

図・本館

不均質場における不圧地下水状態の  
時空間変動過程に関する研究

名古屋大学図書	
和	1051236

1989年9月

原 田 守 博

報告番号

第

3678号

A STUDY ON THE SPATIAL AND TEMPORAL BEHAVIORS OF UNCONFINED  
GROUNDWATER HEAD-FIELD IN HETEROGENEOUS REGION

by

Morihiro HARADA

ABSTRACT

In order to analyze the regional groundwater behaviors, we should discuss as primary issues how to estimate and how to understand actual spatial and temporal distributions of hydraulic head of groundwater. For these distributions are treated as the fundamental information in various processes of the analysis, such as the aquifer modelling, the parameter identification, the verification of numerical results. In the investigation of the spatial distribution of head, namely "Head-Field", however, it is rare to obtain available head data enough for a practical analysis, because observation wells are limited in number and in space. Also, temporal behaviors of head-field are generally complex since the aquifer system is usually heterogeneous and affected by diversely artificial activities. Consequently, it often happens that head data at some observed wells indicate local singular fluctuations, compared with the spatial scale concerned. In particular, the influence of heterogeneity is important in the unconfined case, and head data at some points right after a heavy rainfall are apt to fluctuate independently of each other.

The purpose of the present study is to clarify physical structure of producing the randomness of head-field in a heterogeneous region, and to evaluate the uncertainty of head data at observation wells. In this thesis, the behavior of unconfined head-field due to a rainfall event is treated as the physical process in non-stationary random field by combining statistical concepts and physical principles.

This thesis consists of the following chapters;

Chapter 1 : The scope of the problems in this study is demonstrated and the previous researches related to the analysis of heterogeneous aquifer are summarized. In this chapter, it is emphasized that the evaluation of the randomness of head data caused by the heterogeneity of aquifer is very important not only for the nice simulation but also for the better understanding of regional groundwater behaviors.

Chapter 2 : Through hydrological observations and geological investigations at two experimental basins, the real condition of the heterogeneity in the actual region and the characteristics of fluctuation of the unconfined

hydraulic head are discussed. The statistic properties of hydraulic coefficients in the actual aquifer are estimated positively based on field data. The phenomenological discussions on the governing factors of spatial difference of head data are also presented.

Chapter 3 : The stochastic evaluation of the uncertainty in "randomizing process" of head-field due to a heavy rainfall is presented. Theoretical formulation of head variance which expresses statistically the randomness of the head-field is made based on physical laws with respect to the vertical unsaturated flow and the horizontal groundwater flow. It has been clarified how the head variance depends on both flow properties in the unsaturated zone and in the aquifer, and the fact that head-field has greater variance of its spatial distribution in the silty aquifer than in the sandy aquifer is demonstrated.

Chapter 4 : The stochastic evaluation of the uncertainty in "smoothing process" of head-field during the long-term recession period after a rainfall is presented. By evaluating the random components of head due to the heterogeneity of aquifer, a theoretical function of head variogram which expresses a spatial structure of head-field is analytically derived from the fundamental flow equations. The unsteady head-field after a rainfall is then stochastically estimated from a limited set of point data by using the Universal Kriging method and theoretical variogram. Through the result of the Kriging analysis, it is shown that the estimation accuracy of head-field is improved gradually with the passage of time after a rainfall. These facts suggest that the significance of the observed head values in the groundwater analyses will change with the temporal and spatial scales of groundwater behaviors.

Chapter 5 : The design of observation network of wells for the measurement of hydraulic head in heterogeneous region is discussed, and how to apply the information obtained by the observation to the practical analysis is proposed. In previous researches, the aquifer parameters of simulation models have been identified by a direct comparison of the simulated head values with the observed head data. However, it should be noted that the simulated values are macroscopic solutions, while the observed data include local random components caused by the the heterogeneity of aquifer. To avoid this difficulty, a new criterion for the parameter identification in the unconfined heterogeneous aquifer is proposed. The criterion proposed takes full advantage of the statistical property on uncertainty of actual head behaviors.

Chapter 6 : The conclusions in the thesis are summarized.

Keywords: unconfined groundwater, heterogeneous aquifer, head-field, head variance, head variogram, Kriging method, unsaturated flow, observation network, inverse problem, parameter identification

# 目次

第1章 序論	1
1.1 広域地下水解析の工学的意義	1
1.1.1 地下水をとりまく社会情勢	1
1.1.2 地下水シミュレーションの変遷とその現状	2
1.2 広域地下水のシミュレーションの不確定要因	3
1.2.1 モデル構造の不確定性	4
(1) ダルシー則の適用性	4
(2) 積分領域と地質情報	5
1.2.2 初期条件・境界条件の不確定性	5
(1) 初期・境界条件の設定と水位観測データ	5
(2) 揚水量・鉛直涵養量の不確定性	6
1.2.3 モデルパラメータの不確定性	7
(1) 帯水層試験結果のばらつきと場の不均質性	7
(2) パラメータの逆解析	7
1.2.4 解析結果の評価基準としての水位観測データ	9
1.3 不均質場の地下水状態に関する既往の研究	10
1.4 本研究の目的	12
1.4.1 本研究の意図	12
1.4.2 本研究の対象とする現象	13
1.5 本論文の構成	14
参考文献	18
第2章 地下水位変動の現地観測と帯水層の不均質性の実態	22
2.1 概説	22
2.2 観測の対象地域の概要と水文観測体制	23
2.2.1 平野域における試験流域	23
(1) 地形地質特性	23
(2) 水文観測体制	24
2.2.2 丘陵地における試験流域	24
(1) 地形地質特性	24
(2) 水文観測体制	28
2.3 流れ場の水理特性の不均質性の実態	29

2.3.1	単孔式現場透水試験による透水係数の統計的特性	29
(1)	測定方法	29
(2)	確率分布特性	30
(3)	空間分布特性	30
2.3.2	サンプリングによる不飽和水分特性および有効間隙率	34
(1)	測定方法	34
(2)	水分特性曲線	35
(3)	土壌の粒度組成	40
2.4	降雨に伴う不圧地下水水位の変動特性	41
2.4.1	降雨に対する地下水水位の応答過程	41
(1)	観測結果	41
(2)	水位応答の場所的差異の原因	45
2.4.2	無降雨期間における地下水水位の低減過程	47
(1)	観測結果	47
(2)	地下水水位の低減過程の空間的特性	47
2.5	降雨による地下水状態の攪乱・平準化過程とその時空間スケール	50
2.6	結語	51
	参考文献	53
第3章	降雨に伴う不圧地下水状態の攪乱過程	55
3.1	概説	55
3.2	降雨に対する水位応答現象の不確定要因	56
3.3	雨水浸透による地下水涵養機構	58
3.3.1	不飽和浸透理論	58
3.3.2	不飽和浸透解析による室内水理実験の再現	60
(1)	雨水の鉛直浸透実験	60
(2)	不飽和浸透流の数値解析	61
(3)	実験結果と解析結果の比較	62
3.3.3	重力排水過程における土壌水分の保水形態	67
(1)	Field Capacity	67
(2)	標準砂を用いた重力排水実験	67
(3)	不飽和浸透理論から見た Field Capacity	70
3.4	不均質な土壌帯における地下水涵養過程	72
3.4.1	均質土壌における地下水涵養過程の近似モデル	72
(1)	降雨強度一定の場合の浸透過程	76
(2)	降雨後の再配分過程	77
(3)	地下水帯への涵養強度	78

3.4.2	近似モデルと数値解との比較	79
3.4.3	土壌の不均質性による涵養強度の変動構造	82
3.5	不均質な帯水層における地下水位の確率応答特性	84
3.5.1	地下水位応答の統計的特性	84
3.5.2	種々の地質条件下での水位応答の不確定性	88
(1)	平均的水理定数と涵養強度	89
(2)	平均的水理定数と水位応答の分散	90
3.6	結語	92
	参考文献	93
第4章	降雨後における不圧地下水状態の平準化過程	95
4.1	概説	95
4.2	ランダムな地下水状態の統計的取り扱い	97
4.2.1	帯水層の水理特性の空間的分布	97
4.2.2	地点観測値に基づく確率場の統計的推定手法	98
(1)	定常確率場における空間推定 (Kriging 法)	98
(2)	地下水状態の Conditional Simulation	100
(3)	非定常確率場における空間推定 (Universal Kriging 法)	101
4.2.3	地下水位分布推定への適用上の問題点	102
4.3	平準化過程における地下水状態の統計的空間構造	103
4.3.1	場の不均質性による地下水位の乱れ成分	103
4.3.2	水位の乱れ成分の構成要素	107
4.3.3	地下水位分布の variogram	112
(1)	一次元流れの場合	112
(2)	二次元流れの場合	115
4.3.4	水位変動速度の variogram	117
4.4	実流域における降雨後の地下水状態の統計的評価	120
4.4.1	水位変動速度の空間分布推定	120
(1)	実測値による variogram と理論 variogram との比較	120
(2)	水位変動速度の Kriging	122
(3)	水位変動速度の Conditional Simulation	124
4.4.2	地下水位の空間分布推定	127
(1)	drift 項数と variogram の推定	127
(2)	水位分布の Universal Kriging	129
4.5	結語	131
	参考文献	132

第5章 不圧地下水位の観測手法と観測情報の工学的活用	134
5.1 概説	134
5.2 地下水位の観測網と観測精度	135
5.2.1 観測井の空間配置に関する従来の研究	135
5.2.2 観測井の空間密度と地下水状態の推定誤差	136
5.3 観測水位の不確定性を考慮した不圧帯水層定数の逆解析	139
5.3.1 広域地下水解析におけるモデルパラメータの同定基準	139
5.3.2 対象とする地下水状態と逆解析条件	139
(1) 観測される“実現象”の生成	139
(2) 同定される等価モデル	142
(3) 水位の観測条件	142
5.3.3 従来のパラメータ同定基準とその問題点	144
(1) 従来同定基準による逆問題の定式化	144
(2) 同定基準J1による逆解析とその問題点	145
5.3.4 地下水位の分散に基づく不均質帯水層の逆解析法	148
(1) 不均質場における水位分布の統計的特性	148
(2) 水位分散を用いた不均質場に対する同定基準	148
(3) 同定基準J2による逆解析	149
5.4 結語	152
参考文献	154
第6章 結論	155
記号一覧	161
謝辞	163



# 第1章 序 論

## 1. 1 広域地下水解析の工学的意義

### 1. 1. 1 地下水をとりまく社会情勢

沖積平野の地下には、河川の土砂運搬作用によって形成された第四紀層が厚く堆積しており、砂礫層と粘土・シルト層とが互層となって成層構造をなしている。前者は地下水を胚胎する帯水層、後者はそれを隔てる難透水層となるが、個々の帯水層はそれぞれ独立に存在するのではなく、互いに水のやりとりをしながら帯水層群として広域の地下水流動系を構成している。こうした地下帯水層内に貯留された莫大な量の地下水は、わが国では第二次大戦後とくに高度経済成長期において、工業用水および水道用水などとして大量に揚水されてきた。それは地下水の利用コストが低いうえ、水質や水温の点でも地下水が並ぶものの無い良好な水資源であるからである。しかしながら、地層内における地下水の流動速度は非常に遅いため、揚水できる水量には自ずから限度がある。たとえば、桑原<sup>1)</sup>の試算によると、濃尾平野における地下 200m 以浅の地下水賦存量は1000億トンを上回るが、そのうち間隙での保持水分を除いた産水可能量となると 400億トン余り、さらに地下水の循環速度を考慮すると揚水許容量は全体の一割未満と著しく小さくなることが推定されている。過去の歴史から明らかのように、この許容量を越えた過剰揚水は種々の地下水障害を引き起こす。昭和30年代からの深井戸による揚水量の急増に伴い、全国各地の平野臨海部で発生した深刻な地盤沈下や地下水の塩水化は、こうした地下水資源の量的評価を正しく行わなかったために生じた地下水位（水頭）の異常低下が主たる原因である<sup>2)</sup>。しかし、その背景には、社会全体が逼迫する水需要に対応すべく新たな井戸開発に追われ、地下水を利用するにあたって地域規模での地下水流動を考慮すること、すなわち広域地下水への水文学的視点が欠けていたことが最大の原因であると考えられる。

深刻な地下水障害を防止軽減するために、昭和40年代後半より国および自治体による揚水規制が実施され、経済の安定成長への移行も手伝って地盤の沈下速度はようやく鈍化した。しかし、それと入れ替わるかのように、近年、有機塩素溶剤等による地下水汚染が各地で多発し、社会的に大きな問題となりつつある。また、ごく最近では、都市における大深度地下空間の利用計画に関連して、地下構造物への地下水の漏水や帯水層の分断などの新たな問題の発生が懸念されている。

しかし、こうした地下水資源の危機が叫ばれる一方で、「汲めば地盤沈下、汲まなくても既に汚染」といった短絡的思考が生まれ、多くの問題をはらむ地下水を水資源として評価しない動きすらみられる。このように地下水資源に対する価値観が薄らぎつつある今日ではあるが、地下水が適切な管理のもとで自然の循環速度に合わせて利用されれば、またとない良好な水資源となりうる事実が変わりはない。いまこそ、地下水を科学的な視点で見ることにより、水循環の中に正しく位置づけるとともに、精度の高い水理解析に基づいて循環速度に見合った適正な地下水の利用および管理計画を策定することが強く求められている。

### 1.1.2 地下水シミュレーションの変遷とその現状

揚水・注水に関する井戸周りの水理学は、1950年代末までに Theis<sup>3)</sup>やJacob<sup>4)</sup>, Hantush<sup>5)</sup>らによってほぼ完成されていたのに対し、平野や盆地といった広域の地下水流動の解析が始められたのは1950年代後半からである。それも当初は電気的なアナログシミュレーションであり、電導紙やR-C(抵抗-コンデンサー)回路を用いて電圧で地下水位を模擬していた<sup>6)7)</sup>。1960年代に入ると、コンピュータの発達に伴って数値シミュレーションが始められた。Tyson & Weber<sup>8)</sup>は多角形格子網によって帯水層の平面2次元モデルを組み、水収支解析を行った。計算法としては、差分法とくにADI法<sup>9)</sup>が多く用いられた。1970年代半ばには、地盤沈下の深刻化に伴い粘土層など難透水層を通しての鉛直方向の漏水・絞り出し現象を考慮することによって複数の帯水層の流れを扱う鉛直二次元モデルや準三次元モデルが考え出された<sup>10)11)</sup>。1980年代に入ると、計算手法は差分法からより汎用的な有限要素法が主流となり<sup>12)</sup>、計算機の機能の向上も相まって、純三次元多層解析も試みられるようになった<sup>13)</sup>。とくに最近では、地下水汚染問題に関連して、水質のシミュレーションモデルが脚光を浴びつつある。

このように地下水シミュレーションは、モデルの多層化・多次元化が進み、しだいに複雑なものとなってきた。そして、解析の対象となる水理量も解析目的によって変わってきている。たとえば、地盤沈下に関連した地下水解析では水頭すなわち水圧の再現・予測が最大の課題であったが、現在進行しつつある地下水汚染の拡大や大深度構造物による地下水環境の改変に対応するためには、水収支解析という単なる水量の評価のみならず、流れ場における流動経路の把握といった平野全体で見れば微視的な部分にまで工学的な要求は広がってきている。これらの現実の厳しい要求に答えるために、地下水解析にはより高い精度が必要とされ、解析に用いられる基礎データの重要性がますます高まっている。というのは、も

しも解析を支える観測データが質的量的に不十分なものであれば、モデルパラメータの増えた分だけ解析が曖昧なものとなり、複雑なモデルを用いたとしても必ずしも解析精度の向上に結びつかないからである。したがって、信頼しうる解析を行うためには、モデルの構造と観測データの精度との間に整合性がとれていることが大切であるといえる。

このように、観測データの質と量は解析を進めるにあたって最も重要な要素である。しかし、実際の解析プロセスを見ると、観測データが満足に得られることはきわめて稀であり、多くの場合、解析モデルは種々の未知要因を残したまま複雑な実際現象のシミュレーションに用いられてきている。確かに昭和40～50年代初頭の地盤沈下に代表される地下水障害の悪化した時期には、早急な対策を講じなければならないという実務からの要請によって、解析の基礎となる情報が不備な場合においてもやむなくシミュレーションの実施に踏み切った経緯があった。その場合、初期・境界条件がラフに設定されていながらも、解析結果として実測水位に近い計算水位が得られていたのは、同定過程を通して多くのパラメータ値や諸条件の再設定によるモデルの調整が行われたからに他ならなかった。モデルの構成要因に内包された不確定性は、うがった見方をすれば、それら諸要因の設定如何によって解析結果を恣意的に整えることを可能にするといっても過言ではない。地下水シミュレーションの最大の役割は、直接見ることができず推測の対象でしかなかった地下水の流れを目に見えるようにすることにあるのであり、その解析は十分に客観性の高いものでなければならない。そのためには、モデルを構成する諸要因のうち、何が正確で何が曖昧かを明確にし、不確定な要因とその解析結果への影響をできる限り高い精度で評価することが必要である。こうした観点から高木・原田<sup>14)15)</sup>は、モデルの構成要因の誤差がシミュレーション結果に及ぼす誤差の構造を地下水の基礎方程式を変分表示することによって考察している。また池淵・森岡<sup>16)</sup>は、モデルの各要因の誤差が地下水位に与える影響をテラー展開の1次の項を用いて仮想領域について数値解析している。次節では、そうしたシミュレーション結果に影響を及ぼす解析モデルの個々の構成要因について、どのような不確定性が存在するかを考察する。

## 1. 2 広域地下水のシミュレーションの不確定要因

通常行われる数値シミュレーションでは、まず、地層構造とその流れ場に対す

る多孔体中の流れの支配方程式が記述され、これをあらかじめ設定した初期条件・境界条件の下で対象領域について積分することによって領域内部の地下水の水頭値が再現されている。その場合、方程式に含まれる各種パラメータは、揚水試験等の数値を参考にするものの、結果的にはいくつかの観測井での水位（水頭）観測値を用いた同定作業を通して決定されてきた。こういった解析手法による計算結果は、表-1.1 に示したように、モデル構造や初期・境界条件の妥当性、パラメータの同定方法など種々の要因によって大きく異なったものとなる。以下、同表にしたがって、各要因の影響と問題点を概観しよう。

### 1.2.1 モデル構造の不確定性

#### (1) ダルシー則の適用性

まず、広域地下水流動の基礎方程式に関する問題として、対象とする流れの物理構造がダルシー（Darcy）則で表現されるのか、それとも フォルヒハイマー

表-1.1 広域地下水解析の不確定要因

モデルの構造	流れの機構	ダルシー則の成立の可否
	積分領域	水文地質構造の把握とモデル化 平面二次元か鉛直二次元か または準三次元か純三次元か
初期・境界条件	初期条件	初期時刻の地下水位（水頭）分布
	境界条件	水位指定：領域境界 流量指定：領域境界 涵養量、揚水量
モデル パラメータ	透水性 貯留性	透水係数、透水量係数、漏水係数 貯留係数、有効間隙率
解析結果の評価	評価基準	観測水位が再現できれば良いのか

(Forchheimer) 則<sup>17)</sup>など他の機構に従っているのかという問題がある。また、始動勾配<sup>18) 19)</sup>の存在も考えられる。従来、ダルシー則はその式形が美しくかつ簡便であることや広範な浸透現象によく適合することから、広域地下水の解析においても流れの運動方程式に対応するものとして用いられてきた。しかし、アースダム中の浸透流のような水頭勾配が大きい場合ならばともかく、平野臨海部の低平地にみられるような  $10^{-3} \sim 10^{-4}$  といった勾配が極度に緩やかな地域では、粘性土中の流れにみられるように動き始めるにはある程度の水頭勾配(始動勾配)を必要とする可能性がある<sup>20)</sup>。こうした流れの非ダルシー性は地下水解析の基本となる重要な問題であり、精密な実験に基づいた検討が進められている<sup>21) 22)</sup>。しかし、いまのところ、ダルシー則を積極的に否定する根拠は得られておらず<sup>23)</sup>、広域地下水解析における他の要因の不確定性の大きさを考慮すると、広域地下水の評価にダルシー則を援用せざるを得ない状況は今後とも続くものと思われる。

## (2) 積分領域と地質情報

積分領域の問題は、基礎方程式を解く流れの場を正しく把握しているか、という事柄であり、対象地域の水文地質構造の評価および帯水層の幾何形状のモデル化に関する問題である。この問題の正否は、まずボーリング柱状図などの地質学的情報の質と量によって左右される。すなわち、広域地下水の解析は“はじめに地質構造ありき”であって、地質構造の資料が無い地域で信頼できる解析を行なうことはほとんど不可能である。また、現実の地下地質は、成層構造といってもきわめて複雑な形態をとっており、それら一つひとつの地層を解析に考慮することは不可能である。そこで実際の解析に当たっては、一本一本のボーリング柱状図からどのように空間的な地層構造を内挿するか、そしてどれだけの地層をひとつの帯水層とみなすかが大きな課題となり、水理地質学的な素養に基づいた工学的判断が要求される。このように地質構造の評価の問題は、後述する水位分布の場合と同じく、限られた地点情報から空間状態をどのように判断しモデル化するかという問題に言い換えることができる。

### 1.2.2 初期条件・境界条件の不確定性

#### (1) 初期・境界条件の設定と水位観測データ

初期条件は、一般に対象領域全体の過去の地下水面図に基づいて水位(水頭)の空間分布が与えられる。しかしながら、地下水位が観測されているのはごく限られた地点においてだけであるのに対して、実際の水位分布は流れ場の不均質性やさまざまな人為的要因のためにきわめて複雑なものであることが多く、数少な

い地点データからどれだけの精度で水位の空間分布が推定できるかが課題となる。

境界条件は、積分領域の境界での水理条件を与えるもので、水位指定の場合と流量指定の場合がある。平面的な境界には、帯水層が河川や湖沼・海洋に面した境界や平野と丘陵・山地が接する境界等が挙げられる。一例として河川が境界になる場合について考える。河川境界では、通常、河川の実測水位を境界水位として与えることが多い。実際、降雨出水や潮汐による河川水位の変動が内陸部の地下水水位に時間遅れを伴って伝播することが知られている<sup>24)</sup>。しかし一方で、堤内地の浅層地下水水位が河川水位の変動よりも地表の灌漑などの影響を強く受けて変動していることもある<sup>25)</sup>。すなわち、河川水位と地下水水位の水理学的連続性は、実際にはその川の規模や河床の状態、地下水面の深度や周辺地盤の透水性などに依存するため、河川水位がそのまま境界条件として妥当であるか否かを一概に判断することは難しい。一方、河川や湖沼のない内陸部に解析領域を設ける場合には、境界上に位置する観測井での水位観測データをつないで境界水位とすることがある。しかしながら、実際の地盤では、地下水水位の空間分布はきわめて複雑であることが多く、観測井の水位が必ずしも解析モデルのマクロな境界条件を示しているとは限らない。したがって、解析にあたっては、個々の水位データがその周辺の地下水状態をどの程度代表しているかを見定めることが重要になる。

## (2) 揚水量・鉛直涵養量の不確定性

積分領域の鉛直方向の境界としては、地表面での雨水や灌漑水の浸透条件、帯水層底部で基盤岩や難透水層に接する境界等がある。井戸からの揚水量もこの意味で本来は境界条件として扱われるべきものである。地盤沈下防止のための揚水規制が敷かれている地域では、揚水井の位置・本数・ポンプ容量等が一応調べられているが、一般的には揚水量の把握は困難な場合が多い。さらに大きな問題は多層取水井の取り扱いである。すなわち、多くの大規模揚水井は複数の帯水層にストレーナを設けた多層取水井であるため、各帯水層からどのような割合で揚水されているかについては全く未知である<sup>26)</sup>。濃尾平野のシミュレーション例<sup>27)</sup>では、総揚水量を便宜的にストレーナ長の比率で各帯水層に配分するという手法が採られたが、孔内微流速計による実測結果とは対応せず<sup>28)</sup>、今後の問題を残している。

雨水や灌漑水による鉛直涵養量は、単位面積で見れば一日に数mm以下といった小さな値であるが、広い地域で面的に生ずるために全体ではかなりのボリュームとなるため高い精度が要求される。地下水涵養量を推定するには、地表水の水収支による方法や土壌内の水分移動を不飽和浸透理論を用いて追跡する方法、そし

て地下水位変動を実測し地下水流動の解析によって逆算する方法などがある。原田・高木<sup>29)</sup>は、扇状地の103本の観測井における実測水位データをもとに、地下水シミュレーションによる鉛直涵養量の逆推定を試みている。こうした方法では、後述する帯水層定数の逆解析の場合と同様に、観測水位の精度やその空間的な代表性が涵養量の推定精度を決定的に支配するため、利用する地下水位データが逆解析に耐えうるものかどうかを慎重に吟味する必要がある。

### 1.2.3 モデルパラメータの不確定性

#### (1) 帯水層試験結果のばらつきと場の不均質性

モデルパラメータとしては、流れの基礎方程式に含まれる透水係数（または透水量係数）や貯留係数（または有効間隙率）、難透水層の漏水係数等が挙げられる。これらの値は、領域中の何か所かの地点において、揚水試験や現場透水試験などの帯水層試験によって一応の推定値が得られる。しかし、それらの試験結果は同じ帯水層に対してすら場所的にオーダーが異なるほどのばらつきをみせ、どの値を広域地下水のパラメータとして採用すべきか判然としないことが多い。こうしたばらつきの原因には、試験そのものの測定誤差やデータ処理上の誤差の問題もあろうが、帯水層のもつ水理特性の空間的な不均質性が大きく係わっていることを見逃すことはできない。実際の平野は堆積時に一様に形成されたのではなく、一つの地質年代においても小規模の堆積が数多く繰り返されたものである。その結果、同一の帯水層中にも粒度の粗い部分とそうでないところが存在し、水理特性は空間的にきわめて複雑な分布をしていることが予想される。このような沖積平野において、帯水層試験の結果は揚水井や観測孔のごく近傍の狭い範囲の水理特性を代表しているにすぎず、広い対象領域の代表値にはなっていないことが考えられる。広域地下水の解析においては、こうした平野全体でみれば局所的にしか得られない水理特性の情報をいかに生かすかが大きな鍵となる。そこで実際の解析では、それらの試験値を参考に、解析から得られる計算水位が観測水位の時間的空間的挙動をうまく再現するようにパラメータ値を試行錯誤的に修正する手続きが採られる。このプロセスは内挿検定過程とも呼ばれる。

#### (2) パラメータの逆解析

試行錯誤による内挿検定過程には、どのパラメータをどの程度修正するかについて任意性が存在するために、解析者のもつ経験と主観的な判断が入り合理的な推定方法とは言いがたい。そこで、同定をより客観的かつ効率的に行うために、同定過程そのものを数理的に定式化し、最適化手法によって系統的にパラメータ

決定を行おうとする研究が進められてきた<sup>30)-33)</sup>。こうしたパラメータの客観的同定問題は、観測水位データという、いわば帯水層システムの出力を知ることにより、モデルを通してシステムの構造を推定する問題であると言い換えられ、通常の解析（順問題）に対して逆解析（逆問題）と呼ばれる。地下水パラメータの逆問題の研究は1960年代半ばより始められ、多くの地下水研究者の関心を集めてきた。その主要な流れは、定式化に用いられる最適化の基準によって直接法と間接法の2つに大別される<sup>30)</sup>。

a) 直接法：方程式誤差基準によるもの

直接法は、モデルパラメータを逆境界値問題における従属変数として取り扱うものであり、Frind & Pinder<sup>34)</sup>やNeuman<sup>35)</sup>の研究によって代表される。たとえば、水位に関する二次元定常流れの基礎方程式（ラプラス方程式）を透水量係数が満たすべき1階の双曲型偏微分方程式に変換し、領域全体の水位分布と透水量係数の境界条件を既知として与え、透水量係数の空間分布を推定しようとするものである。実際には、水位分布は限られた離散地点で測られているに過ぎないので、欠測地点の水位を内挿によって推定しなくてはならない。しかし、観測水位には流れ場の不均質性や様々な人為的要因に起因した不確定な成分が含まれることが多い。しかも、一般に透水量係数の変化に対して水位分布の変化は比較的小さいので、水位分布の推定に誤差を伴う場合には、このアプローチによる透水量係数の推定値ははかかなり精度の低いものとなることが予想される。

b) 間接法：出力誤差基準によるもの

間接法は特定の地点における観測水位とモデルによる計算水位との差のノルム、すなわち出力誤差をパラメータの選択によって最小化するものであり、Neuman & Yakowitz<sup>36)</sup>の合成最小二乗基準をはじめ多くの研究がある。具体的には、パラメータに初期推定値を与えてスタートし、システムの応答が観測値のそれに十分近づくまでパラメータ値を繰り返し改善するというアルゴリズムを組む。このアプローチはとくに複雑な定式化を必要とせず汎用性に富むが、流れの基礎方程式がパラメータに対し非線形であるために非線形最適化問題<sup>37)</sup>となり、解がしばしば不定となることがある。また、この手法を実際問題に適用するとき、現実には限られた数の水位観測値に基づいて行われるために、水位観測値が局所的な変動成分を含む場合には、その影響により領域全体のパラメータ値が正しく推定できないことが考えられる。このように、逆解析によりモデルパラメータを同定しようとする場合、直接法と間接法のどちらの手法においても、同定結果は観測水位データの精度に大きな影響を受けるといえる。



#### 1.2.4 解析結果の評価基準としての水位観測データ

広域地下水のシミュレーションの解析結果は、通常、計算水位が観測水位の時間的変化や空間分布を再現するか否かによって妥当性が検証される。これは、上述したモデルパラメータの同定の場合と同じ考え方である。しかしながら、こうした観測水位と解析結果を直接比較することが、実際にどれほどの意味をもつのかを十分に考える必要がある。というのは、すでに述べたように、実際の地下水状態は流れ場の不均質性やさまざまな人為的要因の影響を受け、時間的空間的に複雑なものであることが多い。それにもかかわらず、水位の観測は限られた数の井戸地点で行われるだけで、測られた水位データには大なり小なり局所的な変動成分が含まれている。これに対して計算水位は、流れ場を離散化したうえで単純化した境界条件を与え、各離散化要素に一定のパラメータを確定的に与えることによって解析された各要素の代表値である。言い方を換えれば、計算水位が空間的にある程度巨視的なスケールをもっているのに対し、観測水位はその測定地点近傍の狭いスケールの状態を大きく反映している場合が多く、両者は空間的代表性において互いに異なったレベルのものであるといえる。計算水位と観測水位の間にこうした相違があることを踏まえると、両者の適合性を基準とする従来のパラメータの同定手法や解析結果の評価のしかたには少なからず問題があると考えられる。さらに言えば、実際の地盤のように不均質で境界条件が明確でない帯水層では、ある地点での水位・水頭を再現することと領域全体の流れの状況や水収支をとらえることとは別問題であり、わずかばかりの地点での水位・水頭の挙動が再現できたとしても、必ずしも解析結果の妥当性を示したことはないと考えられる。こうした問題を解決するためには、まず、観測水位のもつ精度と空間的代表スケールを定量的に評価することが大切であり、そのうえで、地下水位の空間状態を地点観測データから合理的に推定することが必要であるといえる。

以上、本節では地下水シミュレーションの一般的手法に基づき、モデルの構成要因とその不確定性について概説した。これらを振り返ってみると、諸要因に不確定性が生じる原因としては、

- ・観測情報が質的量的に十分得られないこと、
  - ・わずかに得られる情報は地点データに限られ面的な情報が少ないこと、
- が共通的に挙げられる。すなわち、諸要因の不確定性の多くは、限られた地点データ、たとえば、ボーリングによる地質データや水位の観測データを面的に内挿し、地質構造や地下水位の空間状態を評価する際に生じている。なかでも水位デ

ータは、それに基づいて初期水位分布や境界水位条件を設定したり、計算水位との比較に基づくパラメータを同定したり解析結果の妥当性を判断したりするため、シミュレーション結果にきわめて大きな影響を与える。もし水位データに対する判断を誤れば、地下水シミュレーションは大きな誤差を含むことになるのである。前述したように、実際の地盤における水位の地点観測データは、流れ場の水理特性の不均質性に少なからず影響を受けていることが考えられ、それを定量的に評価することが必要となる。次節では、そうした場の不均質性と地下水状態との係わりに関連して行われた従来の研究を簡単に取りまとめておくことにする。

### 1. 3 不均質場の地下水状態に関する既往の研究

流れ場の水理特性の不均質性が地下水状態に及ぼす影響については、1975年の Freeze<sup>38)</sup>の研究を端緒として、今日まで基礎的な検討が続けられている<sup>38)-44)</sup>。研究の流れは、アプローチの違いによりモンテカルロ法によるものと基礎方程式を確率論的に解くものとに大別される。

#### a) モンテカルロ法による数値シミュレーション

Freeze<sup>38)</sup>は仮想的な一次元被圧帯水層を有限ブロックに離散化し、各ブロックの透水係数のある確率分布関数をもとに乱数によって独立に与えることにより、モンテカルロ・シミュレーションを行ない、流れ場の不均質性と水位の統計的特性との係わりを検討した。続いてSmith & Freeze<sup>39) 40)</sup>は、Freezeの解析には考慮されていなかった各ブロック間の空間相関を導入し、積分スケールと帯水層長さの比によって帯水層内の定常水位の統計的分散を評価した。これらの解析は計算機による一種の数値実験であり、後述する解析的手法では取り扱いが困難な帯水層境界の効果をも容易に処理できる。しかし、領域を離散化するブロックのサイズやシミュレーションの回数などが計算結果に影響を与えるため、それらをどのように扱うかが課題として残されている。

#### b) 基礎方程式の摂動展開による理論的検討

Gelhar<sup>42)</sup>および彼のグループ<sup>43) 44)</sup>は、流れの基礎方程式を摂動展開しスペクトル法を用いて流れ場の不均質性と水位の変動特性との関係を統計的に定式化した。この方法では、水位や透水係数などが二次定常(stationary)確率過程に従う確率変量と見なすことができる、という統計的仮定が前提となっている。以下では、最も簡単な場合として無限媒体中の一次元定常流をとりあげ、研究の考え

方を述べることにする。

いま、地下水位を  $\phi(x)$  とすれば、一次元定常流の基礎方程式は

$$\frac{d}{dx} \left[ K(x) \frac{d\phi}{dx} \right] = 0 \quad (1.1)$$

$\phi(x)$  および  $K(x)$  の対数変換値  $Y(x) = \ln K(x)$  が、次式のように平均値とそのまわりでのランダム変動から成っていると考える。

$$\phi(x) = H(x) + h(x), \quad E[\phi(x)] = H(x), \quad E[h(x)] = 0 \quad (1.2a)$$

$$Y(x) = F + f(x), \quad E[Y(x)] = F, \quad E[f(x)] = 0 \quad (1.2b)$$

上式を式(1.1)に代入して微小項を無視すれば、

$$\frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{dH}{dx} \frac{df}{dx} = 0 \quad (1.3)$$

$h$  と  $f$  が二次定常に従うならば、Fourier-Stieltjes積分により表現定理(representation theorem)を満たすような複素変数  $Z_h, Z_f$  が定義でき、 $h$  のスペクトル  $\Phi_h$  は  $f$  のスペクトル  $\Phi_f$  と次の関係にあることが示される。

$$\Phi_h(k) = J^2 \Phi_f(k) / k^2 \quad (1.4)$$

ここに、 $J = dH/dx$  : 平均的動水勾配、 $k$  : スペクトル表示にともなう波数である。いま、 $Y(x)$  の共分散関数が

$$\text{Cov}[f(x+s), f(x)] = \sigma_f^2 (1 - s/l) e^{-s/l} \quad (1.5)$$

のように表されるとすると、逆フーリエ変換により  $\Phi_f$  が得られる。そして、式(1.4)による  $\Phi_h$  をフーリエ変換することにより  $h$  の共分散関数は

$$\text{Cov}[h(x+s), h(x)] = J^2 \sigma_f^2 l^2 (1 + s/l) e^{-s/l} \quad (1.6)$$

と求められる。ここに、 $\sigma_f^2$  :  $Y(x)$  の分散、 $l$  :  $Y(x)$  の相関距離である。

上式は、場の不均質性に起因する定常水位の空間的な統計的特性を表わしている。

Bakr et al.<sup>43)</sup> は、同様の手法で三次元定常流も解析し、その水位分散が一次元流の場合の5%程度にすぎないことを示した。このようにスペクトル法による

研究は、不均質場における水位の不確定性を解析的に表現することに成功しており、実際の地下水解析を進めるうえで有用な情報を提供している。しかし、現在までのところ、解析対象を水平無限領域における一方向定常流に限った議論に留まっており、より一般的な状況下での解析が望まれる。

本研究では、こうした研究の現状を踏まえて、さまざまなケースの地下水流れのうち、降雨によって水位が時間的に変動する不圧地下水を取り上げる。そして、地下水位の空間状態を確率場における物理現象としてとらえ、摂動展開した流れの基礎方程式をグリーン関数を用いて解く方法により、流れ場の不均質性に起因した水位の不確定成分の時間的・空間的変化特性を明らかにすることを試みている。

## 1. 4 本研究の目的

### 1. 4. 1 本研究の意図

ここまで述べてきたように、実際の地下水流動は不規則な不均質性をもつ帯水層とそこでの多様な水位変動の結果として生じているのに対して、帯水層の広域的な特性や地下水位の空間状態について、われわれが知り得る情報はごく限られている。たとえば、地域の地下水観測のために設けられる井戸の空間密度は、せいぜい  $1 \text{ km}^2$  に 1 ～ 2 地点程度にすぎない<sup>45)</sup>。このような粗い観測網によって得られた水位データを広域地下水解析に用いるためには、まず、データの空間的代表性を明らかにする必要がある。すなわち、それらの地点データから場の不均質性による変動成分をいかにして除くか、言い換えれば、シミュレーションモデルの解析レベルに対応する平均的な水位挙動の観測値をどのように抽出するかが大きな課題として残されている。こうした問題点の認識に立って、本研究ではつぎの事柄を目的としている。

a) 現地調査に基づく地下水挙動の特性および帯水層の不均質性の実態把握。

地下水の研究を進めてゆく過程において、さまざまな近似や仮定をおかなければならない場合がある。そのためには、まず、実際の流域における地下水位の時間空間変動のランダム性および流れ場の水理特性の不均質性について、その実態を詳細な現地調査・観測を通じて明らかにし、定性的ではあっても普遍的な現象の特性を抽出しておく必要がある。

b) 流れの物理則を基礎とした地下水挙動のランダム性の統計的構造の解析。

流れ場の不均質性によって地下水位の空間状態がどのような影響を受け、それ

が時間的にどのように変化してゆくのかを、物理則すなわち地下水流の基礎方程式に基づいて統計的な観点から明らかにする。その場合、地下水の流動機構としてはダルシー則を採用することにする。広域地下水流れにおけるダルシー則の有効性については、1.2で述べたように現段階では必ずしも明確にされていないが、本研究では場の不均質性の影響を見ることに主眼をおいているので、通常の解析と同様にダルシー則の成立を前提として議論を進めることにする。

c) 地下水位観測データの空間的代表性の評価ならびに観測網の最適設計。

空間的にランダムな地下水状態を限られた井戸地点で観測するという地下水観測の実態を踏まえ、小数の地点水位データからいかにして地下水位の空間分布を推定するかについて確率統計的な見地から検討する。そしてさらに、現象をとらえるための観測井の最適な本数と配置について考察を加える。

d) モデルパラメータの逆解析における観測水位データの活用方法の新提案。

不均質な帯水層における地下水解析において、不確定な成分を含む観測水位データをどのように生かすべきかを考察し、不均質帯水層に対する新たなパラメータ同定手法を提案する。

#### 1.4.2 本研究の対象とする現象

広域地下水とひとくちに言っても、その具体的な様相は多岐にわたっている。扇状地の浅層部に位置し降雨や灌漑の影響を受ける不圧地下水と、低平地の深層部で大規模な揚水対象とされる被圧地下水とでは、その流動特性はかなり異なる。また、涵養域から流出域までを含んだ沖積平野全体の地下水流動を見るのか、それとも平野の一部分での流動を見るのかといった対象とするスケールによっても、現象の取り扱い方は大きく違ってくる。そうした多様な地下水挙動のなかにおいて、まずは最も基本となる特性を抑えることが肝心である。前節で述べたように、従来の不均質場における地下水状態の研究では、一方向流れが存在する水平帯水層について、場の不均質性と地下水位との係わりが統計的に検討されてきたが、そのほとんどが仮想的なしかも定常状態についての解析であった。そこで本研究では、現象の非定常性に注目するとともに、実際現象の素過程とも言うべき基本的な地下水変動を取り扱うことを主眼として、平野・丘陵地など比較的平坦な地域における降雨に対する不圧地下水状態の時間的空間的挙動を研究対象として取り上げることにする。

不圧地下水位は、降雨とくに短時間の集中豪雨に対し場所的にきわめてまちまちな応答をするが、その後の長い無降雨期間においては徐々に空間的に落ち着いた

た状態に変化してゆくことが知られている。降雨に対する応答と無降雨期間での低減では、現象の支配要因が大きく異なるうえ、時間的にも前者は後者に対してほとんど瞬間的と見なせるほど短期間の出来事であるため、本研究では対象とする降雨に伴う水位変動現象をつぎの二つの過程に分けて議論を進めるものとする。

#### a) 降雨による不圧地下水状態の攪乱過程

この過程では、降雨が地中に浸透したのち土壌水となって地下水面に達し、降雨前には滑らかであった地下水位分布が空間的に複雑な凹凸をもった分布に変化する。本研究では、この過程を“不圧地下水状態の攪乱過程”と呼ぶことにする。多くの現地観測によると、降雨に対して地下水位が応答するまでの時間は短く、降雨開始後数時間から2～3日までの現象である。この過程で問題となるのは、降雨に対する水位応答の場所的なばらつきの原因はどこにあるのか、そして、その不確定性の大きさはどの程度か、という二点であり、地下水流れに鉛直方向の雨水浸透現象をも含めた検討が必要となる。

#### b) 降雨後の不圧地下水状態の平準化過程

降雨が止み、その後が続く長い無降雨期間では、a)の過程で形成された複雑な地下水位分布が徐々に落ち着いたものに変化してゆく。この過程は、数週間から2～3ヶ月に及ぶ長時間にわたる現象であり、降雨直後の空間的に凹凸の激しい水面形が水平方向の流れによってしだいに平準化してゆく過程である。したがって、地下水位に含まれる局所的な変動成分の空間分布が無降雨期間の経過とともにどのような変化をするかを評価することが主眼となる。

## 1.5 本論文の構成

本研究は、図-1.1のフローチャートに示したように、全体が6章で構成されている。まず第1章では、すでに述べてきたように、本研究の背景として地下水をとりまく社会情勢と広域地下水解析に課された社会的責任に触れたのち、その解析手法である地下水シミュレーションの抱える適用上の問題点をモデルの各構成要因ごとに概説した。その結果、広域地下水解析は数多くの未知の要因を内抱しているが、シミュレーションの解析精度を悪化させる最大の原因は帯水層の不均質性とそれに起因する観測水位の不確定性にあることが浮き彫りにされた。そこで、流れ場の不均質性が地下水状態に及ぼす影響に関する既往の研究をまとめ、本研究のとるべき立場と目的、ならびに研究の意図するところを示すとともに、

研究の全体像について述べた。

第2章では、『地下水位変動の現地観測と帯水層の不均質性の実態』について述べる。第3章以降での解析に先立って、研究の対象とする現象の諸特性を明確にするために、実際の流域における詳細な現地調査・観測を通じて得られた不圧地下水位の変動特性と帯水層の水理特性の不均質性について論述する。はじめに現地観測の対象地域の地形地質特性と水文観測体制について概説したのち、流れ場の水理特性の不均質性の実態について、現場透水試験ならびに土壌サンプリング等による透水性や貯留性の空間的変動特性の調査結果をまとめる。つぎに、試験流域における4年間にわたる水位観測結果に基づき、不圧地下水位の時間的・空間的変動特性と流れ場の水理特性の不均質性との係わりについて考察する。そして、降雨に対する短期間の地下水位上昇過程に焦点を当て、降雨開始時から水位が上昇するまでの時間遅れや水位上昇量の場所的ばらつきなど、水位応答現象の諸特性を議論する。さらに、降雨後の地下水位低減過程に対し、水位の低下速度が場所的にしだいに一様化する現象や、水位の空間分布と地層構造との対応など、数ヶ月にわたる長期間の水位低減現象の特徴について述べる。こうした降雨に伴う不圧地下水位の上昇過程・低減過程は、それぞれ降雨浸透という外乱による水位分布の攪乱過程と無降雨期間での水位分布の平準化過程に相当しており、それぞれの過程における現象の時間スケールと空間スケールをその支配要因との係わりにおいて論じることによって、第3章・第4章で扱う現象の特性を明確にする。

第3章では、不均質場における『降雨に伴う不圧地下水状態の攪乱過程』、すなわち、地下水位の空間分布が降雨によってなだらかな分布から凹凸をもった複雑な分布へと“攪乱”される過程について理論的な解析を行う。まず総論として、研究の対象としている降雨に対する水位の応答現象が、a) 土中に鉛直浸透した雨水が地下水帯へ供給される不飽和土壌帯での変換と、b) 水平方向に流動している地下水の水位が地下水涵養によって上昇する飽和帯水層での変換、という二つの変換の結果として生じることを述べ、水位応答にランダム性を生む不確定要因をまとめる。そして、雨水浸透による地下水涵養機構について、通常用いられる不飽和浸透理論の有効性を室内実験との比較を通して検討するとともに、土壌の不均質性が地下水涵養強度に及ぼす影響を不飽和浸透理論に基づいて定式化する。つぎに、不均質な帯水層における地下水位の確率応答特性を地下水流の基礎方程式を摂動展開することによって定式化する。そして、種々の地質条件下での水位応答の統計的分散を試算し、場の不均質性に起因する降雨時の水位応答の不確定性の評価を行なう。

第4章では、不均質場における『降雨後の不圧地下水状態の平準化過程』、すなわち、降雨によって形成されたランダムな水位分布が無降雨期間に帯水層の水頭拡散により平準化する過程について、水位分布の統計的空間構造の時間的変化を明らかにするとともに、地点観測データから水位の空間状態を統計的に推定する手法の適用を試みる。まず、水位の観測データを確率場における実現値と見なし、地点観測値をもとに非観測地点の状態推定を行う統計的手法（Kriging法）について概説し、地下水状態の推定に適用するうえでの問題点を述べる。つぎに、透水係数や有効間隙率が空間的に小さく変化する水平不圧帯水層を対象に、非定常地下水流の基礎方程式をもとに、時間的に変動する地下水状態の統計的空間構造（variogram）を解析的に導出する。理論的に導かれた variogramは、第2章で述べた現地での実測水位データによって妥当性が検証される。そして、その variogramを媒介として、Kriging法を現地に適用して地下水状態の空間推定を行ない、地下水状態を考えるうえで地点観測データがもつ意義について考察する。

第5章では、『不圧地下水位の観測手法と観測情報の工学的活用』と題して、不確定性をもつ地下水状態を把握するための観測井の空間配置と観測精度の問題、ならびに観測で得られた情報の地下水解析への活用方法について考察する。本研究で対象としているような非定常現象では、地下水位の空間分布は時間的に変動し、そこに含まれるランダム性も時刻とともに変化する。したがって、観測井の本数・配置が同一であっても、そこから得られる情報の工学的価値は現象の変動性に合わせて変化するはずである。本章の前半では、そうした観点に立って、地下水位の観測網のあり方とその観測精度について考察する。後半では、観測された地下水位データの工学的活用の一例として、広域地下水解析におけるパラメータ同定の問題に触れる。不均質場における水位観測データはその地点の局所的な成分を含んでおり、従来の観測水位と計算水位を単純に比較する同定手法では、逆解析が不安定になるなどパラメータが正しく同定できないことがある。そこで、こうした従来の同定基準のもつ問題点を事例を挙げ指摘したうえで、観測水位の不確定性を統計的分散の形で考慮し、逆解析過程に事前情報として反映させる新たな手法を提案する。

最後に第6章では、本研究で得られた成果を取りまとめて結論とする。

以上のように、本研究は、広域地下水の解析精度を向上させるための基礎的研究として、不均質な流れ場における降雨に伴う不圧地下水状態の時空間変動の特性を、現象の物理則を基礎として確率統計的観点から評価するとともに、その成果を具体的な解析過程に活用する方法を提案しようとするものである。



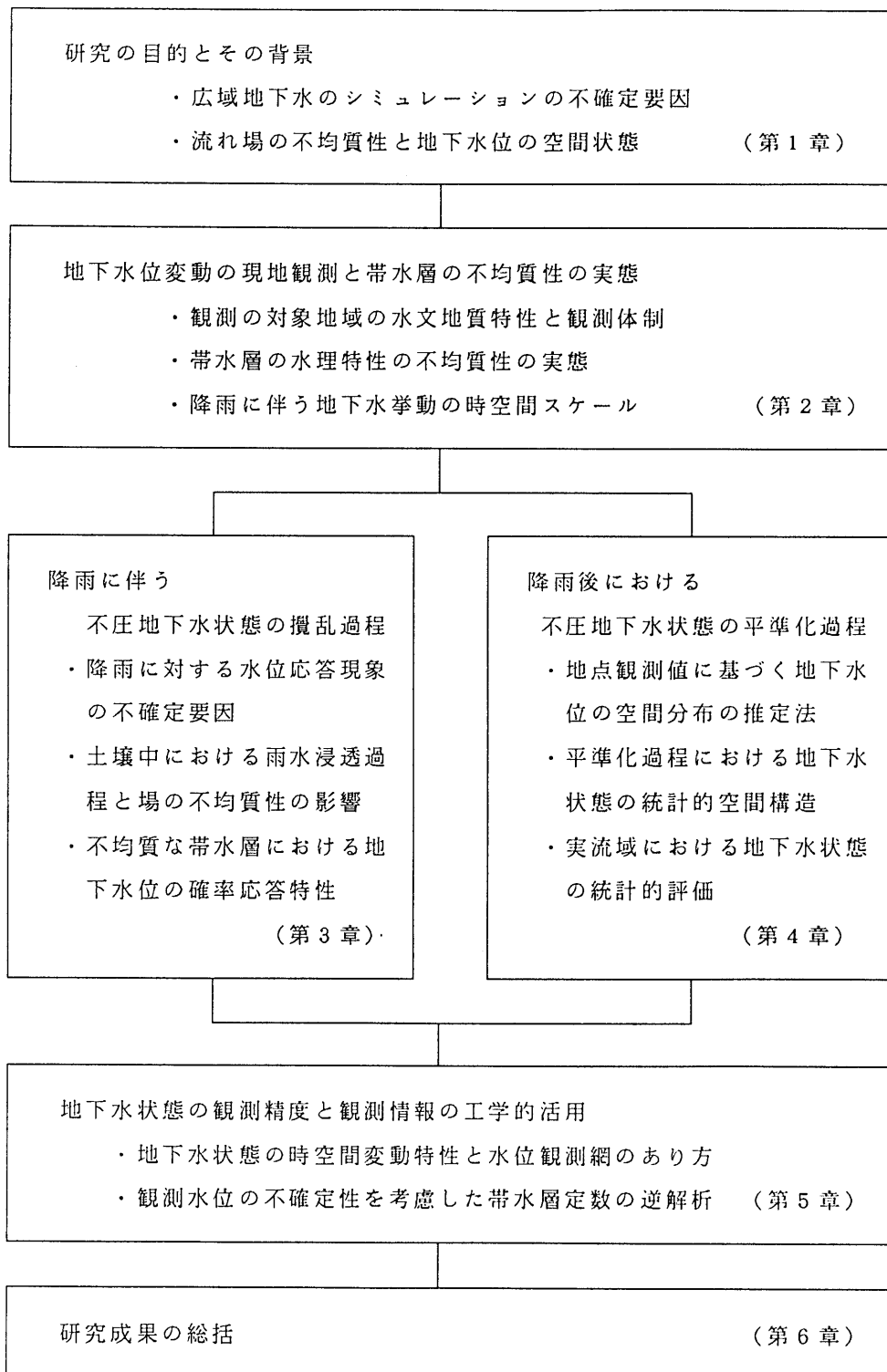


図-1.1 本研究の構成

## 参 考 文 献

- 1) 桑原 徹：濃尾平野地下の地盤構成物質と地下水包蔵量，地盤沈下の実態とその対策に関する調査研究報告書（第4報），pp.131-140，愛知県環境部，昭和53年10月.
- 2) 水収支研究グループ：「地下水資源学」，共立出版，1973.
- 3) Theis, C. V. : The Relation between the Lowering of the Piezometric Surface and the Rate and Duration of Discharge of a Well Using Groundwater Storage, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 16, No. 2, pp. 519-524, 1935.
- 4) Jacob, C. E. : Radial Flow in a Leaky Artesian Aquifer, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 27, No. 2, pp. 198-205, 1946.
- 5) Hantush, M. S. : Analysis of Data from Pumping Tests in Leaky Aquifers, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 37, No. 6, pp. 702-714, 1956.
- 6) Walton, W. C. : "Groundwater Resource Evaluation", McGraw-Hill, 1970.
- 7) 佐々木崇二：電気アナログモデルによる地下水の三次元定常流解析，筑波大学学位論文，1978.
- 8) Tyson, H. N. Jr. and E. M. Weber : Ground-Water Management for the Nation's Future -- Computer Simulation of Ground-Water Basins, ASCE HY(4), pp. 59-77, 1964.
- 9) Peaceman, D. W. and H. H. Rachford : The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equation, Jour. Soc. Indust. Appl. Math., vol. 3, 1955.
- 10) 水収支研究グループ：「地下水盆の管理 [理論と実際]」，東海大学出版会，1976.
- 11) 宇野尚雄（研究代表者）：地下水流動の解析手法と管理システムに関する研究，文部省科学研究費補助金（総合(B)）研究成果報告書，昭和55年3月.
- 12) 河野伊一郎・西垣 誠：有限要素法による広域地下水の準三次元浸透解析，REPORT NO. 82-1，昭和57年12月.
- 13) 佐藤 健：濃尾平野の地下水状態と地盤沈下に関する研究，名古屋大学学位論文，1981.
- 14) 高木不折・原田守博：地下水流動に関するシミュレーションの誤差構造とその確率的評価，土木学会論文集，第345号/Ⅱ-1，pp.123-130，1984.

- 15) Takagi, F. and M. Harada: Error Structure and Probabilistic Evaluation of Simulation on Ground Water Behaviors, Jour. Hydrosoci. and Hydraulic Eng., Vol. 3, No. 2, pp. 49-59, 1985.
- 16) 池淵周一・森岡武一：浅層地下水流動モデルの不確定要因とその時・空間伝播特性，京都大学防災研究所年報，第30号，B-2，pp. 377-392, 1987.
- 17) 今本博健・板倉忠興・高木不折：「水理学の基礎」，土木学会編 新体系土木工学 21，技報堂，1982.
- 18) Swartzendruber, D : Modification of Darcy's Law for the Flow of Water in Soils, Soil Sci., 93, pp. 22-29, 1962.
- 19) 安原正也・開発一郎：多孔質媒体中の非ダルシー流動に関する研究の流れ，日本地下水学会誌，Vol. 23, No. 2, pp. 35-43, 1981.
- 20) 島津暉之：地下水シミュレーションの問題点，建設省土木研究所河川部水文研究室編「地下水のシミュレーションの現状とその問題点」，土木研究所資料第1191号，pp. 87-102, 昭和52年3月.
- 21) 佐藤邦明・室田 明：吸着効果を受ける微速浸透流に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第195号，pp. 67-75, 1971.
- 22) 木村重彦：同位体からみた地下水の循環機構，「堆積盆中の流体移動」，pp. 177-192, 東海大学出版会，1981.
- 23) 柴崎達雄：地下水盆と地下水流動系，「堆積盆中の流体移動」，pp. 109-135, 東海大学出版会，1981.
- 24) 相馬龍子：長良川扇状地における地下水流動，岐阜大学教育学部卒業論文，1979.
- 25) 原田守博：犬山扇状地における不圧地下水帯への水供給過程に関する研究，名古屋大学大学院修士論文，1983.
- 26) 高木不折・松林宇一郎・村松 篤・片山正巳：多層地下水帯よりの揚水量，地盤沈下の実態とその対策に関する調査研究報告書（第5報），pp. 63-76, 愛知県環境部，昭和54年10月.
- 27) 東海三県地盤沈下調査会：「濃尾平野の地盤沈下と地下水」，名古屋大学出版会，1985.
- 28) 植下 協・佐藤 健・大東憲二：濃尾平野の多層取水井における各帯水層取水率に関する考察，地盤沈下の実態とその対策に関する調査研究報告書（第6報），pp. 31-36, 愛知県環境部，昭和55年10月.
- 29) 原田守博・高木不折：観測値に基づいた扇状地不圧地下水帯への鉛直涵養量

- の推定, 第28回水理講演会論文集, pp.629-634, 1984.
- 30) Yeh, W. W-G. : Review of Parameter Identification Procedures in Ground-water Hydrology : The Inverse Problem, Water Resour. Res., Vol. 22, No. 2, pp. 95-108, 1986.
  - 31) 古市 徹 : 環境移流拡散現象の解析手法と数値シミュレーションに関する研究, 京都大学学位論文, 1984.
  - 32) 平野文昭 : 広領域における透水量係数および非定常地下水頭の空間分布の推定に関する基礎的研究, 九州大学学位論文, 1985.
  - 33) 藤間 聡・中田満洋 : 空間分布構造を有する透水係数の統計的推定法, 日本地下水学会誌, Vol. 28, No. 1, pp. 15-24, 1986.
  - 34) Frind, E. O. and G. F. Pinder : Galerkin Solution of the Inverse Problem for Aquifer Transmissivity, Water Resour. Res., Vol. 9, No. 5, pp. 1397-1410, 1973.
  - 35) Neuman, S. P. : Calibration of Distributed Parameter Groundwater Flow Models Viewed as a Multiple-Objective Decision Process under Uncertainty, Water Resour. Res., Vol. 9, No. 4, pp. 1006-1021, 1973.
  - 36) Neuman, S. P. and S. Yakowitz : A Statistical Approach to the Inverse Problem of Aquifer Hydrology, 1. Theory, Water Resour. Res., Vol. 15, No. 4, pp. 845-860, 1979.
  - 37) 中川 徹・小柳義夫 : 「最小二乗法による実験データ解析」, 東京大学出版会, 1982.
  - 38) Freeze, R. A. : A Stochastic-Conceptual Analysis of One-Dimensional Groundwater Flow in Nonuniform Homogeneous Media, Water Resour. Res., Vol. 11, No. 5, pp. 725-741, 1975.
  - 39) Smith L. and R. A. Freeze : Stochastic Analysis of Steady State Groundwater Flow in a Bounded Domain, 1. One-Dimensional Simulations, Water Resour. Res., Vol. 15, No. 3, pp. 521-528, 1979.
  - 40) Smith L. and R. A. Freeze : Stochastic Analysis of Steady State Groundwater Flow in a Bounded Domain, 2. Two-Dimensional Simulations, Water Resour. Res., Vol. 15, No. 6, pp. 1543-1559, 1979.
  - 41) Tang, D. H. and G. F. Pinder : Simulation of Groundwater Flow and Mass Transport under Uncertainty, Advan. Water Resour., Vol. 1, No. 1, pp. 25-30, 1977.

- 42) Gelhar, L. W. : Stochastic Subsurface Hydrology, From Theory to Applications, Water Resour. Res., Vol. 22, No. 9, pp. 135S-145S, 1986.
- 43) Bakr, A. A., L. W. Gelhar, A. L. Gutjahr and J. R. MacMillan : Stochastic Analysis of Spatial Variability in Subsurface Flows, 1. Comparison of One- and Three-Dimensional Flows, Water Resour. Res., Vol. 14, No. 2, pp. 263-271, 1978.
- 44) Gutjahr, A. L., L. W. Gelhar, Bakr, A. A., and J. R. MacMillan : Stochastic Analysis of Spatial Variability in Subsurface Flows, 2. Evaluation and Application, Water Resour. Res., Vol. 14, No. 5, pp. 953-960, 1978.
- 45) 山本莊毅：「新版 地下水調査法」，古今書院，1983.

## 第2章 地下水位変動の現地観測と

### 帯水層の不均質性の実態

#### 2.1 概説

実際の流域において、地下水の挙動はきわめて複雑かつ多様である。いま地下水の流れ系を、帯水層システムと外部からこのシステムに働く外力、そして出力としての水位（水頭）状態とに分けて見れば、多様な水位変動を引き起こす原因として、つぎの2つの事柄が考えられる。

a) 外力因子が自然現象から人為的インパクトまで多岐にわたり、それぞれの因子のもつ時間・空間スケールが互いに異なっていること。

b) 外力とそれに対する帯水層システムの応答が単純な関係ではないこと。

たとえば、浅層に位置する不圧地下水の場合、外部からの作用として、降雨など気象条件や河川・湖沼など地表水の影響を受けるとともに、農業灌漑や土地利用の改変など人為的インパクトも重要な影響因子となっている。一方、地下水盆地中の被圧帯水層においては、潮汐・気圧など自然要因の効果もさることながら、過剰揚水に代表される人為的な作用が地下水状態に与える影響はきわめて顕著であり、地盤沈下や塩水浸入といった地下水障害まで引き起こしている。しかしながら、そうした雑多な外力因子に加えて、地下水帯内部には、複雑な帯水層形状や水理特性の不均質性などの不確定要因が存在するために、システム応答としての地下水挙動は時空間的に複雑な水位変動となって表に現れてくる。このように実際の地下水位の変動現象は多くの影響因子が複雑に絡み合ったものであり、その解明には、それぞれの影響因子のもつ時間・空間スケールに応じて現象を分類し、個々の物理過程について現象と要因とがどのような応答関係にあるかを明確にする必要がある。

本章では、研究対象を降雨の影響を受ける不圧地下水状態に絞り、現地における調査・観測を通して、不圧地下水挙動の時間・空間スケールとその支配要因について考察を行なうとともに、実際流域の水理特性の不均質性の実態を示すものである<sup>1)~4)</sup>。まず2.2では、水文観測を行なった二ヶ所の試験流域の地形地質特性と水文観測体制について概説する。2.3では、地盤の透水性や貯留性といった水理特性に関する現地試験と土壌サンプリング調査の結果をもとに、帯水層

ならびに不飽和土壌層の不均質性の実態を報告する。つぎに 2.4 では、不圧地下水位の時間的・空間的変動特性について、多くの地点に設けられた観測井での観測結果を示し、流れ場の水理特性との係わりを検討する。まず、降雨に対する地下水位の応答過程に焦点を当て、観測井間での水位上昇の時間的遅れや上昇量のばらつきなど、数時間から2～3日までの短時間の現象の特性を考察する。さらに、降雨後の地下水位の低減過程に対し、各地点での水位の低下速度の一様化現象や水位分布と地層構造との対応など、数週間から2～3ヶ月にわたる長期間の現象について考察する。2.5 では、そうした降雨に伴う不圧地下水位の上昇・低減過程を、降雨浸透という外乱による水位分布の攪乱過程と、無降雨期間における帯水層の拡散機能による水位分布の平準化過程と位置づけ、それぞれの過程における現象の時間スケールと空間スケールをその支配要因との係わりにおいて論じる。このように本章は、詳細な現地観測を通して、研究の対象とする実現象の本質を定性的ではあるが明確にすることを目的としており、次章以降で行なう様々な解析の基礎を与えるものである。

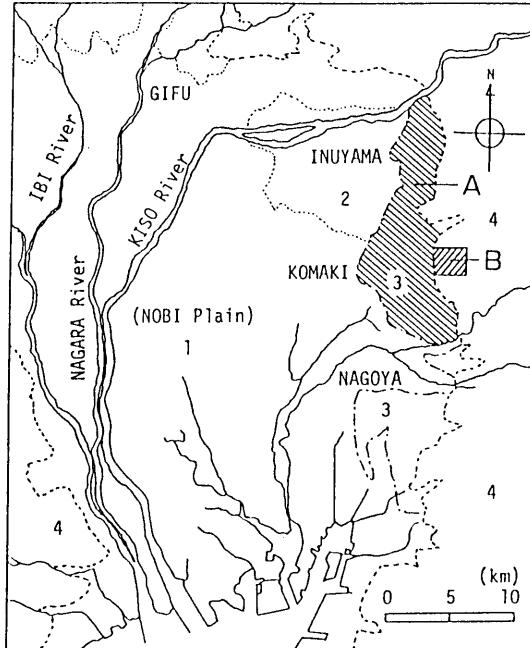
## 2.2 観測の対象地域の概要と水文観測体制

本研究における現地観測は、図-2.1に示すように、濃尾平野の東部台地とそこに隣接した小牧東部丘陵地にそれぞれ試験流域を設定し、地盤の水理特性に関する調査および不圧地下水位の多地点計測を中心とした水文観測を実施した。本節ではその二つの流域の概要と水文観測の内容について述べる。

### 2.2.1 平野（台地）域における試験流域

#### (1) 地形地質特性

この試験流域（以下流域Aと呼ぶ）は濃尾平野北東部に位置し、図-2.2に示すように、南北に長く広がった面積が約30km<sup>2</sup>の平坦な地域である。その地形は、最北部が木曾川により形成された犬山扇状地の一部であり、最南部が庄内川により形成された沖積平野の一部であるほかは、大半が小牧面・鳥居松面と呼ばれる洪積台地が占めている<sup>5)6)</sup>。地盤高は標高20m～40mで、北部が高く南部が低い。台地面の凹部には中小の河川が流れているが、その谷は浅く開析は進んでいない。流域の浅層地質は小牧礫層を中心とした洪積層からなり、地質学的には概ね同じ地質と考えられる。図-2.3に大山川周辺の東名高速道路沿い(図-2.2中央部)



1.Flood Plain 2.Alluvial Fan 3.Terrace 4.Hill

図-2.1 試験流域A, Bの位置

の地質断面<sup>7)</sup>を示す。

## (2) 水文観測体制

雨量観測所および地下水観測井の位置を図-2.2中に示す。降雨は木津用土地改良区(小牧市)において転倒升雨量計により測られたもので、時間雨量として取り扱った。地下水位の観測井は、全部で67本配置されている。これらの井戸は、内径10cm・深度20m(一部10m)という同一基準で新設されたもので、3ヶ月巻の自記水位計により不圧地下水位が連続計測されている。観測データは自記紙から1時間ごとの値が読み取られたのち、コンピュータに入力され磁気テープに保管されている。流域Aの土地利用は、犬山市や小牧市などの市街地以外は主として水田地帯であり、所々に集落が点在している。したがって、市街地を除けば、大規模な揚水はなされていない。

## 2.2.2 丘陵地における試験流域

### (1) 地形地質特性

この試験流域(以下流域Bと呼ぶ)は、図-2.1に示すように、濃尾平野の東側境界を形づくる小牧東部丘陵地の一斜面に設けられたもので、上述した平野域



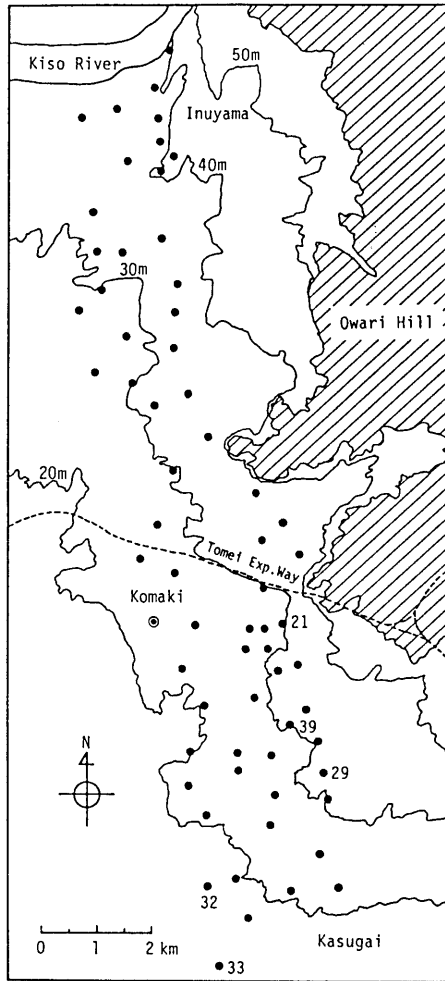


図-2.2 試験流域 A (●: 観測井, ◎: 雨量観測所)

の試験流域 A と隣接した位置にある。面積は約  $0.23\text{km}^2$  であり、流域 A に比べればかなり小さい。図-2.4 に流域の地形概要と観測施設の位置を示す。図中、西方の低地は試験流域 A が設けられている洪積台地であり、左端の観測井 P は流域 A の観測井の一つである。図から分かるように、流域 B の地表は尾根や谷などの緩やかな地形の変化はあるものの、その起伏は小さく、地表面は全体に  $3\sim 4^\circ$  の勾配をもって西北西に傾いている。平野域と接する丘陵の最下部は標高  $30\text{m}$  であり、丘陵の最上部は標高  $80\text{m}$  前後である。観測井は互いに近い距離にあるが、尾根筋に位置するものや谷筋にあたるものなど、その位置には地形的に若干の差異がみられる。観測地域の地層構成を把握するために、数ヶ所でウェンナー法による電気探査を行なったが、精度が十分ではなく詳細な地下構造を明らかにする

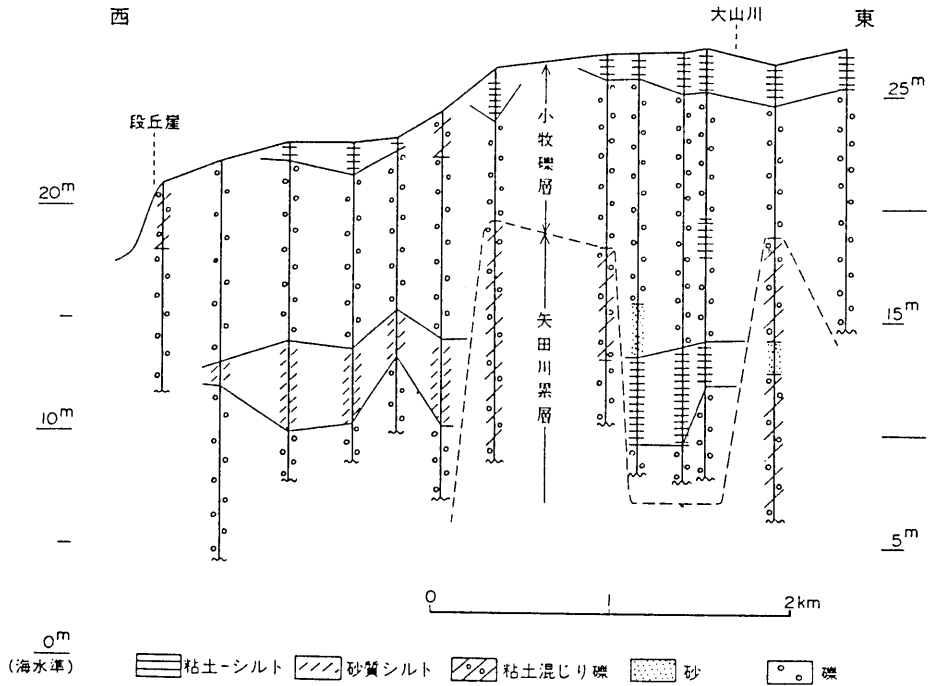


図-2.3 流域Aの地下構造(大山川周辺, 東名高速道路沿い) 7)

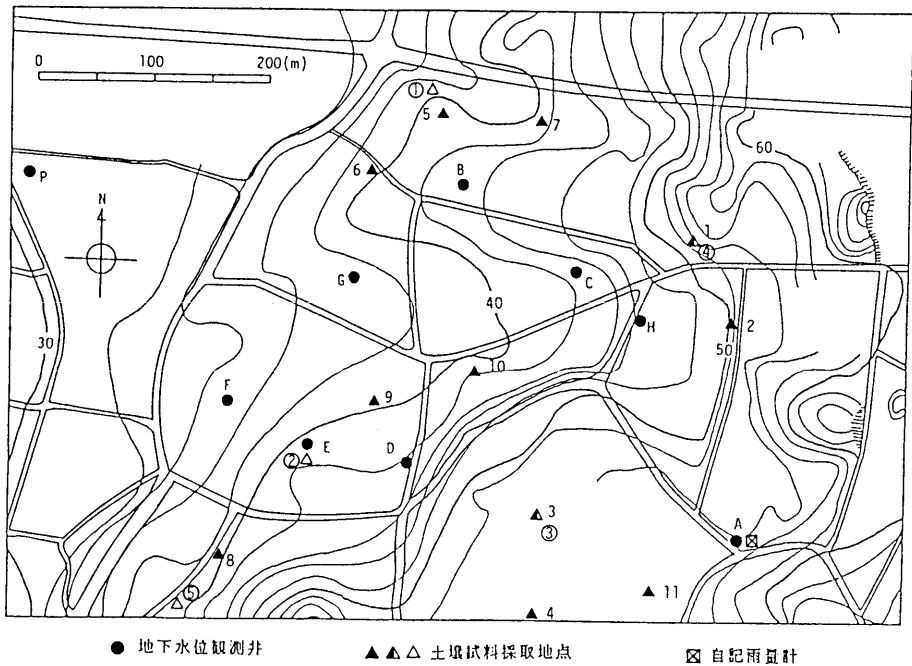


図-2.4 試験流域B

には至らなかった。ここでは、小牧東部丘陵地のもつ一般的な地質学的特性と、観測地域における露頭での地質調査結果とを対照して、地下構造を推定している。

小牧東部丘陵地の一般的な地下地質構造は、南西に2～3°傾いた単斜構造である。その構成地層は、新第三紀鮮新世に形成された瀬戸層群矢田川累層であり、主として砂礫層と粘土・シルト層の互層より成るが、数枚の砂岩層・火山灰層および亜炭層も挟まれている<sup>8)</sup>。地層の全層厚は約140mで、模式柱状図は図-2.5に示すようである。試験流域内では、この柱状図中の地層のうち、篠岡火山灰

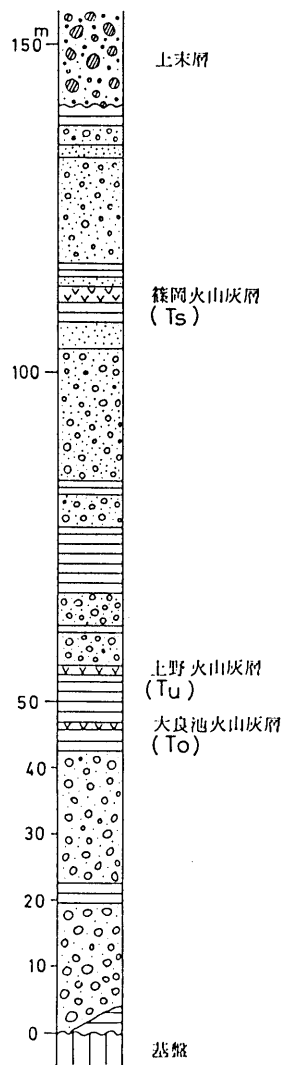


図-2.5 流域Bの模式柱状図<sup>8)</sup>

層 (Ts) が図-2.4 の C 点上部の標高 56m 付近で、また上末層が標高 80m 付近 (図-2.4 右端より東方 150m) で確認されている。さらに、A 点上部では 建設工事に伴う 6 本のボーリングデータがある。これらの地質情報と図-2.5 を対比することにより、流域 B の地質構造を図-2.6 のように推定することができる。

## (2) 水文観測体制

流域 B 内における観測井 A～H および雨量観測点等の配置を図-2.4 に示す。当地域の地層は固結度が低く、浅層部には比較的豊富な地下水が存在している。そのために、丘陵地内に点在する民家には深度 10m 前後の浅井戸を所有する所が多いが、近年上水道の普及とともにそのほとんどが放置された状態にある。そこで、それらの井戸の内いくつかを観測井とし、丘陵地地下水の挙動を把握する目的で、1983年7月～1987年6月の4年間にわたり、水文観測を行なった。各観測井において計測されている地下水位は、井戸の深度が 6～12m 程度であるので、先ほどの地質柱状図と対照することにより、篠岡火山灰層 (Ts) の下位の砂礫層中のものであり、降雨に対し水位が鋭敏に応答することから、地下水は不圧状態にあるといえる。また、後述するように、長い無降雨期間では各井戸の水位変動は類似し、井戸内水位を空間的につないだ水面形状が滑らかなものとなることから、観測水位は互いに水理学的に連続しているものと考えられる。地下水位の観測は、

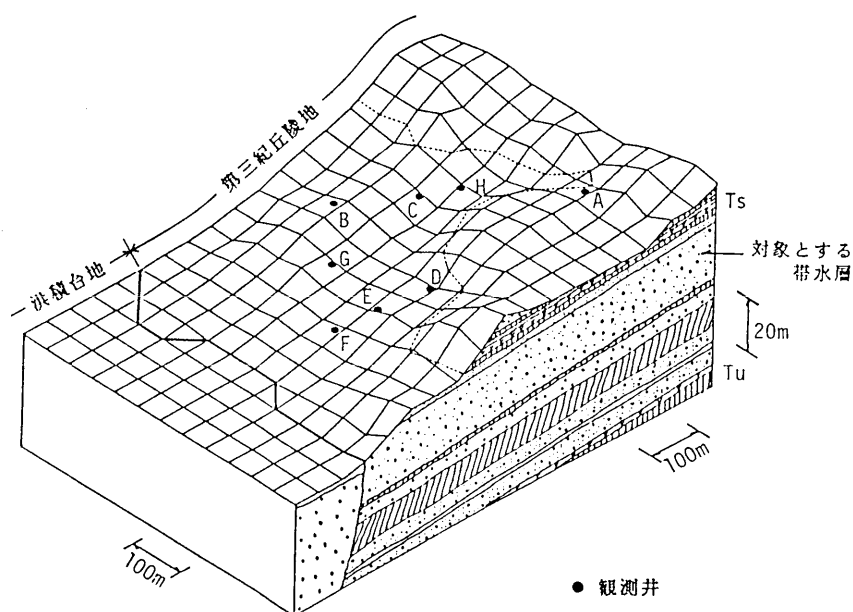


図-2.6 流域 B の地形・地質構造

(Ts: 篠岡火山灰層, Tu: 上野火山灰層)

まず、A～Hの8本の井戸において、1983年7月から一年間にわたってハンディタイプの水面検出器により隔日1回の計測を行ない、1984年4月以降は6本の観測井（A, C, D, E, F, H）に自記水位計を取り付け、計測の自記化・連続化を図っている。

降雨の観測は、1985年5月以降、図中の地点に転倒降雨量計を設置して行なったが、それ以前の期間については、当流域より東方1kmの地点において愛知県住宅公社により測定されたデータを参考にした。また試験流域内には、2ヶ所に自記テンシオメータ4本を埋設し、土壌水分の増減による土中の圧力変動を長期間計測した。

試験流域Bの土地利用は、標高60m付近より上部では果樹園・裸地となっているが、観測井はそれより下部の畑地・宅地が混在した地域に分布しており、各井戸周辺の土地利用形態は概ね同様であるといえる。流域内には水田や自然河川は存在しておらず、畑地等に農地灌漑は行なわれていない。したがって、地下水帯への鉛直方向の水供給は雨水の浸透のみによって行なわれていると考えてよい。

## 2. 3 流れ場の水理特性の不均質性の実態

### 2. 3. 1 単孔式現場透水試験による透水係数の統計的特性

#### (1) 測定方法

試験流域Aでは、観測井の設置時に孔内注水・揚水による現場透水試験が実施され、地盤の透水係数が求められた。現場透水試験の方法<sup>9)</sup>は、それぞれの試験孔の形状、地盤の条件によって測定手順や評価式が異なるが、代表的なものは、試験孔に流量Qを注入し、定常状態になったときの孔内水位の自然水位からの上昇量 $\Delta h$ を用いて次式によって透水係数Kを算定する方法（定水位法）である。

$$K = Q / (F \cdot \Delta h) \quad (2.1)$$

ここに、F：試験孔の浸透水の流出入口の形状・寸法によって決まる形状係数である<sup>9)</sup>。このほか、孔内水を汲み上げて水位の回復速度を測定する変水位法がある。こうした透水試験法は、きわめて簡便な方法であり容易に実施できる反面、試験孔の目詰まりの問題や算定式の選択などの問題もあり、必ずしも精度は高くない。しかし、流域内の数多くの地点で実施するならば、その流域における地層の透水性の概略をおさえうるデータとして有用な情報になると考えられる。

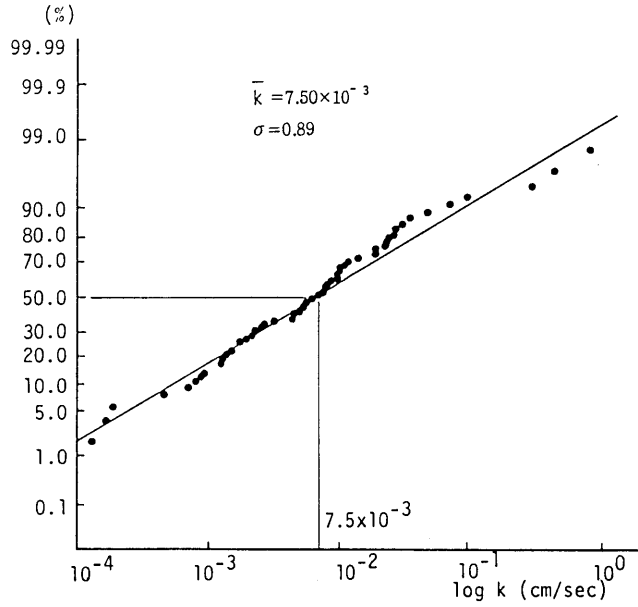
## (2) 確率分布特性

図-2.7(a)(b)は、流域Aの多くの試験孔(観測井)で求められた透水係数の値を対数正規確率紙にトーマスプロットしたものである。図(a)は流域A全体の55地点のデータを用いたものであり、図(b)は流域Aのうち小牧面と呼ばれる台地に属する25地点での試験値によるものである。これらのプロットは、詳細にみれば細かく変動しているようであるが、全体的には、流域A全体でも小牧面のみでも一直線上に並んでいることが分かる。すなわち、透水係数の分布は、流域A全体においても小牧面のみにおいても、どちらも対数正規分布に近い傾向が認められる。これらの事実、とくに図(b)のように地質学的には同質と考えられる領域でも、局所的な透水係数は場所によって数オーダーの幅をもって変動し、全体としては対数正規分布で近似できる事実は注目に値することである。

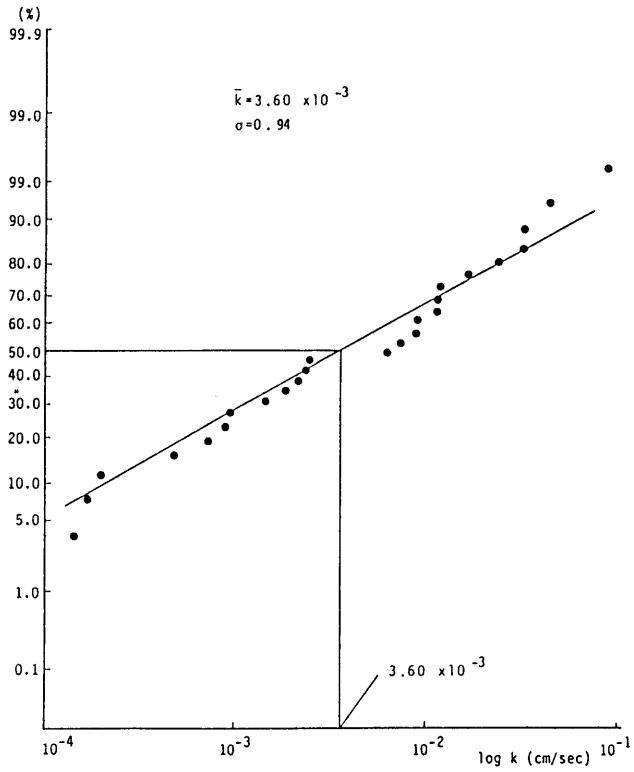
地盤の透水係数は、言うまでもなく、その地層を構成する地質材料や、地盤生成の過程そして地層ができあがってから今日までの種々の地質学的履歴によるものであって、各地点での値が対数正規分布のような統計的特性にしたがう根拠は定かではない。しかし、こうした透水係数の対数正規分布性は、すでに多くの研究者によっても指摘されているものであり、その分布の標準偏差は Freeze<sup>10)</sup>によると20の調査地域で0.2~1.6、Delhomme<sup>11)</sup>によると13の地域で0.13~1.0と報告されている。今回の濃尾平野での調査では図-2.7のように0.9前後であった。これらの各調査例の基礎となっている透水係数のデータは、それぞれがどのような試験方法で得られたのかによって、たとえば、単孔式透水試験なのか、それとも観測井を配置した揚水試験なのかによって、データの空間的に代表するスケールが異なると考えられる。したがって、透水係数の確率分布の平均や分散の数値そのものは、試験方法を変えれば変動する可能性がある。とはいえ、局所的な透水係数の対数正規分布性は、このように多くの地域で確認されていることから、経験的とはいえ、一般的に成立する事実であろうと推察される。

## (3) 空間分布特性

図-2.7(a)に示した試験流域Aにおける透水試験結果を用いて、透水係数の空間的な分布特性を調べる。前節で述べたように、局所的な透水係数は対数正規分布にしたがう確率変量とみなすことができるので、その空間分布特性も透水係数による確率場を特性づける何らかの統計量を用いて評価すべきである。確率場の空間構造を表す統計関数としては、共分散関数や semi-variogram(セミ・バリオグラム)<sup>12)</sup>が挙げられる。



( a ) 流域 A - 全体



( b ) 流域 A - 小牧面のみ

図-2.7 透水係数の対数正規分布性

$$\text{Cov}(x_i, x_j) = E[(Z(x_i) - m(x_i))(Z(x_j) - m(x_j))] \quad (2.2)$$

$$\gamma(d_{ij}) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x_i) - Z(x_j)] \quad (2.3)$$

ここに、 $Z(x)$ ：地点  $x$  における確率変量， $\text{Cov}(x_i, x_j)$ ：共分散関数， $\gamma(d_{ij})$ ：semi-variogram (セミ・バリオグラム，以下 variogram (バリオグラム)と略称)， $m(x) = E[Z(x)]$ ， $d_{ij}$ ：二地点  $x_i, x_j$ 間の距離，すなわち  $d_{ij} = |x_i - x_j|$ である。なお、 $E[\cdot]$  および  $\text{Var}[\cdot]$  は、それぞれ確率場において集合平均(期待値)および分散をとることを意味する。

共分散関数  $\text{Cov}(x_i, x_j)$ は、式(2.2)から分かるように、二地点  $x_i, x_j$ における確率変量  $Z(x)$ の平均値からの残差の空間相関を表わしている。空間的に統計的弱定常性 (weakly stationary, または二次定常性(second order stationary))を仮定できる場合には、

$$E[Z(x)] = m(x) = m (= \text{const.}) \quad (2.2a)$$

$$\text{Cov}(x_i, x_j) = \text{Cov}(d_{ij}), \quad d_{ij} = |x_i - x_j| \quad (2.2b)$$

となり、共分散関数は二地点間の距離のみに依存し、分散  $\text{Cov}(0)$ は空間的に一定となる。しかし、自然界においてこうした統計的仮説は必ずしも満たされず、対象領域の大きさによっては分散が有限の値にならないことがある<sup>12)</sup>。variogram  $\gamma(d)$ はこのような場合にも対応できるように考え出された統計量であって、弱定常性よりも緩い Intrinsic Hypothesis と呼ばれる統計的仮説に基づいている。variogram は、式(2.3)から分かるように、二地点間の確率変数  $Z(x)$ の増分の分散を表しており、それが二地点の距離  $d$ のみに依存するというものである。

もし確率場に弱定常性が仮定できるならば、共分散関数と variogramの間には、式(2.2a)(2.2b)により次の関係が導かれる。

$$\gamma(d_{ij}) = \text{Cov}(0) - \text{Cov}(d_{ij}) \quad (2.4)$$

上式より、variogramは  $d_{ij}=0$ のときゼロであり、 $d_{ij}$ が増大すると分散  $\text{Cov}(0)$ に漸近する。したがって、 $d$ に関する variogramの変化を調べることにより、共分散関数と同様に、確率変量の空間的相関特性を明らかにすることができる。さらに、弱定常性が仮定できる場合には、確率場にエルゴード性が成り立つことから、式(2.3)の variogramは空間的な実測データを用いて次式によって計算する



ことができる。

$$\gamma(d_{ij}) = \frac{1}{2 N(d_{ij})} \sum_{ij} [Z(x_i) - Z(x_j)]^2 \quad (2.5)$$

ここに、 $N(d_{ij})$ ：距離 $d_{ij}$ はなれた実測地点 $i, j$ の組の数である。

そこで本節では、確率変数 $Z$ として透水係数の常用対数変換値 $\log_{10} K$ をとり、弱定常性を仮定することによって、上式から透水係数の variogram を求めた。実際の計算にあたっては、実測地点間の距離 $d$ がまちまちであるため、距離を 1.5 km ごとにクラス分けし  $N(d)$  の値を求めたところ、表-2.1 のようになった。表中の数字は variogram の各プロットの信頼性を表すと考えられるので、 $N(d) > 50$  となる  $d < 13.5$  km の範囲について variogram を描くこととした。図-2.8 にその結果を示す。この図によると、variogram のプロットは、 $d$ が増大するにつれて一定値に漸近する傾向を示し、透水係数の対数変換値が弱定常性の仮説に従うことを示唆している。図中の実線は、variogram の近似式として指数関数型<sup>13)</sup>、すなわち

$$\gamma(d) = A [1 - \exp(-d/L)] \quad (2.6)$$

を用いた場合である（ただし、 $A=0.85$ ,  $L=1250$  m,  $d$ ; m 単位）。この曲線によると、透水係数が空間的に相関をもつ距離は 3 ~ 4 km 程度以内であることが読み取れる。しかしながら、実測地点は、図-2.1 からわかるように、互いに数百 m 以上離れており、1 ~ 2 km 程度の空間相関性の有無を詳細に議論するには離れすぎていたといえる。むしろこの図は、試験流域 A においては少なくとも 3 km 以上離れておれば、透水係数は互いに相関がほとんど無くなることを意味していると思われるであろう。

表-2.1  $N(d)$ の値

d	0.0- 1.5	1.5- 3.0	3.0- 4.5	4.5- 6.0	6.0- 7.5	7.5- 9.0	9.0- 10.5	10.5- 12	12- 13.5	13.5- 15	15- 16.5
N	154	291	199	147	142	129	119	99	64	27	7

( $d$  ; k m 単位)

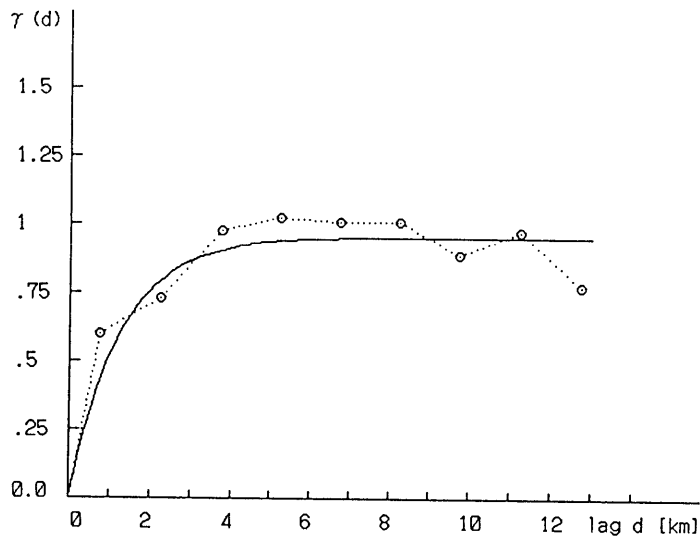


図-2.8 透水係数の空間分布構造 (流域 A)

### 2.3.2 サンプルによる不飽和水分特性および有効間隙率

#### (1) 測定方法

地表面と地下水面の間の不飽和土壌帯には 土壌水 (脚注 参照) が存在する。土壌水は、ロージェ<sup>14)</sup>によると、土粒子に吸着している結合水と、重力水・懸垂水 (毛管水) からなる自由水とに分けられ、土壌水の含水率によって土中の圧力状態が変化する。雨水の浸透による地下水面への水供給および地下水位の変動特性は、そうした土壌の不飽和水分特性と密接に係わっている。そこで試験流域 B では、現地地盤の浅層部から土壌試料を採取し、その不飽和水分特性および粒度組成の測定を行なった。土壌試料は、図-2.4 中に△▲▲などで示した11ヶ所の露頭において、農学の分野で用いられる高さ 5 cm 容積 100cc の土壌サンプラーによりそれぞれ 2 個ないし 3 個を採取した。サンプリングにあたっては、表層の腐植土を除去し、その下位の新鮮な土壌から試料をできるだけ乱さずに採取するように努めた。露頭の中には直径 3 cm 以上の粗礫を含む地層が細粒土層と互層を成している地点もみられたが、サンプラーの容積の関係上、粗礫を避けて採取した。

注) 不飽和土壌および土壌水の定義について

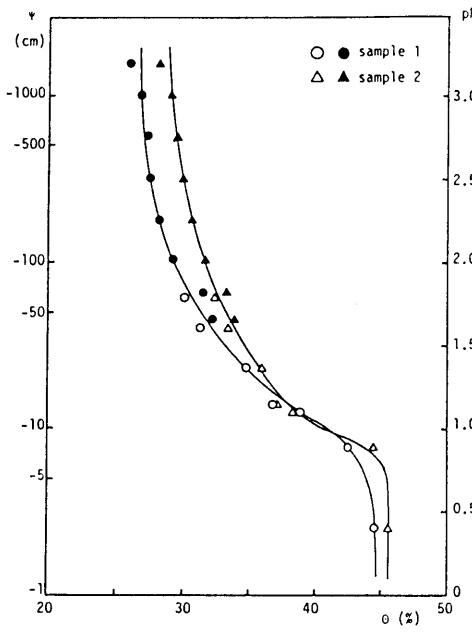
土壌学では腐植の集積や岩石の風化が活発に進行している地表近くの部位を土壌と呼んでいるが、本研究では地表から地下水面までの間の不飽和状態にある領域を土壌と名づけ、そこに存在する水分を土壌水と呼ぶ<sup>15) 16)</sup>ことにする。

土壌の不飽和水分特性としては、通常、土壌の体積含水率 $\theta$ と圧力水頭 $\phi$ との関係を示す水分特性曲線が求められる。不飽和帯の圧力水頭は、表面張力に起因する毛管力などのため大気圧に比べ負圧（吸引圧）を示す。この負の圧力水頭を $\text{cmH}_2\text{O}$ で表し、その絶対値の常用対数をとったものを $\text{pF}$ （ピーエフ）という。以下では、不飽和水分特性の試験法として土柱法（測定範囲  $\text{pF}$  1.5~1.8）および加圧板法（測定範囲  $\text{pF}$  1.5~3.2）を採用して、含水率 $\theta$ と  $\text{pF}$  との関係を示す  $\text{pF}$ -水分曲線を求める。

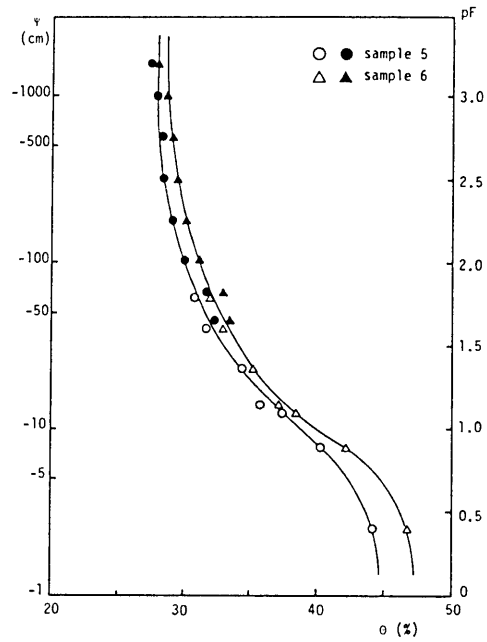
土柱法<sup>17)</sup>は 飽和砂柱上に24時間飽和させた試料を設置し、順次所要の吸引圧に相当する水位を設定して土壌試料の水分量変化を測定する方法である。この方法では、土壌と土壌水を自然状態に保つことができるという利点をもつものの、有効な測定範囲は Field Capacity，すなわち自由水の重力排水水分と毛管水分との境界を表す含水量までといわれており、 $\text{pF}$  1.8 程度以下に限られる。そのため、さらに大きな  $\text{pF}$  での土壌試料の水分量変化を測定するためには、別の方法を併用しなければならない。そこで本研究では、土柱法を実施したのち再度試料を飽和させ、測定可能範囲の広い加圧板法<sup>17)</sup>を実施した。加圧板法は、まず微細な孔隙をもつセラミック板を水で飽和し、これに予め24時間飽和させておいたサンプルを底面が密着するように設置する。つぎに、これを試料室内に入れて密封し、所要の吸引圧に見合う圧力を加え、それに対応する平衡水分量を測定する方法である。今回用いた試験装置では、測定可能範囲の上限は  $\text{pF}$  3.2 である。

## (2) 水分特性曲線

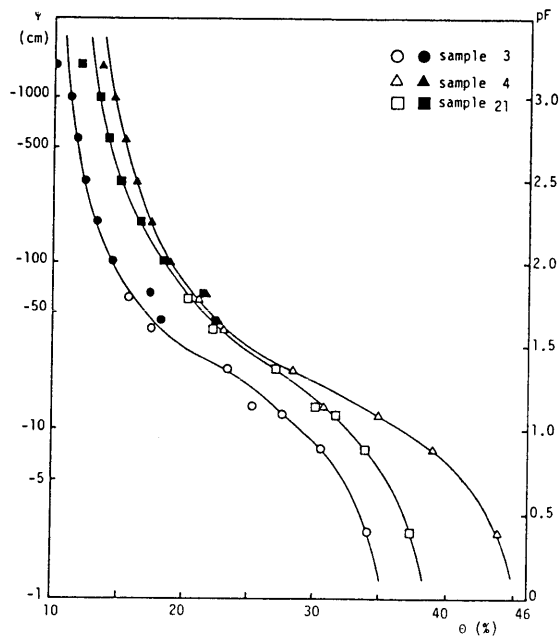
試験流域 B の 11ヶ所において採取したサンプルに対して、得られた  $\text{pF}$ -水分曲線を図-2.9 (a)~(k)に示す。各図の地点番号は図-2.4 中の採取地点を意味している。図中のプロットは○△印が土柱法、●▲印が加圧板法の測定結果を示している。これらの図のなかには、(b)のように  $\text{pF}$  値の小さな範囲で大きく  $\theta$  が減少しているものや、(d)のように  $\text{pF}$  2.0 を越す付近からようやく  $\theta$  の減少が生じているものなど  $\text{pF}$  値と  $\theta$  の関係はさまざまであり、各地点の土壌が異なった不飽和水分特性をもっていることがわかる。しかし、どの図においても含水率の変化幅は、飽和含水率に比べてかなり小さく、強い吸引圧のもとでも飽和度は 60~90%を保ち、全体的に飽和度の高い土壌であるといえる。なお、図(b)(k)のように、同一地点で採取したサンプルであるにもかかわらず、 $\text{pF}$ -水分曲線がサンプル間で平行移動的な差を生じているものがある。これはサンプルの容積が 100cc と小さいため、礫など粗粒土の存在の多少が土壌の空隙率の差として現れてくるためと考えられる。



( a ) 地点 1

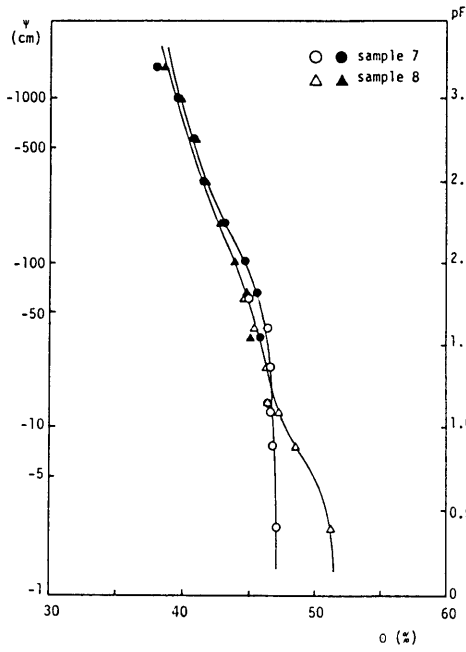


( c ) 地点 3

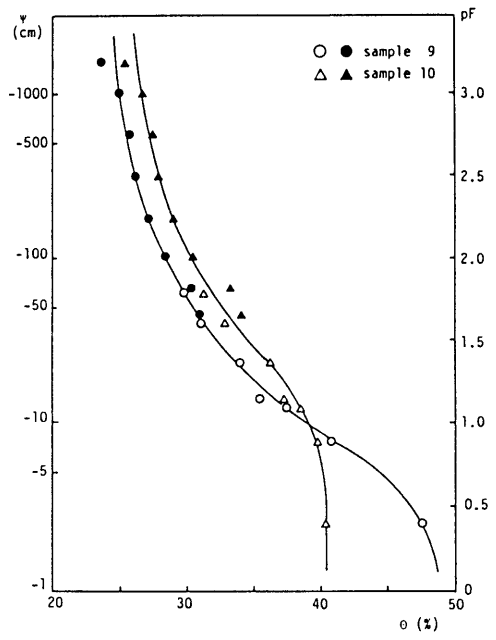


( b ) 地点 2

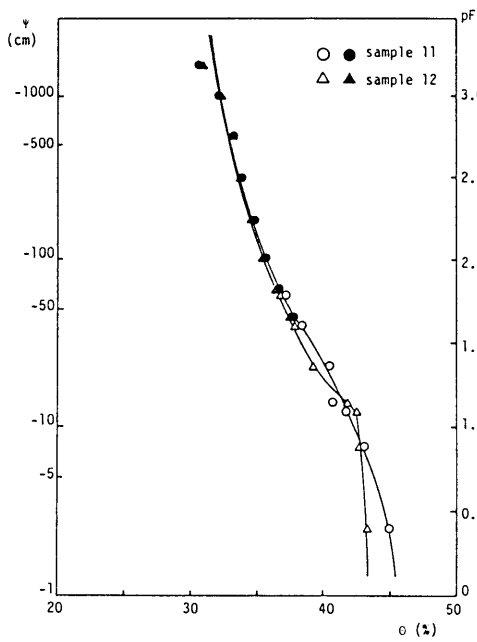
図-2.9 土壤の p F - 水分曲線 (流域 B) — その 1 —



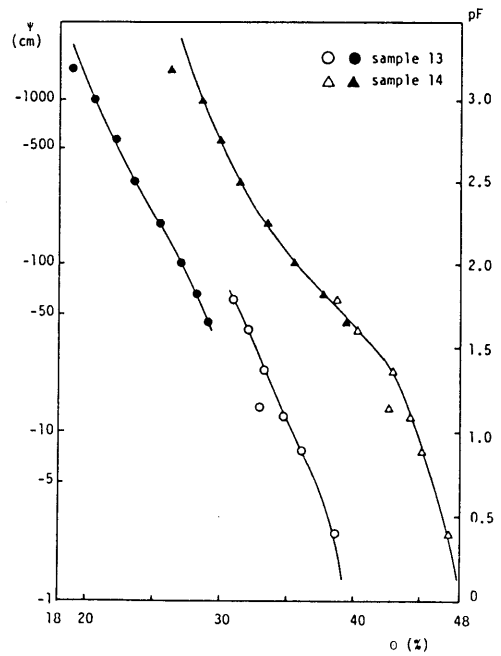
( d ) 地点 4



( e ) 地点 5

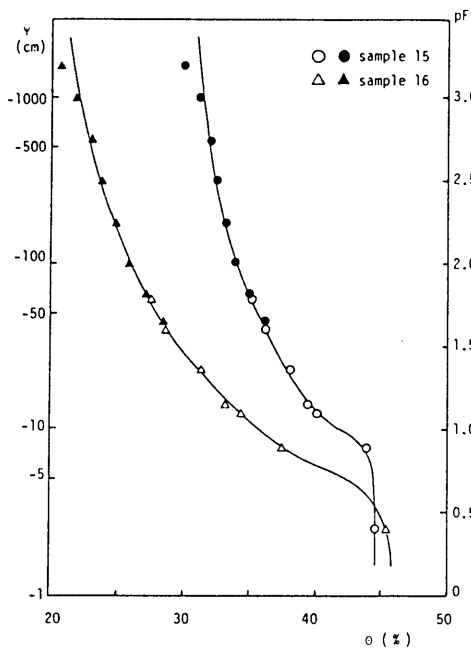


( f ) 地点 6

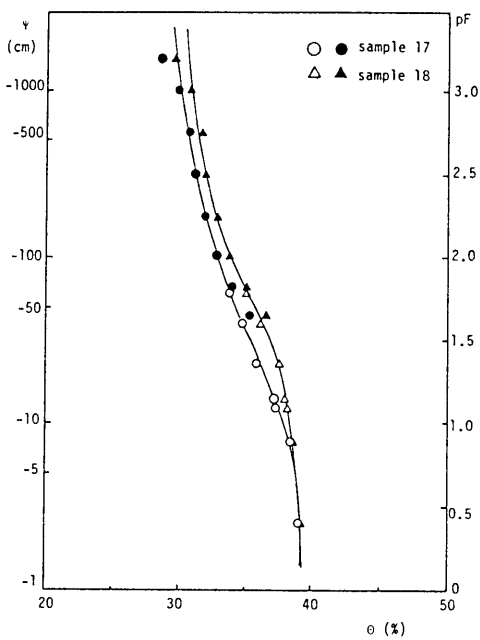


( g ) 地点 7

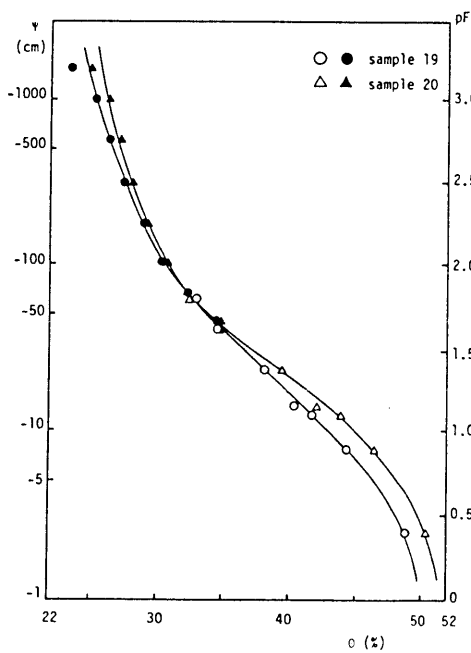
図-2.9 土壌の pF - 水分曲線 (流域 B) — その 2 —



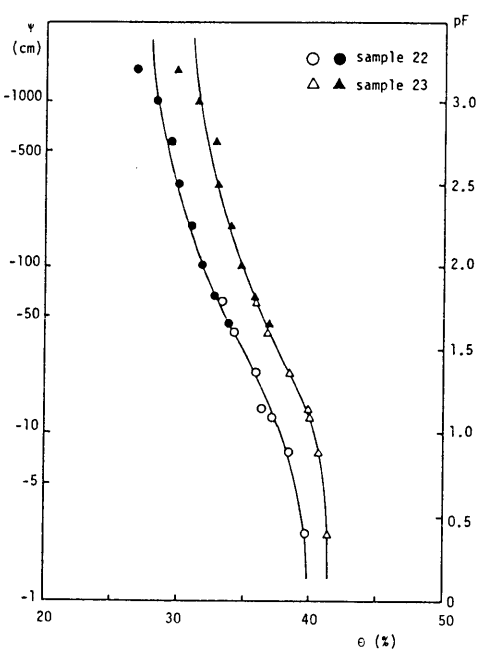
(h) 地点 8



(i) 地点 9



(j) 地点 10



(k) 地点 11

図-2.9 土壌の pF - 水分曲線 (流域 B) - その 3 -

土壌の有効間隙率  $S$  は、 $pF$ -水分曲線をもとに、飽和含水率  $\theta_s$  から残留含水率すなわち飽和している土壌から重力による排水が完了した時点での含水率を差し引くことにより概略値が得られる。表-2.2 に図-2.9 から求めた  $S$  値を示す。ここでは、飽和含水率として  $pF$  0.3のときの  $\theta$  値を、残留含水率として Field Capacity に相当するといわれている  $pF$  1.8のときの  $\theta$  値を用いている。表から分かるように、同一地点のサンプル間にある程度の差異がみられるが、全体を観察すると地点ごとの特徴が見いだされる。有効間隙率  $S$  の値は、約10%を平均として5%から20%程度の範囲でばらついており、地盤内の水分の貯留率は場所的に大きく変動していることがわかる。

表-2.2  $pF$ -水分曲線から求めた土壌の有効間隙率  $S$

地点 No.	試料 No.	有効間隙率 $S$ (%)	地点 No.	試料 No.	有効間隙率 $S$ (%)
1	1	14.0	6	11	8.3
	2	13.0		12	6.8
2	3	18.4	7	13	7.9
	4	23.3		14	9.5
	21	17.2	8	15	9.6
3	5	13.4		16	18.4
	6	14.8	9	17	5.3
4	7	1.5		18	4.2
	8	6.6	10	19	16.6
5	9	18.3		20	18.4
	10	8.6	11	22	6.8
		23		5.6	

### (3) 土壌の粒度組成

流域Bにおける土壌試料の粒径加積曲線の一例を図-2.10に示す。この図からわかるように、流域Bの土壌は、粒径の小さなものから大きなものまで均等に含まれており、土質分類によれば、礫混じりシルトまたは礫混じり粘土質砂であるといえる。すでに示した図-2.9の水分特性曲線は、こういった粒度組成を反映したものであり、強い吸引圧のもとでも水分が多く残留する、すなわち土壌の飽和度が高い原因の一つには、土壌中に細粒分の含有率が高いことが挙げられる。すなわち、細粒土を多く含有することにより、

i) 土粒子の比表面積が大きいため表面保水量が多くなること、さらに、

ii) 土粒子間の空隙径が小さいため毛管作用が強く働き空隙保水量が多くなることが考えられ、結果として土壌の保水性をきわめて高いものにしているのであろうと推察される。

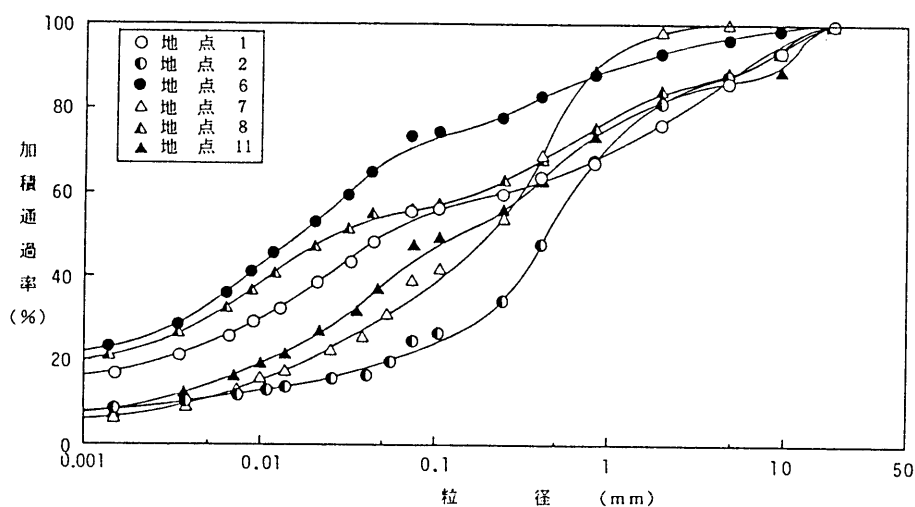


図-2.10 土壌の粒径加積曲線（流域B）

以上、本節では、地盤の透水性や貯留性といった水理特性に関する現地試験と土壌サンプリング調査の結果をもとに、帯水層ならびに不飽和土壌層の不均質性の実態について述べた。次節では、そうした流れ場で生じている不圧地下水位の時間的・空間的変動特性について多くの観測井での観測結果を示し、流れ場の水理特性との係わりを検討する。



## 2. 4 降雨に伴う不圧地下水位の変動特性

水文観測を行なった二つの試験流域では，地下水位はともに降雨の影響を強く受けており，春から秋にかけての比較的降雨の多い時期に，上昇下降を繰り返しながら全体として上昇し，降雨の少ない秋・冬期に徐々に低減している．一雨ごとの水位変動に注目すると，降雨による水位上昇の期間は，各観測井で多少の差はあるものの1～3日程度である．降雨後の水位低減に要する時間がかかり長いことを考えると，週単位あるいは月単位の時間スケールで見れば，一雨ごとの水位上昇は瞬間的な現象とみなすことができるほどである．そこで以下では，こうした現象の時間的なスケールの違いから地下水位変動を一雨ごとの短期的な水位応答と，降雨の少ない季節における長期的な水位低減とに分け，それぞれについて変動特性を議論してゆくことにする．

### 2. 4. 1 降雨に対する地下水位の応答過程

#### (1) 観測結果

当地域では，1983年9月末に日雨量が100mmを越す集中豪雨が観測された．図-2.11は，試験流域Aにおいて観測された水位変動を，5本の井戸（図-2.2におけるNo.21, 29, 32, 33, 39）について上昇直前の水位を基準として示したものである．図によれば，水位の立ち上がり時刻やピーク時刻は井戸間でほぼ同一であ

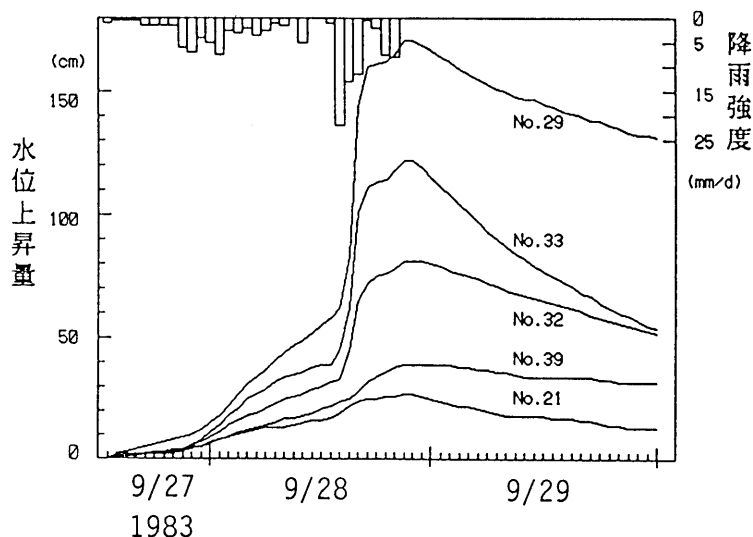


図-2.11 豪雨時の地下水位応答（流域A）

り、降雨に対する水位応答は各井戸で一斉に生じているといえる。しかし、その水位の変動幅は井戸によってかなり異なっていることがわかる。

図-2.12は、当該降雨の直前の地表からの地下水面深度 $D_p$ と水位の最大上昇量 $\Delta H$ を、全ての井戸についてプロットしたものである。図中の破線は、両者が等しい場合、すなわち降雨によって地下水位が地表にまで上昇した場合を意味している。この図によると、地下水面深度と水位上昇量はどちらも数十cmの井戸から数mに及ぶ井戸まで場所によって大きな開きがあって、両者の間に明瞭な関係はみられない。とくに、水面深度が2~5mの地点では、水位上昇量は水面深度に関係なくまちまちな値となっている。

試験流域Bにおいても流域Aと同様な現象が観測されている。図-2.13は、5本の井戸（図-2.4のA,C,D,E,H）について短期間の豪雨に対する水位上昇量を示したものである。これによれば、各観測井は比較的狭い地域に存在するにもかかわらず、水位が降雨に対してほとんど変動しないものから大きく急上昇するものまで、場所ごとに異なった応答をしていることが観察される。以下では、このように1~2日の期間に集中して生じた総量が50mm程度の降雨（表-2.3参照）をとりあげ、それらに対する地下水位の応答特性を、図-2.14に示す諸量、すなわち、当該降雨の直前における地表から地下水面までの深度 $D_p$ 、降雨開始から地下水位が応答を始めるまでの遅れ時間 $T_1$ 、水位の上昇開始からピークに達するまでの時間 $T_2$ 、地下水位の最大上昇量 $\Delta H$ などを使って検討することにする。

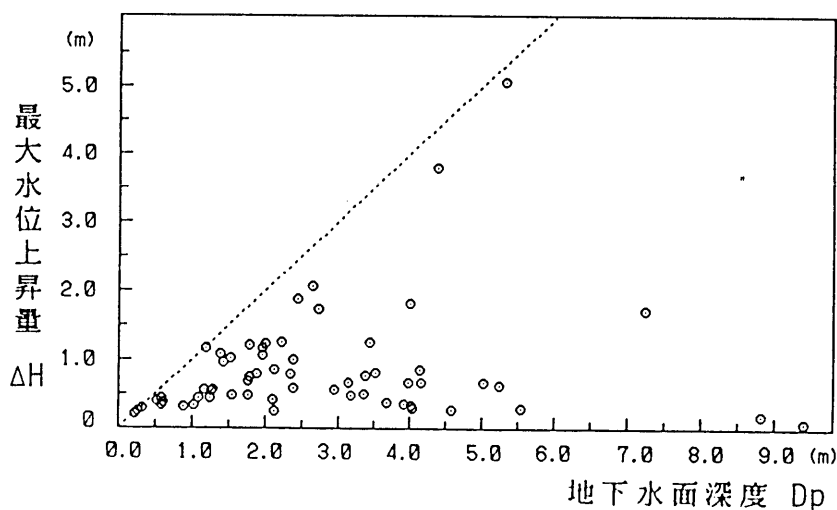


図-2.12 地下水面深度と最大水位上昇量（流域A）

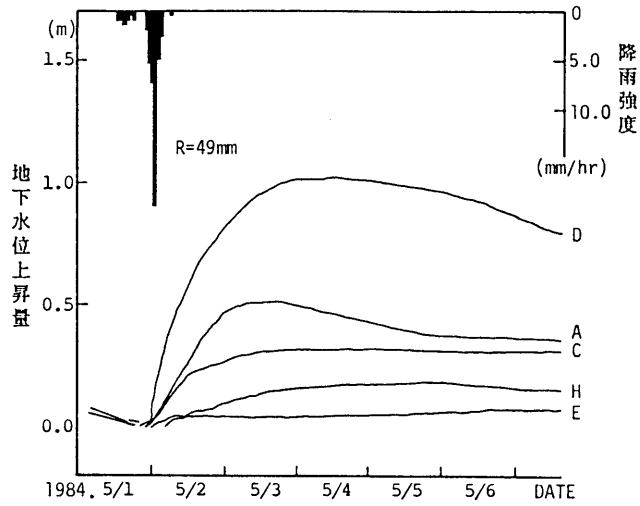


図-2.13 降雨に対する地下水位の短期変動（流域B）

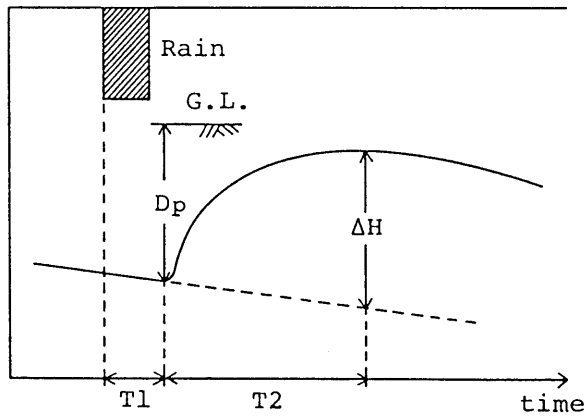


図-2.14 降雨による水位上昇過程の模式図

表-2.3 観測井の水位上昇特性の調査に用いた対象降雨

No.	R 1	R 2	R 3	R 4	R 5	R 6
期間 (年月日)	1984 4/19~20	5/1~2	7/8	1985 2/9	4/4	4/11~12
降雨総量 (mm)	76.5	49.0	61.5	50.5	58.5	59.0
降雨継続時間 (hour)	15.5	17	13	20	14	19

図-2.15は、表-2.3に示す6回の降雨による水位応答過程について、その特性を井戸ごとに示したものである。縦軸は図-2.14に示したように、 $D_p$ が降雨前の地下水面深度、 $T_1$ が水位応答の遅れ時間、 $\Delta H$ が最大水位上昇量である。この図をみると、 $D_p$ と $\Delta H$ の井戸による変化はそれぞれ同様の傾向を示しており井戸ごとに固有の特性が存在することがうかがわれる。しかし、 $T_1$ については井戸ごとの差異はさほどではなく、同一の井戸でも降雨によってかなり変動している。したがって、降雨に対する水位応答には、井戸ごとの特性に加えて雨の降り方や、降雨前の無降雨期間の長さによって変動する土壤の水分状態などが強く影響しているものと思われる。 $T_1$ の値は短い時には数時間であり、地下水面深度 $D_p$ が数メートルもあることを考えれば、水位の応答はきわめて早いといえることができる。こうした降雨に対する地下水位の素早い応答はこれまでも各地で観測され、その物理機構が検討されている<sup>18)-20)</sup>。なお、水位の上昇開始からピークに達するまでの時間 $T_2$ は、どの井戸においても30~50時間前後であった。

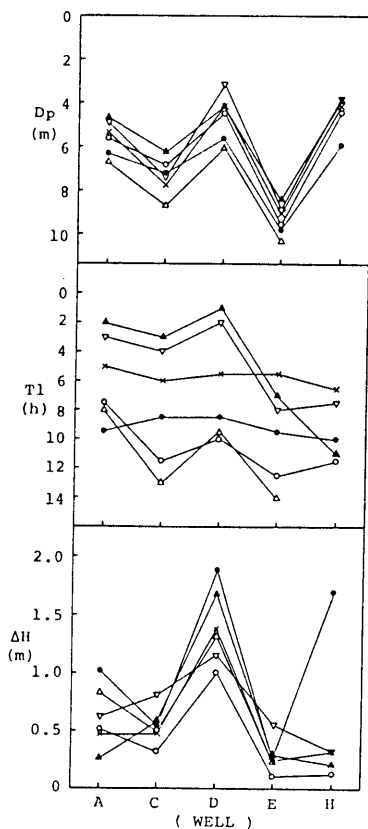


図-2.15 各観測井における地下水位の上昇特性（流域B）

(●:R 1, ○:R 2, ▲:R 3, △:R 4, ×:R 5, ▽:R 6, 表-2.3 参照)

## (2) 水位応答の場所的差異の原因

さて、図-2.15に顕著に現れている $\Delta H$ の井戸ごとの違いはいったい何に起因しているのでしょうか？ 降雨によって水位が上昇する物理的なプロセスを考えれば、 $\Delta H$ の場所的な違いは、地表に降った雨水の土中への浸透特性や地表から地下水面までの間の土壌帯における不飽和浸透特性、そして地下水帯での側方流動特性に左右されると考えられる。すなわち、

(I) 地表の浸透条件………降雨の空間的変動、および土地利用（地表での浸透特性）の場所的差異

(II) 不飽和土壌帯の条件……地下水面までの深さ（土壌帯の長さ）および不飽和浸透特性の場所的差異

(III) 地下水帯の条件………帯水層の水理特性の場所的差異、不透水基盤の形状の複雑さ

まず、(I)の雨の降り方についてであるが、流域Bがきわめて狭いために降雨分布に大きな場所的偏差が生ずることは考えられない。一方、地表面の土地利用形態は、前述のように顕著な場所的差異は認められないことから、降雨および地表の条件によって各井戸の水位上昇の違いを説明することは難しいといえる。

(II)に挙げた土壌帯の長さは 図-2.15の $D_p$ に等しいと考えられる。確かに、 $\Delta H$ と $D_p$ には関連が認められるが、詳細にみると $D_p$ が同程度でも $\Delta H$ が数倍異なる場合もあり、 $D_p$ が $\Delta H$ を決定づける要因であるとは言えない。一方、不飽和浸透特性の場所的差異は、前節に述べた不飽和水分特性の場所的ばらつきから十分に予想されることである。しかし、その実態について詳細な観測は難しい。流域B内には土壌水分の挙動を観測する目的で2ヶ所にテンシオメータを埋設しているが、いずれも地表から1 mまでのもので、地下水帯への水供給状況を判断する情報にはなり得ていない。したがって、実際にどの程度の影響をもつのか評価することは難しいが、不飽和浸透特性の不均質性は確かに存在し、 $\Delta H$ のばらつきに何らかの影響を及ぼしていることは間違いないであろう。

(III)の原因は地下水の流れ場の不均質性と基盤形状の問題である。前述のように、流域Bの地質構造は一様な単斜構造で、不透水基盤の形状は概して滑らかであると考えられる。しかし、地盤の水理特性については、前節に述べたとおり、有効間隙率が場所的に大きく異なっていることが分かっており、透水性についてもこれに対応して空間的に変動しているものと思われる。ここではまず、そうした有効間隙率の変動が地下水位応答の変動にどの程度寄与しているかを見る意味で、土壌サンプルから求めた有効間隙率 $S$ の数値（表-2.2）と降雨と水位上昇

量から推定される帯水層の有効間隙率  $S'$  とを比較してみよう。帯水層の有効間隙率  $S'$  は、地下水帯への雨水の鉛直涵養量  $Re$  によって地下水位が  $\Delta H$  上昇したとき、地下水の側方流れが小さい場合には、 $S' = Re / \Delta H$  で与えられる。ここに  $Re$  は、降雨総量を  $R$ 、蒸発散などによる土湿不足量を  $E$ 、表面流去量を  $F$  とすると、 $Re = R - E - F$  である。ここでは  $F$  を無視し、 $E$  を Thornthwaite (ソーンスウェイト) の式<sup>21)</sup> で概算することにすれば、上式から水位上昇量に基づく有効間隙率  $S'$  の概略値を求めることができる。

これら2種類の有効間隙率  $S$  と  $S'$  を比較したものを 図-2.16 に示す。図には比較のために、飽和含水率で表される間隙率を ●印で併記した。この図によれば、土壤試料から求めた  $S$  の値は 4~18% であるのに対し、実際の水位上昇から概算した  $S'$  は 3~21% の値を示す。両者は、ともにばらついているものの、変動の幅はオーダー的によく対応していることがわかる。このことは、帯水層の有効空隙率の変動が、それぞれの井戸の水位応答特性に大きく係わっていることを示唆するものである。降雨に対する水位上昇量の場所的な差異は、有効間隙率以外にも上述した多くのことがらに起因していると考えられるが、いずれにしても(Ⅱ)や(Ⅲ)といった土壤帯や帯水層などの流れ場の空間的不均質性に依存する部分が大きいことが推察される。

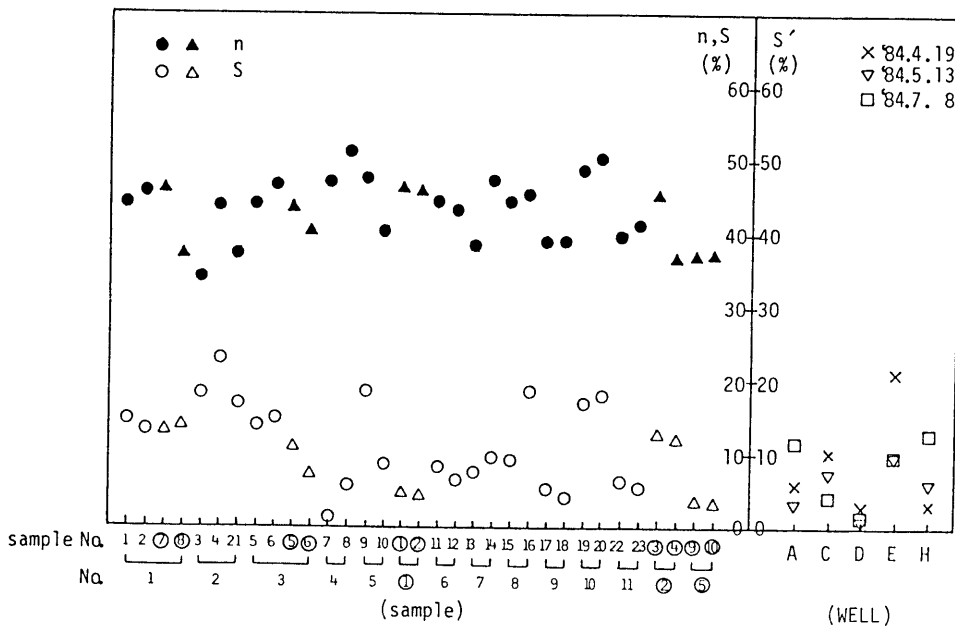


図-2.16 S と  $S'$  の比較

(サンプルNo.のうち○印の数字のものは文献1)より引用したデータ)

## 2.4.2 無降雨期間における地下水位の低減過程

### (1) 観測結果

試験流域A, Bのように地下水帯への水供給が主として降雨によってなされる流域では、不圧地下水位は降雨の少ない秋・冬期に長時間かけて低減する。その一例として、9月末の豪雨後から翌年の2月まで約4ヶ月間にわたって無降雨に近い状態が続いた期間の水位データを図-2.17(流域A), 図-2.18(流域B)に示す。これらの図によれば、豪雨に伴って鋭い水位上昇がみられる井戸からほとんど応答しない井戸まで、水位の変動は場所的に大きく異なっている。一方、降雨後の水位低減勾配は、豪雨時の水位上昇が大きかった地点ほど低減当初の勾配が急で、しだいに緩やかな勾配に移行していることがわかる。とくに図-2.18では、降雨直後には観測井ごとにまちまちであった水位の低減勾配が、90日程度経過した後ではすべての井戸間できわめて類似していることが注目される。これは、降雨直後は流域内の各所各所で異なった水位変動をするものの、無降雨期間が長く続くことによって、水位の局所的な変動成分は消滅し、しだいに流域全体といったより大きな空間スケールでの変動が表に現れてくるためと考えられる。

### (2) 地下水位の低減過程の空間的特性

図-2.19は、同じ期間の流域Bの地下水位低減の様子を、流域全体での場所的分布として、20日ごとに表したものである。流域Bは、平野(洪積台地)に隣接した丘陵地斜面に位置しているので、各観測井の位置を平野と丘陵の地形的な境界からの最短距離で表し横軸に記してある。すなわち、図の左端が平野部との境界、

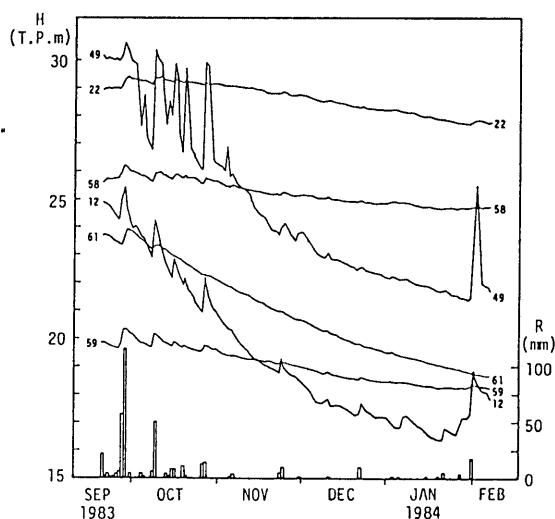


図-2.17 無降雨期間における水位の低減(流域A)

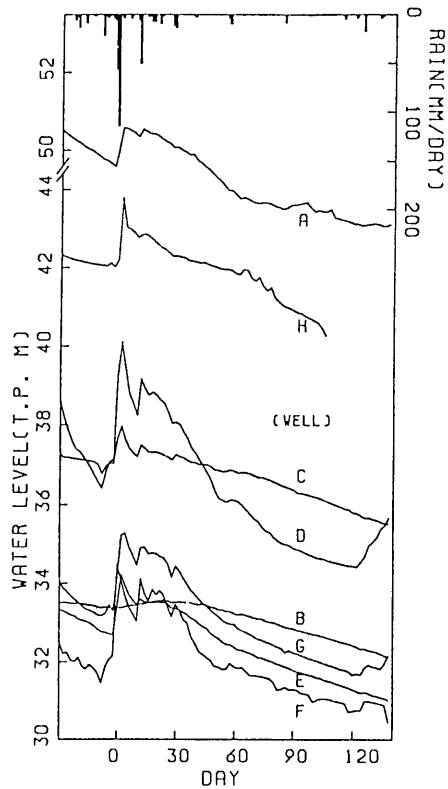


図-2.18 無降雨期間における水位の低減（流域B，1983.9～1984.2）

右方が丘陵上部である。地下水位の標高は丘陵上部の方が高く、その井戸地点の地盤高（一印）に概ね追従しているようにみえるが、詳細にみれば、地表からの地下水面深度は場所的にまちまちである。とくに、降雨直後の水位低減初期には、観測水位をつないだ水面形状にかなりの凹凸がみられる。しかし、十分低減した後では、図中に破線で示したように、水面形は空間的に滑らかな形状となって、平野側へと傾いている。このことは、降雨によって形成された局所的にマウンドをもつような凹凸の激しい地下水面が、無降雨期間において滑らかな水面形に移行してゆく様子を示している。図中に記した2本の破線のうち、E点より上部に伸びた直線の勾配は $2.7^\circ$ であるが、地層が $2 \sim 3^\circ$ の勾配をもつ単斜構造であることを考慮すれば、この水面勾配は地層構造、とくに不透水基盤の形状を反映しているものと推察される。また、下部では勾配の緩やかな破線がみられるが、平野と丘陵の境界近傍に位置する平野部の井戸（図-2.4，P点）の水位が年間を通じて $28 \sim 29\text{m}$ であることから、この緩やかな水面形は平野部の地下水面につながるものと推察される。



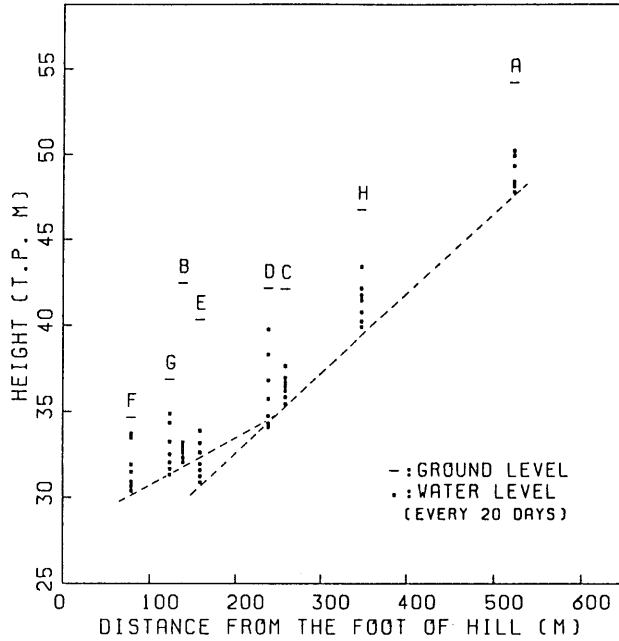


図-2.19 無降雨期間における水位の場所的变化 (流域B)

## 2. 5 降雨による地下水状態の攪乱・平準化過程とその時空間スケール

前節で述べたように、不圧地下水は主として雨水浸透により涵養されており、その水位変動は降雨の有無によって強く支配されている。地下水位の空間分布状態は、強い降雨によって乱され、その後の長い無降雨期間に一様化する過程を繰り返すことによって、年間を通じた季節的な変動を形造っている。一回の降雨および無降雨期間における地下水位の空間状態の変化は、概念的には図-2.20のように考えることができる。すなわち、空間的に不均質な流れ場、たとえば透水性や貯留性が場所に異なる領域に強度の大きい降雨があったとき(図(a))、地下水位は場所に独立した形できわめて短時間に上昇し、空間的に凹凸の激しい地下水面が形成される(攪乱過程、図(b))。その後、降雨のない期間が続けば、地下水位がマウンド状になっている局所的に高い地点ほど早く水位低下し、水面の凹凸は徐々に平準化される(平準化過程、図(c))。

降雨に伴う地下水状態の攪乱・平準化過程を、現象の生じている時間的・空間的スケールとそれを支配している要因との係わりで見れば、図-2.21のようにまとめることができよう。まず、通常、一雨の長さは数時間から1~2日で、雨水

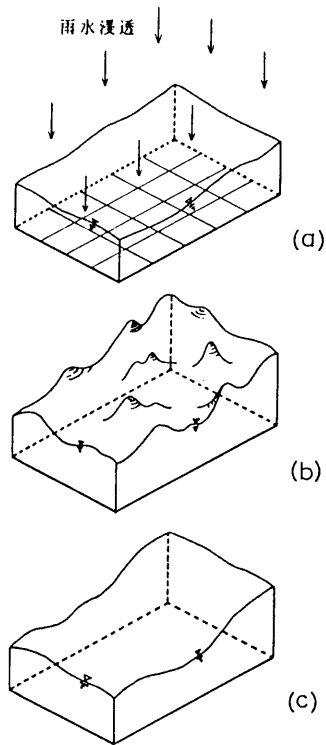


図-2.20 降雨に伴う地下水状態の攪乱・平準化過程

は表層部での土湿不足を補ったのち地中に浸透する。雨水浸透に基づく鉛直方向の水供給により地下水位が上昇を始めるまでの遅れ時間は、数時間からせいぜい半日である。これは、地表から地下水面までの深度が数m以上あることを考えれば、きわめて早い応答であるといえよう。水位が上昇しピークに達するのは降雨後2～3日後のことであるが、その水位上昇過程には井戸ごとに異なった特性がみられる。とくに水位上昇量には場所的に著しい差異がみられ、それは流れ場の透水性や貯留性など水理特性が空間的に均質でないことが大きな原因と考えられる。このように、一雨ごとの水位応答過程はきわめて短い時間スケールの現象であり、と同時に空間的には局所的なスケールの小さい変動であるといえる。

さて、降雨が停止した後2～3週間の間では、降雨時の水位上昇量が大きかった地点ほど急激な水位低下がみられる。これは、上述の流れ場の不均質さを反映して局所的にできたマウンド状の水面形が側方流動によって崩れるためと考えられる。さらに時間が経過し無降雨期間が長く続くと、場所的にまちまちであった水位の低減速度は徐々に均一化し、流域全体の水面形状も滑らかなものとなる。

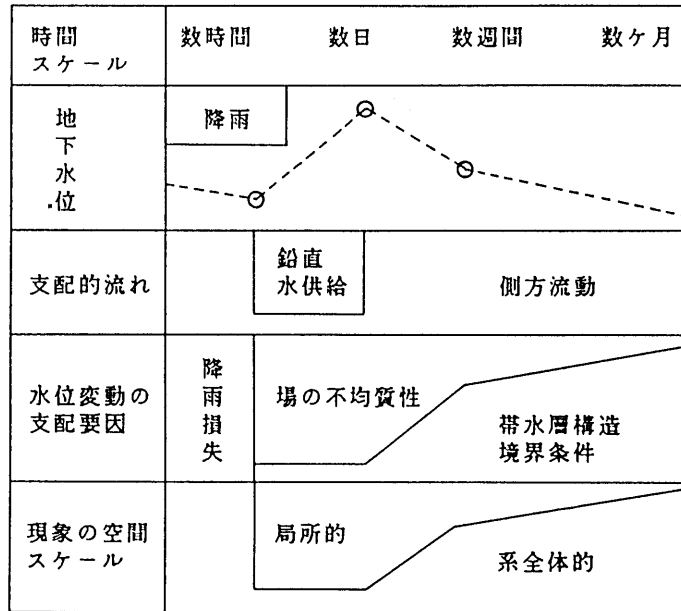


図-2.21 降雨に対する地下水位の変動スケールとその支配要因

すなわち、降雨のない、つまり外部からの擾乱のない状態では、局所的なスケールの水位変動成分はしだいに消滅し、広域的な帯水層構造や境界水位の影響を強く受けた、マクロな空間スケールの水位変動が表に現れてくるものと考えられる。

## 2.6 結 語

本章では、次章以降での様々な解析に先立って、本研究の対象とする現象の本質とアウトラインを、現地での観測結果を用いて示した。現地観測を行なった試験流域は洪積台地（流域A）と第三紀丘陵地（流域B）の二ヶ所に設定し、主として降雨と地下水位の場所的時局的変動の計測を行なった。これらの試験流域では、多くの地点において単孔式現場透水試験ならびに土壌サンプリングによる水分特性試験も実施した。本章では、そうした実際の流域における詳細な調査・観測結果に基づいて帯水層の水理特性の実態を報告するとともに、降雨に伴う不圧地下水位の変動過程の諸特性を検討した。

本章で得られた主な知見は、以下のとおりである。

(1) 流域Aの55地点において単孔式現場透水試験により求められた透水係数値を対数正規確率紙にプロットした結果、地質学的には概ね同一と考えられる領域でも、局所的な透水係数は場所によって数オーダーの幅をもって変動し、全体としては対数正規分布で近似できることが示された。

(2) 透水係数の空間分布特性を調べるために、単孔式現場透水試験の結果を用いて variogramを描いたところ、流域Aにおいては、少なくとも3 km以上離れば、透水係数は互いに相関がなくなることが明らかとなった。1～2 km以内の空間相関性を議論するためには、透水係数の実測値をさらに高い空間密度で得る必要があることが指摘された。

(3) 流域Bの11地点において土壌試料をサンプリングし、その不飽和水分特性を土柱法および加圧板法によって求めた結果、pF-水分曲線は場所によって大きく形状が異なることや、土壌の飽和度は強い吸引圧下においても60～90%の高飽和状態にあることが示された。そうした飽和度が高い原因のひとつとして、土壌が細粒分を多く含有している粒度組成をもつことが挙げられる。

(4) pF-水分曲線に基づいて土壌の有効間隙率を求めたところ、約10%を平均として5%から20%程度の範囲でばらついており、地盤の水分貯留率は場所的に大きく変動していることが明らかとなった。

(5) 流域AおよびBにおける地下水位の多地点観測結果によれば、不圧地下水位の空間状態は降雨の特性によって強く支配されており、一雨ごとに水位応答（攪乱）の過程と平準化の過程を繰り返すことによって、年間を通じた季節的な変動を形造っているといえる。

(6) 降雨に対する地下水状態の応答過程は、きわめて短い時間の現象であり、空間的にも局所的なスケールの変動である。とくに、雨水浸透により地下水位が上昇を始めるまでの遅れ時間は、数時間からせいぜい半日ときわめて早い。また、水位が上昇しピークに達するのは降雨後2～3日後のことであり、その水位上昇量には場所的に著しい差異がみられる。これは流れ場の水理特性が空間的に不均質であることが大きな原因と考えられる。

(7) 降雨が停止したのち無降雨期間が長く続くと、場所的にまちまちであった地下水位の低減速度は徐々に均一化し、流域全体の水面形状も滑らかなものとなる。これは、降雨のない状態では、流れ場の不均質さを反映した凹凸の激しい水面形が側方流動によって平準化することにより、ローカルなスケールの変動成分はしだいに消滅し、帯水層構造や境界水位の影響を強く受けたマクロな空間スケールの変動が表に現れてくるためと考えられる。

## 参 考 文 献

- 1) 高木不折・原田守博・内田光一：小牧東部丘陵地における地下水位の変動特性に関する一考察，日本地下水学会誌，Vol.27, No.4, pp.171-182, 1985.
- 2) 高木不折・原田守博：不均質場における降雨後の不圧地下水状態の統計的評価，土木学会論文集，第387号/II-8, pp.85-94, 1987.
- 3) 高木不折・原田守博：不均質場における降雨時の不圧地下水位の確率応答特性，土木学会論文集，第405号/II-11, pp.171-182, 1989.
- 4) 原田守博・内田光一・高木不折：地下水流動モデルのパラメータ評価に関する一考察，土木学会第39回年次学術講演会概要集，II-3, pp.5-6, 1984.
- 5) 嘉藤良次郎・桑原 徹：名古屋市付近の新第三系・第四系，地質見学案内書 日本地質学会全国大会，1967.
- 6) 春日井団研グループ：春日井市付近の地形面，中部地方の鮮新統および最新統，竹原平一教授記念論文集，pp.153-161, 1971.
- 7) 坂本 亨・桑原 徹・糸魚川淳二・高田康秀・脇田浩二・尾上 亨：名古屋北部地域の地質，地域地質研究報告（京都(11)-20），地質調査所，昭和59年.
- 8) 小牧団研グループ：小牧市周辺の矢田川累層，中部地方の鮮新統および最新統，竹原平一教授記念論文集，pp.69-81, 1971.
- 9) 山村和也・鈴木音彦：「土と水の諸問題」，pp.40-55, 鹿島出版会，1977.
- 10) Freeze, R.A. : A Stochastic-Conceptual Analysis of One-Dimensional Groundwater Flow in Nonuniform Homogeneous Media, Water Resour.Res., Vol.11, No.5, pp.725-741, 1975.
- 11) Delhomme, J.P. : Spatial Variability and Uncertainty in Groundwater Flow Parameters : A Geostatistical Approach, Water Resour.Res., Vol.15, No.2, pp.269-280, 1979.
- 12) Journel, A.G. and CH. J. Huijbregts : "Mining Geostatistics", Academic Press, London, 1978.
- 13) Delhomme, J.P. : Kriging in the Hydrosiences, Advances in Water Resources, Vol.1, No.5, pp.251-266, 1978.
- 14) ローヂェ, A. A. (山崎不二夫 監訳) : 土壌と水, 東京大学出版会, 1963.
- 15) 山本荘毅 (編) : 「地下水学用語辞典」, 古今書院, 1986.
- 16) 榎根 勇 : 「水文学」, 大明堂, 1980.

- 17) 土壤物理性測定法委員会編：「土壤物理性測定法」，養賢堂，1976.
- 18) 安藤義久：丘陵地の水循環機構と都市化によるその変化に関する研究，東京大学学位論文，1981.
- 19) 平田重夫：本郷台・白山における不圧地下水の涵養機構，地理学評論，Vol. 44，No. 1，pp.14-46，1971.
- 20) 宮沢哲夫：台地における地下水の涵養機構，市川・榎根編「日本の水収支」，古今書院，pp.133-146，1978.
- 21) 土木学会：「水理公式集」昭和60年版，pp.144-145，1980.

## 第3章 降雨に伴う

# 不圧地下水状態の攪乱過程

### 3.1 概説

わが国では、不圧地下水は沖積平野や洪積台地・丘陵地において浅層部に存在し、降水・河川水・灌漑水などによって涵養される。なかでも、降雨による涵養に対して地下水位は一雨ごとに明瞭な応答を示す場合が多い<sup>1)2)</sup>。一方、火山性地質の台地では、地下水は不圧状態のまま深層部に位置することが多く、地中に浸入した雨水は降下浸透となって深部へ供給されるため、一雨ごとの水位応答はみられない<sup>3)4)</sup>。しかし、これは全国的にみれば特殊なケースであって、一般的には不圧地下水の水面深度は10m未満であるといえる。

前章で述べたように、浅層部の不圧地下水について現地観測を行なった結果、通常、降雨に対する水位の変動は時間的に総じて早く、その遅れ時間は数時間から遅くても一日程度であることが明らかとなった。また、多地点での観測データにより、降雨に対する水位変動の様子は観測井によって大きく異なることが示された。すなわち、同一の降雨に対しても、隣接した地点でありながら大きく上昇する井戸とさほど変動しない井戸とが存在する。こうした水位応答の場所的ばらつきは、流れの場の不均質性に基づくランダム性をもった現象ととらえることができる。このことは地点観測データから広域の地下水状態を判断しようとする場合、きわめて重要な問題を含んでいる。すなわち、広域地下水のシミュレーションを例にとれば、モデルパラメータの同定や解析結果の検証に際して、その基礎となるべき観測水位データに上述のような不確定な成分が含まれていることは、決定論的解析を進めうるか否かをも左右することを意味している。そこで本章では、観測水位データのもつランダム性や工学的な価値といった事柄を考察するための基礎として、降雨によって地下水状態が乱される過程の統計的性質に焦点を当てて考究することにする。

さて、降雨に対する地下水応答の場所的ばらつきについては、大きく分けて二つの点が注目される。一つは、水位応答のばらつきの原因がどこにあるのか、ということであり、もう一つは、ばらつきの大きさはどの程度か、ということである。前者は、雨水が地中に浸透して地下水涵養が生じ水位が上昇する過程におい

て、どの要素の変動が現象のばらつきに効いているかという疑問であって、物理機構に関する分析的な検討を必要とする。一方、後者は、実際に生ずるばらつきが降雨によって、あるいは地質の種類によってどう異なるのか、そしてその大きさは工学的にどのような意味をもつのかといった問題に言い換えることができる。本章は、前章で述べた実際の帯水層の水理特性と地下水位変動の観測・調査結果を踏まえ、不均質な流れ場における地下水涵養とそれによる水位応答の統計的特性について、雨水浸透と地下水流の物理則を基礎とした解析を行ない、これらの疑問に答えようとするものである<sup>5)-7)</sup>。

次節では、まず、対象とする現象のアウトラインと本章での取り扱いの立場について述べる。3.3では、雨水浸透による地下水涵養過程の解析における不飽和浸透理論の有効性を室内実験によって検討し、解析を進めるうえでの留意点を整理する。3.4では、不飽和浸透理論に基づいて、降雨強度から涵養強度への不飽和帯での変換過程の近似モデルを解析的に導出するとともに、土壤の不均質性に起因する涵養強度のランダム変動成分について考える。そして、こうした涵養強度の場所的変動が帯水層の不均質性の効果とどのように合成されて、水位上昇量の場所的ばらつきとその特性を生み出すのかを3.5において解析する。

### 3. 2 降雨に対する水位応答現象の不確定要因

降雨に対する水位の応答現象は、地中に浸入した雨水が降下浸透し不圧帯水層に供給されることによって、水平方向に流動していた地下水に貯留量変化を生じ、水面の上昇として現れるものである(図-3.1)。いま簡単のために、地表からの水面深度 $D$ が場所的に一定で、さらに地表や水面・基盤の傾斜が小さい場合を考えよう。このとき $D$ が水位上昇量 $\Delta h$ に比べ十分に大きい( $D \gg \Delta h$ )場合には、不飽和土壌帯での雨水の鉛直浸透過程とその結果生ずる飽和地下水帯での水位変動過程とを近似的に別個に扱うことが可能となり、現象は図-3.2のように考えることができる。すなわち、地表に与えられた降雨強度 $R_a(t)$ の雨水は土中に鉛直浸透し、不飽和帯において何等かの変換を受けた後、地下水涵養強度 $R_e(t)$ として帯水層に供給される。このとき、流れ場が等方均質であれば $R_e(t)$ は空間的に一様であるが、不均質な場合には場所と時間の関数 $R_e(x, y, t)$ となる。

一般に場の不均質性は“確定的不均質性”と“確率的不均質性”とに分けられる<sup>8)</sup>。前者は場の水理特性の空間変動が規則的か少なくとも既知の場合であるが、



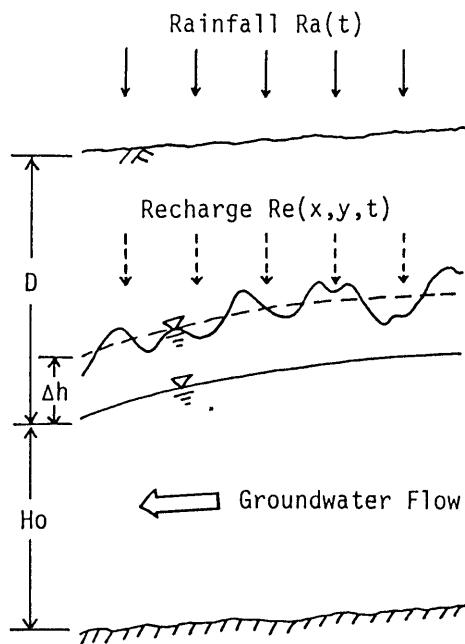


図-3.1 降雨による水位上昇の模式図

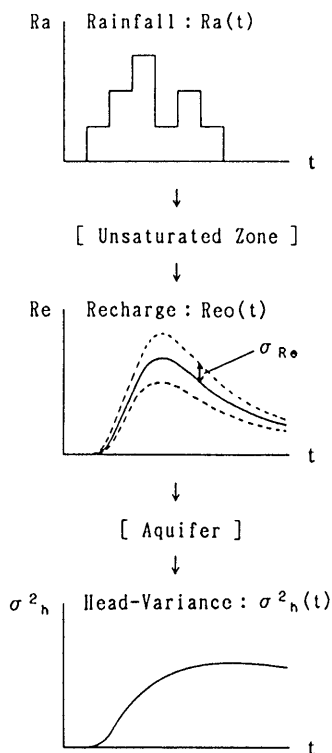


図-3.2 降雨強度と涵養強度、  
水分散との係わり

後者はその変動が不規則で種々のスケールを含み、完全には把握できないランダムな場合である。ここで対象としているのは後者の場合であって、とくに通常の決定論的取り扱いではしばしば均質と仮定される領域、例えば地質学的に同一の領域において、透水係数や有効間隙率などの水理定数が平均値のまわりで小さくランダム変動するような流れ場を想定することにする。そうした場の不均質性は帯水層のみならず不飽和土壌においても存在するために、雨水浸透による地下水涵養強度  $Re(x, y, t)$  は平均値  $Re_o(t)$  と場所的な変動を表す標準偏差  $\sigma_{Re}(t)$  をもったランダム変量から成ると考えることができる。場所的・時間的に変動する  $Re(x, y, t)$  により、帯水層では地下水位が場所的にまちまちに上昇しようとするが、地下水の側方流動に伴う水平方向の水頭拡散によって水位分布の凹凸は緩和される。しかし、そのプロセスでも帯水層自身の不均質性のために、地下水位の空間状態は水理定数の複雑な分布を反映したものとなり、その結果として、井戸ごとに異なった場所的な分散  $\sigma^2_h(t)$  をもった水位応答が観測されているわけである。

### 3. 3 雨水浸透による地下水涵養機構

#### 3. 3. 1 不飽和浸透理論

不飽和土壌帯における降雨強度  $R_a(t)$  から涵養強度  $R_e(x, y, t)$  への変換過程は通常、不飽和浸透理論を用いて解析される。同理論は、土壌中の複雑な水分移動現象を毛管ポテンシャルの概念を用いてモデル化し、基礎方程式に土壌物理特性として体積含水率  $\theta$ 、圧力水頭  $\phi$ 、不飽和透水係数  $K$  の三者の相互関係を組み合わせることで解を得るものである。以下では、不均質な場での浸透現象の議論に入るに先立って、まず不飽和流れの基礎方程式ならびに土壌物理特性の評価式について簡単に触れておこう。

Richards<sup>9)</sup> は、不飽和土壌の透水係数  $K$  が圧力水頭  $\phi$  の一価関数であると仮定し、ダルシー則を不飽和浸透流の抵抗則として拡張した。すなわち、

$$q = -K(\phi) \nabla \Phi \quad (3.1)$$

ここに、 $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$ ,  $x, y, z$  : カーテシアン座標

$q$  : 水分フラックス,  $\Phi$  : 全水頭であり、圧力水頭  $\phi$  と位置水頭  $z$  の和である。すなわち、位置座標  $z$  を鉛直上向きを正にとれば、 $\Phi = \phi + z$  となる。

流れの基礎方程式は、式(3.1)を土壌水分移動の連続式に代入することにより、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla q = \nabla [K(\phi) \nabla \Phi] \quad (3.2)$$

となる。上式は  $\theta$  に関するリチャーズの方程式と呼ばれる。具体的に記せば、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \frac{\partial K}{\partial z} \quad (3.3)$$

である。さらに、 $\theta$  と  $\phi$  の間にも一価関係を仮定すれば、式(3.2)は

$$C(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla [K(\phi) \nabla \phi] + \frac{\partial K}{\partial z} \quad (3.4)$$

と書き直される。ここに、 $C(\phi)$  : 比水分容量 (=  $d\theta/d\phi$ ) である。

さて、上式を解くためには、土壌物理特性として  $K \sim \phi$  (または  $K \sim \theta$ ) 関係および  $\phi \sim \theta$  関係を与える必要がある。一般にこれらの関係は 図-3.3<sup>10)</sup> のよ

うであり、多くの経験式または半理論式が提案されている。たとえば、Brooks & Corey<sup>11)</sup>の経験式について示せば、以下のようである。

$$\frac{K(\phi)}{K_s} = \left[ \frac{-\phi_w}{\phi} \right]^\eta \quad (3.5), \quad S_e = \left[ \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right]^\beta = \left[ \frac{-\phi_w}{\phi} \right]^\beta \quad (3.6)$$

ここに、 $K_s$ : 飽和透水係数、 $\phi_w$ : 空気侵入吸引圧 ( $> 0$ )、 $S_e$ : 有効飽和度、 $\theta_s$ : 飽和含水率、 $\theta_r$ : 最小含水率、 $\eta, \beta$ : 定数である。

式(3.5)(3.6)より、次のような  $K \sim S_e$  関係があることがわかる。

$$\frac{K(\phi)}{K_s} = S_e^{\eta/\beta} \quad (3.7)$$

また、 $\eta$  と  $\beta$  の間には次の関係がある。

$$\eta = 2 + 3\beta \quad (3.8)$$

以上の議論では、 $K, \theta, \phi$  の相互関係にそれぞれ一価関係を仮定したが、実際には浸潤過程と排水過程の間でその特性が異なるヒステリシス（履歴現象）が存在し、土壌の種類と現象によってはその効果を考慮することが必要な場合もある。

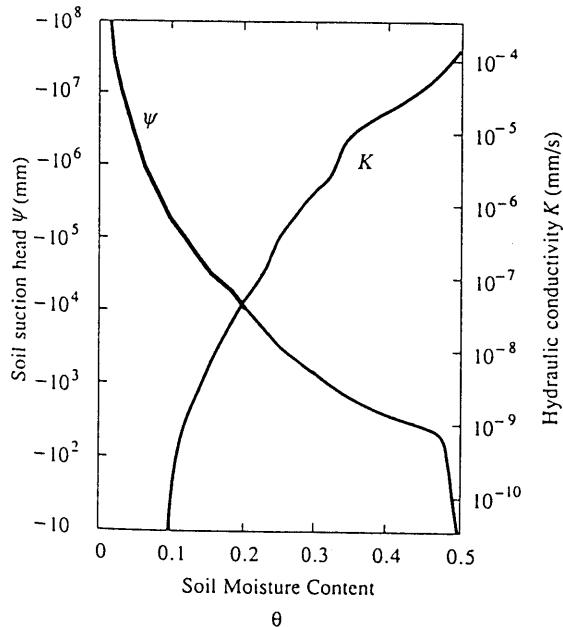


図-3.3 不飽和浸透現象に係わる土壌物理特性の一般的形状<sup>10)</sup>

### 3.3.2 不飽和浸透解析による室内水理実験の再現

本節では、雨水浸透現象の解析における不飽和浸透理論の有効性、ならびに解析を進める上での留意点を明確にするために、鉛直砂柱を用いた雨水浸透実験を行ない、リチャーズ方程式の数値解析の結果と比較・検討する。

#### (1) 雨水の鉛直浸透実験

実験に使用した鉛直砂柱および降雨発生装置を図-3.4に示す。砂柱は内径30cm高さ250cmの塩化ビニル製鉛直カラムに豊浦標準砂を水締めによって詰めたもので、砂粒子の流出を防ぐために底部に粗砂と中砂が充填されている。砂柱の下端は外部水タンクと連結され、飽和地下水面が設定される。外部タンクとの間のバルブを開閉することによって、飽和水面を一定位置に保つ実験と、雨水浸透に伴い水位を上昇させる実験を行なうことができる。砂柱内部には6深度にテンシオメーターが埋設され、土中の圧力水頭が圧力変換器を経て計測される。また、砂柱下部には飽和水面の位置を測るための水圧計が取り付けられている。降雨発生装置は、186本の注射針に所定の湛水深を与えることで時間雨量20~100mm程度の雨水を供給することができる。

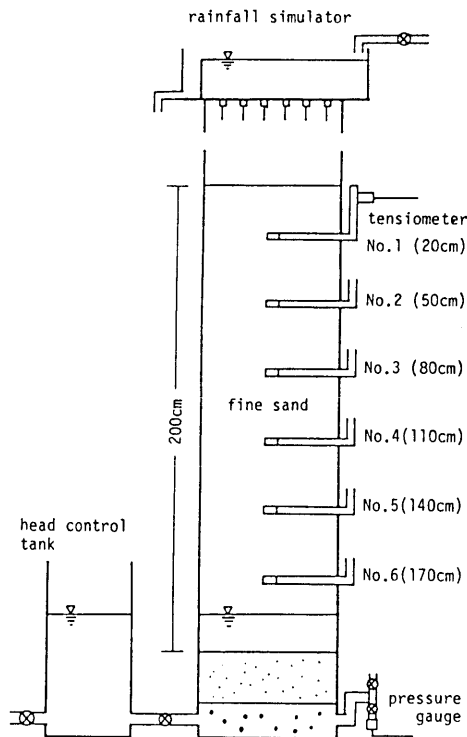


図-3.4 鉛直浸透実験装置

本研究では、表-3.1 に示したような二つの実験、すなわち

実験Ⅰ（水位上昇過程）……砂柱下端を閉じ、降雨を長時間継続して与え、  
浸潤によって飽和水面を上昇させる実験。

実験Ⅱ（排水過程）……飽和水面を下方に保ち、定常的な降雨浸透を生  
じさせた後、降雨を停止し重力排水させる実験。

を行なった。

(2) 不飽和浸透流の数値解析

対象としている雨水浸透現象を鉛直一次元流とみなせば、圧力水頭 $\phi$ に関する  
リチャーズ方程式(3.4)は次式となる。

$$C(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \frac{\partial K}{\partial z} \quad (3.9)$$

ここに、位置座標 $z$ は鉛直上向きを正にとっている。また以下の解析では、 $z$ の  
原点を降雨前の飽和水面の位置とする。上式を解く際に必要となる土壌物理特性、  
すなわち、 $K \sim \theta$ 関係および $\theta \sim \phi$ 関係は、今回の解析では図-3.5のように与  
えている。図中の破線は、土柱法・加圧板法によって求めた標準砂の排水過程に  
おける $\phi \sim \theta$ 関係であるが、解析には、実験結果に対する再現性を考慮して破線  
を修正した曲線（実線）を用いている。一方、 $K \sim \theta$ 関係については式(3.7)を  
用い、飽和透水係数 $K_s = 1.5 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ 、飽和含水率 $\theta_s = 39\%$ 、重力排水下  
における最小含水率 $\theta_r = 11\%$ 、定数 $\eta/\beta = 2.5$ とした。これらのパラメータ値の  
うち、 $\theta_r$ と $\eta/\beta$ の値はやはり現象の再現性に基づいて決定している。なお、数  
値解析には、大西・西垣によるFEMプログラム“UNSAF”<sup>12)</sup>を使用した。

表-3.1 実験条件

実験Ⅰ	降雨継続期間	0 ----- 4 hr (降雨強度 44mm/hr)
	計測対象期間	0 ----- 8 hr ← 水位上昇過程
実験Ⅱ	降雨継続期間	0 ----- 6 hr (降雨強度 40mm/hr)
	計測対象期間	排水過程 → 6 -----    ----- 48 hr

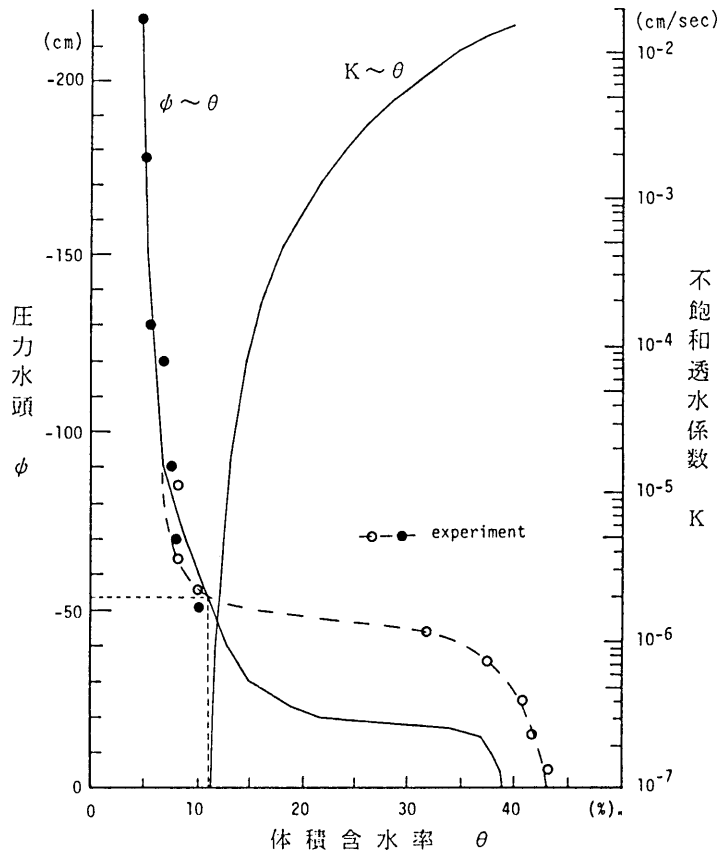


図-3.5 解析に用いた土壌物理特性

(3) 実験結果と解析結果の比較

a) 実験 I

図-3.6は、実験 I における降雨開始時からの雨水浸透に伴う砂柱内の圧力水頭  $\phi$  ならびに飽和水面  $h$  の時間的变化である。6箇所のテンシオメーターのうち No. 1 ~ 4 のものは、上方からの降雨浸透に伴い、50分程の遅れ時間差をもって順次反応している。しかし No. 5 と 6 は、降雨開始後 4.2時間にほぼ同時に低下を始め、それと同じ時刻に地下水面上昇が始まっている。これは、No. 5, 6 が水面上の毛管水帯に位置するために浸透水による早い水分伝達現象が現れたものと考えられる。

一方、図-3.7は、実験と同じ降雨に対して求められた不飽和浸透モデルの数値解である。解析の初期条件は、一般に平衡状態の圧力水頭分布として  $\phi = -z$  を与えることが多いが、後述するように、実際には排水後数日を経ても  $\phi = -z$

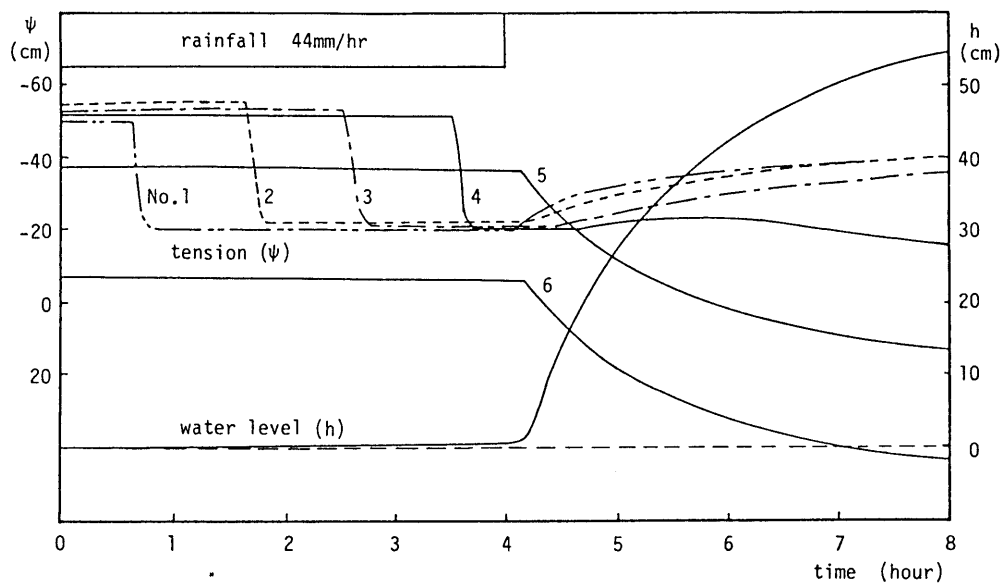


図-3.6 実験 I の結果

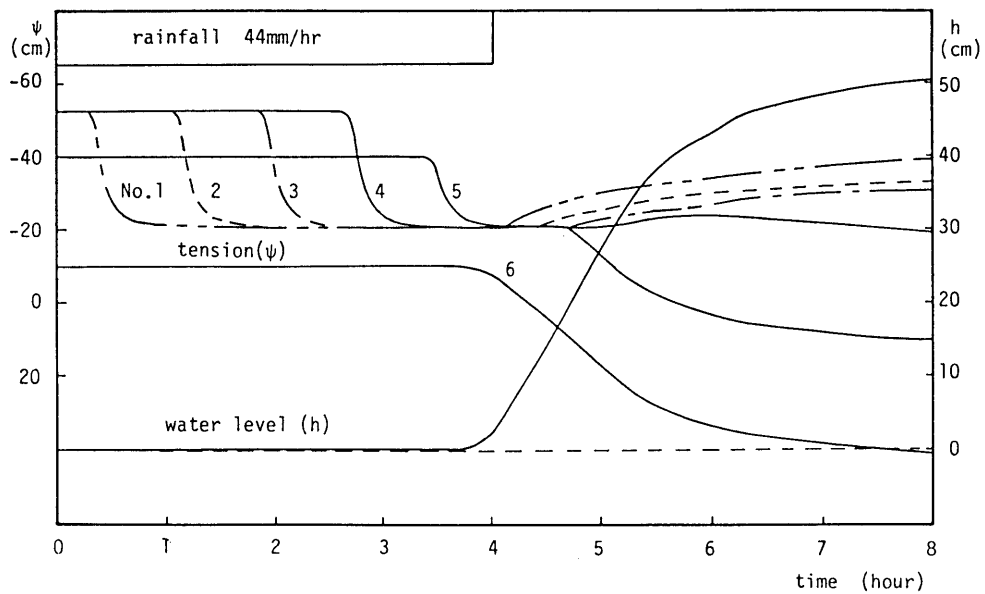


図-3.7 実験 I の数値解

とはならない。そこで実測値（図-3.8）より、 $z < 52.5\text{cm}$  :  $\phi = -z$ ,  $z > 52.5\text{cm}$  :  $\phi = -52.5\text{cm}$ とした。図-3.7から分かるように、No. 1～4の圧力水頭の変化は実験結果（図-3.6）に比べ若干早く緩やかなものとなっているが、順次遅れて反応する様子は実際の現象を良く再現しており、不飽和浸透理論の有効性を示している。しかしながら、同図におけるNo. 5地点の圧力水頭は、図-3.6のようにNo. 6と同時に反応していない。これは、 $\phi \sim \theta$ 関係を図-3.5のように毛管水帯に相当する部分の高さを小さく与えたことに起因しており、それを図中の破線のように50cm程度にすれば、No. 5と6は実験結果のように同時に低下するであろう。しかし、そのようにした場合、懸垂水帯における圧力水頭の変化幅はかなり小さいものとなって、実験結果が再現できなくなる。このように、懸垂水帯と毛管水帯の両者の水分挙動を同時に再現することは、土壌物理特性として図-3.5に示したような簡単な関係を用いるだけでは困難であるといえる。最近の研究では、モデルに $\phi \sim \theta$ 関係のヒステリシス等を組み入れるなど、より細かいパラメータ調整を行なうことも試みられている<sup>13)</sup>。

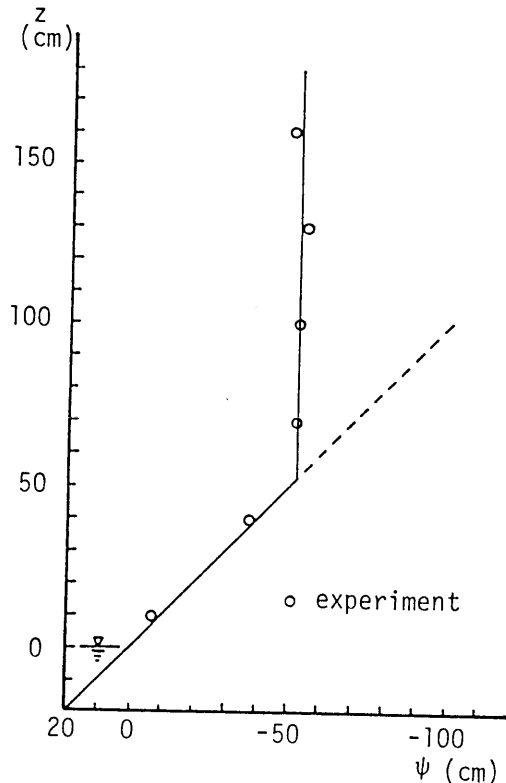


図-3.8 実験 I の解析の初期条件



## b) 実験Ⅱ

図-3.9は、実験Ⅱにおける降雨停止後の重力排水による砂柱内の圧力水頭の鉛直分布の時間的变化である。同図によれば、時間の経過とともに土中水分は乾いてゆき、圧力水頭の絶対値は増大してゆくが、その変化は徐々に遅くなっている。この図には降雨停止後48時間までの結果が示されているが、さらに長期間にわたって排水を継続しても、圧力水頭の分布はこの図から大きく変化していない。従来より、重力排水が十分に終了した状態では、土中の水分は力学的に平衡な状態になり、飽和水面上高さ $z$ の位置の圧力水頭は $\phi = -z$ の分布に従うものと考えられてきた。これは、 $\phi = -z$ であれば全水頭 $\Phi = 0$ であって、水頭勾配は存在しない、すなわち水分フラックスの無い平衡状態が生ずることを意味する。しかしながら、この図において、圧力水頭が $\phi = -z$ を満たすように変動しているのは、6箇所のテンシオメーターのうち飽和水面直上に位置するNo.5,6のみであり、No.1~4のものは48時間も経っても-50cm前後までしか回復していない。標準砂の毛管上昇高が50cm程度であることを考慮すれば、No.5,6のテンシオメーターは毛管水帯に位置することになり、平衡状態を $\phi = -z$ とする従来の定義は毛管水帯においてしか成立しない可能性がある。この点については、後ほど補足実験を行ない詳しく議論することにする。

さて、この実験と同じ条件下で不飽和浸透理論を数値解析した結果を図-3.10に示す。先ほどの図-3.9と比較すればわかるように、両者はよく対応している。このように現象をうまく再現するためには、解析モデルの土壌物理パラメータの設定に注意せねばならない。すなわち、圧力水頭が $\phi \neq -z$ であっても水分フラックスがほとんどゼロであるためには、不飽和透水係数が非常に小さくなくてはならない。今回の解析では、毛管水帯より上部での $\phi$ 値の回復を約-50cm程度に抑えるために、 $\theta_r$ を図-3.5に破線で示したように $\phi = -52.5\text{cm}$ に対応する値(11%)に選んでいる。この $\theta_r$ の値は標準砂の最小含水量としては若干大きい数値であるが、仮に $\theta_r$ を数%に設定した場合には、上部の $\phi$ 値はさらに $\phi = -z$ に近づくように回復してしまい、現象の再現は困難となる。このように $\theta_r$ の値の選択が、現象とくに排水過程における圧力分布の解析結果に大きな影響を及ぼすことは西垣<sup>14)</sup>も指摘しているが、 $\theta_r$ すなわち土壌の最小含水量をどのようにとらえるべきかについては、未だ不明瞭な点が多い。次項では、土壌の最小含水量および重力排水後の土壌水分のあり方について、従来から用いられている考え方を整理するとともに、砂柱を用いた補足実験を行ない重力排水現象の物理機構を検討することにする。

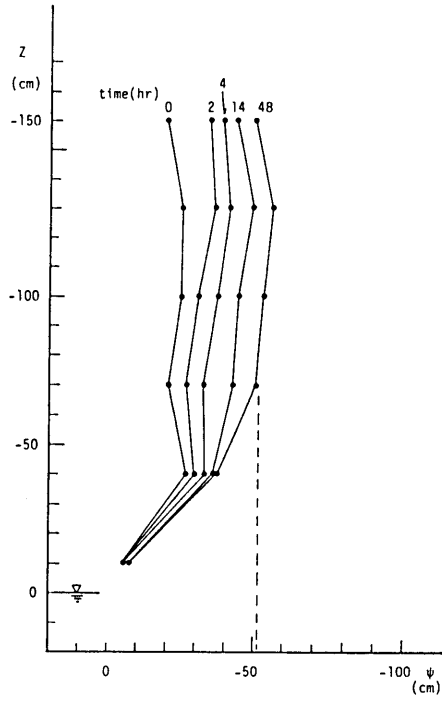


図-3.9 実験Ⅱの結果

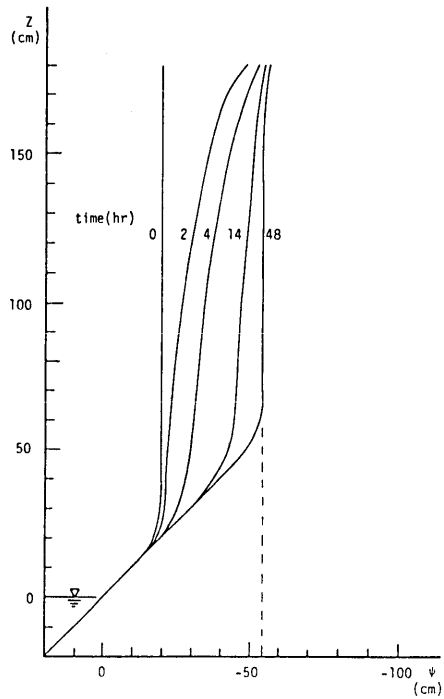


図-3.10 実験Ⅱの数値解

### 3.3.3 重力排水過程における土壌水分の保水形態

#### (1) Field Capacity

雨水浸透による地下水涵養現象を考えると、降雨が生じる前の土壌含水量、すなわち初期水分分布の評価が重要になる。多くの現地観測によれば、蒸発散の及ばない地表下1 mより深い土中では、先行降雨が終了したのち数日を経ると、地下水面近傍を除けば、深さ方向にはほぼ一定の水分量が残留することが知られている。この水分量は“Field Capacity”(圃場容水量)と呼ばれ、土壌の保水性に依存した一定の物理量と考える場合が多い。しかし、毛管ポテンシャル論の立場からみれば、地下水面からの高さが異なる二地点で同一の平衡水分量が生ずることは、その含水率で透水性がゼロにならない限り理に反することになる。以下では、こうした重力排水後の土壌水分の存在形態とその力学的状態、とくに Field Capacity の物理的な意味に関して考察する。

Field Capacity は主として実際の土壌を扱う現場から生まれた概念であるが、その定義にはきわめて多くのものがあり、ここでは以下のような大別を試みた。

a) 静的平衡状態 (POE(ロージェ)の定義)<sup>15)</sup>: 重力排水後の土中には、図-3.11<sup>16)</sup>のような平衡水分分布が生じ、毛管水帯と懸垂水帯に分けられる。後者では、土壌水分は水理学的に互いに不連続であり、一定含水量になっている。これが Field Capacity であり、最小容水量に相当すると考える。

b) 擬似平衡状態 (Veihmeyerらの定義)<sup>17)</sup>: 過剰な水分が排水され、下向きの流動が著しく低下した後の含水量で、透水性の良い均質土壌では2~3日後の状態である。これと類似したものに、土壌物理性測定法委員会<sup>17)</sup>の「24時間排水後の含水量」や「pF 1.8の含水量」などがあるが、どちらも便宜的な定義である。

c) 動的過渡状態 (Hillel, Gardnerら)<sup>18)19)</sup>: 重力排水後の土中水の再分配過程は、時間的に連続なものであって、水分の不連続性による「切断」や静的な平衡分布への到達はあり得ない。この考えによれば、水分分布が一定値に落ち着くことはなく、圧力水頭 $\phi$ の値は $\phi = -z$ に向かって漸近し続けることになる。

#### (2) 標準砂を用いた重力排水実験

実験1 (含水率の鉛直分布): 標準砂を水締め充填した鉛直砂柱を作成し、下端に水位を設定して飽和状態からの重力排水実験を行なった(図-3.12)。砂柱は内径5 cm高さ5 cmの円筒カラムを50個連結し、側面の水密性を保つためにビニルチューブで密閉したものを4本使用した。図-3.13は実験の結果得られた含水率 $\theta$ の鉛直分布である。同図によると、排水開始後3日後および7日後において、水面から70 cm以上の水分量はほぼ一定値に達し、ロージェの呼ぶ“懸垂水帯”の

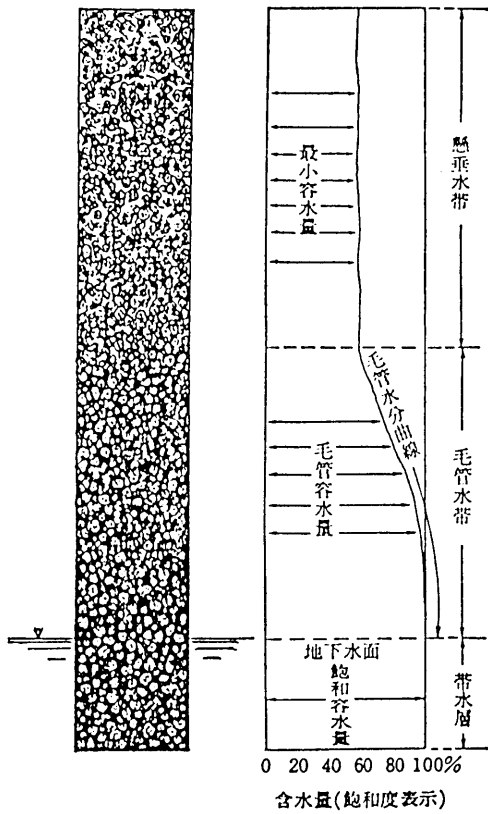


図-3.11 重力排水後の水分分布<sup>16)</sup>

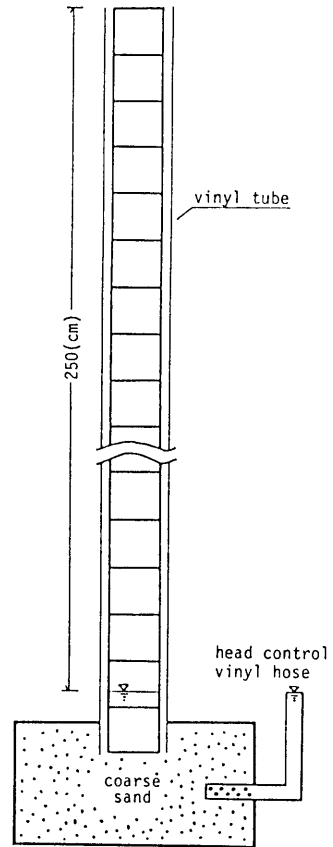


図-3.12 含水率測定のための鉛直砂柱

形成が認められる。すなわち、上記の定義 a) の状態に相当する結果が得られた。

実験 II (圧力水頭の時間的变化) : 排水過程における土中の圧力状態を調べるために、砂柱に水マノメータ型のテンシオメータを埋設した(図-3.14)。水面から 126 cm の位置における圧力水頭  $\phi$  の時間変化を図-3.15 に示す。圧力水頭  $\phi$  の値は時間とともに減少の仕方が緩やかになっているが、一定値に達することはなく、排水開始後 70 日を経てもなお下がり続けている。しかも、この  $\phi$  の低下傾向からは、圧力水頭値はかなりの時間が経過した後でも、 $\phi = -z$  ( $= -126 \text{ cm}$ ) にはならないことが指摘される。これは、現象が非平衡状態にあり、水分の排水は持続していることを示している。すなわち、上記の Field Capacity の定義でいえば、c) に相当する結果が得られた。

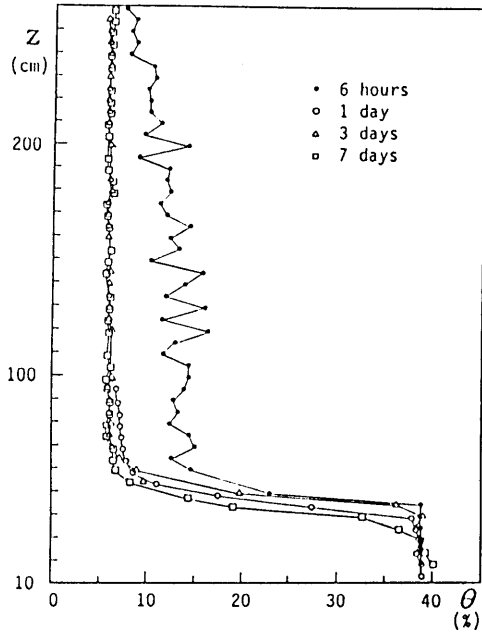


図-3.13 排水過程における含水率の鉛直分布

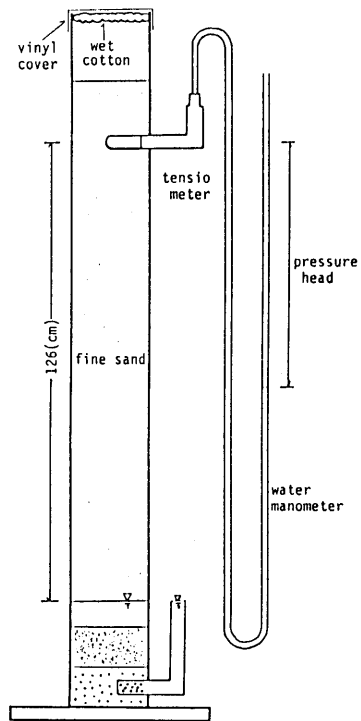


図-3.14 圧力状態測定のための鉛直砂柱

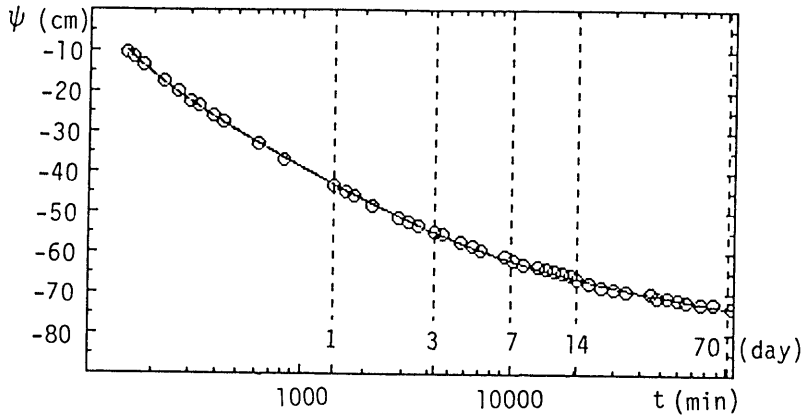


図-3.15 排水過程における圧力水頭の時間的变化  
(テンシオメータの位置：水面上126cm)

このように実験Ⅰと実験Ⅱでは、土壌水分の平衡性に関して互いに矛盾する結果となった。そこで次項では、両者の関係を明らかにするために、不飽和浸透理論に基づいて懸垂水帯における水分状態を解析してみよう。

### (3) 不飽和浸透理論から見た Field Capacity

重力排水がある程度進み、含水率が深さ方向にはほぼ一定になった状態を考える。鉛直一次元のリチャーズ方程式は、位置座標を鉛直下方を正にとると、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\theta) \frac{\partial (\phi - z)}{\partial z} \right] \quad (3.10)$$

上式を地表から懸垂水帯中の深さLの地点まで積分すると、地表での浸透フラックスはゼロであるので、

$$\int_0^L \frac{\partial \theta}{\partial t} dz = \left[ K(\theta) \frac{\partial (\phi - z)}{\partial z} \right]_{z=L} \quad (3.11)$$

懸垂水帯では近似的に

$$\frac{d}{dz} \left[ \frac{\partial \theta}{\partial t} \right] \simeq 0 \quad (3.12), \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} \simeq 0 \quad (3.13)$$

とみなすことができ<sup>19)</sup>,

$$L \frac{\partial \theta}{\partial t} = L \frac{d \theta}{d \phi} \frac{d \phi}{d t} = -K(\theta) \Big|_{z=L} \quad (3.14)$$

いま、 $K(\theta)$ に Brooks & Corey 式： $K(\theta) = K_s \{(\theta - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r)\}^{\eta/\beta}$  を用い、 $L \cdot d \theta / d \phi \simeq A (= \text{const.})$ とおくと、上式は

$$\theta(t) = \left[ \frac{A}{K_s} \left| \frac{d \phi}{d t} \right| \right]^{\beta/\eta} (\theta_s - \theta_r) + \theta_r \quad (3.15)$$

図-3.15より  $|d \phi / d t|$ を読み取り、式(3.15)を計算する。式中の土壌パラメータは、標準砂の場合  $K_s = 2 \times 10^{-2} \text{cm/sec}$ 、 $\eta/\beta \simeq 3.0$ 、水分特性曲線より飽和含水量  $\theta_s = 0.38$ 、最小含水量 (pF3.0での残留含水量)  $\theta_r = 0.045$ である。さらに、 $A (= L \cdot d \theta / d \phi)$ が未知量として残るが、ここでは6通りの値を設定した。図-3.16の曲線群はこうして求められた  $\theta$ の時間的変化である。これによれば、排水開始後  $\theta$ の減少は徐々に緩慢になり、含水率の測定精度 (例えば0.5%)を考慮すれば、数日以降では  $\theta$ の値は見かけ上一定と考えることができる。このことは、実用上 Field Capacity を定義することが可能であることを示しており、(1)で述べた定義b)に相当する結果である。しかし、 $\theta$ が見かけ上一定となるのに数日を要することから、図-3.16は、従来、Field Capacityの時間的目安として用いられてきた「24時間排水後の水分状態」という尺度が、少なくとも標準砂には当てはまらないことをも示唆している。

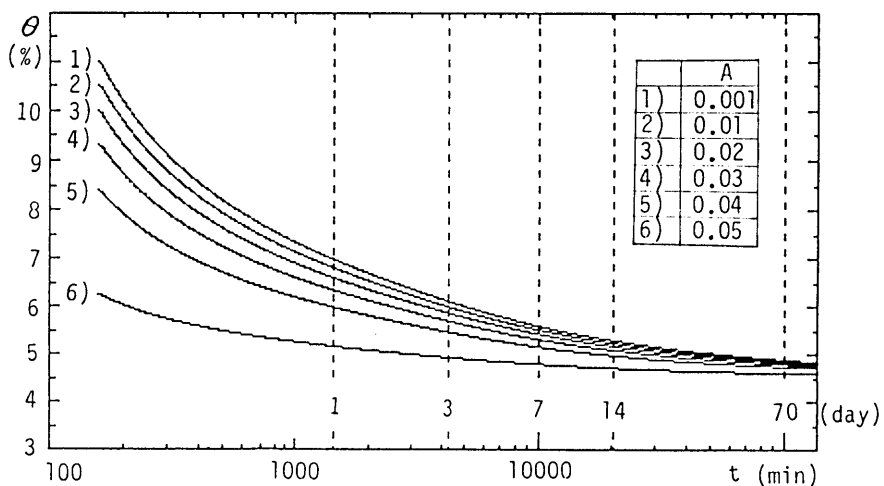


図-3.16 含水率の時間的変化の理論解

以上の結果より、標準砂による重力排水実験の結果、水分量が一定化するのを見かけ上のもので、土中の圧力水頭値は減少し続け、通常の時間スケールでは静的な平衡状態は現れないことが明らかとなった。すなわち、懸垂水帯においても水理学的連続性が存在し、排水は持続する。土壌の最小容水量 $\theta_r$ はそうした連続的な排水によって減少し続ける水分量の漸近値に相当すると考えられる。しかし、とくに砂質土の場合、水分量の変化はしだいに微小な値となるため、実際の含水率の測定精度を考えれば、実用的な意味で Field Capacity を定義することができ、最小容水量と Field Capacity との差はきわめて小さいものと推察される。このように Field Capacity は明確な物理的根拠をもたない仮想的な量であり、様々な種類の土壌の有効空隙率の評価や土壌水の区分を行なう際に、一定の物理量として扱うことには限界があるといえよう。

本節では、雨水の鉛直浸透過程における不飽和浸透理論と実験結果との比較・検討、ならびに最小容水量と Field Capacity の物理的意味について考察した。次節では、以上の結果を踏まえて、不均質な土壌中における雨水浸透および地下水涵養過程について議論することにする。

### 3.4 不均質な土壌帯における地下水涵養過程

不飽和浸透流の解析は、前述したように、リチャーズ方程式の強い非線形性のために解析解を得るのは難しく、数値計算によって解を得るのが一般的である。確かに数値解析は計算の諸条件やパラメータ値が十分に分かっている場合には威力を発揮する。しかし、本節で問題にしようとしているのは広域の不均質地盤における地下水涵養強度の場所的変動の程度を評価することであって、そのためには、現象を支配する要因を抽出し、それらの相互関係を何らかの形で解析的に表現することが望まれる。そこで本節では、Dagan & Bratsler<sup>20)</sup>の提案する不飽和浸透の近似モデルを基本として地下水涵養強度と不均質場でのその変動成分について検討する。

#### 3.4.1 均質土壌における地下水涵養過程の近似モデル

不均質な場における地下水涵養を考えるに先立って、まず等方均質な土壌での雨水浸透過程を取り扱うことにする。

土壌水分移動の連続方程式は鉛直次元の場合、



$$\frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} = - \frac{\partial q(z, t)}{\partial z} \quad (3.16)$$

ここに、 $\theta$  : 体積含水率、 $q$  : 鉛直方向の土壤水分フラックス、 $t$  : 降雨開始時からの時間、 $z$  : 地表から下方を正とした鉛直座標である。重力排水が十分に行われた後の土壤に雨水が浸透し、図-3.17(a)のような伝達帯と浸潤前線が形成された状況を考える。上式(3.16)を $z$ について地表から浸潤前線まで積分する。まず、左辺の積分は、

$$\begin{aligned} \int_0^{L_f(t)} \frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{L_f(t)} \theta(z, t) dz - \theta_n \frac{\partial L_f(t)}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_0^{L_f(t)} \theta(z, t) dz - \theta_n \cdot L_f(t) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{L_f(t)} [\theta(z, t) - \theta_n] dz \end{aligned}$$

ここに、 $L_f(t)$  : 地表から $\theta(L_f, t) = \theta_n$ となる浸潤前線までの深度、 $\theta_n$  : Field Capacity であり、前節で議論したように、重力排水がほぼ終了して近似的に一定値とみなすことができる含水状態をさす。

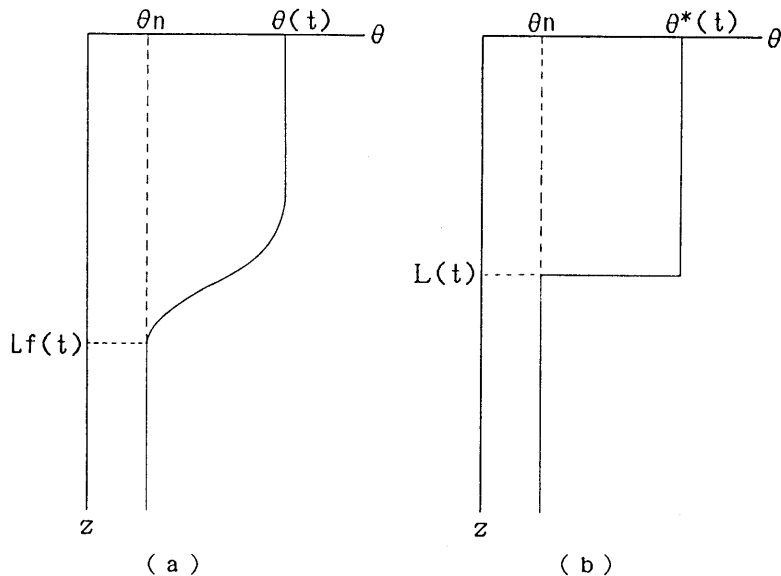


図-3.17 等価水分分布による雨水浸透過程の近似

式(3.16)の右辺の積分は、

$$-\int_{\theta}^{L_f(t)} \frac{\partial q(z, t)}{\partial z} dz = -q(L_f, t) + q(0, t)$$

であるから、結局

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\theta}^{L_f(t)} [\theta(z, t) - \theta_n] dz = -q(L_f, t) + q(0, t) \quad (3.17)$$

ここで、図-3.17(a)の $\theta$ 分布をより簡単化して考えるために、図-3.17(b)のような一定値 $\theta^*$ と $L(t)$ をもつ等価水分分布に置き換えよう。 $\theta^*$ と $L(t)$ は、地表から前線までの水分増加量 $V(t)$ が等しくなるように定義する。(その決定については後述する) すなわち、

$$V(t) = \int_{\theta}^{L_f(t)} [\theta(z, t) - \theta_n] dz = [\theta^*(t) - \theta_n] L(t) \quad (3.18)$$

式(3.17)(3.18)をまとめると

$$q(0, t) - q(L, t) = \frac{dV(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [(\theta^*(t) - \theta_n)L(t)] \quad (3.19)$$

上式は、浸潤領域の等価含水率 $\theta^*$ と浸潤前線の深度 $L(t)$ および水分フラックス $q$ との間の連続関係を示している。

つぎに、その水分フラックス $q$ について考える。不飽和流に拡張されたダルシー則は、鉛直一次元では

$$q = -K(\phi) \left[ \frac{\partial \phi}{\partial z} - 1 \right] = K(\phi) - K(\phi) \left[ \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] \quad (3.20)$$

ここに、 $\phi$ ：圧力水頭(毛管ポテンシャル,  $\phi \leq 0$ )、 $K(\phi)$ ：不飽和透水係数であり、鉛直座標は下向きを正にとっている。上式を地表から浸潤前線まで積分し、等価水分分布に対応する平均的水分フラックス $q^*$ を次式のように導入する。

$$q^*(t)L = \int_{\theta}^{L_f(t)} K(\phi) dz - \int_{\theta}^{L_f(t)} K(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial z} dz \quad (3.21)$$

土壤の物理特性である  $K \sim \phi$ ,  $\phi \sim \theta$  関係は、ヒステリシスを無視し、次の経験

式で表わすことにする。

$$\frac{K(\phi)}{K_s} = \left[ \frac{-\phi_w}{\phi} \right]^\eta \quad (3.22), \quad S_e = \left[ \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right] = \left[ \frac{-\phi_w}{\phi} \right]^\beta \quad (3.23)$$

ここに、 $K_s$ ：飽和透水係数， $\phi_w$ ：空気侵入吸引圧（ $> 0$ ）， $S_e$ ：有効飽和度， $\theta_s$ ：飽和含水率， $\theta_r$ ：最小含水率， $\eta, \beta$ ：定数である。式(3.22)(3.23)より次の  $K \sim S_e$  関係が導かれる。

$$\frac{K(\phi)}{K_s} = S_e^{\eta/\beta} \quad (3.24)$$

$\eta$  と  $\beta$  の間には、Brooks & Corey<sup>11)</sup>によれば

$$\eta = 2 + 3\beta \quad (3.25)$$

の関係がある。式(3.22)～(3.24)を用いて式(3.21)の右辺第二項を書き直せば、

$$\begin{aligned} \int_0^{L_f(t)} K(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial z} dz &= K_s (-\phi_w)^\eta \int_0^{L_f(t)} \phi^{-\eta} d\phi \\ &= K_s \frac{(-\phi_w)^\eta}{\eta - 1} \left[ \phi(0, t)^{1-\eta} - \phi(L_f, t)^{1-\eta} \right] \\ &= \frac{-\phi_w}{\eta - 1} \left[ K(0, t) S_e(0, t)^{-1/\beta} - K(L_f, t) S_e(L_f, t)^{-1/\beta} \right] \quad (3.26) \end{aligned}$$

式(3.26)を式(3.21)に代入し等価水分分布に置き換えれば、0からLまでの範囲における平均的水分フラックス  $q^*$  は、

$$q^*(t) = K^* + \frac{\phi_w}{\eta - 1} \cdot \frac{K^* S_e^{*-1/\beta} - K_n S_{en}^{-1/\beta}}{L} \quad (3.27)$$

と求められる。ここに、 $K^*, S_e^*$ ： $\theta^*$ に対応する  $K, S_e$ ， $K_n, S_{en}$ ： $\theta_n$ に対応する  $K, S_e$ である。上式は、右辺第一項が重力項であり、第二項は等価水分分布の前線付近における含水率の鉛直勾配による水分拡散効果を表している。

なお、 $z = L$ より深い領域でのフラックスは  $\theta_n$ の重力排水状態に相当するので、 $q(L, t)$ は次式となる。

$$q(L, t) = Kn \quad (3.28)$$

これは、浸潤前線が到達していない領域でも、きわめて微量ではあるが下方への降下浸透が生じていることを示している。

以上、雨水の鉛直浸透に伴う浸潤過程について、 $\theta^*$ ,  $L(t)$ ,  $q^*$  の一般的な関係を導いた。つぎに、これらの関係式をもとに、具体的な降雨条件や地下水面の深度などの境界条件を想定して地下水帯への涵養強度を求めることにしよう。

### (1) 降雨強度一定の場合の浸透過程

降雨強度が時間的に一定の雨が降り続く場合の浸透過程について考える。通常、降雨強度  $R_a$  が地盤の飽和透水係数  $K_s$  よりも大きいようなケースは稀であるので、ここでは  $R_a < K_s$  という降雨の場合を想定しよう。このとき、地表では降雨強度に等しい一定フラックス  $q_0$  が土中に浸入する。したがって  $q(0, t) = q_0$  であり、地表から浸潤前線までの水分増加量  $V(t)$  は、式(3.18)(3.19)(3.28)により

$$V(t) = (q_0 - Kn) t = [\theta^* - \theta_n] L(t) \quad (3.29)$$

となる。式(3.29)を  $L(t)$  について変形し式(3.27)に代入する。通常、 $Sen \ll 1$ ,  $Kn/q_0 \ll 1$  であるので微小項を省略する。ここでは一定フラックス  $q_0$  が浸入し続ける状況を想定しているので、近似的に  $q^*(t) = q_0$  と考えることができる。したがって、式(3.27)は式(3.24)を考慮することにより結局、次式となる。

$$q_0 = K^* + \frac{\phi_w(\theta_s - \theta_r)}{(\eta - 1) q_0 t} K^* \frac{1 - (1 - \beta)/\eta}{\eta} \cdot K_s \frac{(1 - \beta)/\eta}{\eta} \quad (3.30)$$

変形すれば、

$$t = \frac{\phi_w(\theta_s - \theta_r)}{(\eta - 1) q_0 (q_0 - K^*)} K^* \frac{1 - (1 - \beta)/\eta}{\eta} \cdot K_s \frac{(1 - \beta)/\eta}{\eta} \quad (3.31)$$

上式により、任意の時刻  $t$  における等価分布の飽和度に対応した透水係数  $K^*$  を求めることができる。 $K^*$  が求めれば、含水率  $\theta^*$  と前線深度  $L$  は式(3.18)(3.24)より次式のようになる。

$$\theta^* = (\theta_s - \theta_r) \cdot (K^*/K_s)^{\beta/\eta} + \theta_r \quad (3.32)$$

$$L = V(t) / (\theta^* - \theta_n) = q_0 \cdot t / (\theta^* - \theta_n) \quad (3.33)$$

(2) 降雨後の再配分過程

一定の降雨強度の雨がある時間 $t_r$ の後に停止した場合の土壌水分挙動を考える。降雨継続時間 $t_r$ の間に土中に浸入した雨水の体積は $q_0 \cdot t_r$ であるので、降雨終了後の地表から浸潤前線までの水分体積 $V(t)$ は

$$V(t) = q_0 \cdot t_r - K_n \cdot t \quad (3.34)$$

となっている。ここに、 $t$ は降雨開始時からの時刻である。

連続式(3.19)において  $q(0, t) = 0$  であるから、

$$-L \frac{d\theta^*}{dt} = (\theta^* - \theta_n) \frac{dL}{dt} + K_n \quad (3.35)$$

上式左辺は地表から浸潤前線までの間での水分減少量、右辺は浸潤前線の進行による下方への浸潤水分量と重力排水量である。したがって、前線の位置で下方への水分フラックスは

$$q^*(t) = -L \frac{d\theta^*}{dt} = \frac{-V(t)}{(\theta^* - \theta_n)} \frac{d\theta^*}{dt} \quad (3.36)$$

と評価することができる。一方、 $q^*(t)$ はすでに式(3.27)で与えられているので、式(3.32)~(3.34)を考慮し、 $S_{en} \ll 1$ 、 $K_n/K_s \ll 1$  として微小項を省略すれば、

$$\frac{dK^*}{dt} = -\alpha \cdot K^{*2} \quad (3.37)$$

ここに、

$$\alpha = \frac{\eta}{\beta q_0 \cdot t_r} \left[ 1 + \frac{\phi_w(\theta_s - \theta_r)}{(\eta - 1) q_0 \cdot t_r} (K^*/K_s)^{(\beta - 1)/\eta} \right] \quad (3.38)$$

$\eta$  と  $\beta$  の間に式(3.25)の関係を仮定すれば、通常の $\beta$ 値は 0.3~5.0 程度であるので、 $(\beta - 1)/\eta$  は -0.2~0.2 程度の値をとる。したがって、 $K^*$ が大きく変動しようとも  $\alpha$  の変化は小さく、 $\alpha$  はほぼ定数とみなすことができる。

$K^*$ の初期条件として、

$$K^* = K_0 \quad : \quad t = t_r \quad (3.39)$$

の下で式(3.37)を解けば、

$$K^*(t) = \frac{K_0}{1 + \alpha K_0(t - t_r)} \quad (3.40)$$

ここに、 $K_0$ は式(3.31)で  $t = t_r$  とおくことにより  $K_0 = K^*|_{t=t_r}$  として与えられる。上式により 降雨後の任意時刻での  $K^*$  が得られ、再配分過程での等価水分分布の挙動、すなわち、 $\theta^*$  と  $L$  は式(3.32)(3.33)から算定される。

### (3) 地下水帯への涵養強度

上に述べた雨水浸透の解析は、不飽和土壤が鉛直下方に無限に続いている場合の議論であった。本節では、そうして求めた含水率分布の近似解を用いて、実際の流域に見られるような、地表からある深度に地下水面が存在する場合の地下水帯への涵養強度を求めよう。一般に地下水面上の不飽和帯は毛管水帯と懸垂水帯とに区分され、涵養は上方からの降下浸潤水が毛管水帯の上端に到達したときに開始されることが知られている<sup>21)</sup>。したがって 地下水涵養強度は、連続式を地表から深度  $D'(t)$  の毛管水帯上端までの間で積分して、水収支を考えればよい。

$$q(0, t) - q(D', t) = \frac{1}{\Delta t} \left[ \int_0^{D'(t+\Delta t)} (\theta(z, t+\Delta t) - \theta_n) dz - \int_0^{D'(t)} (\theta(z, t) - \theta_n) dz \right] \quad (3.41)$$

ここに、 $q(0, t)$ 、 $q(D', t)$  はそれぞれ降雨強度  $R_a(t)$ 、涵養強度  $R_e(t)$  に等しい。今回の場合、地下水面深度に比べ 地下水位上昇量が小さい場合を想定しているので、 $D'(t)$  を定数  $D'$  とすれば、上式は 等価水分分布に対し次のように簡単化される。

$$R_e(t) = R_a(t) + \frac{D'}{\Delta t} \left[ \theta^*(t) - \theta^*(t+\Delta t) \right] \quad (3.42)$$

なお、 $R_a(t) = 0$  の再配分過程では、例えば 図-3.18の斜線部分が  $\Delta t$  間の涵養量に相当する。上式中の  $\theta^*(t)$  は、降雨中の浸透過程あるいは降雨後の再配分過程のいずれにおいても式(3.32)によって与えられ、上式によって均質場での地下水涵養強度  $R_e(t)$  を求めることができる。

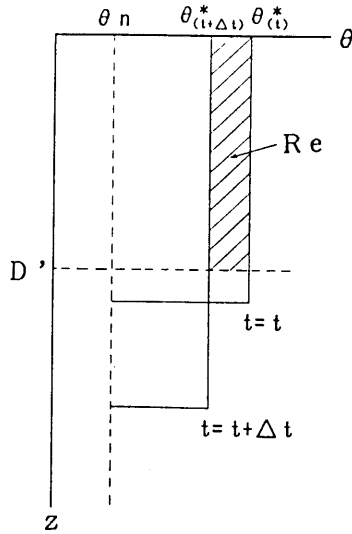


図-3.18 再配分過程の地下水涵養強度

### 3.4.2 近似モデルと数値解との比較

前項では、雨水浸透に伴う土中の含水率分布を等価水分分布で近似することによって、土壌の不飽和浸透特性と地下水涵養現象との係わりを解析的に表現することを試みた。求められた近似モデルは、リチャーズの方程式を数値的に解くことに比べきわめて簡素であり、対象とする現象によっては大いに活用しうる可能性をもっている。そこで本項では、近似モデルによる解をリチャーズ方程式を数値解析した結果と比較することによって、等価分布に基づく近似モデルの有効性を検討しておこう。

リチャーズ方程式は式(3.16)(3.20)より

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (3.43)$$

ここでは、位置座標  $z$  は鉛直下向きを正としている。  $K \sim \phi$  および  $\theta \sim \phi$  関係は、近似モデルと同様に式(3.22)~(3.25)を用い、初期・境界条件は次のようである。

$$\theta(z, 0) = \theta_n$$

$$q(0, t) = Ra (= \text{const.}) \quad (t > t_r : Ra = 0)$$

計算は差分法(陽解法)で行い、 $\Delta t = 1 \text{ sec}$ 、 $\Delta z = 5 \text{ cm}$ (一部  $10 \text{ cm}$ )とした。

モデルの諸量の数値は表-3.2のように設定した。すなわち 飽和透水係数  $K_s$  が小さい細粒土から成る地盤 (CASE-1) と  $K_s$  が大きい粗粒土から成る地盤 (CASE-2) に降雨強度 50 mm/hr の雨が  $t_r = 2$  時間降る場合を想定した。

図-3.19(a) に数値解析の結果得られた含水率分布を示す。同図(b) は上記と同一条件の下で近似モデルから求めた分布であり、 $\alpha$  の値は  $S_e$  が 0.23 の時の  $K^*$  を用いた。両者の浸潤前線の形状を比較すると、(a) では水分拡散により滑らかな形となっているが、(b) ではステップ状である。その差異は降雨が終了した後の再配分過程で顕著であり、前線の先端は(a)の方が(b)より若干早く降下している。これは、水分拡散による前線の“くずれ”が等価水分分布に基づく近似モデルでは表現できていないための当然の結果である。このように浸潤前線の形状には差異がみられるものの、地表から浸潤前線までの“伝達帯”と呼ばれる領域では含水率分布が鉛直方向に一斉に減少する様子が(a)(b)ともに認められ、伝達帯の水分挙動に関しては、近似モデルは現象の特徴を表現し得ているといえる。

次に、下方に地下水面が存在する場合の地下水涵養量を比較しよう。前述のように、涵養強度  $R_e(t)$  は毛管水帯の上端すなわち深度  $D'$  の水平断面を横切るフラックスとみなされる。図-3.20は、数値解析と近似モデルから得られる涵養強度の時間変化を示す。両者を比較すると、涵養強度の低減の様子はよく一致しており近似モデルの有効性が認められるが、涵養初期において大きな差異がみられる。すなわち、数値解析(破線)の結果は涵養の開始時刻がかなり早い、ピーク値は低い。これに対し近似モデル(実線)では、遅れてステップ状に急上昇しており、両者のピーク値は大きく異なっている。この差異は図-3.19の前線形状の差異を反映したものであり、地下水涵養強度の時間的変化を詳細に議論する際には重要な問題となる。しかし、数値解析と近似モデルの間のこうした差異は、水理特性の異なる二つの地盤を想定した CASE-1, CASE-2 のどちらにおいても同様に

表-3.2 モデルの諸量

$R_a = 50 \text{ mm/hr}$ $\beta = 0.3$	$t_r = 2.0 \text{ hr}$ $\phi_w = 40 \text{ cm}$	$D' = 160 \text{ cm}$ $\theta_s = 0.2$
CASE-1 $K_s = 0.002 \text{ cm/sec}$	$\theta_n = 0.09$	$\theta_r = 0.08$
CASE-2 $K_s = 0.02 \text{ cm/sec}$	$\theta_n = 0.07$	$\theta_r = 0.06$



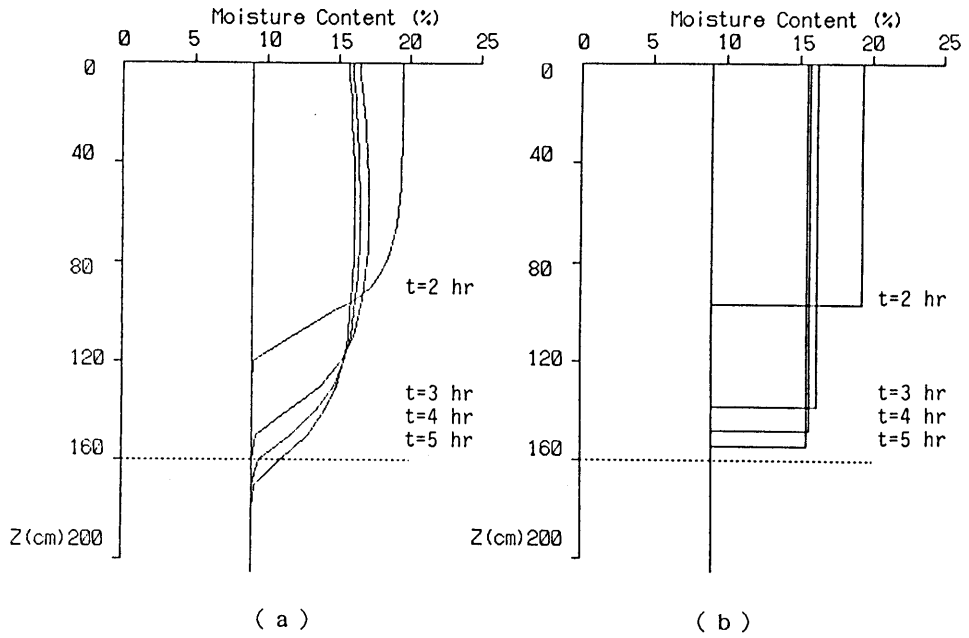


図-3.19 数値解析結果との比較 (含水率分布, CASE-1)

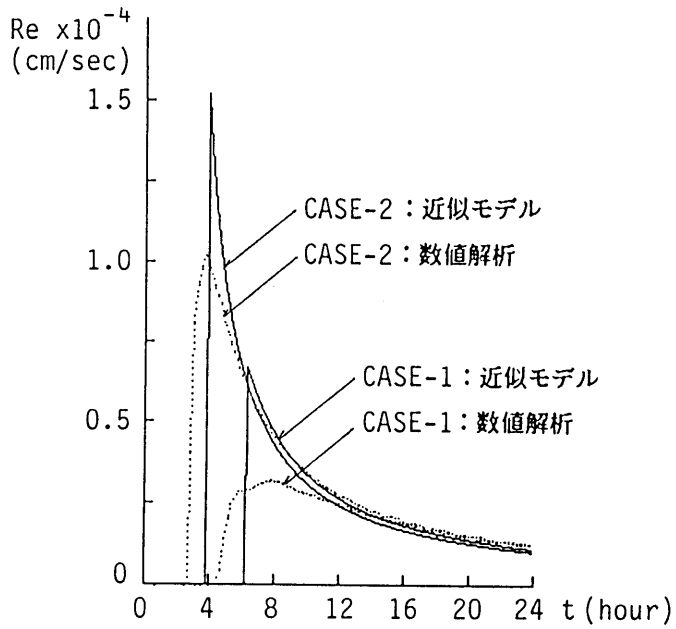


図-3.20 数値解析結果との比較 (涵養強度)

認められ、涵養強度の時間的変化の曲線は CASE-1 と CASE-2 の間で相似的である。このことから、等価分布に基づく近似モデルは、地質の違いによる地下水涵養特性の相対的な違いを議論するうえでは有効であるといえることができる。

前述したように、近似モデルはリチャーズ方程式の数値解析に比べ取り扱いがはるかに容易である。次項では、この近似モデルを基本として、広域の不均質土壌における地下水涵養強度の場所的変動の構造を評価することにする。

### 3.4.3 土壌の不均質性による涵養強度の変動構造

前項までは、不均質場での地下水涵養を考える準備として、まず等方均質な土壌における雨水浸透過程を議論し、等価水分分布による近似モデルを定式化した。本節では、その近似モデルを基礎として、3.2で述べたような不飽和帯での水理定数が空間的に小さく変動する土壌帯を考え、その不均質性によって地下水涵養強度  $Re(t)$  がどのように変動するかを検討する。3.4.1での解析から分かるように、 $Re(t)$  に係わる水理定数としては  $K_s, \theta_s, \theta_r, \beta, \eta', \phi_w, Ra, t_r, D'$  等があり、これらが空間的に変動する場では当然  $Re(t)$  もランダムなものとなる。しかし、これらのすべてを変化させてその影響を解析することはきわめて困難であるので、ここでは、飽和透水係数  $K_s$  の自然対数変換値  $Y$  と有効間隙率  $Pe (= \theta_s - \theta_r)$  がそれぞれ正規分布に従いながら平均値のまわりでランダム変動するものとし、降雨強度  $Ra$  と降雨継続時間  $t_r$  は一定値、 $\beta$  その他の量は土壌帯の平均的性質に依存する確定値とする。すなわち、 $Y = \log_e(K_s)$  とおくと、

$$Y(x, y) = Y_0 + Y_1(x, y), \quad |Y_0| \gg |Y_1| \quad (3.44a)$$

$$Pe(x, y) = Pe_0 + Pe_1(x, y), \quad |Pe_0| \gg |Pe_1| \quad (3.44b)$$

ここに、 $Y_0, Pe_0$  はそれぞれ  $Y, Pe$  の平均値、 $Y_1, Pe_1$  はランダム変動量である。したがって、これらの量に依存する  $Re$  も平均値を中心に空間変動すると考えられ、

$$Re(x, y, t) = Re_0(t) + Re_1(x, y, t) \quad (3.45)$$

近似モデルによる地下水涵養強度は式(3.42)で計算される。涵養が再配分過程で行われる場合には、式(3.32)(3.40)を代入することにより、

$$Re(x, y, t) = \frac{D' \cdot Pe(x, y)}{\Delta t \cdot K_s(x, y)^{\beta / \eta}}$$

$$x \left[ \left( \frac{K_o}{1 + \alpha K_o(t - t_r)} \right)^{\beta/\eta} - \left( \frac{K_o}{1 + \alpha K_o(t + \Delta t - t_r)} \right)^{\beta/\eta} \right] \quad (3.46)$$

上式において、 $K_o$ 、 $\alpha$ はそれぞれ式(3.31)(3.38)で与えられるが、どちらの式にも  $K_s(x, y)$ の  $(\beta - 1)/\eta$  乗と  $P_e(x, y)$ が含まれている。前述のように式(3.25)によれば  $(\beta - 1)/\eta$ はゼロに近い値であり、 $\beta/\eta$ も同様に小さい値である。したがって、上式の [ ] 内は一応  $K_s(x, y)$ と  $P_e(x, y)$ の関数であるが、それらの変動による影響は小さいといえる。そこで、これを  $K_s(x, y)$ と  $P_e(x, y)$ に関し定数として扱い、 $A(t)$ とおけば

$$R_e(x, y, t) = A(t) \frac{P_e(x, y)}{K_s(x, y)^{\beta/\eta}} \quad (3.47)$$

式(3.44a)より

$$K_s(x, y)^{\beta/\eta} = \exp [ (\beta/\eta)(Y_o + Y_1(x, y)) ] \\ \simeq K_{so}^{\beta/\eta} \left[ 1 + \frac{\beta}{\eta} Y_1 + \frac{1}{2!} \left( \frac{\beta}{\eta} Y_1 \right)^2 + \dots \right] \quad (3.48)$$

式(3.47)に式(3.44b)(3.45)(3.48)を代入し微小項を省略すれば、

$$R_e(x, y, t) = A(t) \frac{P_{eo}}{K_{so}^{\beta/\eta}} \left[ 1 + \frac{P_{e1}(x, y)}{P_{eo}} - \frac{\beta}{\eta} Y_1(x, y) \right] \quad (3.49)$$

式(3.47)より

$$R_{eo}(t) = A(t) \frac{P_{eo}}{K_{so}^{\beta/\eta}} \quad (3.50)$$

よって、涵養強度の変動成分は、

$$R_{e1}(x, y, t) = C(x, y) R_{eo}(t) \quad (3.51)$$

$$\text{ここに、} C(x, y) = \frac{P_{e1}(x, y)}{P_{eo}} - \frac{\beta}{\eta} Y_1(x, y) \quad (3.52)$$

と記され、地下水帯への涵養強度は場所的に次式の形で変動することが分かる。

$$R_e(x, y, t) = (1 + C(x, y)) R_{e0}(t) \quad (3.53)$$

式(3.51)によれば，地下水涵養強度の場の不均質性による変動成分は，平均的な（均質場における）涵養強度  $R_{e0}(t)$  に土壤の水理定数の変動を表す係数  $C(x, y)$  を乗じた形式になっていることがわかる．場所的な変動係数  $C(x, y)$  には，式(3.52)のように有効間隙率の変動率  $P_{e1}/P_{e0}$  と透水係数の対数変換値の変動  $Y_1$  が含まれている．式(3.52)中の  $\beta/\eta$  は通常，0.1～0.3程度の値をとると考えられる．なお， $R_e(x, y, t)$  の分散  $\sigma_{R_e}^2$  は，式(3.53)により

$$\sigma_{R_e}^2 = E[C(x, y)^2] R_{e0}(t)^2 \quad (3.54)$$

と書くことができる．

### 3.5 不均質な帯水層における地下水位の確率応答特性

本節では，上述した不均質土壤からの涵養強度  $R_e(x, y, t)$  が不均質な不圧帯水層に与えられた場合の地下水位の挙動について，その確率的性質を考察する．

#### 3.5.1 地下水位応答の統計的特性

式(3.44)と同様に，帯水層の水理定数は次のような不均質性をもつものとする．

$$Y(x, y) = Y_0 + Y_1(x, y), \quad |Y_0| \gg |Y_1| \quad (3.55a)$$

$$S(x, y) = S_0 + S_1(x, y), \quad |S_0| \gg |S_1| \quad (3.55b)$$

ここに， $Y(x, y) = \log_e [K_s(x, y)]$  であり， $K_s(x, y)$ ：帯水層の飽和透水係数， $S(x, y)$ ：帯水層の貯留係数であり，土壤帯の有効間隙率  $P_e(x, y)$  と物理的には同じであるが，その存在する場所が異なるので，ここでは記号を区別しておく．なお，式(3.55a)より，

$$\begin{aligned} K_s(x, y) &= \exp [Y_0 + Y_1(x, y)] \\ &= K_{s0} [1 + Y_1/1! + Y_1^2/2! + \dots] \end{aligned}$$

と記すことができる．

水平基盤上の二次元不圧地下水の基礎方程式は，代表水深  $H_0 (= \text{const.})$  を用い

て線形化できる場合には,

$$\begin{aligned}
 S(x, y) \frac{\partial H'(x, y, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ K_s(x, y) H_0 \frac{\partial H'(x, y, t)}{\partial x} \right] \\
 &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ K_s(x, y) H_0 \frac{\partial H'(x, y, t)}{\partial y} \right] + R_e(x, y, t)
 \end{aligned}
 \tag{3.56}$$

ここに,  $H'(x, y, t) = H(x, y, t) - H_0$ ,  $H(x, y, t)$ : 不透水基盤上の地下水深,  $H_0$ :  $H(x, y, t)$ の場所的時間的平均値で,  $|H_0| \gg |H'(x, y, t)|$ である.

さて, 水位  $H'(x, y, t)$ は, 式(3.55)に対応して 平均的な(均質場における)水位  $h_0(x, y, t)$  と帯水層の不均質性に起因する水位の乱れ成分  $h_1(x, y, t)$  とから成っているとすると,

$$\left. \begin{aligned}
 H'(x, y, t) &= h_0(x, y, t) + h_1(x, y, t) \\
 E[H'(x, y, t)] &= h_0(x, y, t)
 \end{aligned} \right\} \tag{3.57}$$

式(3.56)に式(3.53)(3.55)(3.57)を代入し展開する. 均質場では

$$S_0 \frac{\partial h_0}{\partial t} = K_{s0} H_0 \frac{\partial^2 h_0}{\partial x^2} + K_{s0} H_0 \frac{\partial^2 h_0}{\partial y^2} + R_{e0}(t) \tag{3.58}$$

が成立することを考慮し, 展開式の微小項を省略すれば, 水位の乱れ成分  $h_1(x, y, t)$  に関する方程式

$$\begin{aligned}
 \frac{S_0}{K_{s0} H_0} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 h_1}{\partial y^2} - \frac{R_{e0}(t)}{K_{s0} H_0} &= C(x, y) \\
 &= - \frac{S_1(x, y)}{S_0} \left[ \frac{\partial^2 h_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_0}{\partial y^2} + \frac{R_{e0}(t)}{K_{s0} H_0} \right] \\
 &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[ Y_1(x, y) \frac{\partial h_0}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ Y_1(x, y) \frac{\partial h_0}{\partial y} \right]
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

を得る. 簡単のために, 降雨前の地下水位分布が十分に落ち着いた状態にあり, 初期水位が空間的に一定, すなわち  $H'(x, y, 0) = \text{const.}$  の場合を考える. すると,  $R_{e0}(t)$ によって上昇する平均的水位  $h_0(x, y, t)$ は空間的に一定となり, 上式は

$$\frac{S_0}{K_{so}H_0} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 h_1}{\partial y^2} = \frac{Reo(t)}{K_{so}H_0} \left[ C(x, y) - \frac{S_1}{S_0} \right] \quad (3.60)$$

流れ場を無限領域として上式を解くと、

$$h_1(x, y, t) = \frac{K_{so}H_0}{S_0} \int_0^t dt' \int \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' G(x, x', y, y', t-t') U(x', y', t') \quad (3.61)$$

$$\text{ここに, } U(x, y, t) = \frac{Reo(t)}{K_{so}H_0} \left[ C(x, y) - \frac{S_1(x, y)}{S_0} \right] \quad (3.62)$$

$G(x, y, t)$ は二次元拡散方程式のグリーン関数である。

水位  $H'(x, y, t)$  の統計的分散は、

$$\begin{aligned} \sigma_h^2 &= \text{Var}[H'(x, y, t)] = E[h_1(x, y, t)^2] \\ &= \left[ \frac{K_{so}H_0}{S_0} \right]^2 \int \int_0^t dt' dt'' \int \int \int \int_{-\infty}^{\infty} dx' dx'' dy' dy'' \\ &\quad \cdot G(x, x', y, y', t-t') G(x, x'', y, y'', t-t'') \\ &\quad \cdot E[U(x', y', t') U(x'', y'', t'')] \end{aligned} \quad (3.63)$$

上式中の  $U(x, y, t)$  の共分散は、 $U$  を構成する  $C(x, y)$  や  $S_1(x, y)$  を空間相関の無いランダム変量と考えると、white noise 近似すれば、

$$\begin{aligned} &E[U(x', y', t') U(x'', y'', t'')] \\ &= \frac{Reo(t') Reo(t'')}{(K_{so}H_0)^2} \sigma_{cs}^2 \rho_o^2 \delta(x''-x') \delta(y''-y') \end{aligned} \quad (3.64)$$

$$\text{ここに, } \sigma_{cs}^2 = \text{Var} \left[ C(x, y) - \frac{S_1(x, y)}{S_0} \right] \quad (3.65)$$

$\delta(\cdot)$ : ディラックのデルタ関数,  $\rho_o$ :  $U$  の white noise 近似に伴う定数である。したがって、式(3.63)(3.64)より、水位の分散は

$$\begin{aligned} \sigma_{h^2} &= \frac{\sigma_{cs^2} \rho_o^2}{S_o^2} \int \int_{\theta} dt' dt'' \int \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \\ &\quad \text{Reo}(t') \text{Reo}(t'') \cdot G(x, x', y, y', t-t') G(x, x', y, y', t-t'') \\ &= \frac{\sigma_{cs^2} \rho_o^2}{4\pi \cdot K_{so} H_o \cdot S_o} \int \int_{\theta} \frac{\text{Reo}(t') \text{Reo}(t'')}{2t-t'-t''} dt' dt'' \end{aligned} \quad (3.66)$$

となる。上式の  $\sigma_{cs^2}$  は、 $C(x, y)$  に式(3.52)の関係を代入し、 $Pe1 \cdot Y1 \cdot S1$  がそれぞれ独立に確率変動するものと考えれば、

$$\sigma_{cs^2} = \left[ \frac{1}{Peo^2} \right] \sigma_p^2 + \left[ \frac{\beta^2}{\eta^2} \right] \sigma_y^2 + \left[ \frac{1}{S_o^2} \right] \sigma_s^2 \quad (3.67)$$

ここに、 $\sigma_p^2, \sigma_y^2, \sigma_s^2$  はそれぞれ  $Pe1, Y1, S1$  の分散である。

以上のように、式(3.66)として、不飽和土壌帯および地下水帯において水理定数が確率変動する場合の水位応答の統計的分散を表現することができた。上式によれば、仮りに土壌帯が均質 ( $\sigma_p^2 = 0, \sigma_y^2 = 0$ ) で  $Re(x, y, t)$  が均一であっても、帯水層が不均質であれば  $\sigma_s^2$  のために水位の空間分布は乱れることになる。また逆に、帯水層が均質 ( $\sigma_s^2 = 0$ ) であっても  $\sigma_p^2 \neq 0, \sigma_y^2 \neq 0$  であれば、 $Re(x, y, t)$  は不均一となり、水位分布は空間的に凹凸をもったものになることがわかる。もっとも実際には土壌と帯水層はつながっているので、 $\sigma_p^2, \sigma_y^2, \sigma_s^2$  は互いに密接な係わりをもっていると考えられる。

図-3.21に式(3.66)に基づく水位分散の時間的変化の一例を示す。図中に破線で記した  $Reo$  は、前節で近似モデルの解を数値解と比較した際の  $Re$  (図-3.20) と同一であり、 $K_{so}$  や  $S_o$  の値は、それぞれ図-3.20の  $K_s, \theta_s - \theta_n$  を用いた。また、図中の CASE-1, CASE-2 は、図-3.20 同様、異なる種類の地盤を想定したものであり、それぞれ CASE-1 は  $K_{so}, S_o$  がともに小さい細粒土から成る地盤の場合、CASE-2 は  $K_{so}, S_o$  が大きい粗粒土の地盤の場合に相当している。水位分散の計算結果は、式(3.66)中の  $\sigma_{cs^2}$  や  $\rho_o$  は現地データが少なく特定しにくいので、ここでは水位分散  $\sigma_{h^2}$  をそれらで除した値、すなわち  $(\sigma_{h^2} H_o) / (\sigma_{cs^2} \rho_o^2)$  で示した。ちなみに  $\sigma_{cs^2} = 0.1, \rho_o = 500 \text{ m}, H_o = 10 \text{ m}$  とすれば、図-3.21の水位分散の最大値は CASE-1 で  $\sigma_{h^2 \max} = 3600 (\text{cm}^2)$ 、CASE-2 で  $\sigma_{h^2 \max} = 700 (\text{cm}^2)$  となる。

図-3.21で注目されるのは、CASE-1 と CASE-2 の水位分散値の差異である。 $Reo$  (破線) の最大値は CASE-1 よりも CASE-2 の方が大きいにもかかわらず、分散の値

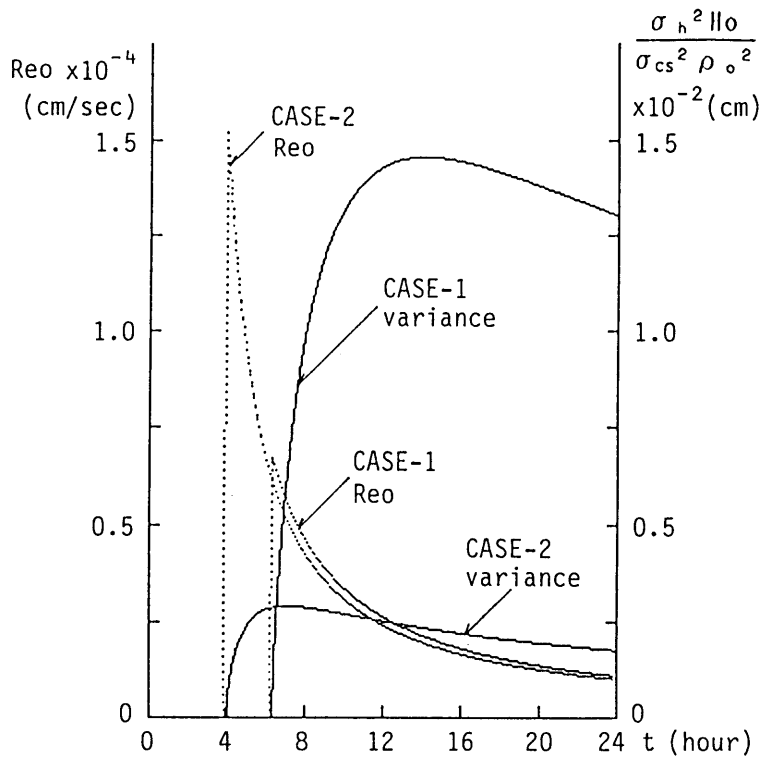


図-3.2.1 水位応答の分散の時間的变化

(実線)は CASE-1 の方がはるかに大きく、大小関係が逆になっている。これは、式(3.66)から明らかなように、水位応答の分散 $\sigma_h^2$ は $Re_o$ の二乗積分を $K_{so} \cdot S_o$ で除した形となっているために、単に $Re_o$ の大小だけでなく $K_{so}$ や $S_o$ の大きさにも大きな影響を受けることに起因している。この図の場合、 $Re_o$ は確かにCASE-2の方がCASE-1に比べて大きい、 $K_{so} \cdot S_o$ の大きさは、表-3.2に示したように、CASE-1の方が一桁小さく、結果として分散値はCASE-1の方がかなり大きな数値となったのである。このことは、降雨に対する水位応答のばらつきの程度が、不飽和帯における降雨強度 $R_a$ から涵養強度 $Re$ への変換特性と、帯水層における $Re$ から水位応答への変換特性の両者によって支配され、一方の特性のみで決まるものではないという重要な事柄を示唆している。

### 3.5.2 種々の地質条件下での水位応答の不確定性

ここまでの成果をもとに、地下水位は降雨に対してどのような流れ場で乱れやすいかについて考えよう。本研究では、降雨の強度や継続時間といった降雨条件、



地盤の平均的水理定数や地下水面深度など地下水をとりまく条件などを確定値として扱ってきた。以下ではこれら諸条件のうち、とくに地盤の地質が異なることによって平均的水理定数である  $K_{so}$  (透水係数),  $P_{eo}$  (土壌の有効間隙率),  $S_o$  (帯水層の貯留係数) が異なる場合を取り上げ、それによって水位応答の分散がどのような影響を受けるかを検討する。

(1) 平均的水理定数と涵養強度

式(3.66)から分かるように、水位応答の分散  $\sigma_h^2$  は平均的涵養強度  $Reo(t)$  の二乗の積分を含んでいる。そこで、まず  $Reo(t)$  の大きさが土壌帯の平均的水理定数  $K_{so}$ ,  $P_{eo}$  とどのような関係にあるかを調べたものが図-3.22である。図中の数値は、 $K_{so}$  と  $P_{eo}$  の種々の組合せについて近似モデルにより  $Reo(t)$  を求め、その最大値を常用対数値  $\log_{10} [Reo_{max}]$  で示したものである。計算にあたって、 $K_{so}$ ,  $P_{eo}$  以外の確定量として扱った諸量 ( $R_a, t_r, \beta, \phi_w, D'$ ) は、表-3.3 のように設定した。

表-3.3 モデルの諸量

$R_a = 50 \text{ mm/hr}$	$t_r = 2.0 \text{ hr}$	$D' = 160 \text{ cm}$
$\beta = 1.0$	$\phi_w = 40 \text{ cm}$	( $\eta = 5.0$ )

図-3.22の数値の分布から、 $K_{so}$  が大きく  $P_{eo}$  が小さい方 (図上で左上の方) が  $\log_{10} [Reo_{max}]$  の値は大きく、 $Reo(t)$  は大きいピーク値をもつことが分かる。一般に土壌は、 $K_{so}$  が大きい粗粒土ほど  $P_{eo}$  も大きい傾向があり、図上では右上から左下にかけて分布すると考えられる。したがって、この図から、土壌の粒径のみによって  $Reo(t)$  の大小を議論することはできないことが分かる。

図中の2本の実線は式(3.50)、すなわち

$$\frac{Reo(t)}{A(t)} = \frac{P_{eo}}{\beta / \eta K_{so}} \quad (3.68)$$

の左辺に図中の  $A$  値を代入し計算した  $Reo(t)$  (の対数値) が、それぞれ -3.50,

-4.00 となる  $K_{so}$ ,  $P_{eo}$  の組を連ねたものである。図を詳細にみると、実線と数値の分布はよく一致しており、実線はほぼ  $\log_{10} [R_{eo_{max}}]$  の等値線に相当していることが分かる。このことは、とりもなおさず、同一の涵養強度のもとでは  $A$  が  $K_{so}$ ,  $P_{eo}$  に関し一定で、上式右辺の比が一定値となることを意味している。言い換えれば、同一の実線上に位置する二つの水理特性の異なった土壌の間では、

$$I = P_{eo} / K_{so} \quad \beta / \eta \quad (3.69)$$

が一定となっており、両者の透水性の違いと保水性の違いは相殺されて同じ強度の地下水涵養が生ずることになる。すなわち、上記の比  $I$  は、涵養強度の大きさを左右する、透水性と保水性の卓越度を表す指標となっているのである。

## (2) 平均的水理定数と水位応答の分散

さて、図-3.22と同じように、種々の平均的水理定数  $K_{so}$ ,  $S_o$  の組をもつ帯水層に対し、式(3.66)から水位応答の分散を求めよう。図-3.21で一例を示したような水位分散  $(\sigma_h^2 H_o) / (\sigma_{cs}^2 \rho_o^2)$  について、その最大値を図-3.23に常用対数値  $\log_{10} [(\sigma_h^2 H_o) / (\sigma_{cs}^2 \rho_o^2)_{max}]$  で示す。図からわかるように、水位分散の変化幅は  $R_{eo}$  の場合と同様に、2オーダー以上にわたっている。しかし、その分布形状は図-3.22と大きく異なっており、図-3.23の3本の等値線は、図-3.22の等値線よりも傾きが急になっている。 $P_{eo}$  と  $S_o$  とは物理的には同じものであるので、同様な値をとるものと仮定して図-3.22と図-3.23を重ねて考えれば、2種類の土壌の間で  $R_{eo}$  が等しい(図-3.22で等値線上に位置する)場合でも、水位の分散は両者で大きく異なることになる。すなわち  $K_{so}$  および  $S_o$  が小さいほど、つまり細粒土ほど水位分散は大きく、粗粒土では逆に小さい値となる。このことは、現地を想定して考えれば、扇状地のような砂礫質の粗粒土から成る地盤よりも、洪積台地のような細砂やシルトなど細粒土から成る地盤の方が、地下水位は降雨に対し乱れやすいことを意味している。さらに、このような結果は、地下水位の観測方法や水位データの評価の仕方も地質特性に応じて自ずから変えるべきであることを示唆しており、「洪積台地では一本の観測井当たりのデータの値が扇状地よりも低い」とか、あるいは「細粒土地域ではより多くの観測井を配置し、高い空間密度で観測する必要がある」といった工学的に有用な知見に発展し得るであろう。そうした水位データの精度や観測網の評価といった、水位観測にかかわる工学的側面については、次章以降で詳細に検討することにする。

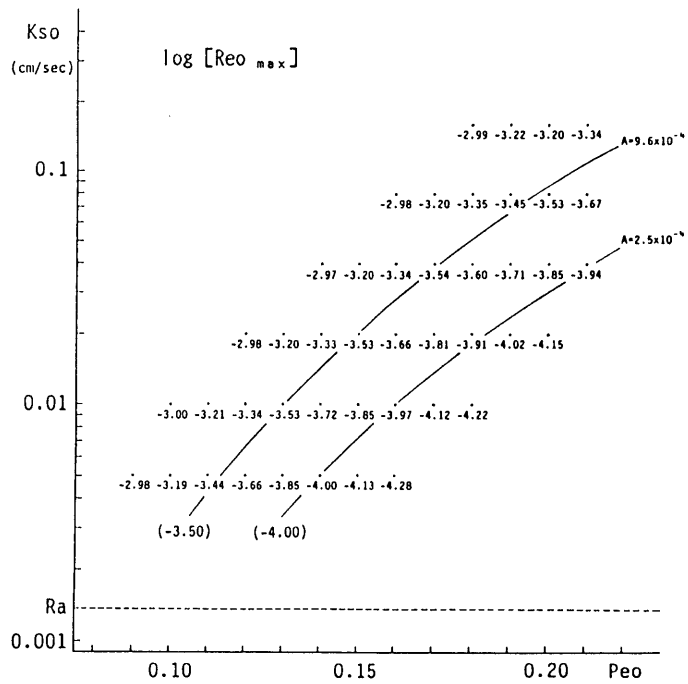


図-3.22 土壌の平均的水理特性と涵養強度

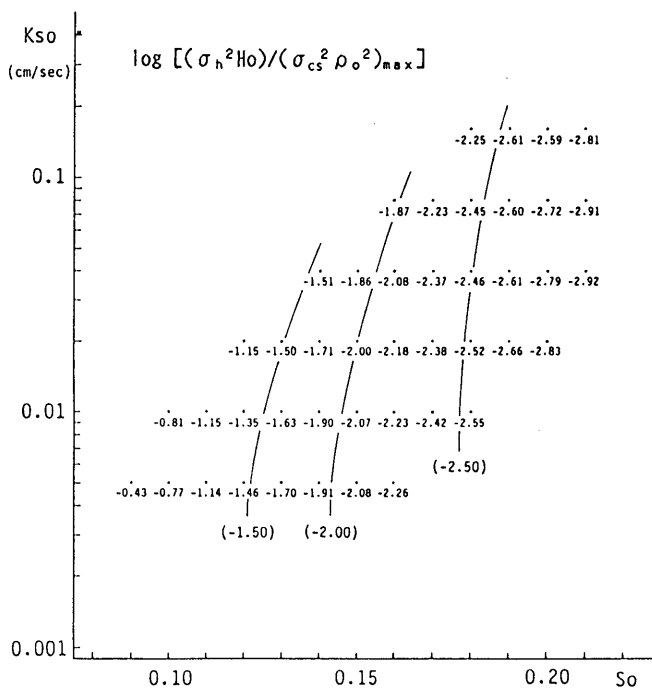


図-3.23 帯水層の平均的水理特性と水位分散

### 3. 6 結 語

水理特性が平均値のまわりでランダムに変動するような不均質な流れ場を想定し、降雨に伴う地下水涵養過程ならびに地下水位の応答過程の確率変動特性を検討した。本章で得られた主な知見は以下のとおりである。

(1) 鉛直砂柱を用いた雨水浸透および重力排水実験を行ない、不飽和浸透理論の数値解析結果と比較し、同理論の有効性ならびに解析を進めるうえでの留意点を検討した。不飽和浸透理論は現象の一般的挙動をほぼ再現できるが、現象をより厳密に再現するには以下のような問題点があることが指摘された。

- ・浸潤過程において、懸垂水帯と毛管水帯の両者の圧力水頭の変動を一組の単純な  $K \sim \theta$ 、 $\phi \sim \theta$  関係を用いて再現することは困難である。
- ・モデルパラメータのうち 最小水分量を示す  $\theta_r$  の値は、排水過程における圧力水頭の時間的変化を再現するうえで、きわめて大きな影響をもつ。

(2) 重力排水過程の土壤水分の存在形態を明らかにするために、鉛直砂柱による補足実験を行ない、Field Capacity (圃場容水量) の物理的な意味について考察した。その結果、重力排水過程は厳密には動的非平衡過程であって、土壤水分の排水は半永久的に持続するが、含水率の測定精度を考慮すれば、排水開始後数日以降では、実用的な意味で Field Capacity を定義することが可能である。

(3) 不均質な土壤帯で地下水帯への涵養強度を、Dagan & Bresler の雨水浸透モデルを基本として定式化した。それによると、場の不均質性による涵養強度の変動成分は、均質土柱の涵養強度に場所的変動係数を乗ずることで表わされることが示された。

(4) 不均質な帯水層における降雨に対する地下水位応答の分散を地下水流れの基礎方程式から理論的に定式化した。その結果、水位応答の分散は、不飽和土壤帯における降雨強度から涵養強度への変換特性と帯水層における涵養強度から水位応答への変換特性の両者によって支配されることが示された。

(5) 地盤の平均的水理定数が異なる種々の地質の間で、涵養強度および水位応答の分散がどのように変化するかを試算した。その結果、涵養強度の大きさを左右するような透水性と保水性の卓越度を表わす指標が見いだされた。また、降雨に対する水位応答は、透水性が低く貯留性も小さい細粒土の帯水層の方が、粗粒土の帯水層に比べ、きわめて大きな分散をもつことが明らかとなった。

## 参 考 文 献

- 1) 高木不折・原田守博・内田光一：小牧東部丘陵地における地下水位の変動特性に関する一考察。日本地下水学会誌，Vol.27，No.4，pp.171-182，1985.
- 2) 安藤義久：丘陵地の水循環機構と都市化によるその変化に関する研究，東京大学学位論文，1981.
- 3) 末包昭彦・榎根 勇：熊本平野における降雨に対する地下水位の応答，地理学評論，Vol.53，No.10，pp.666-671，1980.
- 4) 武藤 勳・中野政詩・雨宮 悠：台地の地下水と湧水，農業土木学会論文集，Vol.93，pp.22-30，1981.
- 5) 高木不折・原田守博：不均質場における降雨時の不圧地下水位の確率応答特性，土木学会論文集，第405号/II-11，pp.171-182，1989.
- 6) 原田守博・高木不折・星野 淳：雨水浸透による地下水位の上昇過程に関する解析，土木学会第42回年次学術講演会概要集，II-80，pp.190-191，1987.
- 7) 原田守博・高木不折・関戸淳二：不飽和砂の重力排水過程に関する考察，土木学会第44回年次学術講演会概要集，II-82，pp.234-235，1989.
- 8) Philip, J.R. : Field Heterogeneity: Some Basic Issues, Water Resour. Res., Vol.16, No.2, pp.443-448, 1980.
- 9) Richards, L.A. : Capillary Conduction of Liquids through Porous Mediums, Physics, Vol.1, pp.318-333, 1931.
- 10) Raudkivi, A.J. : "Hydrology", Pergamon Press, Oxford, 1979.
- 11) Brooks, R.H. and Corey, A.T. : Properties of Porous Media Affecting Fluid Flow, J. Irrigation and Drainage Div., Proc. ASCE, Vol.92, (1R2), pp.61-88, 1966.
- 12) 大西有三・西垣 誠：有限要素法による飽和・不飽和浸透流解析 — 手法とプログラム解説 — ，昭和56年1月.
- 13) 盛谷明弘・安藤義久・高橋 裕：雨水の鉛直不飽和浸透による地下水面上昇のモデル化，第32回水理講演会論文集，pp.95-100，1988.
- 14) 西垣 誠：飽和・不飽和領域内の土中水の浸透特性に関する2,3の考察，土質工学会論文報告集，Vol.23，No.3，pp.165-177，1983.
- 15) ローゼ A.A. (山崎不二夫訳)：「土壌と水」，東京大学出版会，1963.
- 16) 八幡敏雄：「土壌の物理」，東京大学出版会，1975.
- 17) 土壌物理性測定法委員会：「土壌物理性測定法」，養賢堂，1976.

- 18) Hillel : "Soil and Water — Physical Principles and Processes — ",  
Academic Press, London, 1971.
- 19) Gardner, W. R., D. Hillel and Y. Benyamini : Post-Irrigation Movement of  
Soil Water, 1. Redistribution, Water Resour. Res. Vol. 6, No. 3, pp. 851  
-861, 1970.
- 20) Dagan, G. and Bresler, E. : Unsaturated Flow in Spatially Variable  
Fields, 1. Derivation of Model of Infiltration and Redistribution,  
Water Resour. Res., Vol. 19, No. 2, pp. 413-420, 1983.
- 21) たとえば, 佐倉保夫・谷口真人 : 土壌水の移動特性に関するカラムを用いた  
降雨浸透実験, 地理学評論, Vol. 56, No. 2, pp. 81-93, 1983.

## 第4章 降雨後における

# 不圧地下水状態の平準化過程

### 4.1 概説

第2章で示した現地観測結果に見られたように、空間的に不均質な流れ場に強度の大きい降雨があったとき、不圧地下水位は場所的にまちまちに短時間に上昇し、空間的に凹凸の激しい地下水面が形成される。しかし、その後に降雨のない期間が続けば、水位は局所的に高い地点ほど早く低下し、水面の凹凸は徐々に平準化される。こうした不均質場での地下水位分布の挙動は、二次元確率場における力学過程とみなすことができる。前章では、確率統計的な観点に立ち、降雨に伴う地下水涵養過程および水位の応答過程について、水理定数が空間的にランダム変動するような流れ場を考え、流れの支配方程式を基礎とした解析を行なって、降雨に対する水位応答の場所的ばらつきを示す統計的分散を定式化した。流れ場の水理特性が空間的に相関をもたない場合には、水位の応答過程は短期間に生ずる現象であるために水位変動の空間的相関も小さく、地下水状態の統計的特性の表現としては平均値関数のほかに分散を求めれば十分であった。しかし、降雨後の長期間の平準化過程では、側方流動および水頭拡散によりローカルなスケールの水位変動成分はしだいに消滅し、広域的な帯水層構造や境界水位の影響を受けたマクロなスケールの水位変動が表に現れてくる。したがって、地下水位の空間分布は場所的に無相関の状態から徐々に空間相関をもつ状態に変化してゆくものと考えられ、平準化過程における地下水状態を統計的に評価するためには、共分散関数または variogram (バリオグラム)<sup>1)2)</sup>といった空間的依存性を表す二次モーメントを、流れの物理則に基づいた解析によって評価することが必要となる。

ところで、序論において指摘したように、地下水状態の把握すなわち地下水解析において不確実性が生じる原因には、解析の基礎となる観測データが質的量的に不十分であるとともに、それらのほとんどが地点データに限られ面的な情報が得られないことが挙げられる。したがって、地下水位の評価に際しても、限られた井戸地点における観測水位データをもとに水位の空間分布を合理的に内挿補間することが必要となる。地点データから空間変動の様子を推定する最も簡単な方法として、従来より手描きによるコンターマップの作成が行われてきたが、観測

地点の空間密度が低い場合には、現象が緩やかに分布する場合でも主観が少なからず入ることは避けられない。さらに、現象の不確実性が強くランダムに分布すると考えられる場合には、そうした手法で客観的なコンターマップを描くことは不可能に近い。手描きによる主観性を防ぐために、いくつかの自動マッピング法も開発されてはいるが、それらの手法の多くは、観測地点と推定地点の間の距離に応じてデータに単に重み付けを図るものであり、現象の物理的側面が考慮されていないだけでなく、推定結果の精度については何も示さない。こうした従来の空間状態推定法の欠点を克服するものとして、Matheronにより Kriging (クリギング) 法が提案された<sup>1)3)</sup>。Kriging法は、現象の空間的変動特性を統計的空間構造として表現し、それを媒介として確率論的に最適なデータの重み付けを行うものであり、推定分布の誤差を標準偏差の分布として示すことができる。この手法では、実際の現象およびその観測値を確率場における一つの実現値の集合と見なしており、統計的空間構造としては共分散関数や variogram が用いられる。しかし、これらの関数は通常、観測データに頼って経験的に求めているのが実状である。現象の観測値が少ない場合の客観的空間推定法として登場した Kriging 法ではあるが、手法の適用に当たって重要な役割を果たす統計関数は観測値から設定せざるをえないという大きな問題点を抱えている。

以上のような課題を踏まえて、本章では降雨によって形成されたランダムな水位分布が無降雨期間に平準化する過程を対象に、地下水現象の統計的空間構造を物理則を考慮しつつ理論的に導出することを考える。そして、それを媒介として、Kriging 法の現地への適用を試みることにより地下水位の空間推定を行ない、地下水状態を考えるうえで地点観測データがもつ意義について考察しようとするものである<sup>4)-7)</sup>。まず次節では、不均質場における水位状態を二次元場での確率変量とみなして、統計的に定常(stationary)または非定常(non-stationary)な確率場に対する Kriging法 および Conditional Simulation<sup>8)</sup>について詳述し、それを地下水状態の推定に適用するうえでの問題点を整理する。つぎに 4.3 では、前章と同様に、透水係数や有効間隙率が平均値のまわりで小さく変動する水平帯水層を対象に、非定常地下水流の基礎方程式をもとに、時間的空間的に変動する地下水位および水位変動速度の variogram の関数形を解析的に導く。4.4 では、第2章で示した試験流域での実測水位データを用いて、理論的に導かれた variogram を実測データから求められたそれと比較し、その妥当性を検証する。そして、理論variogram を活用して Kriging解析を行ない、平準化過程における地下水位および水位変動速度の推定値と推定誤差の時間的空間的变化を統計的に評価する。



## 4.2 ランダムな地下水状態の統計的取り扱い

### 4.2.1 帯水層の水理特性の空間的分布

降雨による各地点の地下水位上昇は、前述したように短期間の現象であるので、その地点の不飽和土壌帯と帯水層の両者の水理特性に依存すると考えられる。しかし、降雨が終了して、出来上がったある水位分布が平準化する過程では、不飽和帯の水理特性はもはや現象に無関係となる。したがって、降雨後の地下水位の空間的分布は、帯水層の水理特性の空間分布を反映したものとなる。ところで、不均質な流れ場の水理特性の分布を考える場合、対象とする空間スケールが重要である。例えば、沖積平野全体の透水性の分布を考えるとき、地点ごとに値は変動するものの、上流の扇状地の方が下流の沖積低平地に比べ平均的に大きいという空間トレンドが存在する。そうしたトレンドは、多くの場合地質構造の形成過程に起因しており、丘陵地・台地・扇状地・沖積低地といった地形区分にほぼ対応すると考えてよい。

しかしながら、対象領域が一つの地形区分内に含まれるほど面積が小さく、領域全体が同一の地質特性をもつとき、そこでの水理特性の空間分布にはもはや平均値のトレンドは存在しない。すなわち、そうした小領域での水理定数は平均値一定のランダム分布に従うと見なすのが妥当であろう。実際、小さな領域では、平均値の空間変動を判読できる程の詳細なデータを得ることは難しい。不均質場の評価に関する既往の研究では、空間的に統計的定常性を仮定したものが多いが、本章においても、第2章で扱った流域Bのような小領域を想定するので、場の水理特性は平均値一定でランダムに分布するものと考えことにする。

つぎに、水理特性のランダムさの程度、すなわち透水係数や有効間隙率の確率分布について考える。多くの地域での測定結果から、透水係数 $K$ は対数正規分布することが知られている。 $K$ の常用対数変換値の標準偏差は、Freeze<sup>9)</sup>によると20の調査地域で0.2~1.6、Delhomme<sup>10)</sup>によると13の地域で0.13~1.0と報告されている。第2章で述べたように、こうした $K$ の対数正規性は濃尾平野においても確認されており、標準偏差は0.89であった<sup>11)</sup>。帯水層の有効間隙率 $S$ については、通常、正規分布するものと考えられ、その標準偏差は3~7%という報告がある<sup>9)</sup>。したがって、本章での流れの解析でも、透水係数は対数正規分布、有効間隙率は正規分布に従うとみなすことにする。

#### 4.2.2 地点観測値に基づく確率場の統計的推定手法

地形地質特性が一様な小領域における降雨後の地下水状態、とくに水位Hと水位の変動速度 $\dot{H}$ （または水位の時間的変動量 $\Delta H$ ）の空間分布について考えよう。前項で述べたように、こうした小領域では、水理特性の空間分布は統計的定常性(stationary)に従うと考えられる。降雨による水位変動はその地点の水理特性を大きく反映すると考えられるので、水位変動量 $\Delta H$ の空間的広がりにも平均値一定のランダム分布が仮定できる。しかし、水位H自身の空間分布には、局所的には凹凸があるものの、全体としては帯水層の傾斜や境界条件などによる空間的なトレンド（あるいは drift）が存在し、統計的定常性は成立しない。そこで以下では、水位の地点観測値に基づく地下水状態の評価を行なうに先だて、一般的な定常および非定常確率場の地点観測値に基づく統計的推定手法について述べる。

##### (1) 定常確率場における空間推定(Kriging法)

地点 $X$ ( $X$ : 位置ベクトル)における水位の時間的変動量を $Z(X)$ とおくと、 $Z(X)$ は確率場における確率変数とみなすことができる。確率場に2次の定常性(弱定常性)を仮定すれば、任意の2地点 $X_i, X_j$ において

$$E[Z(X)] = m \quad (= \text{const.}) \quad (4.1)$$

$$E[(Z(X_i) - m)(Z(X_j) - m)] = \text{Cov}(d_{ij}) \quad (4.2)$$

$$\text{ただし, } d_{ij} = |X_i - X_j|$$

が成立する。しかし、2次定常の仮定が強過ぎる場合は、式(4.2)を弱め、 $Z(X)$ の増分が定常と考えると、

$$E[Z(X_i) - Z(X_j)] = 0 \quad (4.3)$$

$$\text{Var}[Z(X_i) - Z(X_j)] = 2\gamma(d_{ij}) \quad (4.4)$$

この仮定は Intrinsic hypothesis と呼ばれる。第2章において述べたように、関数 $\gamma$ は semi-variogram (セミ・バリオグラム, 以下 variogram(バリオグラム)と略称) と呼ばれ、 $Z(X)$ の統計的な空間分布構造を表している。確率場のエルゴード性から、variogram は実測データを用いて次式で計算される。

$$2\gamma(d_{ij}) = \frac{1}{N(d_{ij})} \sum_{ij} [Z(X_i) - Z(X_j)]^2 \quad (4.5)$$

ここに、 $N(d_{ij})$ : 距離  $d_{ij}$  はなれた観測地点  $i, j$  の組の数である。また定常性が成り立つとき、variogram と共分散との間には式(4.2)(4.4)より次の関係がある。

$$\begin{aligned}\gamma(d) &= \text{Cov}(0) - \text{Cov}(d) \\ &= \sigma_z^2 (1 - \rho_z(d))\end{aligned}\quad (4.6)$$

ここに  $\sigma_z^2$ :  $Z(X)$  の分散,  $\rho_z(d)$ :  $Z(X)$  の自己相関関数 (正規化共分散) である。

この variogram を媒介として、観測値をもとに観測されていない地点の状態推定を行う手法に Matheron による Kriging 法がある<sup>1)8)</sup>。Kriging 法は、観測値を確率場における実現値と考え、状態変数  $Z(x)$  の推定値を次式を満たす最良線形不偏推定量 (Best Linear Unbiased Estimator, BLUE) として求めるものである。

$$\text{Var}[\hat{Z}(X) - Z(X)] \rightarrow \min. \quad : \text{Best Estimator} \quad (4.7)$$

$$\hat{Z}(X) = \sum_i^n W_i Z_i \quad : \text{Linear Estimator} \quad (4.8)$$

$$E[\hat{Z}(X) - Z(X)] = 0 \quad : \text{Unbiased Estimator} \quad (4.9)$$

ここに、 $\hat{Z}(X)$ : 推定地点  $X$  における  $Z(X)$  の最適推定値 (BLUE),  $Z_i$ : 観測点  $i$  における観測値 ( $i=1, 2, \dots, n$ ),  $W_i$ :  $Z(X)$  を推定するための  $Z_i$  の荷重係数であり、

$$\sum_i^n W_i = 1 \quad (4.10)$$

上記の諸式より、次の Kriging 方程式が導かれる<sup>3)</sup>。

$$\sum_j^n W_j \gamma(d_{ij}) + \mu = \gamma(d_i), \quad d_i = |X - X_i|, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (4.11)$$

ここに、 $\mu$ : Lagrange の未定定数である。式(4.10)(4.11)を連立させた  $(n+1)$  個の方程式を解くことにより、任意の推定地点における  $W_i$  と  $\mu$  が得られ、式(4.8)からその地点の推定値 (BLUE)  $\hat{Z}$  が求められる。この  $\hat{Z}$  の推定誤差である Kriging 分散 (式(4.7)の最小値) は次式となる。

$$\text{Var}[\hat{Z}(X) - Z(X)]_{\min.} = \sum_i^n W_i \gamma(d_i) + \mu \quad (4.12)$$

したがって、確率変数 $Z(X)$ として地点 $X$ での地下水位の時間的変動量をとれば、上記の手法により水位変動量の空間分布 $\hat{Z}(X)$ とその誤差が推定できることになる。

(2) 地下水状態の Conditional Simulation

上に述べた Kriging推定値 $\hat{Z}(X)$ は、観測値を考慮した水位変動量の BLUE であるが、真値そのものではない。ある地点 $X$ の水位変動量の真値 $Z(X)$ は、Kriging推定値 $\hat{Z}(X)$ と Kriging 誤差 $e(X)$ の差であり、

$$Z(X) = \hat{Z}(X) - e(X), \quad e(X) = \hat{Z}(X) - Z(X) \quad (4.13)$$

とかける。 $\hat{Z}(X)$ の空間分布は $Z(X)$ の分布よりも $e(X)$ の分だけ滑らかなものとなるので、 $\hat{Z}(X)$ の分布から現象の真の空間的変動性を直接見ることはできない。そこで、現象すなわち $Z(X)$ の空間変動の様子を目に見えるようにするために、真値のもつ統計的空間構造に従いながら観測点でゼロとなるような $e(X)$ をモンテカルロ法的に発生させる手法として Conditional Simulation<sup>8)12)</sup>がある。

いま、 $e(X)$ の共分散行列 $[S]$ を考える。観測点を除く二地点 $X_1, X_m$  ( $1, m = 1, 2, \dots, K$ )における Kriging誤差を $e_1, e_m$ とすると、

$$[S_{1m}] = E[(e_1 - E[e_1])(e_m - E[e_m])] \quad (4.14)$$

式(4.9)より

$$E[e(X)] = E[\hat{Z}(X) - Z(X)] = 0$$

式(4.8)より

$$e(X) = \hat{Z}(X) - Z(X) = \sum_i^n W_i Z_i - Z(X)$$

したがって、式(4.14)は

$$[S_{1m}] = E\left[\left(\sum_i^n W_i Z_i - Z_1\right)\left(\sum_j^n W_j Z_j - Z_m\right)\right] \quad (4.15)$$

上式を展開し、式(4.6)(4.10)(4.11)を考慮すると、

$$[S_{1m}] = \sum_j^n W_j \gamma(d_{j1}) - \gamma(d_{1m}) + \mu_m, \quad 1, m = 1, 2, \dots, K \quad (4.16)$$

とくに、 $1=m$ のときは

$$[S_{mm}] = \sum_j^n W_j \gamma(d_{jm}) + \mu_m \quad (4.17)$$

すなわち、 $e(X)$ の共分散行列の対角項は Kriging 分散に相当する。

さて、このようにして求められた  $[S]$  は一般に正定値対称行列となるので、 $[S] = [Q][Q]^t$  と分解することができる。K個の白色正規乱数を成分にもつ列ベクトルを  $\{\varepsilon\}$ 、 $e_i (i=1, 2, \dots, K)$  を成分にもつ列ベクトルを  $\{e\}$  とし、

$$\{e\} = [Q] \{\varepsilon\} \quad (4.18)$$

とおくと、 $\{e\}$  は平均ゼロ、共分散  $[S]$  の正規乱数ベクトルとなる<sup>13)</sup>。

したがって、地点*i*における Kriging 推定値  $\hat{Z}_i$  に  $e_i$  を加えることにより、 $Z(X)$  の Conditional Simulation を行なうことができる。

### (3) 非定常確率場における空間推定 (Universal Kriging 法)

降雨に対し複雑に挙動する地下水位の空間分布を二次元場における確率変量と考え、地点*X* (*X*: 位置ベクトル) における水位を  $Z(X)$  とおく。上述の水位変動量の場合とは異なり、水位の分布にはもはや平均値一定の仮定は適用できず、 $Z(X)$  の平均値は空間的に変動する。したがって、降雨後の水位分布は drift (ドリフト) をもつ非定常確率場 (non-stationary field) と考えるべきである。ここでは、 $Z(X)$  は式 (4.19) のように、drift  $m(X)$  と残差  $R(X)$  から成っており、 $m(X)$  は小領域では式 (4.20) のような多項式曲面で表現できるものとする。

$$Z(X) = m(X) + R(X) \quad (4.19)$$

$$E[Z(X)] = m(X) = \sum_1^k a_1 f^1(X) \quad (4.20)$$

ここに、 $f^1(X)$ : 多項式、 $a_1$ :  $f^1(X)$  の係数、 $k$ : drift 項数である。さて、距離  $d_{ij}$  はなれた任意の2地点  $X_i, X_j$  において、次式のような  $Z(X)$  に関する統計量が定義できるものとする。

$$\text{Var}[Z(X_i) - Z(X_j)] = E[\{R(X_i) - R(X_j)\}^2] = 2\gamma(d_{ij}) \quad (4.21)$$

$$\text{ただし、} \quad d_{ij} = |X_i - X_j|$$

関数  $\gamma(d)$  は、 $Z(X)$  の統計的な空間分布構造を表す variogram である。

drift の存在する確率場において、variogram を媒介として、観測値をもとに非観測地点の状態推定を行う方法に Universal Kriging 法がある。この手法は、定常場の Kriging 法と同様、観測値を確率場における実現値と考え、状態変数  $Z$

(X)の推定値 $\hat{Z}(X)$ を式(4.7)(4.8)(4.9)を満たす最良線形不偏推定量(BLUE)として求めるものであり、Kriging方程式は、drift関数を含んで次式のように導かれる。

$$\sum_j^n W_j \gamma(d_{ij}) + \sum_l^k \mu_l f^l(X_i) = \gamma(d_i) \quad (4.22)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad l = 1, 2, \dots, k$$

$$\sum_i^n W_i f^l(X_i) = f^l(X) \quad (4.23)$$

ここに、 $d_{ij} = |X_i - X_j|$ 、 $d_i = |X - X_i|$ 、 $\mu_l$ : Lagrange の未定定数である。上式を連立して解くことにより、任意の推定地点Xでの重み係数 $W_i$ と $\mu_l$ が得られ $Z(X)$ の最適推定値、すなわちBLUE $\hat{Z}(X)$ が求められる。 $\hat{Z}(X)$ の推定誤差であるKriging分散は次式となる。

$$\text{Var}[\hat{Z}(X) - Z(X)]_{\min.} = \sum_i^n W_i \gamma(d_i) + \sum_l^k \mu_l f^l(X) \quad (4.24)$$

したがって、確率変数 $Z(X)$ として地下水位をとれば、上記の手法により水位の空間分布が推定できる。

#### 4.2.3 地下水位分布推定への適用上の問題点

Kriging法および Universal Kriging法の適用にあたっては、 $Z(X)$ のvariogram $\gamma(d)$ を事前に知らねばならない。さらに Universal Krigingの場合にはdrift項数 $k$ もまた未知量となる。通常のKriging解析では、確率変数 $Z(X)$ が弱定常性に従う(すなわち平均値一定)とみなされる現象であれば、エルゴード性を仮定してvariogram $\gamma(d)$ を観測データから式(4.5)によって推測することが可能である。しかし、 $Z(X)$ が未知の空間driftをもつ場合には、 $\gamma(d)$ と $m(X)$ が互いに独立でないために、 $\gamma(d)$ と $m(X)$ の両者を同時に推定することは不可能である。通常の Universal Kriging法の適用では、一方を仮定して観測データから他方を求め、反復修正する方法が用いられるが<sup>14)</sup>、実際問題への適用は容易ではない。というのは、仮りに $m(X)$ が何らかの方法で既知となったとしても、 $\gamma(d)$ の関数形状をデータから見いだすためにはかなりの空間密度で観測地点が必要となるからである。地下水観測のように、空間的にまばらな観測点配置を考えると、これらの統計量をデータのみから評価することはきわめて困難であるといえよう。

このように，“限られた観測値による最適な空間状態推定法”として登場した Kriging 法ではあるが，定常確率場だけならばともかく地下水位分布などの非定常確率場に適用する際には，variogram が客観的に定まらないという大きな問題点を抱えている．本章では，水位分布を推定する際のこうした困難を緩和するだけでなく，単に統計的手法にすぎない Kriging法に対し現象の物理特性を積極的に導入することをめざして，variogram という統計関数を流れの力学則にのっとって導出することを試みる．もしも variogram の関数形が確定すれば，観測データが少ない場合でも Kriging法の適用の可能性は大きく広がる．後述する地下水位分布の Kriging 解析では，まず， $Z(x)$  の観測値から  $m(x)$  を重回帰分析により求め，drift項数を推定する．そして drift の回帰により得られた残差  $R(x)$  の分散を利用して， $\gamma(d)$  に含まれるパラメータを同定する．なお， $R(x)$  は一般に空間相関をもっているので，通常の最小自乗法は厳密には使用できないが，地下水のように観測地点の空間密度が粗い場合にはその影響は小さいものと思われる．

#### 4. 3 平準化過程における地下水状態の統計的空間構造

前述のように，Kriging 法を適用するためには，状態変数の統計的空間構造として variogram を定めなければならない．variogram は，対象領域内に観測地点がある程度豊富にある場合にはそのデータを用いて推測することが可能であろうが，地下水位のように観測データが多くは期待できない場合には，variogram の一般的関数特性を明らかにしておくことは工学的にきわめて有用である．本章では，不均質な流れ場における不圧地下水を考え，降雨後の水位低減過程における variogram の形状変化を理論的に検討する．

##### 4. 3. 1 場の不均質性による地下水位の乱れ成分

水平基盤上の二次元不圧地下水の基礎方程式は，ダルシー則と連続式より，

$$S(x, y) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K(x, y) H(x, y, t) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K(x, y) H(x, y, t) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial y} \right] + Re(x, y, t) \quad (4.25)$$

ここに、 $H(x, y, t)$  : 不透水基盤上の地下水深、 $K(x, y)$  : 飽和透水係数、 $S(x, y)$  : 有効間隙率、 $Re(x, y, t)$  : 地下水涵養強度である。

豪雨によって形成された空間的にランダムな地下水位分布が無降雨期間に低減する過程を対象とし、初期時刻  $t = 0$  を降雨停止後にとれば、 $t \geq 0$  では  $Re(x, y, t) = 0$  である。いま、 $H(x, y, t)$  の場所的時間的平均値  $H_0 (= \text{const.})$  を考え、

$$H(x, y, t) = H_0 + H'(x, y, t), \quad |H_0| \gg |H'|$$

として式(4.25)を線形化すると、

$$S(x, y) \frac{\partial H'(x, y, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K(x, y) H_0 \frac{\partial H'(x, y, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K(x, y) H_0 \frac{\partial H'(x, y, t)}{\partial y} \right] \quad (4.26)$$

流れの場が空間的に不均質であり、有効間隙率  $S(x, y)$  と透水係数  $K(x, y)$  の自然対数変換値  $Y(x, y)$  はともに正規分布に従うと考え、それぞれ平均値のまわりでランダムに変動するものとする。

$$S(x, y) = S_0 + S_1(x, y), \quad |S_0| \gg |S_1| \quad S_0 : \text{const.} \quad (4.27a)$$

$$Y(x, y) = Y_0 + Y_1(x, y), \quad |Y_0| \gg |Y_1| \quad Y_0 : \text{const.} \quad (4.27b)$$

ただし、 $Y(x, y) = \log_e [K(x, y)]$  である。  $\exp(Y_0) = K_0$  とおくと、

$$\begin{aligned} \therefore K(x, y) &= \exp [Y_0 + Y_1(x, y)] \\ &= \exp(Y_0) \cdot [1 + Y_1/1! + Y_1^2/2! + \dots] \\ &= K_0 \cdot [1 + Y_1/1! + Y_1^2/2! + \dots] \end{aligned} \quad (4.28)$$

$H'(x, y, t)$  についても、 $S(x, y)$ 、 $Y(x, y)$  が平均値をとる場合の(均質場での)水位  $h_0(x, y, t)$  のまわりで変動すると考え、

$$\left. \begin{aligned} H'(x, y, t) &= h_0(x, y, t) + h_1(x, y, t) \\ E [H'(x, y, t)] &= h_0(x, y, t) \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$



と展開すると式(4.26)は

$$\begin{aligned}
 & (S_0 + S_1(x, y)) \frac{\partial}{\partial t} (h_0(x, y, t) + h_1(x, y, t)) \\
 &= K_0 H_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( 1 + \frac{Y_1}{1!} + \frac{Y_1^2}{2!} + \dots \right) \frac{\partial}{\partial x} (h_0(x, y, t) + h_1(x, y, t)) \right] \\
 &+ K_0 H_0 \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( 1 + \frac{Y_1}{1!} + \frac{Y_1^2}{2!} + \dots \right) \frac{\partial}{\partial y} (h_0(x, y, t) + h_1(x, y, t)) \right] \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

となる。まず、式(4.30)は、変動成分  $S_1, Y_1, h_1$  の 1 次以上の項を無視すると、

$$\frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial h_0(x, y, t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 h_0(x, y, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 h_0(x, y, t)}{\partial y^2} = 0, \quad \lambda_0 = \frac{K_0 H_0}{S_0} \quad (4.31)$$

と書きかえられ、 $h_0(x, y, t)$  は流れ場が均質で  $S_1(x, y) = 0, Y_1(x, y) = 0$  の場合の解に相当する。式中の  $\lambda_0$  は透水量係数と有効間隙率（貯留係数）との平均値の比であり、帯水層の平均的な水頭拡散率を意味している。解析領域  $D$  において、

$$\text{初期条件 } h_0(x, y, 0) = \phi_0(x, y)$$

$$\text{境界条件 } h_0(a, b, t) = 0, \quad a, b \in \text{Boundary}$$

のときグリーン関数を  $G(x, y, t)$  とすれば、

$$h_0(x, y, t) = \iint_D G(x, y, x', y', t) \phi_0(x', y') dx' dy' \quad (4.32)$$

とくに  $D$  が無限領域のときは

$$h_0(x, y, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(x, y, x', y', t) \phi_0(x', y') dx' dy' \quad (4.33)$$

$$\text{ここに, } G(x, y, x', y', t) = \frac{1}{4\pi\lambda_0 t} \exp \left[ -\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\lambda_0 t} \right]$$

つぎに、式(4.30)で  $Y_1$  の 2 次以上の項を無視すると、

$$\begin{aligned}
& (S_0 + S_1(x, y)) \frac{\partial}{\partial t} (h_0(x, y, t) + h_1(x, y, t)) \\
&= KoHo \frac{\partial}{\partial x} \left[ (1 + Y_1) \frac{\partial}{\partial x} (h_0(x, y, t) + h_1(x, y, t)) \right] \\
&+ KoHo \frac{\partial}{\partial y} \left[ (1 + Y_1) \frac{\partial}{\partial y} (h_0(x, y, t) + h_1(x, y, t)) \right] \tag{4.34}
\end{aligned}$$

式(4.31)を考慮して

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial h_1(x, y, t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 h_1(x, y, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 h_1(x, y, t)}{\partial y^2} \\
&= -\frac{S_1}{KoHo} \frac{\partial h_0(x, y, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ Y_1 \frac{\partial h_0(x, y, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ Y_1 \frac{\partial h_0(x, y, t)}{\partial y} \right] \\
&- \frac{S_1}{KoHo} \frac{\partial h_1(x, y, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ Y_1 \frac{\partial h_1(x, y, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ Y_1 \frac{\partial h_1(x, y, t)}{\partial y} \right] \tag{4.35}
\end{aligned}$$

さらに流れの時間的空間的変動が小さいとして、 $Y_1(x, y)$ ,  $S_1(x, y)$ ,  $h_1(x, y, t)$  およびそれらの導関数を微小と考えると、式(4.35)の右辺第4, 第5, 第6項は微小量の二乗となり、近似的に無視できる。すると、式(4.35)は

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial h_1(x, y, t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 h_1(x, y, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 h_1(x, y, t)}{\partial y^2} = g(x, y, t) \\
&g(x, y, t) = -\frac{S_1}{KoHo} \frac{\partial h_0(x, y, t)}{\partial t} \\
&+ \frac{\partial}{\partial x} \left[ Y_1 \frac{\partial h_0(x, y, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ Y_1 \frac{\partial h_0(x, y, t)}{\partial y} \right] \tag{4.36}
\end{aligned}$$

となる。そこでこの式を解析領域Dにおいて、

初期条件  $h_0(x, y, 0) = \phi_0(x, y)$ ,  $h_1(x, y, 0) = \phi_1(x, y)$   
 ただし,  $\phi(x, y) = \phi_0(x, y) + \phi_1(x, y)$

境界条件  $h_0(a, b, t) = 0$ ,  $h_1(a, b, t) = 0$   
 ただし,  $a, b \in \text{Boundary}$

のもとで解くと, 解として

$$\begin{aligned}
 h_1(x, y, t) = & \int \int_D G(x, y, x', y', t) \phi_1(x', y') dx' dy' \\
 & + \lambda_0 \int_0^t \int \int_D G(x, y, x', y', t-\tau) g(x', y', \tau) dx' dy' d\tau
 \end{aligned}
 \tag{4.37}$$

を得る.  $D$ が無限領域の場合には, この解は

$$\begin{aligned}
 h_1(x, y, t) = & \int \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, x', y', t) \phi_1(x', y') dx' dy' \\
 & + \lambda_0 \int_0^t \int \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, x', y', t-\tau) g(x', y', \tau) dx' dy' d\tau
 \end{aligned}
 \tag{4.38}$$

となる. 上式は, 水理特性が平均値のまわりでランダム変動するような不均質性をもった流れ場において, 降雨によって形成された地下水位の空間分布が無降雨期間にどのように挙動するか, すなわち, 水位の乱れ成分の場所的・時間的発展を与えている. 以下では, 流れの基礎式から導かれた上式を基本として, 平準化過程における地下水状態の統計的空間構造(variogram)を求めることにする.

#### 4.3.2 水位の乱れ成分の構成要素

地下水状態の variogramを求めるにあたって, その前に式(4.38)を構成する各成分の物理的意味を考えておこう. まず, 式の右辺第一項は, 初期時刻における水位の乱れが時間の経過に伴い拡散してゆく様子を表わしている. したがって, たとえば 図-4.1のように, 初期状態が確定的に与えられるときは  $\phi_1(x) = 0$  であるから, 第一項は消滅し, 式(4.38)は第二項だけとなる. この第二項は, 帯水層の透水係数と有効間隙率の空間変動が平均的な地下水挙動に作用して作り出す水位の乱れを表わしている. Dagan<sup>15)</sup>は, こうした  $\phi_1 = 0$  の場合について,

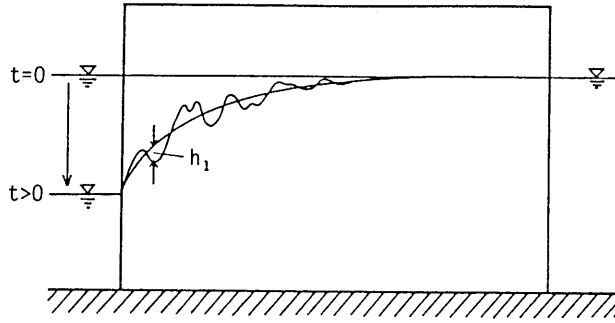


図-4.1 初期水位が確定的に与えられる場合の一例

第二項のみに基づく variogramの時間的増加を解析的に検討している。しかしながら、降雨によって形成された空間的にランダムな水位状態が無降雨期間に平準化する過程を考える場合には、 $\phi_1 \neq 0$  であり、第一項が存在する。そこで以下では、まず降雨後の平準化過程における水位の乱れ成分に及ぼす第一項と第二項の役割について、その大小関係を評価しておこう。

式(4.38)は水平二次元場において導かれたものであるが、ここでは簡単のために一次元場について考えることにする。一次元流れの基礎方程式に対して同様の展開を行なうことにより、水位の変動成分は次式のように表わされる。

$$h_1(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t) \phi_1(x') dx' + \lambda_0 \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t-\tau) g'(x', \tau) dx' d\tau \quad (4.39)$$

$$g'(x, t) = -\frac{S_1}{K_0 H_0} \frac{\partial h_0(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ Y_1 \frac{\partial h_0(x, t)}{\partial x} \right] \quad (4.40)$$

上式において第一項を $h_{11}$ 、第二項を $h_{12}$ とおく。すなわち、

$$h_{11} = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t) \phi_1(x') dx' \quad (4.41a)$$

$$h_{12} = \lambda_0 \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t-\tau) g'(x', \tau) dx' d\tau \quad (4.41b)$$

ここに、 $h_{11}$ は不均質場において降雨により形成された水位の乱れ成分の分布 $\phi_1$ が初期状態となって無降雨期間に平準化するプロセスを表わし、 $h_{12}$ は流れ場の水理特性の不均質性 $Y_1, S_1$ が水位の平均的な成分 $h_0$ に作用して水位の乱れを形成するプロセスを表わしている。

$h_{11}$ と $h_{12}$ は互いに独立であるから、 $h_1(x, t)$ の分散は

$$\begin{aligned} \text{Var}[h_1(x, t)] &= E[h_{11}^2(x, t)] + E[h_{12}^2(x, t)] \\ &= \sigma_{h_{11}}^2 + \sigma_{h_{12}}^2 \end{aligned} \quad (4.42)$$

と書くことができる。 $\sigma_{h_{11}}^2$ は式(4.41a)により

$$\sigma_{h_{11}}^2 = \int \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t) G(x, x'', t) \cdot E[\phi_1(x') \phi_1(x'')] dx' dx'' \quad (4.43)$$

式に含まれる $\phi(x)$ の共分散および分散は

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\phi(x'), \phi(x'')] &= E[(\phi(x') - \phi_0(x''))(\phi(x') - \phi_0(x''))] \\ &= E[\phi_1(x') \phi_1(x'')] \end{aligned} \quad (4.44a)$$

$$\text{Cov}[\phi(x'), \phi(x')] = E[\phi_1(x') \phi_1(x')] \quad (4.44b)$$

$\phi(x)$ の分散を $\sigma_{\phi}^2$ 、自己相関関数(正規化共分散)を $\rho_{\phi}$ とおくとき、

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\phi(x'), \phi(x'')] &= \rho_{\phi}(x' - x'') \cdot \text{Cov}[\phi(x'), \phi(x')] \\ \therefore E[\phi_1(x') \phi_1(x'')] &= \sigma_{\phi}^2 \cdot \rho_{\phi}(x' - x'') \end{aligned} \quad (4.45)$$

$\rho_{\phi}$ が white noise 近似できるものとすれば、デルタ関数を用いて

$$\rho_{\phi}(x' - x'') = \rho_1 \cdot \delta(x' - x'') \quad (4.46)$$

ここに、 $\rho_1$ :  $\phi_1(x)$ の空間相関の white noise 近似に伴う補正定数である。すなわち、 $\phi_1(x)$ の自己相関関数 $\rho_{\phi}$ は通常、lagに関して指数関数的に減少する形状をとるものと考えられるが、ここでは解析上の便宜のために、それをデルタ関数によって置き換えるので、 $\rho_{\phi}$ の空間積分値を補正する定数 $\rho_1$ を導入した。

式(4.45)(4.46)により、 $h_{11}$ の分散・式(4.43)は次式となる。

$$\begin{aligned}\sigma_{h_{11}}^2 &= \sigma \phi^2 \cdot \rho_1 \int \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t) G(x, x'', t) \cdot \delta(x' - x'') dx' dx'' \\ &= \sigma \phi^2 \cdot \rho_1 \int_{-\infty}^{\infty} (G(x, x', t))^2 dx' = \frac{\sigma \phi^2 \cdot \rho_1}{\sqrt{8 \pi \lambda_0 \cdot t}}\end{aligned}\quad (4.47)$$

つぎに、 $\sigma_{h_{12}}^2$ を求めることにするが、簡単のために、 $h_0(x, t)$ に基づく平均的な流れが一方方向への定常流れとみなせる場合を考え、

$$\frac{\partial h_0}{\partial x} = J \quad (= \text{const.}) \quad (4.48)$$

と仮定すると、

$$g'(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ J \cdot Y_1(x) \right]$$

となるから、

$$\begin{aligned}h_{12} &= \lambda_0 \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t-\tau) \left[ J \frac{\partial Y_1(x')}{\partial x'} \right] dx' d\tau \\ &= -\lambda_0 \cdot J \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} Y_1(x') \left[ \frac{\partial G(x, x', t-\tau)}{\partial x'} \right] dx' d\tau\end{aligned}\quad (4.49)$$

となる。したがって、 $h_{12}$ の分散は

$$\begin{aligned}\sigma_{h_{12}}^2 &= (\lambda_0 \cdot J)^2 \int \int_0^t \int \int_{-\infty}^{\infty} dx' dx'' d\tau' d\tau'' \\ &\quad \cdot E [Y_1(x') Y_1(x'')] \left[ \frac{\partial G(x, x', t-\tau')}{\partial x'} \right] \left[ \frac{\partial G(x, x'', t-\tau'')}{\partial x''} \right]\end{aligned}\quad (4.50)$$

ここで、上式の $Y_1(x)$ の分散を $\sigma_Y^2$ 、自己相関関数を $\rho_Y$ とし、 $\rho_\phi$ と同様  $\rho_Y$ も white noise 近似すれば、

$$E [Y_1(x') Y_1(x'')] = \sigma_Y^2 \cdot \rho_Y(x' - x'')$$

$$= \sigma_{\gamma}^2 \cdot \rho_2 \cdot \delta(x' - x'') \quad (4.51)$$

ここに、 $\rho_2$ : Y1の空間相関の white noise 近似に伴う補正定数である。  
よって式(4.50)は、

$$\begin{aligned} \sigma_{h_{12}}^2 &= (\lambda_0 \cdot J)^2 \cdot \sigma_{\gamma}^2 \cdot \rho_2 \int_0^t \int_0^{\infty} dx' d\tau' d\tau'' \\ &\quad \cdot \left[ \frac{\partial G(x, x', t - \tau')}{\partial x'} \right] \left[ \frac{\partial G(x, x', t - \tau'')}{\partial x'} \right] \\ &= \sigma_{\gamma}^2 \cdot \rho_2 \cdot J^2 \cdot \left[ \frac{\lambda_0 \cdot t}{\pi} \right]^{1/2} (2 - \sqrt{2}) \end{aligned} \quad (4.52)$$

と記されることになる。したがって、初期時刻における水位の乱れに基づく分散  $\sigma_{h_{11}}^2$  は式(4.47)で、帯水層の水理特性の不均質性に基づく分散  $\sigma_{h_{12}}^2$  は式(4.52)で表され、その和として  $\sigma_{h^2}$  が求められる。

図-4.2は式(4.47)(4.52)による  $\sigma_{h_{11}}^2, \sigma_{h_{12}}^2$  の時間的変化を表したものである。この図では、 $\sigma_{h_{11}}^2$  と  $\sigma_{h_{12}}^2$  をそれぞれ  $\sigma_{\phi}^2 \rho_1, \sigma_{\gamma}^2 \rho_2$  で除したものを示しているが、それは次のような理由による。まず、h1の初期分布  $\phi_1$  は降雨によって短時間に形成されたものであり、場の水理定数の不均質性を強く反映していると考えられるから、 $\phi_1$  と Y1の空間相関に係わる定数  $\rho_1, \rho_2$  は互いに似通った値をとることが予想される。また、 $\sigma_{\phi}^2$  の値は、通常、 $1.0(\text{m}^2)$  未満(前章3.5.1で述べた例では  $0.07$  および  $0.36(\text{m}^2)$ ) であり、 $\sigma_{\gamma}^2$  の値も一般的には  $1.0$  前後であることから、ここでは  $\sigma_{h_{11}}^2$  と  $\sigma_{h_{12}}^2$  を同様の数値をとる  $\sigma_{\phi}^2 \rho_1, \sigma_{\gamma}^2 \rho_2$  でそれぞれ除すことにより、 $\sigma_{h_{11}}^2$  と  $\sigma_{h_{12}}^2$  の時間的変化傾向を比較することを試みた。

図-4.2によれば、後者は前者に比べはるかに小さく、通常の間隔範囲では両者に大きなひらきがある。したがって、場の不均質性が小さく初期時刻から時間があまり長く経過していない状況では、 $h_1(x, t)$  の挙動に対し式(4.38)(4.39)の第二項の果たす役割は、第一項に比べかなり小さいものと考えられる。もちろん、無降雨期間が無限に長く続けば、第二項の役割は増大しようが、現実には適当な時間間隔で次の降雨がある。したがって、実際のデータを扱い降雨後の水位分布の統計的性質を調べるうえでは、式の第一項のみをとることで、現象の大略が把握できるであろう。

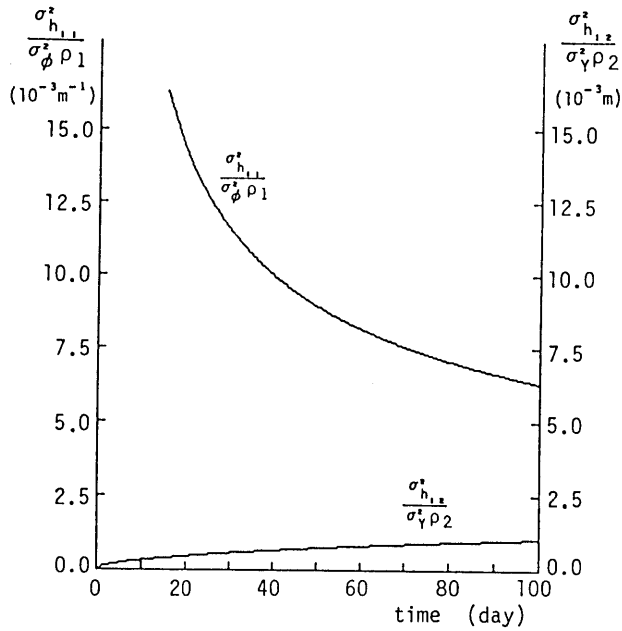


図-4.2  $\sigma_{h_{11}}^2, \sigma_{h_{12}}^2$  の時間的变化の傾向 ( $\lambda_0 = 10 \text{ m}^2/\text{day}, J = 0.01$ )

#### 4.3.3 地下水位分布の variogram

(1) 一次元流れの場合

上述の考察により式(4.39)の第二項を無視すると,

$$h_1(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', t) \phi_1(x') dx' \quad (4.53)$$

距離  $d$  はなれた二地点における  $h_1$  の差の二乗は,

$$\begin{aligned} [h_1(x+d, t) - h_1(x, t)]^2 &= 2 \int \int_{-\infty}^{\infty} [G(x, x', t) G(x, x'', t) \\ &\quad - G(x+d, x', t) G(x, x'', t)] \phi_1(x') \phi_1(x'') dx' dx'' \end{aligned} \quad (4.54)$$

式(4.4)より  $H' = h_0 + h_1$  の variogram は

$$\begin{aligned} 2 \gamma(d) &= \text{Var}[H'(x+d, t) - H'(x, t)] \\ &= E[(H'(x+d, t) - h_0(x+d, t) - (H'(x, t) - h_0(x, t)))^2] \\ &= E[(h_1(x+d, t) - h_1(x, t))^2] \end{aligned} \quad (4.55)$$



と記されるから、式(4.54)を用いると

$$\begin{aligned} \gamma(d) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} [G(x, x', t) G(x, x'', t) \\ &\quad - G(x+d, x', t) G(x, x'', t)] \cdot E[\phi_1(x') \phi_1(x'')] dx' dx'' \end{aligned} \quad (4.56)$$

となる。さらに、 $\phi(x)$ の共分散  $E[\phi_1(x') \phi_1(x'')]$  を式(4.45)により書き換えると、

$$\begin{aligned} \gamma(d) &= \sigma \phi^2 \cdot \int \int_{-\infty}^{\infty} [G(x, x', t) G(x, x'', t) \\ &\quad - G(x+d, x', t) G(x, x'', t)] \cdot \rho \phi(x' - x'') dx' dx'' \end{aligned} \quad (4.57)$$

ここで、

$$F_1(d, t) = \int \int_{-\infty}^{\infty} G(x+d, x', t) G(x, x'', t) \cdot \rho \phi(x' - x'') dx' dx'' \quad (4.58)$$

とおくと

$$\gamma(d) = \sigma \phi^2 [F_1(0, t) - F_1(d, t)] \quad (4.59)$$

$\rho \phi$ が white noise近似できるときは、デルタ関数を用いて

$$\begin{aligned} F_1(d, t) &= \rho_1 \int \int_{-\infty}^{\infty} G(x+d, x', t) G(x, x'', t) \cdot \delta(x' - x'') dx' dx'' \\ &= \rho_1 \int_{-\infty}^{\infty} G(x+d, x', t) G(x, x', t) dx' \\ &= \frac{\rho_1}{\sqrt{8\pi\lambda_0 \cdot t}} \exp\left[-\frac{d^2}{8\lambda_0 \cdot t}\right] \end{aligned}$$

したがって式(4.59)、すなわち  $H'(x, t)$ の variogram は、結局、

$$\gamma(d) = \frac{\sigma \phi^2 \cdot \rho_1}{\sqrt{8\pi\lambda_0 \cdot t}} \left[ 1 - \exp\left\{-\frac{d^2}{8\lambda_0 \cdot t}\right\} \right] \quad (4.60)$$

と記されることになる。上式は、流れが一次元の場合において、物理則から導かれた水位の平準化過程の variogram であり、式中のパラメータは、 $\sigma \phi^2$ ：降雨によって形成された降雨停止時の水位分布  $\phi(x)$  の分散、 $\rho_1$ ： $\phi(x)$  の空間相関の white noise 近似に伴う係数、 $\lambda_0$ ：帯水層の水頭拡散率の平均値、 $d$ ：空間距離、 $t$ ：降雨停止時からの時刻である。

図-4.3 に、上式に基づく variogram の時間的変動を示す。同図には、不均質場における地下水位分布のもつ統計的な空間構造が、時間の経過とともに平準化してゆく過程が現れている。なお、上式に式(4.6)(4.47)を考慮すれば、水位の乱れ成分  $h_1(x, t)$  の分散  $\sigma^2_{h_1}$  および自己相関関数  $\rho_h(d)$  が

$$\sigma^2_{h_1} = \frac{\sigma \phi^2 \cdot \rho_1}{\sqrt{8 \pi \lambda_0 \cdot t}}, \quad \rho_h(d) = \exp \left\{ -\frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right\}$$

と表され、variogram は式(4.6)と同様

$$\gamma(d) = \sigma^2_{h_1} (1 - \rho_h(d)) \tag{4.61}$$

の形式となることから、 $h_1(x, t)$  は統計的定常性(stationary)に従っていることが示される。

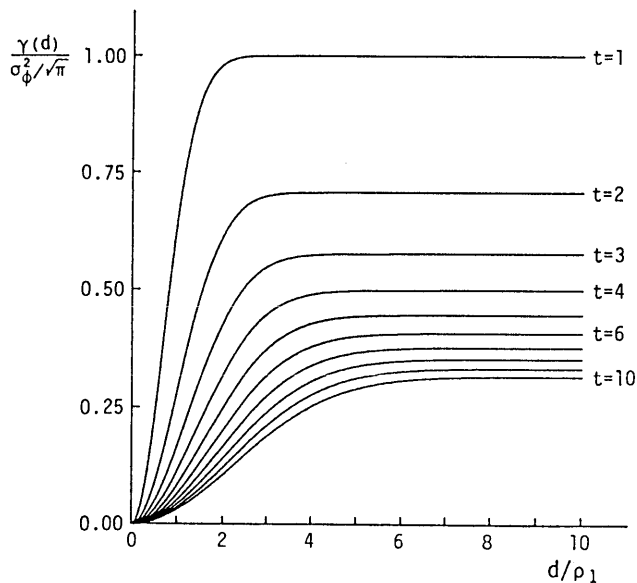


図-4.3 降雨後の地下水位分布の variogram  
(一次元,  $\rho_1 / \sqrt{8 \lambda_0} = 1.0$ )

(2) 二次元流れの場合

上に述べた一次元流れの解析は、水位分布の拡散が一方向に限られた場合の議論であり、領域内の流れ方向が一様とみなすことができる場合には適用可能であるが、現実の地下水流れは必ずしもそうではない。実際の帯水層を考えると、現象によっては厳密に三次元流として取り扱わなければならない場合もあろうが、広域地下水として扱われる現象では帯水層厚に比べ流れ場の水平方向の広がりの方が二桁ほども大きく、鉛直方向の流れは境界部を除けばきわめて小さいと考えることができる。したがって、通常の広域地下水解析では、流れを水平二次元流として取り扱うことが多い。そこで本節では、前項で一次元流に用いた手法を使って、流れが二次元的な場合の variogram を考えることにする。

一次元の場合と同様に、式(4.38)の第二項を無視すると、

$$h_1(x, y, t) = \int \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, x', y', t) \phi_1(x', y') dx' dy' \quad (4.62)$$

水位  $H'(x, y, t)$  の variogram は、 $x$  方向に距離差 (lag)  $d$  をとれば、

$$\begin{aligned} 2\gamma(d) &= \text{Var}[H'(x+d, y, t) - H'(x, y, t)] \\ &= E[(h_1(x+d, y, t) - h_1(x, y, t))^2] \end{aligned} \quad (4.63)$$

式(4.62)(4.63)より

$$\begin{aligned} \gamma(d) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \int \int_{-\infty}^{\infty} dx'' dy'' [G(x, y, x', y', t) G(x, y, x'', y'', t) \\ &\quad - G(x+d, y, x', y', t) G(x, y, x'', y'', t)] \cdot E[\phi_1(x', y') \phi_1(x'', y'')] \end{aligned} \quad (4.64)$$

$\phi_1(x, y)$  の共分散は、分散を  $\sigma^2$ 、自己相関関数を  $\rho_\phi$  として、

$$E[\phi_1(x', y') \phi_1(x'', y'')] = \sigma^2 \cdot \rho_\phi(x', x'', y', y'') \quad (4.65)$$

さらに  $\rho_\phi$  が white noise 近似できるとすれば、デルタ関数を用いて

$$\rho_\phi(x', x'', y', y'') = \rho_3 \cdot \delta(x' - x'') \cdot \delta(y' - y'') \quad (4.66)$$

ここに、 $\rho_3$ :  $\phi_1(x, y)$  の空間相関の white noise 近似に伴う補正定数である。

したがって、式(4.64)は

$$\begin{aligned}
 \gamma(d) &= \sigma^2 \phi^2 \cdot \rho_3 \int \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \int \int_{-\infty}^{\infty} dx'' dy'' [G(x, y, x', y', t) G(x, y, x'', y'', t) \\
 &\quad - G(x+d, y, x', y', t) G(x, y, x'', y'', t)] \cdot \delta(x' - x'') \cdot \delta(y' - y'') \\
 &= \sigma^2 \phi^2 \cdot \rho_3 \int \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \\
 &\quad \cdot [(G(x, y, x', y', t))^2 - G(x+d, y, x', y', t) G(x, y, x', y', t)] \\
 &= \frac{\sigma^2 \phi^2 \cdot \rho_3}{8 \pi \lambda_0 \cdot t} \left[ 1 - \exp \left\{ -\frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right\} \right] \tag{4.67}
 \end{aligned}$$

と記される。上式は、 $h_1(x, y, t)$ の分散を $\sigma_h^2$ 、自己相関関数を $\rho_h(d)$ と書いて書き直せば、式(4.61)同様

$$\gamma(d) = \sigma_h^2 (1 - \rho_h(d)) \tag{4.68}$$

$$\text{ここに、} \sigma_h^2 = \frac{\sigma^2 \phi^2 \cdot \rho_3}{8 \pi \lambda_0 \cdot t}, \quad \rho_h(d) = \exp \left\{ -\frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right\}$$

の形式にまとめられ、水位の乱れ成分 $h_1(x, y, t)$ は二次の定常性に従っていることがわかる。ここでは  $\text{lag } d$  を  $x$  方向にとったが、 $x-y$  平面上の任意の方向にとる場合でも同じ結果に帰着する。上式は、帯水層の不均質性に起因した水位の乱れ  $h_1(x, y, t)$  の variogram を与えており、その時間的な変化は図-4.4 に示すようである。同図によると、図-4.3 と同様に  $\gamma(d)$  は距離  $d$  が増大するに従って、ある一定値に漸近する形状を示している。通常、この一定値を 'sill'、sill に到達する距離を 'range' と呼んでいる<sup>8)</sup>。一般に variogram が sill と range をもった形状をとる場合、考えている状態変数は二次の定常性に従うことが知られているが、ここで求めた variogram もそうした事実を裏付けている。図-4.4 からわかるように、無降雨期間の継続に伴って  $t$  が増大すると、sill は急速に減少、range は徐々に増大している。これは現象が拡散的であり、降雨によって形成された水位分布のランダム性が時間とともに衰退し、空間的に相関をもった穏やかな分布へと平準化することを意味している。

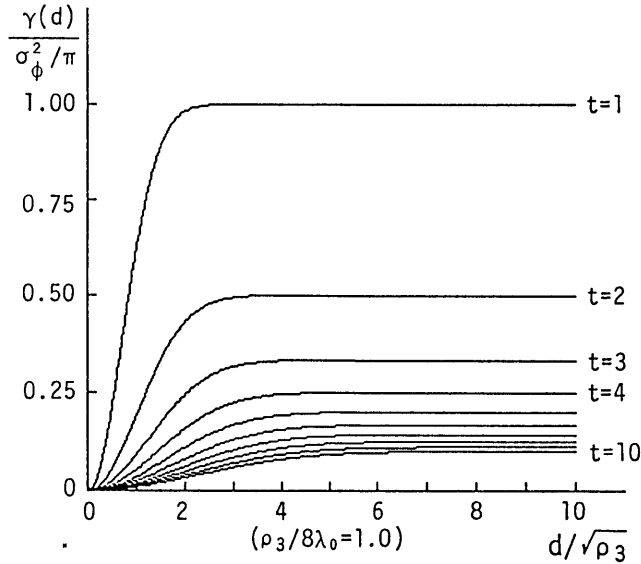


図-4.4 降雨後の地下水位分布の variogram  
(二次元,  $\rho_3 / (8 \lambda_0) = 1.0$ )

#### 4.3.4 水位変動速度の variogram

一般に地下水位の空間分布は、不透水基盤の傾斜や境界条件などのために空間的なドリフトをもつ。したがって、前項で解析を進めたように、水位の乱れ成分  $h_1$  は統計的に定常であっても、水位  $h$  自身の分布には定常性は成り立たない。しかしながら、水位分布の空間ドリフトは、多くの場合時間的には緩慢な変化をしないと考えられるので、確率変量として短期間の水位変動、あるいは水位変動速度  $\dot{h} (= \partial h / \partial t)$  を考える場合には、 $\dot{h}$  は統計的定常性に従う可能性が高いといえよう。そこで本節では、地下水位の時間的変動速度に対する variogram を求めることにする。簡単のために次元場について考えることにして、式(4.53)を時間で微分すると、

$$\dot{h}_1(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(x, x', t) \phi_1(x') dx' \quad (4.69)$$

したがって、 $\dot{H}_1(x, t)$  の variogram は

$$\gamma(d) = \frac{1}{2} \text{Var}[\dot{H}_1(x+d, t) - \dot{H}_1(x, t)] = \frac{1}{2} E[(\dot{h}_1(x+d, t) - \dot{h}_1(x, t))^2]$$

$$\begin{aligned}
&= \int \int_{-\infty}^{\infty} [\dot{G}(x, x', t) \dot{G}(x, x'', t) \\
&\quad - \dot{G}(x+d, x', t) \dot{G}(x, x'', t)] \cdot E[\phi_1(x') \phi_1(x'')] dx' dx'' \\
&= \sigma \phi^2 \cdot \int \int_{-\infty}^{\infty} [\dot{G}(x, x', t) \dot{G}(x, x'', t) \\
&\quad - \dot{G}(x+d, x', t) \dot{G}(x, x'', t)] \cdot \rho \phi(x' - x'') dx' dx'' \quad (4.70)
\end{aligned}$$

ここで,

$$F_2(d, t) = \int \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(x+d, x', t) \dot{G}(x, x'', t) \cdot \rho \phi(x' - x'') dx' dx'' \quad (4.71)$$

とおくと

$$\gamma(d) = \sigma \phi^2 [F_2(0, t) - F_2(d, t)] \quad (4.72)$$

$G(x, t)$ の時間微分は,

$$\dot{G}(x, t) = \left[ \frac{x^2}{4 \lambda_0 t^2} - \frac{1}{2t} \right] G(x, t) \quad (4.73)$$

さらに,  $\rho \phi$ について式(4.46)を考慮すると,

$$\begin{aligned}
F_2(d, t) &= \rho_1 \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(x+d, x', t) \dot{G}(x, x', t) dx' \\
&= \frac{3 \rho_1}{16 \sqrt{8 \pi \lambda_0 \cdot t^5}} \exp \left[ -\frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right] \\
&\quad \cdot \left[ 1 + \frac{4}{3} \left\{ \frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right\}^2 - 4 \left\{ \frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right\} \right]
\end{aligned}$$

したがって, 水位変動速度の variogram 式(4.72)は

$$\begin{aligned}
\gamma(d) &= \frac{3 \sigma \phi^2 \cdot \rho_1}{16 \sqrt{8 \pi \lambda_0 \cdot t^5}} \left[ 1 - \exp \left[ -\frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right] \right. \\
&\quad \cdot \left. \left\{ 1 + \frac{4}{3} \left( \frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right)^2 - 4 \left( \frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right) \right\} \right] \quad (4.74)
\end{aligned}$$

となる。

図-4.5は式(4.74), および式(4.74)の { } 中の第二, 第三項を除いた単純な場合, すなわち

$$\gamma(d) = \frac{3 \sigma \phi^2 \cdot \rho_1}{16 \sqrt{8 \pi \lambda_0 \cdot t^5}} \left[ 1 - \exp \left\{ -\frac{d^2}{8 \lambda_0 \cdot t} \right\} \right] \quad (4.75)$$

による  $H'$  の variogramの時間的変動を示している。同図において, 式(4.74)の曲線には距離  $d$  の小さい範囲で,  $d \rightarrow \infty$  の場合より大きな値がみられる。これは解析における種々の近似に基づくものと考えられるが,  $d$  がある程度大きい範囲では式(4.75)の曲線と大差がないことから, 実際の解析ではより簡単な式(4.75)を用いることにする。図からわかるように, この場合にも variogramの形状には sillと rangeが存在し, sillは時間とともに小さくなっている。しかし, 今回の場合, 縦軸は水位分布の場合と異なり対数軸であるので, 水位変動の空間状態のランダム性はより急速に平滑化することが考えられる。

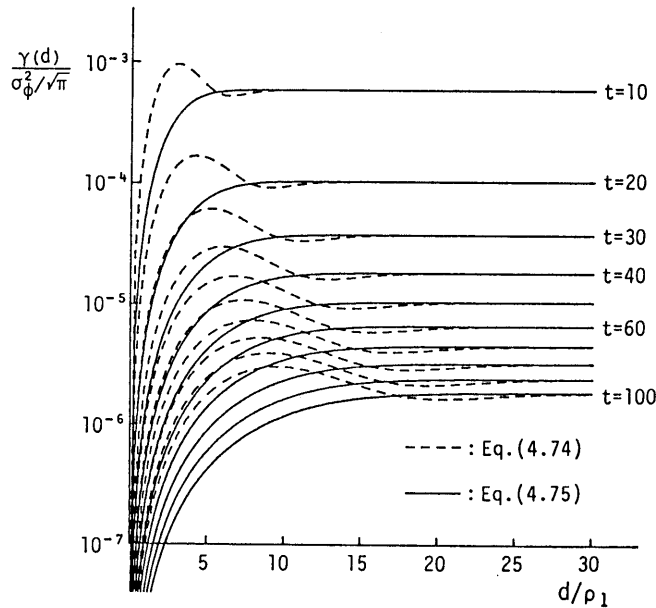


図-4.5 降雨後の水位変動速度の variogram  
(次元,  $\rho_1/\sqrt{8 \lambda_0}=1.0$ )

#### 4.4 実流域における降雨後の地下水位状態の統計的評価

前節では、地下水位および水位変動速度の統計的空間構造を表わす variogram の関数形を、地下水流れの基礎方程式をもとに理論的に導出した。本節では、得られた理論variogram の工学的活用の一例として、空間的にランダムに変動する確率変量の空間分布を地点観測データから統計的に推定しようとする Kriging法に理論variogramを導入し、実際の観測データをKriging解析することを試みよう。

解析の対象領域として第2章で述べた試験流域Bをとりあげる。流域Bは、図-4.6に示す面積約0.23km<sup>2</sup>の緩やかな傾斜地域であり、8本の観測井が設置されている。図-4.7は、この流域での4年間にわたる観測データのうち、1983年9月～1984年2月に隔日に計測した水位データである。図からわかるように、各地点の観測水位は、標高30mから50m付近まで広い範囲に存在しているうえ、降雨に対し鋭く上昇するものからほとんど応答しないものまで、井戸により変動が大きく異なるために、データだけから地下水位の空間状態を把握することは難しい。Kriging法は、こうした状況において客観的に空間状態を推定するばかりでなく、その推定誤差をも定量的に評価できる点に特徴がある。ただし、通常の Kriging 解析では、推定に重要な役割を果たす variogramの関数形を数少ない地点観測値から経験的に定めざるを得ない、という弱点があったのに対して、以下で行おうとする Kriging解析は、地下水流れの力学構造に基礎をおいて理論的に得られた variogram を推定の媒介として用いるものであり、統計的な推定手法に物理的な力学構造を結合することによって、未知変量の空間分布を評価しようとするものである。

##### 4.4.1 水位変動速度の空間分布推定

###### (1) 実測値による variogram と理論 variogram との比較

前章では、水平な無限帯水層を取り扱ったが、一般の広域地下水現象では、この条件は必ずしも満たされない。例えば、帯水層が河川や湖沼に接する等、境界に近い地域では、地下水位への境界水理条件の影響が無視できない。また、通常、帯水層は少なからず傾斜をもっている。このような場合、地下水位の空間分布にはもはや平均値一定のランダム分布を仮定できず、なんらかの空間的ドリフトが存在する。

前述したように、今回の対象地域でも不透水基盤が緩やかに傾斜している。図-4.7に示した無降雨期の水位低減データにおいて、定常性を仮定した式(4.5)



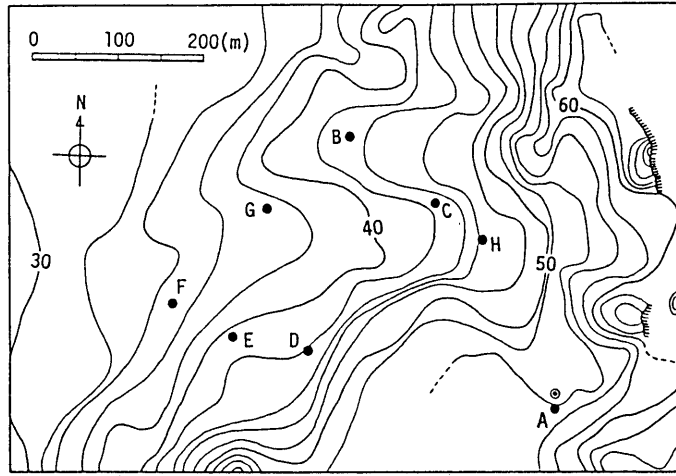


図-4.6 Kriging 解析の対象地域 (● 観測井, ◎ 自記雨量計)

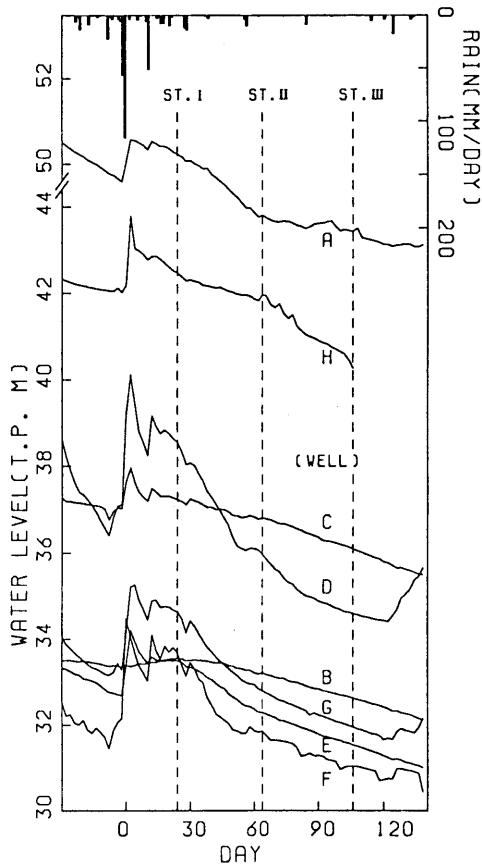


図-4.7 観測水位データ (1983.9~1984.2)

によって variogramを求めると図-4.8が得られる。同図は、観測井間の距離を30m毎にクラス分けし、3つの時間断面(図-4.7の ST. I, II, III)の観測値を用いたものである。図-4.8によると、 $\gamma$ はdに関して放物線的に増加しているが、時間的な変化はほとんどみられない。このように各地点の地下水位が時間的に大きく変動しているにもかかわらず  $\gamma(d)$ にそれが反映されないのは、不透水基盤の勾配等に起因する時間的に変化しない空間変動成分が観測水位の空間変動のうち多くの部分を占めるためと考えられる。すなわち、標高値で表された観測水位は、基盤勾配の影響を受けて空間的ドリフトをもっており、式(4.3)の統計的定常性は成り立たないと判断される。

帯水層の傾斜による観測水位の空間ドリフトは、水位の時間的変動速度を考える場合には小さくなるものと考えられる。図-4.9は、図-4.8と同じデータを用いて、水位変動速度の variogram を式(4.5)より求めたものである。図中の実線は、 $\gamma(d)$ の理論解・式(4.75)である(脚注参照)。各時刻(ST.)において、プロットはそれぞれある程度ばらついているものの、dに関してほぼ一定の範囲にある。これは、水位変動速度の分布が空間的に一定の傾向をもたないランダム分布であり、水位変動速度は二次定常性に従うとみなすことができることを意味している。異なった時刻(ST. I, II, III)間でのプロットを比較すると、 $\gamma$ の値は時間の経過にともないオーダー的に低下しており、実線の理論解はその変化をほぼ捕らえている。理論解の計算に当たっては、 $\lambda_0=10.0(\text{m}^2/\text{day})$ とおいているが、これは、帯水層を例えばシルト混じり細砂層と考え、 $K_0H_0=1.0$ 、 $S_0=0.1$ とおいた場合に相当する。もう一つのパラメータである $\sigma^2\phi_1$ は、初期水位の不確定成分 $\phi_1$ の分散に関するもので、ここでは500とおいている。式(4.75)は、水平無限帯水層における近似解であり、厳密には傾斜した帯水層には適用できないが、当試験流域の基盤の傾斜は2~3°程度であるため、水位変動速度に関しては図のような良い一致がみられたのであろう。

## (2) 水位変動速度の Kriging

現地観測データとの比較によって、式(4.75)で表現された水位変動速度の理論

---

注) 式(4.75)は一次元場の近似解である。等方二次元あるいは三次元場における variogram は、一次元のものに比べ空間的変動性は同様であるが、sillの時間的低下が順次若干早くなる。しかし、この効果は水位の低減当初に限られるので、図-4.9では近似的に実測値による variogram と一次元解とを対比した。

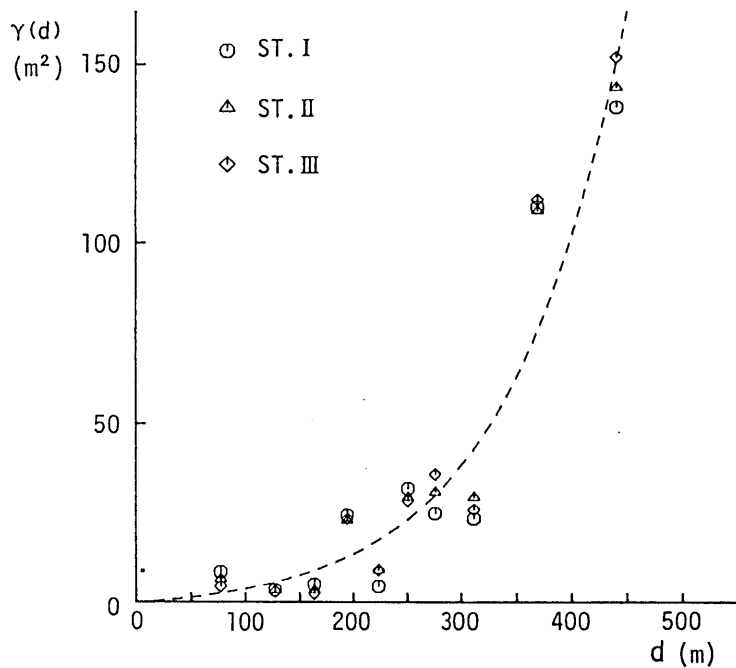


図-4.8 実測水位の variogram (式(4.5)による)

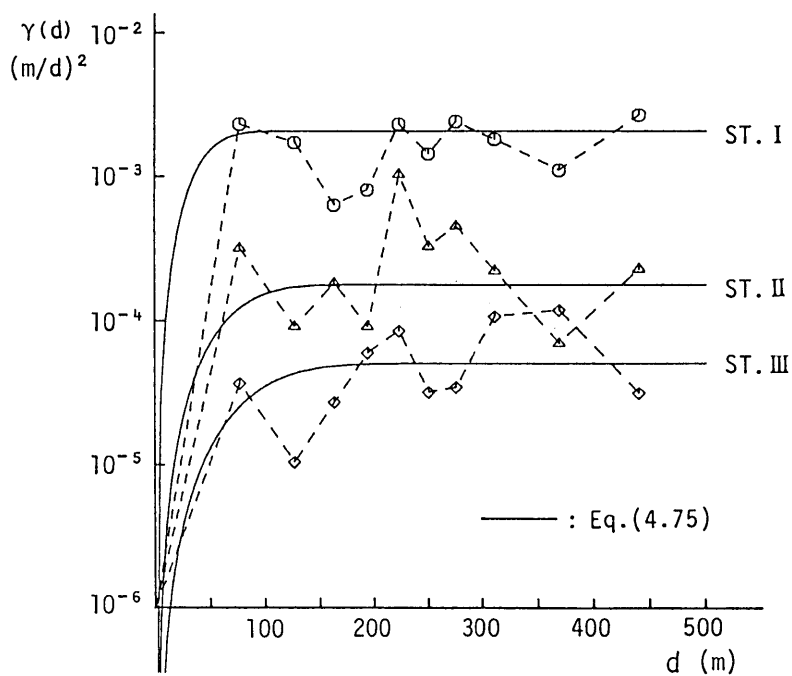


図-4.9 実測水位変動速度の variogram

variogram の妥当性が示されたので、これを用いて試験流域の地下水位変動の状態推定を行なうことにする。任意の推定地点 $X$ について、定常確率場でのKriging方程式(4.10)(4.11)を解くことにより各観測値の荷重係数 $W$ が求まり、式(4.8)から $H$ の推定値が算出される。また、式(4.12)によってKriging分散、すなわち推定値の信頼度が示される。

図-4.10, 4.11は、図-4.7に示した観測データのST. I, II, IIIの3つの時間断面におけるKriging推定値とKriging分散である。推定地点はvariogramの形状を反映するような空間密度でとるべきであるが、ここでは試行的に38m間隔とし、領域全体で135点で行った。ST. Iは豪雨後24日後の状態であって、図-4.10の $H$ の推定値は井戸D, Fで高く尖り、井戸B, Eで逆に深くなるなど、大きな変動を示している。ST. II, ST. IIIは、無降雨期間がそれぞれ64日, 104日続いた後の状態であって、 $H$ の推定値の分布は徐々に滑らかなものになっている。一方、図-4.11のKriging分散は、ST. I, II, IIIを比較して空間分布はあまり変わらないものの、その絶対値は急速に減少している。これは、 $H$ のvariogramが時間的には図-4.9のように変化するためであり、Kriging推定値の信頼度が無降雨期間の経過とともに大きく向上していることを示している。

### (3) 水位変動速度のConditional Simulation

図-4.12は、図-4.10と同じ3つの時間断面(ST. I, II, III)について行なったConditional Simulation結果の一例である。同図には、確率場として真値のもつ一つの実現値が表されており、水位変動速度の空間的変化特性を読み取ることができる。すなわち、ST. Iでは、水位が急激に上昇する地点と緩慢な動きをする地点とがランダムに混在し、きわめて複雑な地下水状態を呈しているのに対し、ST. II, IIIでは、時間の経過とともに、水位低減速度の分布が徐々に落ち着いたものになって行く様子が明瞭に示されている。これらの図は、地下水位の観測データについて非常に重要なことを示唆している。すなわち、豪雨直後のST. Iのような状態では、少ない観測地点で領域内の地下水位変動の全体を把握することはかなり困難であるが、無降雨期間が長く続いた後では、わずかな観測地点でも広い地域の地下水状態を知ることができるといえる。言い換えれば、観測水位データの信頼性・有用性は現象のおかれた状況によって大きく変動するのであって、観測網が同一であっても現象に対する観測精度は時間的に一定ではない。したがって、水位観測値を用いて地下水に関する種々の工学的判断を行なう際には、地下水状態がどのような状況にあるのかを十分に考慮して、観測水位データのもつ価値を見きわめることが肝要であろう。

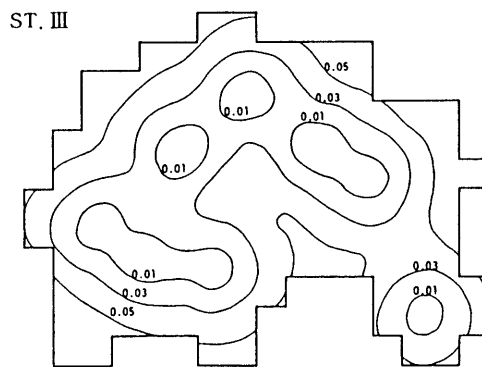
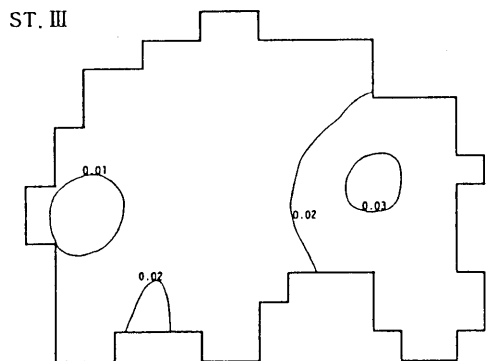
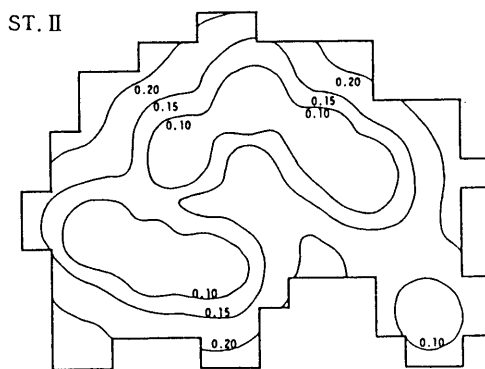
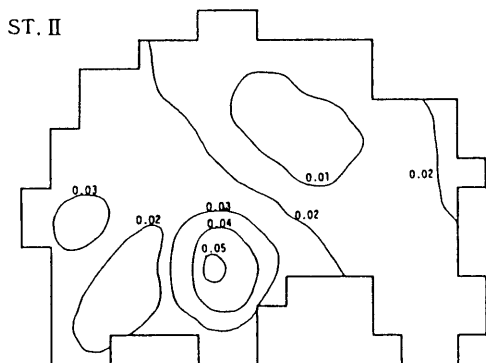
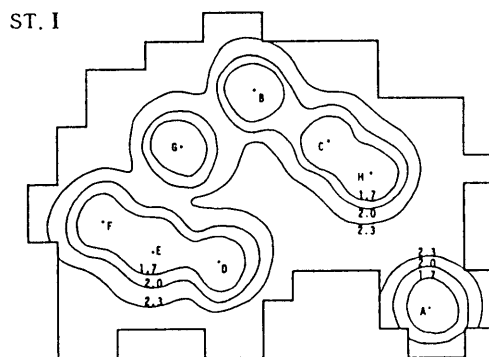
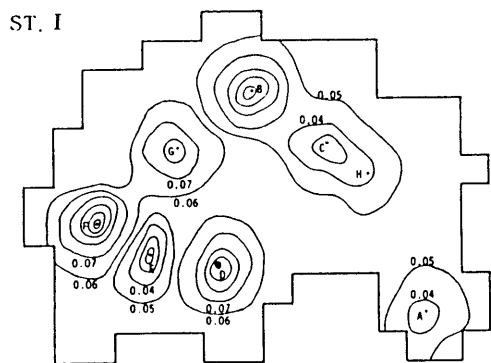
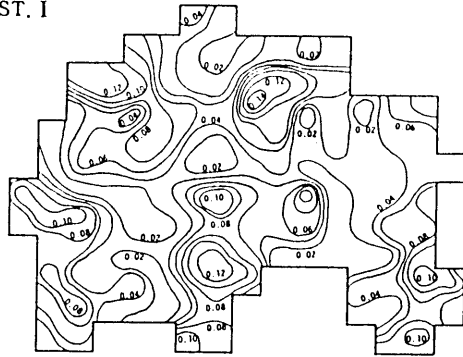


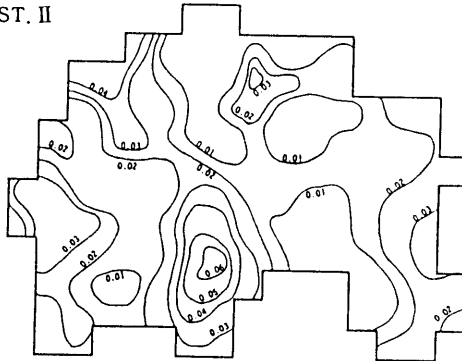
図-4.10 水位変動速度の Kriging推定値  
(m/day)

図-4.11 左図の Kriging分散  
( $\times 10^{-3}$ , (m/day)<sup>2</sup>)

ST. I



ST. II



ST. III

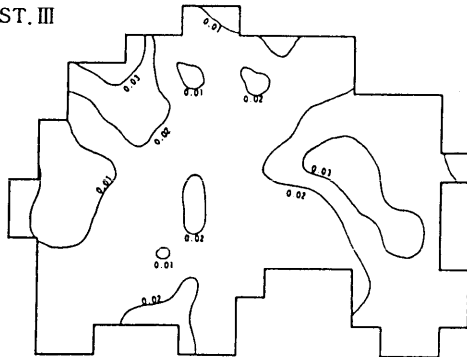


図-4.12 水位変動速度の Conditional Simulation (m/day)

#### 4.4.2 地下水位の空間分布推定

本節では、variogram の近似式(4.67)を媒介として、実測データに基づく水位分布の Kriging 推定を行う。地下水位の分布には空間 drift が存在するために、解析にあたっては 何らかの方法によって drift を処理する必要がある。そこで以下では、4.2.3 で述べた Universal Kriging の手法に従って、drift を多項式で表現し、観測情報からその項数を決定することを試みた。なお、Kriging 解析は、前節と同様、図-4.7 に記した3つの時間断面 (ST. I, II, III) について行なうことにする。

##### (1) drift 項数と variogram の推定

まず、水位の drift を重回帰分析により推定する。drift  $m(x)$  は、領域が小さいことから、式(4.20)のように多項式曲面で表現し、赤池の情報量基準(AIC)<sup>16)</sup>

$$AIC = 2x(\text{最大対数尤度}) + 2x(\text{回帰モデルのパラメータ数}) \quad (4.76)$$

によって最適項数を決定した。その結果、AIC が最小になる drift 項数  $k$  は、どの時間断面においても  $k = 6$  (二次 drift) であり、各項の係数値 および残差分散は表-4.1 のようであった。これを見ると、 $X, Y$  の係数は時間的に若干減少するものの、 $X^2, Y^2, XY$  の係数に比べ3オーダー程度大きい。このことは、drift の多くの部分が時間的に変化しない線形成分によって占められていることを意味する。この試験流域の地層が単斜構造を成している<sup>17)</sup>ことを考え合わせれば、この水位の drift は帯水層の傾斜を反映したものであると考えられる。

つぎに水位の variogram の推定を行う。式(4.68)に示したように、variogram  $\gamma(d)$  は水位の分散  $\sigma_h^2$  と  $h_1(x, y, t)$  の自己相関関数  $\rho_h(d)$  から構成されている。 $\rho_h(d)$  は帯水層の平均的水頭拡散率  $\lambda_0$  のみに依存しているので、透水(量)係数や有効間隙率の平均値が与えられれば、 $\gamma(d)$  の空間的相関性をおさえることができる。ここでは、地質がシルト混じり細砂であるため  $\lambda_0 = 10.0 (\text{m}^2/\text{day})$  と仮定した。一方、 $\sigma_h^2$  は、 $\lambda_0$  のほかに未知パラメータとして  $\sigma_\phi^2 \rho_3$  を含んでいるが、drift 推定により得られた残差分散と比較することにより同定することができる。図-4.13は  $\sigma_h^2$  の理論値と drift 推定による残差分散との比較を示している。 $\gamma(d)$  の理論式における分散(実線)は残差分散(プロット)の時間的挙動をほぼとらえているといえる。

表-4.1 drift の推定結果

$a_1$	ST. I	ST. II	ST. III
$a_1$	19.41	24.30	26.10
$a_2$	0.051	0.025	0.016
$a_3$	0.076	0.042	0.026
$a_4$	$9.8 \times 10^{-6}$	$3.7 \times 10^{-5}$	$4.9 \times 10^{-5}$
$a_5$	$-1.2 \times 10^{-4}$	$-6.9 \times 10^{-5}$	$-3.2 \times 10^{-5}$
$a_6$	$-1.3 \times 10^{-4}$	$-7.3 \times 10^{-5}$	$-7.5 \times 10^{-5}$
Var ( $m^2$ )	.520	.274	.094

$$\text{drift: } m(X) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5y^2 + a_6xy$$

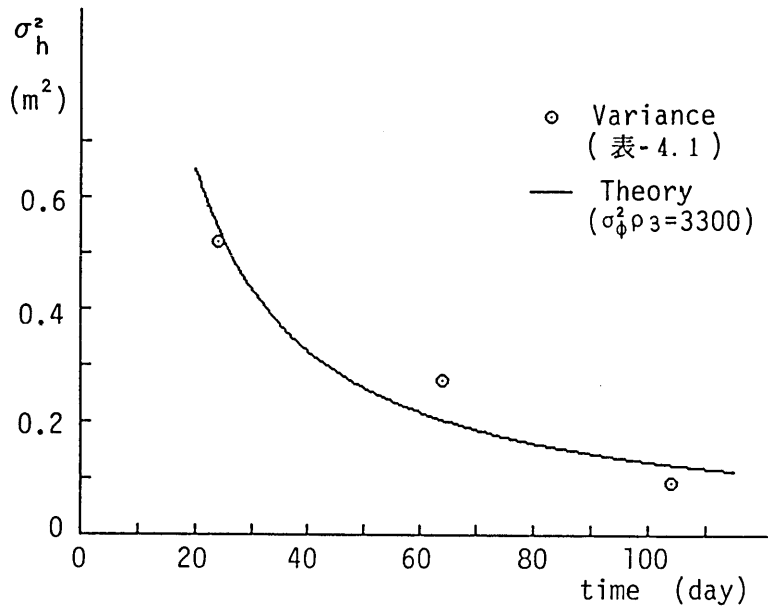


図-4.13 残差分散の時間変化による variogram の未知パラメータの同定



## (2) 水位分布の Universal Kriging

求められた統計量を用いて、時刻ST. I, II, IIIにおける水位分布のKriging推定を行なった。推定地点は約20m間隔の格子点とし、領域全体で600地点設けた。解析結果を図-4.14, 図-4.15に示す。図-4.14は driftを考慮して推定された水位分布であり、図-4.15は推定誤差であるKriging偏差(分散の平方根)の分布である。これらの分布は、各時刻において観測情報から期待される最も客観的な地下水状態とその信頼限界を表している。まず、図-4.14をみると、水位分布は東(右)から北西(左上)にかけて尾根状に下がっており、時間とともに水位の“尾根”は崩れ、全体的に低下している。一方、これらに対する推定誤差の分布(図-4.15)をみると、当然のことながらどの時刻においても、誤差は観測井の存在する領域の中央部で小さく周辺部で大きい傾向にある。しかし、その絶対値は時刻によって大きく異なっている。ST. Iでは、中央部で1m前後であるが、周辺部では数mにも達しているのに対し、ST. IIIになると、領域の大半で50cm未満、周辺部においても1m程度にまで縮小している。これは降雨後の時間経過に伴い、水位分布のランダム性が急速に衰退するために、水位の地点観測値の空間的代表的スケールが増大し、推定精度が領域全体にわたって向上しているのである。

以上のようにして得られた地下水状態のKriging結果は、推定値の空間分布とその誤差分布をとともに用いることにより、流域内の地下水流れを解析・評価する際に有用な情報を提供する。とくに従来、地下水位の空間分布が数少ない地点データから経験的な推測によって得られてきたことを考えれば、降雨によって水位がランダムに乱された状況下においても客観的に水位分布を推定することが可能となり、不圧地下水の解析過程に合理的な判断材料を与えることができることは、工学的に大きな意義をもつといえよう。

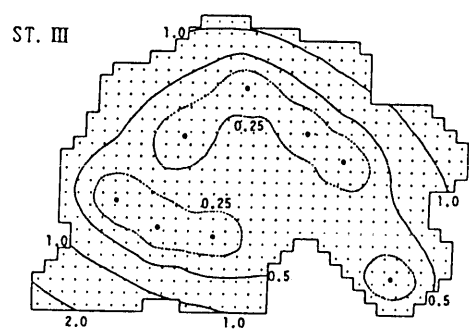
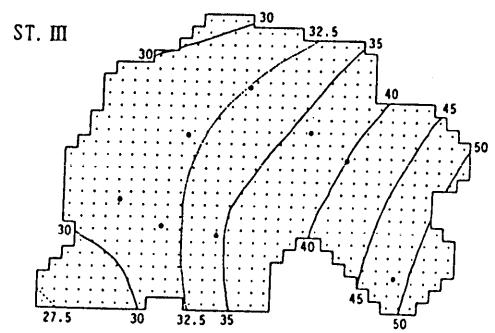
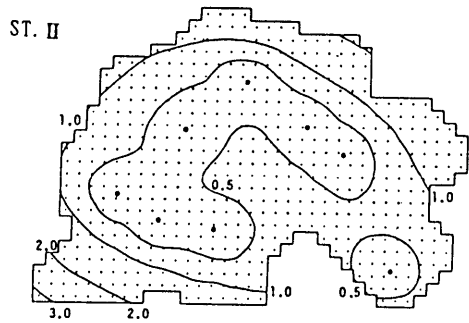
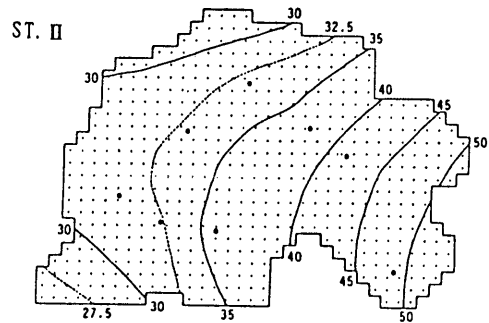
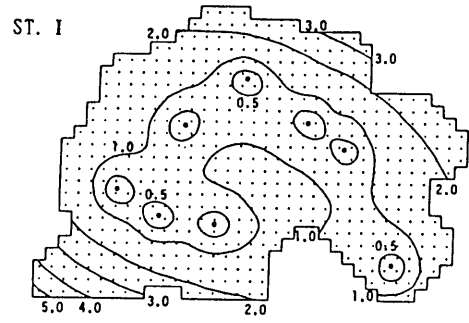
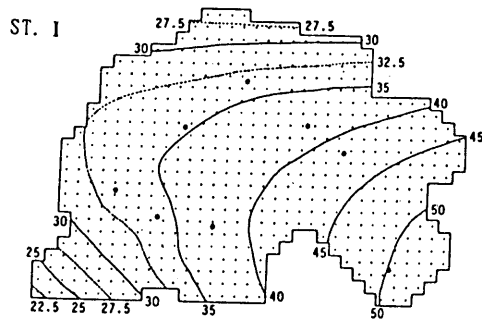


図-4.14 水位分布の Kriging 推定値  
(T.P. m)

図-4.15 左図の Kriging 推定誤差  
(m)

#### 4. 5 結 語

試験流域での地下水位観測結果からもわかるように、降雨に伴う水位の変動は、帯水層の不均質性や降雨浸透の空間的非一様性に起因して場所的に大きく異なり、限られた観測値から地下水位の空間状態を知ることはきわめて難しい。本章では、そうした不均質な流れ場における地下水挙動、とくに降雨によって乱された不圧地下水位の分布が無降雨期に平準化する過程を対象に、地下水状態の変動を確率場における物理過程とみなし、統計的な概念と流れの力学構造を結合することによって、数少ない観測水位データから空間状態を客観的に推定する手法を示し、その適用性について検討した。本章で得られた主な知見は以下のとおりである。

(1) 不均質場における地下水状態を二次元確率場における確率変量とみなせば、統計的な空間分布推定法である Kriging法 および Conditional Simulation の手法を用いることができる。しかし、実際には観測水位データが十分に得られないだけでなく、地下水位の分布に地層構造や境界条件によって規定された空間 drift が存在するため、いかにして drift を処理し variogram を推定するかが大きな問題となる。ただし、確率変量として水位の変動速度をとる場合には、空間 drift の影響は小さくなり、その空間的広がりも、平均値一定のランダム分布とみなすことが可能である。

(2) 地下水の基礎方程式を摂動展開することにより、降雨後の地下水位および水位変動速度の統計的空間構造を表わす variogram を流れの物理則に基づいて導出した。その形状は 'range' と 'sill' をもつもので、降雨後の時間経過に伴い、range は徐々に増大、sill は急速に減少することが明らかとなった。

(3) 水位変動速度に対し理論的に導かれた variogram は、試験流域での実測水位から求められた variogram をほぼ説明した。とくに、時間経過に伴う sill の低減では両者の良い一致がみられた。

(4) 理論的に導いた variogram を媒介にして、試験地域の地下水位分布 および水位変動速度の空間状態の Kriging 推定と Conditional Simulation を行なった。その結果、不圧地下水位の空間状態は、降雨直後には極めて複雑であるものの、無降雨期間の経過に伴って次第に落ち着いたものに変化し、地下水状態を考えるうえで、観測水位データの空間的代表性は急速に拡大することが示された。

(5) 水位の空間 drift を重回帰分析により求め、その際に得られる残差分散を理論的な variogram に考慮することによって、観測井が少ない場合においても、Universal Kriging 法を用いた水位の空間推定が可能であることが示された。

## 参 考 文 献

- 1) Journel, A. G. and C. H. J. Huijbregts : "Mining Geostatistics", Academic Press, London, 1978.
- 2) Huijbregts, C. J. : Regionalized Variables and Quantitative Analysis of Spatial Data, in "Display and Analysis of Spatial Data", ed. by J. C. Davis and M. J. McCullagh, pp. 38-53, John Wiley & Sons, New York, 1973.
- 3) Delfiner, P. and J. P. Delhomme : Optimum Interpolation by Kriging, in "Display and Analysis of Spatial Data", ed. by J. C. Davis and M. J. McCullagh, pp. 38-53, John Wiley & Sons, New York, 1973.
- 4) 高木不折・原田守博：不均質場における降雨後の不圧地下水状態の統計的評価，土木学会論文集，第387号/II-8，pp. 85-94，1987.
- 5) 原田守博・高木不折：降雨による地下水状態の空間的変化特性とその観測精度，第3回水資源に関するシンポジウム前刷集，pp. 439-444，1987.
- 6) 原田守博・高木不折：地点観測値に基づく地下水位分布の統計的推定と観測網の評価，第32回水理講演会論文集，pp. 377-382，1988.
- 7) Takagi, F. and M. Harada : Stochastic Estimation of Groundwater Head-Field in Heterogeneous Region, Proc. 6th Congress APD-IAHR, Kyoto, pp. 477-484, 1988.
- 8) Delhomme, J. P. : Kriging in the Hydrosociences, Advan. Water Resour., Vol. 1, No. 5, pp. 251-266, 1978.
- 9) Freeze, R. A. : A Stochastic-Conceptual Analysis of One-Dimensional Groundwater Flow in Non-uniform Homogeneous Media, Water Resour. Res., Vol. 11, No. 5, pp. 725-741, 1975.
- 10) Delhomme, J. P. : Spatial Variability and Uncertainty in Groundwater Flow Parameters : A Geostatistical Approach, Water Resour. Res., Vol. 15, No. 2, pp. 269-280, 1979.
- 11) 原田守博・内田光一・高木不折：地下水流動モデルのパラメータ評価に関する一考察，第39回土木学会年次学術講演会概要集，II-3，pp. 5-6，1984.
- 12) Clifton, P. M. and S. P. Neuman : Effects of Kriging and Inverse Modeling on Conditional Simulation of the Avra Valley Aquifer in Southern Arizona, Water Resour. Res., Vol. 18, No. 4, pp. 1215-1234, 1982.

- 13) 古市 徹：環境移流拡散現象の解析手法と数値シミュレーションに関する研究，京都大学学位論文，1984.
- 14) Bras, R. L. and I. Rodríguez-Iturbe : "Random Functions and Hydrology", Addison-Wesley, 1985.
- 15) Dagan, G. : Analysis of Flow Through Heterogeneous Random Aquifers, 2. Unsteady Flow in Confined Formations, Water Resour. Res., Vol. 18, No. 5, pp. 1571-1585, 1982.
- 16) 坂元慶行・石黒真木夫・北川源四郎：「情報量統計学」，共立出版，1983.
- 17) 高木不折・原田守博・内田光一：小牧東部丘陵地における地下水位の変動特性に関する一考察，日本地下水学会誌，Vol. 27, No. 4, pp. 171-182, 1985.

## 第5章 不圧地下水位の観測手法と

### 観測情報の工学的活用

#### 5.1 概説

一般に地下水の観測は、対象地域に観測井を配置し、その水位測定値から地下水位（水頭）の空間的分布を示す「地下水面図」を描くことから始まる。そうした井戸での水位データは、現在のところ、流れの様子を解析する際の唯一の基礎情報といってよい。しかしながら、現実問題として地下水位の空間分布を知ろうとする場合、データが高い密度でかつ十分な精度で得られることは稀であり、しばしば“暗闇での手探り”にも似た状況が生じている。

このように地下水状態の把握を難しくする原因を分類すると、まず、地下水が面的に観測することが困難で、地点データに頼って空間状態を判断せざるを得ないことが挙げられる。もっとも、面的に観測できない現象は、地下水に限らず、自然現象の中に数多く存在する。しかし、地下水の場合、現象が地下で起きており、観測されていない地点の様子は視覚的にすら捉えられない、という特質があり、現象の“平均的特性”でさえ把握できないという困難さを含んでいる。さらに、データの量という点では、観測井の数が非常に限られるうえ、その配置が不規則であるため、データを高い空間密度で得ることが望めないことも大きな問題として挙げられる。

地下水観測のもう一つの特徴は、通常、計測できる水理量が地下水位（水頭）に限られることである。すなわち、特定の湧水地点を除けば、地下水の流速・流量・流向といった流れそのものの情報を得ることはきわめて難しく、多くの場合、水位（水頭）という状態量しか測り得ない。近年、ボーリング孔内におけるトレーサーの移流特性から地下水流れの流向・流速を推定する手法が考案されつつあるが、孔内の流れと外部の地下水流れとの対応性や、ボーリング孔の存在が元の地下水流れに及ぼす影響などが検討されている段階にあり<sup>1)</sup>、計測器として十分な信頼を得るには至っていない。したがって、現段階では、広域地下水の水理・水文学的な観測項目は水位（水頭）に限られるのが実状である。

それでは地下水位（水頭）データの観測精度はどうであろうか？ 前章までに示してきたように、帯水層は一般に不均質であり、人為的要因も影響して、水位

データは局所的に特異な変動を示すことが多い。とくに、場の不均質性の影響は不圧地下水の場合に顕著であって、観測水位は降雨にともない井戸ごとに大きく異なった変動をすることが少なくない。すなわち、水位の地点データには、流域スケールの水位変動に大小様々な局所スケールの変動成分が重なり合っており、広域の地下水状態として扱うべき現象の実際を判断するうえでどの程度の信頼性をもっているのかも明確でない。本研究では、こうした不圧地下水状態の時間的変化を確率場におけるランダム現象としてとらえ、流れの物理則を基礎とした現象の定量的表現をめざすと同時に、地点観測値をもとに水位の空間状態を統計的に推定することを試みてきた。

本章では前章までの結果を踏まえて、実際の流域での不圧地下水観測の方法と、その結果得られる観測情報の地下水解析への活用方法について考えることにする。まず 5.2 においては、地下水位の観測精度と観測井の空間的密度の問題に焦点を当て、現象の変動特性に対応した観測網のあり方について考察を行なう。そして 5.3 では、観測情報の広域地下水解析への活用事例として、水位の地点データに基づき不均質帯水層の水理定数を逆解析によって同定する問題を取りあげる。透水係数等の帯水層定数は、揚水試験を引合いに出すまでもなく、本来、流量や流速の情報を基礎として定められるべきものである。しかし、上述のように、流域規模の地下水観測では流れそのものを測ることができず、水位という状態量しか得られない。それゆえ広域地下水解析では、複雑な水位挙動のデータを基礎として不均質な実流域の水理定数を推測せねばならない。本章では、そうした不均質場での逆解析問題において、従来と同定手法の問題点を指摘するとともに、それを補足する意味において、従来とは異なった観点に立つ新たな同定方法を提案する<sup>2)</sup>。

## 5.2 地下水位の観測網と観測精度

### 5.2.1 観測井の空間配置に関する従来の研究

地下水流れの観測は、前述したような現実的な困難さを本質的にもっているため、実際の観測に当たっては、観測網、すなわち観測井の本数とその空間配置に関して綿密な計画を立てることが望まれる。しかしながら、従来、観測網の設計や観測精度について言及した研究はほとんどない。気象に係る分野では、雨量計の配置計画と観測情報の利用に関連した多くの研究<sup>3)-5)</sup>がなされてきてい

るにもかかわらず、地下水位については、わずかに山本荘毅<sup>6)</sup>による観測井密度の指針がある程度である。

山本は、昭和25年の論文「地下水調査に於ける観測点の選び方」(口頭発表は昭和22年)の中で、(1)最も経済的で、かつ(2)観測の目的を達するための観測井密度について確率による指針を提案している。ここで(1)の条件は単位面積中の井戸本数が最も少なくて済むことを意味し、(2)の条件は地下水の賦存状態を識別する、さらには所定の空間スケールでの「地下水体」を把握することができることを指す。山本は、気象学における研究を参考にして、単位面積中にn個の観測井が不規則に存在する場合に半径aの水体を検出できるためには、半径aの円の中に少なくとも一つの観測井が入ればよいと考え、その確率を次式で表した<sup>6)</sup>。

$$P = 1 - \exp(-n \pi a^2)$$

これは、ランダム運動する気体の分子間距離の確率など指数分布で表される問題と同等であり、一つの観測井が存在する平均面積が(1/n)であるときに面積A内に観測井が一つ入る確率が  $n \cdot \exp(-n A)$  であることから与えられる。山本は、上式を用いて種々のスケールの地下水体をとらえるための観測井密度を論じており、異なるスケールの現象を同一の観測網でとらえることは無謀である、と指摘している。

こうした山本の研究は、明確な指針が確立されていない地下水観測の現状を考えれば、現在においても高く評価されるべきであろう。しかしながら、上式は、単に観測点の平均密度と実際の観測点間距離の関係を示したものにすぎず、流れの物理的特性は一切考慮されていない。言うまでもなく、実際の地下水挙動は大小様々な空間スケールの成分からなる非正常現象であるから、時間的に固定された観測網から得られる情報もまた時間的に盛衰するはずである。次節では、そうした観測情報のもつ有益性が時間的に変動する一例として、Kriging法による空間推定の精度の時間的変化と観測網との係わりについて考察する。

### 5.2.2 観測井の空間密度と地下水状態の推定誤差

前章の4.4.2では、流域B内での水位観測値をもとに Universal Kriging法によって地下水状態の空間推定を行なった。その結果、最適な水位分布として Kriging推定値が、その信頼性を表わすものとして Kriging分散(または Kriging偏差)が得られた。Kriging分散は式(4.12)や式(4.24)からもわかるように、現象の空間的変動性と観測井の配置で決まり、観測値そのものには依存しない。そ



ここで以下では、流域 B を対象として、実際の観測井の分布とは別個に、観測井が格子状に配置された仮想的な観測網を設定し、井戸の空間密度を変化させることによって推定誤差が観測井密度にどのような影響を受けるかを試算してみよう<sup>7)</sup>。

図-5.1 に仮想的な観測井の設定位置を示す。図のように、観測井を領域全体に格子状に 間隔 200m (CASE-1), 140m (CASE-2), 100m (CASE-3) で配置すると、観測井本数はそれぞれ 7 本 (□印), 13 本 (○印), 25 本 (△印) となる。領域内で生じている地下水位変動は、前章で扱った variogram に従うものとする。すなわち、地下水位分布の確率的な変動特性を表わす水位分散  $\sigma_h^2$ , および水位の自己相関関数  $\rho_h(d)$  は式 (4.68) の形式をとるものとし、そのパラメータ値は前章で定めた通りの値とする。

図-5.2 は各 CASE において求められた Kriging 誤差の空間分布を領域全体で平均した値  $\bar{E}$  を示している。図中のプロット (⊙) は、実際の観測井配置の場合の Kriging 誤差の空間分布 (前章 図-4.15) の領域全体の平均値である。図-4.15 の場合 観測井は 8 本であったが、それらの配置が中央に集中していたために、Kriging 誤差は今回仮想的に設定したどの CASE よりも大きなものとなっている。すなわち、CASE-1 のように 井戸本数がわずかに 7 本の場合でも、領域全体に均等に配置された場合の方が実際の観測網の場合よりも高い精度が得られている。CASE-1, 2, 3 を比較すると、誤差はどの場合においても 時間とともに急速に減少しており、その値は観測密度が高い場合ほど小さくなっている。この図では、井戸本数を増やした割に精度はさほど上がっていないように見えるが、これは、今回設定した観測井間の距離に比べ現象の空間的変動が緩やかであるためである。

以上のように、観測値による現象の推定精度は単に観測井の空間密度だけに依存するのではなく、観測井の配置形態、そして現象の時間的・空間的変動特性によって大きく変化する。言い換えれば、ある観測網による地下水位の観測精度  $E$  は、観測網の質的・量的レベル (観測井の空間密度と配置形態、測定時間間隔)  $f$  と、対象とする現象の不確定性 (たとえば、水位の時間的・空間的ランダム性)  $g$  との関数、すなわち、

$$E = E ( f , g )$$

と表すことができる。したがって、観測網の設定にあたっては、地下水位変動が様々な空間スケールをもつ変動成分からなっており、各成分は時間的に大きさが変化するものであることを考慮して、どのようなスケールの地下水挙動を観測の対象にするのかを明確にすることが大切である。さらに、対象とする現象が非定

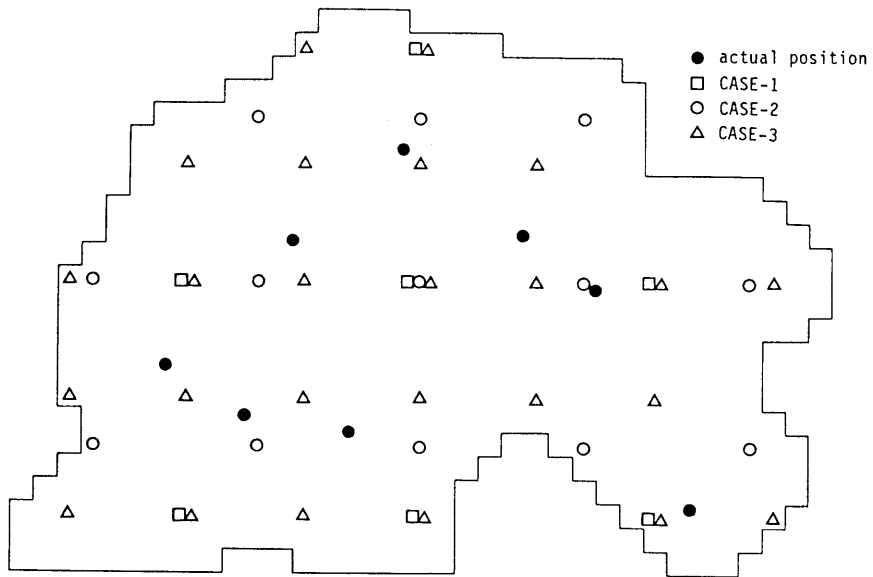


図-5.1 仮想的な観測井の設定位置

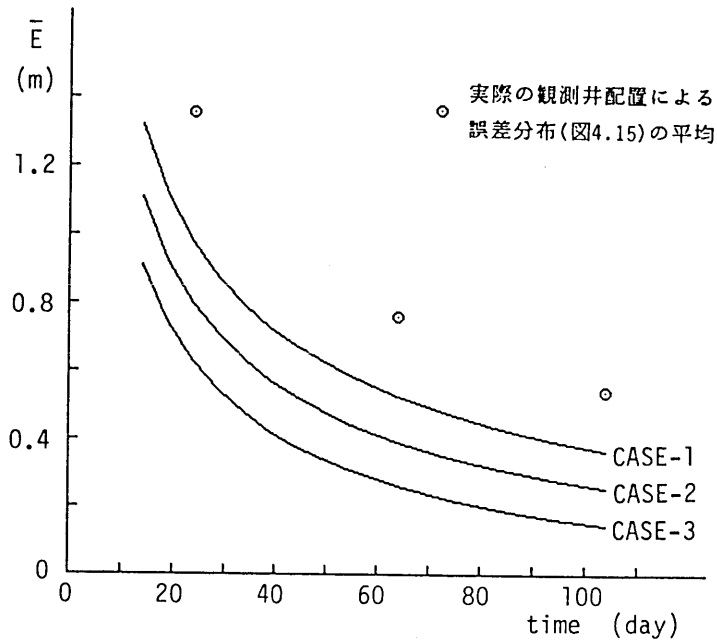


図-5.2 観測密度と Kriging 推定誤差

常な現象である限り、観測によって得られる情報は、その工学的価値が時間的に変化するものであることも十分に認識する必要がある。

### 5.3 観測水位の不確定性を考慮した不圧帯水層定数の逆解析

#### 5.3.1 広域地下水解析におけるモデルパラメータの同定基準

実際の帯水層は水理特性が空間的に不規則に分布した不均質場であり、現地における地下水流動は時間的・空間的にきわめて複雑・多様なものである。それにもかかわらず、地下水の観測では、限られた数の観測井においてその地点の水位データが得られるにすぎない。通常の広域地下水の解析は、そうしたわずかな観測情報に基づいて行われており、透水量係数 $T$ や有効空隙率（または貯留係数） $S$ などの帯水層定数（モデルパラメータ）は、解析結果が観測水位データに合うように試行錯誤的に決められている。第1章で述べたように、近年、これらのパラメータ同定をより合理的に行うべく、観測データを入力して最適のパラメータ値を推定する逆解析法が用いられつつあるが<sup>8)</sup>、この場合においても、パラメータは観測水位と計算水位を直接比較し、その差を最小化するように同定基準を設けて推定されている。しかしながら、観測水位がその地点の局所性をも強く反映したものであるのに対し、計算水位は確定的な巨視的パラメータをもつ支配方程式を単純化した境界条件の下で解いたものであって、両者の空間的代表的スケールにはかなりの隔たりがあるといえる。したがって、質の異なる両者を単純に比較する同定手法では、逆解析が不安定になるなどパラメータが正しく同定できない可能性がある。以下では、こうした従来の同定基準のもつ問題点を事例を挙げて指摘したうえで、観測水位の不確定性を統計量の形で定量化し、それをパラメータの同定過程に事前情報として反映させる新たな手法について述べる。

#### 5.3.2 対象とする地下水状態と逆解析条件

##### (1) 観測される“実現象”の生成

本節では、降雨によって地下水水位が変動する不圧帯水層を対象として、いくつかの地点で観測した水位データをもとに帯水層定数を逆推定する問題を数値実験によって検討する。降雨条件は、とくに、半日～1日程度の短期間に強い雨量強度で生ずる雨を考え、その後長い無降雨期間が続く状況を想定している。逆解析の基礎となる観測水位データは、図-5.3のような水平二次元帯水層において、

線形化された基礎方程式(5.1)を順問題として有限要素解析することにより“実現象”を数値的に生成し、所定の観測条件に従って水位をサンプリングするものとする。

$$S(x, y) \frac{\partial h(x, y, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ T(x, y) \frac{\partial h(x, y, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ T(x, y) \frac{\partial h(x, y, t)}{\partial y} \right] + Re(x, y, t) \quad (5.1)$$

ここに、 $S$ ：有効間隙率、 $T$ ：透水量係数(=  $KsHo$ )、 $h$ ：地下水位、 $Re$ ：降雨による涵養強度(=  $83 \text{ mm/hr}$ )であり、 $t > 0.5 \text{ day}$ では  $Re=0$  とする。また、ここで考える実現象は次の初期・境界条件下のものとする。

初期条件： $h(x, y, 0) = h_0 (= 10 \text{ m})$

境界条件： $\partial h / \partial n = 0$  ;  $\Omega \in \Omega_1$ ,  $h(x, y, t) = h_b (= 10 \text{ m})$  ;  $\Omega \in \Omega_2$

ここに、 $\Omega$ ：帯水層の平面境界を表す。すなわち、想定する帯水層は、図-5.3に示すように、三方向が山地などに接する不透水境界 $\Omega_1$ 、左側が河川や湖沼などに面する一定水位境界 $\Omega_2$ によって囲まれているものとする。

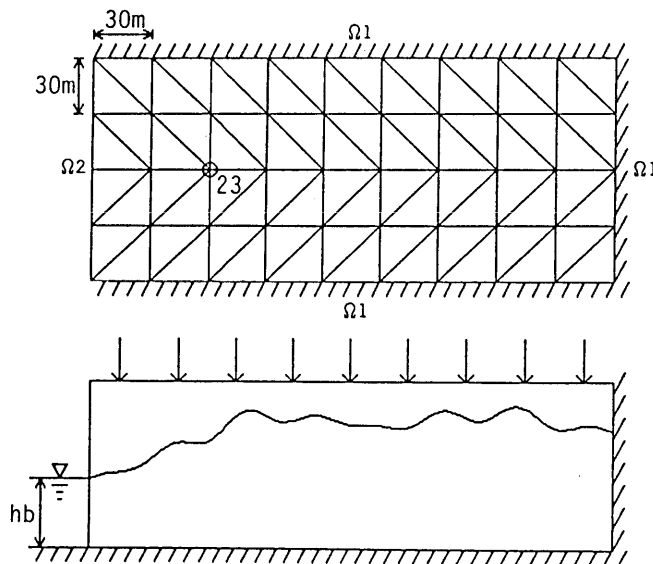


図-5.3 対象とする不圧帯水層

つぎに、想定する帯水層の水理定数  $T, S$  について考える。実際の流域における帯水層定数は、その頻度分布が図-5.4 (I) のような完全に均質な場合はきわめて稀であって、一般的には地質学的に一様な地域であっても  $T, S$  は空間的にばらついていることが多く、 $T$  は対数正規分布、 $S$  は正規分布に従うことが知られている (図-5.4 (II))。さらに、流域が地質学的にいくつかの区域に分けられる場合には、その内部での均質・不均質性に応じて  $T, S$  の頻度分布は (III) (IV) のようになる。ここでは、これら4つのケースのうち基本的な (I) と (II) をとりあげ、逆問題を考えることにする。すなわち、まず均質場 (I) では、帯水層のすべての要素で  $T = 100 (\text{m}^2/\text{day})$ ,  $S = 0.2$  とする。不均質場 (II) では、 $T(x, y)$  を  $E[\log_{10} T(x, y)] = 2.0$ ,  $\text{Var}[\log_{10} T(x, y)] = 0.05$  の対数正規分布から、 $S(x, y)$  を  $E[S(x, y)] = 0.2$ ,  $\text{Var}[S(x, y)] = 0.005$  の正規分布からそれぞれランダムに抽出し、各要素に独立に与えるものとする。ただし、 $T$  の値が大きい地点では  $S$  の値も大きめであるといった実際の傾向を表現するために、同一要素の  $T$  と  $S$  は同じ乱数値を用いてランダム発生させている。

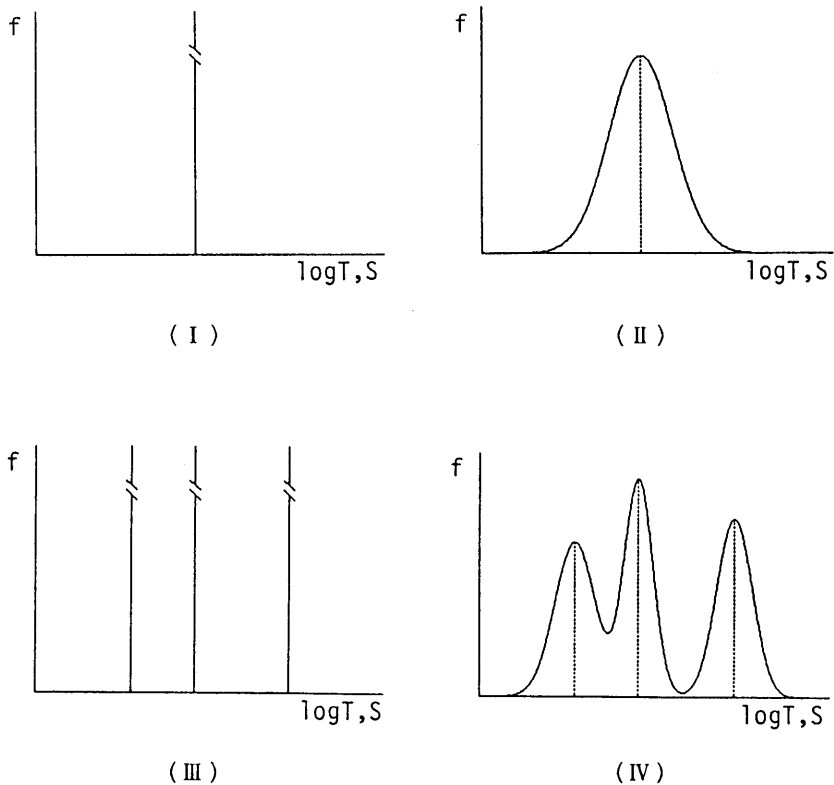


図-5.4 帯水層定数  $T, S$  の頻度分布による流れ場の分類

## (2) 同定される等価モデル

上述のように、本研究で“実現象”として想定する帯水層は、(I) T, S が空間的に一定な均質場、または (II) 不均質であっても T, S が空間的に一定な平均値のまわりで小さく変動している場である。帯水層(I)の場合は言うまでもなく、帯水層(II)の場合においても、水理特性の分布には一定の平均値が存在するため、流れ場における地下水挙動の解析には、帯水層全体を代表する一定のパラメータをもった等価な均質モデルを用いるのが妥当である。等価モデルの基礎方程式は、式(5.1)に対応して

$$S_o \frac{\partial h^*}{\partial t} = T_o \left[ \frac{\partial^2 h^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^*}{\partial y^2} \right] + Re(t) \quad (5.2)$$

ここに、 $h^*$ : 等価帯水層の水位、 $T_o, S_o$ : 等価パラメータ (空間的に一定) であり、“実現象”の観測水位から同定される値である。涵養強度  $Re$  は、パラメータの逆解析を無降雨期間において行なうことにすれば  $Re=0$  である。そうした場合、パラメータ  $T_o, S_o$  をそれぞれ独立に同定することはもはや不可能であり、その比である水頭拡散率  $\lambda_o (= T_o/S_o)$  のみが同定可能となる。逆解析にあたって、等価帯水層の境界条件は既知とし想定した実帯水層と同一に設定する。また、 $h^*$  の初期条件は降雨直後に一斉観測が行われるものとして、観測値の平均値分布で与えるものとする。以上により、本研究での逆問題は

『帯水層(I)(II)で生じている非定常地下水位を所定の条件で観測し、その水位データに基づいて等価帯水層のモデルパラメータ(水頭拡散率)  $\lambda_o = T_o/S_o$  を同定すること』である。

## (3) 水位の観測条件

現地における地下水位の観測は、種々の制約により質的量的に限られたものであることが多い。対象とする帯水層の水位(水頭)を測るためには、その地層のみにストレーナーを設けた観測専用の(揚水を行わない)井戸が必要であるが、観測井を新たに掘削、設置するには、対象とする帯水層の深度に応じて大きなコストがかかる。また、観測井の設置場所も用地の関係などから制約を受け、任意の位置に設置するわけには行かない。こうした実情から、数多くの観測井を必要とする場合には、やむを得ず既設の揚水していない井戸を観測井として使用することがしばしば行われている。観測専用にならに設置した井戸であれば、自記記録計により水位の連続観測が可能であろうが、既設の井戸は民間所有のものであることが多いので、常時観測を続けることは一般に困難である。したがって、既

設の井戸による観測は、通常、一斉測水の形式で行われることが多い。

このようにして観測される水位データの一般的な存在状況を 時間・空間軸で図示すれば、図-5.5 のようになる。すなわち、実際に行われている水位観測は、図中に = で示すように、たかだか数地点 ( $X_i, X_j, X_k \dots$ ) における連続時間観測か、または図中に  $\odot$  で示すように、ある時刻 ( $t_l, t_m \dots$ ) において多くの既設井戸を利用した一斉測水が行われる程度であって、全時間全空間の地下水状態の把握には程遠いものといえる。

本研究ではこうした観測の実状を考慮して、(I)(II) の場について得られる

- (a) 1 地点での連続時間観測データ
- (b) 多地点での複数回の一斉観測データ

という 2 種類の観測水位を基礎に逆解析を試みることにする。

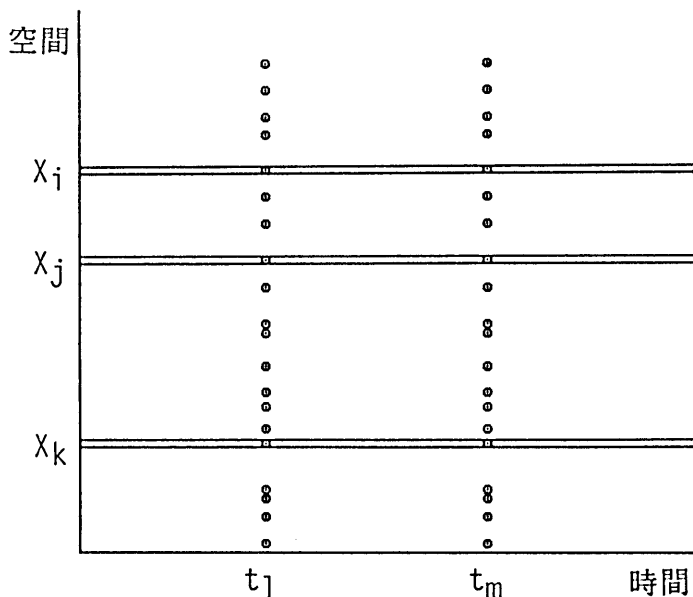


図-5.5 地下水位観測における観測データの一般的な存在状況

### 5.3.3 従来のパラメータ同定基準とその問題点

#### (1) 従来の同定基準による逆問題の定式化

通常、用いられている帯水層定数（モデルパラメータ）の同定基準は、計算水位と観測水位を直接比較しその差を最も小さくする、すなわち次の目的関数の最小化を図るものである。

$$J_1(P_1, P_2, \dots, P_l) = \sum_{i=1}^m (h_i^{obs} - h_i^{cal})^2 \rightarrow \min. \quad (5.3)$$

ここに、 $h^{obs}$ ：観測水位、 $h^{cal}$ ：計算水位、 $m$ ：観測値の数、 $P$ ：モデルパラメータ、 $l$ ：パラメータの数である。本研究の場合  $l=2$  で、 $P_1=T_0$ 、 $P_2=S_0$  である。式(5.3)は、水位  $h$  がパラメータ  $P$  に関する非線形関数であるために非線形最適化問題となる。この種の問題の解法としては、探索効率の良いアルゴリズムが種々開発されている<sup>9)</sup>が、ここではその基本形ともいえるガウス・ニュートン法を採用する。

ガウス・ニュートン法では、関数  $h(P)$  をパラメータ  $P$  のまわりで線形化したうえで、目的関数の最小条件： $[\partial J_1 / \partial P_j] = 0$  を用いることにより、次の正規方程式が導かれる。

$$\sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^m Q_{ij} Q_{ik} \cdot \Delta P_k = \sum_{i=1}^m (h_i^{obs} - h_i^{cal}) \cdot Q_{ij}, \quad j=1, 2, \dots, l \quad (5.4)$$

ここに、 $Q$ ：パラメータに関する水位のヤコビアン行列であり、

$$Q_{ij} = \partial h_i^{cal} / \partial P_j$$

$\Delta P$ ： $P$  の修正量である。ヤコビアン  $Q$  は解析的に求めることが困難であるので、次式のように前進差分近似で算定する<sup>10)</sup>。

$$Q_{ij} = \{h_i^{cal}(P_j + \delta P_j) - h_i^{cal}(P_j)\} / \delta P_j \quad (5.5)$$

ここに、 $\delta P_j = \delta_j \cdot P_j$ 、 $\delta_j$ ：定数である。逆解析にあたっては、まず各パラメータ  $P_j$  について  $\delta_j$  および初期推定値を設定し、等価モデルの基礎方程式(5.2)を数値解析することによって式(5.5)からヤコビアン行列を求める。次に正規方程式(5.4)を解くことによってパラメータの修正量を求め、それが十分小さい、つまり



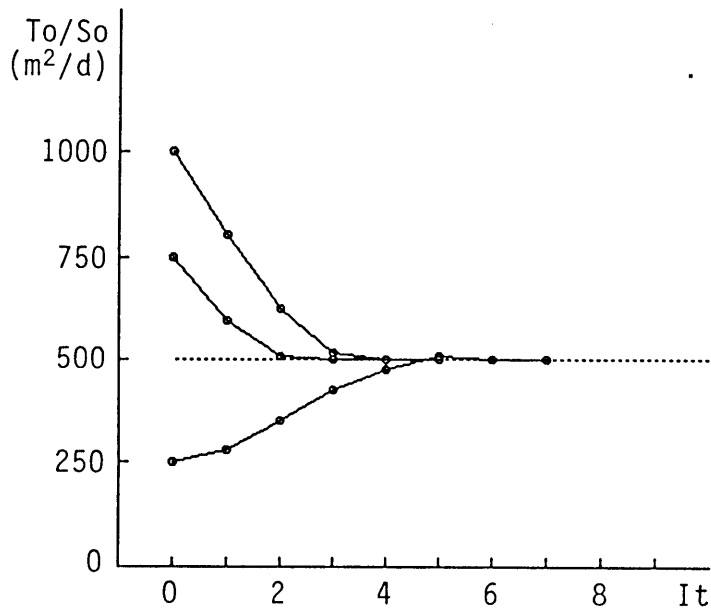
$$\Delta P_j < \varepsilon_j, \quad \varepsilon_j: \text{収束判定定数} \quad (5.6)$$

が満たされるまで初期推定値を改良し、反復計算する。ここでは、 $\delta_j$ の数值は  $\delta_1 = 0.0001, \delta_2 = 0.1$ とし、収束判定定数は  $\varepsilon_j = P_j / 200$  とおいている。

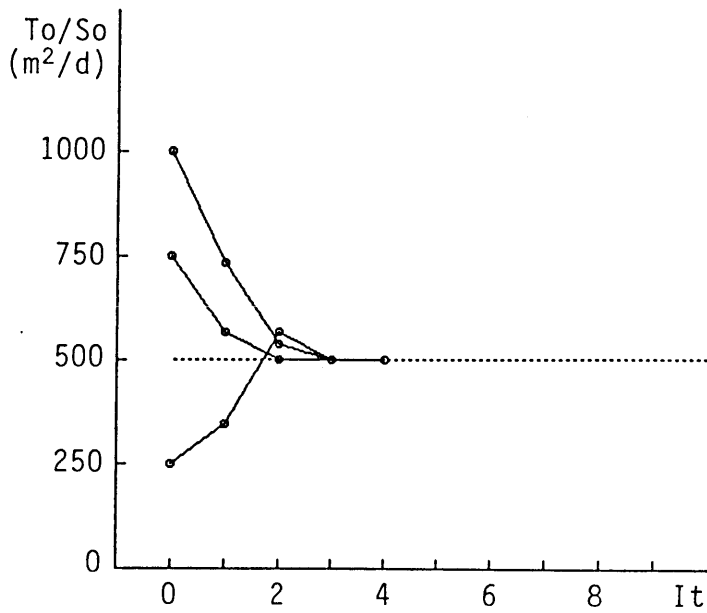
## (2) 同定基準J1による逆解析とその問題点

観測データ(a)(b)を基礎として、帯水層(I)(II)に対する等価モデルのパラメータ  $T_o/S_o$ を従来の方法で同定した結果について述べる。帯水層(I)は均質であり、等価モデルの  $T_o/S_o$ を同定することは実帯水層の  $T/S$ を求めることに他ならない。したがって、パラメータが正しく同定されれば、計算水位  $h^{o^a} (= h^*)$ と観測水位  $h^{o^b}$ は完全に一致する。図-5.6はその同定過程を示しており、(a)が図-5.3中に示した節点 No. 23における5日間の日データによるものであり、(b)が降雨停止後1日と5日における全節点水位データによるものである。今回の場合、実帯水層の  $T/S$ は  $500 (= 100/0.2) \text{m}^2/\text{day}$ であり、 $T_o/S_o$ の初期推定値を1000, 750, 250のどれに設定した場合でも  $It = 3 \sim 5$  回程度の反復によって500に完全収束し、同定に成功していることがわかる。(a)よりも(b)の方が収束が早いのは、(b)の方が観測データ個数が多いためと考えられる。

一方、帯水層(II)は  $T/S$ が平均値一定のランダム分布をする場合であり、等価モデルの  $T_o/S_o$ は  $E[T/S]$ に対応する。図-5.6と同じ観測データ(a)(b)に基づき逆解析を行なった結果が図-5.7である。いま、 $E[T/S]$ の真値は  $500 (\text{m}^2/\text{day})$ に設定されているが、(a)(b)どちらのデータを用いても同定値は収束せず、反復を繰り返すうちに  $T$  または  $S$  が不合理な値となって、解は発散してしまっている(x印)。これは、帯水層の不均質性のために、地下水位の空間分布が強雨に伴い大きく乱され、水位の観測値にはその地点のローカリティを反映した不確定な成分が含まれるためと考えられる。こうした水位分布のランダム性は、無降雨期間に徐々に平準化するものの、 $E[T/S]$ の値が小さく不均質性の強い帯水層ほど長く残存し、完全に消失することはない。図-5.7とくに(b)の結果は、一斉測水を行なった二つの時間断面の間で水位の不齊が減少しているにもかかわらず、同定基準J1ではすべての水位データを等しい重みでとらえてしまうところにパラメータを同定できなかった原因があるといえる。次章では、このように観測水位が場の不均質性に起因して大きな不確定性をもつ場合に対し、水位分布の統計的特性を考慮した逆解析手法を考える。

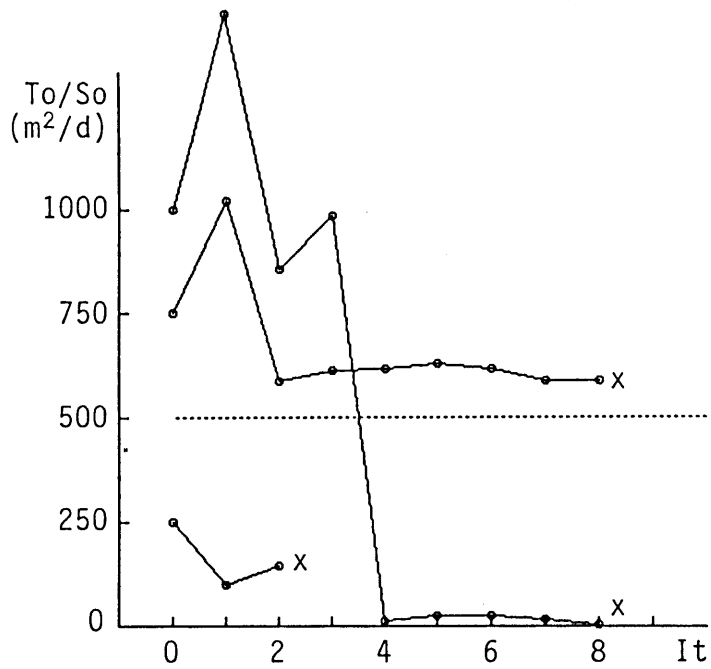


(a) 一地点・連続時間データの場合 (節点 No.23)

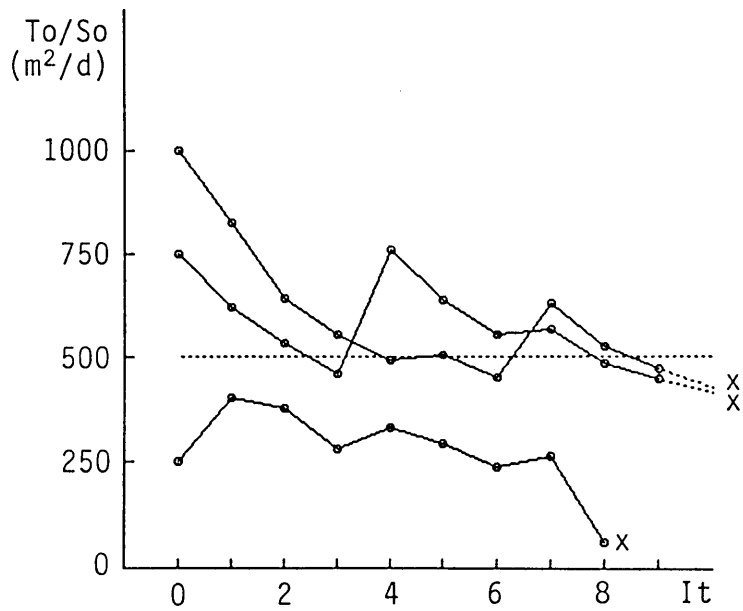


(b) 全地点・二回の一斉測水データの場合

図-5.6 同定基準J1による逆解析結果 [均質帯水層(I)]



(a) 一地点・連続時間データの場合 (節点 No. 23)



(b) 全地点・二回の一斉測水データの場合

図-5.7 同定基準 J1 による逆解析結果 [不均質帯水層 (II)]

### 5.3.4 地下水位の分散に基づく不均質帯水層の逆解析法

#### (1) 不均質場における水位分布の統計的特性

近年、不均質な流れ場における地下水挙動を確率統計的な立場から評価しようとした研究が数多くなされている。例えば、第1章で述べたように、モンテカルロ法を用いて帯水層定数のランダム性が水位分布に及ぼす影響を検討したFreezeの研究<sup>11)</sup>、定常流にスペクトル解析的アプローチを行なって、水位の統計的分散を求めたBakrらの研究<sup>12)</sup>などが挙げられる。これに対して本研究では、前章までに、非定常不圧地下水流の基礎方程式を摂動展開することによって水位の統計的空間構造(variogram)を解析的に求めてきた。その対象とする現象は本章の帯水層(II)と同様、降雨によって乱された水位分布が無降雨期間に平準化する過程であるが、流れ場が無限領域であることや降雨直後の水位分布のランダム成分がwhite noise近似できることなどが仮定されている。降雨後の平準化過程におけるvariogramの理論式によれば、水位分散の時間的发展は次のように表される。

$$\sigma_h^2(t) = \frac{\sigma_{\phi^2} \rho_0}{8\pi \cdot E[T/S] \cdot t} \quad (5.7)$$

ここに、 $\sigma_h^2(t)$ : 水位分散,  $t$ : 降雨停止時からの時間,  $\sigma_{\phi^2}$ : 降雨直後の水位分散,  $\rho_0$ : 定数である。

#### (2) 水位分散を用いた不均質場に対する同定基準

水位の分散は定義により、

$$\sigma_h^2(t) = E[(h(t) - E[h(t)])^2] \quad (5.8)$$

式中の  $E[h(t)]$  は流れ場が均質であった場合の水位であり、いま考えている等価モデルの計算水位  $h^{cal}(=h^*)$  に対応する。このことから、式(5.7)はパラメータが正しく同定されたときの観測水位と計算水位の差の二乗平均、すなわち、 $E[(h^{obs} - h^{cal})^2]$  の時間的推移を表すと考えられる。前述のように式(5.7)は無窮領域について導かれたものであるが、帯水層(II)において境界条件の内部への影響が小さいと仮定できるならば、帯水層(II)の水位分散も概ね式(5.7)の形で変動すると考えられる。こうした観点から、本研究では水位分散の理論解を事前情報として逆解析に取り込むことを考え、次のような目的関数を設定する。

$$J_2(P1, P2) = \sum_{i=1}^N (\sigma_h^2(t_i) - \sigma_{h^*}^2(t_i))^2 \rightarrow \min. \quad (5.9)$$

ここに、 $\sigma_h^2(t)$ ：理論水位分散(式(5.7))、 $\sigma_{h*}^2(t)$ ：計算水位分散、 $N$ ：水位分散を求める時間断面の数である。いま、一斉測水を行なう既設井戸が $M$ 本あるとすれば、 $\sigma_{h*}^2$ は次式で評価できる。

$$\sigma_{h*}^2(t_j) = \frac{\sum_{i=1}^M (h_i^{obs}(t_j) - h_i^{cal}(t_j))^2}{M} \quad (5.10)$$

先に述べた目的関数 $J_1$ が水位そのものの適合性を基準とした単に統計的なものであったのに対し、上記の目的関数 $J_2$ は水位分散という統計量の時間的変化特性に着目したもので、現象の物理的構造を考慮した確率論的同定基準といえる。言うまでもなく、 $J_2$ による同定過程では、計算水位が観測水位と大きく異なる地点が存在する。しかし、不均質場の水位分布がランダムに乱れたものであり、観測データが十分に得られない状況下では、計算値を数少ない観測データの個々の値に一致させることよりも、領域全体としての統計的な適合性を物理則を手がかりに追求することが重要であると考えられる。目的関数 $J_2$ はこうした観点から設定されたものである。

実際の地下水位は、平均的な水位に、場の不均質性に起因したランダム成分が加わっていると考えられるので、より一般的な現象の解析にはこれら二つの目的関数 $J_1$ 、 $J_2$ を互いに併用することにより、それぞれの目的関数の不十分な点を補い合うように同定基準を設ける方が良いと考えられる。しかし、ここでは、降雨によって大きく乱された水位分布が平準化する過程を対象としていることから、目的関数 $J_2$ のみを同定基準として設定し、逆解析におけるその有効性を調べることにする。

### (3) 同定基準 $J_2$ による逆解析

さて、同定基準 $J_1$ では同定できなかった不均質帯水層(II)に、上記の基準 $J_2$ を適用してみよう。最適化手法としてガウス・ニュートン法を用いれば、正規方程式は次式となる。

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^N U_{ij} \cdot U_{ik} \cdot \Delta P_k = \sum_{i=1}^N (\sigma_h^2(t_i) - \sigma_{h*}^2(t_i)) \cdot U_{ij}, \quad j=1,2 \quad (5.11)$$

ここに、 $U$ ：パラメータに関する水位分散のヤコビアン行列であり、

$$U_{ij} = \partial \sigma_{h*}^2(t_i) / \partial P_j$$

式(5.11)を実際に計算するには、 $\sigma_h^2(t)$ に含まれる未知定数 $\sigma_{\phi^2\rho_0}$ を決定せねばならない。ここでは $t = t'$ における水位分散の計算値 $\sigma_{h*}^2(t')$ からそれを与えることにする。すなわち、等価モデルのパラメータ $T_0/S_0$ が正しく設定されたならば $\sigma_h^2(t') = \sigma_{h*}^2(t')$ であるから、未知定数は式(5.7)より

$$\sigma_{\phi^2\rho_0} = 8\pi \cdot E[T/S] \cdot \sigma_{h*}^2(t') t'$$

$$\therefore \sigma_h^2(t) = \sigma_{h*}^2(t') t' / t \quad (5.12)$$

となり、式(5.11)の理論分散 $\sigma_h^2(t)$ は式(5.12)で置き換えられる。

逆解析の水位観測の条件は、図-5.7(b)と同じく降雨停止後1日、5日の時点における全節点水位データとすれば、式(5.9)(5.10)において $N = 2$ 断面、 $M = 50$ 節点である。図-5.8は、最初の観測時刻( $t' = 1$  day)において $\sigma_h^2(t)$ の未知定数を決定することによって行なった逆解析の結果を示している。図-5.7(b)では同定できなかった現象が $t = 5 \sim 7$ 回の反復によって一定値に収束し、同定に成功していることが分かる。ただし、その収束値は約 $470(\text{m}^2/\text{day})$ であって、 $E[T/S]$ の真値 $500(\text{m}^2/\text{day})$ より若干小さい値となっている。この原因としては、帯水層(II)の状況が理論分散を導いた諸仮定を満たしておらず、水位分散の時間変化が理論と現象の間で一致していないことが考えられる。

そこで、パラメータ $T_0/S_0$ の種々の値に対して計算分散を求め、その時間変化を理論分散と比較したものを図-5.9に示す。これによると、計算分散(破線)の中で理論分散(実線)と完全に合致したものはないが、 $T_0/S_0 = 500(\text{m}^2/\text{day})$ の場合が全体として時間的変化が最も近い。このことは、地下水状態の統計的構造として水位分散の理論解(5.7)式がほぼ妥当であることを示している。しかし今回、同定には $t = 1, 5$ (day)の観測データを用いており、 $t = 1$ の時刻で理論分散の未知定数を決定しているので、同定は実質的には $t = 5$ において行っていることになる。図によると、 $t = 5$ では理論値は $T_0/S_0 = 450$ と $500$ の間に位置しており、この差が結果的に収束値にずれを生んでいる。すなわち、同定を行なう時刻によっては同定値に誤差を生じる可能性があり、水位を一斉観測する時刻は理論分散の時間変化が同定過程に最も良く反映されるように選ぶ必要がある。具体的に観測時刻をどう設定するかについては今後の検討課題として残されているが、一旦、適切な一斉観測データが得られれば、同定基準J2を用いることによって、従来の基準では解が発散してしまった逆問題を十分な精度で解くことができるという事実は注目すべきことである。

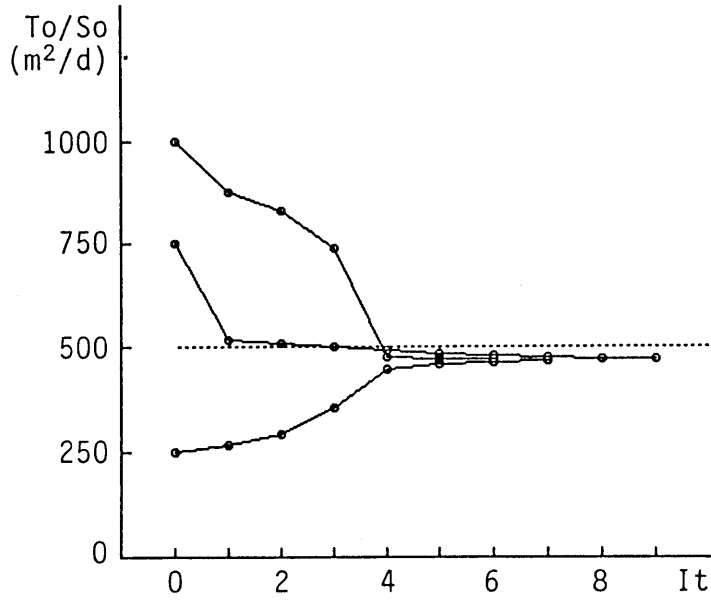


図-5.8 同定基準J2による逆解析結果  
[不均質帯水層(II), 観測データ(b)]

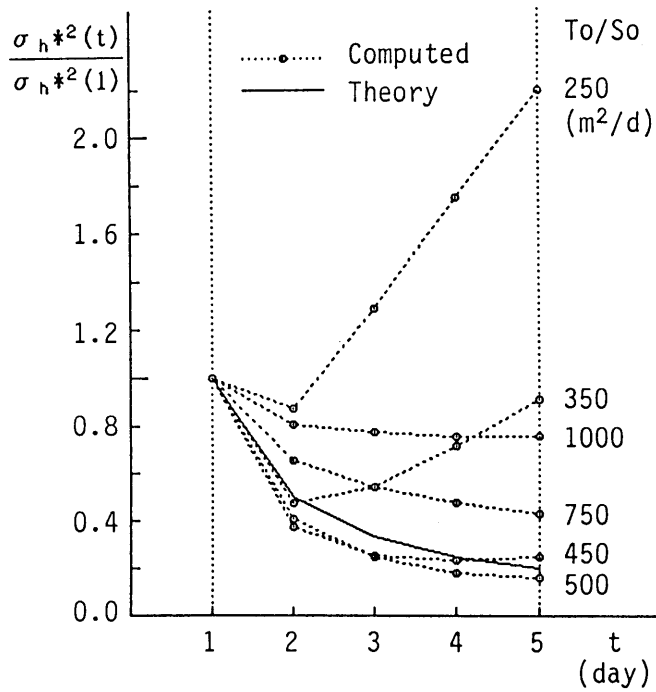


図-5.9 水位分散の計算値と理論値の比較

## 5. 4 結 語

本章では、まず、地下水の観測における特質や観測を困難にしている要因を整理するとともに、観測網の設定と観測情報の価値についての考え方を概説したのち、後半では二次元不圧帯水層を対象に、降雨後に低減する地下水位の観測データに基づき、帯水層定数とくに水頭拡散率を推定する逆問題を検討した。

本章で得られた成果をまとめると以下の通りである。

(1) 地下水観測を難しくする原因を分類すると、

- ・ 面的に観測できず、地点データに頼って空間状態を判断せざるを得ない。
- ・ 現象が地下で起きており、非観測点の様子は視覚的にすらとらえられない。
- ・ 観測井の数が非常に限られるうえ、その配置が不規則である。
- ・ 計測できる水理量が地下水位（水頭）に限られる。
- ・ 帯水層は一般に不均質であり、水位データは局所的に特異な変動を示す。

などが挙げられる。

(2) 観測網の設定にあたっては、地下水位変動が様々な空間スケールをもつ変動成分からなっており、各成分は時間的に大きさが変化するものであることを考慮して、どのようなスケールの地下水挙動を観測の対象にするのかを明確にすることが大切である。さらに、対象とする現象が非定常な現象である限り、観測によって得られる情報は、その工学的価値が時間的に変化するものであることも十分に認識する必要がある。

(3) 降雨によって形成された地下水位分布が無降雨期間に低減する過程を対象に、逆解析の同定基準の検討を行なった。その結果、計算水位と観測水位の差を最小化する従来からのパラメータ同定基準は、均質帯水層ではきわめて有効であり、水位データの数に限られている場合でも少ない反復計算でパラメータを正しく同定できることが示された。一方、不均質帯水層では、水位データにその地点のローカリティーを反映した不確定成分が含まれるために、従来の同定基準では推定が不安定になりパラメータが定まらない場合があることが明らかとなった。

(4) 流れの力学構造に基づいて導出した水位分散の理論解を不均質場の逆解析に事前情報として活用することを考え、水位の不確定性の時間変化に着目した新しい同定基準を提案した。そうした水位分散による同定基準を用いれば、複数の適切な時間断面で一斉測水を行なうことにより、不均質帯水層においても十分な精度でパラメータが同定可能であることが示された。

本章で扱った不均質帯水層では、水位の分散が時間的に大きく変化する現象と



なっていたが、前述のように、より広い範囲の地下水挙動、たとえば、水位分布のランダム性の時間的変化が小さい場合などにも対応するためには、今回提案した同定基準と従来からの同定基準とを併用した複合基準を設けるなど、現象の状況に応じた同定基準を考えることが重要であるといえよう。

## 参 考 文 献

- 1) 榎井和朗・神野健二・上田年比古・本村浩志・平野文昭・本田 保：ボーリング孔内の地下水流れに関する実験的研究，地下水学会誌，Vol. 31, No. 1, pp. 13-18, 1989.
- 2) 原田守博・高木不折：観測水位の不確定性を考慮した不圧帯水層定数の逆解析，第33回水理講演会論文集，pp. 217-222, 1989.
- 3) 石原藤次郎・池淵周一：降水観測網の統計的検討，京大防災研究所年報第13号B，pp. 33-51, 1970.
- 4) 橋本 健・佐藤一郎：面積雨量の精度と雨量観測所数，土木技術試料，Vol. 16, No. 12, pp. 631-637, 1974.
- 5) 高棹琢馬・池淵周一：降水観測がもたらす情報量とその観測網配置計画への応用，土木学会論文報告集，第234号，pp. 83-95, 1975.
- 6) 山本荘毅：地下水調査における観測点の選び方，田中啓爾先生還暦記念大塚地理学会論文集，pp. 355-359, 1950.
- 7) 原田守博・高木不折：地点観測値に基づく地下水位分布の統計的推定と観測網の評価，第32回水理講演会論文集，pp. 377-382, 1988.
- 8) Yeh, W. W-G : Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology : The Inverse Problem, Water Resour. Res., Vol. 22, No. 2, pp. 95-108, 1986.
- 9) 中川 徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析，pp. 95-124, 東京大学出版会，1982.
- 10) 中屋真司・田中 豊：地下水流の解析と逆問題，数理科学，No. 274, pp. 72-79, 1986.
- 11) Freeze, R. A. : A Stochastic-Conceptual Analysis of One-Dimensional Groundwater Flow in Non-uniform Homogeneous Media, Water Resour. Res., Vol. 11, No. 5, pp. 725-741, 1975.
- 12) Bakr, A. A., L. W. Gelhar, A. L. Gutjahr and J. R. MacMillan : Stochastic analysis of Spatial Variability in Subsurface Flows, 1. Comparison of One- and Three-Dimensional Flows, Water Resour. Res., Vol. 14, No. 2, pp. 263-271, 1978.

## 第6章 結 論

本研究では、透水係数や有効間隙率が空間的にランダムに分布するような不均質場における降雨に伴う不圧地下水挙動を対象として、現地観測の結果を踏まえ水位変動の特性および帯水層の不均質性の実態を示すとともに、流れの物理則を基礎とした地下水状態のランダム性の統計的特性を解析し、水位観測データの空間的代表性の評価ならびに地下水シミュレーションにおける水位データの活用方法について検討を進めてきた。本章では、各章での議論の内容と得られた知見をいま一度とりまとめ、本研究の総括とする。

まず第1章では、本研究の背景として、地下水をとりまく社会情勢の歴史の変遷と広域地下水解析に課された社会的責任に触れたのち、その解析手法である地下水シミュレーションの抱える適用上の問題点をモデルの各構成要因ごとに概説した。そして、地下水シミュレーションに不確定性を生ずる基本的問題として流れ場の不均質性を取り上げ、その地下水状態への影響に関する既往の研究をまとめた。そして以上の結果を踏まえて、研究の立場ならびに目的と意図するところを述べ、全体の構成について触れた。

第2章では、3章以降での解析に先立って研究の対象とする現象を概観するために、実際の流域における不圧地下水位の変動特性と帯水層の不均質性の存在について、詳細な現地観測を通じて得られた結果を述べた。現地観測を行なった試験流域は洪積台地（流域A）と第三紀丘陵地（流域B）の二ヶ所に設定し、主として降雨と地下水位の場所的・時間的変動の計測と地盤の水理特性の調査を行なった。はじめに試験流域の地形地質特性と水文観測体制について概説したのち、流れ場の水理特性の不均質性の実態について、現場透水試験ならびに土壌サンプリング等による透水性や貯留性の空間的変動特性の調査結果をまとめた。つぎに、不圧地下水位の時間的・空間的変動特性について、水位観測結果をもとに、現象を短期的な降雨に対する水位応答と長期的な季節変動とに分けて考察した。最後に、そうした降雨に伴う不圧地下水位の上昇過程と低減過程を、降雨浸透という外乱による水位分布の“攪乱過程”と無降雨期間での水頭拡散による水位分布の“平準化過程”と位置づけ、それぞれの過程における現象の時間スケールと空間スケールをその支配要因との係わりにおいて論じた。

第2章で得られた主な知見は、以下のとおりである。

(1) 流域Aの55地点において単孔式現場透水試験により求められた透水係数値を対数正規確率紙にプロットした結果、地質学的には概ね同一と考えられる領域でも、局所的な透水係数は場所によって数オーダーの幅をもって変動し、全体としては対数正規分布で近似できることが示された。

(2) 透水係数の空間分布特性を調べるために、単孔式現場透水試験の結果を

用いて variogramを描いたところ、流域Aにおいては、少なくとも3 km以上離れば、透水係数は互いに相関がなくなることが明らかとなった。1～2 km以内の空間相関性を議論するためには、透水係数の実測値をさらに高い空間密度で得る必要があることが指摘された。

(3) 流域Bの11地点において土壌試料をサンプリングし、その不飽和水分特性を土柱法および加圧板法によって求めた結果、pF-水分曲線は場所によって大きく形状が異なることや、土壌の飽和度は強い吸引圧下においても60～90%の高飽和状態にあることが示された。そうした飽和度が高い原因のひとつとして、土壌が細粒分を多く含有している粒度組成をもつことが挙げられる。

(4) pF-水分曲線に基づいて土壌の有効間隙率を求めたところ、約10%を平均として5%から20%程度の範囲でばらついており、地盤の水分貯留率は場所的に大きく変動していることが明らかとなった。

(5) 流域AおよびBにおける地下水位の多地点観測結果によれば、不圧地下水位の空間状態は降雨の特性によって強く支配されており、一雨ごとに水位応答（攪乱）の過程と平準化の過程を繰り返すことによって、年間を通じた季節的な変動を形造っている。

(6) 降雨に対する地下水状態の応答過程は、きわめて短い時間の現象であり、空間的にも局所的なスケールの変動である。とくに、雨水浸透により地下水位が上昇を始めるまでの遅れ時間は、数時間からせいぜい半日ときわめて早い。また、水位が上昇しピークに達するのは降雨後2～3日後のことであり、その水位上昇量には場所的に著しい差異がみられる。これは流れ場の水理特性が空間的に不均質であることが大きな原因と考えられる。

(7) 降雨が停止した後、無降雨期間が長く続くと、場所的にまちまちであった地下水位の低減速度は徐々に均一化し、流域全体の水面形状も滑らかなものとなる。これは、降雨のない状態では、流れ場の不均質さを反映した凹凸の激しい水面形が側方流動によって平準化することにより、ローカルなスケールの変動成分はしだいに消滅し、帯水層構造や境界水位の影響を強く受けたマクロな空間スケールの変動が表に現れてくるためと考えられる。

第3章では、降雨によって地下水位の空間分布が凹凸をもった複雑な分布へと攪乱される過程について、雨水浸透による地下水涵養量を不飽和浸透理論に基づいて解析することにより、場の不均質性に起因する降雨に伴う水位応答の不確定性の評価を行なった。まず総論として、対象とする現象が、土中に鉛直浸透した雨水が地下水帯へ供給される不飽和帯での変換と、水平方向に流動している地下水の水位が地下水涵養によって上昇する帯水層での変換、という二つの変換の結果として生じることを述べ、水位応答にランダム性を生む不確定要因をまとめた。そして、雨水浸透による地下水涵養機構について、通常用いられる不飽和浸透理論の有効性を室内実験との比較を通して検討するとともに、なお再現できないいくつかの問題点を指摘した。降雨に対する水位応答特性を調べる意味においては、

こうした複雑な不飽和浸透現象をそのまま扱う必要はない。そこで、雨水浸透過程を等価水分分布によって近似し、土壌の不均質性が地下水涵養強度に及ぼす影響について定式化した。つぎに、不均質な帯水層における地下水位の確率応答特性を地下水流の基礎方程式を摂動展開することによって定式化し、種々の地質条件下での涵養強度と水位応答の統計的分散の評価を行なった。

第3章で得られた主な知見は以下のとおりである。

(1) 鉛直砂柱を用いた雨水浸透および重力排水実験を行ない、不飽和浸透理論の数値解析結果と比較し、同理論の有効性ならびに解析を進めるうえでの留意点を検討した。不飽和浸透理論は現象の一般的挙動をほぼ再現できるが、現象をより厳密に再現するには以下のような問題点が指摘された。

- ・浸潤過程において、懸垂水帯と毛管水帯の両者の圧力水頭の変動を一組の単純な  $K \sim \theta$ 、 $\phi \sim \theta$  関係を用いて再現することは困難である。
- ・モデルパラメータのうち 最小容水量を示す  $\theta_r$  の値は、排水過程における圧力水頭の時間的変化を再現するうえで、きわめて大きな影響をもつ。

(2) 重力排水過程の土壤水分の存在形態を明らかにするために、鉛直砂柱による補足実験を行ない、Field Capacity (圃場容水量) の物理的な意味について考察した。その結果、重力による排水過程は厳密には動的非平衡過程であって、土壤水分の排水は半永久的に持続するが、含水率の測定精度を考慮すれば、排水開始後数日以降では、実用的な意味で Field Capacity を定義することが可能である。

(3) 不均質な土壤帯で地下水帯への涵養強度を、Dagan & Bresler の雨水浸透モデルを基本として定式化した。それによると、場の不均質性による涵養強度の変動成分は、均質土柱の涵養強度に場所的変動係数を乗ずることで表わされることが示された。

(4) 不均質な帯水層における降雨に対する地下水位応答の分散を地下水流れの基礎方程式から理論的に定式化した。その結果、水位応答の分散は、不飽和土壤帯における降雨強度から涵養強度への変換特性と帯水層における涵養強度から水位応答への変換特性の両者によって支配されることが示された。

(5) 地盤の平均的水理定数が異なる種々の地質の間で、涵養強度および水位応答の分散がどのように変化するかを試算した。その結果、涵養強度の大きさを左右するような透水性と保水性の卓越度を表わす指標が見いだされた。また、降雨に対する水位応答は、透水性が低く貯留性も小さい細粒土の帯水層の方が、粗粒土の帯水層に比べ、きわめて大きな分散をもつことが明らかとなった。

第4章では、降雨によって形成されたランダムな水位分布が、無降雨期間において帯水層の水頭拡散により平準化する過程について、水位分布の統計的特性の時間的変化を明らかにするとともに、地点観測データから水位の空間状態を推定する手法の適用を試みた。まず、水位の観測データを確率場における実現値とみなし、地点観測値をもとに非観測地点の状態推定を行う統計的手法 (Kriging法)

を地下水状態の推定に適用するうえでの問題点を述べた。つぎに、透水係数や有効間隙率が空間的に小さく変化する水平二次元帯水層を対象に、非定常地下水流の基礎方程式をもとに、時間的空間的に変動する地下水状態の統計的空間構造 (variogram) を解析的に導出した。理論的に導かれた variogram は、第 2 章で述べた現地での実測水位データを用いて、実測データから求められたそれと比較し、その妥当性を検証した。そして、その variogram を媒介として、Kriging 法を現地に適用して地下水状態の空間推定を行ない、地下水状態を考えるうえで地点観測データがもつ意義について考察した。

第 4 章で得られた主な知見は以下のとおりである。

(1) 不均質場における地下水状態を二次元確率場における確率変量とみなせば、統計的な空間分布推定法である Kriging 法および Conditional Simulation の手法を用いることができる。しかし、実際には観測水位データが十分に得られないだけでなく、地下水位の分布に地層構造や境界条件によって規定された空間 drift が存在するため、いかにして drift を処理し variogram を推定するかが大きな問題となる。ただし、確率変量として水位の変動速度をとる場合には drift の影響は小さくなり、その空間的広がりには平均値一定のランダム分布とみなすことが可能である。

(2) 地下水の基礎方程式を無限領域において摂動展開することにより、降雨後の地下水位および水位変動速度の統計的空間構造を表わす variogram を流れの物理則に基づいて導出した。その形状は 'range' と 'sill' をもつもので、降雨後の時間経過に伴い、range は徐々に増大、sill は急速に減少することが明らかとなった。

(3) 水位変動速度に対し理論的に導かれた variogram は、試験流域での実測水位から求められた variogram をほぼ説明する。とくに、時間経過に伴う sill の低減では両者の良い一致がみられる。

(4) 理論的に導いた variogram を媒介にして、試験流域の地下水位分布およびその時間的変動の空間状態の Kriging 推定と Conditional Simulation を行なった。その結果、不圧地下水位の空間状態は、降雨直後には極めて複雑であるものの、無降雨期間の経過に伴って次第に落ち着いたものに変化し、地下水状態を考える上で、観測水位データの空間的代表性は急速に拡大することが示された。

(5) 水位の空間 drift を重回帰分析により求め、その際に得られる残差分散を理論的な variogram に考慮することによって、観測井が少ない場合においても、Universal Kriging 法を用いた水位の空間推定が可能であることが示された。

第 5 章では、前章までの成果を踏まえて、不確定性をもつ地下水状態を把握するための地下水位の観測手法ならびに観測で得られた情報の工学的活用方法について考察した。本研究で対象としているような非定常現象では、地下水位の空間分布は時間的に変動し、そこに含まれるランダム性も時刻とともに変化する。したがって、観測井の本数・配置が同一であっても、そこから得られる情報の精度

は現象の変動性に合わせて変化するはずである。本章の前半では、そうした観測に立って、地下水位の観測網のあり方とその観測精度のもつ意味について考察した。後半では、観測された地下水位データの工学的活用の一例として、広域地下水解析におけるパラメータ同定の問題を扱った。不均質場における水位観測データはその地点の局所成分を含んでおり、従来の観測水位と計算水位を単純に比較する同定手法では、逆解析が不安定になるなどパラメータが正しく同定できないことがある。そこで、こうした従来の同定基準のもつ問題点を事例を挙げ指摘したうえで、観測水位の不確定性を統計的分散の形で考慮し、逆解析過程に事前情報として反映させる新たな手法を提案した。

第5章で得られた成果をまとめると以下の通りである。

(1) 地下水観測を難しくする原因を分類すると、

- ・面的に観測できず、地点データに頼って空間状態を判断せざるを得ない。
- ・現象が地下で起きており、非観測点の様子は視覚的にすらとらえられない。
- ・観測井の数が非常に限られるうえ、その配置が不規則である。
- ・計測できる水理量が地下水位（水頭）に限られる。
- ・帯水層は一般に不均質であり、水位データは局所的に特異な変動を示す。

などが挙げられる。

(2) 観測網の設定にあたっては、地下水位変動が様々な空間スケールをもつ変動成分からなっており、各成分は時間的に大きさが変化することであることを考慮して、どのようなスケールの地下水挙動を観測の対象にするのかを明確にすることが大切である。さらに、対象とする現象が非正常な現象である限り、観測によって得られる情報は、その工学的価値が時間的に変化することでも十分に認識する必要がある。

(3) 降雨によって形成された地下水位分布が無降雨期間に低減する過程を対象に、逆解析の同定基準の検討を行なった。その結果、計算水位と観測水位の差を最小化する従来からのパラメータ同定基準は、均質帯水層ではきわめて有効であり、水位データの数に限られている場合でも少ない反復計算でパラメータを正しく同定できることが示された。一方、不均質帯水層では、水位データにその地点のローカリティーを反映した不確定成分が含まれるために、従来の同定基準では推定が不安定になりパラメータが定まらない場合があることが明らかとなった。

(4) 流れの力学構造に基づいて導出した水位分散の理論解を不均質場の逆解析に事前情報として活用することを考え、水位の不確定性の時間変化に着目した新しい同定基準を提案した。そうした水位分散による同定基準を用いれば、複数の適切な時間断面で一斉測水を行なうことにより、不均質帯水層においても十分な精度でパラメータが同定可能であることが示された。今後、ここで対象とした地下水挙動のみならず、より広い範囲の地下水現象に対し逆解析を行なうためには、今回提案した同定基準と従来からの同定基準とを併用した複合基準を設けるなど、現象の状況に応じた同定基準を考えることが重要であるといえよう。

以上、本論文では、降雨に伴う不圧地下水位の時空間変動を二次元確率場における物理過程として取り扱い、統計的な概念と流れの物理的構造とを結合させることによって、不均質場におけるランダムな地下水状態の統計的特性を評価するとともに、数少ない観測井での水位データを、水位の空間分布の客観的推定や地下水解析モデルのパラメータ同定に合理的に活用する手法を提案した。本研究の成果は、広域の不圧地下水の解析過程において、最も重要な観測情報である地下水位データを客観的に評価するにあたっての基礎的指針を示した点で大きな意義をもっている。



# 記号一覧

$a_1$	: drift を多項式曲面で表現する際の係数
$C(x, y)$	: 土壌の水理定数の空間変動を表わす係数
$C(\phi)$	: 比水分容量 ( $= d\theta / d\phi$ )
$Cov[\cdot]$	: 確率場における共分散関数
$d$	: 空間距離
$D$	: 対象領域
$D, D_p$	: 地表からの地下水面深度
$D'$	: 地表からの毛管水帯上端までの深度
$e$	: Kriging 推定誤差
$E$	: 観測網による地下水位分布の観測精度
$E[\cdot]$	: 確率場における集合平均
$f^1$	: drift を表現する多項式曲面
$G$	: 拡散方程式のグリーン関数
$h_0$	: 均質場における $H'$
$h_1$	: 流れ場の不均質性に起因する水位の乱れ成分
$H$	: 不透水基盤上の地下水深
$H'$	: $H$ と $H_0$ の差 ( $= h_0 + h_1$ )
$H_0$	: $H$ の場所的時局的平均値 (基礎方程式の線形化に使用)
$J$	: 平均的動水勾配
$J_1, J_2$	: 帯水層定数の逆解析における同定基準
$k$	: 波数 (第 1 章) または drift 関数の項数 (第 4 章)
$K$	: 不飽和透水係数 (第 3 章) または飽和透水係数 (第 4 章)
$K_s$	: 飽和透水係数
$L$	: 等価水分分布における伝達帯の長さ
$L_f$	: 地表から浸潤前線までの距離
$m$	: 確率場における集合平均
$P$	: モデルパラメータ (第 5 章)
$P_e$	: 土壌の有効間隙率
$q$	: 水分フラックス
$q_0$	: 地表における土中への浸入水分フラックス
$q^*$	: 等価水分分布における平均的水分フラックス
$Q$	: モデルパラメータに関する地下水位のヤコビアン行列
$R$	: 降雨総量
$R(X)$	: 確率変量から drift 成分を除いた残差成分
$R_a$	: 降雨強度

$R_e$	: 地下水涵養強度
$S$	: 帯水層の貯留係数または有効間隙率
$S_e$	: 有効飽和度
$t$	: 時間座標
$t_r$	: 降雨継続時間
$T$	: 透水量係数 (= $K_s H_0$ )
$T_1$	: 降雨開始から地下水位が応答を始めるまでの遅れ時間
$T_2$	: 地下水位の上昇開始からピークに達するまでの時間
$Var[\cdot]$	: 確率場における統計的分散
$W$	: 観測値にかかる荷重係数 (Kriging 法)
$x$	: 位置座標
$X$	: 位置ベクトル
$y$	: 位置座標
$Y$	: 透水係数の自然対数または常用対数変換値
$z$	: 位置座標
$Z$	: 二次元確率場における確率変量
$\hat{Z}$	: $Z$ の最良線形不偏推定値 (BLUE)
$\beta$	: 不飽和水分特性の経験的パラメータ
$\gamma$	: variogram (バリオグラム)
$\delta(\cdot)$	: ディラックのデルタ関数
$\varepsilon_j$	: 目的関数の最適化における収束判定定数
$\eta$	: 不飽和水分特性の経験的パラメータ
$\theta$	: 体積含水率
$\theta_n$	: Field Capacity (圃場容水量)
$\theta_r$	: 最小容水量
$\theta_s$	: 飽和容水量
$\lambda_0$	: 平均的な水頭拡散率 (透水量係数と有効間隙率の平均値の比)
$\rho_h$	: $h$ の自己相関関数
$\rho_\phi$	: $\phi$ の自己相関関数
$\rho_0, \rho_1, \dots$	: $\rho_\phi$ の white noise 近似に伴う補正定数
$\sigma_{cs}^2$	: $P_e, Y, S$ の不均質性を表わす統計量
$\sigma_h^2$	: 水位 $H'$ の統計的分散
$\phi$	: 降雨によって形成された地下水位 $h$
$\Phi$	: 全水頭
$\phi$	: 圧力水頭 ( $\leq 0$ )
$\phi_w$	: 空気浸入吸引圧 ( $> 0$ )
$\Delta H$	: 降雨による地下水位の (最大) 上昇量

## 謝 辞

本論文は、著者が名古屋大学大学院地盤工学専攻に入学以来、工学部土木工学教室に助手として勤務する今日までに行なった研究成果をまとめたものであります。本研究を遂行するにあたって、学生時代より終始、貴重なご指導ご鞭撻を賜りました。名古屋大学工学部 高木不折教授に深甚なる感謝の念を捧げる次第です。先生の公私にわたる絶大なるご教示は、研究を進めるうえでさまざまな形のエネルギーを生み、また励みとなりました。名古屋大学工学部 植下 協教授、岩田好一朗教授、松林宇一郎助教授には、本論文をまとめるにあたり、高い見地から懇切丁寧なご指導を賜りました。深く感謝の意を表するものであります。

著者が今日まで恵まれた研究生生活を続けて来られたことに対して、名古屋大学工学部土木工学・地盤工学教室の諸先生方ならびに職員の方々に厚く御礼申し上げます。また、水理学研究室において著者の至らぬ点をカバーして頂いた 和田清助手（現 豊橋技科大）、水谷法美助手、黒川祐光事務官（現 鈴鹿高専）、野村真一技官に深く感謝いたします。

本研究を遂行する過程において、著者ととともに現地観測に汗を流し、実験に熱心な協力を頂いた 当時 名古屋大学学生 内田光一（現 静岡県）、伊藤 剛（現 フジタ工業）、岡本康成（現 堺市）、渡邊 茂（現北陸電力）、加藤隆史（現 愛知県）、星野 淳（現 北海道開発庁）、高田 篤（現 名大大学院）、関戸淳二（現 JR東海）の諸氏に謝意を表します。

現地観測にあたって、自家用井戸の観測井への転用など種々のことに快くご協力を頂いた愛知県小牧市上末地区の方々に心から御礼申し上げます。また、観測地域の地形地質特性について懇切丁寧な御教示を賜った 名古屋大学名誉教授 嘉藤良次郎博士に厚く御礼申し上げます。さらに、自記水位計などの計測機器を借用させて頂いた建設省中部地建庄内川工事事務所、観測地域の土質調査資料を提供頂いた小牧市役所、貴重な水文観測資料を提供して頂いた一宮市気象水象観測所、木津用水土地改良区、愛知県住宅供給公社桃花台ニュータウン建設工事事務所ほか関係各機関に対し深く謝意を表します。

なお、本研究を遂行するにあたって 文部省科学研究費・奨励研究(A) [昭和63年度：不均質場における地下水状態の統計的空間構造の解析と観測情報の評価、平成元年度：地下水位の不確定性を考慮した不圧帯水層定数の逆解析]、一般研究(B) [昭和60・61年度：微小流域における流出特性の平均化過程に関する研究] (研究代表者 高木不折)の補助を得ました。ここに記して謝意を表します。

最後に、著者に地下水研究の端緒を与え、今日まで暖かく見守って下さった、名城大学理工学部 桑原 徹教授に衷心より深く感謝いたします。