(\frac{1}{\pi} C_l \left(\frac{z_b}{b/2} \right) \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right) \end{aligned} \quad (4-41)$$

上式はNear Fieldの境界条件(4-16)および(4-17)をともに満足しており、van Holten [1975]により次式の特解が与えられている。

$$\frac{p_{near}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \frac{1}{\pi A^2} \frac{d^2 C_l \left(\frac{z_b}{b/2} \right)}{d \left(\frac{z_b}{b/2} \right)^2} \left(\frac{1}{2} \eta \sinh \eta \sin \varphi + \frac{1}{8} \sin 2\varphi \right) \quad (4-42)$$

本特解の有効性は、式(4-41)に代入することにより確かめられ、反りの無い翼に対するNear Fieldの一般解は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{p_{near}}{\frac{1}{2}\rho W^2} &= - \frac{1}{\pi} C_l \left(\frac{z_b}{b/2} \right) \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \left(\frac{z_b}{b/2} \right) \cosh n\eta \sin n\varphi \\ &\quad + \frac{1}{\pi A^2} \frac{d^2 C_l \left(\frac{z_b}{b/2} \right)}{d \left(\frac{z_b}{b/2} \right)^2} \left(\frac{1}{2} \eta \sinh \eta \sin \varphi + \frac{1}{8} \sin 2\varphi \right) \end{aligned} \quad (4-43)$$

特解(4-42)の y_b 方向に関する偏導関数は、ロータ回転面への翼の投影面上で0に等しいため、Near Fieldの一般解[式(4-43)]は、境界条件(4-25)を満足する。

翼からの無次元距離が $r_b/(c/2)$ よりも遠い領域においては、二次オーダーの項を含むNear Fieldの解 p_{near} は次の通り漸近展開される。

$$\begin{aligned}
 \frac{p_{near}}{\frac{1}{2}\rho W^2} \approx & -\frac{1}{\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{c/2}{r_b} \sin \chi + \frac{1}{2\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\frac{c/2}{r_b}\right)^2 \sin 2\chi \\
 & + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\frac{r_b}{c/2}\right)^n \sin n\chi \\
 & + \frac{1}{2\pi A^2} \frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \frac{r_b}{c/2} \ln\left(\frac{r_b}{c/2}\right) \sin \chi + \frac{1}{8\pi A^2} \frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sin 2\chi \\
 & \text{for } \frac{r_b}{c/2} \gg 1
 \end{aligned} \tag{4-44}$$

展開式(4-44)に含まれる各係数(C_l, b_n, C_l')が決定されるためには、この解がFar Fieldの漸近展開と調和しなければならない。ここで、Far Fieldにおける二次オーダーの圧力場の一般解は次式となる。

$$\frac{p_{far}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n^m P_n^m(\cos \theta) Q_n^m(\cosh \nu) \sin m\chi \tag{4-45}$$

また、翼からの無次元距離が $r_b/(b/2)$ よりも近い領域においては、二次オーダーの項を含むFar Fieldの解 p_{far} は次の通り漸近展開される。

$$\begin{aligned}
 \frac{p_{far}}{\frac{1}{2}\rho W^2} \approx & -\frac{\sin \chi}{\pi} \left(\frac{b/2}{r_b}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \\
 & + \frac{2\sin 2\chi}{\pi} \left(\frac{b/2}{r_b}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2\right) \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 P_n^2\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \\
 & - \frac{\sin \chi}{2\pi} \left(\frac{r_b}{b/2}\right) \ln\left(\frac{r_b}{b/2}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) n(n+1) \\
 & + \frac{\sin 2\chi}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 P_n^2\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\left(1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2\right) - n(n+1) \right) \\
 & + \frac{\sin \chi}{2\pi} \left(\frac{r_b}{b/2}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(n(n+1) \ln 2 - \sum_{m=1}^n \frac{m(m-1)}{n+1-m} \right) \\
 & \text{for } \frac{r_b}{b/2} \ll 1
 \end{aligned} \tag{4-46}$$

前節と同様に、重複した領域においてこれらの部分解の影響を調和させるために、式(4-44)と(4-46)の等しいオーダーの項を比較する。ここで、式(4-44)の $n \geq 2$ に対する係数 b_n は、翼からの無次元距離が $r_b/(b/2)$ よりも近い領域における Far Field の漸近展開[式(4-46)]とは等価ではない。したがって、 $n \geq 2$ に対して $b_n = 0$ でなければならないことがわかる。

式(4-44)と(4-46)の比較により、満たされるべき以下の式が導かれる。

$$C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) = A \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \tag{4-47}$$

$$C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) = 4A^2 \left(1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2\right) \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 P_n^2\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \tag{4-48}$$

$$\frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} = -A \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) n(n+1) \quad (4-49)$$

$$\frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} = 8A^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 P_n^2\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\left(1-\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2\right) - n(n+1) \right) \quad (4-50)$$

$$\begin{aligned} b_1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) &= \frac{1}{2A} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(n(n+1) \ln 2 - \sum_{m=1}^n \frac{m(m-1)}{n+1-m} \right) \\ &+ \frac{\ln A}{2A} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) n(n+1) \end{aligned} \quad (4-51)$$

式(4-47)と(4-48)から係数 A_n^1 と A_n^2 の間に1つの関係を見つけることができる。また式(4-51)では $A^{-1} \ln A$ を持つ項が残っており、ここで影響係数 A_n^1 は $O(A^{-1})$ のオーダーであるので、Near Fieldの展開において係数 b_1 を持つ項には $O(A^{-2} \ln A)$ と $O(A^{-2})$ の両方のオーダーの項が組み込まれていることがわかる。

$n \geq 2$ に対して $b_n = 0$ であるという結論を用いると、Common Fieldにおける解 p_{common} は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{p_{common}}{\frac{1}{2}\rho W^2} &= -\frac{1}{\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{c/2}{r_b} \sin \chi + \frac{1}{2\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\frac{c/2}{r_b}\right)^2 \sin 2\chi \\ &+ \frac{1}{\pi} b_1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{r_b}{c/2} \sin \chi \\ &+ \frac{1}{2\pi A^2} \frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \frac{r_b}{c/2} \ln\left(\frac{r_b}{c/2}\right) \sin \chi + \frac{1}{8\pi A^2} \frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sin 2\chi \end{aligned} \quad (4-52)$$

この Common Field における解(4-52)は、2次元圧力双極子と2次元圧力四重極子の組み合わせという特徴を持つ(式(4-52)の右辺第1項および第2項)。

以上により求められた三つの部分解[式(4-43), (4-45)および(4-52)]を式(4-18)に代入することにより、全圧力場における近似解 $p_{composite}$ を得ることができる。

$$\begin{aligned}
 \frac{p_{composite}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = & -\frac{1}{\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} + \frac{1}{\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{c/2}{r_b} \sin \chi \\
 & + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1(\cos \theta) Q_n^1(\cosh \nu) \sin \chi \\
 & + \frac{1}{\pi} b_1 \left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\cosh \eta \sin \varphi - \frac{r_b}{c/2} \sin \chi \right) - \frac{1}{2\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\frac{c/2}{r_b}\right)^2 \sin 2\chi \quad (4-53) \\
 & + \frac{1}{2\pi A^2} \frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \left(\eta \sinh \eta \sin \varphi + \frac{1}{4} \sin 2\varphi - \frac{r_b}{c/2} \ln\left(\frac{r_b}{c/2}\right) \sin \chi - \frac{1}{4} \sin 2\chi \right) \\
 & + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 P_n^2(\cos \theta) Q_n^2(\cosh \nu) \sin 2\chi
 \end{aligned}$$

式(4-53)における始めの3項が式(4-38)と等価な一次オーダの解である。またこのとき第2, 第3項は $O(A^{-1})$ のオーダを表しており, 第4項は式(4-51)から分かるように $O(A^{-2} \ln A)$ のオーダを表している。残りの項は $O(A^{-2})$ のオーダを表している。

このように高次オーダの表現において、一次オーダの近似で求められている Far Field と Common Field の式は高次オーダの要求に適合するように修正されている。

また Common Field の式において示されているように、式(4-53)の第5項は、強さが増える2次元四重極子を表し、最終項は3次元四重極子の分布と一致している。式(4-53)の第4項は、 r_b とともに発散する項が高次オーダの Near Field の式から生じた発散する項によって打ち消されることを示している。そしてこの項に翼円筒座標系[式(3-3)]を用いると次のように表すことができる。

$$b_1 \left(\frac{z_b}{b/2} \right) \left(\cosh \eta \sin \varphi - \frac{r_b}{c/2} \sin \chi \right) = b_1 \left(\frac{z_b}{b/2} \right) e^{-\eta} \sin \varphi \quad (4-54)$$

この項は無限遠で消滅し、翼の単純な放物線状の反りに対する圧力項と同じ性質を持つ（図4-7参照）。物理的には、これは外部流れにおける湾曲と等価であり、境界条件を満たすために、一つの特別な圧力分布によって翼面上において打ち消される。同じように、流れ場の規則的な歪みと一致する Common Field の式のその他の項は、無限遠での境界条件が満足されるように修正されていることが分かる。

翼面上の揚力は翼の上側と下側の圧力差をとることによって決められる。Near Field では $\eta = 0$ に対する φ の正の値と負の値による圧力場の差を意味し、 b_1 の項が翼面上の揚力に寄与していることが分かる。

式(4-53)における項 b_1 の存在は”外部流れ”の湾曲を表しているので、高次オーダの近似を行う場合、3次元的な流れとなる実際の状況では2次元翼特性を用いるのはもはや妥当ではないということを示している。このように、誘導速度が翼面にわたって一定であるとするプラントルの揚力線理論での仮定は、一次オーダの解のみに限られることが分かる。

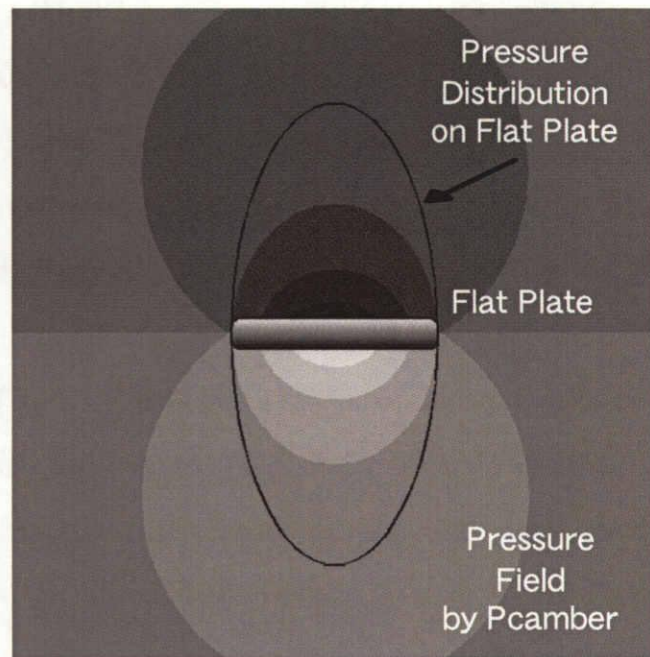


Figure 4-7 Schematic Representation of Camber

第5章 風車翼理論

本章では第4章で述べられた加速度ポテンシャル理論による境界値問題を水平軸風車周りの流れ場に適用する。すなわち、並進翼について行った議論を回転翼に対して拡張する。

また本章では風車翼は、反り、肉厚を持たず、翼幅方向に任意のピッチ角および翼弦長分布を持つものと仮定して議論を進める。

5.1 水平軸風車翼周りの流れ場

並進翼は翼が前進することによって相対速度を得て揚力を発生する。これに対して回転翼は、回転軸方向の流入風速度と回転による周方向速度のベクトル和としての相対速度を受けることとなる。このとき相対速度は翼の外周端で大きくなるため、生じる揚力もまた翼端で大きくなり、逆に、回転軸付近では相対速度が小さくなるので揚力も小さな値を示す。水平軸風車後流の渦構造は図5-1に示されるように螺旋を描くこととなるが、加速度ポテンシャル法では、この後流渦による軸方向の大きな誘導速度を圧力場における加速度の積分過程により表現している。また、一般的に用いられる水平軸風車は翼が複数枚であるため、まず、翼一枚について加速度ポテンシャル法を適用し、これを各翼に対して行うことにより複数枚の翼を表現する。

以下では、第4章で導出された三次元翼周りの流れ場に対する一次オーダーおよび高次オーダーの境界値問題を一枚翼を持つ風車周りの流れ場に対して適応させることから始め、次に複数枚の翼を持つ風車ロータに対し発展させることにする。

5.2 回転翼に対する加速度ポテンシャル法の適用

5.2.1 境界値問題

線形化されたオイラーの方程式 [式 (5-1)] のもとでは、圧力摂動に関する支配方程式は絶対座標系を用いて式 (5-2) のように表される [図 3-1 参照].

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{v}' = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (5-1)$$

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (5-2)$$

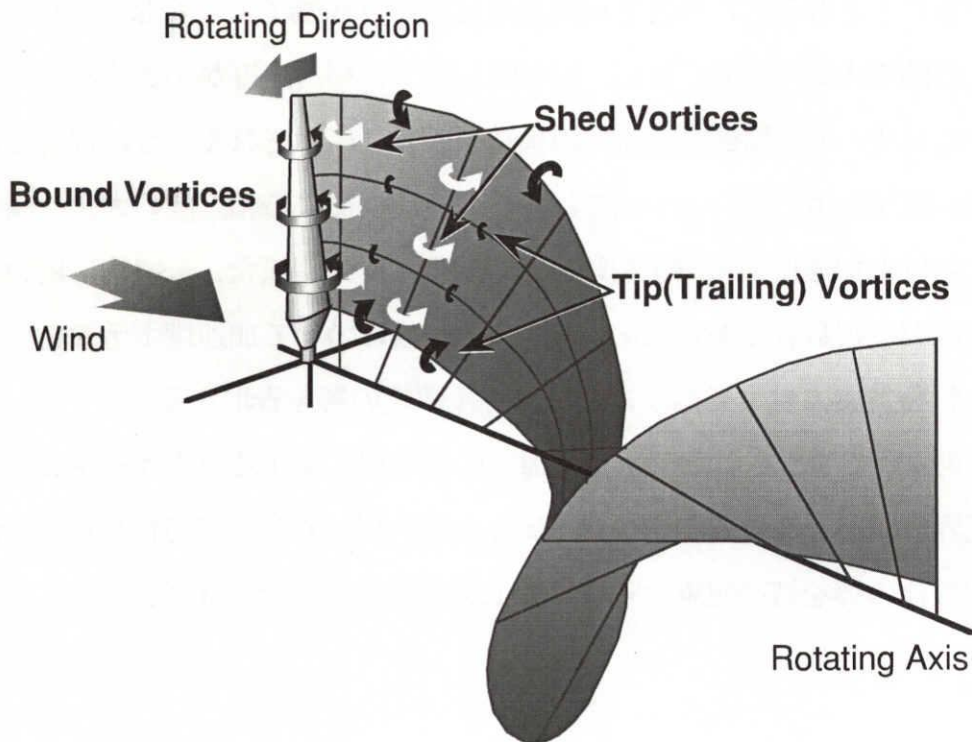


Figure 5-1 Schematic Representation of Wake Vortex Structure

まず、最も明らかな境界条件として、風車ロータの十分遠方においては圧力摂動は零であることより、

$$p \rightarrow 0 \quad \text{when} \quad x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty \quad (5-3)$$

が導かれる。

つぎに、運動学的境界条件を回転翼に適用するために、回転翼周りの流れ場で流体粒子が受ける加速度および速度についての議論を行う。翼面上を通過する流体粒子の加速度は、粒子が翼面に沿って流れるように働く。翼面は反りを持たないことに注意すると次式により表される。

$$y_b(x_b, z_b, t) = -\theta_p(z_b, t) x_b \quad (5-4)$$

$$\text{where} \quad |x_b| \leq \frac{c(z_b)}{2} ; |z_b| \leq \frac{b}{2}$$

式中の $\theta_p(z_b, t)$ は風車ロータ面に対する翼の局所ピッチ角であるが、ピッチ角制御を行う風車に対しては時間とともに変化する値である。また、一般の風車に用いられる翼は翼幅方向に沿って翼弦長が一定ではないため、翼弦長分布は翼幅方向位置による関数 $c(z_b)$ として表現している。

ここで、翼面を表す関数 $y_b(x_b, z_b, t)$ が翼弦長 $c(z_b)$ と比較して十分小さいとするならば、絶対座標系において x, y, z 軸方向の速度をそれぞれ u, v, w とすると、翼面上を通過する粒子が受ける z 方向($-y_b$ 方向)の加速度は翼座標系を用いて次式により表される。

$$\begin{aligned}
 \frac{dw}{dt} = & + \left(1 - \frac{b/2}{R} + \frac{z_b}{R} \right) \left[\frac{\partial y_b}{\partial z_b} - \left(1 - \frac{b/2}{R} + \frac{z_b}{R} \right) \frac{\partial^2 y_b}{\partial x_b^2} R \right] \Omega^2 R \\
 & + 2 \left[\frac{\partial y_b}{\partial z_b} - \left(1 - \frac{b/2}{R} + \frac{z_b}{R} \right) \frac{\partial^2 y_b}{\partial x_b^2} R \right] \Omega u \\
 & + 2 \left[-\frac{\partial y_b}{\partial x_b} - \left(1 - \frac{b/2}{R} + \frac{z_b}{R} \right) \frac{\partial^2 y_b}{\partial x_b \partial z_b} R \right] \Omega v \\
 & + \frac{\partial^2 y_b}{\partial x_b^2} u^2 - 2 \frac{\partial^2 y_b}{\partial x_b \partial z_b} u v - \frac{\partial^2 y_b}{\partial z_b^2} v^2 \\
 & + \left(1 - \frac{b/2}{R} + \frac{z_b}{R} \right) \frac{\partial y_b}{\partial x_b} \Omega R - \frac{\partial y_b}{\partial x_b} \frac{du}{dt} - \frac{\partial y_b}{\partial z_b} \frac{dv}{dt}
 \end{aligned} \tag{5-5}$$

ここで、ロータ周りの速度を一様流入風速 W と速度変動 $\boldsymbol{v}' = (u', v', w')$ の和[式(5-6)]として表し、

- $|\boldsymbol{v}'|$ は $W (= |\boldsymbol{V}|)$ と比較して十分小さい
- 一様流入風速 $W (= |\boldsymbol{V}|)$ は回転周速度 ΩR と比較して十分小さい
- ロータ面内における粒子加速度 $du/dt, dv/dt$ は $\Omega^2 R$ と比較して十分小さい

と仮定すると、式(5-5)は線形化することができ、式(5-7)を得る。

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{V} + \boldsymbol{v}' \tag{5-6}$$

$$\frac{dw}{dt} = \left(1 - \frac{b/2}{R} + \frac{z_b}{R} \right) \left(-\frac{x_b}{R} R \frac{\partial \theta_p}{\partial z_b} - \theta_p \frac{\dot{\Omega}}{\Omega^2} \right) \Omega^2 R \tag{5-7}$$

ここで、 $w = W + w'$ であり、 $dW/dt = 0$ から $dw/dt = dw'/dt$ であることに注意して、線形化されたオイラー方程式[式(5-1)]の z 方向成分に式(5-7)を代入し、 $z = -y_b$ および $W \ll \Omega R$ であることから次式を得る。

$$\frac{1}{\rho \Omega^2 R} \frac{\partial p}{\partial y_b} = \frac{1}{\Omega^2 R} \frac{dw}{dt} = \left(1 - \frac{b/2}{R} + \frac{z_b}{R}\right) \left(-\frac{x_b}{R} R \frac{\partial \theta_p}{\partial z_b} - \theta_p \frac{\dot{\Omega}}{\Omega^2}\right) \quad (5-8)$$

最後に、流体粒子は翼前縁に存在する圧力の特異点を通過し、翼に沿って流出するという条件（Kutta–Joukowski の条件）を適用する。

$$p \rightarrow -\infty \quad \text{on the leading edge of the rotor blade} \quad (5-9)$$

$$\frac{w}{\Omega r + u \cos \Omega t + v \sin \Omega t} = \theta_p(z_b, t) \quad \text{on the rotor blade} \quad (5-10)$$

ここで、ロータ面内における粒子速度 u, v はロータの回転による周速度 Ωr と比較して十分小さいと仮定すると、ピッチ角 θ_p の翼幅方向の変化および翼回転速度の時間変化が小さい翼に対して、式(5-8), (5-10)は以下のように簡単化することができる。

$$\frac{\partial p}{\partial y_b} = 0 \quad \text{on the rotor blade} \quad (5-11)$$

$$\frac{w}{\Omega r} = \theta_p(z_b, t) \quad \text{on the rotor blade} \quad (5-12)$$

以上の手順により導かれた風車ロータ周りの流れ場に対する境界値問題[式(5-2), (5-3), (5-9), (5-11), および(5-12)]は、第4章で導入された漸近展開法を用いて近似的に解くことが可能であり、その一次オーダーおよび高次オーダーの近似解は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{p_{\text{composite}}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = & -\frac{1}{\pi} \frac{l(z_b, t)}{\frac{1}{2}\rho W^2 c(z_b)} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \\ & + \frac{1}{2\pi} \frac{l(z_b, t)}{\frac{1}{2}\rho W^2 c(z_b)} \frac{c(z_b)}{r_b} \sin \chi \\ & + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1(\cos \theta) Q_n^1(\cosh \nu) \sin \chi \end{aligned} \quad (5-13)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{p_{composite}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = & -\frac{1}{\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} + \frac{1}{\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{c/2}{r_b} \sin \chi \\
 & + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 P_n^1(\cos \theta) Q_n^1(\cosh \nu) \sin \chi \\
 & + \frac{1}{\pi} b_1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\cosh \eta \sin \varphi - \frac{r_b}{c/2} \sin \chi \right) \\
 & - \frac{1}{2\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(\frac{c/2}{r_b}\right)^2 \sin 2\chi \\
 & + \frac{1}{2\pi A^2} \frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \left(\eta \sinh \eta \sin \varphi - \frac{r_b}{c/2} \ln\left(\frac{r_b}{c/2}\right) \sin \chi \right) \\
 & + \frac{1}{2\pi A^2} \frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \left(\frac{1}{4} \sin 2\varphi - \frac{1}{4} \sin 2\chi \right) \\
 & + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 P_n^2(\cos \theta) Q_n^2(\cosh \nu) \sin 2\chi
 \end{aligned} \tag{5-14}$$

式(5-13)における右辺第1項は楕円座標系により表現された Near Field における圧力解である。また第2項、第3項はそれぞれ円筒座標系による Common Field 項、偏長楕円体座標系による Far Field 項を表している。式(5-14)においては、右辺第1項、第4項(前半)、第6項(前半)および第7項(前半)において楕円座標系によって表現されている部分が Near Field における圧力解であり、Common Field 項は右辺第2項、第4項(後半)、第5項、第6項(後半)および第7項(後半)において円筒座標系によって表されている部分である。そして残りの偏長楕円体座標系によって表現されている右辺第3項および第8項が Far Field 項である。これらの項はそれぞれ特異性を持つため、数値計算においては注意を要する。Near Field 項は翼前縁において特異性を持つため、翼前縁近くでの粒子に働く加速度の積分の際には積分間隔を細か

くとる必要がある。また、式(5-13)、式(5-14)ともに Common Field 項での r_b^{-1} の存在により、翼に近接した領域において第2項は特異性を持つが、同時に第3項における Q_n^1 を評価すると、Far Field 項は逆符号の特異性を有し、また式(5-14)の第5項での r_b^{-2} と第8項における Q_n^2 も同様な性質を有する。したがって、これらの項の特異性を打ち消すために両者を同時に考慮する必要がある。

式(5-13)中に表されている関数 $l(z_b, t)$ は翼幅方向にわたる揚力分布であり、第一種のルジャンドル陪関数を用いて次式で表される。

$$l(z_b, t) = \frac{1}{2} \rho W^2 b \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1(t) P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (5-15)$$

式(5-13)、(5-14)、(5-15)中に現れる係数 A_n^m ($m=1, 2$) はまだこの時点では決定されておらず、積分方程式[式(5-16)]をラグランジェ的に粒子軌跡に沿って積分することにより求められる粒子速度を求め、Kutta-Joukowski の条件 [式(5-12)] に代入することにより決定する。

$$-\left(\frac{W}{\Omega R}\right)^2 \frac{R}{r} \frac{R}{b} \frac{1}{\frac{1}{2} \rho W^2} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{composite}}{\partial \left(\frac{z}{b/2}\right)} \Omega dt + \frac{W}{\Omega R} \frac{R}{r} = \theta_p(z_b, t) \quad (5-16)$$

式(5-16)で示される積分は流体粒子の軌跡に沿って計算される。線形化されたオイラーの方程式 [式(5-1)] に対応する軌跡は一様流入風速を用いて、次式により表される。

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = y_0 \\ z(t) = W t \end{cases} \quad (5-17)$$

しかし、風車ロータ近傍では風車翼による軸方向の誘導速度は大きく、運動量理論によると、軸方向速度は一様流入風速に対し約30%減速するという結果が導かれる [Wilson et.al., 1976]. したがって、一次オーダの近似を用いた場合においてもこの軸方向の減速量を無視できないため、軸方向速度の変化を考慮した粒子軌跡、

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = y_0 \\ z(t) = \int_{-\infty}^t (W + w) dt \end{cases} \quad (5-18)$$

を採用する.

最終的な境界条件である Kutta–Joukowski の条件を満足するために、積分方程式 [式(5-16)] を解くことになるが、これは数値解析的な反復計算により行われる.

まず式(5-17)に類似した粒子軌跡を初期条件として用いることにより、圧力場の一つ目の近似解が決定される. 続いてこの圧力場による摂動速度の影響が考慮された新たな粒子軌跡が定められ、圧力勾配を軌跡に沿って積分することによって局所の粒子速度が求まり、二つ目の圧力場の近似解が得られる. このような反復計算を行うことにより最終的な収束解が求められる. ここで用いられる圧力場の積分に関する具体的な手法は次節において示す.

また、複数枚の翼を持つ風車ロータ周りの圧力場は、一枚翼に対して導かれた解 [式(5-13), (5-14)] を他の翼に対してもそれぞれの翼に固定された座標系を用いて表現し、重ね合わせるにより求められる. 詳細は節 5.2.3 で述べる.

5.2.2 圧力場の積分

前節で述べたように、Kutta–Joukowski の条件 [式(5-12)] を満足させるためには、ロータ面上に到達する流体粒子の速度を決定する必要がある. 本節では粒子速度の決定方法について詳述する.

圧力場が既知であると仮定すると、流れ場における加速度が求められ、その結果、ロータ面上に到達する粒子の軌跡、速度を計算することができる。加速度は式(5-13)、式(5-14)で求められた圧力場を空間微分することによって、すなわち圧力勾配から求めることができる。この空間微分は翼座標系 (x_b, y_b, z_b) に関してすべての方向について行われる必要があるが、まず、線形理論的アプローチに基づき、 y_b 方向についてのみ考える。

計算の簡便化のために、一次オーダーおよび高次オーダーの近似解 $p_{composite}^{(m)}$ に対して次式で表される基本圧力場 $p_{basic}^{11}, p_{basic}^{2m}$ を定義する($m=1, 2$)。また、影響係数については一次オーダー近似における計算の A_n^1 と二次オーダー近似における計算の A_n^1 は実際には異なるため、それらを区別するためにさらに添字を付け、それぞれ A_n^{11}, A_n^{21} とする。

$$p_{composite}^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{11} p_{basic}^{11} \quad (5-19)$$

$$p_{composite}^{(2)} = \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{2m} p_{basic}^{2m} \quad (5-20)$$

式(5-13)、(5-15)を式(5-19)に代入することにより $p_{near}, p_{common}, p_{far}$ に対する一次オーダーの基本圧力場 $p_{near, basic}^{11}, p_{common, basic}^{11}, p_{far, basic}^{11}$ はそれぞれ次のように表すことができる。

$$\frac{p_{near, basic}^{11}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{1}{\pi} \frac{b}{c(z_b)} \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \quad (5-21)$$

$$\frac{p_{common, basic}^{11}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{1}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin \chi}{\sinh \nu \sin \theta} \quad (5-22)$$

$$\frac{p_{far, basic}^{11}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \frac{1}{\pi} P_n^1(\cos \theta) Q_n^1(\cosh \nu) \sin \chi \quad (5-23)$$

また同様に式(5-14), (5-15)を式(5-20)に代入することにより p_{near} , p_{common} , p_{far} に対する高次オーダの基本圧力場 $p_{near, basic}^{21}$, $p_{common, basic}^{21}$, $p_{far, basic}^{21}$, $p_{near, basic}^{22}$, $p_{common, basic}^{22}$, $p_{far, basic}^{22}$ はそれぞれ次のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
 p_{near, basic}^{21} = & \frac{1}{2} \rho W^2 \\
 & - \frac{1}{\pi} \frac{b}{c(z_b)} \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \\
 & + \frac{1}{2\pi} \frac{c(z_b)}{b} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(n(n+1) \ln \frac{2b}{c(z_b)} - \sum_{m=1}^n \frac{m(m-1)}{n+1-m} \right) \cosh \eta \sin \varphi \\
 & - \frac{1}{\pi} \frac{c(z_b)}{b} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) n(n+1) \left(\frac{1}{2} \eta \sinh \eta \sin \varphi + \frac{1}{8} \sin 2\varphi \right)
 \end{aligned} \tag{5-24}$$

$$\begin{aligned}
 p_{common, basic}^{21} = & \frac{1}{2} \rho W^2 \\
 & - \frac{1}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin \chi}{\sinh \nu \sin \theta} \\
 & + \frac{1}{2\pi} \frac{c(z_b)}{b} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \left(n(n+1) \ln \frac{2b}{c(z_b)} - \sum_{m=1}^n \frac{m(m-1)}{n+1-m} \right) \frac{r_b}{c/2} \sin \chi \\
 & - \frac{1}{\pi} \frac{c(z_b)}{b} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2}} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) n(n+1) \left(\frac{1}{2} \frac{r_b}{c/2} \ln \left(\frac{r_b}{c/2}\right) \sin \chi + \frac{1}{8} \sin 2\chi \right)
 \end{aligned} \tag{5-25}$$

$$\frac{p_{far, basic}^{21}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \frac{1}{\pi} P_n^1(\cos \theta) Q_n^1(\cosh \nu) \sin \chi \quad (5-26)$$

$$\frac{p_{near, basic}^{22}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = 0 \quad (5-27)$$

$$\frac{p_{common, basic}^{22}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \frac{2}{\pi} \left(1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2\right) P_n^2\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin 2\chi}{\sinh^2 \nu \sin^2 \theta} \quad (5-28)$$

$$\frac{p_{far, basic}^{22}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \frac{1}{\pi} P_n^2(\cos \theta) Q_n^2(\cosh \nu) \sin 2\chi \quad (5-29)$$

流体粒子速度を求めるにあたり、これらの圧力場の部分解を空間微分して得られる圧力勾配を積分することになるが、節5.2.1で示したように、基本圧力場を含む式を用いて実際の数値計算を実行する際には、 $p_{common, basic}^{11}$ と $p_{far, basic}^{11}$ 、また $p_{common, basic}^{21}$ の第一項と $p_{far, basic}^{21}$ および $p_{common, basic}^{22}$ と $p_{far, basic}^{22}$ は同時に考慮する必要がある。なぜなら、 p_{common} および p_{far} はどちらも翼面上において特異性を持つ漸近解であるが[第4章および節5.2.1参照]、両者を同時に扱うことによりその特異性の影響を打ち消すことができるためである。また、高次オーダの計算では数値計算の便宜上、 $p_{near, basic}^{21}$ と $p_{common, basic}^{21}$ の高次オーダの部分は同時に考慮した。

5.2.2.1 p_{far} , p_{common} により働く加速度の積分

基本圧力場 p_{basic} の勾配を時間に関して数値的に積分する過程において、最も簡略化された手法は式(5-17)で与えられた直線軌跡を用いるものである。

式(5-21)～(5-29)のように基本圧力場は翼座標系[式(3-4),(3-5)]を用いて記述されている。これは、翼座標系で表現することにより、圧力場は翼と一緒に回転するものとみなすことができるため、圧力場を定常的な、すなわち時間に依存しないものとして取り扱うことが可能になるからである。一方、直線軌跡式(5-17)は絶対座標系

(x, y, z) で表されており、観測される加速度は風車ロータの回転速度による時間依存性を持つ。積分過程における整合性を得るため、粒子の軌跡を式(3-2)を用いて翼座標系に変換する。

加速度を数値的に積分する過程において以下の点に注意する必要がある。

翼面上に向かう流体粒子は回転している翼に周期的に接近するが、翼に接近したときと離れているときとでは、受ける圧力場の影響は大きく異なり、特に流体粒子が翼に到達する時刻 ($t=0$) からそれよりロータ一回転周期前の時刻 $t_1 = -2\pi/\Omega$ までの区間 $(t_1, 0]$ においては、翼前縁に存在する圧力の特異性が大きく影響する。数値積分の誤差を小さくするためには、粒子が翼に接近するところで積分時間間隔をより細かくとることが有効であり、本研究では Gauss-Chebyshev の積分法を用いた。この手法の数値計算への適用法は第6章において詳細に述べることとし、ここでは公式のみを次に示す。

$$\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sum_{m=1}^{m_0} w_m f(x_m) + R_{m_0}$$

$$\text{where } w_m = \frac{\pi}{m_0}, \quad x_m = \cos \frac{(2m-1)\pi}{2m_0} \quad (5-30)$$

$$\text{and } R_{m_0} = \frac{\pi}{(2m_0!) 2^{2m_0-1}} f^{(2m_0)}(\xi) \quad \text{the remainder with } -1 < \xi < 1$$

上記の手法を用いることにより、最後のロータ一回転を残した時刻 $t_1 = -2\pi/\Omega$ までは、問題を生じることなく加速度を数値的に積分することができる。ところが、翼の中心弦線上に到達する最後の区間 $(t_1, 0]$ については、より詳細な検討が必要である。

絶対座標系で直線的に近似された粒子軌跡は、翼座標系において次式で与えられる。

$$\begin{cases} x_b = \left(R - \frac{b}{2} + z_{b_0}\right) \sin \Omega t \\ y_b = -Wt \\ z_b = \left(R - \frac{b}{2} + z_{b_0}\right) \cos \Omega t - R + \frac{b}{2} \end{cases} \quad (5-31)$$

ここで z_{b_0} は粒子が到達する翼幅方向位置を表す。また、式(5-31)において $t \rightarrow 0$ とすると次のように近似することができる。

$$\begin{cases} x_b = \left(R - \frac{b}{2} + z_{b_0}\right) \Omega t \\ y_b = -Wt \\ z_b = z_{b_0} \end{cases} \quad (5-32)$$

なお、基本圧力場 p_{basic}^{11} のFar FieldおよびCommon Fieldに関する項 $p_{far, basic}^{11}$ 、 $p_{common, basic}^{11}$ はどちらも翼面を表す揚力線上($x_b = 0, y_b = 0, |z_b| \leq b/2$)において特異性を持つことが前章において示されている。

Far FieldおよびCommon Fieldに関する項 $p_{far, basic}^{11}$ 、 $p_{common, basic}^{11}$ は翼円筒座標系[式(3-3)]により表すと以下のようなになる。

$$\frac{p_{far, basic}^{11}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{\sin \chi}{\pi} \frac{b/2}{r_b} \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) + O\left[\frac{r_b}{b/2} \ln\left(\frac{r_b}{b/2}\right)\right] \quad (5-33)$$

for $\frac{r_b}{b/2} \rightarrow 0$

$$\frac{p_{common, basic}^{11}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{\sin \chi}{\pi} \frac{b/2}{r_b} \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (5-34)$$

これら二項を同時に考え、また高次オーダの計算においては、同様に $p_{far, basic}^{21}$ と $p_{common, basic}^{21}$ および $p_{far, basic}^{22}$ と $p_{common, basic}^{22}$ を同時に考えることにより、揚力線上およびその付近における圧力場を考えることができ、翼に到達する直前の区間 $(t_1, 0]$ においても圧力場の勾配（加速度）を積分することが可能となる。

残された項である $p_{near, basic}^{11}$, $p_{near, basic}^{21}$, $p_{near, basic}^{22}$ の積分法については次節で詳しく述べることにする。

5.2.2.2 p_{near} により働く加速度の積分

Near Fieldにおける基本圧力解 $p_{near, basic}^{11}$, $p_{near, basic}^{21}$ は翼前縁において特異性を持つ。これは平板翼に対するBirnbaumの循環分布中に現れる特異性として知られているものである。この特異性により、加速度を通常の方法で積分しようとした場合、翼前縁に非常に近接した領域 $(t = -[c(z_b)/2] / \Omega (R - b/2 + z_b)$ 付近) では大きな誤差が生じてしまう。

式(5-32)において粒子軌跡は翼座標系に関して直線的であると定義した。本節の前半ではこの直線軌跡について、また後半ではより実際の粒子軌跡に近いと考えられる円弧軌跡について議論を行う。

直線軌跡に沿う積分

直線軌跡により粒子の位置を正確に記述することはできないが、翼に非常に接近した位置においては翼に沿って流れることは解っている。すなわち、翼前縁に流入した粒子は翼に沿って流れ、 $t = 0$ において中央弦線上に到達しなければならない。したがって、時間区間 $\left(-[c(z_b)/2] / \Omega (R - b/2 + z_b), 0 \right]$ では粒子は次式で表される軌跡を通過することが解る。

$$\begin{cases} x_b = \left(R - \frac{b}{2} + z_{b_0} \right) \Omega t \\ y_b = -\varepsilon \frac{c(z_{b_0})}{2} \\ z_b = z_{b_0} \end{cases} \quad (5-35)$$

ここで ε は相対翼厚を示し、本研究においては $|\varepsilon| \rightarrow 0$ である。

Near Fieldにおける積分経路の一つとして、 $t \leq -c(z_b) / \Omega (R - b/2 + z_b)$ の範囲に対しては式(5-32)、 $t \in \left(-c(z_b) / \Omega (R - b/2 + z_b), 0 \right]$ の範囲に対しては式(5-35)で与えられる直線的な軌跡を導入する。次にこの軌跡上に沿った積分法について述べる。

Near Fieldにおける基本圧力場 $p_{near, basic}$ のロータ軸方向の勾配を式(5-32)、(5-35)で表される直線的な軌跡に沿って積分することになるが、最終時間区間 $t \in \left(-c(z_b) / \Omega (R - b/2 + z_b), 0 \right]$ の範囲においては積分を次式のように解析的に表現することができる。

$$\begin{aligned} & \int_{\frac{c(z_{b_0})}{\Omega(R - \frac{b}{2} + z_{b_0})}}^0 \frac{\partial p_{near, basic}^{11}}{\partial \left(\frac{z}{b/2} \right)} \Omega dt \\ &= \int_{\frac{c(z_{b_0})}{\Omega(R - \frac{b}{2} + z_{b_0})}}^0 \frac{\partial}{\partial \left(\frac{z}{b/2} \right)} \left[-\frac{1}{\pi} \frac{l_{basic} \left(\frac{z_{b_0}}{b/2} \right)}{\frac{1}{2} \rho W^2 c(z_{b_0})} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right] \Omega dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{z_{b_0}}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_{b_0}}{b/2}\right) \left[\frac{b}{c(z_{b_0})}\right]^2 \int_{-\frac{c(z_{b_0})}{\Omega(R - \frac{b}{2} + z_{b_0})}}^0 \frac{\partial}{\partial \left[\frac{y_b}{c(z_{b_0})/2}\right]} \left(\frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi}\right) \Omega dt \\
 &= \frac{1}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{z_{b_0}}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_{b_0}}{b/2}\right) \left[\frac{b}{c(z_{b_0})}\right]^2 \frac{c(z_{b_0})/2}{R - \frac{b}{2} + z_{b_0}} \sqrt{3} \quad (5-36) \\
 &\quad \text{for } |\varepsilon| \rightarrow 0
 \end{aligned}$$

ここで用いられている l_{basic} は次式で定義される基本圧力場中における揚力分布である。

$$l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{11} l_{basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (5-37)$$

また、翼厚を無限小する薄翼仮定を用いると、式(5-35)において $y_b = 0$ となる。ここで、アスペクト比が十分大きな翼 ($c \ll b$) を仮定しているため、最終積分区間を翼弦長の数 (m) 倍まで拡張を行い、十分大きな m をとることにより、式(5-32)を使用することなく全て式(5-35)の軌跡を利用すると、次式で表される近似が可能となる。

$$\begin{aligned}
 & \int_{-m \frac{c(z_{b_0})}{\Omega(R - \frac{b}{2} + z_{b_0})}}^0 \frac{\partial}{\partial \left[\frac{y_b}{c(z_{b_0})/2} \right]} \left(\frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right) \Omega dt \\
 & \approx \int_{-\infty}^0 \frac{\partial}{\partial \left[\frac{y_b}{c(z_{b_0})/2} \right]} \left(\frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right) \Omega dt \quad (5-38) \\
 & = - \frac{c(z_{b_0})/2}{R - \frac{b}{2} + z_{b_0}}
 \end{aligned}$$

同様に式(5-36)における積分区間を $t \in (-\infty, 0]$ に拡張し、式(5-38)を代入することにより、全圧力場にわたる積分値を求めると次式となる。

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{near, basic}^{11}}{\partial \left(\frac{z}{b/2} \right)} \Omega dt \\
 & = \int_{-\infty}^0 \frac{\partial}{\partial \left(\frac{z}{b/2} \right)} \left[- \frac{1}{\pi} \frac{l_{basic} \left(\frac{z_{b_0}}{b/2} \right)}{\frac{1}{2} \rho W^2 c(z_{b_0})} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right] \Omega dt \quad (5-39) \\
 & = - \frac{1}{2\pi} \frac{l_{basic} \left(\frac{z_{b_0}}{b/2} \right)}{\frac{1}{2} \rho W^2 c(z_{b_0})} \frac{b}{R - \frac{b}{2} + z_{b_0}}
 \end{aligned}$$

また、風車ロータ翼に流入する粒子の相対速度はロータの回転周速度 $\Omega(R - b/2 + z_{b_0})$ と一様流入速度 W のベクトル和と考えられるが、高速回転型風車について考えると $\Omega(R - b/2 + z_{b_0}) \gg W$ となるため、揚力係数 C_l について次式の近似が成立する。

$$C_{l, \text{basic}}\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \simeq \frac{l_{\text{basic}}\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{\frac{1}{2} \rho \Omega^2 \left(R - \frac{b}{2} + z_b\right)^2 c(z_b)} \quad (5-40)$$

式(5-39), (5-40)を運動学的境界条件を表す積分方程式[式(5-16)]に代入すると、流入角と揚力係数の関係を表す次式を導くことができる。

$$-\left(\frac{W}{\Omega R}\right)^2 \frac{R}{r} \frac{R}{b} \frac{1}{\frac{1}{2} \rho W^2} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{\text{near, basic}}^{11}}{\partial \left(\frac{z}{b/2}\right)} \Omega dt \simeq \frac{1}{2\pi} C_{l, \text{basic}}\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (5-41)$$

式(5-41)は、 $p_{\text{near, basic}}^{11}$ の積分において直線軌跡を用いるとNear Fieldにおける圧力場の影響は、一般的に知られているPrandtlの揚力線理論において述べられている二次元翼に働く揚力係数 C_l と流入角 α の関係[式(5-42)]と等価となることを示している。

$$C_l = 2\pi\alpha \quad (5-42)$$

しかし、この両者の関係はより実際の粒子軌跡に近い円弧軌跡を用いた近似を行うともはや成立しなくなる。これを以下に示す。

円弧軌跡に沿う積分

実際の翼は回転しているため、翼に到達する流体粒子は翼近傍において円弧の軌跡を描くものと仮定し、Near Fieldの積分経路として直線軌跡とは異なる、ロータ翼の回転を考慮した円弧軌跡について議論する。

翼の回転を考慮した流体粒子の軌跡は、 $x_b - z_b$ 平面への投影を考えると円弧状の軌跡 [図5-2参照] を描くことが解り、翼座標系 (x_b, y_b, z_b) に関して次式で表される。

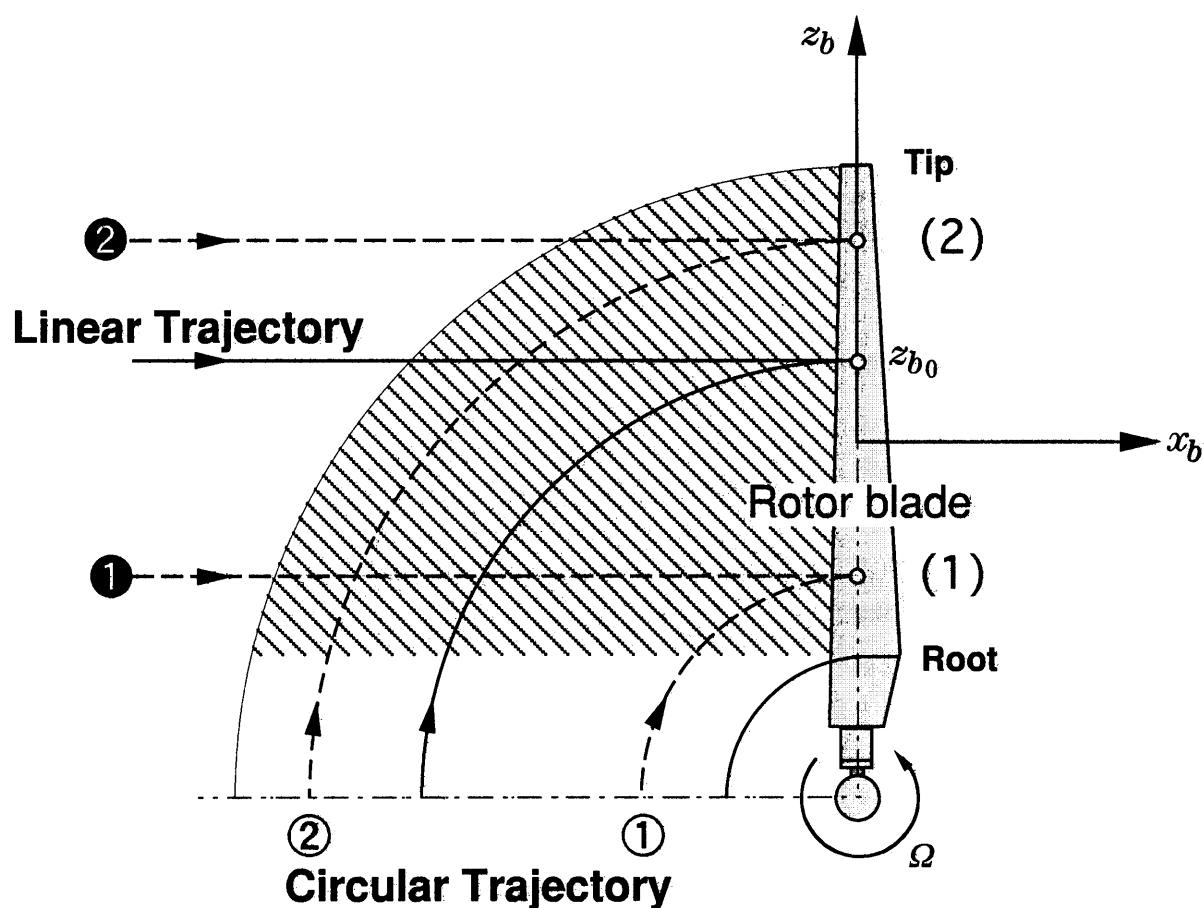


Figure 5-2 Integral Process on Near Field (Linear & Circular Trajectory)

$$\begin{cases} x_b = \left(R - \frac{b}{2} + z_{b_0}\right) \sin \Omega t \\ y_b = -\varepsilon \frac{c(z_{b_0})}{2} \\ z_b = \left(R - \frac{b}{2} + z_{b_0}\right) \cos \Omega t - R + \frac{b}{2} \end{cases} \quad (5-43)$$

where $|\varepsilon| \rightarrow 0$

積分区間における粒子軌跡は、式(5-43)より、粒子軌跡の z_b 座標は時刻 $\Omega t = \arccos \left[(R-b) / \left(R - b/2 + z_{b_0} \right) \right]$ における $-b/2$ から、 $\Omega t = 0$ における座標 z_{b_0} へと変化する。積分区間を長さ $\Delta\Omega t$ により m_0 個に分割すると、Near Fieldに関する円弧軌跡に沿った圧力場の積分は一次オーダーおよび高次オーダーについてそれぞれ次のように近似できる。

$$\int_{\arccos \frac{R-b}{R-\frac{b}{2}+z_{b_0}}}^0 \frac{\partial}{\partial \left[\frac{y_b}{c(z_{b_0})/2} \right]} \left[-\frac{1}{\pi} \frac{l_{basic} \left(\frac{z_b}{b/2} \right)}{\frac{1}{2} \rho W^2 c(z_{b_0})} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right] d\Omega t$$

(5-44)

$$= -\frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{m_0} \int_{m\Delta\Omega t}^{(m-1)\Delta\Omega t} \frac{\partial}{\partial \left[\frac{y_b}{c(z_{b_0})/2} \right]} \left[\frac{l_{basic} \left(\frac{z_b}{b/2} \right)}{\frac{1}{2} \rho W^2 c(z_{b_0})} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right] d\Omega t$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{\arccos \frac{R-b}{R-\frac{b}{2}+z_{b_0}}} \left[\frac{\partial}{\partial \left[\frac{y_b}{c(z_{b_0})/2} \right]} \left[\frac{1}{\pi} \frac{l_{basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{\frac{1}{2} \rho W^2 c(z_{b_0})} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{\pi} b_{1, basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \cosh \eta \sin \varphi \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{\pi} \left(\frac{c(z_{b_0})}{b} \right)^2 \frac{d^2 C_{l, basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \left(\frac{1}{2} \eta \sinh \eta \sin \varphi + \frac{1}{8} \sin 2\varphi \right) \right] d\Omega t \quad (5-45) \\
 = & -\frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{m_0} \int_{m\Delta\alpha}^{(m-1)\Delta\alpha} \left[\frac{\partial}{\partial \left[\frac{y_b}{c(z_{b_0})/2} \right]} \left[\frac{1}{2} \rho W^2 \frac{l_{basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{c(z_{b_0})} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - b_{1, basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \cosh \eta \sin \varphi \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \left(\frac{c(z_{b_0})}{b} \right)^2 \frac{d^2 C_{l, basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \left(\frac{1}{2} \eta \sinh \eta \sin \varphi + \frac{1}{8} \sin 2\varphi \right) \right] d\Omega t
 \end{aligned}$$

式(5-44), 式(5-45)において, 揚力分布は z_b に依存するが, z_b は積分区間によって, つまり積分区間指標 m によって変化する. このため式(5-44), 式(5-45)の積分においては節5.2.2.1で述べた Gauss-Chebyshev の積分法を用いる.

このことは, 円弧軌跡の場合には瞬時の粒子の位置に従って異なる翼断面位置からの影響を受けることを意味しており, 流体粒子の到達点における翼断面内の圧力分布

のみの影響を受ける直線軌跡から得られた式(5-39)と円弧軌跡による式(5-44)では結果が異なる。このため式(5-42)で表される揚力係数 C_l と流入角 α の関係はもはや成り立たない。

また、円弧軌跡を考慮した場合、流体粒子の到達する翼面上の位置により、粒子の受ける影響が異なる。翼先端付近に到達する粒子[図5-2における(2)]は軌跡の半径が大きく、翼から離れた位置においても翼面上の圧力による影響を受ける。このため、粒子が翼における圧力分布から受ける影響は直線軌跡の場合とほぼ等しく、直線軌跡を採用した場合とほぼ同じ結果を与える。しかし、翼根付近[図5-2における(1)]では円弧軌跡を描いて翼に到達する粒子は翼に接近するまで翼による影響は受けないため、直線軌跡を採用した場合と比較して小さな誘導速度しか受けない。

従来は計算の簡単化のために直線軌跡を仮定して計算を行う研究が、とくに揚力線理論などにおいて多く見られた。本研究では、Near Fieldの積分経路としてより実際の粒子軌跡に近いと考えられる円弧軌跡を採用し計算を行った。

5.2.3 複数枚の翼を持つ風車

これまで一枚の翼を持つ風車に対するロータ周りの圧力場について議論を行ってきた。ここで、より一般的な複数枚翼(翼枚数 N_B)を持つ風車に対しての適用を考えることとする。

複数ある翼に番号を $n=1, 2, \dots, N_B$ のようにつける。1番目の翼が $t=0$ のときに存在するアジマス角位置を $\psi=\psi_1$ とすると、 n 番目の翼の $t=0$ における位置 ψ_n は $\psi_n=\psi_1+2(n-1)\pi/N_B$ となる。このような初期位置を持つ翼はそれぞれ圧力場に影響を及ぼし、 n 番目の翼による空間位置 \mathbf{x} 、時間 t における圧力場の近似解を $p_{composite}(\mathbf{x}, t, \psi_n)$ と定義することができ、線形化理論によると N_B 枚の翼を持つ風車ロータ周りの圧力場 $p_{composite}^{Rotor}$ はこれらの重ね合わせとして次式により表現できる。

$$p_{composite}^{Rotor}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{N_B} p_{composite}^{(m)}(\mathbf{x}, t, \psi_n) \quad (m=1, 2) \quad (5-46)$$

ここで、式(5-30)を用いて実行される圧力勾配の数値積分時において、翼前縁における特異点の通過に伴い積分区間は $\Delta t = 2\pi/\Omega N_B$ により分割されることに注意しなければならない。

5.3 風車翼に働く負荷

節5.2において風車周り圧力場の一次オーダおよび高次オーダの近似解が導かれ、流体粒子の軌跡に沿って圧力場の勾配を積分することにより流れ場中の粒子速度を決定できることが示された。その結果、風車ロータ面上における誘導速度を知ることができ、また導かれた風車周りの圧力場より風車翼に加わる負荷およびモーメントも計算可能となる。しかし、これらの諸量は非粘性計算モデルをもとにして求められたものであるため、実験結果との比較を行うためには粘性の影響を考慮した補正が必要となる。本章では、風車翼に働く諸量およびその粘性補正法について述べる。また最後に風車に関する重要な特性量を導入することにする。

5.3.1 翼に働く揚力と流入角 α の関係

二次元流れを仮定して導かれた翼弦方向にわたる翼負荷分布は、一次オーダの近似を行うと二次元平板翼に対する理論値と等価となることを節5.2.2.2で示した。この結果は近似解 $p_{composite}^{(1)}$ [式(5-13)]の右辺第一項[式(5-47)]で表されており、翼の正圧面と負圧面との圧力差が翼に働く負荷になる。

$$\frac{p_{near}^{11}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = -\frac{1}{\pi} \frac{l(z_b, t)}{\frac{1}{2}\rho W^2 c(z_b)} \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} \quad (5-47)$$

加速度ポテンシャル法を用いて翼面の負荷分布を表現した例を図5-3に示す。

式(5-47)より、Near Fieldにおける速度ポテンシャル ϕ は次のように与えられる。

$$\frac{\Phi}{W c(z_b)} = -\frac{1}{\pi} \frac{l(z_b, t)}{\frac{1}{2}\rho W^2 c(z_b)} (e^{-\gamma} \sin\varphi - \varphi) \quad (5-48)$$

これは迎角 α を持つ二次元平板翼周りの Birnbaum の速度分布に対応する速度ポテンシャルであり [Schlichting & Truckenbrod, 1979], 迎角 α に関しては次の関係が成立する。

$$\alpha(z_b, t) = -\frac{1}{2\pi} \frac{l(z_b, t)}{\frac{1}{2}\rho W^2 c(z_b)} \quad (5-49)$$

しかし、三次元的に翼を考える場合、すなわち円弧軌跡を用いて p_{near}^{11} による速度変化を評価する場合には式(5-49)で表される関係はもはや成立はせず、流入角と揚力に

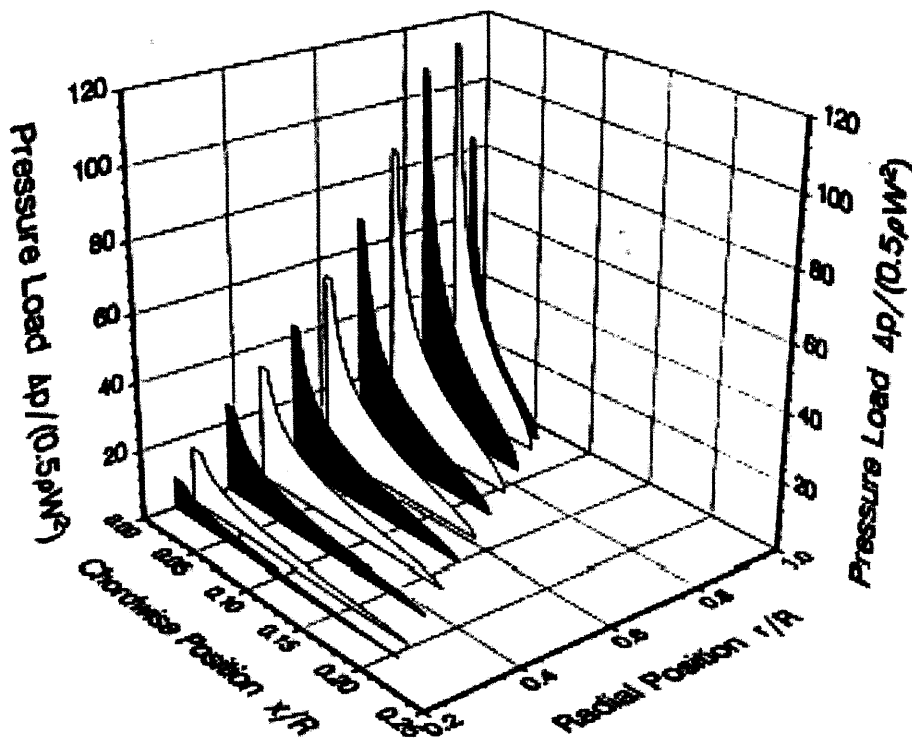


Figure 5-3 Example of the Pressure Distribution on an Aerofoil

ついでに新たな関係を必要とする。

一様流中を並進運動する三次元翼における任意の翼幅方向位置での流入角 α と揚力の関係について Plandtl は以下の仮説を立てた。

一つの翼型断面内において誘導速度は変化するが、簡単化するために翼軸線上の誘導速度で代表させ、これと等しい一様な誘導速度場内に翼型断面が存在するものとして、二次元翼型における流入角と揚力の関係（二次元翼型特性）を適用できると仮定した。

この仮定のもとでは、翼の無限上流における一様な相対流れの方向と翼のピッチ角によって定められる幾何学的な迎角を α_{geo} 、翼の三次元性に基づく翼軸線上での誘導速度による迎角の減少分を α_{ind} （誘導角）と定義すると、二次元翼周りの流れ場における迎角と物理的に同一の意味を持つ有効迎角 α_{eff} は次のように定義することができる。

$$\alpha_{eff} = \alpha_{geo} - \alpha_{ind} \quad (5-50)$$

ここで、回転翼においては、式(5-50)の右辺第一項 α_{geo} は回転周速度 Ωr 、一様流入風速 W 、および局所翼ピッチ角 $\theta_p(z_b)$ により決定される。誘導速度による誘導角 α_{ind} （右辺第二項）が求まれば α_{eff} を得ることができ、翼に流入する相対流速の大きさと方向が定まる。有効迎角 α_{eff} は局所揚力を決定する際に重要な役割を果たし、揚力は流入風向(effective flow) [図5-4参照]に対して垂直方向に働くこととなる。よってPlandtlの仮説を回転翼に対して適用する際には、誘導角 α_{ind} を決定する必要がある。

本研究においては、有効迎角 α_{eff} および誘導角 α_{ind} は式(5-13)において示されている近似解 $p_{composite}$ を構成する部分解を用いることにより決定される。

有効迎角 α_{eff} は、Near Field 項 [式(5-13)の右辺第一項] を積分することで得られる。また、近似解 $p_{composite}^{(1)}$ のFar および Common Field 項 [式(5-13)の右辺第二および第三項] に基づく加速度の積分により誘導角 α_{ind} が求まる。ここで、最終境界条件す

なわち Kutta-Joukowski の条件 [式 (5-15)] を満たすためには α_{eff} と α_{ind} の和は α_{geo} に等しくなければならないが、この関係は式 (5-41) と一致する。この境界条件により、圧力場の近似解 $p_{composite}^{(1)}$ [式 (5-13)] に含まれる未定係数 A_n^{11} を決定し、 A_n^{11} を式 (5-15) に代入することにより翼に働く揚力の翼幅方向分布を求める。未定係数 A_n^{11} の決定に関する数値計算での詳細な方法については第6章において述べる。

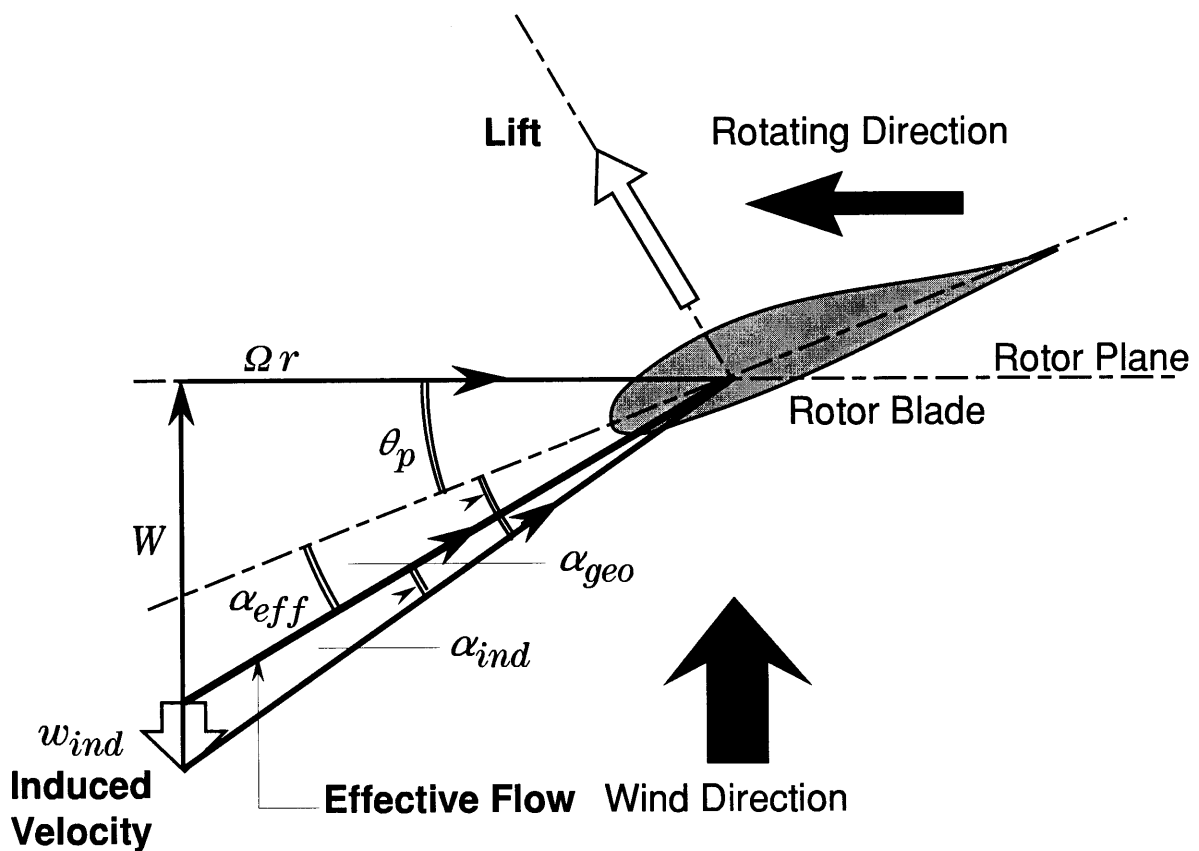


Figure 5-4 Relative Velocity and Angle of Rotor Blade

5.3.2 高次オーダの項による翼負荷

一次オーダの近似解に対する未定係数 A_n^{21} が決まれば、二次オーダの項による翼負荷の影響を節4.5において導かれた高次オーダの表現を用いることによって評価することができる。その高次オーダの展開の中には仮想的な反りを表す項が Near Field 項に含まれており、さらに式(4-51)において仮想的な反りを表す係数 b_1 と未定係数 A_n^{21} との間に一つの関係を見つけることができる。したがって、未定係数 A_n^{21} が分かれば、仮想的な反りを表す高次オーダの圧力項[式(5-51)]と一致する翼負荷の変化を計算することができる。

$$\frac{p_{camber}^{(2)}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \frac{1}{\pi} b_1 \left(\frac{z_b}{b/2}, t \right) e^{-\eta} \sin \varphi \quad (5-51)$$

この仮想的な反りは翼の上面と下面に圧力差を生じさせる。式(5-51)は楕円座標系を使い、 $|x_b| < c(z_b)/2$; $y_b = +0$ (the suction side $0 < \varphi < \pi$) を式(5-51)に代入することにより次に書き換えることができる。

$$\frac{p_{camber}^{(2)}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = \frac{1}{\pi} b_1 \left(\frac{z_b}{b/2}, t \right) \sqrt{1 - \left(\frac{x_b}{c(z_b)/2} \right)^2} \quad (5-52)$$

式(5-52)より、仮想的な反りの関数が、ロータ翼の翼弦方向に放物線状の負荷分布を与えていることがわかる。

5.3.3 粘性の影響の考慮

これまでは、風車ロータ周りの流れ場に対し非粘性のオイラーの方程式[式(5-1)]より求められた圧力に関するラプラス方程式[式(5-2)]を解くことにより風車翼に働く負荷を推定する手法を述べてきた。しかし、これらの計算結果を実験結果と比較するためには粘性の影響を考慮に入れることが不可欠である。

翼理論を用いることにより非粘性を仮定した計算結果を補正することが可能であるが、この手法は非粘性計算による揚力が比較的小さい領域すなわち非失速状態において適用できるものである。ところが、風車の運転条件においては失速状態はしばしば起こりうる状況であり、この状態に適応するように改良が必要である。

本研究では粘性の影響を考慮に入れるため、非粘性の計算過程を終了後に二次元の翼型特性実験データを用いて補正を行った [van Bussel, 1995].

この手法においては、まず非粘性計算により求められた局所の揚力係数 $C_{l, invicid}(z_b)$ について、風車翼を二次元翼として考え等価迎角 $\alpha_{2-d}(z_b, t)$ を算出する。

$$\alpha_{2-d}(z_b, t) = \frac{C_{l, invicid}(z_b)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{l(z_b, t)}{\frac{1}{2} \rho (w^2 + \Omega r^2) c(z_b)} \quad (5-53)$$

ここで算出した等価迎角 $\alpha_{2-d}(z_b, t)$ は流入角 α_{eff} とは異なり直接的には物理的な意味は持たず、数値計算における便宜を図るために導入された量である。

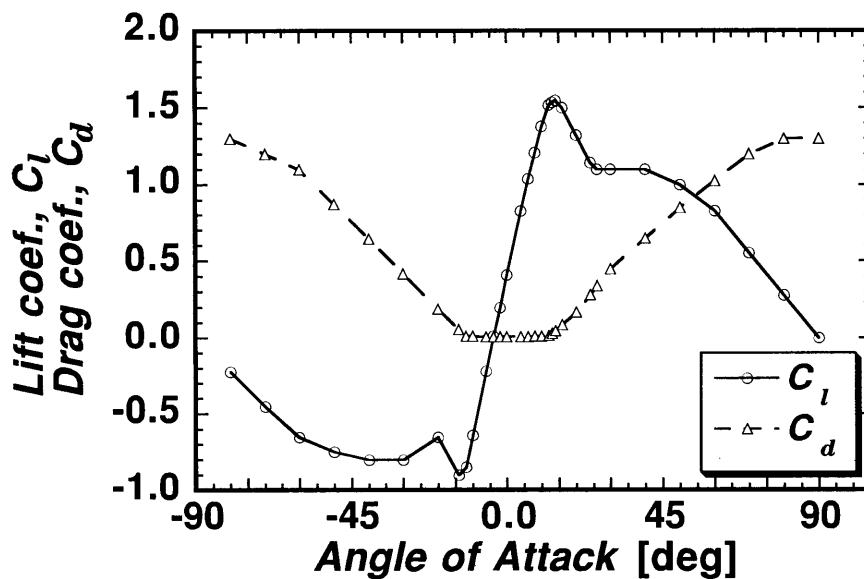


Figure 5-5 Aerofoil Characteristics

等価迎角 $\alpha_{2-d}(z_b, t)$ に対し、二次元の翼型を用いて風洞実験により求められた翼型特性データ [Abbott & Cvon Doenhoff, 1959] を用いて、内外挿により粘性の影響を考慮した揚力係数 $C_l(z_b)$ および抗力係数 $C_d(z_b)$ を算出する。図5-5に本研究で用いたNACA4415翼型に対する風洞実験により求められた翼型特性データ (C_l , $C_d - \alpha$ 曲線) を示す。

5.3.4 風車ロータ翼に働く力

本研究においては、翼幅方向の揚力分布は式(5-15)によって表される。また、流体粒子が翼に流入する角度 α_{eff} は p_{near} の積分により決定され、この流入角 α_{eff} が揚力および抗力の働く方向を決定する [図5-4参照]。ここで翼に働く局所揚力・抗力は軸方向成分 dT と周方向成分 dD_{axis} にそれぞれ分解され [式(5-54), (5-55)]、これらを翼幅方向に渡り積分し、翼枚数分だけ加えあわせることで、風車に働くトルク、軸方向抗力が計算される。

$$\begin{aligned} dT &= l(z_b) \sin \left[\theta_p(z_b) + \alpha_{eff}(z_b) \right] r dr \\ &\quad - d(z_b) \cos \left[\theta_p(z_b) + \alpha_{eff}(z_b) \right] r dr \end{aligned} \quad (5-54)$$

$$\begin{aligned} dD_{axis} &= l(z_b) \cos \left[\theta_p(z_b) + \alpha_{eff}(z_b) \right] dr \\ &\quad + d(z_b) \sin \left[\theta_p(z_b) + \alpha_{eff}(z_b) \right] dr \end{aligned} \quad (5-55)$$

ここで $d(z_b)$ は粘性の影響を考慮することにより得られる翼の形状抗力の翼幅方向分布である。

5.3.5 風車の特性値

風車ロータに働く負荷を評価する際には、風車空気力学において一般的に定義される特性値を用いて整理する。周速比は風車特性の表示において、最も一般的に用いら

れるパラメータであり，次式で定義される．

$$\lambda = \frac{\Omega R}{W} \quad (5-56)$$

この周速比 λ をパラメータとして以下に定義される風車全体の特性値である風車効率 C_P ，軸抗力係数 $C_{D_{axis}}$ ，トルク係数 C_T を評価する．

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho W^3 \pi R^2} \quad (5-57)$$

$$C_{D_{axis}} = \frac{D_{axis}}{\frac{1}{2}\rho W^2 \pi R^2} \quad (5-58)$$

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho W^2 \pi R^3} \quad (5-59)$$

ここでパワ P はロータ回転軸に働くトルク T とロータ回転角速度 Ω を掛け合わせたものであり，風車効率 C_P とトルク係数 C_T の間には次の関係が成立する．

$$C_P = C_T \lambda \quad (5-60)$$

式(5-49)より，ある形状を持つ風車の特性を示すためには上記の三つ特性値のうち風車効率 C_P と軸抗力係数 $C_{D_{axis}}$ を示せば十分であることが解る．

なお，運動量理論[Glauert, 1963: Wilson et al., 1976]によると，風車の最高効率は流入風速 W とロータ回転面における誘導速度 w_{ind} ($=-w'$)の比が， $w_{ind}/W=1/3$ のときにおいて得られ， $C_{P_{max}}=16/27 \simeq 0.593$ である．また，このときの軸抗力係数は $C_{D_{axis}}=8/9 \simeq 0.889$ となることが示されている．

第6章 数値計算モデル

第4章, 第5章におけるこれまでの議論で以下のことが示された. 加速度ポテンシャル理論に基づく流動解析モデルによると風車ロータ周りの圧力場, および風車翼に働く揚力はそれぞれ式(5-13), (5-14), (5-15)によって表され, 翼面上における流体粒子の速度は圧力場の勾配を積分し, 速度に関する境界条件である Kutta-Joukowski の条件[式(5-12)]を適用することで得られる. 同時にこの境界条件により式(5-13), (5-14), (5-15)中に含まれる未定係数 A_n^m ($m=1, 2$)が決定され, 翼周りの圧力場および翼負荷分布が求まる.

本章では, 実際にこのモデルを用いて数値計算を行うために用いられた数値計算手法について説明する.

本章の前半(節6.1)では, 定常運転状態にある水平軸風車に対する数値計算モデルの適用方法, および空力負荷により生じるロータ翼のねじれ方向への変位を考慮するモデルについて述べる. 後半(節6.2)においては, 風車に対して斜めから風が流入する場合(Yawed Inflow)のような非定常運転状態にある水平軸風車について, 本モデルの適用法を考える. Yawed Inflowの運転状態においては, 流入風のロータ回転面内成分の存在により風車翼に流入する相対速度は周期的に変動する. その結果として風車ロータに働く負荷は風車翼の回転に伴い時間に依存する周期的な変動を生じるため, この影響の考慮が解析において不可欠となる. また柔構造設計を用いたときに予想される翼の振動による影響を考慮するモデルについても節6.2で併せて述べる.

6.1 定常運転状態における数値計算モデル

6.1.1 圧力場と風車特性

前章において式(5-13), (5-14)および(5-15)中に存在する未定係数 A_n^{11} , A_n^{2m} が決定されれば風車翼に働く負荷を求めることができることを示した. この未定係数 A_n^{11} , A_n^{2m} は式(5-16)で示される積分方程式を解くことによって求められる. ここで積分経路に

については既に節5.2.2において述べられている。この積分方程式は風車ロータ周りの三次元流れ場に関しては解析的に解くことは不可能であり、そのため数値解析的手法により解く必要がある。

6.1.1.1 撰点法および影響係数 A_n^{11} , A_n^{2m} の決定

数値計算を行うためには、ロータ面上（翼面上）に撰点（Collocation Point）を有限個数（一次オーダ近似では N_c^1 個、二次オーダ近似では N_c^2 個）設置し、各撰点において境界条件を適用することになる[図6-1参照]。このような撰点法を用いることにより、最終境界条件（Kutta-Joukowskiの条件）である積分方程式(5-16)を解くことは、撰点個数と同数の N_c^1 または N_c^2 個の成分を持つ未定係数行列 A_n^{11} , A_n^{2m} についての連立方程式を解くことに帰着される。本節では未定係数 A_n^{11} , A_n^{2m} の決定方法について詳述する。

本研究において一次オーダの近似では境界条件を適用する撰点を1/2弦線上における $N_c^1(=6)$ 個の異なる翼幅方向位置

$$\frac{z_{b_0}(i)}{b/2} = -0.7, -0.3, -0.1, 0.1, 0.3, 0.7 \quad (i=1, 2, \dots, N_c^1)$$

on the mid chord line

に設定し、二次オーダの近似では撰点を1/4弦線上および3/4弦線上に一次オーダ近似のときと同じ翼幅方向位置に6点ずつ、合計 $N_c^2(=12)$ 個を次の通り設定した。

$$\frac{z_{b_0}(i)}{b/2} = -0.7, -0.3, -0.1, 0.1, 0.3, 0.7 \quad (i=1, 2, \dots, N_c^2/2)$$

on the one-fourth chord line

$$\frac{z_{b_0}(i)}{b/2} = -0.7, -0.3, -0.1, 0.1, 0.3, 0.7 \quad (i=N_c^2/2+1, N_c^2/2+2, \dots, N_c^2)$$

on the three-fourth chord line

各撰点において解くべき積分方程式は、式(5-16)より次式となる。

$$\frac{W}{\Omega R} \frac{R}{R - b/2(1 - B_m)} - \theta_p(i)$$

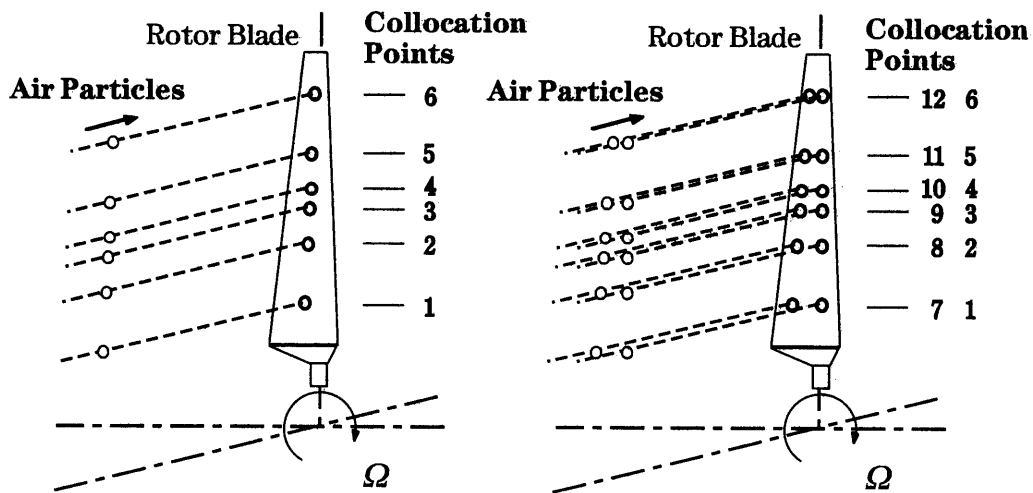
$$= - \left(\frac{W}{\Omega R} \right)^2 \frac{R}{R - b/2(1 - B_i)} \frac{R}{b} \frac{1}{\frac{1}{2} \rho W^2} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{composite}^{(m)}}{\partial \left(\frac{y_b}{b/2} \right)} \Omega dt \quad (6-1)$$

on trajectory to $z_{b_0}(i)$

where $B_{im} = \frac{z_{b_0}(i)}{b/2}$ and $i = 1, 2, \dots, N_C^m$

ここで、 $R - b/2(1 - B_i)$ は各撰点の絶対座標系における原点からの距離であり、 $\theta_p(i)$ は各撰点におけるピッチ角を表す。

第5章において示したように、上式に含まれる全圧力場の近似解 $p_{composite}^{(m)}$ はルジャンドル陪関数を含む p_{basic}^{11} と未定係数 A_n^{11} 、または p_{basic}^{2m} と A_n^{2m} の積から構成される無限項数級数和として表された[式(5-19)～(5-29)]。数値計算においては、撰点法に基づき圧



(a) First order approximation

(b) Second order approximation

Figure 6-1 Collocation Points

力場の近似解 $p_{composite}^{(m)}$ を有限個（一次オーダの近似では N_C^1 個，二次オーダの近似では $N_C^2/2$ 個）の級数により近似を行う [式(6-2), (6-3)].

$$p_{composite}^{(1)} = \sum_{n=1}^{N_C^1} A_n^{11} p_{basic}^{11}(n) \quad (6-2)$$

$$p_{composite}^{(2)} = \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^{N_C^2/2} A_n^{2m} p_{basic}^{2m}(n) \quad (6-3)$$

また翼幅方向の揚力分布についても同様に，式(5-29)は次式となる。

$$l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) = \sum_{n=1}^{N_C^1} A_n^{11} l_{basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (6-4)$$

$$l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) = \sum_{n=1}^{N_C^2/2} A_n^{21} l_{basic}\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (6-5)$$

ここで，

$$l_{basic}\left(\frac{z_b}{b/2}, n\right) = \frac{1}{2} \rho W^2 b \sqrt{1 - \left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} P_n^1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \quad (6-6)$$

である。

式(6-2), (6-3)を用いることにより，積分方程式(6-1)は一次オーダの近似と二次オーダの近似に対して，それぞれ以下の式に変形できる。

$$\begin{aligned} & \frac{W}{\Omega R} \frac{R}{R - b/2(1 - B_i)} - \theta_p(i) \\ &= \sum_{n=1}^{N_C^1} A_n^{11} \left[- \left(\frac{W}{\Omega R}\right)^2 \frac{R}{R - b/2(1 - B_i)} \frac{R}{b} \frac{1}{\frac{1}{2} \rho W^2} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{basic}^{11}(n)}{\partial \left(\frac{y_b}{b/2}\right)} \Omega dt \right] \quad (6-7) \\ & \text{where } B_i = \frac{z_{b_0}(i)}{b/2} \text{ and } m = 1, 2, \dots, N_C^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{W}{\Omega R} \frac{R}{R - b/2(1 - B_i)} - \theta_p(i) \\
 = & \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^{N_c^2/2} A_n^{2m} \left[- \left(\frac{W}{\Omega R} \right)^2 \frac{R}{R - b/2(1 - B_i)} \frac{R}{b} \frac{1}{\frac{1}{2} \rho W^2} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{basic}^{2m}(n)}{\partial \left(\frac{y_b}{b/2} \right)} \Omega dt \right] \quad (6-8) \\
 & \text{where } B_i = \frac{z_{b_0}(i)}{b/2} \quad \text{and } i = 1, 2, \dots, N_c^2
 \end{aligned}$$

ここで、一様流の方向と翼のピッチ角によって決定される幾何学的な迎角 α_{geo} [図5-4参照]、および基本圧力場 p_{basic}^{11} 、 p_{basic}^{2m} の勾配を積分することにより求められる迎角成分 α_{basic}^{11} 、 α_{basic}^{2m} をそれぞれ以下の式で定義する。

$$\alpha_{geo}(i) = \frac{W}{\Omega R} \frac{R}{R - b/2(1 - B_i)} - \theta_p(i) \quad (6-9)$$

$$\alpha_{basic}^{11}(i, n) = - \left(\frac{W}{\Omega R} \right)^2 \frac{R}{R - b/2(1 - B_i)} \frac{R}{b} \frac{1}{\frac{1}{2} \rho W^2} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{basic}^{11}(n)}{\partial \left(\frac{y_b}{b/2} \right)} \Omega dt \quad (6-10)$$

on trajectory to $z_{b_0}(i)$

$$\alpha_{basic}^{2m}(i, n) = - \left(\frac{W}{\Omega R} \right)^2 \frac{R}{R - b/2(1 - B_i)} \frac{R}{b} \frac{1}{\frac{1}{2} \rho W^2} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial p_{basic}^{2m}(n)}{\partial \left(\frac{y_b}{b/2} \right)} \Omega dt \quad (6-11)$$

on trajectory to $z_{b_0}(i)$

α_{geo} および α_{basic}^{11} 、 α_{basic}^{2m} を用いると、Kutta-Joukowski の条件を示す積分方程式 (6-

7), (6-8)は N_C^1 または N_C^2 元の連立方程式として表すことができる.

$$\sum_{n=1}^{N_C^1} A_n^{11} \alpha_{basic}^{11}(i, n) = \alpha_{geo}(i) \quad (6-12)$$

$$\sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^{N_C^2/2} A_n^{2m} \alpha_{basic}^{2m}(i, n) = \alpha_{geo}(i) \quad (6-13)$$

式(6-12), (6-13)を以下に行列表示する.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{basic}(1, 1) & \cdots & \alpha_{basic}(1, N_C^1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{basic}(N_C^1, 1) & \cdots & \alpha_{basic}(N_C^1, N_C^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_{N_C^1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{geo}(1) \\ \vdots \\ \alpha_{geo}(N_C^1) \end{bmatrix} \quad (6-14)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{basic}^{21}(1, 1) & \cdots & \alpha_{basic}^{21}(1, N_C^2/2) & \alpha_{basic}^{22}(1, 1) & \cdots & \alpha_{basic}^{21}(1, N_C^2/2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{basic}^{21}(N_C^2, 1) & \cdots & \alpha_{basic}^{21}(N_C^2, N_C^2/2) & \alpha_{basic}^{22}(N_C^2, 1) & \cdots & \alpha_{basic}^{22}(N_C^2, N_C^2/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^{21} \\ \vdots \\ A_{N_C^2/2}^{21} \\ A_1^{22} \\ \vdots \\ A_{N_C^2/2}^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{geo}(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_{geo}(N_C^2) \end{bmatrix} \quad (6-15)$$

以上のように、 N_c^1 個または N_c^2 個の撰点において境界条件を満足させることは、上に示された連立方程式[式(6-12), (6-13)]を解くことにより、未定係数 A_n^{11}, A_n^{2m} を決定する操作と等価である。この連立方程式の解である A_n^{11}, A_n^{2m} を式(6-4), (6-5)に代入すれば翼幅方向揚力分布 $l[z_b/(b/2)]$ が求められ、同時に圧力場も決定される。

6.1.1.2 反復計算手法による非線形化

前節において、圧力場が既知であればその勾配を粒子軌跡に沿って積分し、最終境界条件[式(6-12), (6-13)]を適用することによって、影響係数 A_n^{11}, A_n^{2m} が決定されることを示した。しかしながら、実際の数値積分を実行する初期段階においては圧力場が未知であるため(未定係数が存在するため)、積分経路を決定することができない。そこで本研究では積分経路に関する初期条件を与え、撰点における粒子速度が圧力場と整合するまで繰り返し計算(反復法)を行うことにする。

定常モデルに対する初期条件としては、流体粒子は圧力場の影響を受けずに適当に決定した軸方向速度 W_{ini} を保ったまま直線的な軌跡を描きながら翼面上の撰点に到達すると仮定し、粒子軌跡すなわち積分経路は次式で与えることとする。

$$\begin{cases} x_b = \left(R - \frac{b}{2} + z_{b_0}\right) \sin \Omega t \\ y_b = -Wt \\ z_b = \left(R - \frac{b}{2} + z_{b_0}\right) \cos \Omega t - R + \frac{b}{2} \end{cases} \quad (6-16)$$

ここで用いられた初期粒子速度 W_{ini} は運動量理論により導かれた最高効率時における誘導速度 $w_{ind} = -w' = 1/3 W$ を用いて次のように設定した。

$$W_{ini} = W + w' = W - w_{ind} = \frac{2}{3} W = 0.6667W \quad (6-17)$$

この直線軌跡を用いて一回目の計算を行い、最終境界条件の適用により求められた影響係数 A_n^{11}, A_n^{2m} から圧力場の第1近似を決定する。二回目以降の計算はその直前に決定

された影響係数 A_n^{11} , A_n^{2m} から求められる圧力場を用いて新たな粒子軌跡を決定し, 積分を行うことで新たな圧力場を求め, その反復ステップでの撰点における粒子速度を得る. 繰り返し計算は撰点上における粒子速度が圧力場と適応するまで, すなわち最終的に求められた速度とその直前の反復ステップにおいて求められた速度の差が十分小さくなるまで ($\Delta w_{ind}/\Omega R < 10^{-5}$ となるまで) 繰り返される.

ここで示された繰り返し計算の過程は, 数学的には, オイラーの方程式において線形化されて求められた流れ場を非線形に拡張することに相当するといえることができる.

また物理的には, 流体粒子に働く局所加速度を積分し, その軌跡と速度を計算する過程は, 渦理論等において後流渦を局所加速度で移動させる自由後流渦モデルと対応していると考えられ, その意味では本数値解析手法は自由後流渦モデルを含んでいると言える.

6.1.1.3 圧力勾配の数値積分手法

前節までにおいて, 撰点法を用いることによって最終境界条件式(5-16)を数値解析的に解くことは未定係数 A_n^{11} , A_n^{2m} に関する連立方程式(6-14), (6-15)を解くことと等価となり, 反復計算により収束解が得られることを示した. しかしながら, 式(6-14), (6-15)には圧力勾配の積分に関する項が存在しており, この積分値を数値積分により求める必要がある. ここでは圧力勾配の数値積分手法について述べる.

圧力勾配を数値積分する際には, 時間に関する積分範囲の離散化を行う必要がある. 節5.2.2において, 積分範囲の離散化を行う際には, 流体粒子は翼に対して周期的に接近を繰り返すため, 翼に接近した時と翼から離れた時とでは圧力場から受ける影響が異なることを考慮する必要があることを述べた. すなわち, 流体粒子が翼に接近する時刻 $t = -2k\pi / N_B \Omega$ ($k = 1, 2, \dots$) 付近において, 粒子が受ける圧力勾配は極大値もしくは極小値をとり, 粒子軌跡に沿った圧力勾配は振幅を絶えず増大させながら変動する [変動の周期 $\Delta t = 2\pi / N_B \Omega$], [図6-2参照]. このため, 流体粒子が翼に接近する時刻付近における数値積分の誤差を小さくする手法が必要となる. そこで, 本研究では Gauss-Chebyshev の積分法を採用した [節5.2.2参照].

$$\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sum_{m=1}^{m_0} w_m f(x_m) + R_{m_0}$$

$$\text{where } w_m = \frac{\pi}{m_0}, \quad x_m = \cos \frac{(2m-1)\pi}{2m_0} \quad (6-18)$$

and $R_{m_0} = \frac{\pi}{(2m_0!) 2^{2m_0-1}} f^{(2m_0)}(\xi)$ the remainder with $-1 < \xi < 1$

この手法の具体的な適用法を以下に示す。

まず、流体粒子が翼付近を通過する周期 $\Delta t = 2\pi / N_B \Omega$ を用いることにより、時間積分範囲 $(-\infty, 0]$ を等間隔で k_0 区間に分割する [図6-3上図参照]。ここで N_B は風車の翼枚数である。ロータ翼の十分上流では圧力の摂動成分は存在しないという仮定より、時間積分範囲を有限長 (k_0 周期 $[-k_0 \Delta t, 0]$) とした。翼に粒子が接近する時刻における数値積分誤差を小さくするには、各積分区間の両端において細かい時間メッシュをとる必要があるため、Gauss-Chebyshevの積分法により各周期ごとに cosine 関数を用いて m_0 個に分割した [図6-3下図参照]。

このような操作により圧力勾配の時間積分範囲を離散化することにより、各積分区

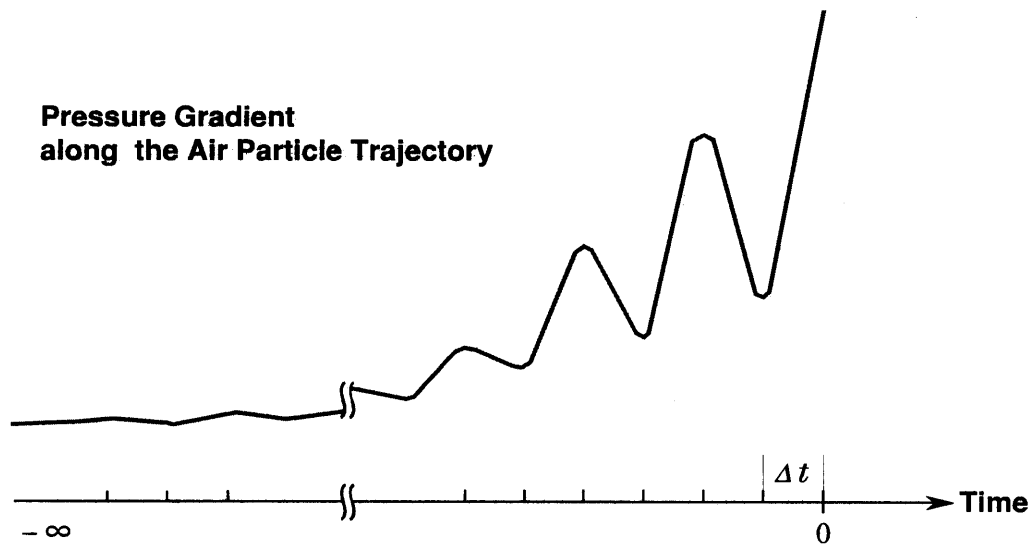


Figure 6-2 Fluctuation of Pressure Gradient along Air Particle Trajectory

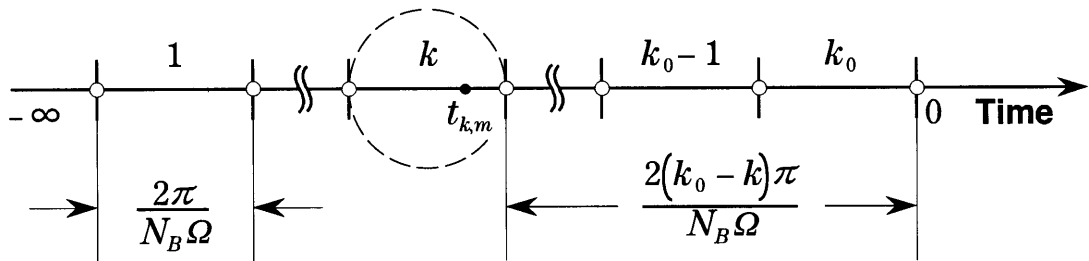
間 k での各ステップ m における離散時間 $t_{k,m}$ は次式のように表現することができる [式(6-19)].

$$t_{k,m} = -\frac{\pi}{N_B \Omega} \left[2(k_0 - k) + 1 - \cos a_m \right]$$

$$\text{where } a_m = \frac{\pi}{m_0} \left(m_0 - m + \frac{1}{2} \right) \quad (6-19)$$

$$\text{and } \begin{aligned} k &= 1, 2, \dots, k_0 \\ m &= 1, 2, \dots, m_0 \end{aligned}$$

Integration Interval Number k



Gauss-Chebyshev Integration Method

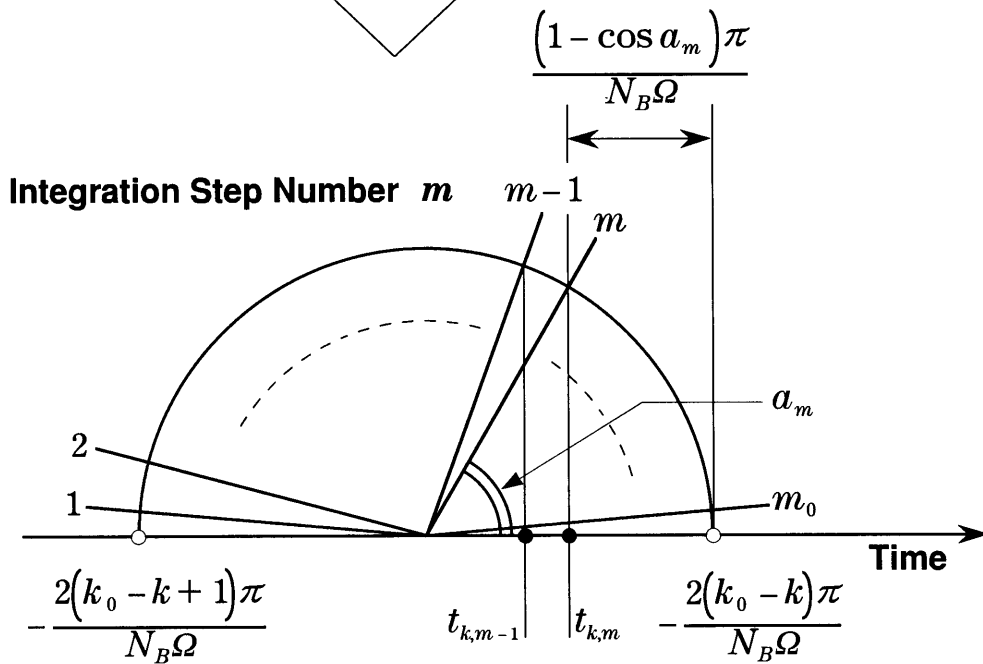


Figure 6-3 Discrete Method of Integration Time Region

6.1.2 ロータ翼のねじれ

流入風により空力負荷を受けるロータ翼は、ねじりモーメントの大きさに従い、ねじれ方向への変位を生じる。ここでは、そのねじれ角を求める手法について説明する。

第4章で述べた漸近展開法による一次オーダの近似においては、対称翼では1/4弦点周りのモーメント（ピッチングモーメント）は生じないという仮定により、ねじれ角を計算することが不可能であった。そのため、本計算には二次オーダの近似解を採用した。

節6.1.1にて述べた風車特性値を求めるモデルを用いることにより未定係数 A_n^{2m} が求められ、それに伴い全圧力場 $p_{composite}^{(2)}$ が決定される[式(6-3)参照]。ロータ翼のねじれ角に寄与するのは翼面上に働く圧力であるため、本計算では p_{near} のみ考慮する。ここでNear Fieldにおける二次オーダの圧力解 p_{near} は式(4-43)から次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{p_{near}}{\frac{1}{2}\rho W^2} = & -\frac{1}{\pi} C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \frac{\sin \varphi}{\cosh \eta + \cos \varphi} + \frac{1}{\pi} b_1\left(\frac{z_b}{b/2}\right) \cosh \eta \sin \varphi \\ & + \frac{1}{\pi A^2} \frac{d^2 C_l\left(\frac{z_b}{b/2}\right)}{d\left(\frac{z_b}{b/2}\right)^2} \left(\frac{1}{2} \eta \sinh \eta \sin \varphi + \frac{1}{8} \sin 2\varphi \right) \end{aligned} \quad (6-20)$$

ロータ翼面上の圧力分布は、式(6-20)において $\eta=0$ とすることにより求められる。したがって、翼幅方向に分割されたある翼素における1/4弦点周りの局所ピッチングモーメント $m_{pitch}(r)$ は、その翼素における圧力分布を翼弦方向に積分することにより求められる。また、ロータ翼に働くピッチングモーメント $M_{pitch}(r)$ の翼幅方向分布は、上記によって求められた局所ピッチングモーメント $m_{pitch}(r)$ を用いて次式で与えられる。

$$M_{pitch}(r) = \int_r^R m_{pitch}(r) dr \quad (6-20)$$

ロータ翼のねじれ角を計算するにあたり、翼の構造について幾つかの仮定を行った。本研究の計算対象であるTjaereborg風車のロータ翼についての構造データが無く、ねじれ角計算に必要なパラメータの値が不明であるため、以下のような仮定をし、計算を行った。

翼断面形状は図6-4に示すような箱形断面とした。ここで $c(r)$ は翼弦長、 $t_b(r)$ は翼厚、 $a(r)$ は素材の厚みを表しており、それぞれ実寸法[m]で与えた。翼厚 t は簡単化のため翼弦長 $c(r)$ の20%で一定とし、素材の厚み $a(r)$ は翼弦長 $c(r)$ の1%（翼厚の5%）とした。

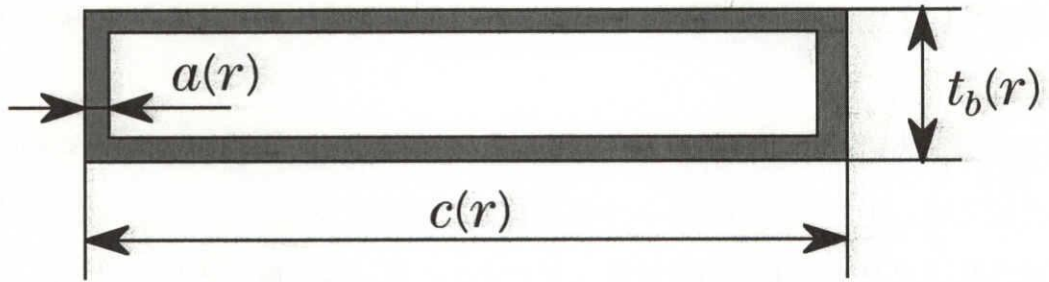
以上に示す翼形状を用いることにより、翼幅方向に分割されたある翼素における局所ねじれ角 $\phi_{torsion}(r)$ は、次式で与えられる。

$$\phi_{torsion}(r) = \frac{s(r)}{4A(r)^2 a(r)} \frac{M_{pitch}(r)}{G} \quad (6-21)$$

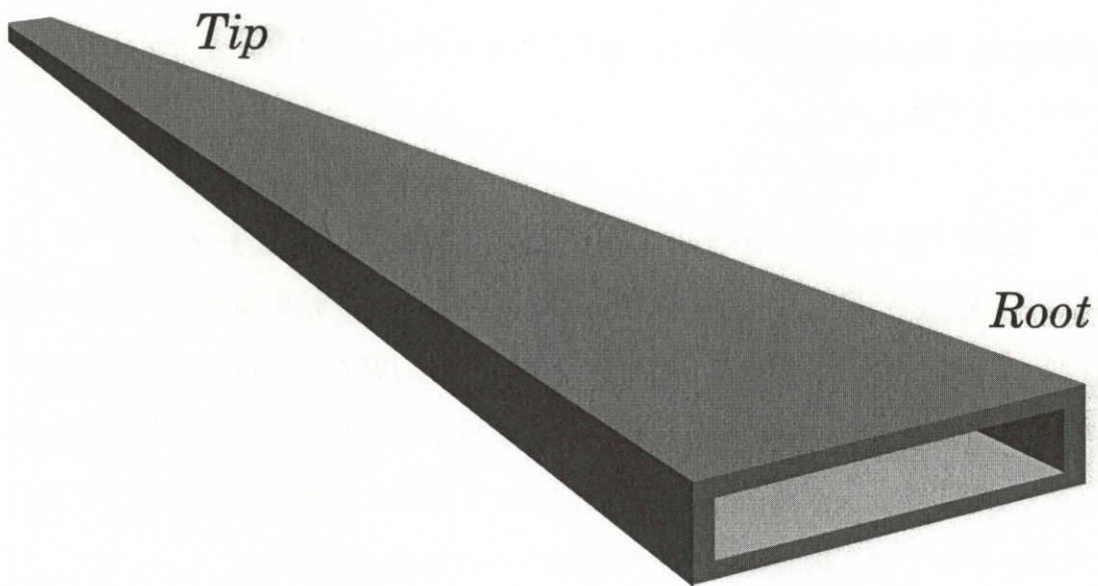
ここで、 $s(r)$ は素材厚中心線に沿う全周長、 $A(r)$ は素材厚中心線で囲まれた面積、 G は横弾性係数である。ロータ翼に生じるねじれ角 $\Phi_{pitch}(r)$ の翼幅方向分布は、この局所ねじれ角 $\phi_{torsion}(r)$ から次式で与えられる。

$$\Phi_{torsion}(r) = \int_{R-b}^r \phi_{torsion}(r) dr \quad (6-22)$$

しかし、ロータ翼にねじれが生じることにより、翼幅方向のピッチ角が変化し、翼面上の圧力分布および速度分布は、ねじれの無い状態とは異なってくる。そのため、得られたねじれ角分布を用いて新たなピッチ角分布を決定し、これをKutta-Joukowskiの条件に適用する。計算には、節6.1.1.2で述べた繰り返し手法に基づき、新たな誘導速度分布およびねじれ角分布を決定するというフィードバックモデルを構築した。繰り返し過程は、ステップごとに修正されるねじれ角の変化量が十分小さくなるまで（ $\Delta\Phi_{torsion} < 10^{-10}$ となるまで）繰り返される。



(a) Cross section of blade model



(b) Outline of blade model

Figure 6-4 Blade Model

6.2 非定常運転状態における数値計算モデル

本節では、流入風がロータ回転面に対し斜めから風が流入する場合（Yawed Inflow）の非定常問題に対する本モデルの適用法について述べる。ただし、この非定常問題については、第4章で述べた漸近展開法の一次オーダの近似解のみを対象としている。

流入風が斜めに流入する場合、翼に流入する相対速度の瞬時値はロータ翼の回転周速度と流入風の絶対速度のベクトル和として周期的に変化する。また、ロータ後流中に形成される渦構造は非軸対称性を示すために、ロータ回転面内における誘導速度が周方向に不均一となり、ロータ翼への流入相対速度ならびに翼負荷の変動に影響を及ぼす。したがって、ロータ翼周りの流れ場、ロータ翼空力特性およびロータ特性の解析に当たっては相対流入風速の周期的変化、これに伴うロータ翼負荷の時間依存性、およびその結果生じるロータ後流渦構造の非軸対称性について考慮する必要がある。

このような非定常問題に対して本モデルを適用するために、時間進行法（Time Marching Method）を用いることにより、節6.1で示した定常計算モデルを非定常計算モデルへと拡張した。

6.2.1 定常計算モデルから非定常計算モデルへの拡張手法

定常運転状態とは異なり、非定常運転状態における水平軸風車のロータ翼への流入相対速度は時間とともに変化し、ロータ翼周りの圧力場およびロータ翼に働く空力負荷は時間依存性を持つ。このことは、本数値解析手法において圧力場ならびにロータ翼負荷分布を決定する影響係数 A_n^1 が時間とともに変化することを意味しており、非定常計算モデルではこの点に注意して解析を行う必要がある。

6.2.1.1 時間進行法

時間進行法を用いるにあたっては、ロータ1回転を N_s 個に分割したアジマスステップ角 $\Delta\psi = 2\pi / N_s$ を用いることにより時間ステップ幅を $\Delta T = \Delta\psi / \Omega$ と定め、時間 t を次のように離散化した。

$$t \rightarrow T_i = i\Delta T = i \frac{\Delta\psi}{\Omega} \quad (i=0, 1, \dots, i_0) \quad (6-23)$$

非定常計算はこのように定義された時刻 T_i に対して以下のような手順により行われる。

まず節 6.1 で示した定常計算モデルにより初期状態 ($T_0=0$) における影響係数 $A_n^1(T_0)$ を決定する。続いて $A_n^1(T_0)$ により構成される圧力解および粒子軌跡を1ステップ目の初期条件として非定常運転に関する入力条件 (斜流角度, 風速等) のもとで反復計算を行い, 時刻 T_1 における最終境界条件 (Kutta–Joukowski の条件) を満足させることにより, 新たな圧力場の解を構成する $A_n^1(T_1)$ を求める。このような過程による計算を時間ステップごとに繰り返し行うことによって時刻 T_i における係数 $A_n^1(T_i)$ が決定され, 各時刻における翼周り流れ場および翼負荷分布を得ることができる。

このような過程に基づいた計算を行うことにより定常計算モデルの非定常計算モデルへの拡張が可能となるが, 翼周り流れ場および圧力場の非定常性を留意し, 以下の節 6.2.1.2 および 6.2.1.3 において述べるような計算手法を導入する。

6.2.1.2 非定常モデルにおける撰点法

非定常問題においては, 翼に流入する相対流れの流速および翼流入角は時間に依存して変動するため, 運動学的境界条件を適用する際に考慮する幾何学的迎角 α_{geo} は等しい翼幅方向位置においても翼の方位角位置により変化する。この問題に対応するため, 定常計算モデルにおいて設定した翼面上の撰点をそれぞれの翼に対して各時刻毎に設置した。翼幅方向の撰点数 $N_c^1 (= 6)$, 風車の翼枚数 N_B に対して各時刻における全撰点数を $N_B \times N_c^1$ 個とした。これらの撰点において境界条件を適用し, 各翼毎に影響係数 $A_n^1(T_i, n_B)$ ($n_B=1, 2, \dots, N_B$) を決定することによって, 各時刻におけるそれぞれの翼に関する翼周りの流れ場, 翼負荷分布を求めることができる。

6.2.1.3 瞬時圧力勾配の積分

圧力場の持つ時間依存性のため, 翼面上に到達する流体粒子はその軌跡上を移動する間にいくつもの異なった圧力場を通過することになり, 翼到達時刻が異なる粒子は

それぞれ違った軌跡を描くことになる。すなわち、翼面上に時刻 T_i に到達する流体粒子が撰点に到達するまでの間に通過する瞬時の圧力場は、時刻 T_i より前の時刻までにおいて求められた影響係数により決定されることになる。

時間ステップ T_i における圧力勾配の時間積分範囲を図6-5に示した。非定常計算において圧力勾配を積分する際には定常計算モデルと同じようにGauss-Chebyshevの積分法を用いるが、積分範囲の始点となる時刻は定常計算における $t=0$ ではなく $t=T_i$ となり、各時間ステップにおいて異なる値を持つ。

非定常計算では、各時間ステップごとに積分範囲 $[T_i - k_0 \Delta t, T_i]$ に渡って圧力勾配を数値積分することになるが、影響係数の持つ時間依存性のために、Gauss-Chebyshevの積分法により離散化された時間 $T_i + t_{k,m}$ における影響係数 $A_n^1(T_i + t_{k,m})$ を求める必要がある。このため $A_n^1(T_i + t_{k,m})$ は離散時間 $T_i + t_{k,m}$ が位置する時間ステップ区間の両端の時刻における影響係数の値から内挿することにより求めた。

このようにして得られた瞬時の圧力勾配の積分値を最終境界条件式に代入し、反復計算を行うことにより瞬時の影響係数 $A_n^1(T_i)$ が得られ、この $A_n^1(T_i)$ は次の時間ステップにおける圧力勾配の積分計算において使用されることになる。

本解析理論に基づいた非定常計算モデルを用いることにより、上記のような非定常問題に対するロータ翼周り流れ場、ロータ空力特性および風車ロータ特性を求めることが可能である。

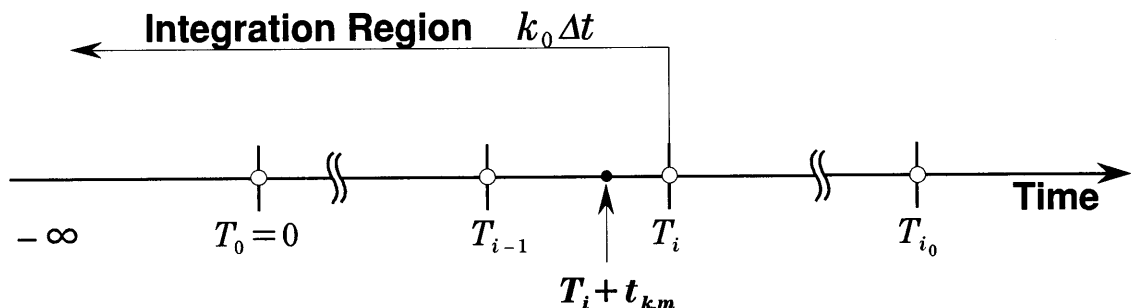


Figure 6-5 Integration Time Region of Pressure Gradient by Time Marching Method

6.3 流入風モデル

6.3.1 ロータ回転面に対する斜め流入風

流入風条件として用いたロータ回転面への斜め流入風は、一様流入風速 W を持ち、流入風向は水平面（ $z-x$ 平面）内においてロータ回転軸（ z 軸）に対して θ_{yaw} だけ傾いているものと定義した[図6-6参照]. この定義のもとで流入風速ベクトル V_{yaw} の絶対座標系における成分表示は、

$$V_{yaw} = (W \sin\theta_{yaw}, 0, W \cos\theta_{yaw}) \quad (6-24)$$

となる.

上記のような非定常運転条件のもとでは、翼に対する瞬時の翼流入相対速度は周期的に変化し、それに伴う瞬時迎角の変動が動的失速現象を引き起こす要因となることが知られている.

本研究では非定常計算において動的失速現象を考慮に入れるために、6.4に示す動的失速モデルを導入した.

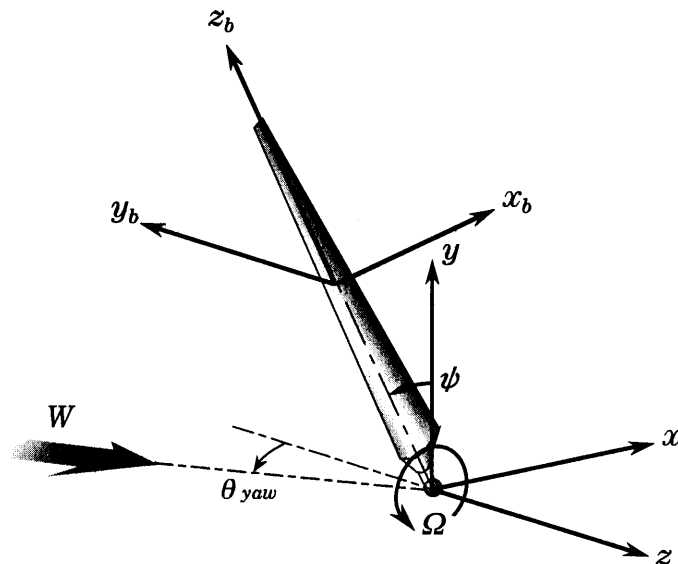


Figure 6-6 Yaw Inflow

6.3.2 ウィンドシア

本研究では非定常運転条件として高さ方向への速度勾配（Wind Shear）を持つ場合を考慮した。

高さ方向の速度勾配を持つ流入風に関して、流入風速はロータ回転軸方向（z方向）を向き、その大きさは鉛直方向（y方向）に変化するものと定義し[図6.5 参照]、速度分布は次式により与えた。

$$W(y) = W_{hub} \left(\frac{y+H}{H} \right)^\alpha \quad (6-25)$$

ここでHは地上からのハブ高さ、 α はウィンドシア指数である。それぞれH=60[m]、 $\alpha=0.2$ として与えた。これはモデル風車であるTjæreborg風車の設置条件に合わせている。

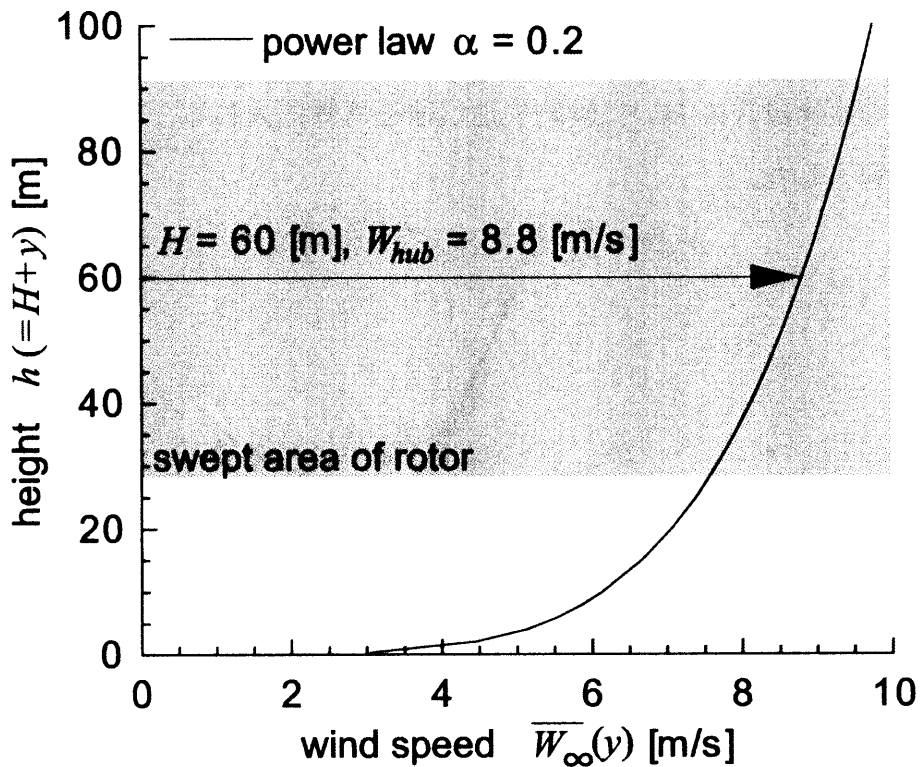


Figure 6-7 Wind Shear Profile

6.4 動的失速モデル

翼に対する相対流入角の変動周波数が大きく、かつ、翼の前縁において剥離を伴う場合、動的失速 (Dynamic Stall) と呼ばれる現象が起こる [Huyer et al., 1996 : Leishman & Beddoes, 1989 : Peters, 1984].

動的失速現象とは、静的失速角を越えて迎角が急激に増大する際に失速角が変化し、静的な状態よりも大きな非定常揚力が得られるとともに、揚力係数は迎角に対してヒステリシスを示すというものである。

本研究ではこのような動的失速現象を考慮に入れて計算を行うために、動的失速モデルとして ONERA 法を導入した [Bierbooms, 1991].

フランスの ONERA 研究所 (Office National d'Etudes et de Recherche Aérospatiales) で開発された ONERA 法は、「線形系は伝達関数 (ラプラス変換された入力変数と出力変数の比) により表すことができる」という原理を出発点としている。伝達関数を時間領域に変換すると固定係数を持つ連立線形微分方程式が得られる。

ONERA法では瞬時の非定常循環量 Γ を以下のように2つの成分に分けて取り扱う。

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \quad (6-26)$$

式(6-26)で右辺第1項は付着域 (非剥離流れ, 線形成分), 第2項は失速域 (剥離流れ, 非線形成分) にそれぞれ対応する。

非剥離流れを伴う振動翼の場合、翼に働く空気力の振幅は、翼の回転振動の角振幅ならびに並進振動の振幅との間に線形関係が存在する。これに対する伝達関数は無次元周波数 k の関数となり、簡単な比によって近似することができ、時間領域では一階の微分方程式に帰着する。この微分方程式を解くことにより振動翼に働く非定常循環量の近似解を得る。

失速領域にある振動翼に対する伝達関数はより複雑になり、その近似関数は時間領域において二階の微分方程式を導く。この2つの微分方程式から非定常循環量 Γ に関

する2つの成分を導くことができる。各成分に対する微分方程式は次の通りである。

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_1 + \lambda_L \frac{1}{\tau} \Gamma_1 = & \lambda_L \frac{1}{\tau} C_{l\alpha} (W_0 - V_1 \alpha_0) + \lambda_L \frac{1}{\tau} \sigma_L W_1 \\ & + (\alpha_L C_{l\alpha} + d_L) \dot{W}_0 + \alpha_L \sigma_L \dot{W}_1 \end{aligned} \quad (6-27)$$

$$\dot{\Gamma}_2 + a_L \frac{1}{\tau} \Gamma_2 + r_L \frac{1}{\tau^2} \Gamma_2 = -r_L \frac{1}{\tau^2} V_1 \Delta C_l - E_L \frac{1}{\tau} \dot{W}_0 \quad (6-28)$$

式(6-28)を解くにあたって、入力変数はその時刻における ΔC_l 、ならびに V_1, W_0, W_1 である。ここで V_1, W_0 はそれぞれ翼に流入する瞬時の相対速度 W の翼に対する平行成分、垂直成分である。 W_1 はピッチ角 θ の変化による翼の回転速度で $W_1 = (c/2)\dot{\theta}$ により定義され、時計方向を正とする [図6-8上図参照]。 ΔC_l は失速に伴う揚力係数の欠損分であり、瞬時の迎角 α における線形揚力係数の外挿値 $C_{l_{lin}}$ とその時刻の準定常揚力係数 C_l により次のように表される [図6-8下図参照]。

$$\Delta C_l = C_{l_{lin}} - C_l \quad (6-29)$$

また式(6-27)中の各係数は以下のように定義されている。

$\tau = (c/2)/V_1$ は時定数、 α_0 は零揚力角、 $C_{l\alpha}$ は揚力傾斜である。また $\lambda_L, \sigma_L, \alpha_L, d_L$ は翼型に依存する係数で、平板翼に対してはおおよそ $\lambda_L = 0.17, \sigma_L = 2\pi, \alpha_L = 0.53, (d_L$ については式(6-30)参照) という値が用いられる。式(6-28)中の各係数 a_L, r_L, E_L も同様に翼型に依存する係数であるが、 ΔC_l によって次のように決定される。

$$\begin{aligned} a_L &= a_0 + a_2 (\Delta C_l)^2 \\ \sqrt{r_L} &= r_0 + r_2 (\Delta C_l)^2 \\ E_L &= E_2 (\Delta C_l)^2 \\ d_L &= \sigma_1 |\Delta C_l| \end{aligned} \quad (6-30)$$

式(6-30)中の各係数は各翼型に対して風洞実験によって決定される必要がある(平板

翼データは使うことができない). 特定の翼に対するデータが手に入らない場合には平均翼データを用いる. NACA0012 と平均翼についての各係数の値を表 6.1 に示す.

次に微分方程式 (6-27), (6-28) の解法について述べる. 線形成分 Γ_1 についての一階の微分方程式である式 (6-27) は次のように解析的に解くことが可能である.

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_1 + A_1 \Gamma_1 + A_2 &= 0 \\ \frac{d\Gamma}{dt} &= -A_1 \left(\Gamma + \frac{A_2}{A_1} \right) \\ \left(\frac{1}{\Gamma + \frac{A_2}{A_1}} \right) \frac{d\Gamma}{dt} &= -A_1 \end{aligned} \tag{6-31}$$

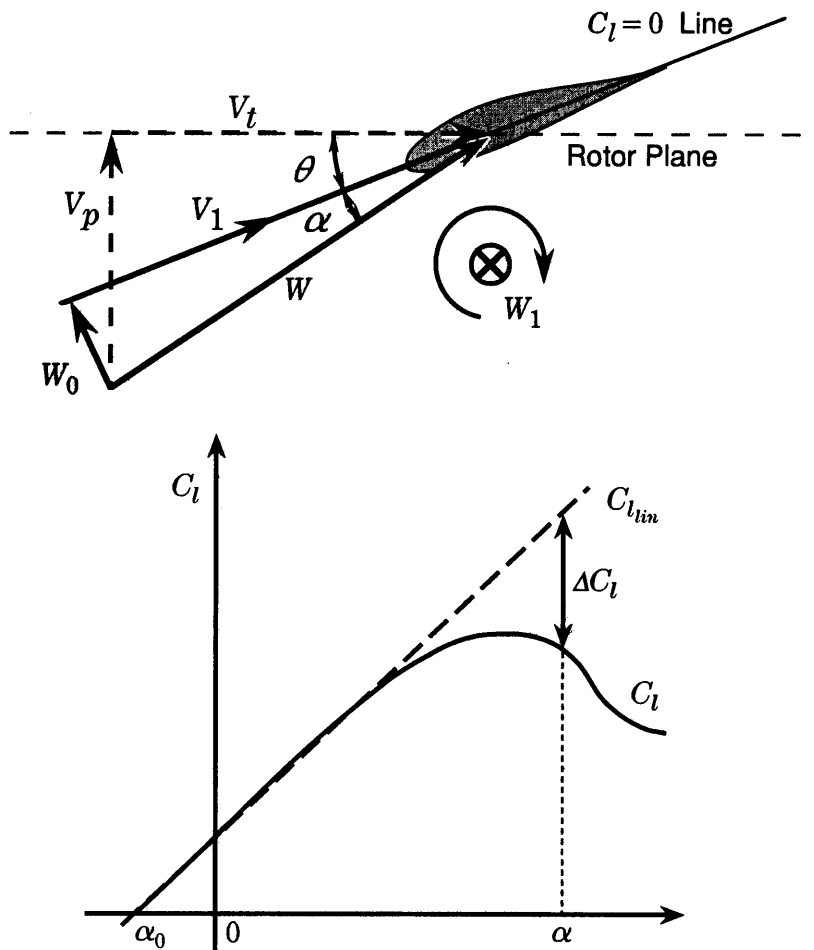


Figure 6-8 Parameters for ONERA Method

Table 6-1 Parameters for ONERA Method

NACA 0012		Mean Aerofoil	
$\Delta\tau_d=10$		$\Delta\tau_d=8$	
$\sigma_1=-2.29$		$\sigma_1=-2.29$	
$r_0=0.2$	$r_2=0.1$	$r_0=0.2$	$r_2=0.2$
$a_0=0.25$	$a_2=0.1$	$a_0=0.3$	$a_2=0.2$
$E_2=-4.01$		$E_2=-2.86$	

これを式(6-32)のように時間ステップに組み込んだ。

$$\Gamma_t = C'_t \exp(-A_{1t}t) - A_{2t}/A_{1t} \tag{6-32}$$

$$C'_t = \Gamma_{(t-1)} + A_{2t}/A_{1t}$$

非線形成分 Γ_2 についての二階の微分方程式である式(6-28)は解析的に解くことは不可能であるため、数値解析的に解く必要がある。本研究では微分方程式の数値解法として一般的に用いられている Runge-Kutta 法を使用した。以上により得られた非定常循環量 Γ から動的失速を考慮した非定常揚力を得る。

本研究ではこのような動的失速モデルを前述の繰り返し計算ステップ内に組み込んだフィードバックモデルを用いた。

6.5 ロータ翼振動モデル

緒論に記したように、最近の風力発電システムの新技术の一つである弾性構造設計 (Flexible Design) を導入するためには、空力負荷の変動によって生じる翼の振動そのもの、あるいはロータ全体の性能に及ぼす影響を明らかにする必要がある。

水平軸風車ロータ翼の振動には主に2つの種類が存在する。

[1] ピッチング振動

翼面に働く空力負荷の翼弦方向の変動による、ねじれ方向の振動 (図6-9(a))

[2] フラッピング振動

翼面に働く空力負荷のロータ回転軸成分のスパン方向分布の変動による回転面に垂直な方向の振動 (図6-9(b))

[1]のピッチング振動については、本解析で用いている加速度ポテンシャル法において一次オーダの近似を行うと、対称翼では1/4弦点周りのモーメント(ピッチングモーメント)は生じないという仮定により、ピッチングモーメントを計算することは不可能であったので、高次オーダの近似解を用いてピッチングモーメントを求め、振動の解析を行う必要がある。今回はその振動解析を行うための第一歩として、節6.1において定常解析によりロータ翼のねじれ角分布を求めた。

[2]のフラッピング振動は翼根部に弾性を持たせたモデルによって表現した(図6-10参照)。このモデルは、ロータ翼付け根に仮想するバネ(ヒンジスプリング)により弾性を代表させる、すなわち翼に働く空気力によるモーメント M_{flap} (フラッピングモーメント)とバネ定数 k のヒンジスプリングの復元力によって、フラッピング角 β_{flap} が変動する1自由度モデルである。このモデルの運動方程式は次のようになる。

$$I\ddot{\beta}_{flap} = M_{flap} - c_{ab}\dot{\beta}_{flap} - k\beta_{flap} \quad (6-33)$$

ここで、 I はロータ翼の慣性モーメント、 β_{flap} は特定の翼の瞬時におけるフラッピング角、 M_{flap} は翼の付け根部に働くフラッピングモーメント、 c_{ab} は減衰係数、 k はヒンジスプリングのバネ定数である。それぞれの値の算出方法を以下に示す。

慣性モーメント I は次のように与えられる。

$$I = \int_{R-b}^R \rho_b t_b(r) c(r) r^2 dr \quad (6-34)$$

ここで ρ_b は翼の材質の密度, $t_b(r)$ は翼厚, $c(r)$ は翼弦長であり, ロータ翼形状は節6.1.2のねじれ角計算と同様のものを用いている.

フラッピングモーメント M_{flap} は次のようになる.

$$M_{flap} = \frac{1}{2} \rho_{air} \int_{R-b}^R C_{d_{axis}} V_{abs}^2 c(r) dr \quad (6-35)$$

ここで ρ_{air} は空気密度, $C_{d_{axis}}$ は局所軸方向抗力係数, V_{abs} は翼に流入する絶対流速である.

ロータ翼振動モデルの数値解法はRunge-Kutta法を用いた. すなわち, まず初期条件として, 時刻 $t=0$ において $\dot{\beta}_{flap_0} = 0$ およびその時刻におけるフラッピングモーメント M_{flap_0} より得られる β_{flap_0} を与える. そして次の時間ステップの新しい条件の下でフラッピングモーメント M_{flap_1} を求める. そして M_{flap_0} と M_{flap_1} および β_{flap_0} よりその時刻におけるフラッピング角 β_{flap_1} を決定する. これを繰り返すことで各時間ステップにおける瞬時のフラッピングモーメント M_{flap} とフラッピング角 β_{flap} を決定した.

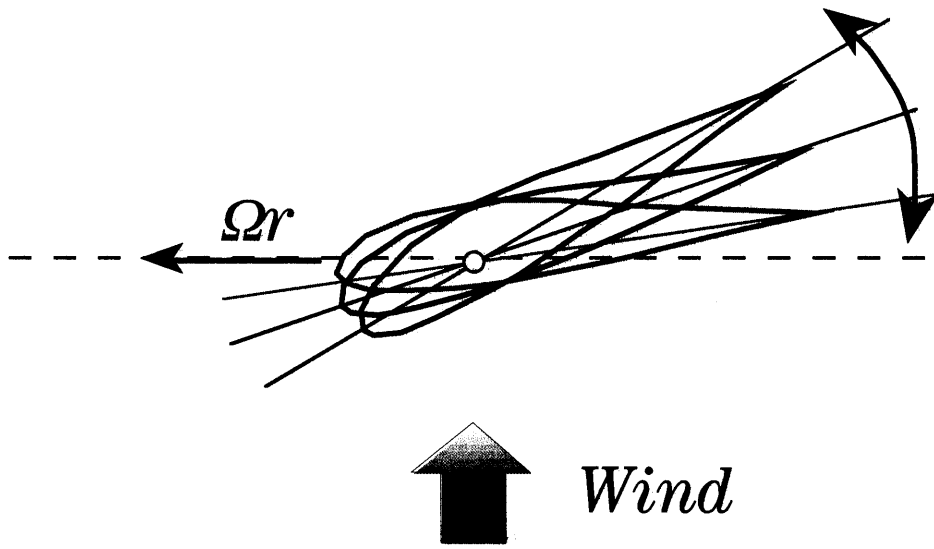


Figure 6-9(a) Pitching oscillation

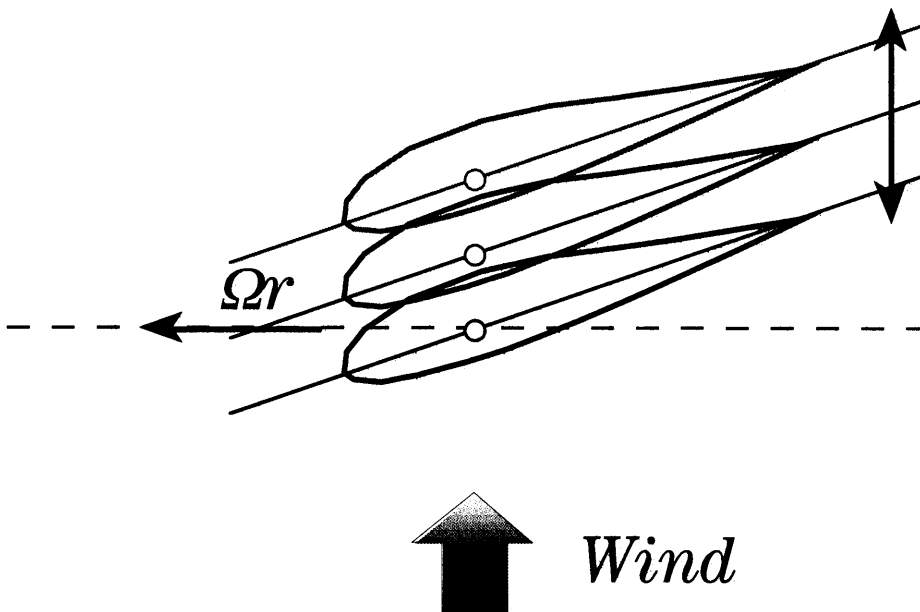


Figure 6-9(b) Flapping oscillation

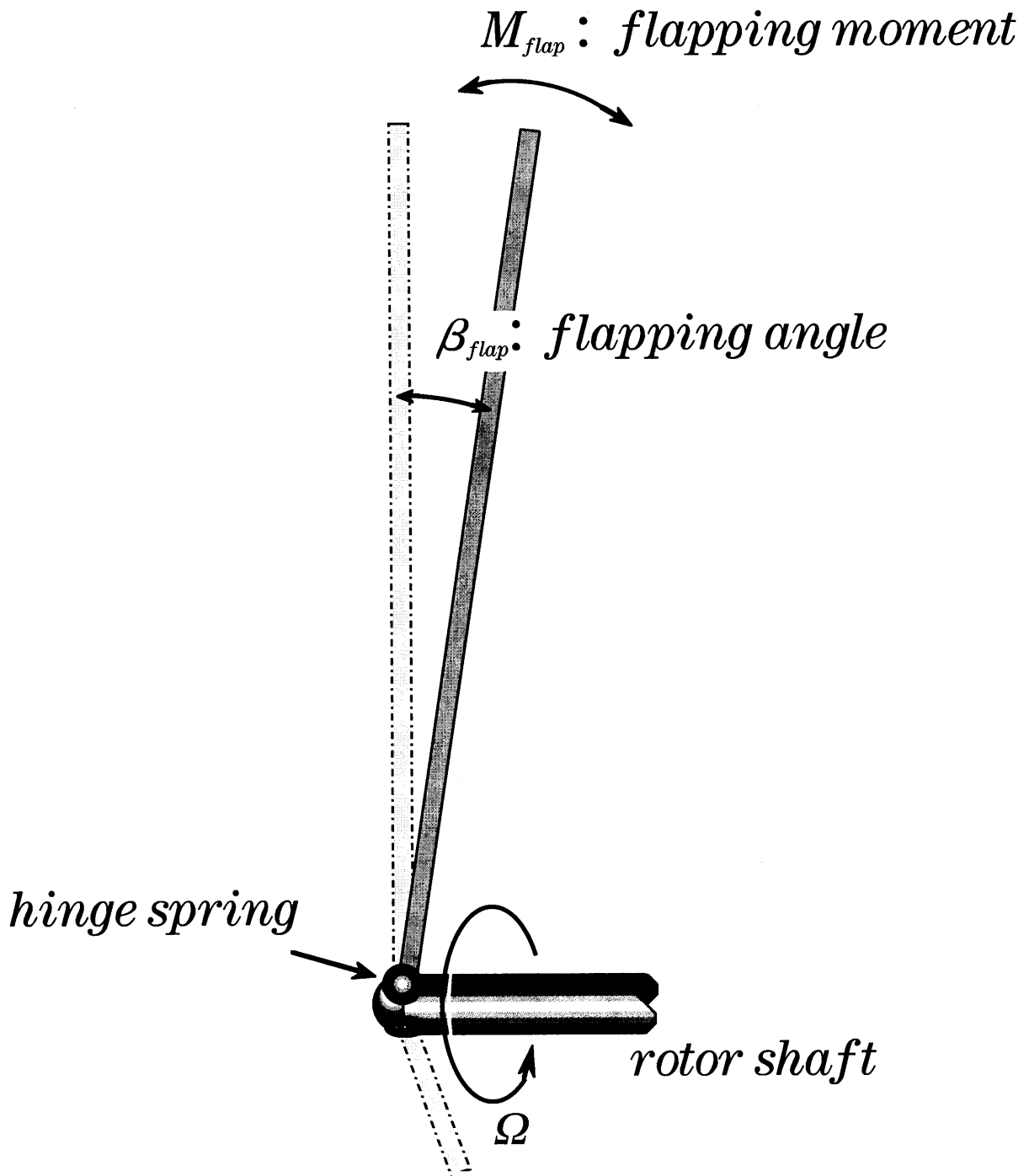


Figure 6-10 Blade Oscillation Model

6.5 タワーモデル

風車解析に用いられている加速度ポテンシャル法に適合させるために、タワーのモデリングは圧力場によって行った。以下にタワーのモデリングについて述べる。

速度ポテンシャル法において、一様流中に置かれた円柱周りの流れ場は、点ダブレットの分布を用いて表現することができる。速度擾動場に関する点ダブレットの速度ポテンシャル Φ^* は以下の式で表される。

$$\Phi^* = \frac{\mu}{4\pi} \underline{s} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \quad (6-36)$$

ここで μ はダブレットの強さ、 \underline{s} はダブレットの方向を表す単位ベクトル、 r は位置ベクトルである。速度ポテンシャル Φ^* と加速度ポテンシャル p の関係は以下の式で表される。

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\underline{W} \cdot \nabla) \right] \Phi^* = -\frac{p}{\rho} \quad (6-37)$$

ダブレットの方向が流入風上流を向いているとして、ダブレットを表す速度ポテンシャルの式 (6-36) を式 (6-37) に代入すると以下の式を得る。

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\mu W}{4\pi} \left\{ \frac{3z_i^2 - r^2}{r^5} \right\} \quad (6-38)$$

これは圧力四重極を表しており、加速度ポテンシャル法における基礎方程式である圧力に関するラプラス方程式 (4-11) を満たす。この圧力四重極による圧力勾配を計算すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right) &= \frac{\mu W}{4\pi} \frac{3x(r^2 - 5z^2)}{r^7} \\ \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\frac{p}{\rho} \right) &= \frac{\mu W}{4\pi} \frac{3y(r^2 - 5z^2)}{r^7} \\ \frac{\partial}{\partial z_i} \left(\frac{p}{\rho} \right) &= \frac{\mu W}{4\pi} \frac{3z(3r^2 - 5z^2)}{r^7} \end{aligned} \quad (6-39)$$

本研究ではタワーの中心軸にこの圧力四重極を分布させることによりタワーのモデリングを行った。タワーを高さ方向にいくつかの区間にわけ、それぞれの区間にお

いて圧力四重極の強度が高さ方向の分布は線形的であるとしている。

圧力四重極の強度は、タワー表面に到達する粒子軌跡に沿ってタワーによる圧力勾配、ロータによる圧力勾配を積分し、タワー表面のよどみ点において主流方向の粒子速度がゼロになるという条件を用いて決定している。

$$w = 0 \quad \text{at the stagnation point} \quad (6-40)$$

翼の圧力場の影響を受けても、各タイムステップによどみ点に到達する粒子軌跡について確実に計算できるように、粒子は式(6-41)で表される一様流中の2次元円柱周りにおける粒子速度で運動するとして計算している。

$$w = W \left(1 - \frac{x_t^2 - z_t^2}{r^4} \right) \quad (6-41)$$

流体粒子が翼近傍での強力な圧力勾配の影響を受けると計算が発散してしまうため、ロータ面から z 方向の前後に平均翼弦長 ($\bar{c} = 0.069R$) 以内での翼の影響は無視している。また、翼の束縛渦からの影響は圧力場としてではなく、束縛渦による誘導速度として計算している。

タワーの周囲においては、変動速度は流入速度に対して小さくはなく、式(4-9)における動圧項無視することは出来ない。そのため、タワーの圧力場を決定するための計算では粒子速度の変化による動圧 $p_{dynamic}$ の勾配を以下の式により考慮している。

$$\frac{\partial p_{dynamic}}{\partial z_t} = \frac{\partial}{\partial z_t} \left(\frac{1}{2} \rho w^2 \right) \quad (6-42)$$

第7章 計算結果および考察

7.1 計算条件

本研究ではデンマークの Tjaereborg 風車を対象として計算を行った。この風車の諸元を表7-1に、実機の写真およびロータ翼の形状を図7-1, 図7-2にそれぞれ示す。

風車翼回転数は毎分22回転（回転角速度 $\Omega = (22/60) \times 2\pi = 2.30$ [rad/sec]）で一定とする。

本研究では Tjaereborg 風車に使用されている翼型を翼根から翼端までの全翼幅方向に渡って NACA4415 翼型により代表させ、図5-5に示した二次元翼型データを用いて粘性補正を行った。その際の零揚力角を $\alpha_0 = -4.0$ [deg]とした。

数値積分計算においては積分区間数 k_0 を80、積分区間分割数 m_0 を20とした。

Table 7-1 Rotor Blade Configuration

Number of blades N_B	3
Radius R	30.56 [m]
Root cut-off	0.227 R
Blade length b	23.6 [m]
Chord length c	0.13 $R - 0.1 r$ [m]
Preset angle θ_{pre}	1.0 [deg]
Pitch angle θ_p	$\theta_{pre} + 10.18(1-r/R)$ [deg]
Blade profile	NACA4443 (root) ~ NACA4412 (tip)

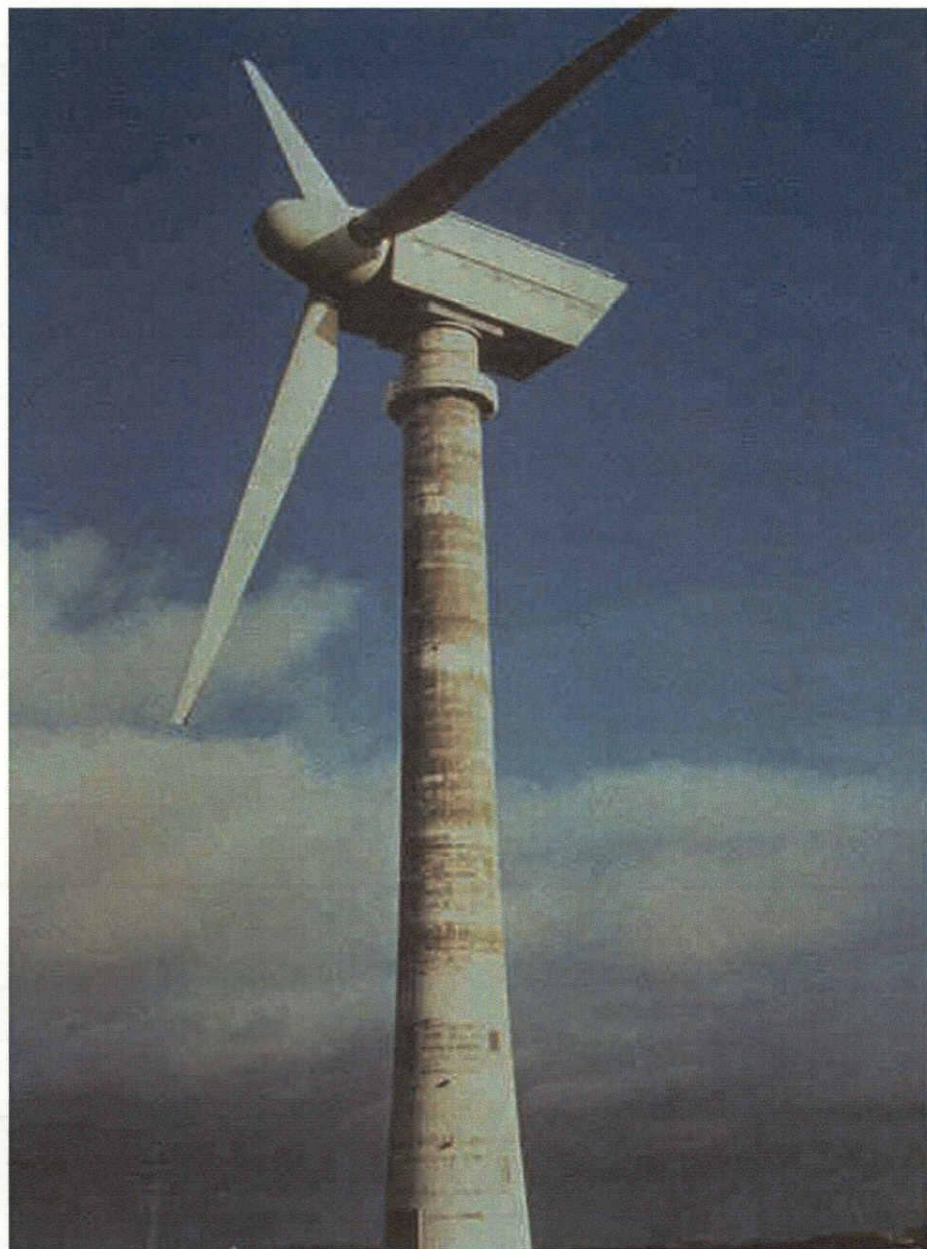


Figure 7-1 Tjaereborg Wind Turbine

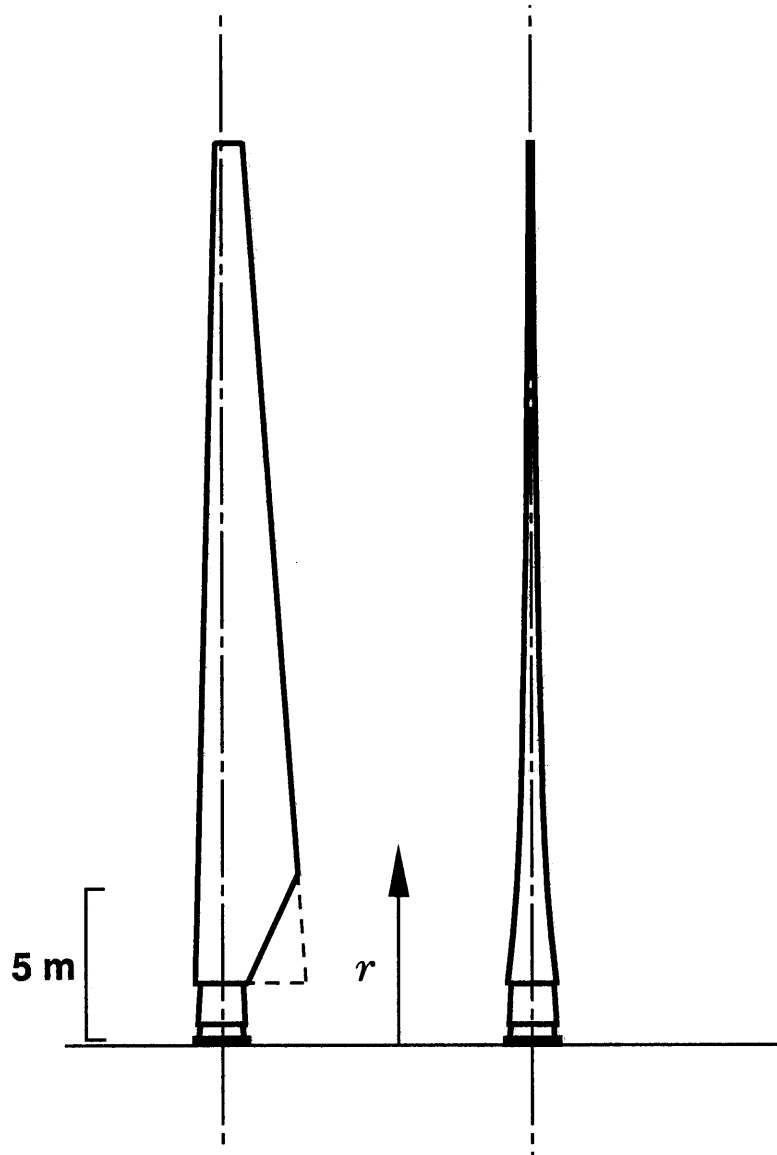


Figure 7-2 Schematic Representation of Blade Shape

7.2 定常特性計算結果

本節では、空間的・時間的に均一である流入風がロータ回転面に対して正面から流入した場合、すなわち翼に流入する相対流速による迎角が時間によって変化しない場合のロータ翼周りの流れ場、ロータ翼空力特性および風車性能の計算結果を示すとともに、その結果に関する考察を行う。

計算に適用する運転条件は3種類の周速比 $\lambda = 6, 8, 10$ とし、周速比が与える影響を調べた。

7.2.1 誘導速度の翼幅方向分布

一次オーダ近似および二次オーダ近似を採用した際の軸方向誘導速度の翼幅方向分布の計算結果を図7-3(a), 図7-3(b)にそれぞれ示す。横軸にはロータ半径 R で無次元化した翼幅方向位置 r/R をとり、縦軸には一様流入速度 W によって無次元化された軸方向誘導速度 w_{ind} / W ($w_{ind} = -w$) をとった。

周速比の変化による影響について検討する。いずれの周速比においても、誘導速度は翼端から発生する随伴渦の影響により翼先端と翼根付近において増大している。また周速比が大きいほど（流入風速が小さいほど）後流渦の流出する速度が小さいため誘導速度の値は大きくなる。

図7-4に周速比 $\lambda = 8$ とし、一次オーダ近似と二次オーダ近似を比較した結果を示す。一次オーダ近似に比べ二次オーダ近似では、翼中央付近のやや翼根側で誘導速度の値がわずかに大きくなっていることが確認できる。

7.2.2 揚力係数、循環量の翼幅方向分布

一次オーダ近似および二次オーダ近似を採用した際の翼幅方向の揚力係数分布の計算結果を図7-5(a), 図7-5(b)にそれぞれ示す。また同条件の循環量分布の計算結果を図7-7(a), 図7-7(b)にそれぞれ示す。横軸には半径 R で無次元化した翼幅方向位置 r/R 、縦軸には、粘性の影響を考慮した揚力係数 C_l (節5.3.1, 5.3.2参照) および、半径 R とロータ先端周速度 ΩR で無次元化した循環量 $\Gamma / \Omega R^2$ を示す。この二つの係数の持つ

物理的な意味の違いは、 C_l が相対流れに対する翼の迎角 α_{eff} のみにより決定される量であるのに対して、 $\Gamma/\Omega R^2$ は相対流速の変動による影響が現れる量である点にある。

周速比が小さいほど、揚力係数、循環量とも大きな値を示している。これは、周速比が小さいほど翼に対する流入角、および相対速度が増大するからである。また、周速比が低い条件では翼根付近において揚力係数 C_l および循環量 $\Gamma/\Omega R^2$ が増大する。

周速比 $\lambda=8$ において、一次オーダ近似と二次オーダ近似を比較した図を揚力係数分布については図7-6に、循環量分布については図7-8に示す。揚力係数分布、循環量分布ともに一次オーダ近似に比べ二次オーダ近似では、翼根付近で大きな値をとっている。

7.2.3 風車特性計算結果

一次オーダ近似および二次オーダ近似について、周速比を $\lambda=4\sim 12$ に変化させて定常運転時における計算を行い、それぞれの λ において求められた風車効率 C_p と軸抗力係数 $C_{D, axis}$ を図7-9に示す。この結果は、計算の対象としたデンマークのTjaereborg風車が $\lambda\approx 8$ 付近において最高効率を示す高速型風車であることに対応している。また、最適周速比以上に周速が増すと、すなわち、同一回転数に対して風速が低下すると誘導速度が増大し、その結果として軸抗力が大きくなる反面、風車効率は低下する。

また、風車効率、軸抗力係数ともに一次オーダ近似の曲線に比べ二次オーダ近似の曲線は曲率が大きくなっており、最高効率点近傍で、二次オーダ近似の値がやや大きくなっている。

7.2.4 撰点に到達する流体粒子の軸方向誘導速度変化

二次オーダ近似において、1/4弦線上（前縁側、 $x_{b_0}/c(z_{b_0})=-0.25$ ）および3/4弦線上（後縁側、 $x_{b_0}/c(z_{b_0})=0.25$ ）に設けられた撰点に到達する流体粒子の軸方向誘導速度変化を図7-10に示す。縦軸は一様流入速度 W によって無次元化された軸方向誘導速度 w_{ind}/W ($w_{ind}=-w$)、横軸はロータ半径 R で無次元化した軸方向距離 z/R であり、 $z/R=0$ は翼面に相当する。また、3つ翼幅方向位置、翼根付近（*Root*, $r/R=0.344$ ）、翼中央付近（*Middle*, $r/R=0.575$ ）および翼端付近（*Tip*, $r/R=0.884$ ）について

調べた。

いずれの周速比および翼幅方向位置においても、誘導速度はロータ翼から離れた領域においてその影響が小さく、ロータ翼に近づくにつれ、前縁側の撰点および後縁側の撰点に到達する流体粒子の誘導速度に差が現れ始める。とくに翼根部においてその傾向が顕著である。また翼面上では、前縁側に比べ後縁側の撰点における誘導速度の値が大きくなっている。

このように、ロータ翼の翼弦方向に渡って、翼面上の誘導速度に違いが現れているため、ロータ翼面上に働く負荷についても翼弦方向に渡って異なることが予想される。

周速比の変化による影響について検討する。周速比が大きいほど（流入風速が小さいほど）後流渦構造の軸方向間隔は縮まり、ロータ回転面への後流渦の影響が大きくなるため、ロータ翼近傍において誘導速度の変化が大きくなっている。

7.2.5 ロータ翼に働くピッチングモーメント

ロータ翼面上に働く圧力分布を翼弦方向に渡って積分することにより、ロータ翼に働く1/4弦線周りのモーメント（ピッチングモーメント）が求められる[節6.1.2参照]。ピッチングモーメントはロータ翼の頭下げ方向を正とした。ロータ翼の横弾性係数 G を $G=1.0[\text{GPa}]$ で一定とした場合のピッチングモーメント M_{pitch} の翼幅方向分布を図7-11に示す。

ピッチングモーメントは翼根で最大値をとり、翼端で0である。周速比が増大すると（流入風速が小さくなると）翼面上に働く圧力が小さくなるため、ピッチングモーメントの値は減少する。

ロータ翼の硬さに伴う空力負荷の変化を調べるために、周速比を一定とし、横弾性係数を $G=0.5, 1.0, 4.0[\text{GPa}]$ の3種類で与えた場合のピッチングモーメント M_{pitch} の翼幅方向分布を図7-12に示す。次節より、横弾性係数を低くする、すなわち翼を柔らかくすることによりロータ翼のねじれが大きくなるが、いずれの周速比においても横弾性係数を変化させることによる翼負荷の違いはみられない。したがって、ロータ翼のねじれによる翼負荷への影響は小さいと言える。

7.2.6 ロータ翼に生じるねじれ角

ロータ翼にピッチングモーメントが働くことにより、翼はねじれ方向に変位を生じる。ねじれ角はロータ翼の頭下げ方向を正とした。横弾性係数を $G = 1.0[\text{GPa}]$ で一定とした場合のねじれ角 $\phi_{torsion}$ の翼幅方向分布を図7-13に示す。

ねじれ角は翼端で最大値をとり、翼根で0である。周速比が増大すると（流入風速が小さくなると）ロータ翼に働くピッチングモーメントが小さくなるため、ねじれの変位も小さくなる。

また、周速比を一定とし、横弾性係数を $G = 0.5, 1.0, 4.0[\text{GPa}]$ の3種類で与えた場合のねじれ角 $\phi_{torsion}$ の翼幅方向分布を図7-14に示す。横弾性係数が小さい（翼が柔らかい）場合には、ロータ翼のねじれが大きくなっているのが分かる。

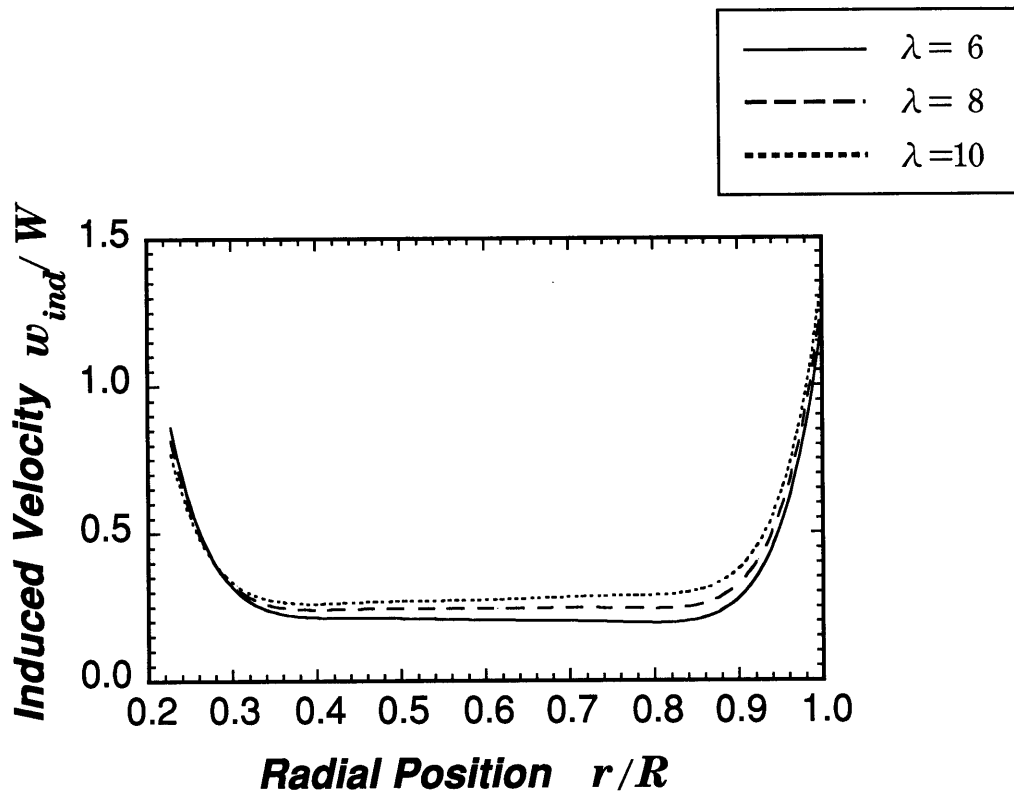


Figure 7-3(a) Spanwise Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W (First order)

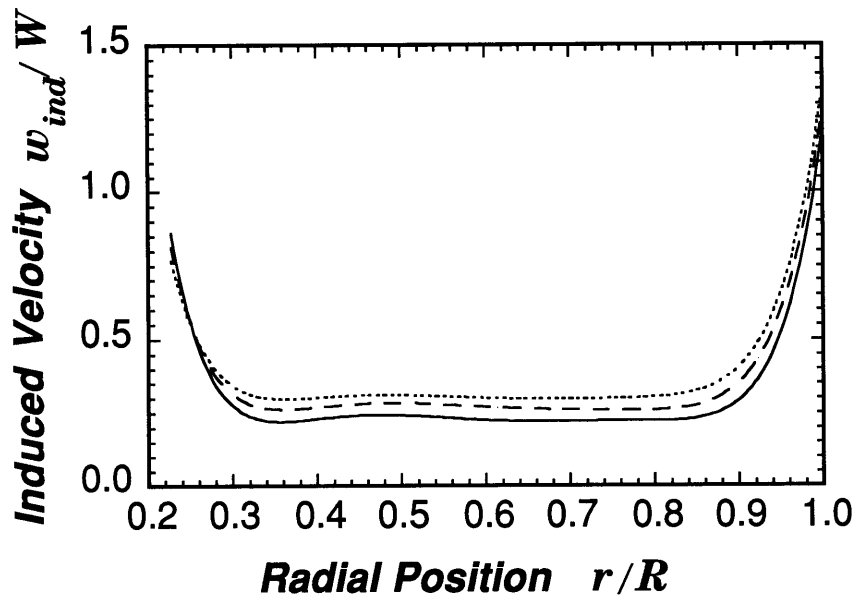


Figure 7-3(b) Spanwise Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W (Second order)

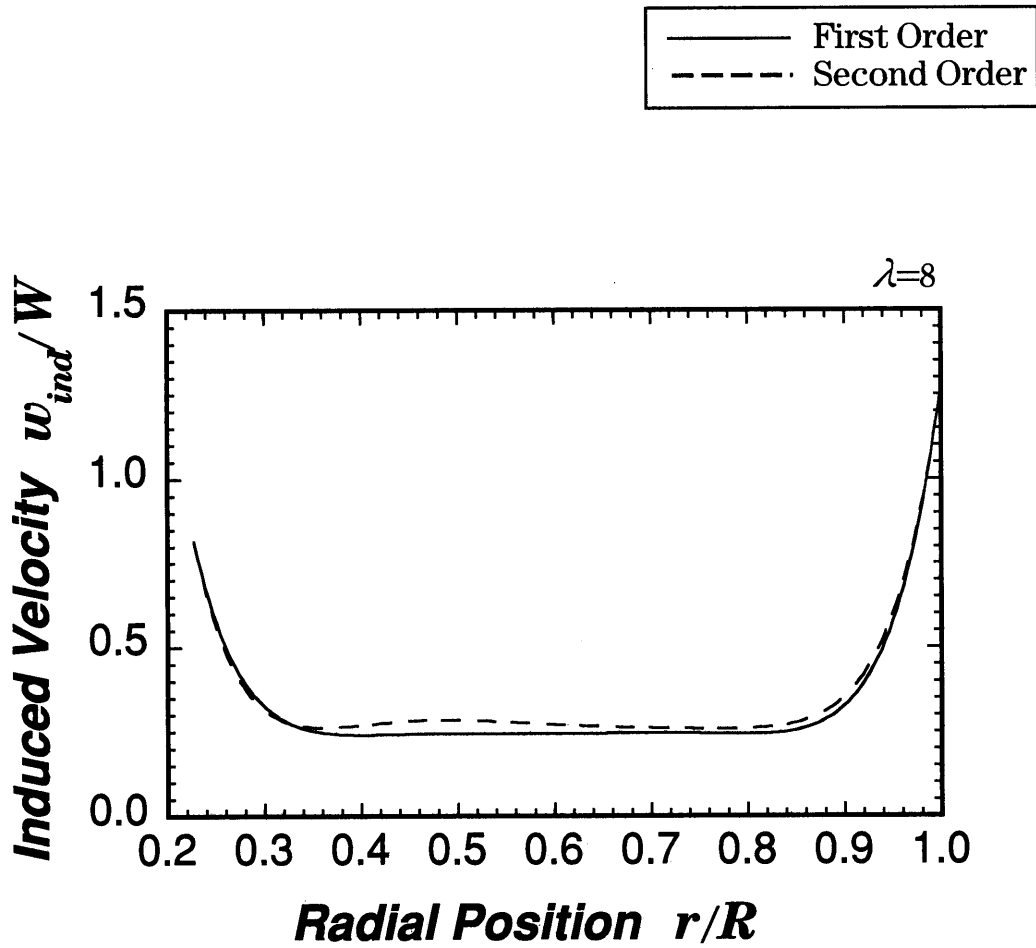


Figure 7-4 Spanwise Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W

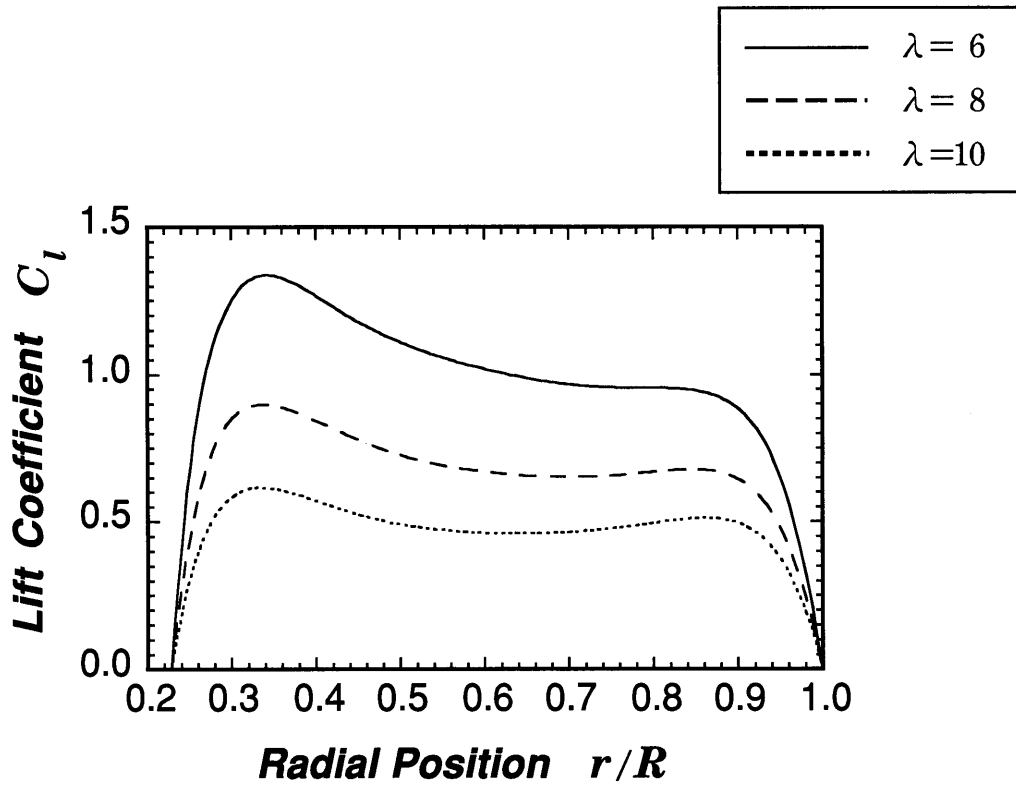


Figure 7-5(a) Spanwise Distribution of Lift Coefficient C_l (First order)

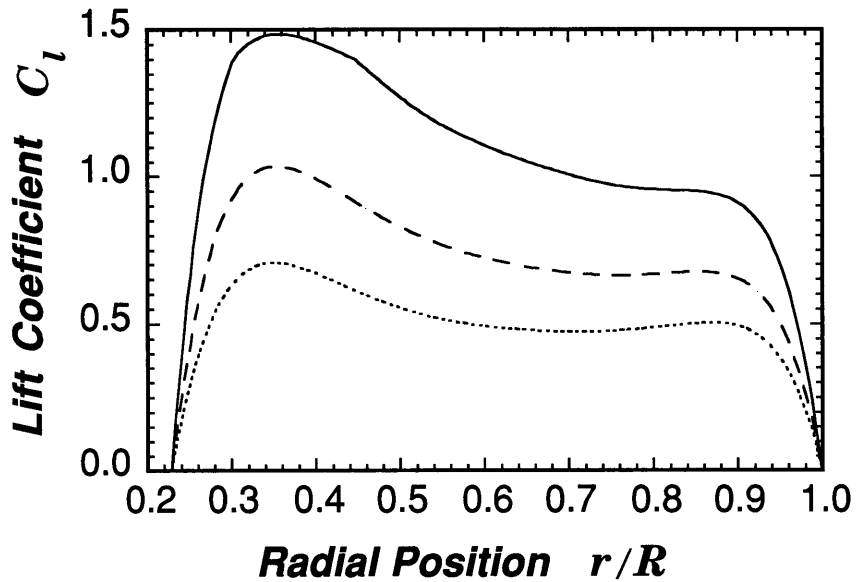


Figure 7-5(b) Spanwise Distribution of Lift Coefficient C_l (Second order)

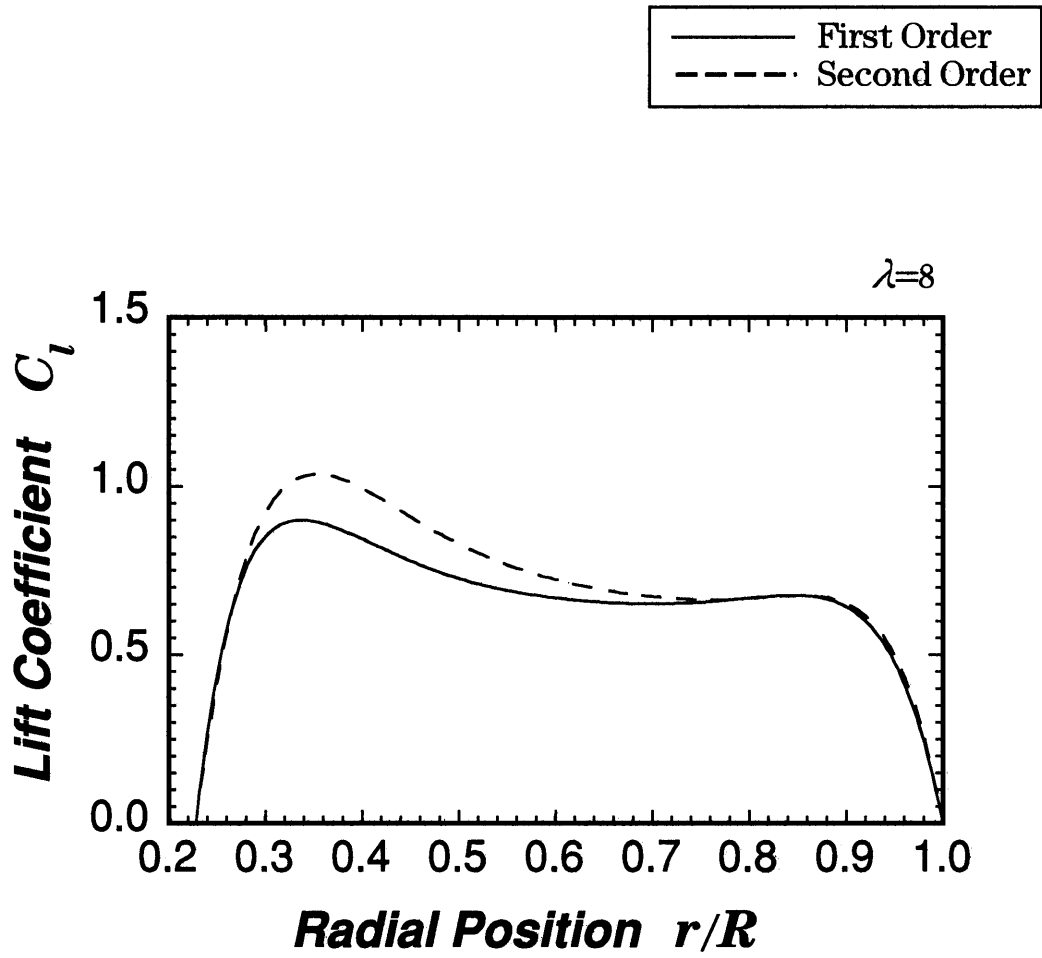


Figure 7-6 Spanwise Distribution of Lift Coefficient C_l

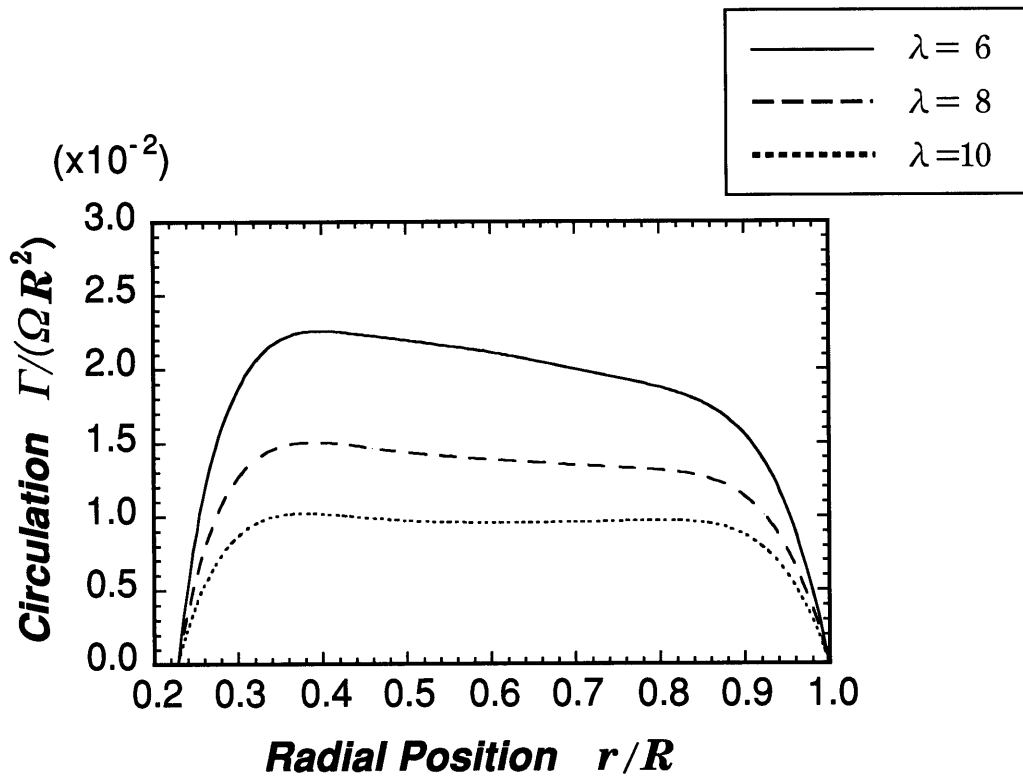


Figure 7-7(a) Spanwise Distribution of Non-dimensional Circulation $\Gamma / (\Omega R^2)$
(First order)

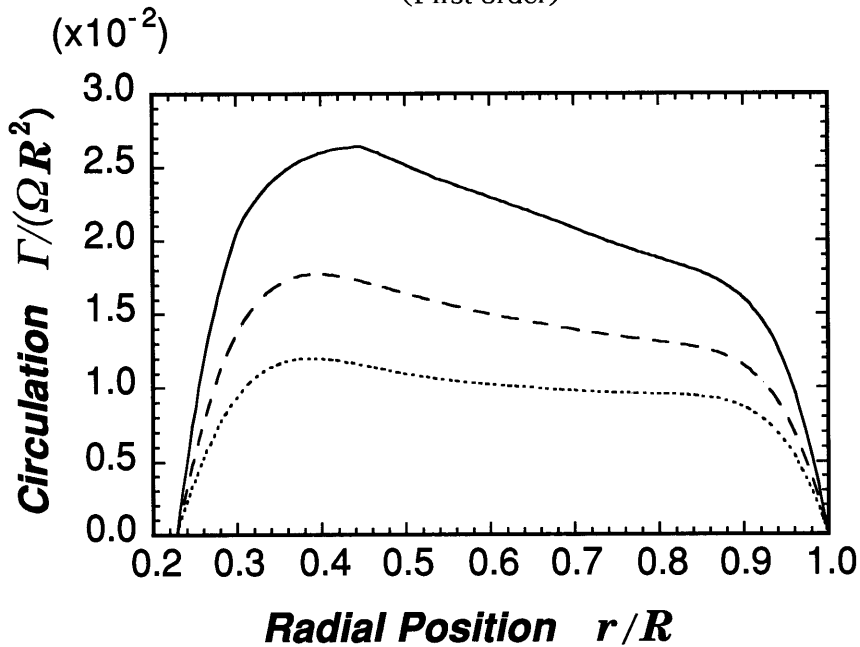


Figure 7-7(b) Spanwise Distribution of Non-dimensional Circulation $\Gamma / (\Omega R^2)$
(Second order)

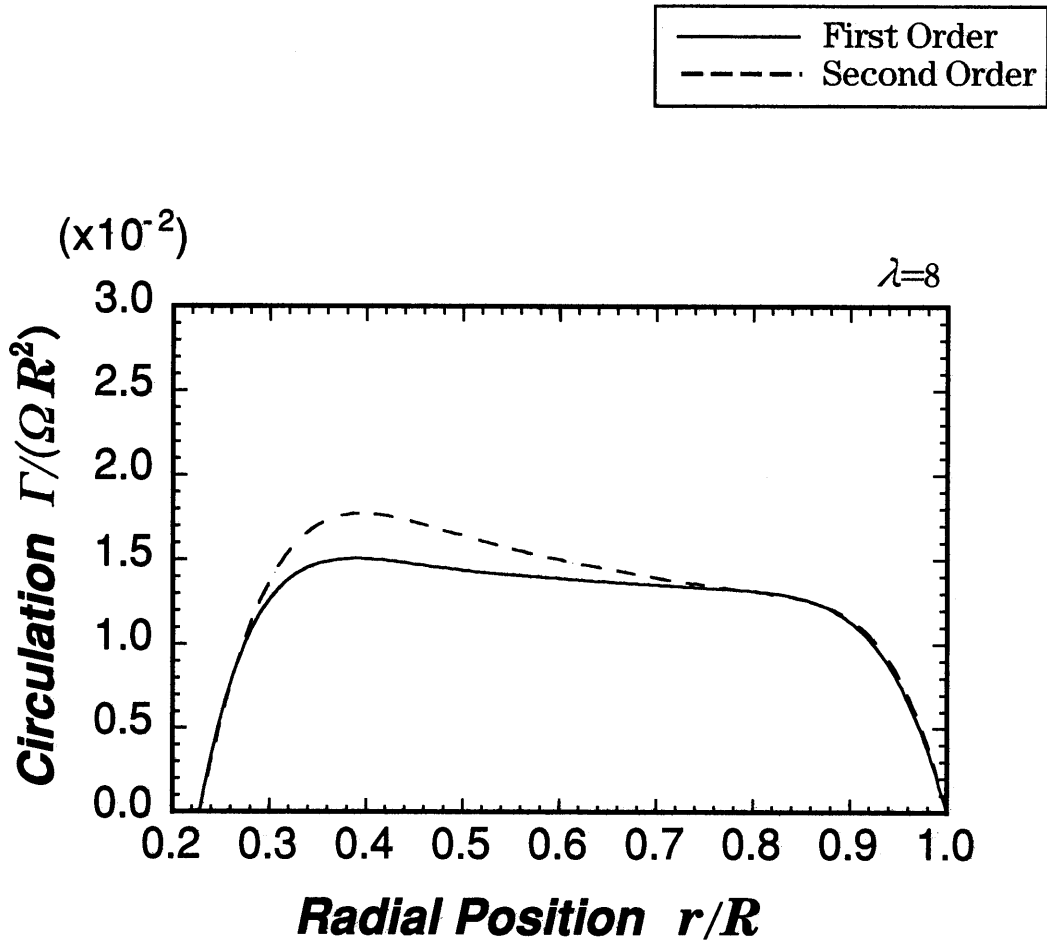


Figure 7-8 Spanwise Distribution of Non-dimensional Circulation $\Gamma / (\Omega R^2)$

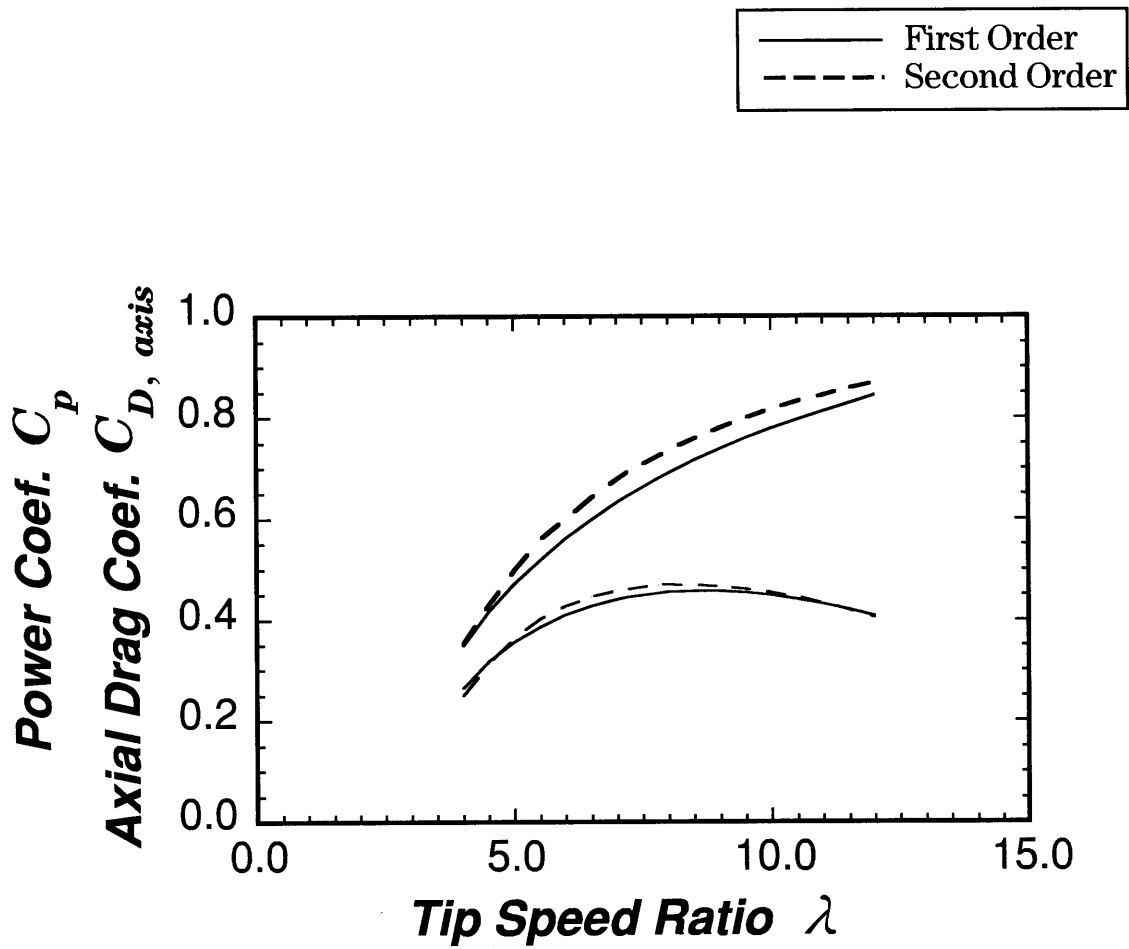


Figure 7-9 Power Coefficient C_p and Axial Drag Coefficient $C_{D, axis}$

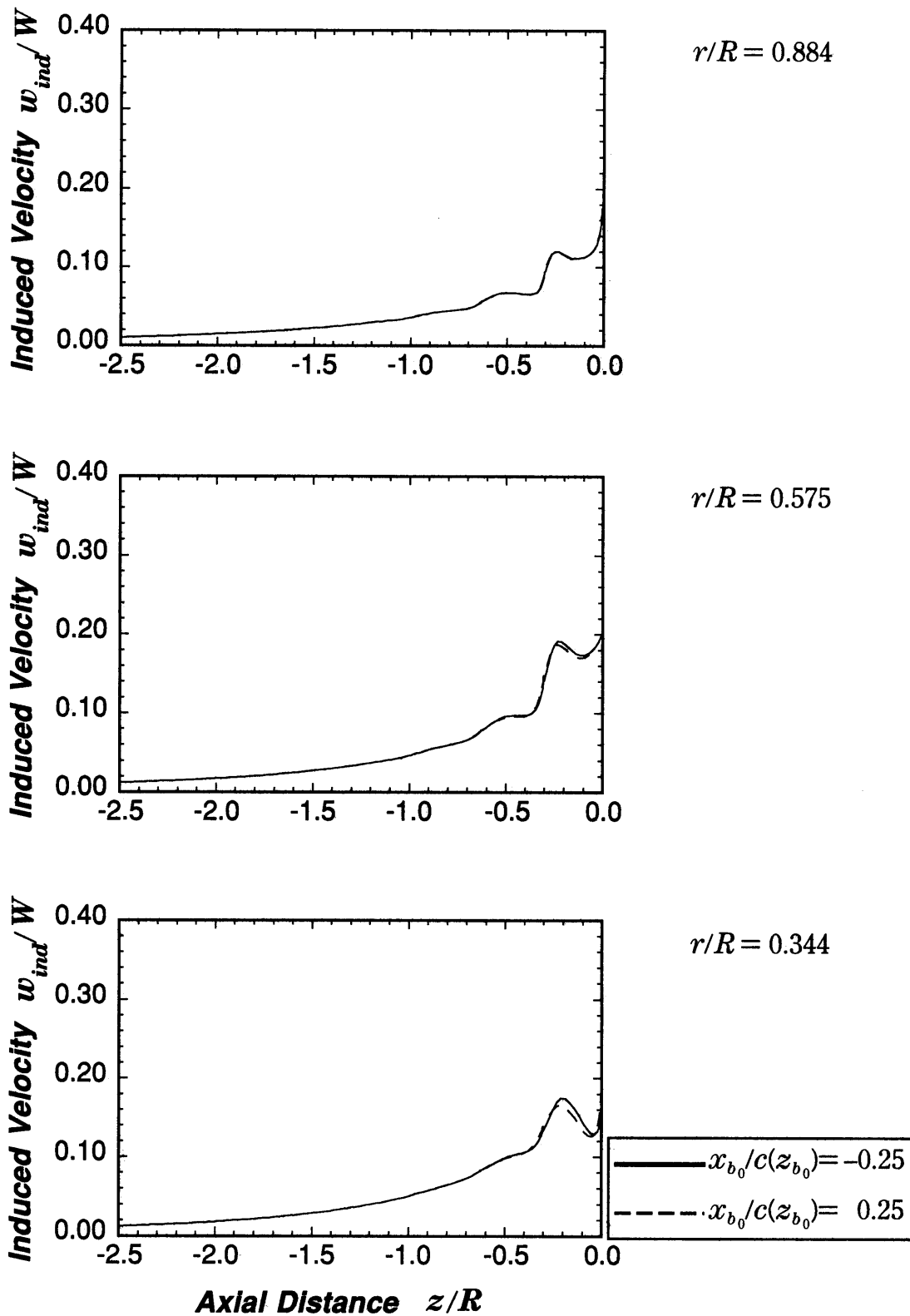


Figure 7-10(a) Axial Induced Velocity of air particles travelling to collocation points ($\lambda = 6$)

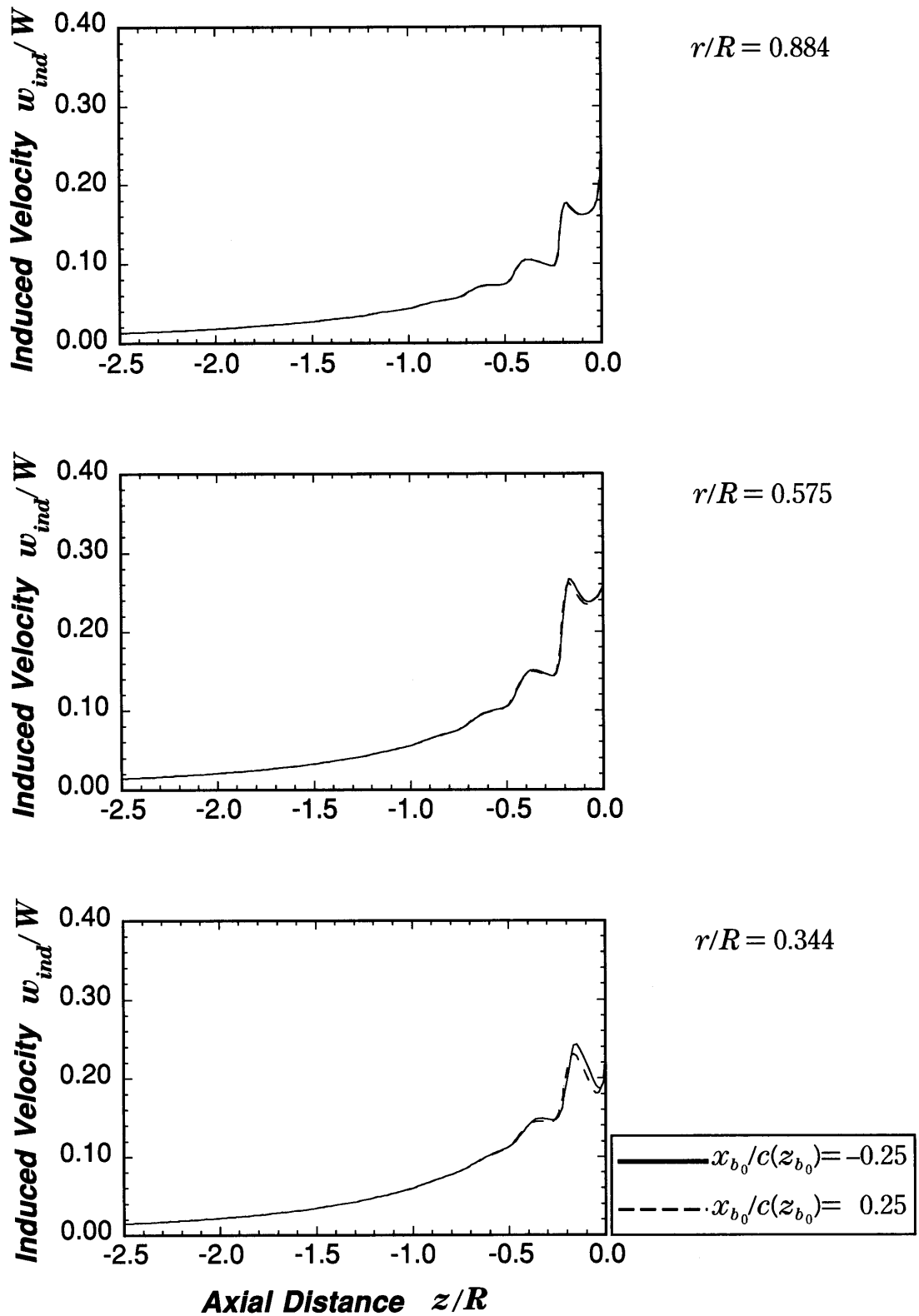


Figure 7-10(b) Axial Induced Velocity of air particles travelling to collocation points ($\lambda = 8$)

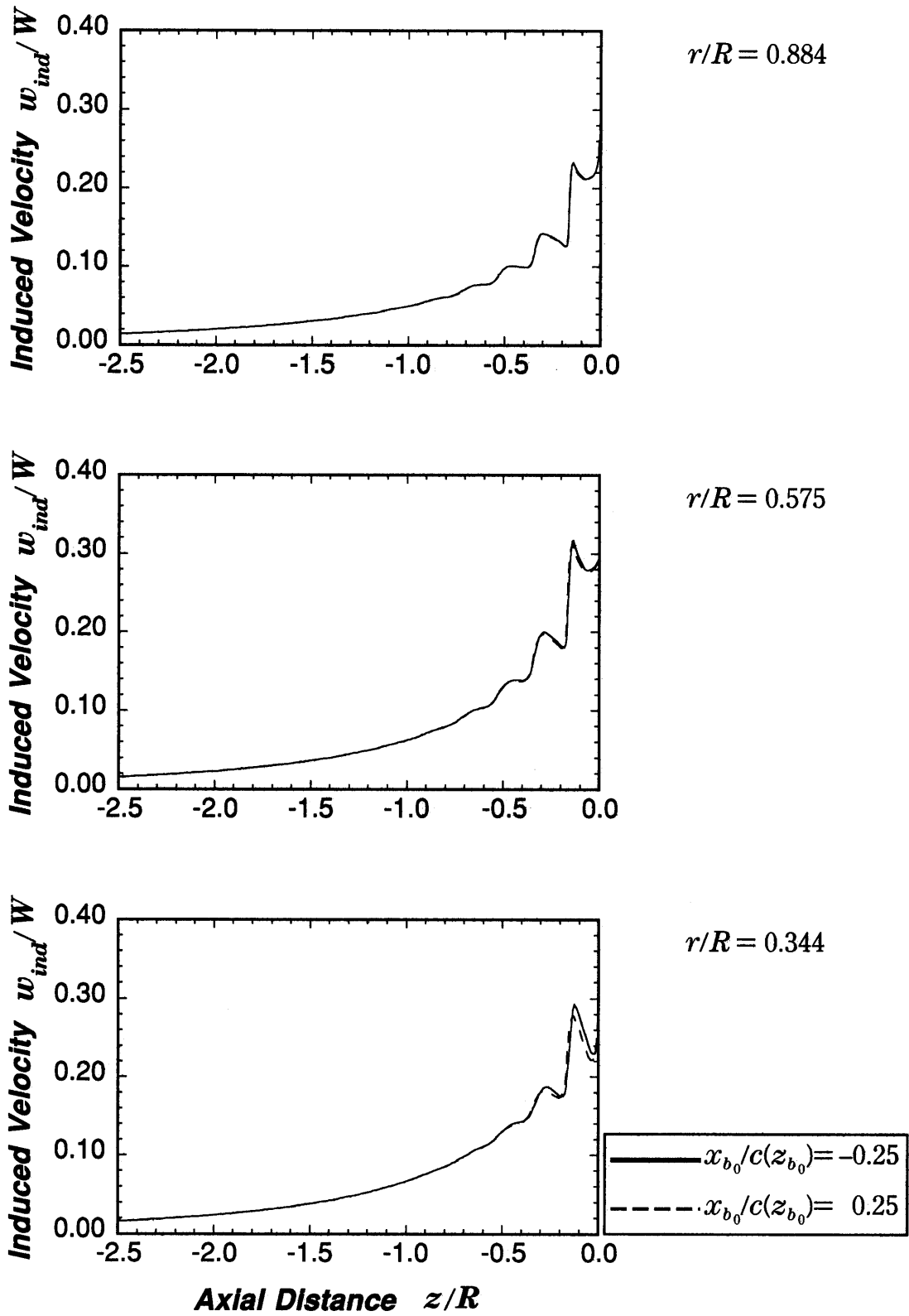


Figure 7-10(c) Axial Induced Velocity of air particles travelling to collocation points ($\lambda = 10$)

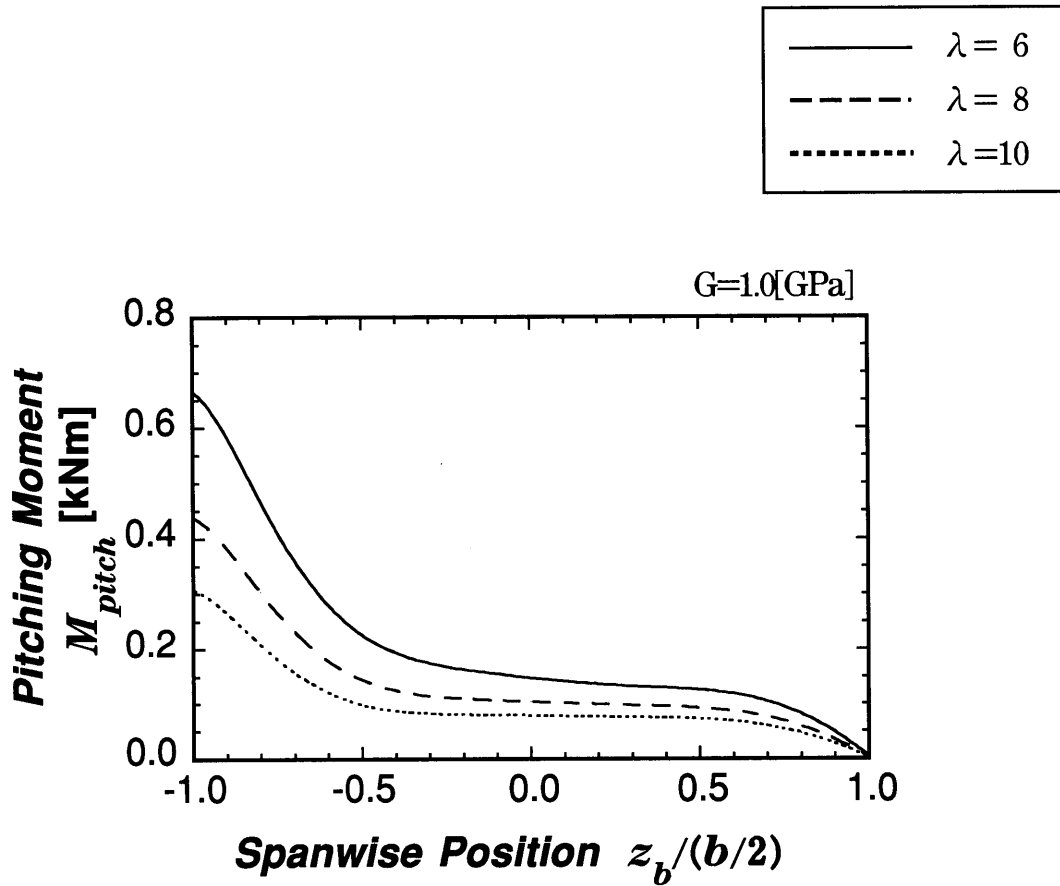


Figure 7-11 Spanwise Distribution of Pitching Moment M_{pitch}

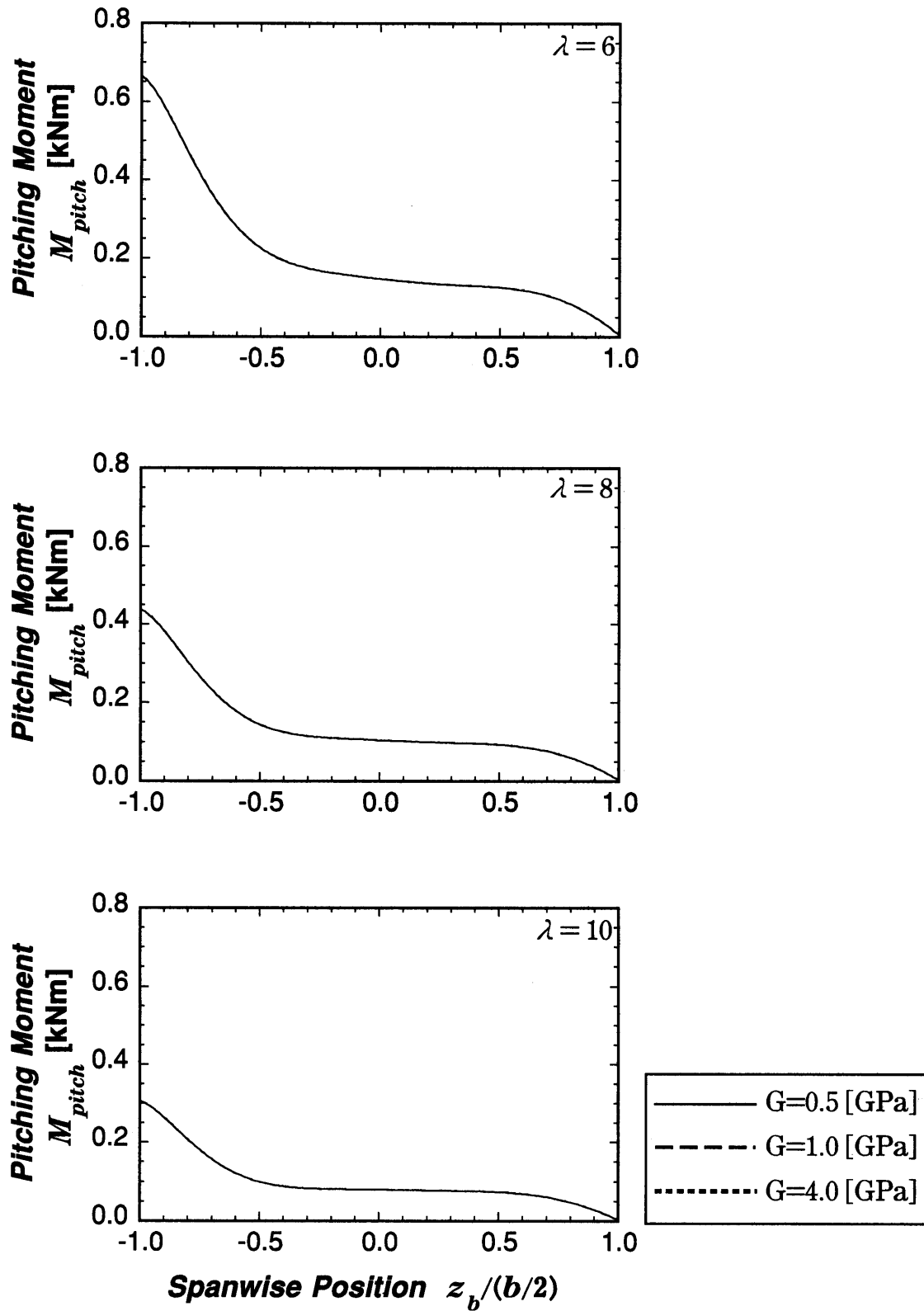


Figure 7-12 Spanwise Distribution of Pitching Moment M_{pitch}

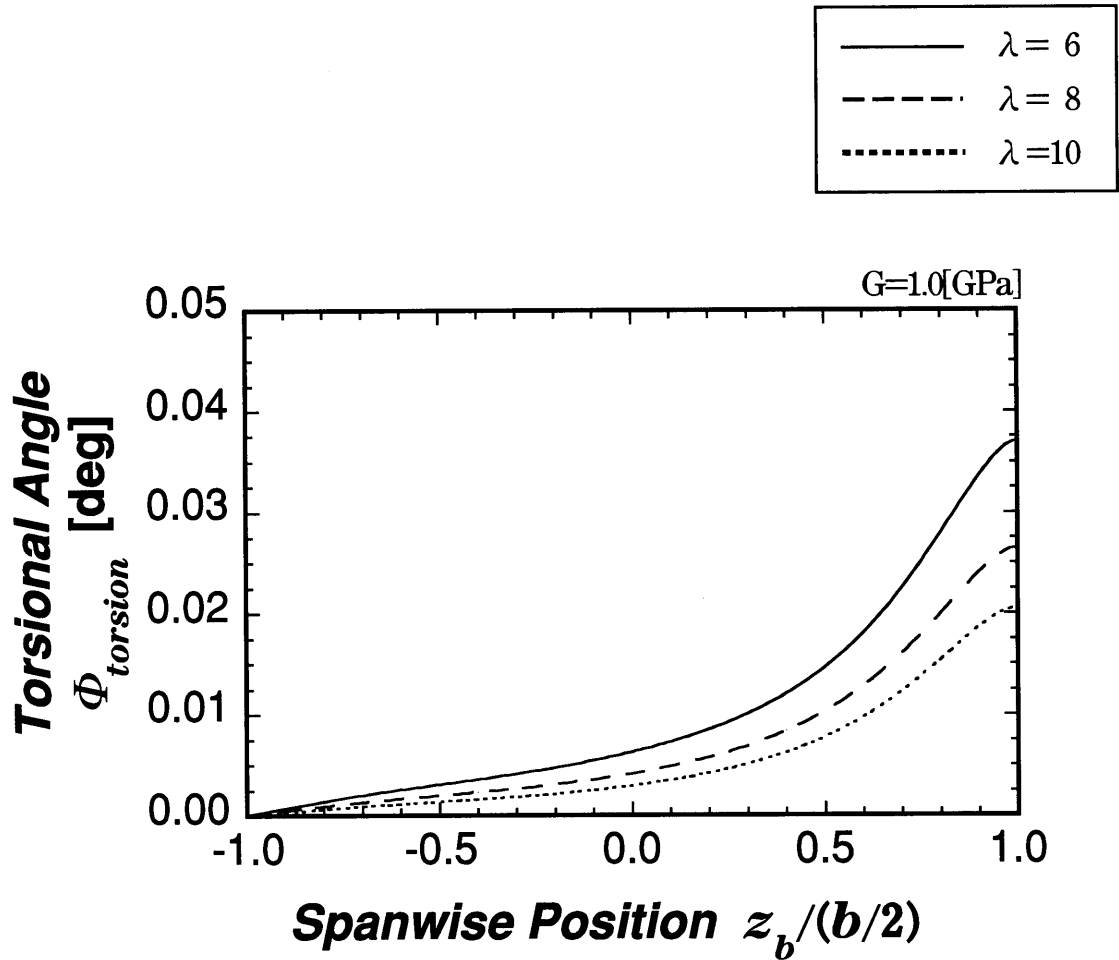


Figure 7-13 Spanwise Distribution of Torsional Angle $\Phi_{torsion}$

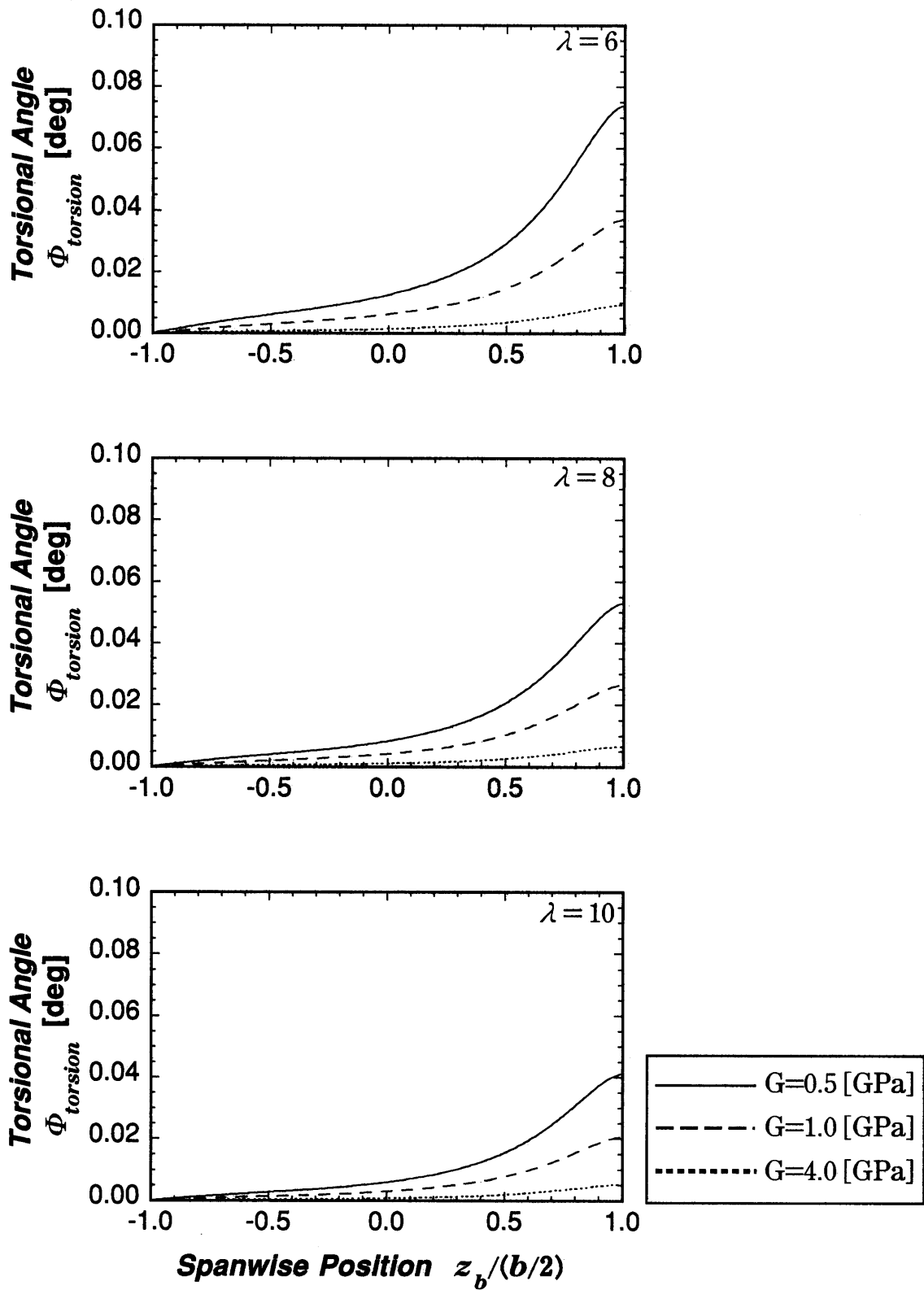


Figure 7-14 Spanwise Distribution of Torsional Angle $\Phi_{torsion}$

7.3 非定常特性計算結果

本節では、3種類の周速比すなわち $\lambda = 6, 8, 10$ に対して、流入風がロータ回転軸に対して斜め $\theta_{yaw} = 30[\text{deg}]$ から流入した場合[節6.2.2参照]に発生する翼のロータ回転軸方向の振動（フラッピング振動）がロータ翼周りの流れ場、ロータ翼空力特性および風車性能に与える影響について調べた結果を示し、結果についての考察をする。ここで、斜流角度 θ_{yaw} は、 $\psi = 90[\text{deg}]$ において翼が流入風のロータ回転面内成分に対して風上に位置するように定義した[図6.6参照]。

また、翼の振動を解析するにあたり、翼の構造について幾つかの仮定を行った。本研究の計算対象であるTaereborg風車ロータ翼についての構造や重量などについてのデータが無く、振動解析に必要なパラメータ（慣性モーメント I など）の正確な値を知ることができないため、以下に示すような仮定の下で試算を行い、計算の条件として用いた。

まずTaereborg風車ロータ翼の慣性モーメント I の試算を行った。翼断面形状は定常解析におけるねじれ角計算時と同様のものを用いた[図6.4参照]。翼の素材の密度として $\rho_b = 1200 [\text{kg/m}^3]$ を与え、式(6-33)に基づいて計算した結果 $I = 8.1 \times 10^5 [\text{kgm}^2]$ という値を得た。

翼の慣性モーメントは計算の便宜上、 $I = 8.0 \times 10^5 [\text{kgm}^2]$ で一定とし、ヒンジスプリングのバネ定数 k を4種類の値、 $(k = 2.0 \times 10^6)$ 、 $(k = 4.0 \times 10^6)$ 、 $(k = 8.0 \times 10^6)$ 、 $(k = 16.0 \times 10^6)$ に設定した。上記の慣性モーメントとバネ定数より翼の固有振動周期 T_b を次式により決定した。

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_b} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} \quad (7-1)$$

求められた翼の固有振動周期 T_b とロータの回転周期 $T_R (= 60 / 22 = 2.727[\text{s}])$ の比率をパラメータとして、ロータに働く空力負荷、フラッピング角、ロータ翼周りの速度場および風車性能を調べた。また、フラッピング振動に関する減衰係数はゼロとした。表7.2に各バネ定数に対する周期比率を示す。

Table 7-2 Period Ratio to Spring Constant

	$k=2.0 \times 10^6$	$k=4.0 \times 10^6$	$k=8.0 \times 10^6$	$k=16.0 \times 10^6$
T_b/T_R	1.457	1.030	0.783	0.515

7.3.1 フラッピングモーメント

ロータ翼に働く局所の揚力および抗力の軸方向成分を翼幅方向に渡って積分することにより、ロータ翼に働く翼根周りのモーメント（フラッピングモーメント M_{flap} ）が求まる。フラッピングモーメントはロータ翼を下流方向に曲げるように働き、翼の振動を発生させる外力となる。図7.17に、周速比 $\lambda=6, 8, 10$ の条件におけるフラッピングモーメントの時間変動をロータ10回転分計算した結果を示す。横軸はロータ回転周期 T_R で無次元化した時間 t/T_R であり、縦軸はフラッピングモーメント M_{flap} [MNm]である。

フラッピングモーメントの変動は、全ての条件においてロータ回転と同期する正弦波形を示している。また次節に示されるように、周期比率の違いによりフラッピング角の変動振幅は大きく異なるが、フラッピングモーメントは周期比率によらずほぼ同一の変動を生じる。しかし、比較的風速の大きい周速比 $\lambda=6$ における翼の固有振動周期とロータの回転周期に近い $T_b/T_R=1.030$ の場合には、次節に示されるようにフラッピング角の変動が大きくなり、翼に対する相対速度、とくに翼に対する迎角が大きく変動するため、時間の経過とともにごくわずかに不規則な変化を示す。また周速比の増大とともに、フラッピングモーメントの振幅および時間平均値が減少していることが分かる。

7.3.2 フラッピング角

フラッピングモーメントの場合と同条件で、翼のフラッピング角 β_{flap} から平均フラッピング角を差し引いた振幅 $\Delta\beta_{flap}$ の計算結果を図7.18に示す。横軸はロータ回転

周期 T_R で無次元化した時間 t/T_R であり、縦軸はフラッピング角 β_{flap} の変動成分 $\Delta\beta_{flap}[\text{deg}]$ である。

フラッピング角の振幅は、周速比の増大とともに減少し、周速比一定の下では、周期比率が高い（翼が柔らかい）と振幅が増大する。振動の波形は翼の固有振動数に依存するとともに、フラッピングモーメント M_{flap} が作用する1自由度の強制振動として表される。フラッピングモーメント M_{flap} を $M_{flap} = M_{flap_0} \cos(\omega t + \alpha)$ と与えるならば、強制振動の一般解は次式により与えられる。

$$\beta_{flap} = a_0 \sin(\omega_b t + \alpha_0) + \frac{1}{\omega_b^2 - \omega_R^2} \frac{M_{flap_0}}{I} \cos(\omega t + \alpha) + \beta_{flap_0} \quad (7-2)$$

式中で ω_b は翼の固有振動数、 ω_R はロータ回転の振動数である。 a_0 、 α 、 α_0 は初期条件によって決定される値で、具体的には風向の変化($t/T_R = 0.076[\text{s}] / 2.727[\text{s}] = 0.02787$)にて、 $\theta_{yaw} = 0 \rightarrow 30[\text{deg}]$)が発生したときのロータの方位角によって決定される。 β_{flap_0} は平均フラッピング角(M_{flap_0}/k)である。

周速比 $\lambda = 8$ において、最も硬い翼（周期比率、 $T_b/T_R = 0.515$ ）を用いたときには、フラッピング振動の固有振動成分が時間とともに減衰していることが確認できる。これは、空力減衰が働いているためであると考えられる。

また翼の固有振動周期とロータの回転周期に近い $T_b/T_R = 1.030$ の場合には、ロータ翼が共振を起こし、異常な振幅を示しているためロータ翼が破断する危険性が予測される。したがって、風車設計の際には、翼の固有振動数をロータ回転の振動数すなわち外力の変動の振動数から遠ざけることが極めて重要であると言える。

7.3.3 誘導速度分布

流入風がロータ回転軸に対して斜め($\theta_{yaw} = 30[\text{deg}]$)から流入した場合において、上記のフラッピング振動がロータ翼面上の誘導速度分布に与える影響を調べた。図7.19は翼根付近(*Root*, $r/R = 0.344$)、翼中央付近(*Middle*, $r/R = 0.575$)、翼端付近(*Tip*, $r/R = 0.884$)におけるロータ回転10周期分の軸方向誘導速度の変動を示している。横軸はロータ回転周期 T_R で無次元化した時間 t/T_R であり、縦軸はロータ回転軸

方向の誘導速度 w_{ind} を一様流入風速 W により無次元した値 w_{ind}/W である。図7.20に図7.19と等しい条件における等値線図を示す。

いずれの翼幅方向位置においても $\psi = 90[\text{deg}] (t/T_R = 0.25 + 1.0(n-1) : n \text{は自然数})$ 付近において誘導速度が減少しているのは、ロータ翼が傾いた後流渦から最も離れるためであると考えられる。翼端付近では後流渦構造との距離が大きく変動するため、誘導速度の変動幅が大きくなっている。また、翼根付近においては先行する翼から放出される翼端渦の影響により、 $\psi = 270[\text{deg}]$ (無次元時間 $t/T_R = 0.75 + 1.0(n-1) : n \text{は自然数}$) 近傍で誘導速度の減少がみられる。

周速比が減少するにつれ、誘導速度の平均値は減少しているが、これは後流渦構造の間隔が流入風速の増加によって軸方向に引き延ばされたためである。周速比 $\lambda = 6$ の時、翼根付近で失速状態と考えられる動的失速による影響が顕著である。

また周速比 $\lambda = 6$ において、周期比率を変化させることによる誘導速度の振幅および平均値のずれが確認できる。とくに、ロータ翼が共振を起こす $T_b/T_R = 1.030$ の場合に、失速状態と考えられる翼根部においてその傾向は顕著である。また、他の周速比については周期比率の変化による誘導速度への影響は小さいと言える。

7.3.4 揚力係数分布

図7.21に誘導速度分布と同じ条件のもとで計算した局所揚力係数 C_l の変動を示す。等値線図も図7.22に併せて示す。

揚力係数はフラッピングモーメントと同様に、全ての条件においてロータ1回転を1周期としている。またその変動は、 $\psi = 0[\text{deg}]$ 近傍 (無次元時間 $t/T_R = 1.0(n-1) : n \text{は自然数}$) において最小となり、 $\psi = 180[\text{deg}]$ 近傍 (無次元時間 $t/T_R = 0.5 + 1.0(n-1) : n \text{は自然数}$) において最大値をとる。また揚力係数の最大値ならびに変動量は翼根に近いほど大きい。これは流入風速 W が翼幅方向にほぼ一定であるのに対して、翼の周方向速度が翼根部に近づくにしたがって減少するため、相対流入角ならびにその変動幅が増大するからである。

周速比が増大する（流入風速が減少する）につれて揚力係数の時間平均値は減少している。これはロータ回転角速度が一定のため、ロータ回転周速度に対する翼の軸方向流入風速の比が小さくなることにより、平均的な流入角が減少するからである。

また周速比 $\lambda=6$ の翼根部には動的失速現象が顕著に現れている。このとき揚力係数は極端に高い値を示した後、急激に減少する。

周期比率が与える影響をみると、フラッピングモーメントのときと同様に、周速比 $\lambda=8, 10$ の時はいずれの周速比においてもほぼ同じような波形となっている。しかし、動的失速現象が現れている周速比 $\lambda=6$ の翼根付近では振幅に比較的大きな違いが現れている。フラッピング振動による迎角の変動が動的失速現象に大きく寄与していると考えられる。

7.3.5 風車特性

斜め流入時におけるパワー係数 C_p および軸抗力係数 $C_{D, axis}$ の計算結果をそれぞれ図7.23, 図7.24に示す。

パワー係数 C_p , 軸抗力係数 $C_{D, axis}$ はともに、 $\lambda=8, 10$ については $\psi=120[\text{deg}]$ ($t/T_R=1/3$)を周期としてほぼ正弦的に変動しているが、これはロータ翼が3枚であることに起因する。翼負荷に影響を及ぼす周速比 $\lambda=6$ においては、周期比率を変化させると、振幅および周期に若干のの違いが見られる。これはロータ回転角速度一定の下では、 C_p はロータ翼に働く負荷の周方向成分によるものであり、 $C_{D, axis}$ はロータ翼に働く負荷の軸方向成分によるものであるためである。

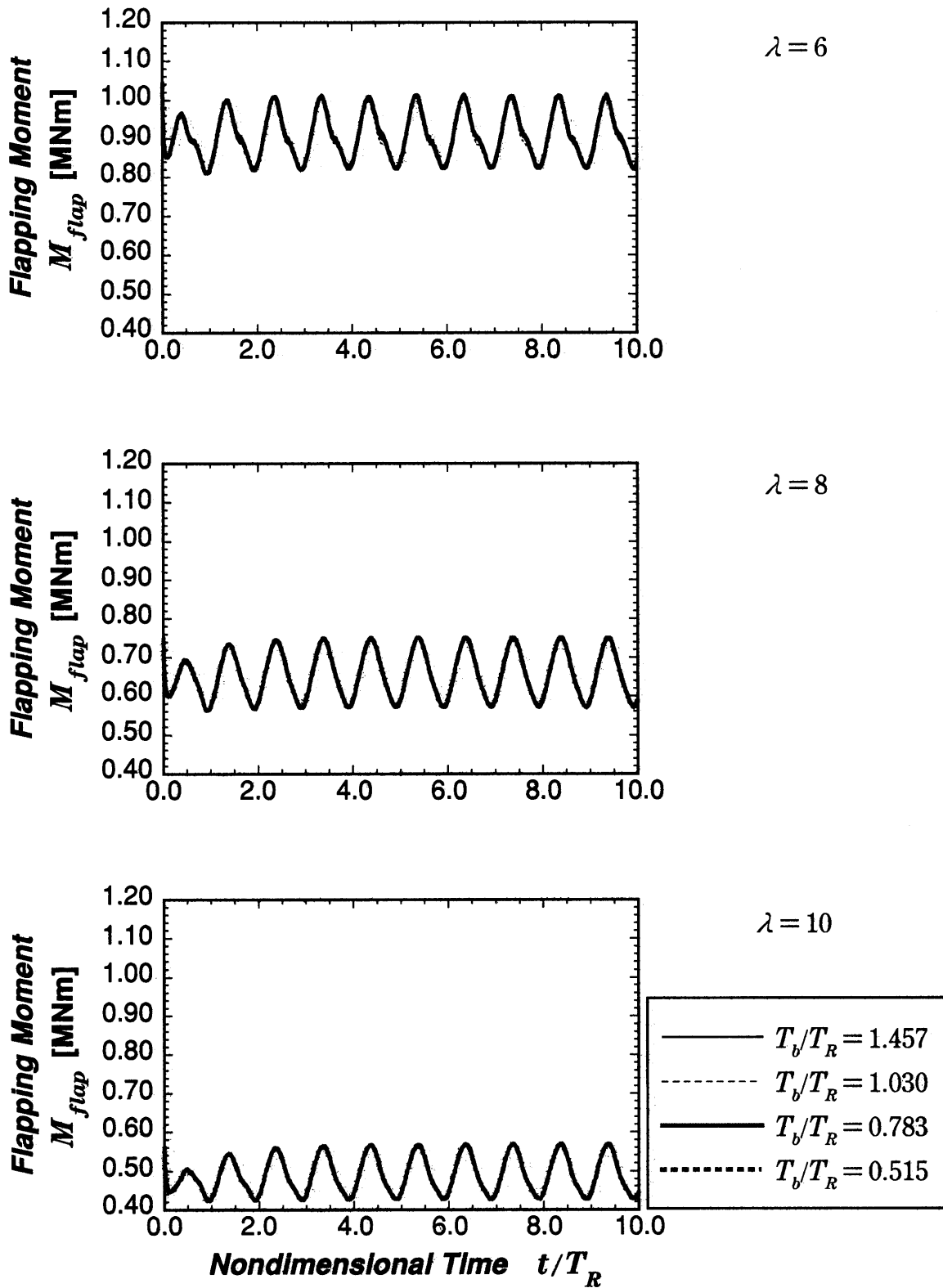


Figure 7-17 Fluctuation of Flapwise Moment M_{flap}

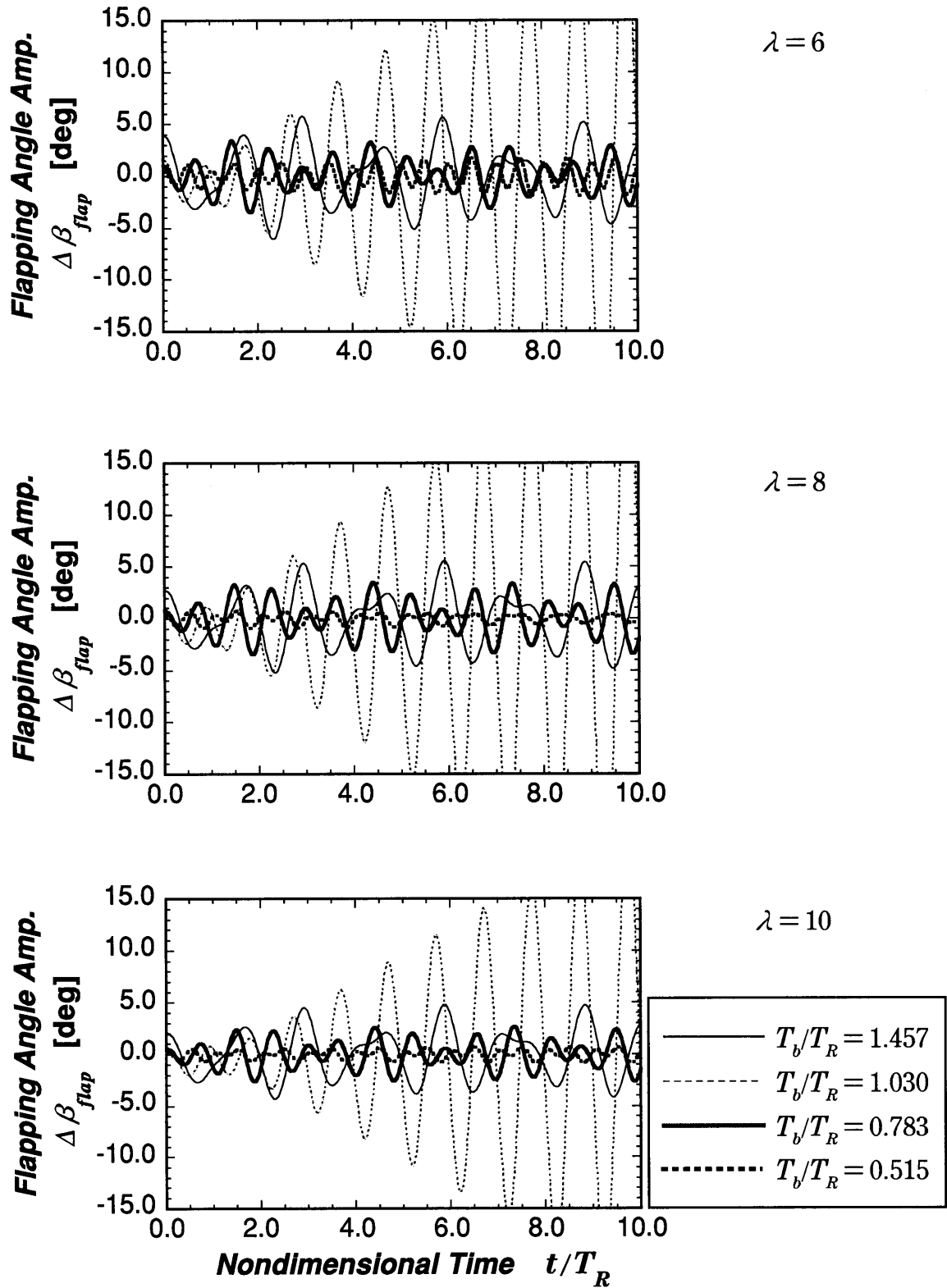


Figure 7-18 Fluctuation Amplitude of Flapping Angle $\Delta\beta_{flap}$

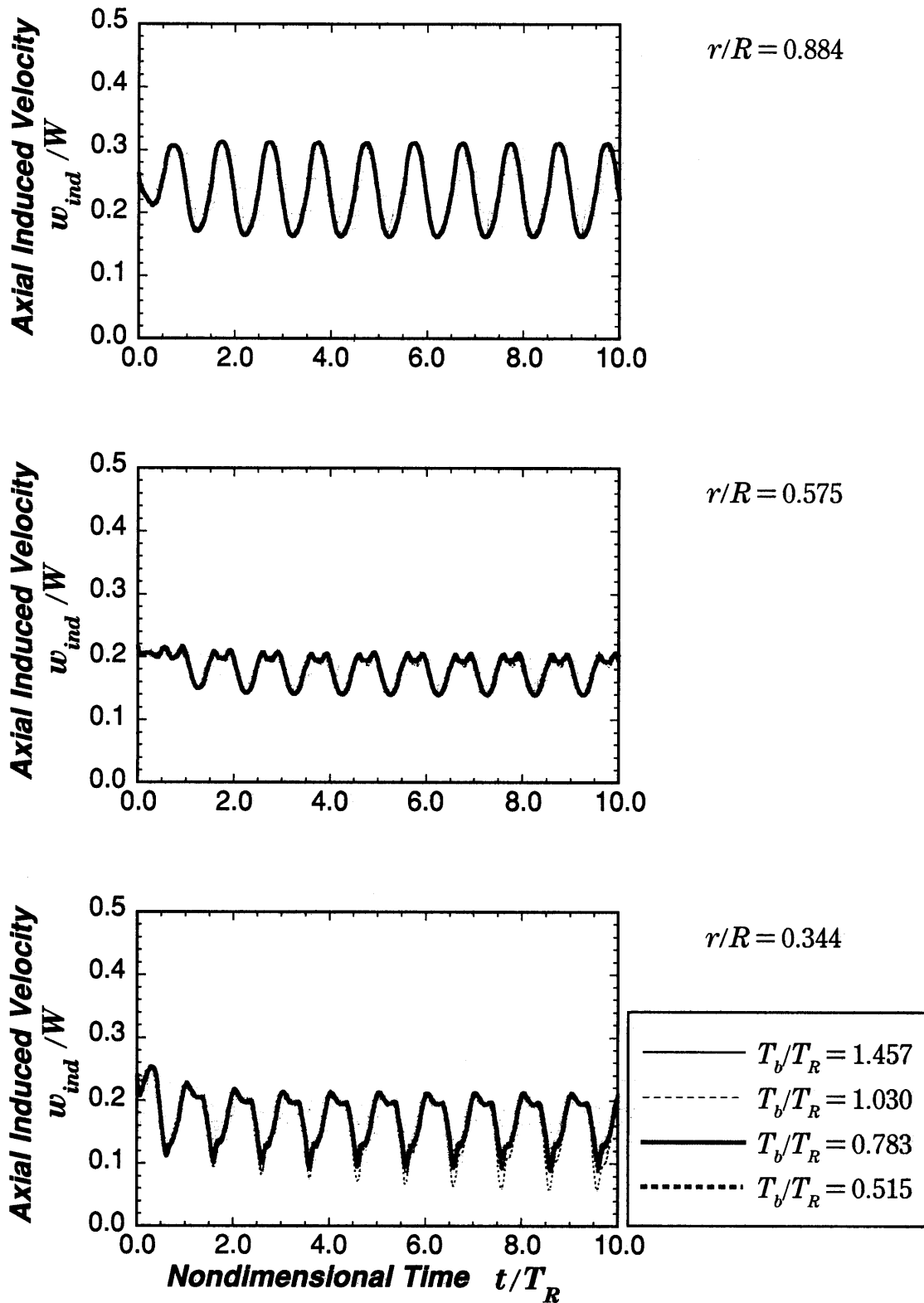


Figure 7-19(a) Fluctuation of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 6$)

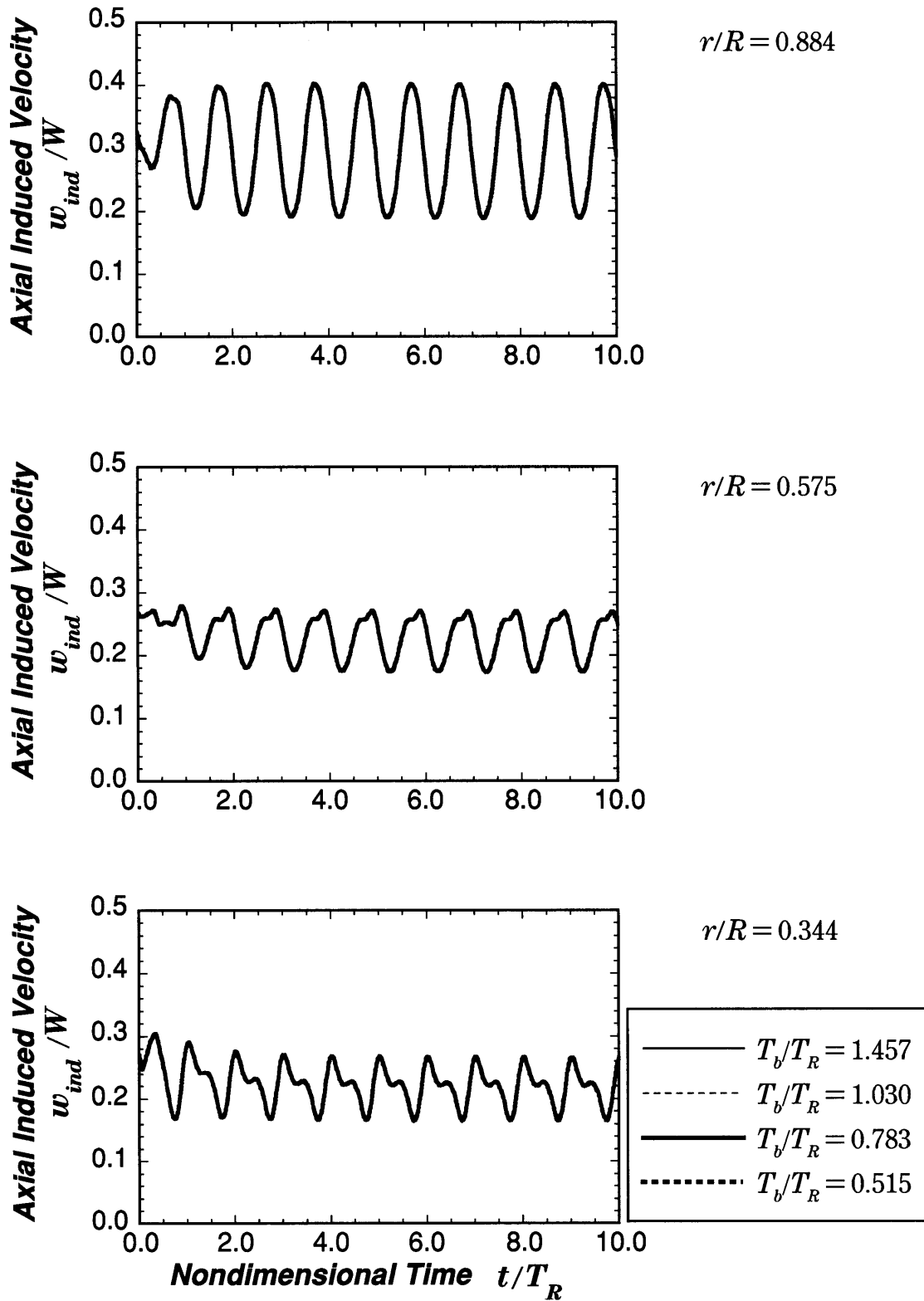


Figure 7-19(b) Fluctuation of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 8$)

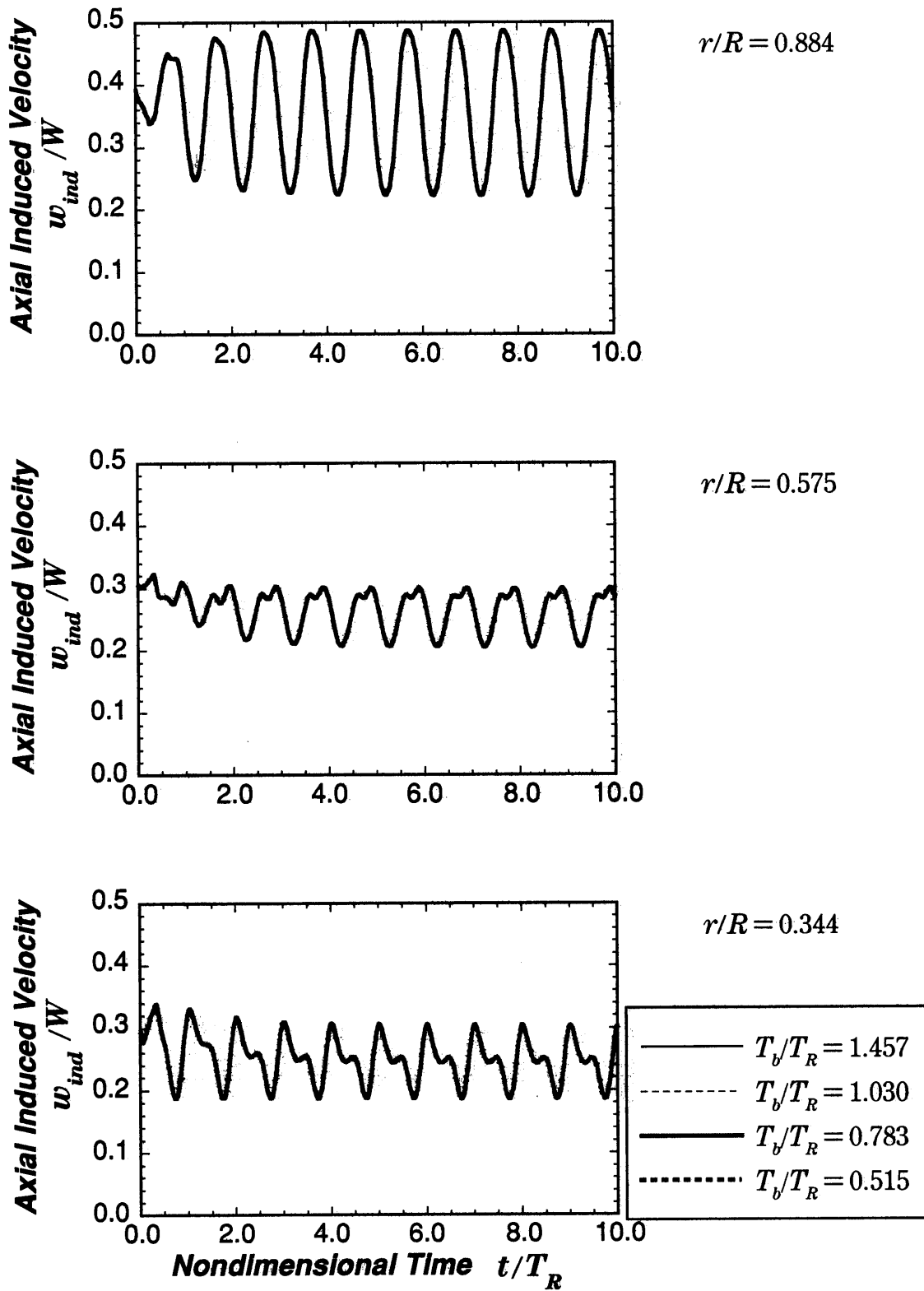


Figure 7-19(c) Fluctuation of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 10$)

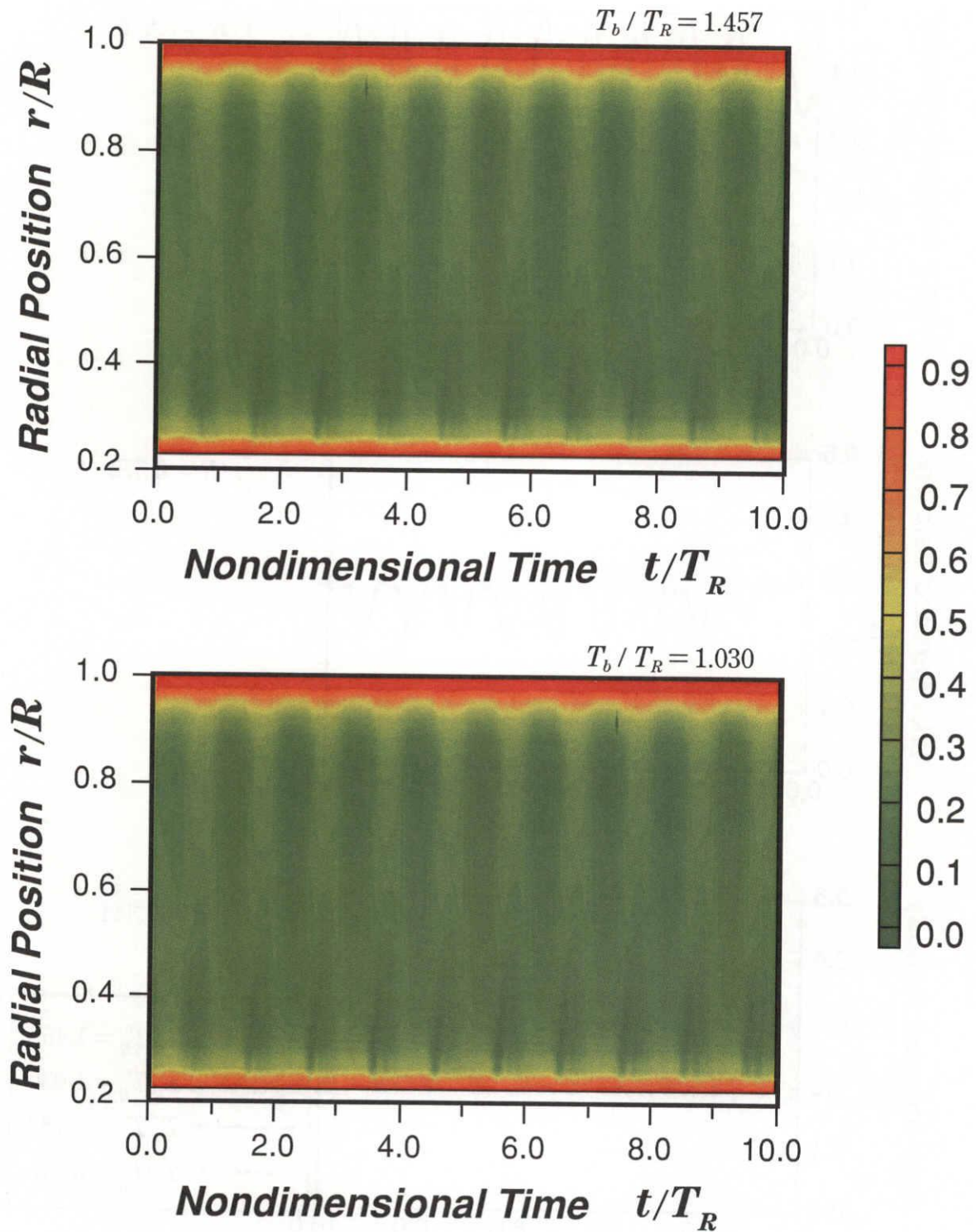


Figure 7-20(a1) Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 6$)

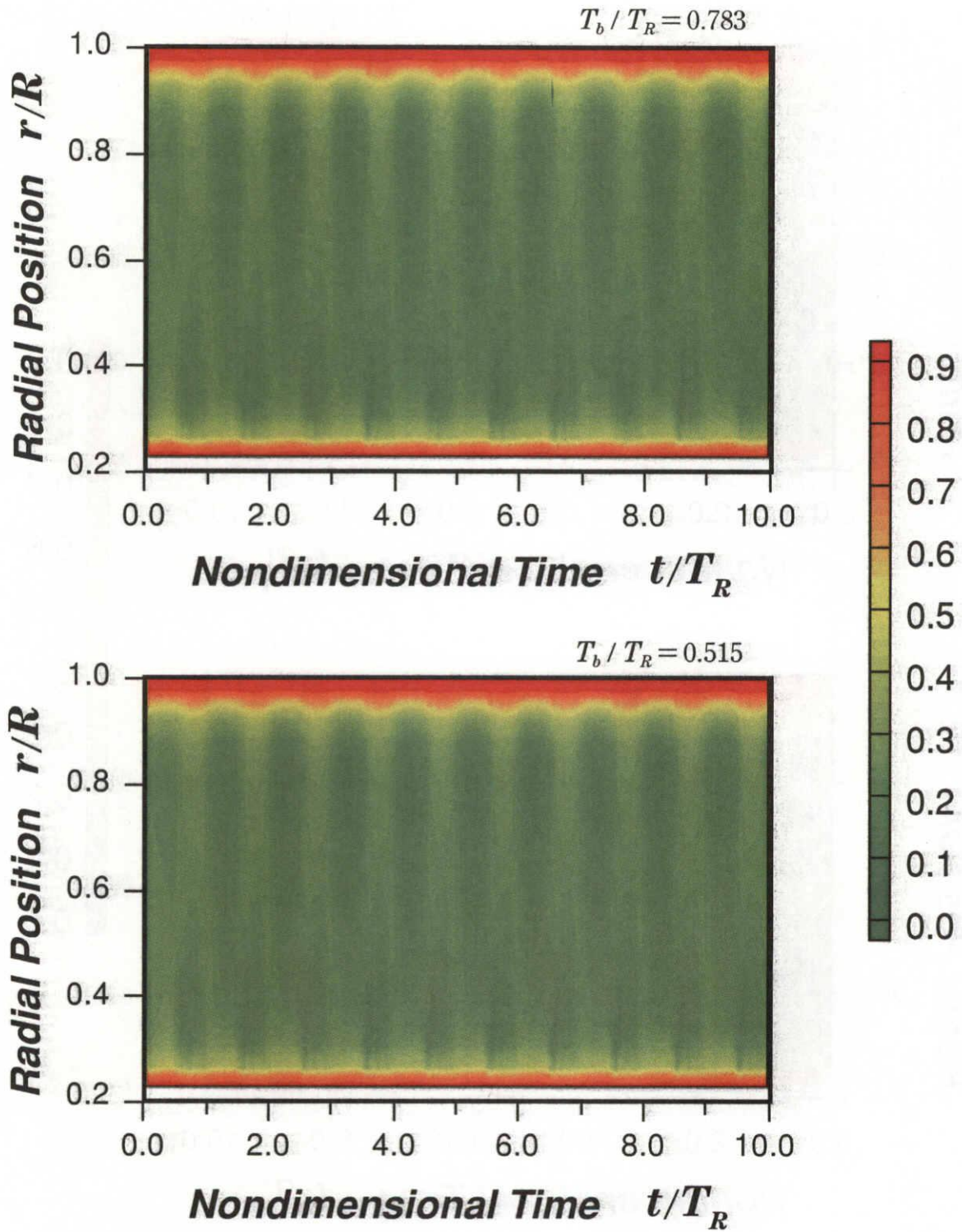


Figure 7-20(a2) Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 6$)

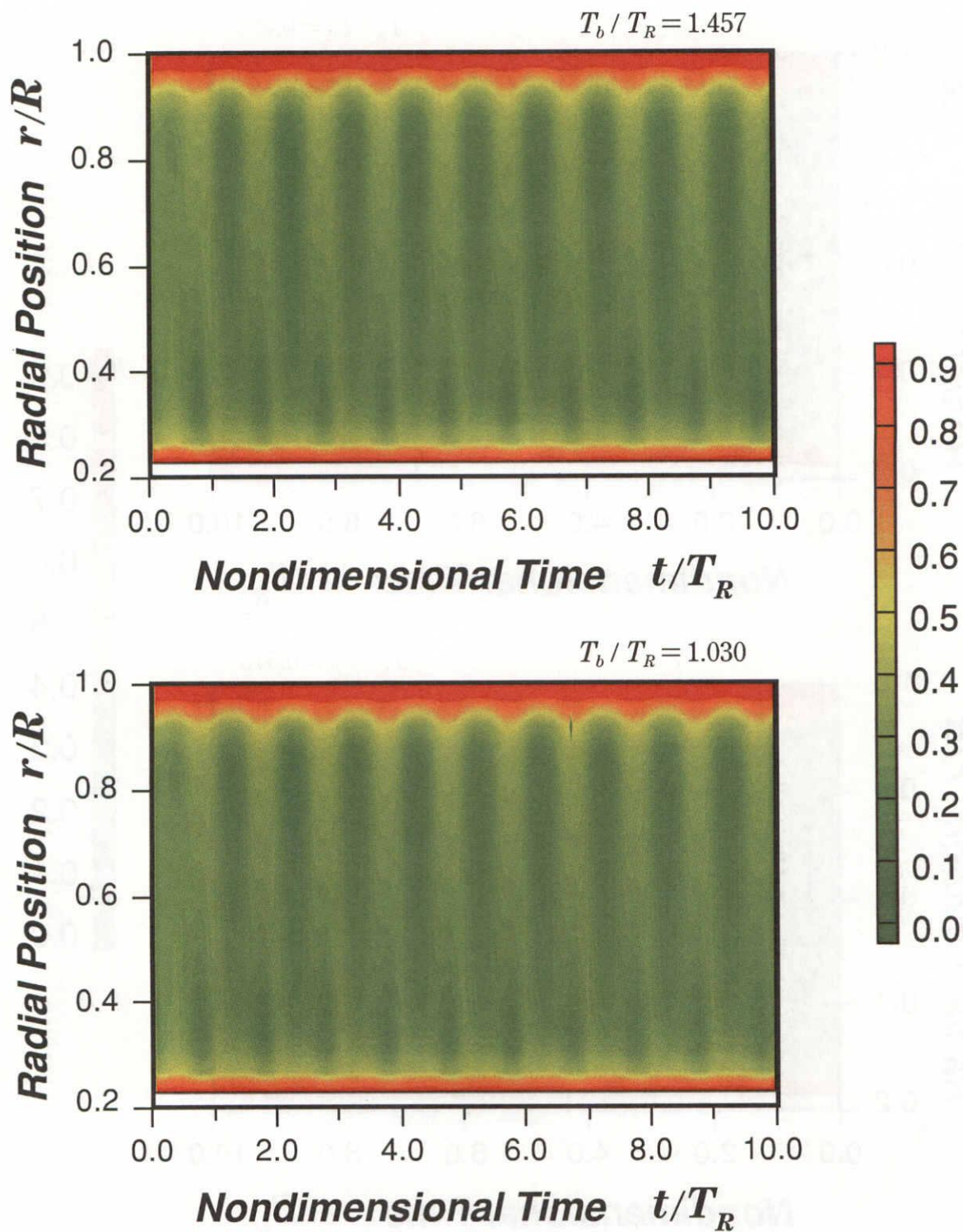


Figure 7-20(b1) Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 8$)

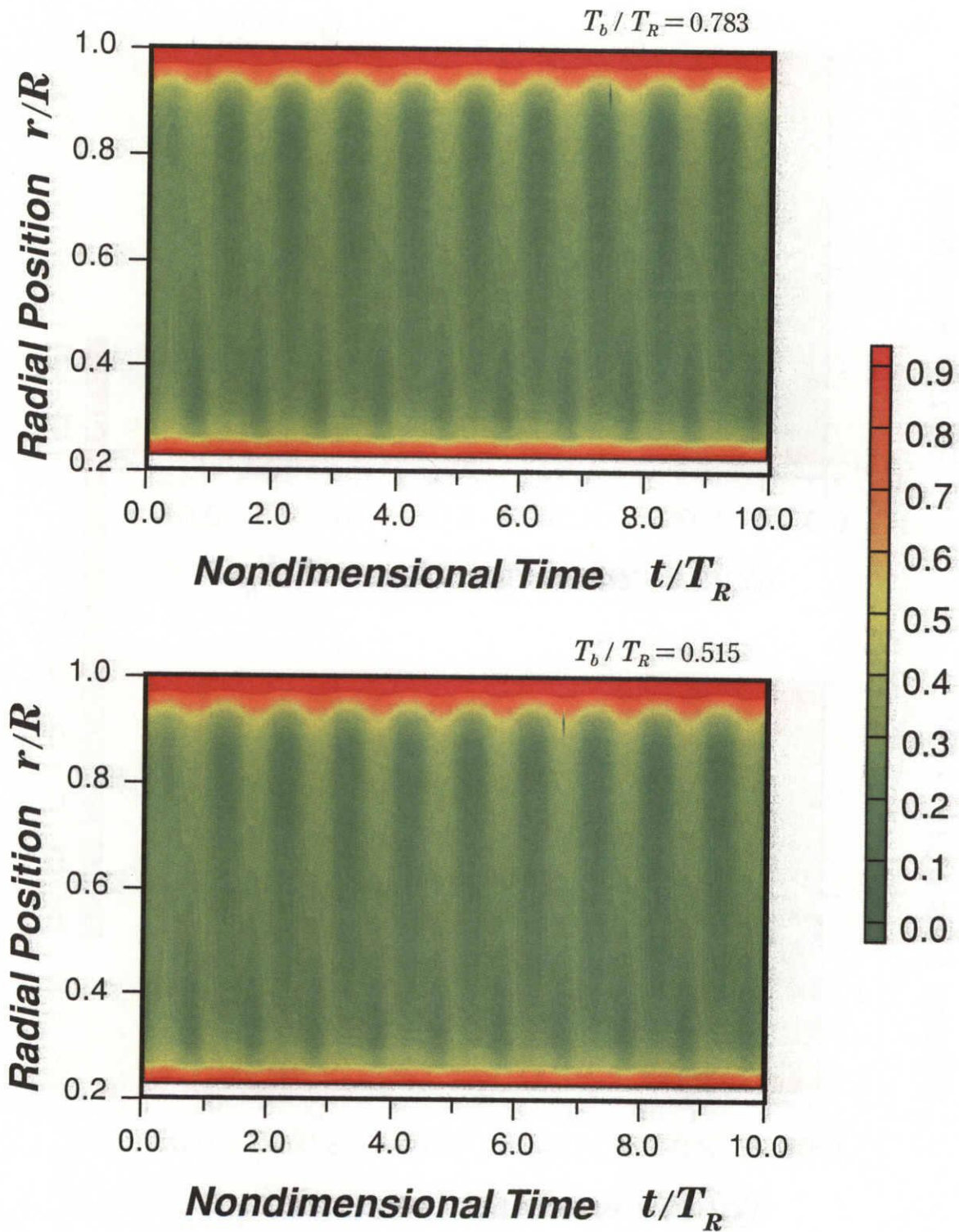


Figure 7-20(b2) Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 8$)

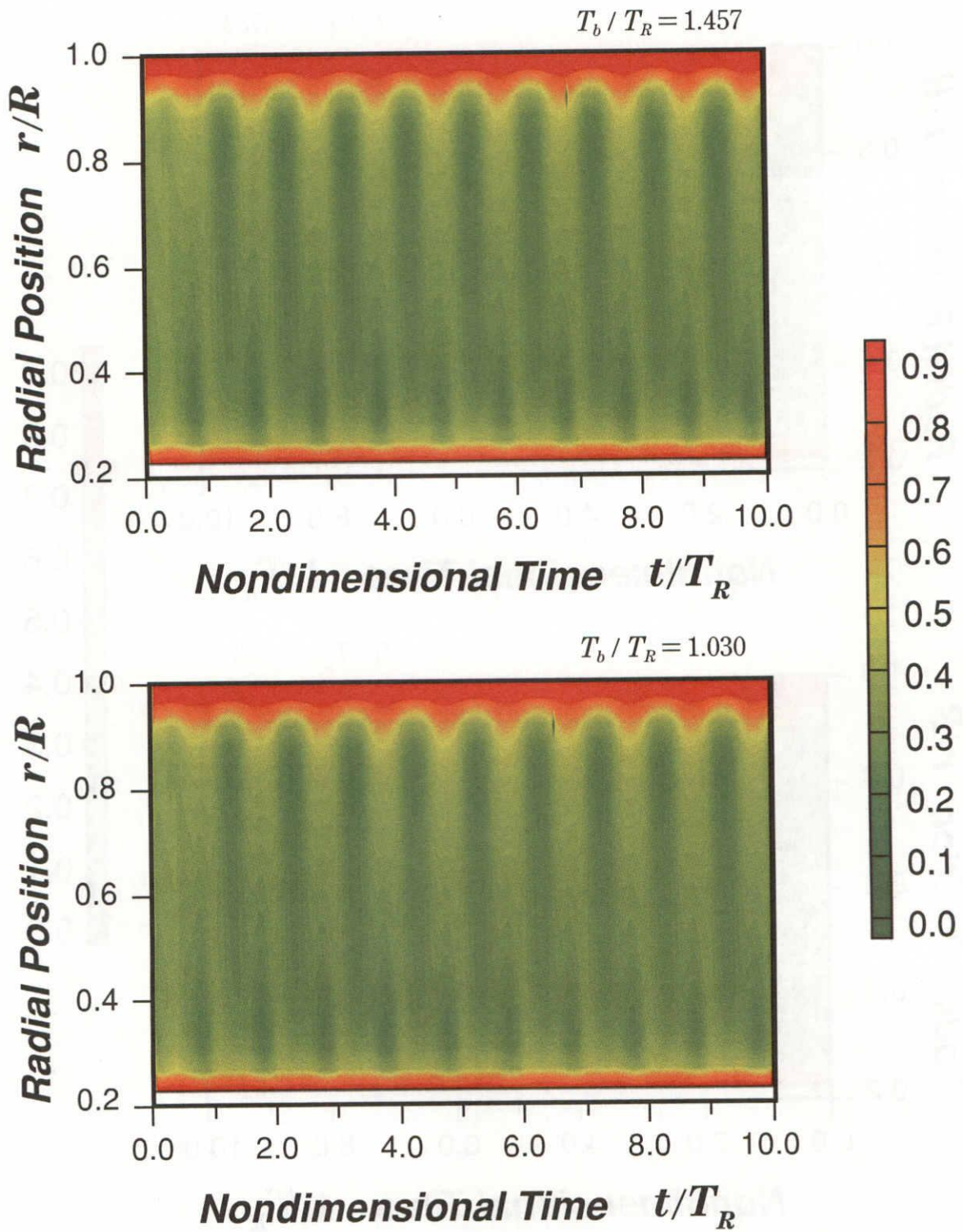


Figure 7–20(c1) Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 10$)

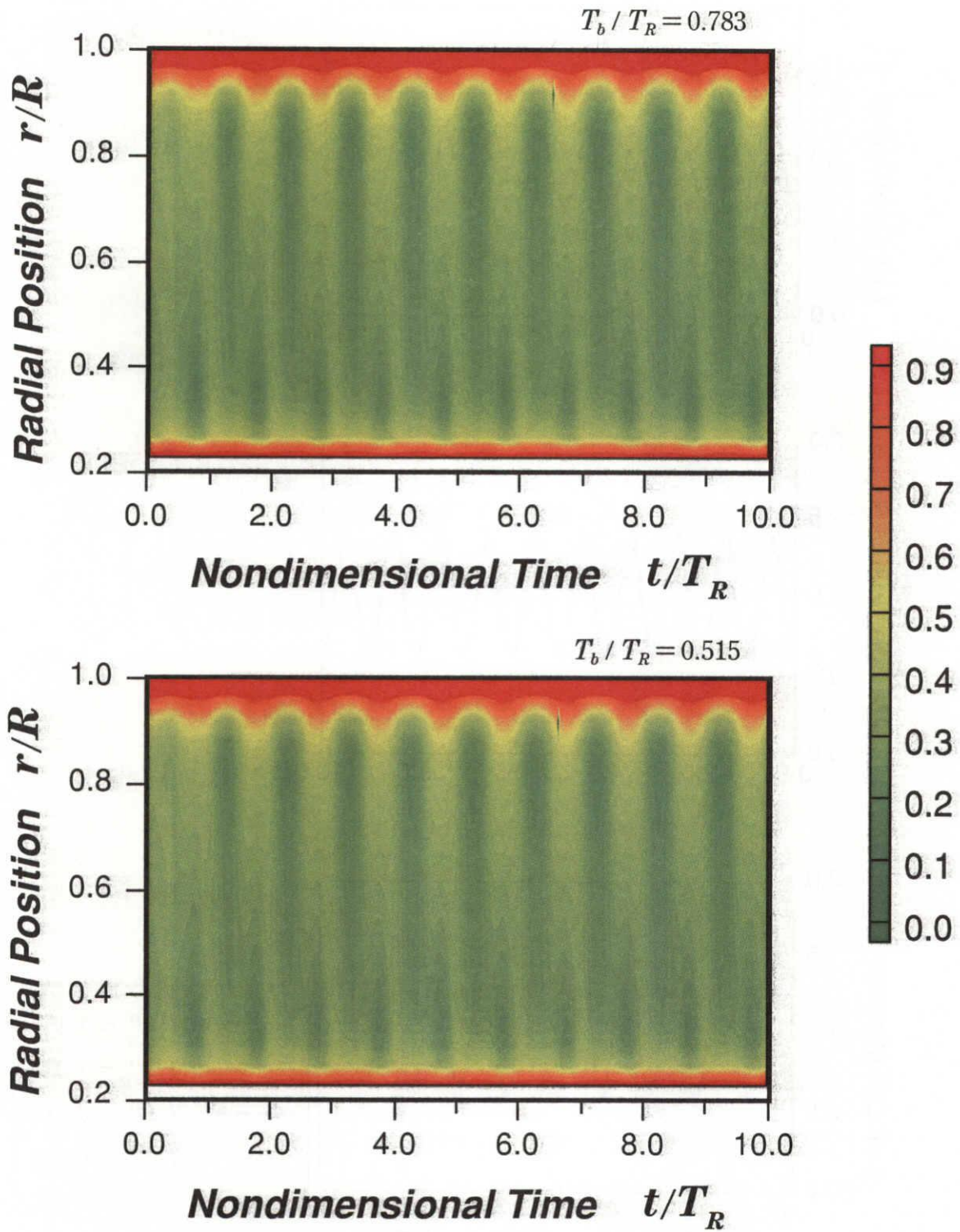


Figure 7-20(c2) Distribution of Axial Induced Velocity w_{ind} / W ($\lambda = 10$)

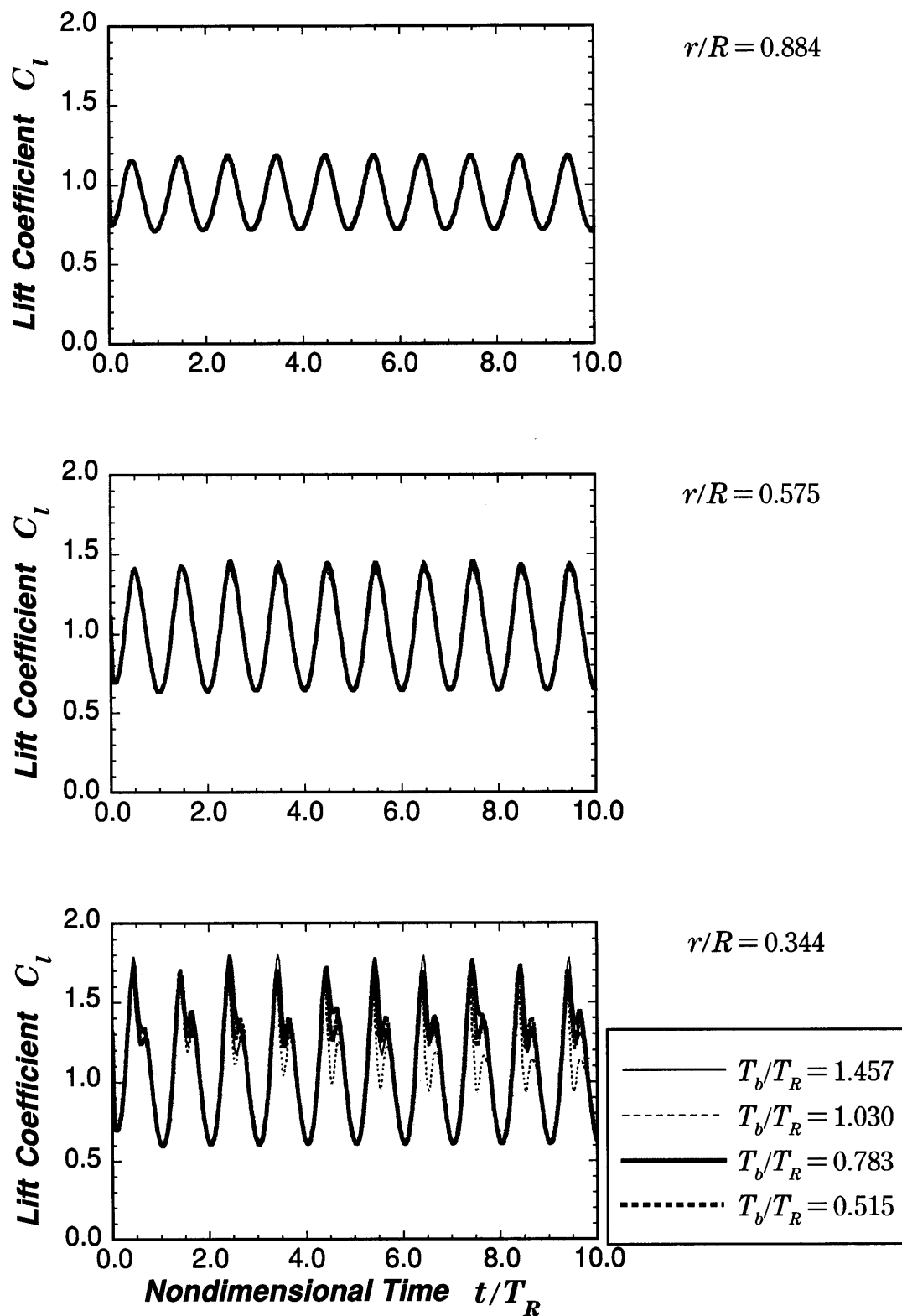


Figure 7-21(a) Fluctuation of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 6$)

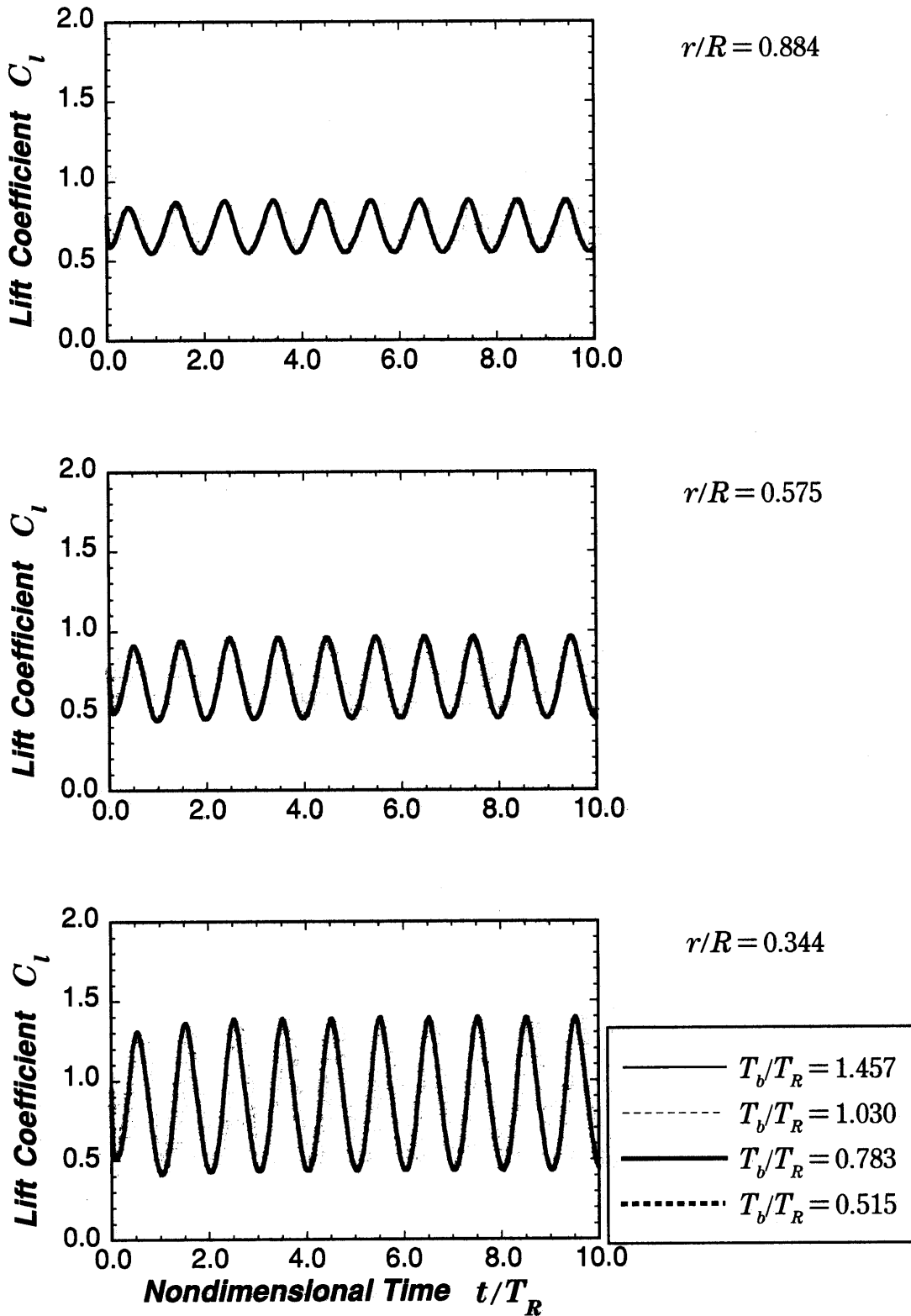


Figure 7-21(b) Fluctuation of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 8$)

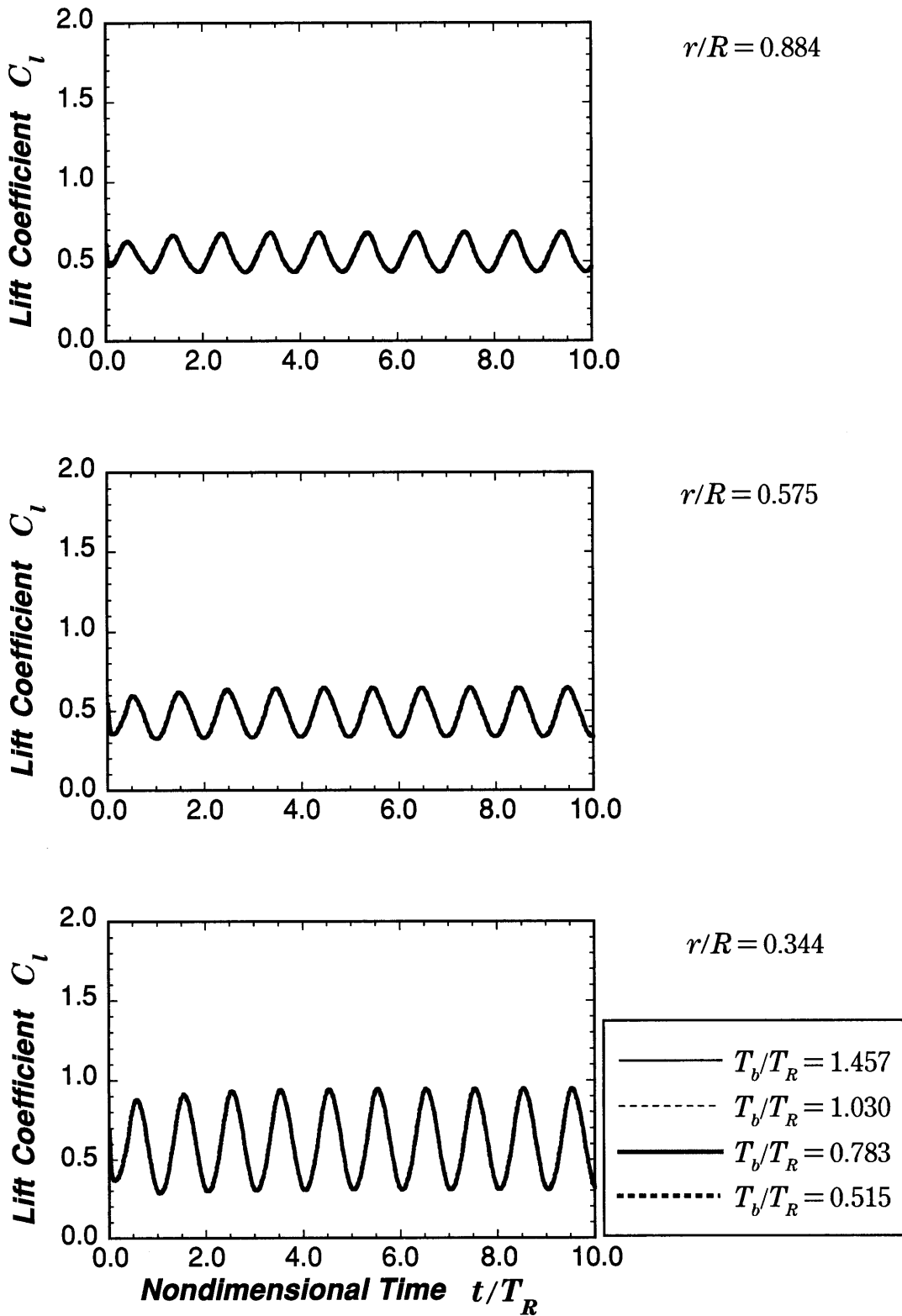


Figure 7-21(c) Fluctuation of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 10$)

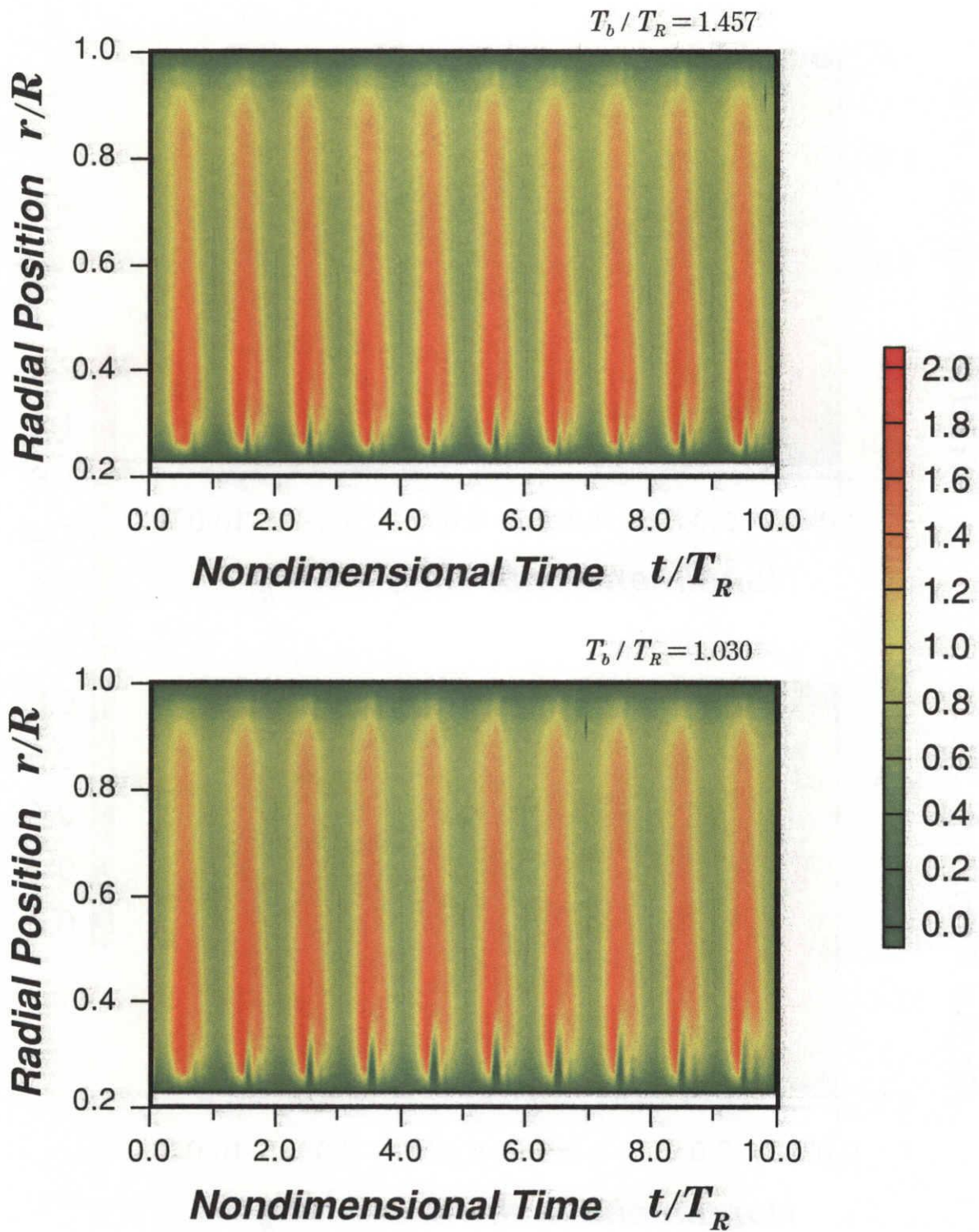


Figure 7-22(a1) Distribution of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 6$)

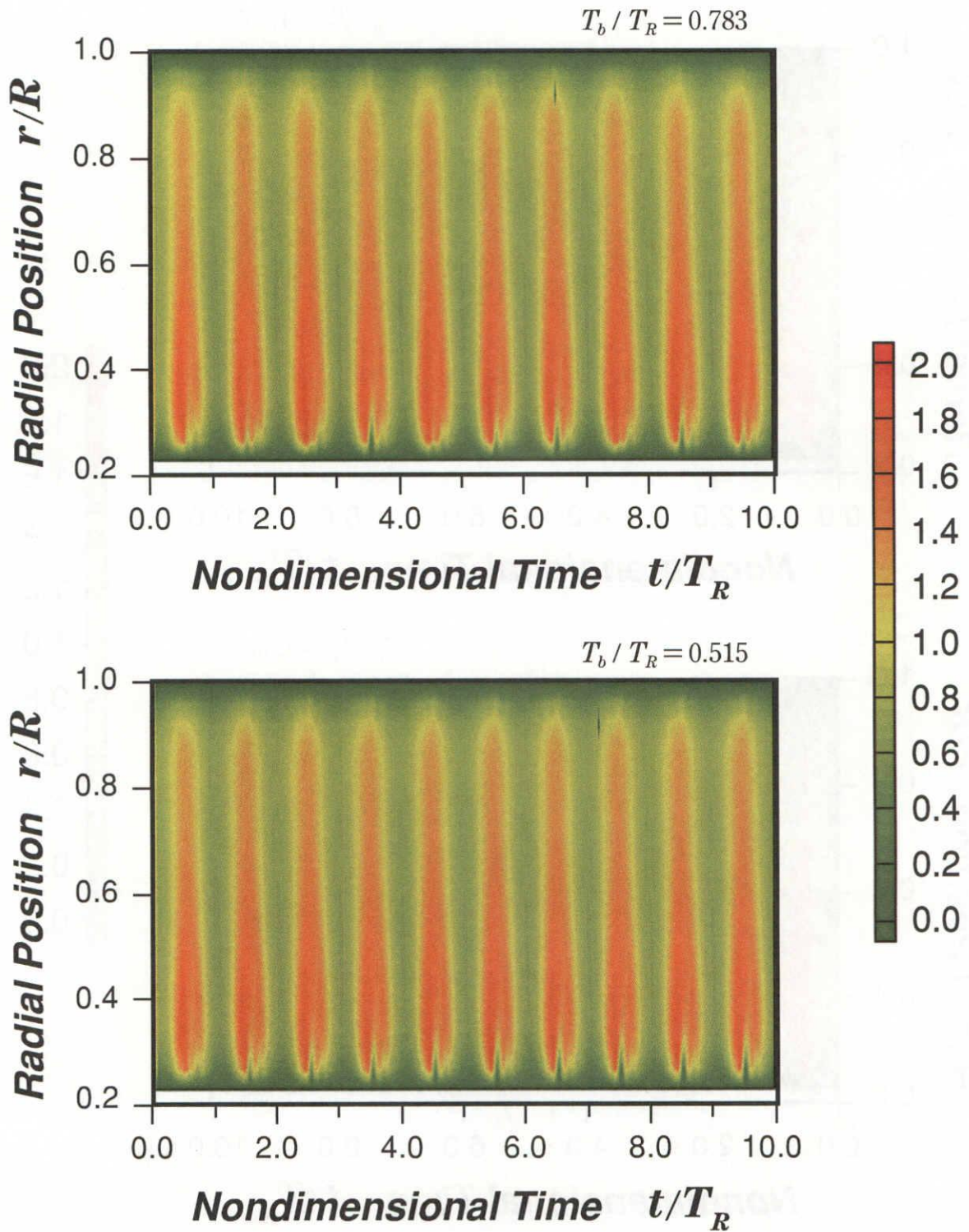


Figure 7-22(a2) Distribution of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 6$)

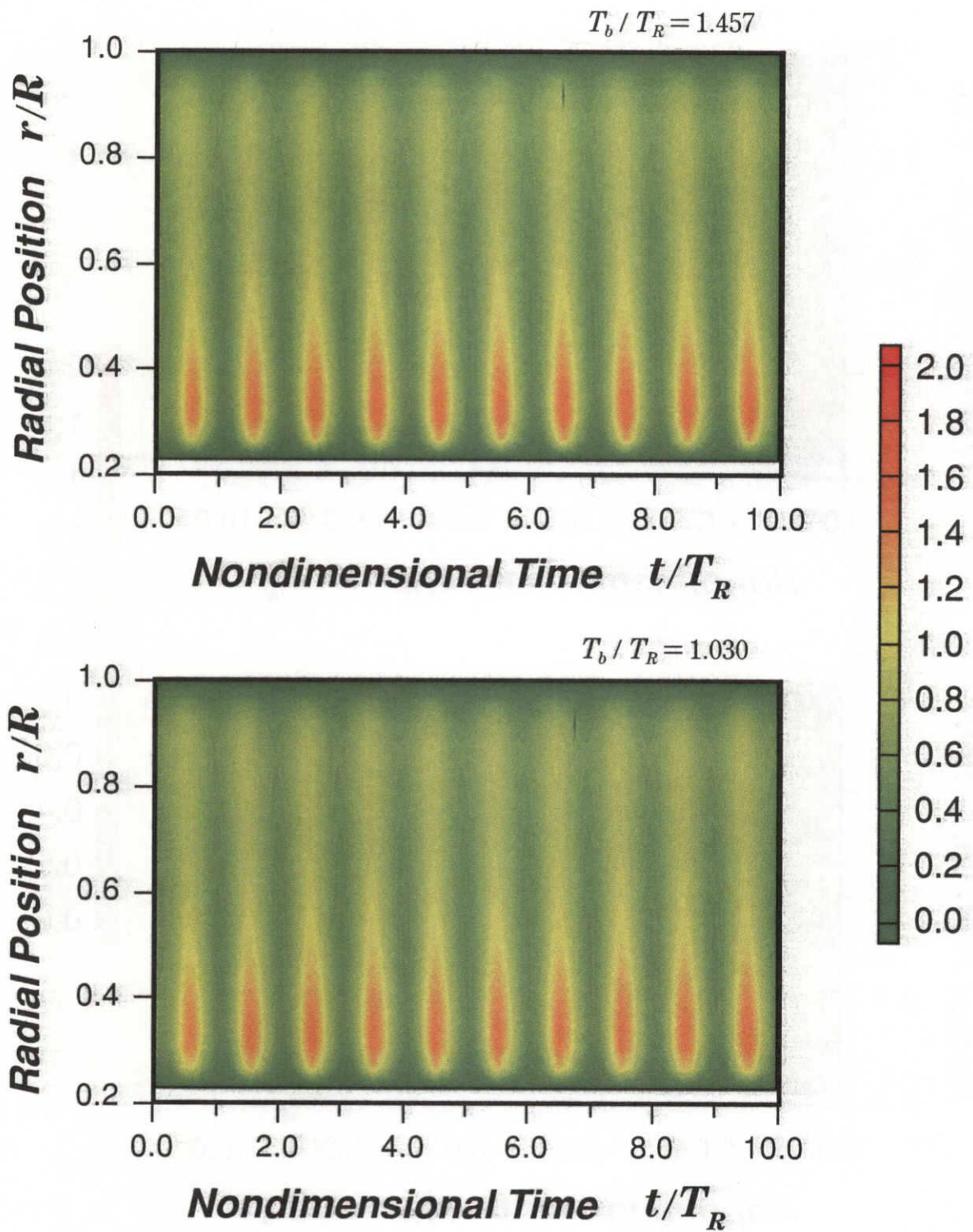


Figure 7-22(b1) Distribution of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 8$)

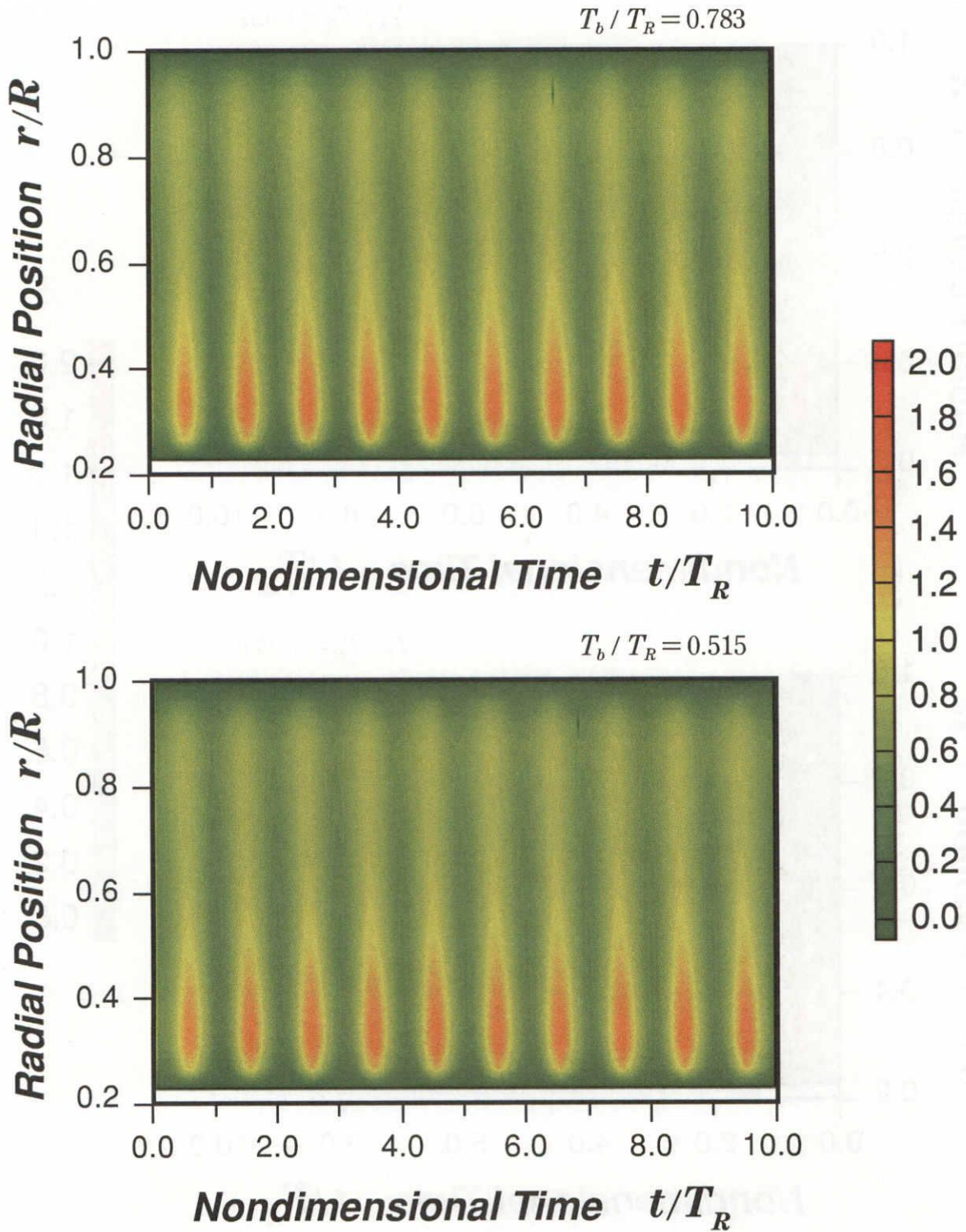


Figure 7-22(b2) Distribution of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 8$)

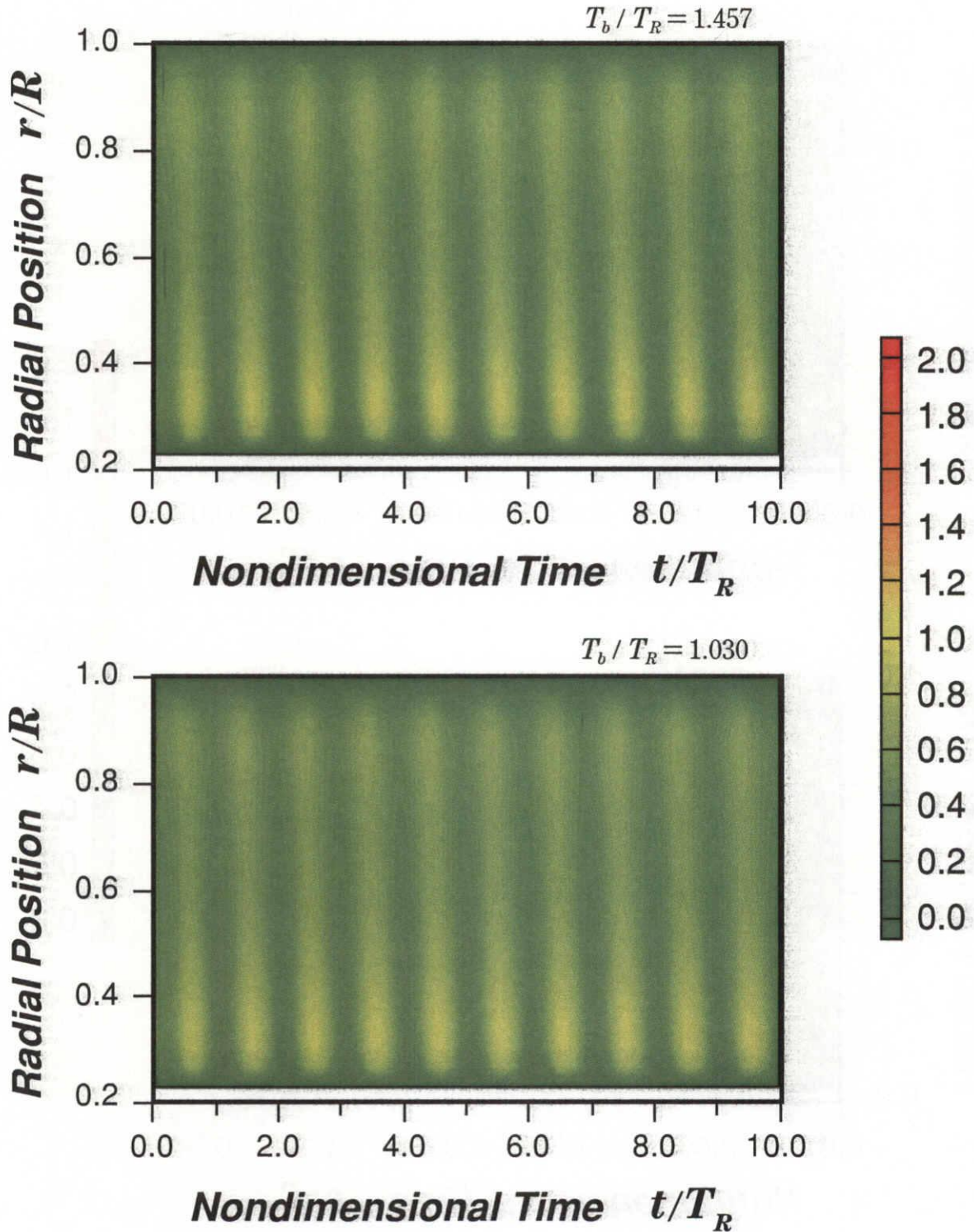


Figure 7-22(c1) Distribution of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 10$)

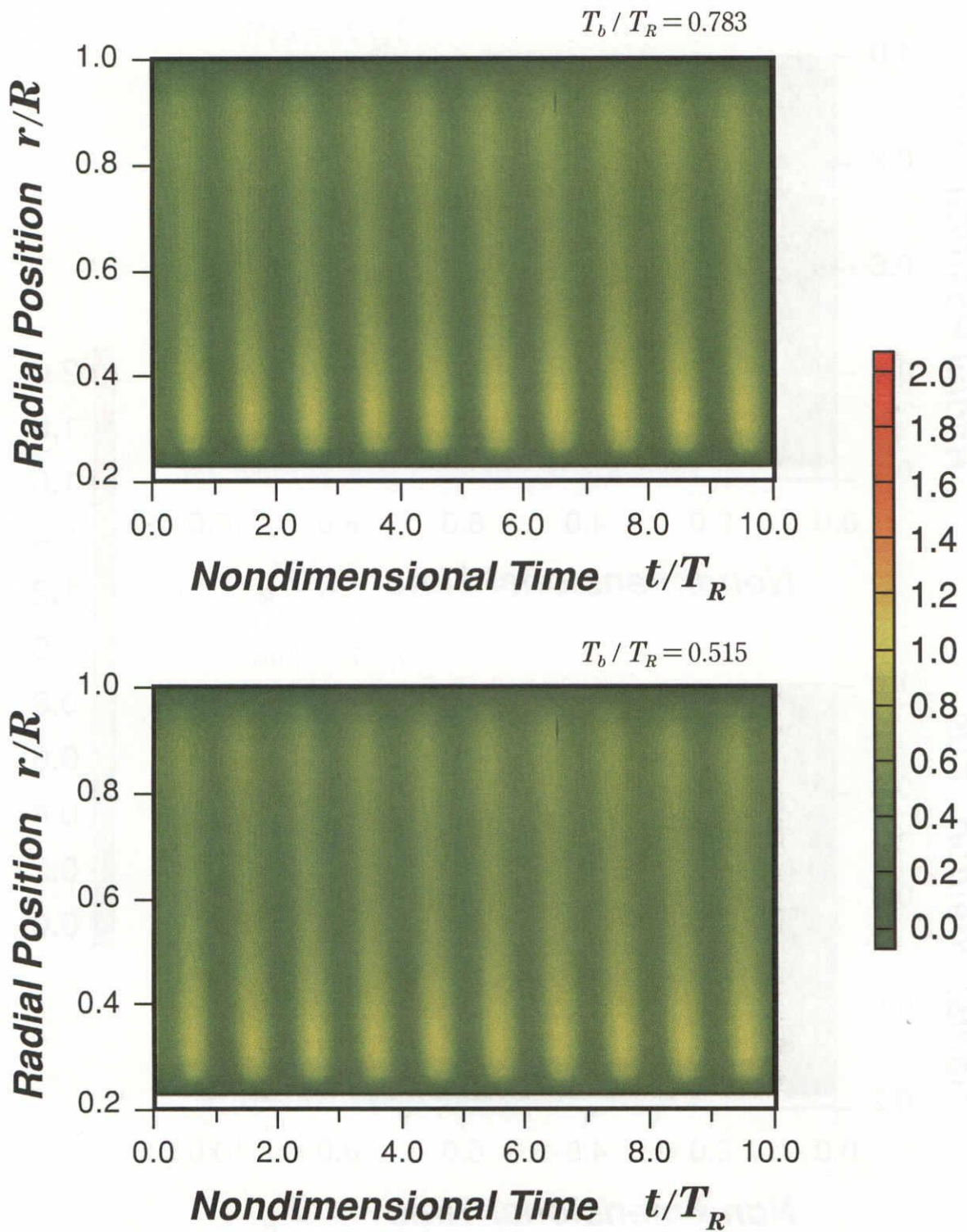


Figure 7-22(c2) Distribution of Lift Coefficient C_l ($\lambda = 10$)

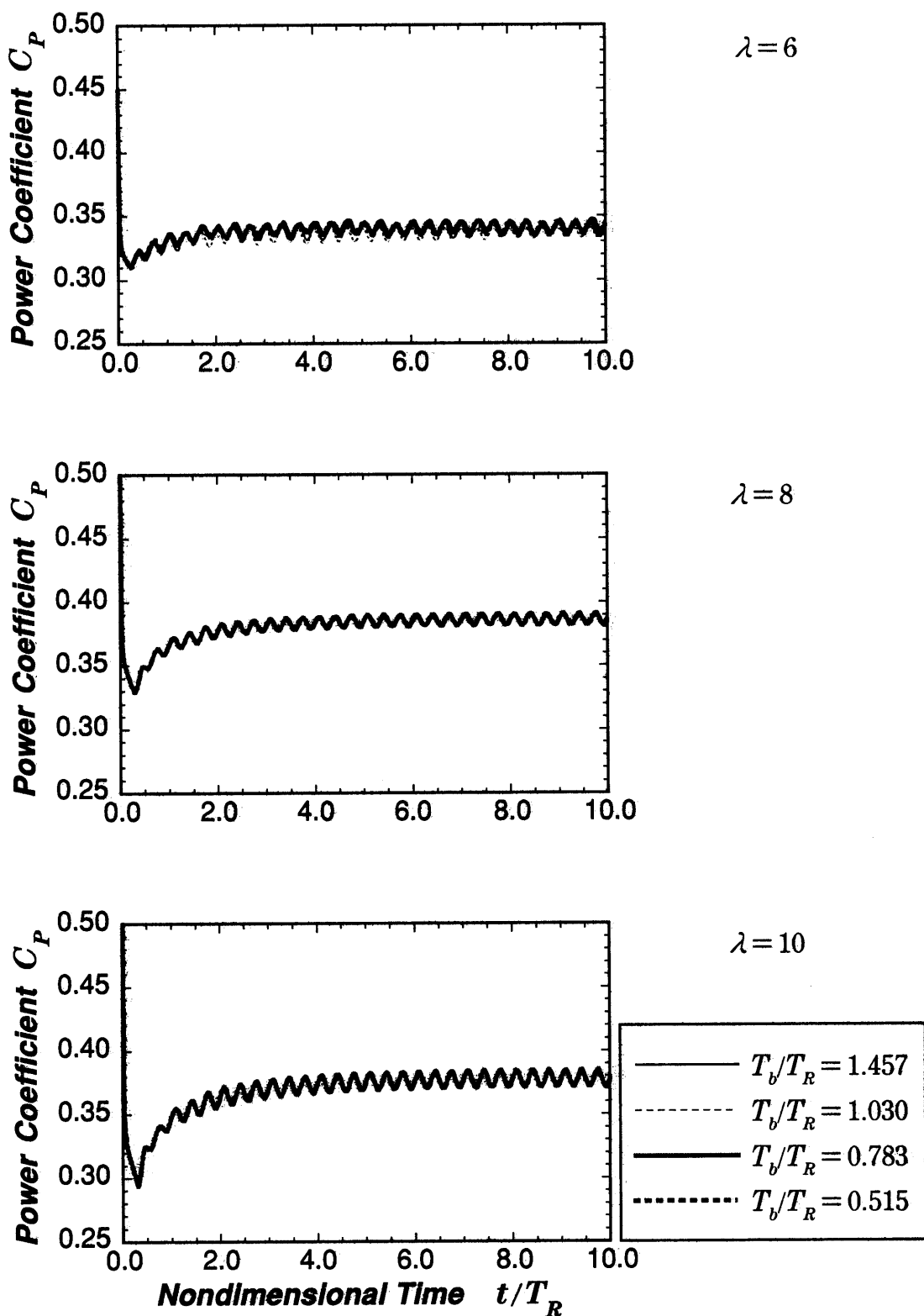


Figure 7-23 Fluctuation of Power Coefficient C_p

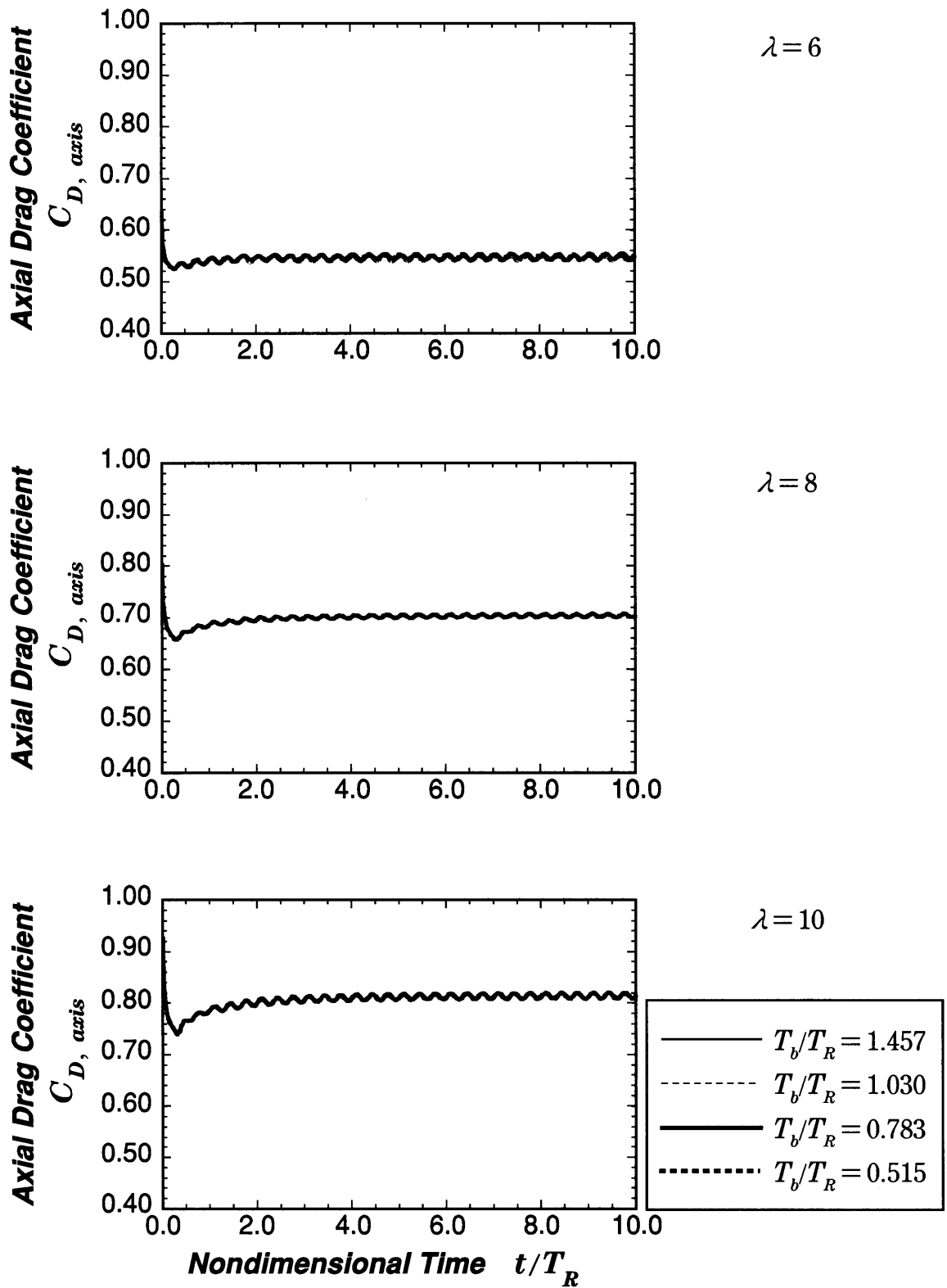


Figure 7-24 Fluctuation of Axial Drag Coefficient $C_{D, axis}$

7.4 一様流入風に対するタワーの影響

7.4.1 揚力係数分布

一様な流入風がロータ回転面に対して正面から流入した場合における、揚力係数分布へのタワーの影響について調べた。ロータ面とタワーの中心軸との間の距離を $\Delta z/r_{tower}=2.5, 3.0, 3.5$ の3条件として、計算された局所揚力係数 c_l を図 7-25 に示す。運転条件は周速比 $\lambda=8$ ($W_{hub}=8.8$ [m/s]) としている。翼がタワーの前面に入るアジマス角 $\psi=180$ [deg] においてタワーの影響が強く現れ、揚力係数は低下している。局所揚力係数に対するタワーの影響を詳しく見るために、タワーなしで計算された局所揚力分布との差 Δc_l を図 7-26 に示す。タワーの影響による揚力係数の低下は $\Delta z/r_{tower}$ が小さいほど大きい。タワーの前面に入る前の領域においては風がタワーを回りこむために生じる増速のため揚力係数は上昇している。また、タワーの前面通過後の揚力係数の回復は遅い。

渦理論の立場では、誘導速度の生じる要因はロータ翼に付随する渦系によって説明される。図 5-1 に示したように、後流中に含まれる渦には束縛渦 (bound vortex)、随伴渦 (trailing vortex)、流出渦 (shed vortex) がある。束縛渦は翼周りの循環量に比例し、縦渦とも呼ばれる随伴渦は束縛渦の局所における翼幅方向勾配に応じて後流へ放出される。流出渦は束縛渦の時間微分量に対応しており、非定常条件下で発生する。

翼がタワーの前面を通過する際のように急激に循環量に変化する場合には流出渦が発生し、大きな影響を与えると考えられる。翼がタワー前面に入る際に発生する流出渦は誘導速度を小さくする向きに働く。この流出渦は周速度の小さい翼根側において特に顕著に影響し、タワー前面における誘導速度を小さくする。その結果、翼根側では揚力係数の低下が抑えられる。

7.4.2 迎角と揚力係数の関係

流出渦の影響は迎角と揚力係数のヒステリシスとしてみることができる。ロータ面とタワーの中心軸との間の距離を $\Delta z/r_{tower}=2.5, 3.0, 3.5$ の3条件でにおける、翼根側 ($r/R=$

0.34) と翼端側 ($r/R=0.88$) での迎角と揚力係数の関係をアジマス角 $2[\text{deg}]$ ごとにプロットしたものを図 7-27, 7-28 に示す. タワー前面への接近とともに迎角は減少し, 同時に揚力係数も低下するが, この変化率 $\Delta C_l/\Delta\alpha$ は流出渦の影響により 2次元翼型空力特性の揚力傾斜 $a=0.10304$ よりも小さくなる. その後はタワー前面から離脱するとともに迎角は上昇するが, 迎角に対して揚力係数が高い状態であるため, 揚力係数の回復は遅い. 翼根側と翼端側で比較すると, 周速度の小さい翼根側の方が流出渦との相対速度が小さいために, この傾向は顕著となる. また, $\Delta z/r_{tower}$ が小さい方が迎角の変化が急激となるため, 流出渦の影響を強く受けている.

流入風速の変化に対する影響を見るために $W_{hub}=11.7, 8.8, 7.0$ [m/s]での翼根側と翼端側での迎角と揚力係数の関係を図 7-29, 7-30 に示す. ロータ面とタワーの中心軸との距離は $\Delta z/r_{tower}=3.0$ としている. ここでは比較のために $\psi=0$ [deg]での迎角, 揚力係数を基準とし, そこからの変化分をプロットしている. 翼根側では, 流入風速が大きいほど迎角の変化に対する揚力係数の変化率 $\Delta C_l/\Delta\alpha$ が小さくなっていることが確認できる. 翼端側でも僅かながら変化率 $\Delta C_l/\Delta\alpha$ が小さくなっており, 流入風速の増加とともに流出渦の影響が大きくなると考えられる.

7.4.3 翼負荷

ロータ翼に働く局所空力負荷の軸方向成分を翼幅方向に渡って積分することにより, ロータ翼を下流方向に曲げるように働く翼根周りのモーメント, すなわちフラップ方向モーメント M_{fp} が求まる. ロータ面とタワーの中心軸との間の距離 $\Delta z/r_{tower}=2.5, 3.0, 3.5$ の3条件において計算された翼根 ($r/R=0$) におけるフラップ方向モーメント M_{fp} のロータ 1 回転分の変動を図 7-31 に示す. 運転条件は周速比 $\lambda=8$ ($W_{hub}=8.8$ [m/s]) としている. タワーの前面を翼が通過する際にフラップ方向モーメントは大きく減少している. また, $\Delta z/r_{tower}$ が小さいときには, タワーの前面に入る直前に流速増大に伴うフラップ方向モーメントの上昇が見られる.

翼の疲労負荷を見積もる際には, このフラップ方向モーメントの変動振幅 ΔM_{fp} が重要となる. 流入風速 $W_{hub}=11.7, 8.8, 7.0$ [m/s]での, フラップ方向モーメントの変動振幅

ΔM_{flp} に対するロータ面とタワーの中心軸との間の距離 $\Delta z/r_{tower}$ の影響を図7-32に示す。計算結果の ΔM_{flp} はおよそ $(\Delta z/r_{tower})^{-1.65}$ に比例して減少しており、その近似曲線を計算結果と併せて図7-32中に共に示す。

フラップ方向モーメントの変動振幅について考察する。翼の迎角は流入風速におよそ比例し、揚力係数は迎角におよそ比例する。フラップ方向モーメントに大きく影響する翼端側では翼が受ける相対風速は周速度によるものが支配的であり、流入風速の変化は大きな影響を与えない。従って、フラップ方向モーメントは流入風速におよそ比例すると考えられる。この関係はフラップ方向モーメントと流入風速の関係を示した図7-4においても確認できる。また、タワーの影響を一様流中の円柱による影響として単純化すると、タワー上流での流速の減速量は $(\Delta z/r_{tower})^{-2}$ に比例する。これらの関係を用いて、タワー上流での減速によるフラップ方向モーメントの変動 ΔM_{flp0} は以下の式で見積もることができる。

$$\Delta M_{flp0} = a_m \times W_{hub} \times (\Delta z/r_{tower})^{-2} \quad (7-3)$$

ここで a_m はフラップ方向モーメントの流入風速に対する勾配であり、図7-4より、およそ $a_m = 70$ [kNm/(m/s)] となる。ただし、図7-4は翼根部近傍 ($r/R=0.09$) でのフラップ方向モーメントを扱っており、翼根 ($r/R=0$) でのフラップ方向モーメントではなく、さらに遠心力の影響を考慮して9%減じた値であることから、ここでは $a_m = 89$ [kNm/(m/s)] とした。図7-33に本研究による計算結果と式(7-3)による見積もりとの比 $\Delta M_{flp}/\Delta M_{flp0}$ をプロットした。全体的に1よりも小さな値を持っているのはロータ面の影響を受けたタワーの圧力場は一様流中の円柱による圧力場よりも弱いため、タワー上流での減速量が小さいためと考えられる。また、ロータ面とタワー中心軸との距離が小さい、あるいは、流入風速が大きいときに $\Delta M_{flp}/\Delta M_{flp0}$ が小さくなっている。これは流出渦の影響によるフラップ方向モーメントの変動振幅を減少させる効果が強く現れているためと考えられる。

7.4.4 パワ係数

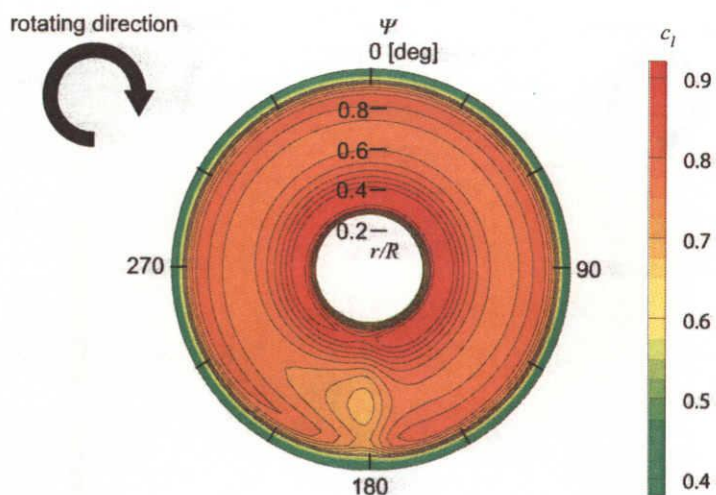
ロータ面とタワーの中心軸との間の距離 $\Delta z/r_{tower}=2.5, 3.0, 3.5$ の3条件において計算されたパワ係数 C_p のロータ1回転分の変動を図7-34に示す。運転条件は周速比 $\lambda=8$ ($W_{hub}=8.8$ [m/s])としている。パワ係数もフラップ方向モーメントと同様に翼がタワーの前面を通過する際に大きく低下する。ロータ面とタワーの中心軸との間の距離 $\Delta z/r_{tower}$ が小さいほどパワ係数の変動幅は大きく、逆に $\Delta z/r_{tower}$ が大きいほど広い範囲にタワーの影響が及んでいる。

流入風速 $W_{hub}=11.7, 8.8, 7.0$ [m/s]での、パワ係数の変動振幅 ΔC_p に対するロータ面とタワーの中心軸との間の距離 $\Delta z/r_{tower}$ の影響を図7-35に示す。計算結果の ΔC_p はおよそ $(\Delta z/r_{tower})^2$ に比例して減少しており、その近似曲線を図7-35に共に示す。

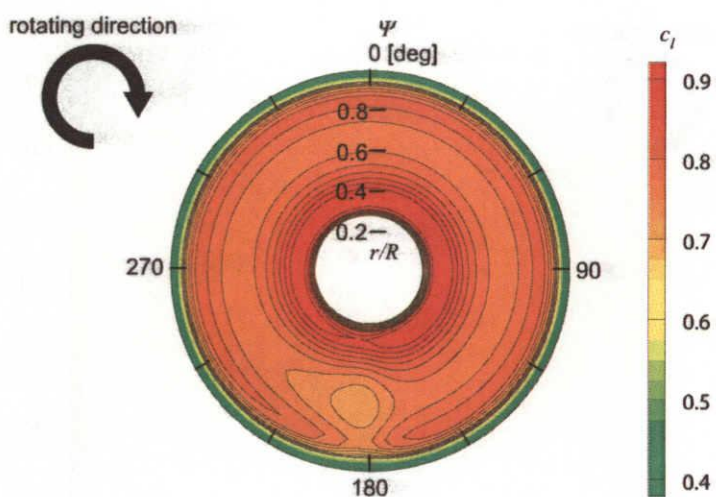
前節と同様にパワ係数の変動振幅 ΔC_p を見積もる。流体エネルギーは流速の3乗で表されること、タワー上流での流速の減速量は $(\Delta z/r_{tower})^2$ に比例すること、風車の翼枚数は3枚であることを考慮しパワ係数の変動振幅を見積もると以下のようなになる。

$$\Delta C_{p0} = \frac{1}{3} C_p \left[1 - \left\{ 1 - (\Delta z/r_{tower})^2 \right\}^3 a_{cp} \right] \quad (7-4)$$

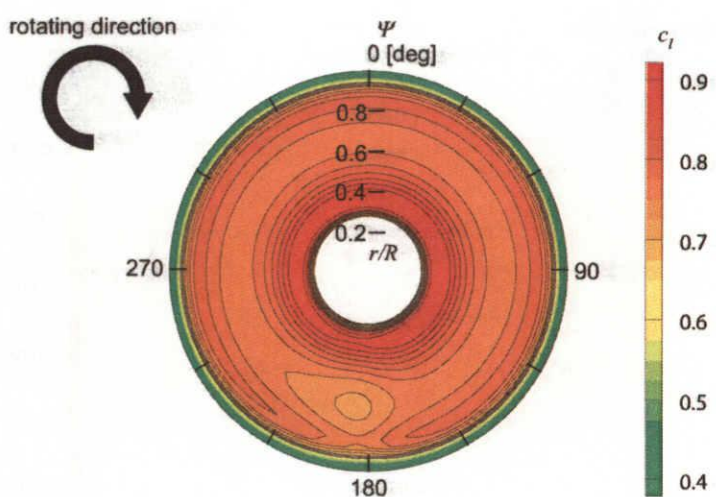
ここで、 a_{cp} とはタワーによる減速を受けた流速でのパワ係数とタワーの影響を受けない流速でのパワ係数の比である。図7-36に本研究による計算結果と式(7-4)による見積もりとの比 $\Delta C_p/\Delta C_{p0}$ をプロットした。流入風速が大きいほど $\Delta C_p/\Delta C_{p0}$ が小さいのは、流出渦の影響を強く受け、タワー前面での迎角の低下に伴う揚力係数の低下が軽減されているためと考えられる。また、 $\Delta z/r_{tower}$ が小さいときに $\Delta C_p/\Delta C_{p0}$ が大きくなるのは、 ΔC_{p0} では翼がタワー前面を通過する際のパワ係数の減少量のみを考えているのに対して、 ΔC_p は C_p の最大値と最小値の差であるため、 $\Delta z/r_{tower}$ が大きくなるほどタワーの影響は広範囲に及び最大値が減少していることが原因と考えられる。



(a) $\Delta z/r_{tower}=2.5$



(b) $\Delta z/r_{tower}=3.0$



(c) $\Delta z/r_{tower}=3.5$

Figure 7-25 Lift Coefficient Distribution
($W_{hub}=8.8$ [m/s], uniform inflow)

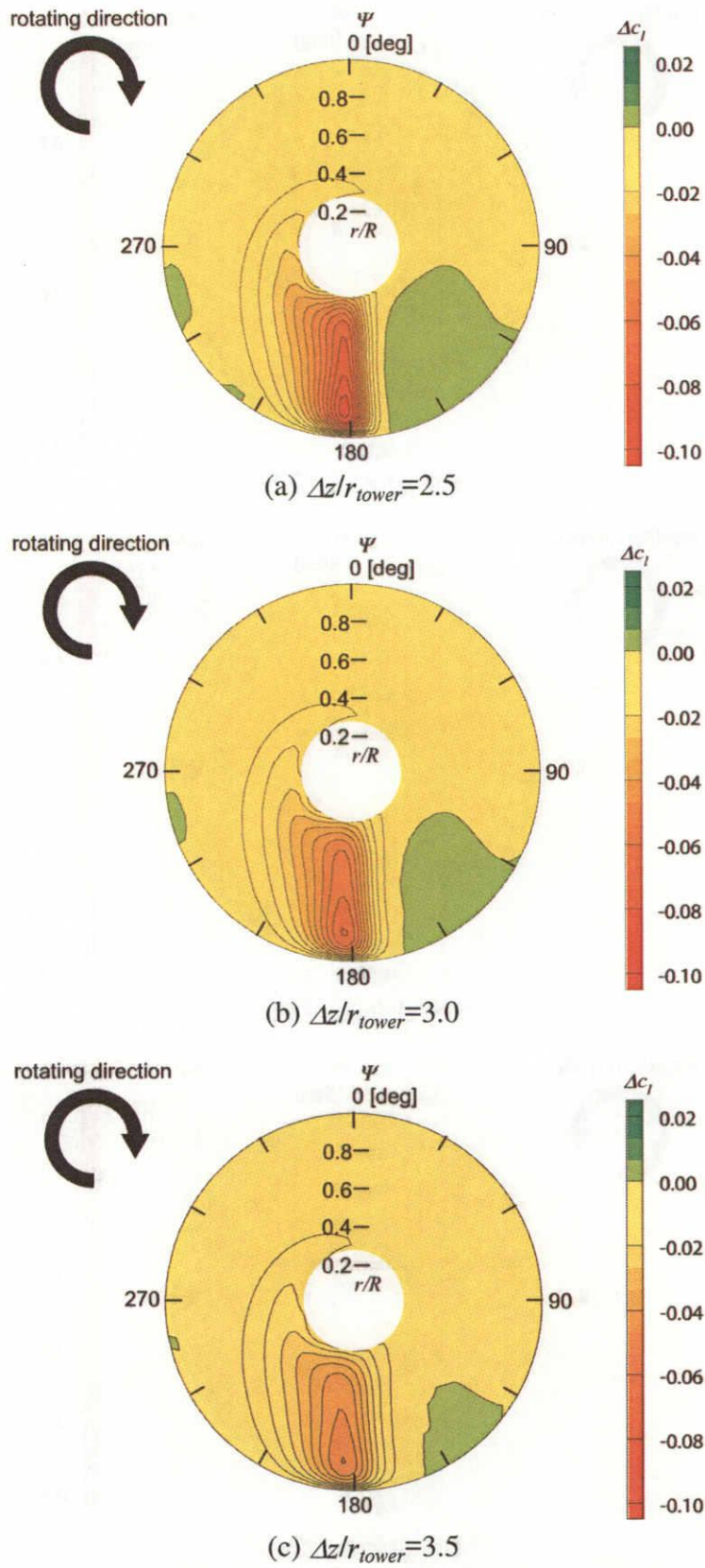


Figure 7-26 Difference of Lift Coefficient Distribution from no Tower Situation ($W_{hub}=8.8$ [m/s], uniform inflow)

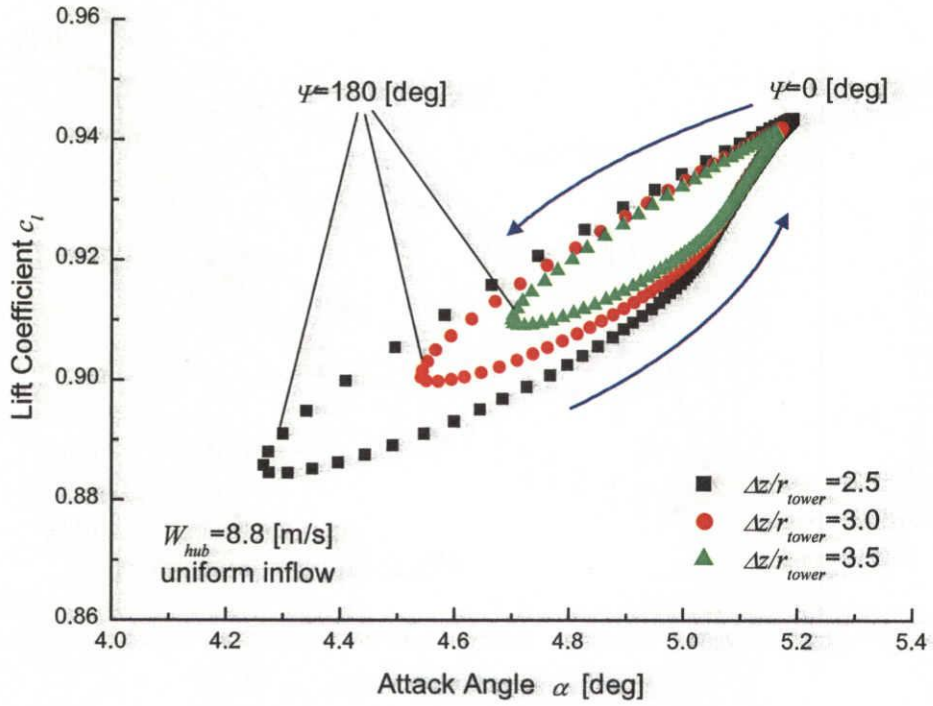


Figure 7-27 Attack Angle vs. Lift Coefficient at Root ($r/R=0.34$) ($W_{hub}=8.8$ [m/s], uniform inflow)

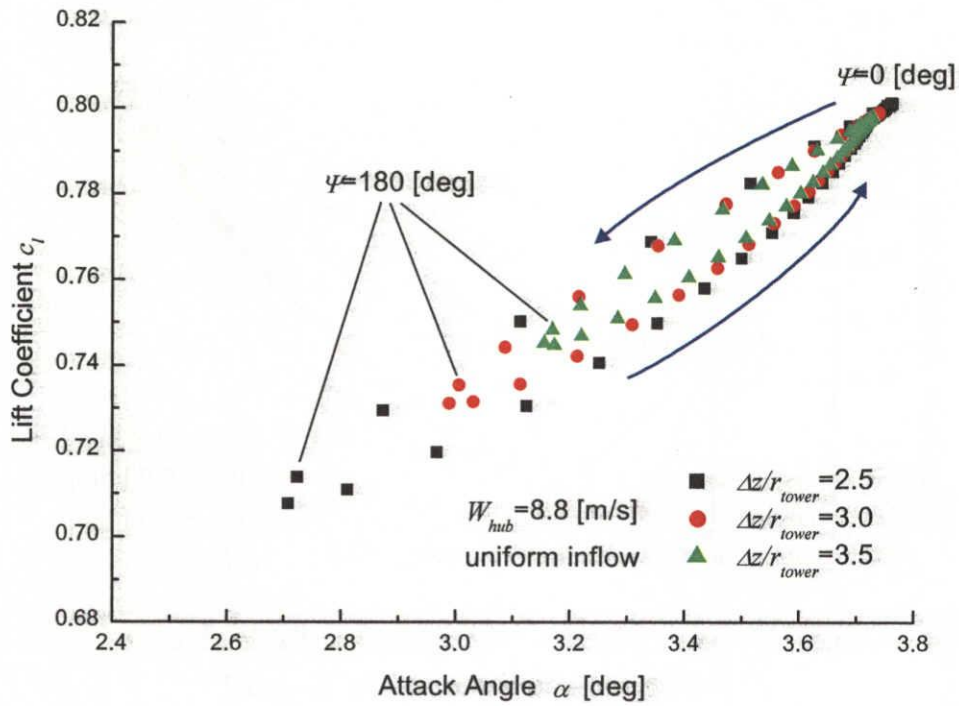


Figure 7-28 Attack Angle vs. Lift Coefficient at Tip ($r/R=0.88$) ($W_{hub}=8.8$ [m/s], uniform inflow)

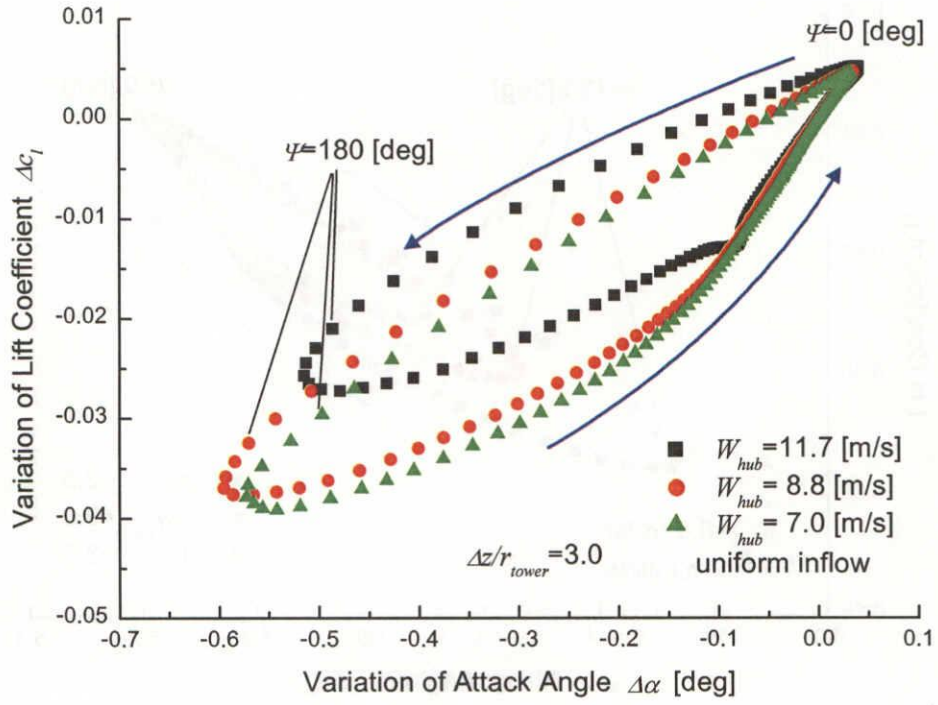


Figure 7-29 Attack Angle vs. Lift Coefficient at Root ($r/R=0.34$)
($\Delta z/r_{tower}=3.0$, uniform inflow)

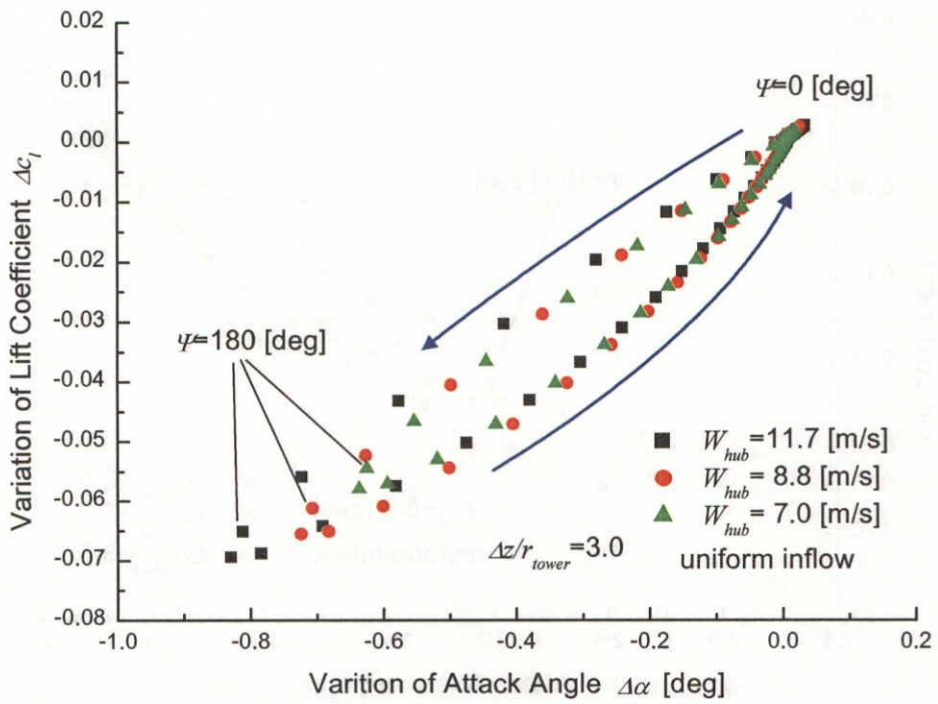


Figure 7-30 Attack Angle vs. Lift Coefficient at Tip ($r/R=0.88$)
($\Delta z/r_{tower}=3.0$, uniform inflow)

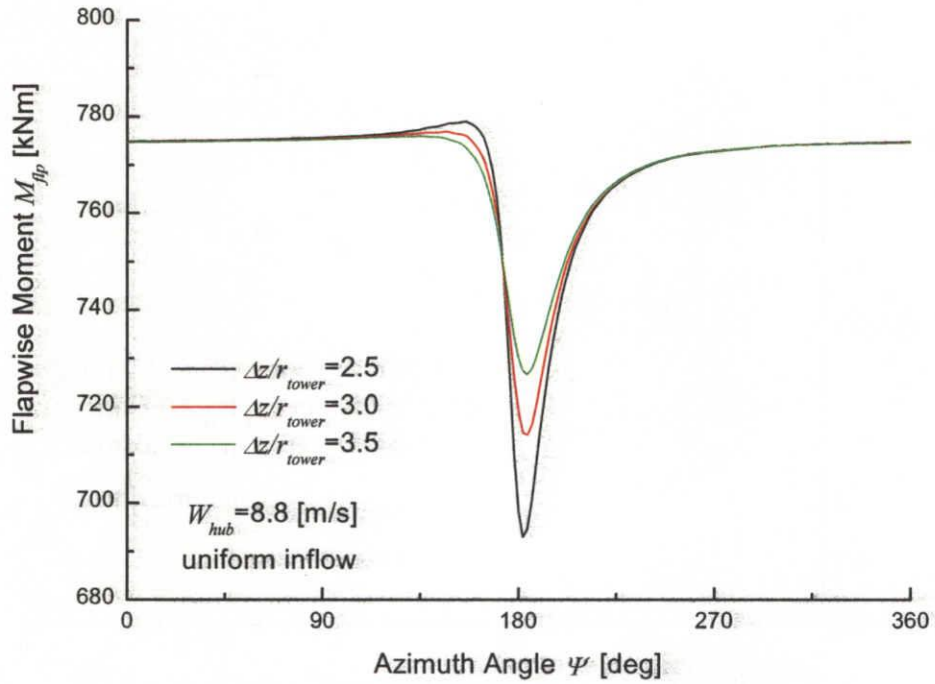


Figure 7-31 Fluctuation of Flapwise Moment
($W_{hub}=8.8$ [m/s], uniform inflow)

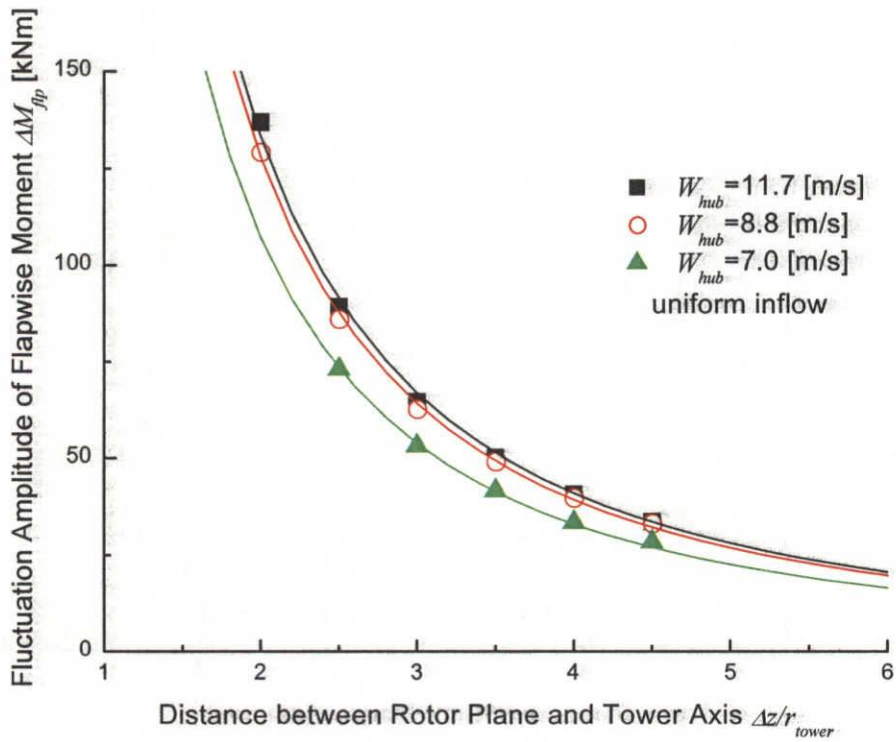


Figure 7-32 Relation between Distance and Tower Effect
on Fluctuation Amplitude of Flapwise Moment (uniform inflow)

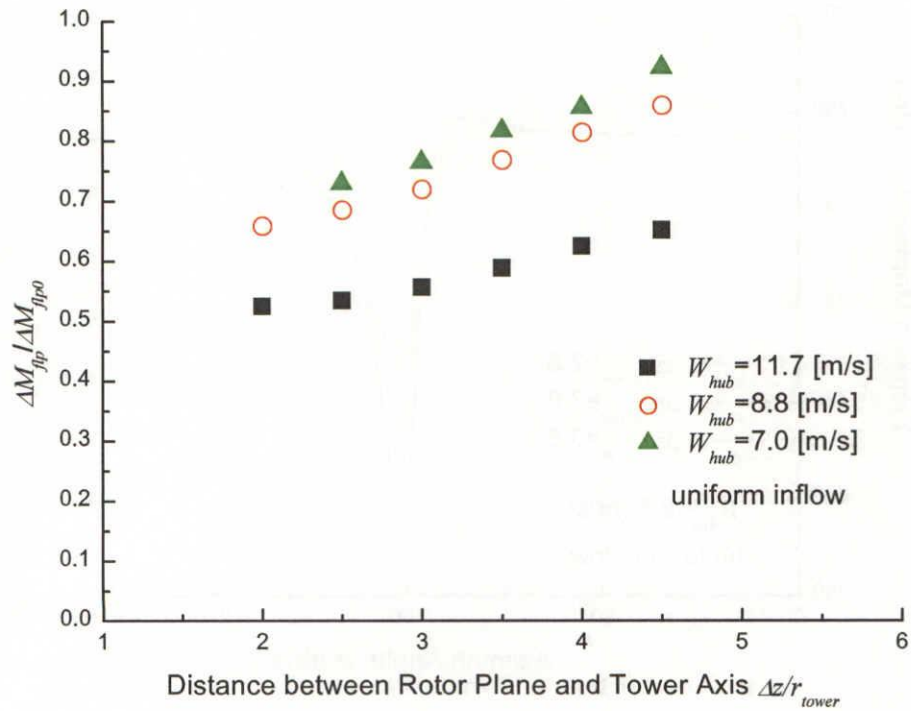


Figure 7-33 Effect of Distance on $\Delta M_{fp}/\Delta M_{fp0}$ (uniform inflow)

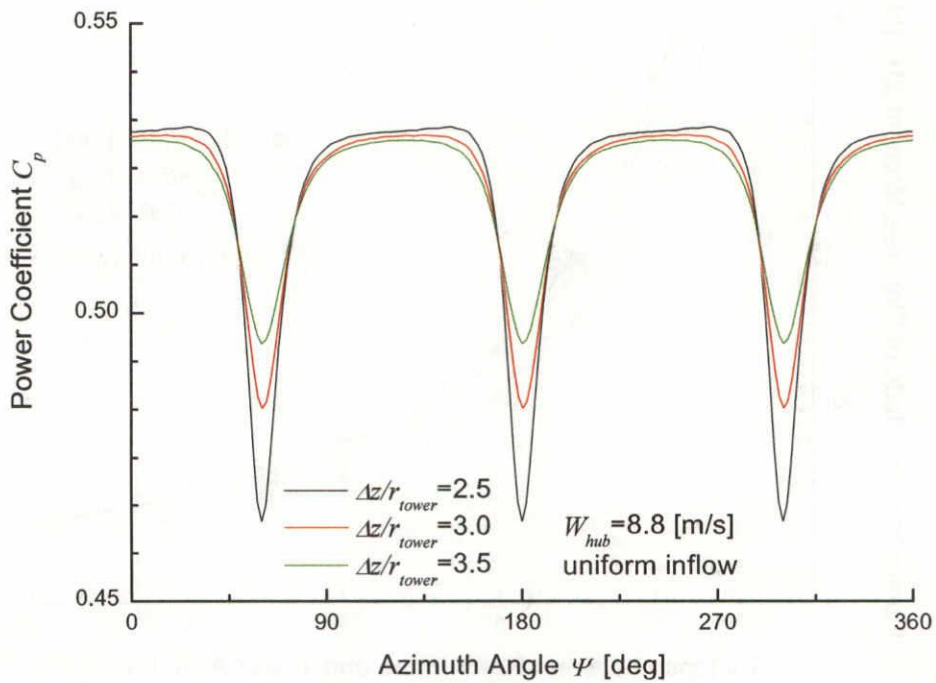


Figure 7-34 Fluctuation of Power Coefficient ($W_{hub}=8.8$ [m/s], uniform inflow)

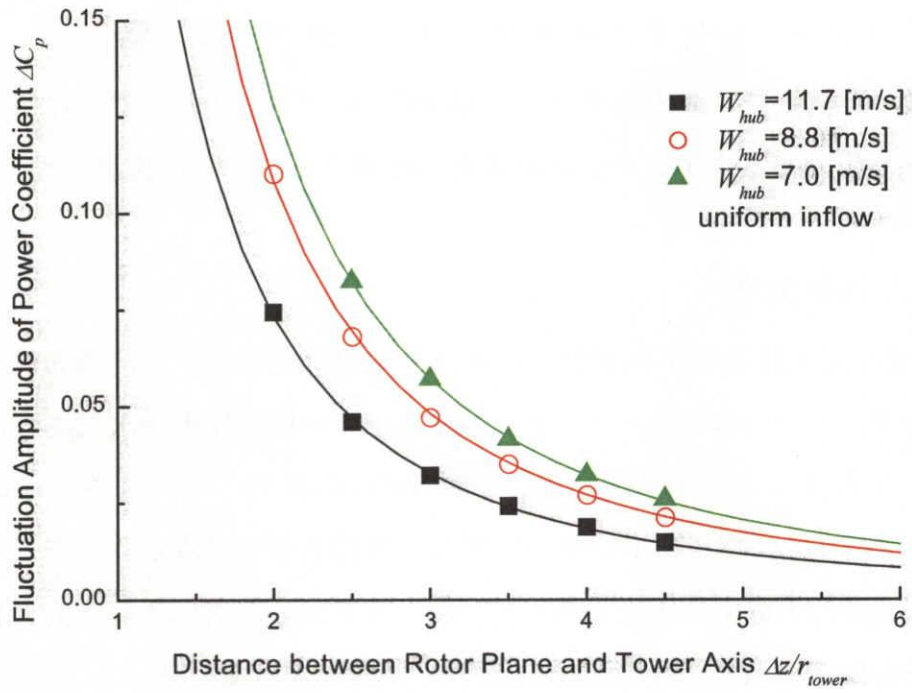


Figure 7-35 Relation between Distance and Tower Effect on Power Coefficient Amplitude (uniform inflow)

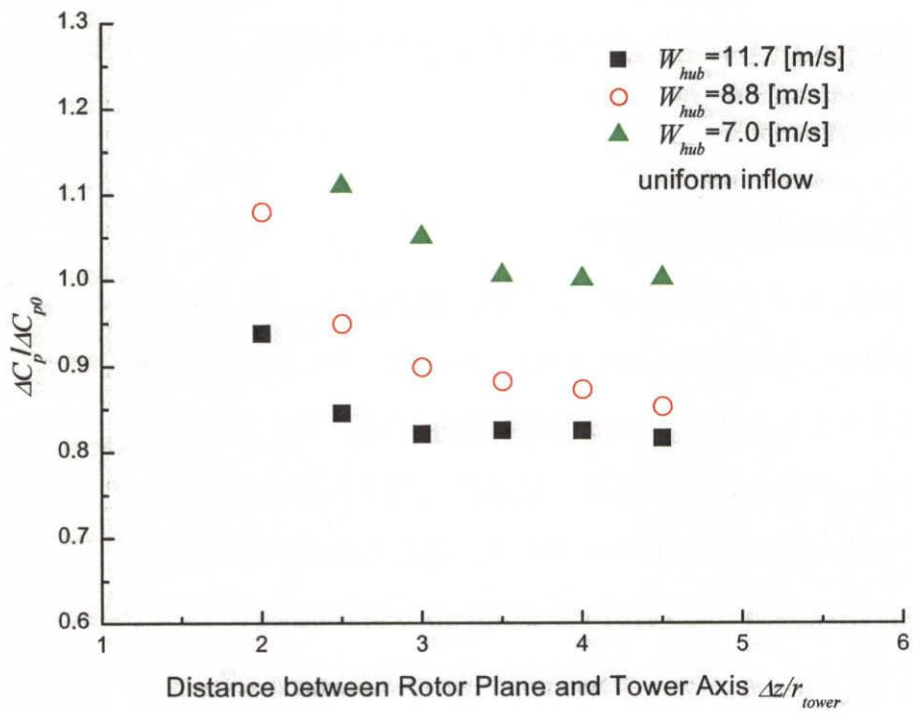


Figure 7-36 Effect of Distance on $\Delta C_p/\Delta C_{p0}$ ($W_{hub}=8.8$ [m/s], uniform inflow)

7.5 ウインドシアを有する流入風に対するタワーの影響

前節では一様流入風に対するタワーの影響について示した。ここでは流入風に高さ方向の速度勾配であるウインドシアを考慮した場合のタワーの影響について調べた。

7.5.1 揚力係数分布

式(6-26)で与えられるウインドシアを考慮した流入風に対する、揚力係数分布へのタワーの影響について調べた。ロータ面とタワーとの間の距離 $\Delta z/r_{tower}=2.5, 3.0, 3.5$ の3条件において計算した局所揚力係数 c_l を図 7-37 に示す。ハブ高さでの流入風速は $W_{hub}=8.8[m/s]$ とした。ウインドシアの影響により揚力係数は翼がロータ面上部にあるときには大きく、下部では小さくなっている。タワーの影響による揚力係数の低下は翼がタワーの前面に入る $\psi=180$ [deg]において確認できる。タワーによる影響のみを詳しく見るために、タワーのない条件で計算された局所揚力分布との差 Δc_l を図 7-38 に示す。流入風を一様としたときと傾向は変わらないが、全体的にタワーの影響は小さくなり、また、翼根側と翼端側での格差が小さくなっている。ウインドシアの存在によりロータ面下側ほど流入風速が小さくなっているため、タワーの影響も下側ほど小さくなっていると考えられる。

7.5.2 迎角と揚力係数の関係

図 7-39,7-40 にロータ面とタワーとの間の距離 $\Delta z/r_{tower}=2.5, 3.0, 3.5$ の3条件における、翼根側 ($r/R=0.34$) と翼端側 ($r/R=0.88$) での迎角と揚力係数の関係をアジマス角 2 [deg]ごとにプロットしたものを示す。迎角の変化には、ウインドシアによりゆっくりと変化する部分と、タワーの影響により急激に変化する部分とが現れる。前者と後者では迎角に対する揚力係数の変化率が異なり、迎角の変化が急激な後者の方が流出渦の影響を強く受け、傾斜がなだらかになっている。翼端側ではウインドシアによる変化はほとんどヒステリシスを示していない。従って、一様流入の場合と比較して、流出渦による影響は小さくなると考えられる。

流入風速の変化に対する影響を見るために $W_{hub}=11.7, 8.8, 7.0$ [m/s]での翼根側と翼端側での迎角と揚力係数の関係を図7-41,7-42に示す. 一様流入風の場合と同様に $\psi=0$ [deg]での迎角, 揚力係数を基準とし, そこからの変化分をプロットしている. 翼根側と翼端側でヒステリシスの形状は異なるが, どちらにおいても流入風速が大きい方が揚力係数の変化率 $\Delta C_l/\Delta\alpha$ が小さくなっている.

7.5.3 翼負荷

ロータ面とタワーとの間の距離 $\Delta z/r_{tower}=2.5, 3.0, 3.5$ の3条件において計算した翼根($r/R=0$)におけるフラップ方向モーメント M_{flp} のロータ1回転分の変動を図7-43に示す. ハブ高さでの流入風速は $W_{hub}=8.8$ [m/s]とした. ここでは, 比較のためタワーの影響を考慮せずに計算した結果も共に示す. ウインドシアによる大きな変動とアジマス角 $\psi=180$ [deg]付近でのタワーの影響による低下が見られる.

流入風速 $W_{hub}=11.7, 8.8, 7.0$ [m/s]での, フラップ方向モーメントの変動振幅 ΔM_{flp} 対するロータ面とタワーの中心軸との間の距離 $\Delta z/r_{tower}$ の影響を図7-44に示す. ウインドシアを考慮した場合, フラップ方向モーメントの変動振幅 ΔM_{flp} はウインドシアの影響による部分 $\Delta M_{flp_windshear}$ とタワーの影響による部分 ΔM_{flp_tower} とからなる, つまり

$$\Delta M_{flp} = \Delta M_{flp_windshear} + \Delta M_{flp_tower} \quad (7-5)$$

と考えることができる. $\Delta M_{flp_windshear}$ をタワーなしで計算されたフラップ方向モーメントの変動振幅とすると, 計算結果の ΔM_{flp_tower} はおよそ $(\Delta z/r_{tower})^{-1.75}$ に比例して減少しており, その近似曲線を図7-44中に共に示す. ウインドシアを考慮しないときの ΔM_{flp} がおよそ-1.65に比例していたのと比較すると, ロータ面とタワーとの距離が小さいときのタワーの影響がウインドシアを考慮することで大きくなっていることになる. これはウインドシアを考慮することでタワー前面を翼が通過する際の迎角の変化が急激ではなくなり, 揚力係数の変化を軽減する流出渦が一様流入風の場合よりも強く出ないためであると考えられる.

また, 一様流入風の場合と同様に式(7-5)による見積もりとの比 $\Delta M_{flp_tower}/\Delta M_{flp0}$ を図7-45にプロットした. 一様流入風の場合と比較すると, 全体的に $\Delta M_{flp_tower}/\Delta M_{flp0}$ は

低下しており，ウインドシアを考慮することによりタワーの影響が小さくなっていることがわかる。

7.5.4 パワ係数

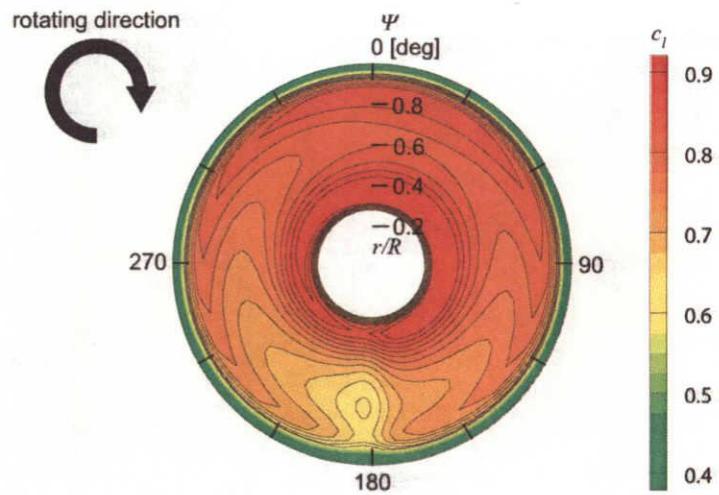
ロータ面とタワーとの間の距離 $\Delta z/r_{tower}=2.5,3.0,3.5$ の3条件において計算したパワ係数 C_p のロータ1回転分の変動を図7-46に示す。ハブ高さでの流入風速は $W_{hub}=8.8[m/s]$ とした。フラップ方向モーメントの変動ではウインドシアによる変動が大きな割合を占めていたが，パワ係数ではウインドシアによる変動は極めて小さく，タワーの影響による変動が支配的となる。

流入風速 $W_{hub}=11.7, 8.8, 7.0 [m/s]$ での，パワ係数の変動振幅 ΔC_p に対するロータ面とタワーの中心軸との間の距離 $\Delta z/r_{tower}$ の影響を図7-47に示す。ウインドシアを考慮した場合，パワ係数の変動振幅 ΔC_p はウインドシアの影響による部分 $\Delta C_{p_windshear}$ とタワーの影響による部分 ΔC_{p_tower} とからなる，つまり

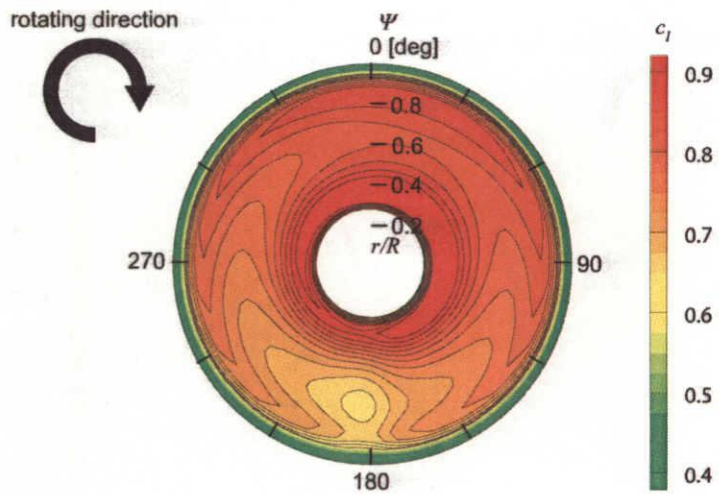
$$\Delta C_p = \Delta C_{p_windshear} + \Delta C_{p_tower} \quad (7-6)$$

と考えることができる。 $\Delta C_{p_windshear}$ をタワーなしで計算されたパワ係数の変動振幅とすると，計算結果の ΔC_{p_tower} は一樣流入風の場合と同様におよそ $(\Delta z/r_{tower})^2$ に比例して減少しており，その近似曲線を図7-47に共に示す。

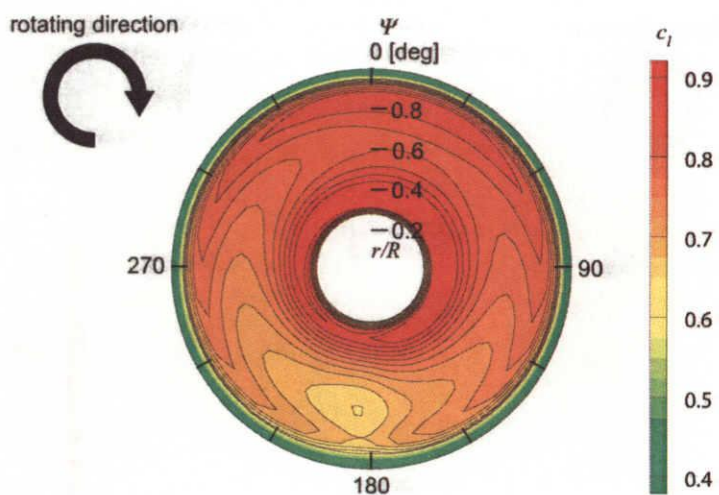
また，一樣流入風の場合と同様に式(7-6)による見積もりとの比 $\Delta C_{p_tower}/\Delta C_{p0}$ を図7-48にプロットした。一樣流入風の場合と比較して， $\Delta C_{p_tower}/\Delta C_{p0}$ の値は全体的に1割から2割程度減少しており，ウインドシアを考慮することでタワーの影響が小さくなっていることを確認できる。



(a) $\Delta z/r_{lower}=2.5$



(b) $\Delta z/r_{lower}=3.0$



(c) $\Delta z/r_{lower}=3.5$

Figure 7-37 Lift Coefficient Distribution
($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)

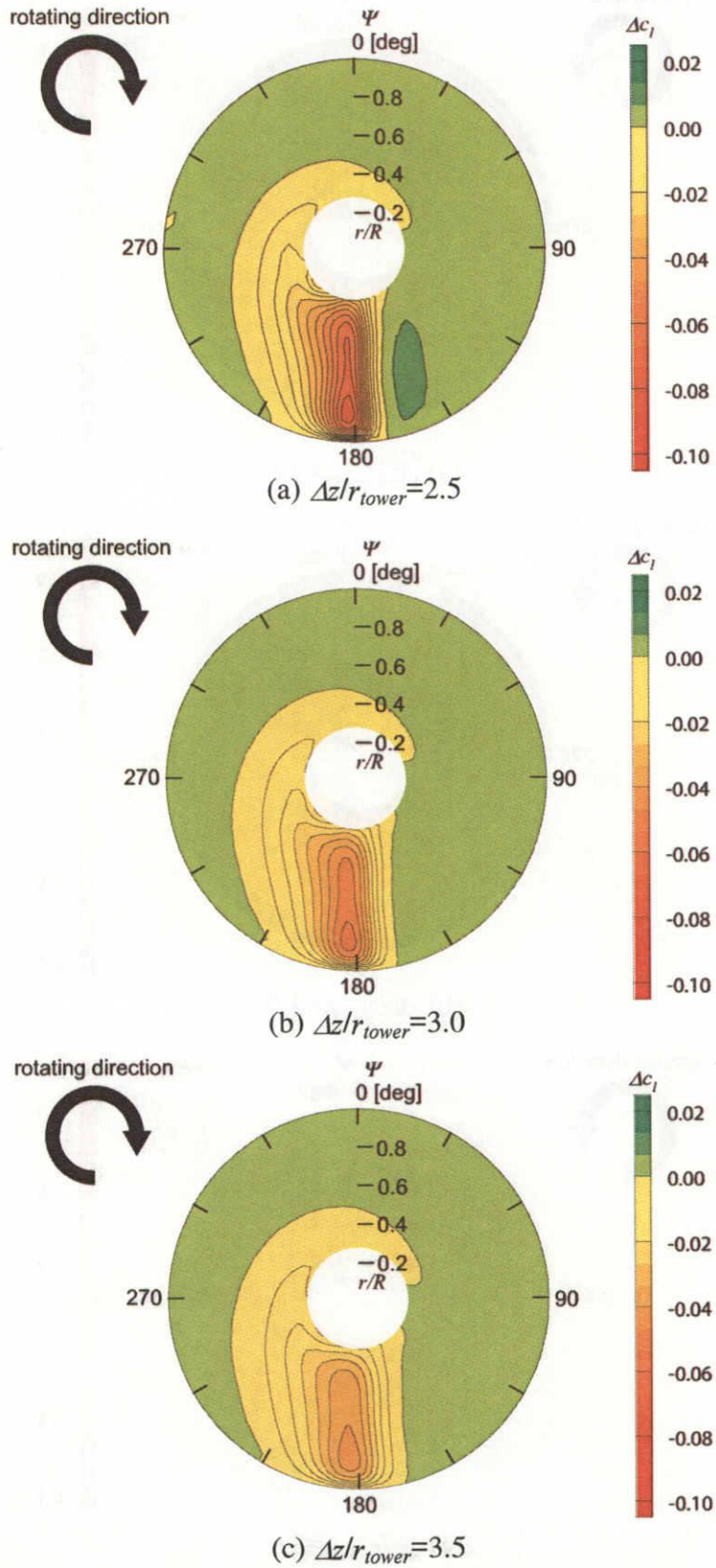


Figure 7-38 Difference of Lift Coefficient Distribution from no Tower Situation ($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)

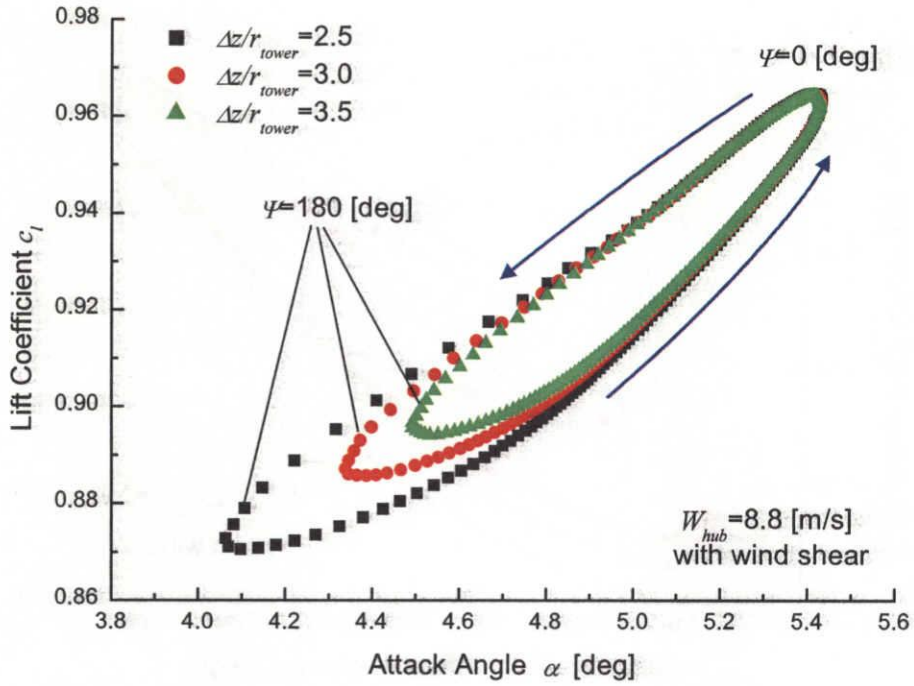


Figure 7-39 Attack Angle vs. Lift Coefficient at Root ($r/R=0.34$) ($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)

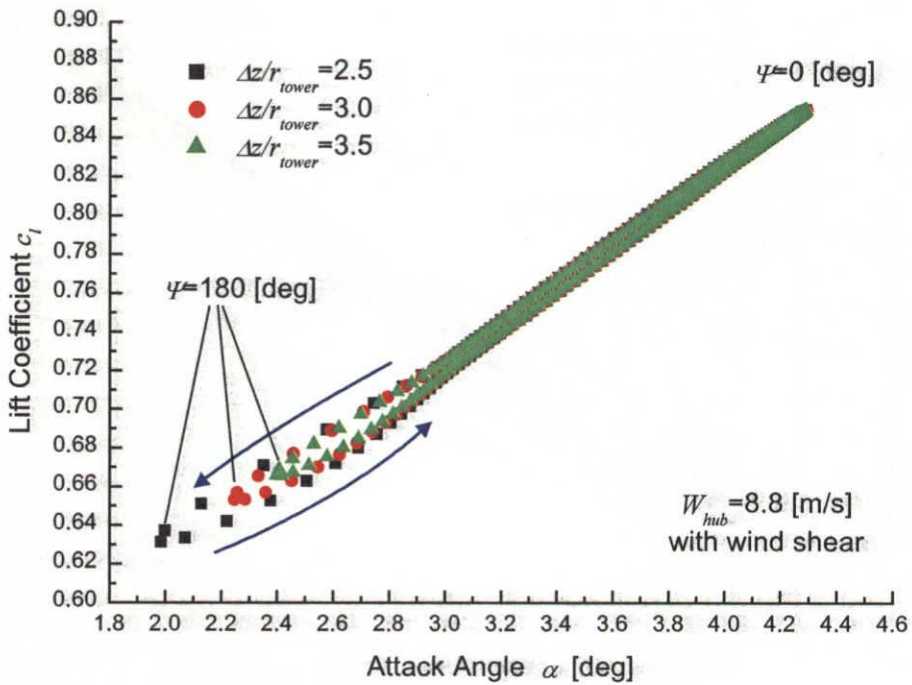


Figure 7-40 Attack Angle vs. Lift Coefficient at Tip ($r/R=0.88$) ($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)

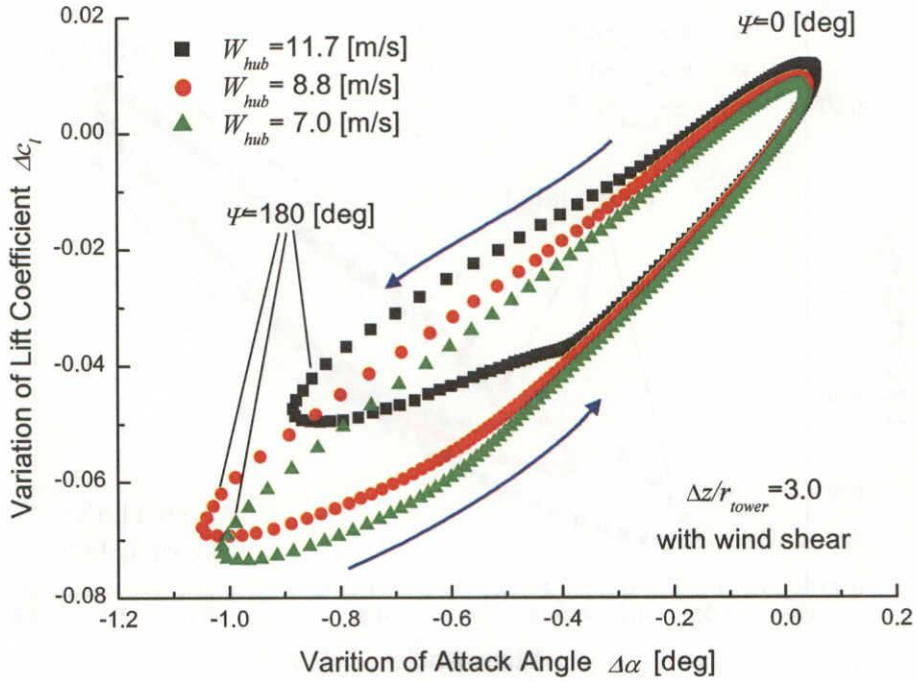


Figure 7-41 Attack Angle vs. Lift Coefficient at Root ($r/R=0.34$)
($\Delta z/r_{tower}=3.0$, with wind shear)

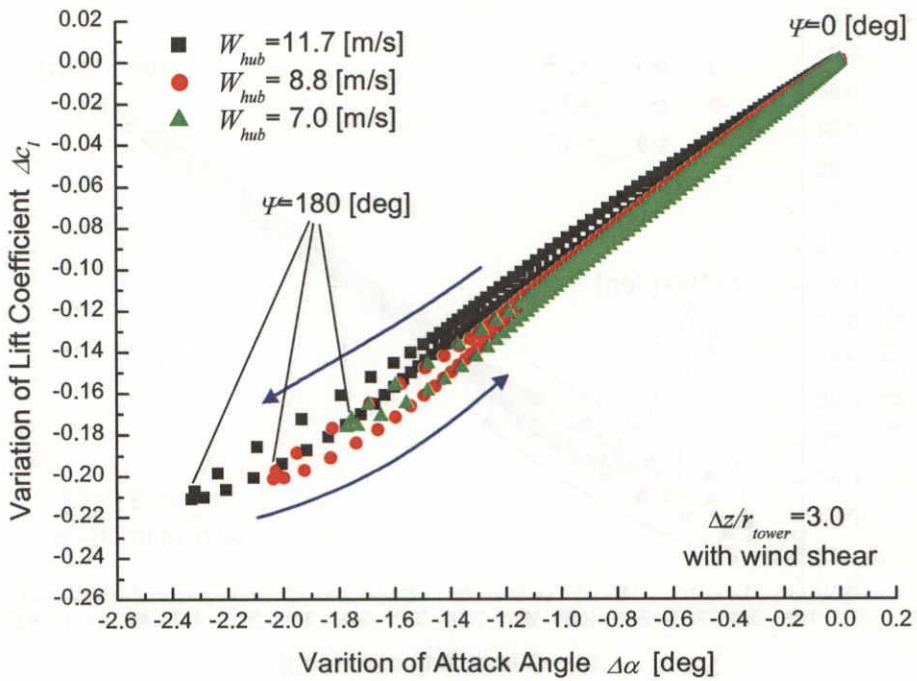


Figure 7-42 Attack Angle vs. Lift Coefficient at Tip ($r/R=0.88$)
($\Delta z/r_{tower}=3.0$, with wind shear)

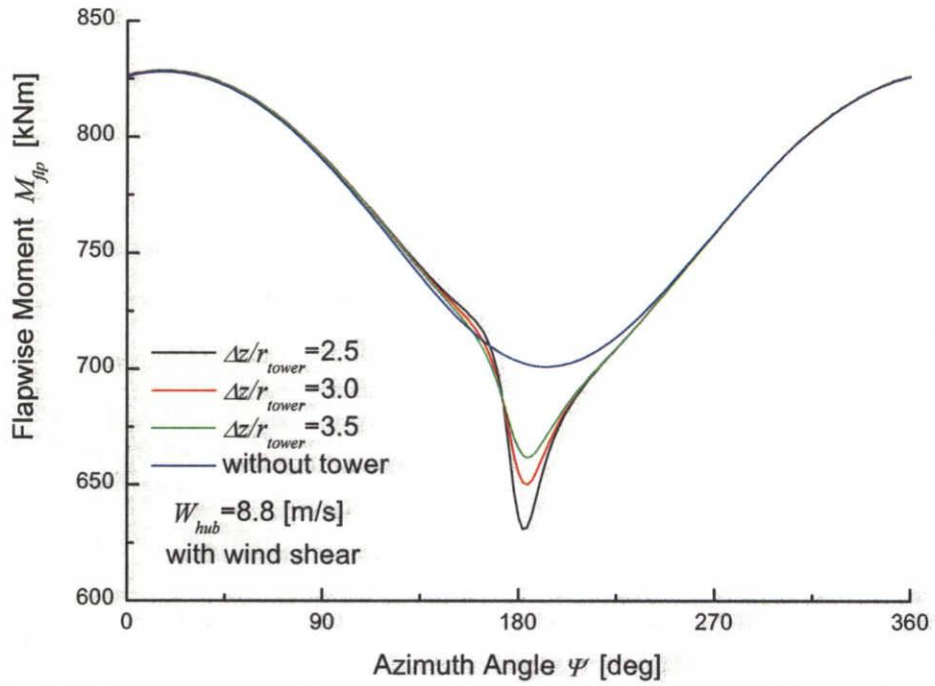


Figure 7-43 Fluctuation of Flapwise Moment
($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)

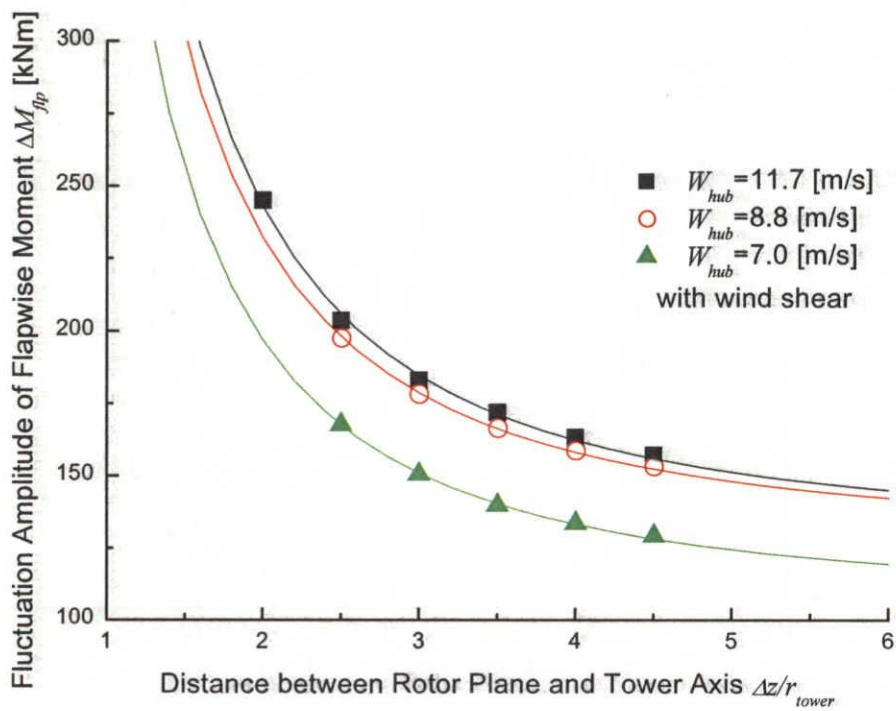


Figure 7-44 Relation between Distance and Tower Effect
on Fluctuation Amplitude of Flapwise Moment
(with wind shear)

第7章 計算結果および考察

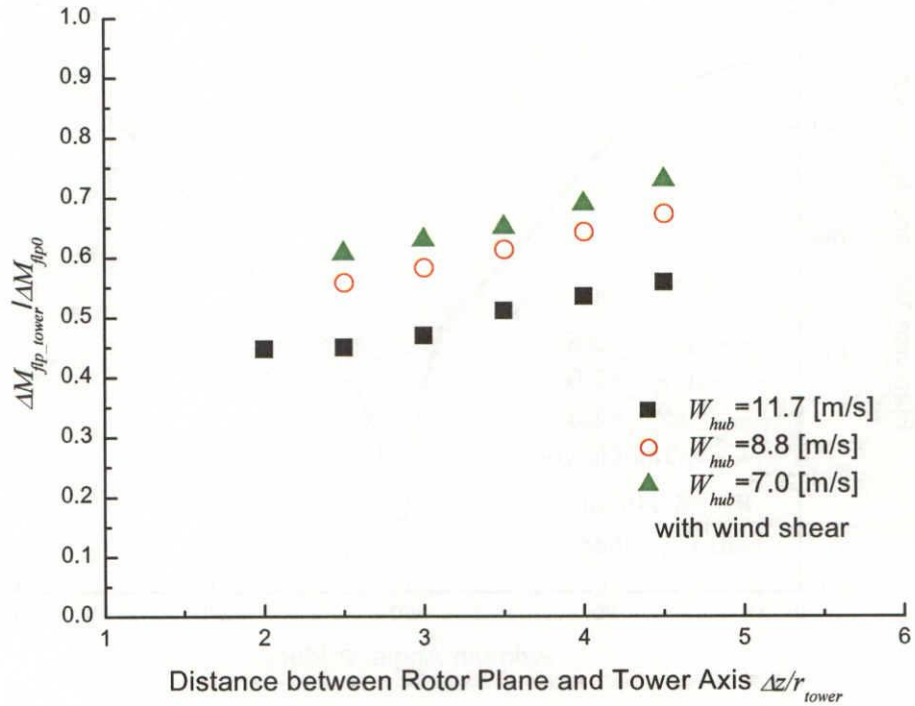


Figure 7-45 Effect of Distance on $\Delta M_{flp} / \Delta M_{flp0}$ (with wind shear)

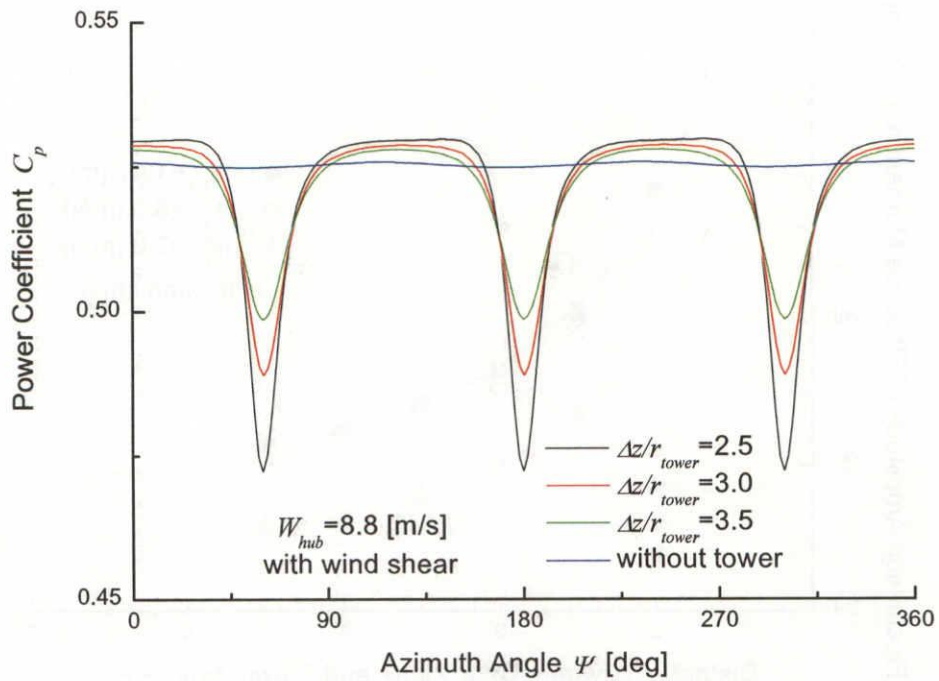


Figure 7-46 Fluctuation of Power Coefficient ($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)

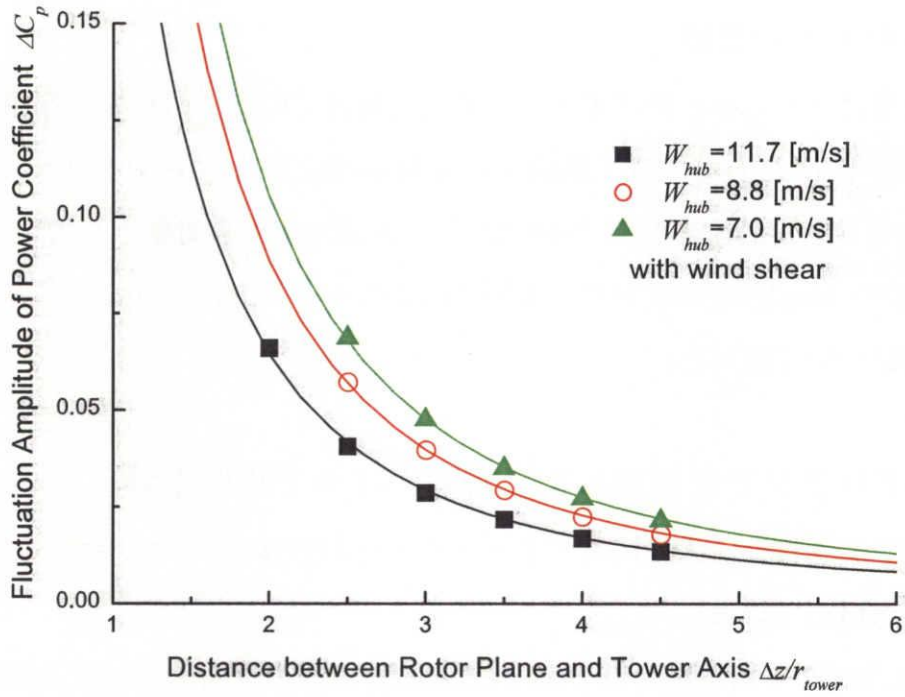


Figure 7-47 Relation between Distance and Tower Effect on Power Coefficient Amplitude (with wind shear)

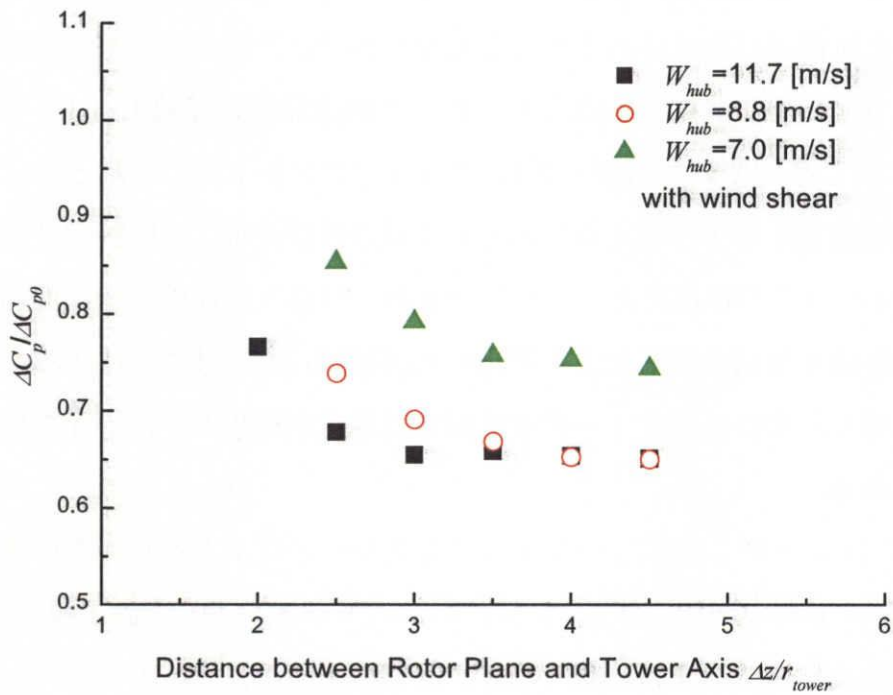


Figure 7-48 Effect of Distance on $\Delta C_p/\Delta C_{p0}$ ($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)

7.6 ティルト角の影響

水平軸風車にはあらかじめ風車のロータ面を傾けているものが多く存在する。垂直面（y-z平面）内において、流入風向と風車回転軸とのなす角をティルト角 θ_{tilt} （tilt angle：傾斜角）と定義する（図 7-49 参照）。本研究で計算対象としているTjæreborg風車では $\theta_{tilt}=3$ [deg]となっている。本節ではこのティルト角が翼負荷，ロータ特性に及ぼす影響について調べた。

7.6.1 ウインドシアを考慮したときのティルト角の影響

ウインドシアを持つ流入風に対するティルト角の影響について示す。ここではタワーの影響は考慮していない。

図 7-50 にティルト角を $\theta_{tilt}=0, 3, 6$ [deg]としたときの翼面上における無次元軸方向誘導速度 w_{ind}/W_{hub} を示す。周速比は $\lambda=8$ としている。誘導速度はティルト角なしでは周方向に関しておよそ一様であるが、ティルト角の増加とともにロータ面上部では大きくなり、ロータ面下部では小さくなる。これはティルト角の存在により、ロータ面上部に偏った後流渦が形成されるためと考えられる。上部で大きく、下部で小さい誘導速度は、ウインドシアによる高さ方向の流入風速勾配を軽減するように働く。

図 7-51 に同じ条件での局所揚力係数 c_l を示す。ティルト角の増加と共に上下では局所揚力係数の格差を若干小さくなり、同時に揚力係数分布は反時計回りに傾いて行く。これは、ティルト角の存在により下から上方向への流入風速のロータ面内成分が生じ、ロータ面右半面では翼の回転による周方向相対速度 $r\Omega$ に対して向かい風に、左半面では追い風に働く。その結果、ロータ右半面では迎角が減少し、左半面では増大するためと考えられる。

図 7-52,53 にロータ 1 回転分のフラップ方向モーメントとパワ係数の変動をそれぞれ示す。ティルト角の増加に伴い、フラップ方向モーメントの変動振幅は減少するが、パワ係数の平均値は大きくは変化しない。計算結果では、ティルト角 $\theta_{tilt}=0$ [deg]としたとき、フラップ方向モーメントの変動振幅は $\Delta M_{fp}=1.27 \times 10^2$ [kNm]であるが、ティ

ルト角 $\theta_{tilt} = 3, 6$ [deg] とすると $\Delta M_{fp} = 1.16 \times 10^2, 1.05 \times 10^2$ [kNm] となり、フラップ方向モーメント変動振幅をそれぞれ 8.7%, 17.3% 減少させることができる。それに対し、出力係数の平均値の低下は $\theta_{tilt} = 0$ [deg] に対して $\theta_{tilt} = 3, 6$ [deg] では 0.14%, 0.67% 程度で、風がロータ面に対して斜めに流入することによる流入エネルギーの低下を考慮しても平均出力の低下は 0.55%, 2.43% と小さい。ティルト角をつけることがウインドシアによる翼負荷を軽減するのに有効であると考えられる。

7.6.2 タワーの影響を考慮したときのティルト角の影響

本節ではタワーの影響とティルト角の影響を同時に考慮した場合について示す。ここでは流入風はウインドシアを有するものとする。ティルト角を考慮すると、ロータ面とタワーの中心軸との間の距離は高さによって異なる。本節ではハブ高さにおけるロータ面とタワーの中心軸との間の距離を $\Delta z / r_{tower}$ と定義する。

図 7-54 にティルト角を $\theta_{tilt} = 0, 3, 6$ [deg] としたときの局所揚力係数 c_l を示す。流入風速は $W_{hub} = 8.8$ [m/s]、ハブ高さでのロータ面とタワーとの間の距離は $\Delta z / r_{tower} = 3.0$ としている。ティルト角の増加と共にタワーの影響は小さくなり、同時に揚力係数分布は反時計回りに傾いている。タワーの影響に対するティルト角の効果を詳しく見るために、ティルト角を $\theta_{tilt} = 0$ [deg]、タワーなしの条件で計算された揚力係数分布との差 Δc_l を図 7-55 に示す。ティルト角の増加とともにタワーの影響は小さくなり、ティルト角の存在により流入風速のロータ面内成分を原因とするロータ面左右での揚力係数の増減が支配的となる。特に翼端側でティルト角の増加によるタワーの影響の減少は大きい。これは、ティルト角を考慮することで翼は翼端に行くほどタワーから離れるためと考えられる。

図 7-56, 57 にティルト角を $\theta_{tilt} = 0, 3, 6$ [deg] としたときのフラップ方向モーメント M_{fp} 、パワー係数 C_p の変動をそれぞれ示す。流入風速は $W_{hub} = 8.8$ [m/s]、ハブ高さでのロータ面とタワーとの間の距離は $\Delta z / r_{tower} = 3.0$ としている。ティルト角の増加とともに、タワーの影響によるアジマス角 $\psi = 180$ [deg] 付近でのフラップ方向モーメントの低下幅を小さくなっている。また、前節で確認したように、ティルト角を大きくすることで

ウインドシアによるフラップ方向モーメントの変動も抑えることができる。ティルト角の増加とともにパワ係数の平均値は若干下がるが、変動幅は小さくなる。計算結果では、ティルト角 $\theta_{ilt} = 0$ [deg]としたとき、フラップ方向モーメントの変動振幅は $\Delta M_{fp} = 1.78 \times 10^2$ [kNm]であるが、ティルト角 $\theta_{ilt} = 3,6$ [deg]とするとそれぞれ $\Delta M_{fp} = 1.55 \times 10^2, 1.36 \times 10^2$ [kNm]となり、フラップ方向モーメント変動振幅を 13.2%, 23.6%減少させることができる。それに対し、 $\theta_{ilt} = 0$ [deg]に対して $\theta_{ilt} = 3,6$ [deg]での出力係数の平均値の低下はそれぞれ 0.03%, 0.63%程度で、風がロータ面に対して斜めに流入することによる流入エネルギーの低下を考慮しても平均出力の低下は 0.44%, 2.26%と小さい。ティルト角をつけることがウインドシア、タワーの影響による翼負荷を軽減するのに有効であると考えられる。

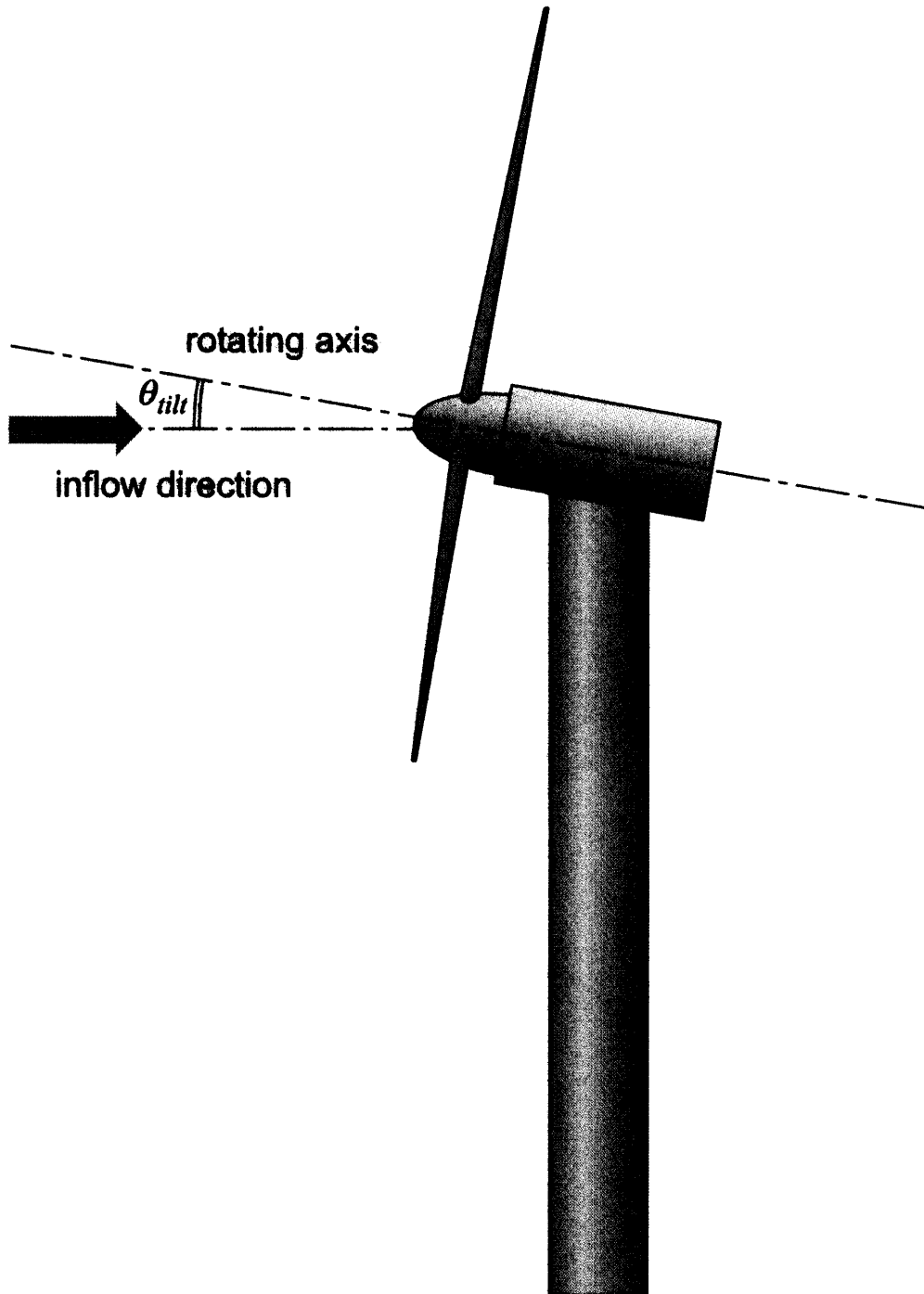


Figure 7-49 Tilt Angle Definition

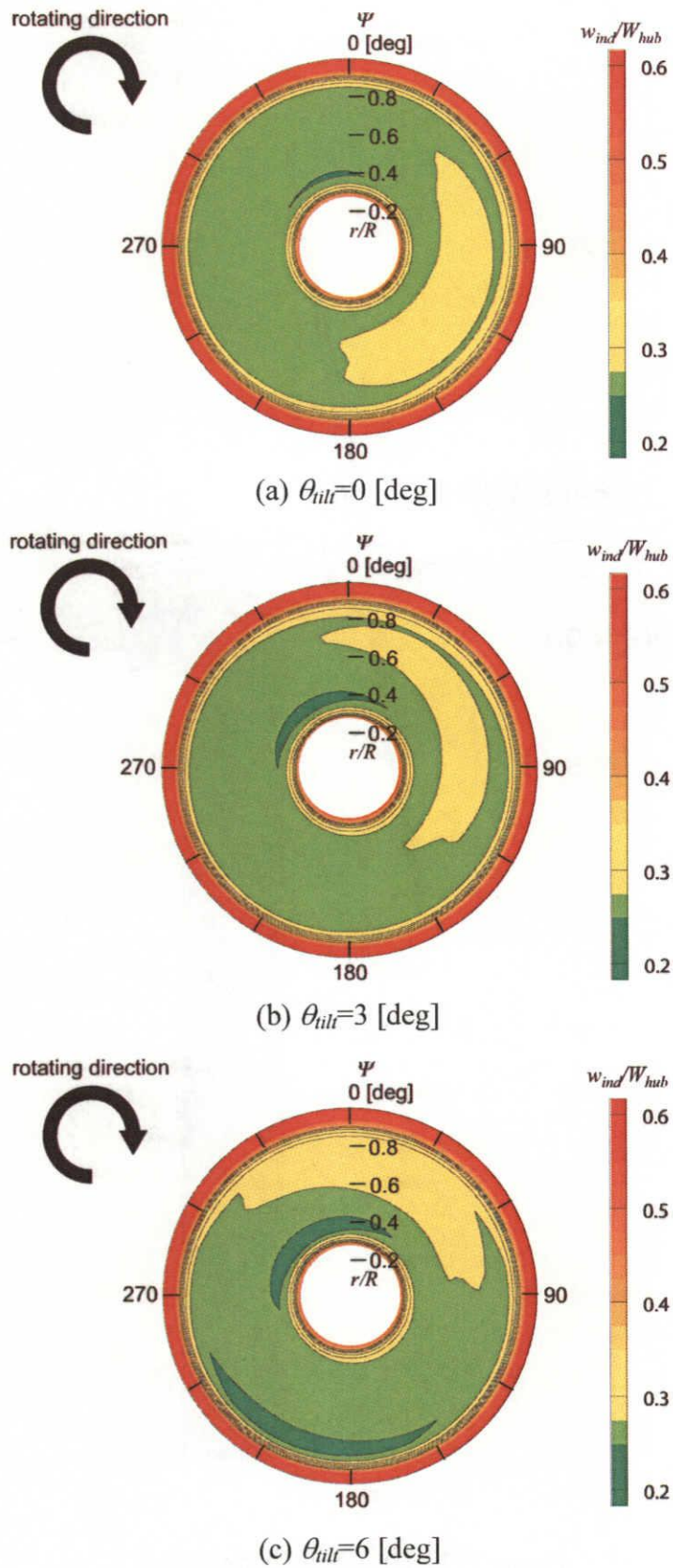
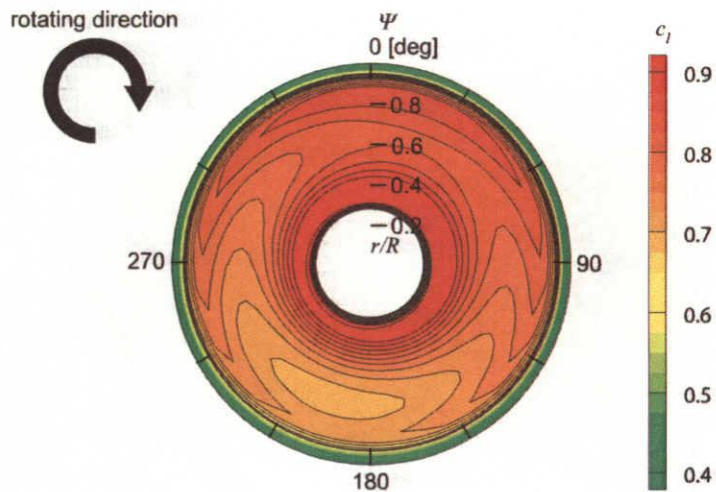
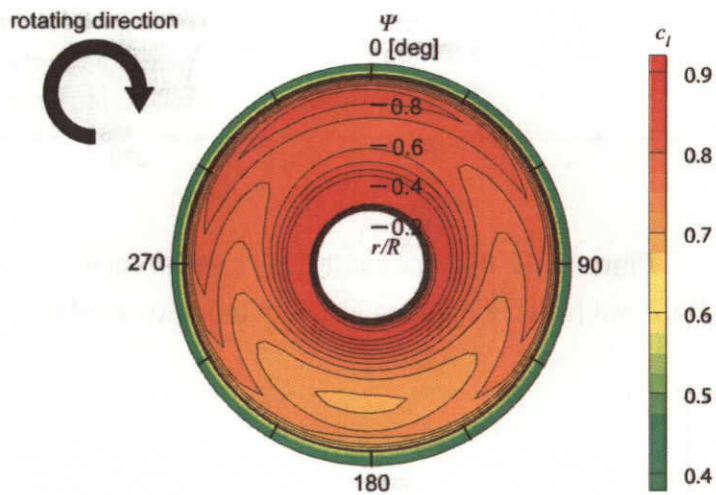


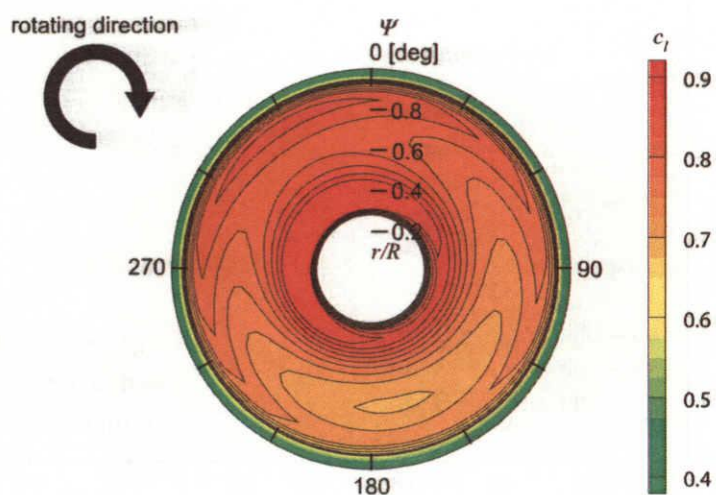
Figure 7-50 Induced Velocity Experienced by Rotor Blade
 ($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)



(a) $\theta_{tilt}=0$ [deg]



(b) $\theta_{tilt}=3$ [deg]



(c) $\theta_{tilt}=6$ [deg]

Figure 7-51 Lift Coefficient Distribution
 ($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear)

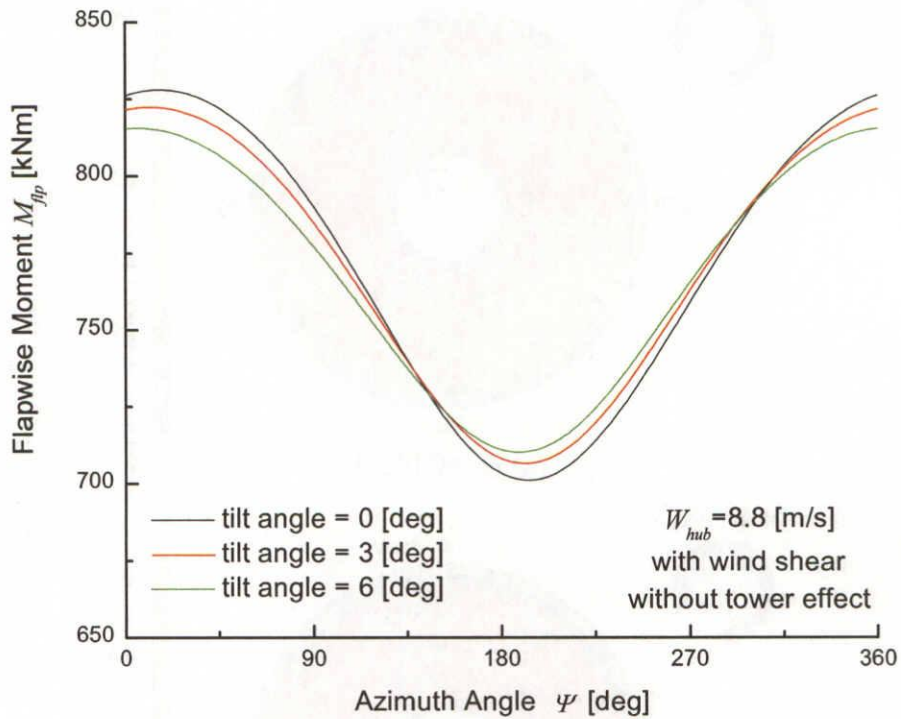


Figure 7-52 Fluctuation of Flapwise Moment
 ($W_{hub} = 8.8$ [m/s], with wind shear, without tower effect)

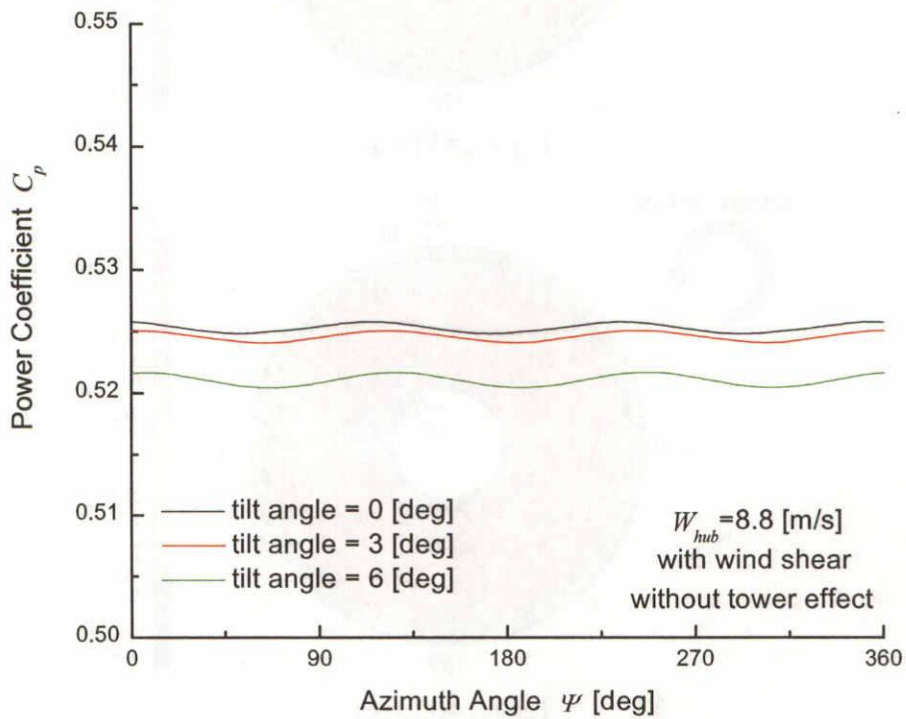
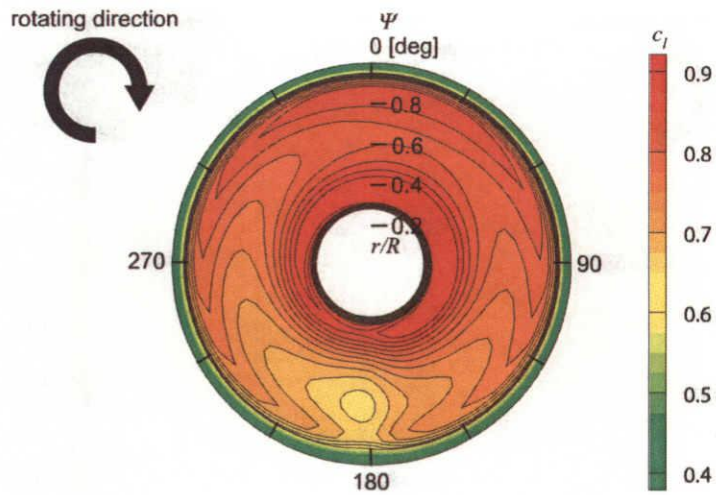
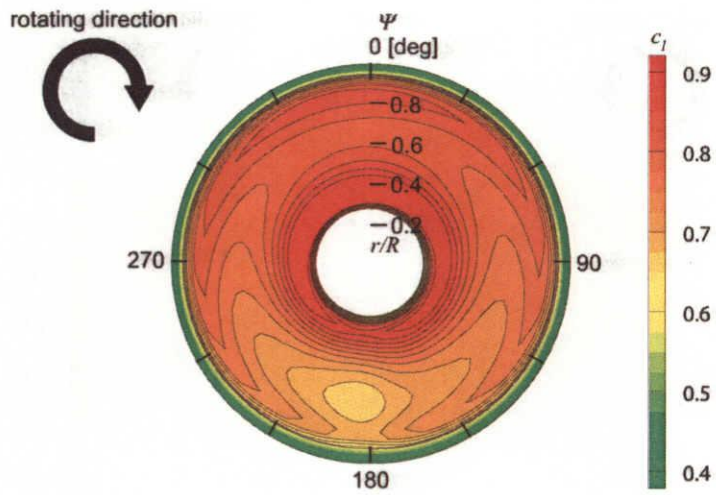


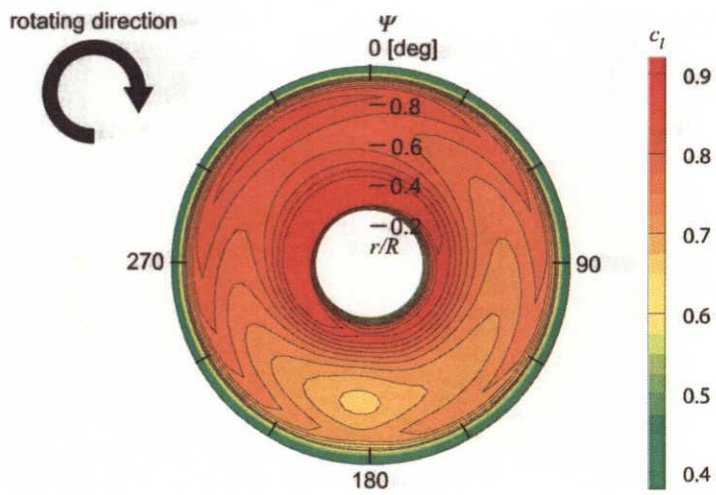
Figure 7-53 Fluctuation of Power Coefficient
 ($W_{hub} = 8.8$ [m/s], with wind shear, without tower effect)



(a) $\theta_{tilt}=0$ [deg]



(b) $\theta_{tilt}=3$ [deg]



(c) $\theta_{tilt}=6$ [deg]

Figure 7-54 Lift Coefficient Distribution
 ($W_{hub}=8.8$ [m/s], with wind shear, $\Delta z/r_{tower}=3.0$)

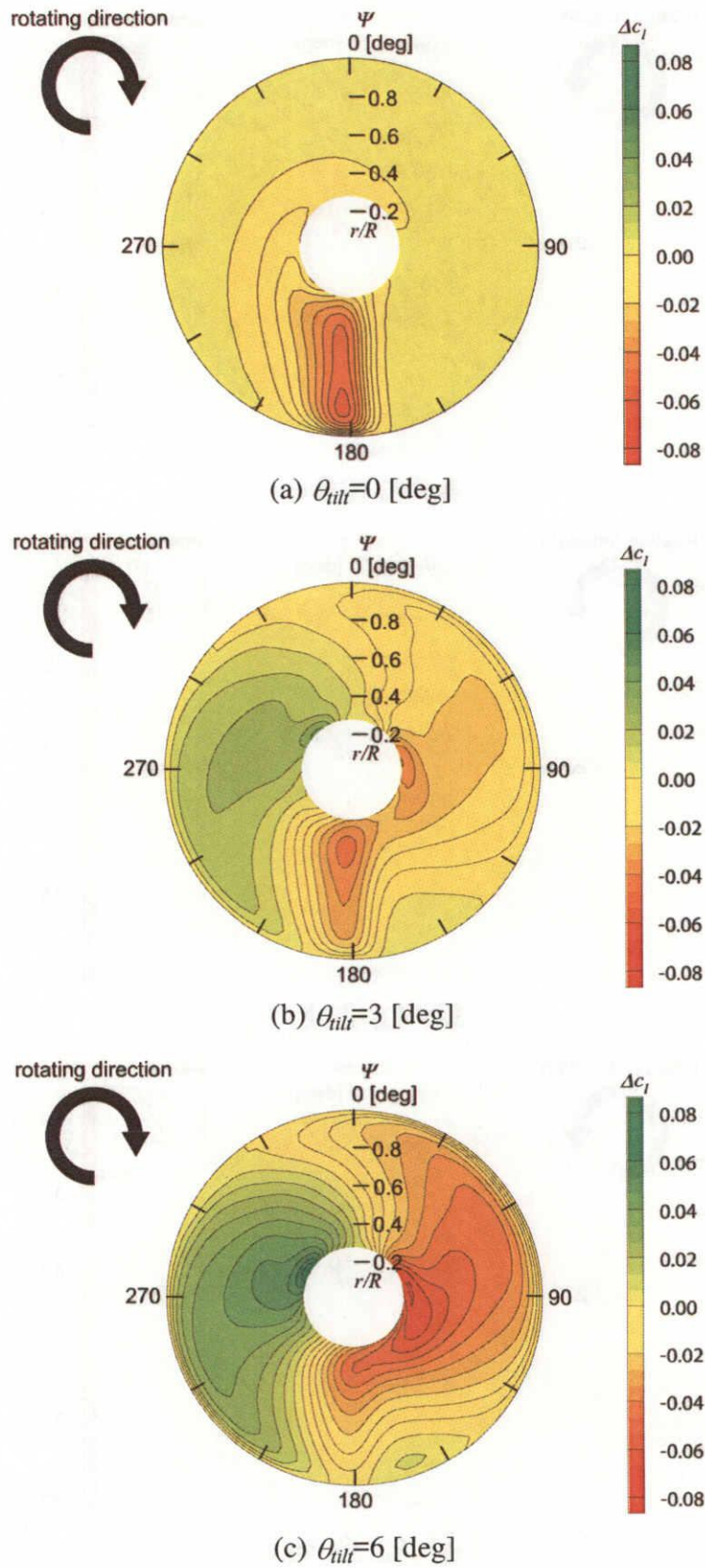


Figure 7-55 Difference of Lift Coefficient Distribution from no Tower Situation

($W_{hub}=8.8$ [m/s], $\Delta z/r_{tower}=3.0$, with wind shear)

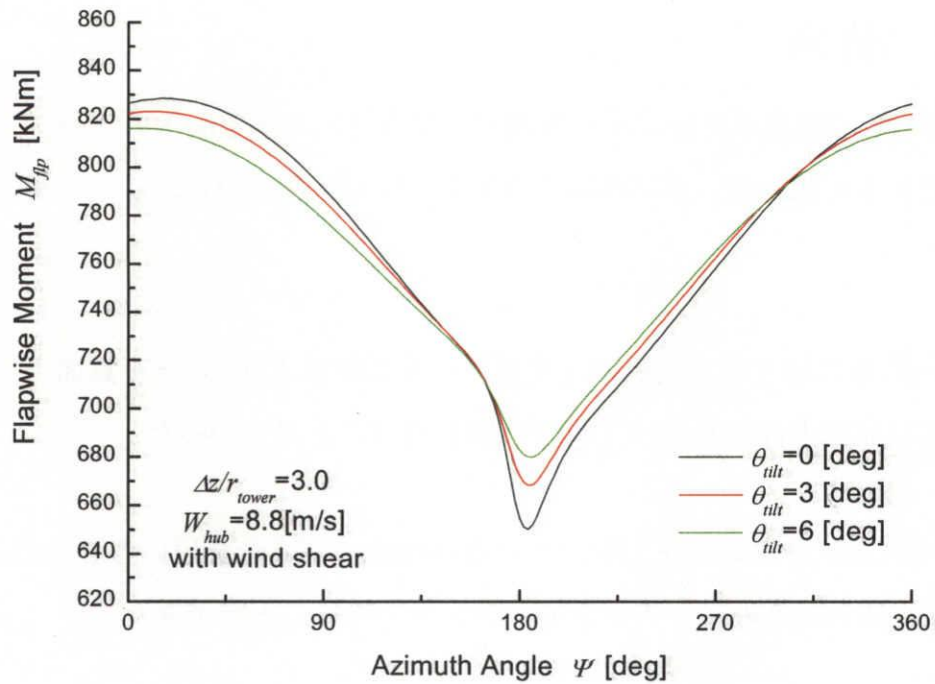


Figure 7-56 Fluctuation of Flapwise Moment
 ($W_{hub} = 8.8$ [m/s], $\Delta z/r_{tower} = 3.0$, with wind shear)

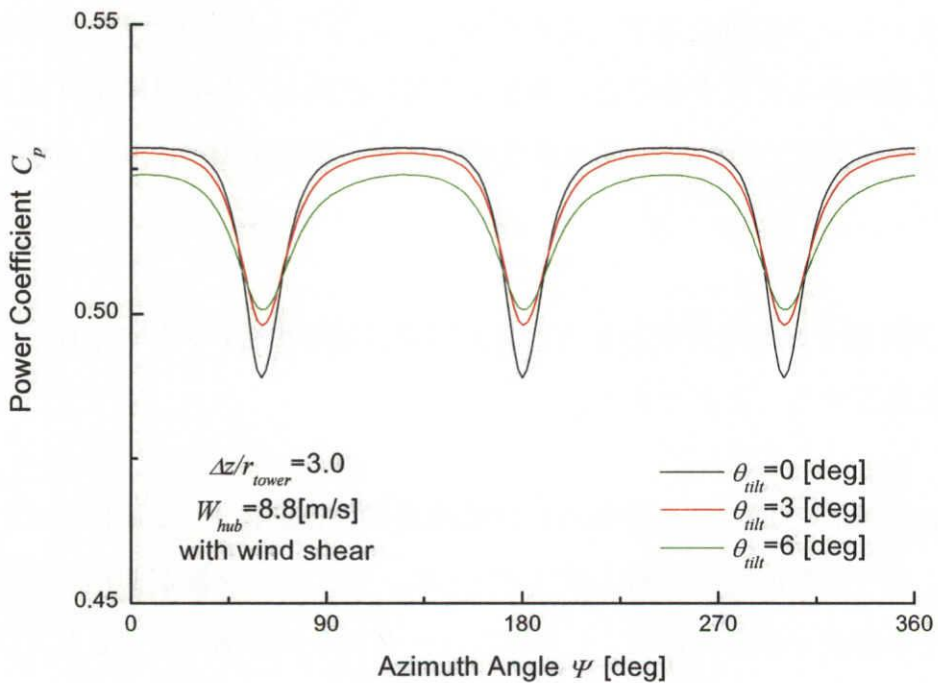


Figure 7-57 Fluctuation of Power Coefficient
 ($W_{hub} = 8.8$ [m/s], $\Delta z/r_{tower} = 3.0$, with wind shear)

第8章 結論

本研究では、加速度ポテンシャル理論の支配方程式の解を高次のオーダーまで考慮した非粘性モデルを用いて、水平軸風車の定常特性の予測を行い、以下の事柄を明らかにした。

- [1] 軸方向距離に伴う軸方向摂動速度変化の計算結果より、ロータ翼面上における誘導速度は翼弦方向にわたって異なる値を持つことが分かった。
- [2] 本理論の支配方程式の圧力解における高次オーダー成分を用いることにより、ロータ翼 1/4 弦点周りのピッチングモーメントを得ることができた。
- [3] 本理論の計算モデルでは、ロータ翼のねじれによる翼負荷への影響は小さい。

翼のフラッピング振動を考慮するモデルを用いることにより、流入風がロータ回転軸に対して斜めから流入する場合に発生する翼の振動が、水平軸風車ロータ翼周りの流れ場、ロータ翼空力特性および風車性能に及ぼす影響を調べ、以下の事柄を明らかにした。

- [1] ロータ翼固有振動の周期と外力の変動周期が近い場合において、ロータ翼の共振現象を確認することができた。
- [2] 失速状態にある低周速比運転時には周期比率の違いにより、翼根部において誘導速度、揚力係数の変動振幅に増減が見られ、特にロータ翼が共振状態にあるときにはその傾向が顕著である。しかし、ロータ翼全体に働く負荷としては振動の影響は小さい。また、非失速状態では、翼の振動によるロータ翼周りの流れ場、ロータ翼特性およびロータ特性への影響は小さい。

タワーの存在がロータ翼空力特性およびロータ特性に及ぼす影響を数値解析により調べ、以下の事柄を明らかにした。

- [1] 翼がタワーの近傍を通過する際に急激に揚力係数が低下するが、この低下幅は流出渦の影響を受ける。その結果、翼端側に比べ、周速度の小さい翼根側ではタワーの影響は比較的小さくなる。
- [2] タワーの影響により翼に働くフラップ方向モーメントの変動振幅は、一様流入風に対してはロータ面とタワーの中心軸との間の距離のおよそ-1.65 乗、ウインドシアを考慮するとおよそ-1.75 乗に比例する。
- [3] タワーの影響によりパワー係数に現れる変動振幅は、ロータ面とタワーの中心軸との間の距離のおよそ-2 乗に比例する。
- [4] ウインドシアの影響を考慮すると、タワーの影響によるフラップ方向モーメントとパワー係数の変動振幅は一様流入風の場合と比較して小さくなる。
- [5] ティルト角はウインドシア、タワー双方によるフラップ方向モーメントの変動振幅を $\theta_{tilt}=3[\text{deg}]$ ではおよそ 1 割、 $\theta_{tilt}=6[\text{deg}]$ ではおよそ 2 割減少させる。

参考文献

- Betz, A., 1920,
“Das Maximum der Theoretisch Moglichen Ausnutzung des Windes Durch Windmotoren,” Z. Gesamte Turbinewesen, Vol. 26.
- Bierbooms, W.A.A. M., 1991,
“A Comparison between Unsteady Aerodynamic Models,” Proc. European Wind Energy Conference, Amsterdam, pp. 13-17.
- van Bussel, G. J. W., 1995,
“The Aerodynamics of Horizontal Axis Wind Turbine Rotors Explored with Asymptotic Expansion Methods,” Ph.D. thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- van Bussel, G. J. W., 1991,
“The Use of Asymptotic Acceleration Potential Methods for Horizontal Axis Windturbine Rotor Aerodynamics,” Proc. European Wind Energy Conf., Amsterdam., pp. 18-23.
- European Wind Energy Assosiation, 2004
Wind Force 12, May 2004
- Friis, P. and Hansen, K. S., 1994,
“The Tjæreborg Wind Turbine. Presentation of Main Project Results: Operation and Energy Production,” Proc. European Wind Energy Conf., Tesseloniki, pp. 947-951.
- Fuglsang, P., and Dahl, K. S., 1999,
“Design of the New Riso-A1 Airfoil Family for Wind Turbines,” Proc. European Wind Energy Conference, Nice, pp. 134-137.
- Glauert, H., 1935,
“Windmills and Fans,” Aerodynamic Theory, W. F. Durand, ed., Springer, Berlin, Vol. 4, Div. L, Chap. XI, pp. 324-340.
- Goule, J., and Fiddes, S. P., 1991,
“Computational Methods for the Performance Prediction of HAWTs,” Proc. European Wind Energy Conference, Amsterdam, pp. 29-33.
- Hansen, A. C., and Butterfield, C. P., 1993,
“Aerodynamics of Horizontal-Axis Wind Turbines,” Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 25, pp. 115-149.
- Hansen, K. S., Pedersen B. M., Øye, S., Friis, P., Knudsen, M. and Rasmussen, A., 1989,
“Evaluation of Test Results and Operation Experience: The 60m/ 2MW Tjæreborg Wind Turbine,” Proc. European Wind Energy Conference, Glasgow, pp. 582-586.
- Hansen, K., 2002,
“The Tjæreborg Wind Turbine,” Web Site, <http://www.afm.dtu.dk/wind/tjar/html>
- Hasegawa, Y., and van Bussel, G. J. W., 1992,
“Application of the Asymptotic Acceleration Potential Method for the Calculation of Dynamic Inflow Effects on Horizontal Axis Wind Turbines,” Proc. 4th Int. Symp. Transport Phenomena Dyn. Rotat. Mach., Honolulu, pp. 186-195
- Hasegawa, Y., Kikuyama, K., Karikomi, K., Sumi, T., and van Bussel, G. J. W., 1999,

参考文献

- “Numerical Analysis of Yawed Inflow Effects on a HAWT Rotor,” Proc. 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference (CD-ROM), San Francisco, CA, FEDSM99-S295-9
- Hasegawa, Y., Kikuyama, K., and Karikomi, K., 2001,
“Effects of Turbulent Characteristics on Aerodynamic Behaviour of HAWT Rotor,” Proc. European Wind Energy Conference, Copenhagen, Denmark, pp. 526-529
- Hasegawa, Y., Kikuyama, K., and Karikomi, K., 2002,
“Numerical Analysis of Wind Turbulence Effects on Aerodynamic Load of HAWT Rotor,” Proc. Int. Symp. Transport Phenomena Dyn. Rotat. Mach., Honolulu, FD-116.
- Hasegawa, Y., Kikuyama, K., and Karikomi, K., 2002,
“Effects of Turbulence Characteristics on Aerodynamic Loads Experienced by HAWT Rotor,” Proc. World Wind Energy Conference (CD-ROM), Berlin, Germany.
- Hasegawa, Y., Kikuyama, K., and Karikomi, K., 2002,
“Effects of Non-Uniform Inflow on Aerodynamic Behaviour of Horizontal Axis Wind Turbine,” Proc. 2nd National Congress on Fluid Engineering, Muju, Korea, pp. 17-22.
- Hasegawa, Y., Kikuyama, K., and Karikomi, K., 2002,
“Numerical Analysis of Turbulent Inflow Effects on Aerodynamic Loads of HAWT Rotor,” Proc. 5th JSME-KSME Fluid Engineering Conference (CD-ROM), Nagoya.
- van Holten, Th., 1975,
“The Computation of Aerodynamic Loads on Helicopter Blades in Forward Flight Using the Method of the Acceleration Potential,” Report VTH-189, Dept. of Aerospace Eng., Techn. Univ. Delft, The Netherlands.
- van Holten, Th., 1976,
“Some Notes on Unsteady Lifting-Line Theory,” Journal of Fluid Mechanics, Vol. 77, part3, pp. 561-579.
- van Holten, Th., 1977,
“On the Validity of Lifting Line Concepts in Rotor Analysis,” Vertica, Vol. 1, pp. 239-254.
- Huyer, S. A., Simms, D., and Robinson M. C., 1996,
“Unsteady Aerodynamics Associated with a Horizontal-Axis Wind Turbine,” AIAA Journal, Vol. 34, No. 7, pp. 1410-1419.
- Miller, R. H., 1983,
“The Aerodynamics and Dynamic Analysis of Horizontal Axis Wind Turbines,” Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 15, pp. 329-349.
- Miller, R. H., 1984,
“Application of Fast Free Wake Analysis Techniques to Rotors,” Vertica, Vol. 8, No. 3, pp. 255-261.
- Øye, S., 1991a,
“Tjæreborg Wind Turbine Structural Dynamic Data,” AFM Notat VK-186, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark.
- Schepers, J. G., Brand, A. G., Bruining, A., Graham, J. M. R., Hand, M. M., Infield, D. G., Madsen, H. A., Paynter, J., and Simms, D. A., 1997,
“Final Report of IEA Annex XIV: Field Rotor Aerodynamics,” ECN-C-97-027,

参考文献

- Energy Research Centre of the Netherland.
- Simms, D., Schreck, S., Hand, M., and Fingersh, L. J., 2001,
“NREL Unsteady Aerodynamics Experiment in the NASA-Ames Wind Tunnel: A Comparison of Predictions to Measurements,” NREL/TP-500-29494, National Renewable Energy Laboratory, Golden, CO.
- Snel, H., 1998,
“Review of the Present Status of Rotor Aerodynamics,” Wind Energy, Vol. 1, pp. 46-69.
- Snel, H., and van Holten, Th., 1994,
“Review of Recent Aerodynamic Research on Wind Turbines with Relevance to Rotorcraft,” Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft, AGARD CP-552, pp. 7¹-7¹¹.
- Stepniewski, W. Z., 1984,
Rotary-Wing Aerodynamics, Dover Publications, N. Y., Vol. 1, Chap. V.
- Tangler, J. L., and Selig, M. S., 1997,
“An Evaluation of an Empirical Model for Stall Delay due to Rotation for HAWTs,” Proc. Windpower’97, Austin, TX, pp. 87-96.
- de Vries, O., 1983,
“On the Theory of the Horizontal-Axis Wind Turbine,” Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 15, pp. 77-96.
- Wilson, R. E., and Lissaman, P. B. S., 1974,
Applied Aerodynamics of Wind Power Machines, Oregon State University, Corvallis, OR.
- 東 昭, 1989,
航空工学(I), 裳華房.
- 今村 博, 1996,
“水平軸風車ロータ周りの流れ場に関する研究”, 名古屋大学工学研究科博士論文.
- 長谷川 豊, 菊山 功嗣, 今村 博, 1995,
“渦格子法による水平軸風車後流速度場の解析”, 日本機械学会論文集(B編), Vol. 61, No. 588, pp. 3005-3011.
- 長谷川 豊, 菊山 功嗣, 谷本 正信, van Bussel, 1997,
“加速度ポテンシャル法による水平軸風車の特性解析”, 日本機械学会論文集(B編), Vol. 63, No. 608, pp. 1297-1304.
- 長谷川 豊, 菊山 功嗣, 今村 博, 刈込 界, 1999,
“加速度ポテンシャル法による水平軸風車ロータ周りの流れ場の解析”, 風力エネルギー, Vol. 23, No. 3, pp. 22-26.
- 長谷川 豊, 菊山 功嗣, 刈込 界, 加藤 千博, 2002,
“水平軸風車ロータに及ぼすインドシアの影響に関する数値解析”, 日本機械学会論文集(B編), Vol. 68, No. 674, pp. 2795-2802.
- 長谷川 豊, 菊山 功嗣, 刈込 界, 2003,

参考文献

“乱れを伴う流入風に対する水平軸風車ロータの空力負荷変動”，日本機械学会論文集(B編)，Vol. 69, No. 684, pp. 1856-1853.