平成18年度学位申請論文

医用X線CT画像の画質改善を目的とした画像処理に関する研究

名古屋大学大学院医学系研究科
医療技術学専攻

(指導: 小寺吉衛 教授)

安 田 成 臣

概 要

医用画像検査には，一般X線撮影，X線コンピュータ断層撮像(computed tomography: CT)，磁気共鳴撮像 (magnetic resonance imaging: MRI)，核医学画像，超音波診断画像等，種々のモダリティが存在するが，何れの検査も診療の現場において必要不可欠な存在となっている．この中でも特にX線CT装置の性能の向上が近年では目覚しく，多データ収集系 (data acquisition system: DAS) 型CT装置が実用化されてからは従来の単DAS型CTに比べて広範囲の撮像が短時間で可能になったり，あるいは薄いスライス厚での撮像が可能になったりと，より低侵襲且つ高空間分解能での撮像が可能となった．このようにX線CT画像の高速撮像化や高空間分解能化が進み，短時間でより広範囲の撮像が可能となったものの，このことはボリューム撮像，あるいは将来的には4次元撮像 (ボリューム撮像に時間の次元を与えた撮像) の利用頻度を増加させると予測することができる．ボリューム撮像や4次元撮像では使用するX線量が多いため，放射線による患者のリスクを増加させないためにも低線量での撮像が望まれる．しかし線量を下げることで画像ノイズが増加してしまうため医用放射線画像系ではこの線量とノイズのトレードオフが常に問題となる．また，多DAS型のCTにより体軸方向 (z 方向) の分解能は改善されたが，x 及び y 方向の分解能は依然として画像再構成関数や画像処理に依存しているところが大きい．そこで，本研究では同じ放射線量で診断に有用な情報を最大限に引き出すため，又は同じ情報量をより低線量で引き出すため，医用X線CT画像の画質改善をおこなうことを目的とした．特にノイズ低減の処理に伴う診断情報量の保持や使用する放射線量の低減の可能性及び投影データの非線型性を利用した高空間周波数での投影データ収集に伴うエッジ応答の改善を研究対象とした．

画像のノイズ低減に関してはこれまで多数の手法が考案されている．例えば，中央値フィルタや平均値フィルタ等の実空間上のフィルタリング，低域通過フィルタやバンドパスフィルタ等の基本的な空間周波数領域での処理，空間 (位置)-スケール処理による手法，

統計的な手法等があるが，それぞれに長短所がある．中央値フィルタ等は一般にスパイク状のノイズ処理に有効であるとされており，比較的 低周波数領域に存在するノイズに適用するには向いていない．空間周波数領域での処理は一般に信号とノイズの空間周波数分布が異なる場合には非常に優れたノイズ低減処理が可能であるが，そうでない場合には処理が信号成分にまで影響を及ぼしてしまうため不都合である．一方で空間-スケール処理は，どの位置にどのような周波数帯の信号成分が存在しているかに基づいて処理が可能であり，従来の方法よりも柔軟な処理が可能であると考えられる．種々の周波数成分を含む信号にノイズを付加したものに対して低域通過フィルタによるノイズ低減をおこなった場合では，信号のグラディエントが大きな部分におけるアーチファクトの発生や振幅の低下が顕著であったが，空間-スケール処理におけるそれでは，信号への影響をかなり抑制することができた.

ウェーブレット分解に基づく空間-スケール処理を利用したノイズ低減の処理には非常に多くの操作パラメータが存在するが，これらの最適化について検討した結果，分解する際のカーネル関数についてはCoifletsの短いサポートを有する関数が，分解レベルについては3-4の分解が，また，空間-スケール領域におけるノイズ成分の縮退法については，これまで考案されている縮退関数の欠点を克服し，且つノイズの振幅分布を考慮した新たな縮退関数の設計をおこなった．選択したパラメータ群及び設計した縮退関数を用いてノイズ低減をおこなったところ，同じノイズ低減の性能で縮退アーチファクトの発生が少なく，且つ視覚的にも自然な処理結果を得ることができた．信号成分を保持しつつノイズ成分だけを効率良く取り除くことができれば，同じ診断の情報量を有する画像をより少ない放射線量で得ることができる，又は同じ放射線量でより多くの診断に有用な情報を引き出せる可能性があり，現在 問題視されている放射線画像系の患者の被曝，特にX線CTでの被曝の低減に少なからず貢献できるものと考えられる.

投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善では，理論的に「投影データ値は検出器に入射する光子数と線型ではなく，X線の減弱率の対数変換から得られる」ことを利用する．通常の画像では画素に含まれる被写体の面積と画素値との関係が線型であるが，

投影データの場合は検出器素子上のエッジの位置と投影データ値の関係が線型ではない．これによりエッジの位置が検出器素子の隔壁の真上に位置する場合は投影データ値が大きくなるが，隔壁の真上でない場合は投影データ値が小さくなることを示した．更に高空間周波数で投影データをサンプリングした方が，エッジの位置が隔壁の真上に配置される確率が大きくなるため大きな投影データが得られることも示した．ファントムスタディにおいては，臨床の X 線 CT 装置で実際に高空間周波数サンプリングによる投影データの収集はできないため，ここではトポロジカルな構成は同じで相似比が 2:1 の円柱を配した水ファントムを撮像して高空間周波数のサンプリングを模した．その結果，高空間周波数サンプリングを模したデータ収集により得られた画像を加算平均処理することでマトリクスサイズを大きくすることなくエッジ応答を改善できることが確認できた．より高い空間周波数で投影データをサンプリングし，加算平均により従来と同じマトリクスサイズの画像を得ることでエッジの応答が改善できるものと期待できる．先のノイズ低減処理とエッジ強調処理を相補的に組み合わせることで，同じ放射線量で診断に有用な情報を最大限に引き出す，又は同じ情報量をより低い線量で引き出せる可能性があると示唆された．

キーワード: 医用 X 線 CT 画像，ノイズ低減，ウェーブレット縮退，縮退関数 (閾値関数)，エッジ応答，投影データ

目 次

記号一覧 **16**

第 1 章　総論 **22**

第 2 章　医学と放射線の関わり **25**

2.1　医用放射線画像診断 26

2.2　医用画像診断における X 線 CT の重要性 29

2.3　X 線 CT の問題点 31

第 3 章　医用 X 線 CT 系 **33**

3.1　X 線 CT の理論 34

3.2　X 線 CT 装置の趨向 37

第 4 章　医用 X 線 CT 画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減 **38**

4.1　医用放射線画像系におけるノイズ　総論 39

4.2　信号及び画像のノイズ低減手法と問題点 40

4.3　空間-スケール領域における縮退処理によるノイズ低減処理 43

4.3.1　窓フーリエ変換 43

4.3.2　連続ウェーブレット変換 47

4.3.3　逆ウェーブレット変換 49

4.3.4　離散ウェーブレット変換 49

4.3.5　ウェーブレット縮退 54

4.4　ウェーブレット縮退による X 線 CT 画像のノイズ低減の最適化　各論 . . . 58

4.4.1 分解カーネル関数の選択 58
4.4.2 分解レベルの選択 68
4.4.3 縮退操作をおこなう解像度レベルの選択 70
4.4.4 縮退関数の選択 72
4.4.5 ノイズ分布を考慮した新たな縮退関数の設計 76
4.4.6 設計した縮退関数の評価 85
4.4.7 胸部画像への適用と低域通過フィルタとの比較 90
4.5 ノイズ低減処理に伴う被曝線量の低減及び診断情報の保存 93
4.6 医用 X 線 CT 画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減 考察 . . . 95
4.7 医用 X 線 CT 画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減 結論 . . . 98

第 5 章 医用 X 線 CT 系における投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善 100

5.1 X 線 CT 画像におけるエッジ応答改善 総論 101
5.2 X 線 CT 系における投影データの非線型性 103
5.3 高空間周波数サンプリングによる投影データの収集とエッジ応答の解析 . 105
5.4 加算平均処理によるマトリクスサイズの増加を伴わないエッジ応答の改善 111
5.5 高空間周波数サンプリングによる投影データの収集及び加算平均処理 . . . 111
5.5.1 ファントムの作成と実データのでの検証 (x 及び y 方向) 115
5.6 投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善 考察 121
5.7 投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善 結論 124

第 6 章 全体総括 125

第 7 章 今後の課題 128

7.1 医用 X 線 CT 画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減 129
7.2 医用 X 線 CT における投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善 130

付録 131

付録 A 132
A.1 実空間領域のフィルタリングによるノイズ低減処理 132
A.1.1 一様重み移動平均フィルタ 132
A.1.2 中央値フィルタ 140
A.1.3 エッジ保存フィルタ 145
A.2 空間周波数領域のフィルタリングによるノイズ低減処理 145
A.2.1 連続フーリエ変換 151
A.2.2 逆連続フーリエ変換 152
A.2.3 離散フーリエ変換 152
A.2.4 逆離散フーリエ変換 153
A.2.5 フーリエ変換の例 153
A.2.6 ローパスフィルタによるノイズ低減 156
付録 B 166
B.1 式 5.3.1，第 2 式の導出 166

謝辞 **168**

References **170**

本論文に関連する研究業績一覧 **177**

索引 **184**

図目次

2.0.1 X 線発見初期及び現在の X 線写真 27

(a) X 線発見初期の手骨の X 線写真 27

(b) 現在の装置による手骨の X 線写真 27

2.2.1 X 線 CT のボリュームデータを活用した画像表示例 30

(a) 骨格系及び動脈系の 3 次元表示 30

(b) 仮想内視鏡 30

3.1.1 ラドン変換 35

4.2.1 種々のノイズ低減処理 41

4.3.1 cos 関数のガボール変換 45

(a) $f(x)w(x)$ 45

(b) $\mathscr{F}[f(x)w(x)](u)$ 45

4.3.2 cos 関数の矩形窓フーリエ変換 45

(a) $f(x)w(x)$ 45

(b) $\mathscr{F}[f(x)w(x)](u)$ 45

4.3.3 窓フーリエ変換における実空間の不確定さ Δx と周波数空間の不確定さ Δu 46

(a) $\Delta x < \Delta u$ 46

(b) $\Delta x > \Delta u$ 46

4.3.4 1 次元のドップラ信号 50

4.3.5 1 次元のドップラ信号に対するウェーブレット領域 51

4.3.6 2 次元のサンプル画像 52

4.3.7 Fig. 4.3.6 に対する分解レベル Ξ =2 及び 3 のウェーブレット領域 53

(a) Ξ =2 53
(b) Ξ =3 53
4.3.8 1 次元のノイズ付加信号に対するウェーブレット変換 55
4.3.9 ウェーブレット縮退によるノイズ低減処理後のウェーブレット領域 56
4.3.10 ウェーブレット縮退による 1 次元信号のノイズ低減 57
4.4.1 Daubechies スケーリング関数 $\phi(x)$ 及びウェーブレット関数 $\psi(x)$ 59
4.4.2 Symlets スケーリング関数 $\phi(x)$ 及びウェーブレット関数 $\psi(x)$ 60
4.4.3 Coiflets スケーリング関数 $\phi(x)$ 及びウェーブレット関数 $\psi(x)$ 61
4.4.4 低コントラスト分解能評価用のファントムを模した数学ファントム 63
4.4.5 原画像 $f_0(x,y)$ と縮退処理された画像 $f_0\widetilde{(x,y)}$ との絶対誤差 66
(a) ξ=2 のウェーブレット展開係数のみを完全縮退 66
(b) ξ=3 のウェーブレット展開係数のみを完全縮退 66
(c) ξ=2 及び 3 のウェーブレット展開係数を完全縮退 66
4.4.6 特定の解像度レベル ξ のウェーブレット展開係数を完全縮退したときの中心における水平プロファイル 68
(a) N = 2 の Coiflets(ξ = 2 のみ完全縮退) 68
(b) N = 12 の Daubechies(ξ =2 及び 3 のみ完全縮退) 68
4.4.7 分解レベル Ξ を変化させたときの近似成分の水平プロファイル 69
(a) Ξ = 1 (10 mA) 69
(b) Ξ = 1 (50 mA) 69
(c) Ξ = 1 (300 mA) 69
(d) Ξ = 2 (10 mA) 69
(e) Ξ = 2 (50 mA) 69
(f) Ξ = 2 (300 mA) 69
(g) Ξ = 3 (10 mA) 69
(h) Ξ = 3 (50 mA) 69

(i) Ξ = 3 (300 mA) 69
(j) Ξ = 4 (10 mA) 69
(k) Ξ = 4 (50 mA) 69
(l) Ξ = 4 (300 mA) 69
4.4.8 hard thresholding による縮退操作 (縮退関数) 73
4.4.9 soft thresholding による閾値操作 (縮退関数) 74
4.4.10 Qian thresholding (trimmed thresholding) による閾値操作 (縮退関数) 75
4.4.11 水ファントムの写真 79
4.4.12 水ファントムの再構成画像及び ROI に対するヒストグラム 79
(a) 水ファントムの再構成画像 79
(b) ヒストグラム及びフィッティング関数 79
4.4.13 提案縮退関数のパラメータ Y による変化 83
4.4.14 提案縮退関数の閾値 τ_ξ による変化 84
4.4.15 水ファントムを各種の縮退関数によりノイズ低減処理した結果 86
(a) ノイズ低減処理前 86
(b) hard thresholding 86
(c) soft thresholding 86
(d) 提案縮退関数 86
4.4.16 水ファントムを各種の縮退関数によりノイズ低減処理した結果 (拡大及び WW 処理) 87
(a) ノイズ低減処理前 87
(b) hard thresholding 87
(c) soft thresholding 87
(d) 提案縮退関数 87
4.4.17 ノイズ低減処理をおこなった画像と原画像との差分 88
(a) ノイズ低減処理前 88

(b) hard thresholding 88
(c) soft thresholding 88
(d) 提案縮退関数 88
4.4.18 低線量で得られた胸部ファントム画像に対する提案縮退法を用いたノイズ低減 91
(b) 原画像に対する LPF によるノイズ低減 (部分拡大画像) 91
(a) 原画像 (管電流 50 mA) 91
(c) 原画像に対する提案縮退関数によるノイズ低減 91
(d) 高線量での画像 (管電流 300 mA) 91
4.4.19 原画像と提案手法による画像との差分及びそのヒストグラム 93
(a) 原画像と提案手法による画像との差分 93
(b) ヒストグラム 93
5.1.1 種々のエッジ強調処理 102
5.2.1 低及び高空間周波数サンプリングによる投影データの収集 104
5.3.1 検出器素子上における相対的なエッジの位置と投影データ値の関係 108
5.3.2 検出器素子上におけるエッジの相対的な位置に対する投影データの振る舞い及びその差の比率 109
(a) $p_1(X)$ 及び $p_2(X)$ の遷移 ($\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}} = 10$) 109
(b) $p_1(X)$ 及び $p_2(X)$ の遷移 ($\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}} = 100$) 109
(c) $\frac{p_2(X)-p_1(X)}{p_1(X)}$ の遷移 ($\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}} = 10$) 109
(d) $\frac{p_2(X)-p_1(X)}{p_1(X)}$ の遷移 ($\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}} = 100$) 109
5.3.3 減弱率の比 $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ と投影データ値の相対的な差 $p_2(X) - p_1(X)$ の関係 . 110
5.5.1 x, y 及び z 方向における高空間周波数サンプリングと加算平均処理 114
5.5.2 相似比 2:1 のファントム 117
5.5.3 管電流 100 mA における再構成画像, 水平プロファイル及びエッジグラディエントの絶対値. 118

(a) 低空間周波数サンプリングを想定した再構成画像 118
(b) 高空間周波数サンプリングを想定した提案手法の再構成画像 118
(c) (a) の矢印位置における水平プロファイル 118
(d) (b) の矢印位置における水平プロファイル 118
(e) (c) のグラディエントの絶対値 118
(f) (d) のグラディエントの絶対値 118
5.5.4 低空間周波数サンプリングによる画像及び高空間周波数サンプリングによる提案手法の画像を拡大したもの 119
5.6.1 2，4 及び 8 倍の高空間周波数サンプリングにおける投影データ値の振る舞いと増加率 123
(a) $p_2(X)$ 123
(b) $p_1(X)$ に対する増加率 123
(c) $p_4(X)$ 123
(d) $p_1(X)$ に対する増加率 123
(e) $p_8(X)$ 123
(f) $p_1(X)$ に対する増加率 123
A.1.1 2 次元の処理前の画像及び水平プロファイル 134
(a) 2 次元の処理前の画像 $f(x,y)$ 134
(b) $f(x,y)$ の $y = 311$ の位置における水平プロファイル 134
A.1.2 対象画像の振幅スペクトル 135
(a) 振幅スペクトル 135
(b) 中心における水平プロファイル 135
A.1.3 3×3 のカーネルによる移動平均フィルタを胸部ファントムの再構成画像に 1 回適用した結果 136
(a) 再構成画像 136
(b) $y = 311$ における水平プロファイル 136

A.1.4 Fig. A.1.3 の振幅スペクトル 137
(a) 振幅スペクトル (対数表示) 137
(b) 中心における水平プロファイル 137
A.1.5 3×3 のカーネルによる移動平均フィルタを胸部ファントムの再構成画像に
2 回適用した結果 138
(a) 再構成画像 138
(b) $y = 311$ における水平プロファイル 138
A.1.6 Fig. A.1.5 の振幅スペクトル 139
(a) 振幅スペクトル (対数表示) 139
(b) 中心における水平プロファイル 139
A.1.7 中央値フィルタを胸部ファントムの再構成画像に 1 回適用した結果 141
(a) 再構成画像 141
(b) $y = 311$ における水平プロファイル 141
A.1.8 Fig. A.1.7 の振幅スペクトル 142
(a) 振幅スペクトル (対数表示) 142
(b) 中心における水平プロファイル 142
A.1.9 中央値フィルタを胸部ファントムの再構成画像に 2 回適用した結果 143
(a) 再構成画像 143
(b) $y = 311$ における水平プロファイル 143
A.1.10 Fig. A.1.5 の振幅スペクトル 144
(a) 振幅スペクトル (対数表示) 144
(b) 中心における水平プロファイル 144
A.1.11 5×5 近傍のエッジ保存フィルタにおけるカーネルウィンドウ 146
(a) $S_{1,st}$ 146
(b) $S_{2,st}$ 146
(c) $S_{3,st}$ 146

(d) $S_{4,st}$ 146
(e) $S_{5,st}$ 146
(f) $S_{6,st}$ 146
(g) $S_{7,st}$ 146
(h) $S_{8,st}$ 146
(i) $S_{9,st}$ 146
A.1.12 エッジ保存フィルタを胸部ファントムの再構成画像に 1 回適用した結果 . 147
(a) 再構成画像 147
(b) $y = 311$ における水平プロファイル 147
A.1.13 Fig. A.1.12 の振幅スペクトル 148
(a) 振幅スペクトル (対数表示) 148
(b) 中心における水平プロファイル 148
A.1.14 エッジ保存フィルタを胸部ファントムの再構成画像に 2 回適用した結果 . 149
(a) 再構成画像 149
(b) $y = 311$ における水平プロファイル 149
A.1.15 Fig. A.1.14 の振幅スペクトル 150
(a) 振幅スペクトル (対数表示) 150
(b) 中心における水平プロファイル 150
A.2.1 cos 関数に対するフーリエ変換対 155
(a) $f(x)$ 155
(b) $\mathscr{F}[f(x)](u)$ 155
A.2.2 矩形波関数に対するフーリエ変換対 156
(a) $p_d(x)$ 156
(b) $\mathscr{F}[p_d(x)](u)$ 156
A.2.3 1 次元の原信号 157
A.2.4 1 次元の原信号の振幅スペクトル 158

A.2.5 1 次元の人工白色ノイズ 158
A.2.6 1 次元のノイズ付加信号 159
A.2.7 1 次元のノイズ付加信号の振幅スペクトル 159
A.2.8 LPF によるノイズ低減後の 1 次元信号 161
A.2.9 胸部ファントムに対する空間周波数処理 164
(a) LPF 処理後の信号 $f'(x, y)$ 164
(b) $y = 311$ の位置における水平プロファイル 164
A.2.10 LPF を適用したときに発生するアーチファクト 165
B.1.1 検出器素子に対するエッジ位置の概念図 167

表 目 次

4.4.1　水ファントムの撮像条件 80
4.4.2　各縮退関数の性能比較 89
4.4.3　胸部ファントムの撮像条件 92
4.4.4　各画像における標準偏差 92
5.5.1　作成したファントムの構造における平均 CT 値 116
5.5.2　低及び高空間周波数サンプリングにおけるエッジ強度 (微分の絶対値) の最大値とその改善率 120

記号一覧

$\mathbb{N}$ ：自然数の集合

$\mathbb{O}$ ：奇数の集合

$\mathbb{R}$ ：実数の集合

$\mathbb{Z}$ ：整数の集合

$a \in \mathbb{R}$ ：スケール (スケールパラメータ，拡大縮小パラメータ，伸張パラメータ)(連続系における)，フィッティング変数

$a_{\Xi}(k, l)$ ：2 次元の分解レベル Ξ における近似係数 (平滑化成分)(離散系における)

$b \in \mathbb{R}$ ：トランスレーション (シフト，平行移動パラメータ，並進パラメータ)(連続系における)，フィッティング変数

$c \in \mathbb{R}$ ：フィッティング変数

$c(x)$ ：新たな縮退関数を設計するときに用いる関数

C_{ψ} ：ウェーブレット ψ に関するアドミッシブル条件 (許容条件)

$\{d \in \mathbb{R} | 0 \leq d\}$ ：矩形波関数 $p_d(x)$ の幅

$d_{HH,\xi}(k, l)$ ：2 次元の解像度レベル (分解能レベル) ξ における対角方向のウェーブレット展開係数 (離散系における)

$d_{\widetilde{HH,\xi}(k, l)}$ ：2 次元の解像度レベル ξ における縮退された対角方向のウェーブレット展開係数 (離散系における)

$d_{HL,\xi}(k,l)$ ：2 次元の解像度レベル ξ における垂直方向のウェーブレット展開係数 (離散系における)

$\widetilde{d_{HL,\xi}(k,l)}$ ：2 次元の解像度レベル ξ における縮退された垂直方向のウェーブレット展開係数 (離散系における)

$d_{LH,\xi}(k,l)$ ：2 次元の解像度レベル ξ における水平方向のウェーブレット展開係数 (詳細化成分，ウェーブレット成分)(離散系における)

$\widetilde{d_{LH,\xi}(k,l)}$ ：2 次元の解像度レベル ξ における縮退された水平方向のウェーブレット展開係数 (離散系における)

$d_{\xi}(k)$ ：1 次元の解像度レベル ξ におけるウェーブレット展開係数 (離散系における)

e ：自然対数の底 (≈ 2.72)

$e(x)$ ：人工ノイズ

$f(x)$ ：1 次元の信号 (連続及び離散系における)

$f(x,y)$ ：2 次元の信号 (連続及び離散系における)

$f_0(x)$ ：1 次元の原信号 (連続及び離散系における)

$f_0(x,y)$ ：2 次元の原信号 (連続及び離散系における)

$f'(x)$ ：周波数処理後の 1 次元の信号 (連続及び離散系における)

$f'(x,y)$ ：空間周波数処理後の 2 次元の信号 (連続及び離散系における)

$\widetilde{f(x)}$ ：ウェーブレット縮退後の 1 次元の信号 (連続及び離散系における)

$\widetilde{f(x,y)}$ ：ウェーブレット縮退後の 2 次元の信号 (連続及び離散系における)

$F(u)$ ：1 次元の周波数領域における信号 (連続及び離散系における)

$F(u,v)$ ：2 次元の空間周波数領域における信号 (連続及び離散系における)

$F'(u)$ ：処理後の $F(u)$(連続及び離散系における)

$F'(u,v)$ ：処理後の $F(u,v)$(連続及び離散系における)

$g(x)$ ：ガウス関数 (ガウシアン)

$H(u)$ ：1 次元のフィルタ伝達関数 (連続及び離散系における)

$H(u,v)$ ：2 次元のフィルタ伝達関数 (連続及び離散系における)

$i \in \mathbb{Z}$ ：行列 (i,j) の成分

$\{I \in \mathbb{R} | 0 \leq I\}$ ：透過 X 線の強度

$\{I_0 \in \mathbb{R} | 0 \leq I_0\}$ ：入射 X 線の強度

$j \in \mathbb{Z}$ ：行列 (i,j) の成分

$k \in \mathbb{Z}$ ：x 方向のトランスレーション (離散系における)

$l \in \mathbb{Z}$ ：y 方向のトランスレーション (離散系における)

$\{L \in \mathbb{R} | 0 \leq L\}$ ：物質の厚さ

$m \in \mathbb{Z}$ ：整数

$n \in \mathbb{Z}$ ：整数

$n_x \in \mathbb{R}$ ：x 方向に何倍の高空間周波数サンプリングがなされたかを示す指数

$n_{x,y} \in \mathbb{R}$ ：x 及び y 方向に何倍の高空間周波数サンプリングがなされたかを示す指数

$n_y \in \mathbb{R}$ ：y 方向に何倍の高空間周波数サンプリングがなされたかを示す指数

$n_z \in \mathbb{R}$ ：z 方向に何倍の高空間周波数サンプリングがなされたかを示す指数

$n_X \in \mathbb{R}$ ：X 方向に何倍の高空間周波数サンプリングがなされたかを示す指数

$N \in \mathbb{Z}$ ：次数 (オーダ)

$\{N_p \in \mathbb{N} | 0 \leq N_p\}$ ：X 線光子の数

$\{p \in \mathbb{R} | 0 \leq p \leq 1\}$ ：事象の生起確率

$p_n(X)$ ：n 倍の高空間周波数サンプリングによる投影データ値

$p(X)$ ：位置 X における投影データ値

$p(X,\theta)$ ：位置 X，回転角度 θ における投影データ値

$P(\alpha)$ ：確率質量関数 (事象が α 回だけ生起する確率)

$s \in \mathbb{Z}$ ：行列 (s,t) の成分

$S_{n,st}$ ：エッジ保存フィルタにおける n 個目のカーネル領域

S_{st} ：空間フィルタにおけるカーネル領域

$t \in \mathbb{Z}$ ：行列 (s,t) の成分

$u \in \mathbb{R}$ ：x 方向の (空間) 周波数

$v \in \mathbb{R}$ ：y 方向の (空間) 周波数

$w(x)$ ：窓関数

$(W_\psi f)(a,b)$ ：f の ψ によるウェーブレット変換

$x \in \mathbb{R}$ ：$x\mathrm{O}y$ における水平方向 (左右方向) の位置

$x\mathrm{O}y$ ：O を原点とする直交静止座標系

$X \in \mathbb{R}$ ：$X\mathrm{O}Y$ における位置

$X\mathrm{O}Y$ ：$x\mathrm{O}y$ を角度 θ だけ回転した回転座標系

$y \in \mathbb{R}$ ：$x\mathrm{O}y$ における垂直方向 (前後方向) の位置

$Y \in \mathbb{R}$ ：$X\mathrm{O}Y$ における位置

$z \in \mathbb{R}$ ：$x\mathrm{O}y$ からなる平面に直交する方向 (体軸方向) における位置

$\alpha \in \mathbb{N}$ ：事象の生起回数

δ_{kl} ：Kronecker のデルタ関数

$\theta \in \mathbb{R}$ ：$X\mathrm{O}Y$ の $x\mathrm{O}y$ に対する回転角度

ι ：虚数単位

$\{\mu \in \mathbb{R} | 0 \leq \mu\}$ ：線減弱係数

$\mu(x, y, z)$ ：位置 (x,y,z) における線減弱係数

$\xi \in \mathbb{N}$ ：解像度レベル

$\{\varpi_u \in \mathbb{R} | 0 \leq \varpi_u\}$ ：u 方向の遮断周波数 (カットオフ周波数)

$\{\varpi_{u,v} \in \mathbb{R} | 0 \leq \varpi_{u,v}\}$ ：u 及び v 方向の遮断周波数

σ ：標準偏差

$\{\tau \in \mathbb{R} | 0 \leq \tau\}$ ：閾値 (スレッシュホールド，スレッショルド)

$\{\tau_\xi \in \mathbb{R} | 0 \leq \tau_\xi\}$ ：解像度レベル ξ における閾値

$\phi(x)$ ：スケーリング関数

$\{\chi \in \mathbb{R} | 0 \leq \chi \leq 1\}$ ：検出器素子に対するエッジの相対的な位置

$\psi(x)$ ：マザーウェーブレット関数 (アナライジングウェーブレット，ウェーブレット母関数)

Γ_{long} ：通過パスが長い場合の X 線の減弱率

Γ_{short} ：通過パスが短い場合の X 線の減弱率

$\Xi \in \mathbb{Z}$ ：分解レベル

$\mathscr{F}[f(x)](u)$ ：$f(x)$ のフーリエ変換 (連続及び離散系における)

$\mathscr{F}[f(x,y)](u,v)$ ：$f(x,y)$ のフーリエ変換 (連続及び離散系における)

$\mathscr{F}^{-1}[F(u)](x)$ ：$F(u)$ の逆フーリエ変換 (連続及び離散系における)

$\mathscr{F}^{-1}[F(u,v)](x,y)$ ：$F(u,v)$ の逆フーリエ変換 (連続及び離散系における)

$\mathscr{I}[f(x)]$ ：$f(x)$ の虚部

$\mathscr{R}[f(x)]$ ：$f(x)$ の実部

$\mathscr{W}[f(x)](a,b)$ ：$f(x)$ のウェーブレット変換

第1章

総論

第1章　総論

医用画像検査には，一般X線撮影，X線コンピュータ断層撮像(computed tomography: CT)，磁気共鳴撮像(magnetic resonance imaging: MRI)，核医学画像，超音波診断画像，内視鏡画像等，種々のモダリティが存在するが，何れの検査も診療の現場において必要不可欠な存在となっている．この中でも特にX線CT装置の性能の向上が近年では目覚しく，ヘリカル型(螺旋型，スパイラル型)CT装置や多データ収集系(data acquisition system: DAS)型CT装置(所謂マルチスライスCT (multi-slice CT: MSCT)又は多検出器配列型CT (multi-detector row CT: MDCT))が実用化されてからは従来のノンヘリカルの単DAS型CT (single-detector row CT: SDCT)に比べて広範囲の撮像が短時間で可能になったり，あるいは薄いスライス厚での撮像が可能になったりと，より低侵襲且つ高空間分解能での撮像が可能となった．このようにX線CT画像の高速撮像化や高空間分解能化が進み，短時間でより広範囲の撮像が可能となったものの，このことはボリューム撮像，あるいは現在，新エネルギー・産業技術総合開発機構(New Energy and Industrial Technology Development Organization: NEDO)及び放射線医学総合研究所(National Institute of Radiological Sciences: NIRS)の支援で開発が進められている4次元[1]CT [1,2]撮像の利用を増加させると予測することができる．現に厚生労働省 社会医療診療行為別調査[3]によれば年間の総CT検査回数はここ数年増加している．これらのボリューム撮像や4次元撮像では使用するX線量が多いため，放射線被曝による患者のリスクを増加させないためにも低線量での撮像が望まれるが，線量を下げることで画像ノイズが増加してしまうため医用放射線画像系ではこの線量とノイズのトレードオフが常に問題となる．また多DAS型のCTにより体軸方向(z方向)の分解能は改善された[4]が，x及びy方向の分解能は依然として画像再構成関数(画像再構成フィル

[1]ボリューム撮像に時間の次元を与えたもの

タ) や画像処理に依存しているところが大きい．そこで本研究では同じ放射線量で診断に有用な患者の情報を最大限に引き出すため，又は同じ情報をより低線量で引き出すため，医用 X 線 CT 画像の画質改善をおこなうことを目的とした．特にノイズ低減に伴う診断情報量の保持や使用する放射線量の低減の可能性及び投影データの非線型性を利用したマトリクスサイズの変更を伴わないエッジ応答 (edge response，エッジレスポンス) の改善を研究対象とした.

第2章

医学と放射線の関わり

第2章　医学と放射線の関わり

医用放射線画像診断及び放射線治療の始まりは，僅か 111 年前の 1895 年 11 月 8 日，Wilhelm Conrad Röntgen による X 線の発見である．X 線の発見から間もなく撮影された Anna Bertha 夫人の手骨の X 線写真 (Fig.2.0.1(a)) はよく知られている．以来，放射線と医学の結びつきは非常に強く，診断系としては単純 X 線撮影検査のみでなく，X 線 CT 検査，X 線透視，骨密度測定，シンチグラフィ，単光子放射型 CT (single photon emission CT: SPECT) 及び陽電子放射型 CT (positron emission CT: PET) といった核医学検査法等が考案され，治療系としては，古くは管電圧 100 kV 程度の X 線管からの低エネルギー X 線及びラジウム線源による治療に始まり，コバルト遠隔治療装置や線形加速器 (linear accelerator: LINAC，リニアック，ライナック) を使用した高エネルギー光子線治療及び現在では陽子線や炭素等の重イオン線を使用した重粒子線治療 (重イオン線治療) がおこなわれるようになり注目されている．施行している施設は僅かであったり臨床試験が打ち切られていたりするものの，ホウ素中性子捕捉療法 (boron neutron capture therapy: BNCT) [5] や π^- 中間子線による治療等 [6] の粒子線治療も考案されてきた．放射線治療系は放射線の局所制御が比較的に困難であり，再生医学，遺伝子治療，光力学的治療等の発達によりそれらに取って代わる可能性があるが，形態画像を得る放射線画像診断系は他の電磁波や光線での代用が困難であると考えられ，今後も医学において重要な範囲を占めるものと思われる．

2.1　医用放射線画像診断

現在の医療現場において画像診断は無くてはならない非常に重要な領域にまで成長している．医用画像は単純 X 線撮影や X 線 CT 撮像等の電離放射線を使用するモダリティと，

(a) X-ray image of a hand in early days of X-ray discovery.

(b) X-ray image of a hand obtained by a present equipment.

Fig. 2.0.1 X-ray images of hands in early days of X-ray discovery and by a present equipment. (a): Early X-ray image of Anna Bertha Röntgen's hand by W. C. Röntgen [7]. Exposure time needed about 15 min. (b): X-ray image of a hand obtained by a present equipment [8]. By technical development of X-ray tube and detector system etc., exposure finishes in about 1/25-1/50 sec.

MRI，超音波画像検査，内視鏡検査等の電離放射線を使用しないものとに大別される．前者の放射線画像系は画像を取得する際に人体に放射線を照射し，透過線を検出して人体内部の構造を画像化している．照射する放射線量が多いほど量子ノイズ，つまりポアソン過程に基づく光子数の統計的な揺らぎが少ない画像を得ることができる．ここでポアソン分布の確率質量関数を考える．ポアソン分布は 2 項分布において生起確率が十分に小さい場合に相当し，確率質量関数 $P(\alpha)$ は以下で表される[2].

$$P(\alpha) = \frac{(pn)^{\alpha} e^{-pn}}{\alpha!} \quad ; \alpha \in \mathbb{N} \tag{2.1.1}$$

上式において $\{p \in \mathbb{R} | 0 \leq p \leq 1\}$，$n(\in \mathbb{N})$ 及び $P(\alpha)$ はそれぞれ，各試行でのある特定の事象の生起確率，試行回数及びある特定の事象が α 回だけ生起する確率である．また，$\mathbb{N}$ 及び $\mathbb{R}$ は自然数の集合及び実数の集合である．ポアソン分布の平均値 (1 次モーメント) $\overline{\alpha}$ は,

$$\begin{aligned} \overline{\alpha} &= \sum_{\alpha=0}^{n} \alpha P(\alpha) \\ &= pn \end{aligned} \tag{2.1.2}$$

また，予想分散 (又は単に分散) σ^2 は,

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \sum_{\alpha=0}^{n} (\alpha - \overline{\alpha})^2 P(\alpha) \\ &= pn \end{aligned} \tag{2.1.3}$$

[2] 2 項分布の確率質量関数 $P(\alpha) = \frac{n!}{(n-\alpha)!\alpha!} p^{\alpha}(1-p)^{n-\alpha}$ において，$p \ll 1$，$n \gg 1$ 及び $pn \ll \sqrt{n}$ のもとで次の 2 つの近似を用いる [9].

$\frac{n!}{(n-\alpha)!} \simeq n^{\alpha}$

$(1-p)^{n-\alpha} \simeq e^{-pn}$

ここで e は自然対数の底である.

であり平均値と分散が等しい．標準偏差 σ は分散の平方根であるので，

$$\sigma = \sqrt{\overline{\alpha}} \tag{2.1.4}$$

となる．簡単のため，信号を分布の平均値，ノイズを標準偏差と仮定すると信号対ノイズ比 (signal-to-noise ratio: SNR，S/N) は，

$$S/N = \overline{\alpha}/\sigma = \overline{\alpha}/\sqrt{\overline{\alpha}} = \sqrt{\overline{\alpha}} \tag{2.1.5}$$

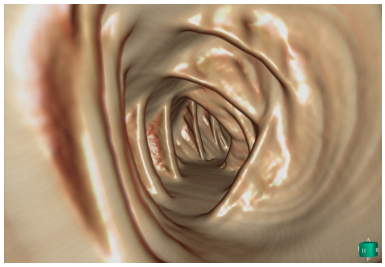
となり，ポアソン過程における SNR は $\sqrt{\overline{\alpha}}$ に比例することが分かる．換言すれば，SNR の逆数，つまり信号に対するノイズの比率は $1/\sqrt{\overline{\alpha}}$ に比例するため，管電流を大きくして撮影に供する X 線光子数を多くする [10] ことで画像ノイズの比率を小さくすることができる．しかしながら X 線光子数の増加は患者の被曝線量の増大を意味する．放射線画像系ではこの使用する放射線量，つまり患者の被曝線量と画質とのトレードオフが常に問題となるのである．特に我が国では Gonzalez 論文[3] [11] が掲載されマスメディアや一般市民がそれに反応して以来，関連する学会等でシンポジウム等が開催 [15] され，医療放射線被曝についての関心が一段と高まっている．放射線画像診断系でも特に X 線 CT は被曝の主因 [15] であり，検査毎に必要最低限の放射線被曝で済むような撮影条件の設定，装置に搭載された被曝低減アプリケーションの活用に加え根拠 (evidence，エビデンス) に基づく CT 撮像 [16] が求められている．

2.2　医用画像診断における X 線 CT の重要性

X 線 CT は医用画像診断の領域において非常に重要な位置を占めている．従来のノンヘリカル CT が主流であった頃は，「MRI に比して任意の断層の観察が得意ではない」と言

[3] Gonzalez 論文に対しては幾つか問題点が指摘 [12] されており，日本医学放射線学会や日本放射線技術学会からはコメントも出されている [13, 14].

(a) Three-dimensional display of skeletal system and arterial system



(b) Virtual endoscopic image

Fig. 2.2.1 Examples of image display which utilized volume data of X-ray CT. As typical example, a three-dimensional image reconstructed from volume data [17] and a virtual endoscopic image [18] are shown.

われてきたが，近年のヘリカル CT 及び多 DAS 型の CT の普及により任意のスライスを観察することが容易になってきた．体内構造の 3 次元的な描出においては MRI よりもむしろ優れている感もあり，ボリュームデータを有効に活用した種々の 3 次元描出のためのアルゴリズム，アプリケーション及びビューワ等が盛んに開発されている．特に薄層スライスによる撮像が可能になり等方位ボクセル (isotropic voxel，アイソトロピックボクセル，等方性ボクセル) でボリュームデータを収集できるようになってからは，多断面再構成 (multiplanar reconstruction: MPR) や 3 次元表示をしたときにどの方向を観察しても同じ空間分解能で観察できるようになった．Fig. 2.2.1 に X 線 CT による代表的な 3 次元画像の例として骨格系と動脈系の 3 次元表示及び仮想内視鏡の画像を示す．何れも多 DAS 型のヘリカル CT により実用的に得られるようになった 3 次元画像である．また X 線 CT は形態の観察において特に優れており，単純 X 線撮影，MRI，核医学画像等のモダリティでは得ることができない診断に有用な形態画像を比較的 簡単に提供することができるため，一層 利用頻度が増すものと考えられる．

2.3　X 線 CT の問題点

前項では医用画像診断における X 線 CT の重要性を述べたが，必ずしも良い点ばかりではない．X 線 CT では患者の全周囲 (2π) から X 線を照射し，更にボリュームデータの収集においては寝台を移動してより広範囲に X 線を照射するため，他の放射線画像のモダリティよりも撮像に掛かる使用線量が多い．加えて，前述したような X 線 CT の性能の向上に伴って広範囲のボリュームデータがより短時間でより簡単に得られるようになったため，安易に検査を施行しがちになる．必要とされる最低限の線量よりも低線量で撮像してしまうことで目的とする構造物や診断情報が得られないのでは検査の意味が無くなってしまうが，無意味に広範囲を撮像したり，薄層スライスで撮像したり，又は「綺麗な画像の方が良いから...」などと無闇に放射線量を増加させてはならない．最近の X 線 CT 装置にはそれぞれのスライス位置及び投影方向の管電流を変調し，得られる再構成画像のノイズの揺らぎを一定にする線量の最適化のアプリケーション (CT automatic exposure

control: CT-AEC) [4]が搭載されている．このアプリケーションはX線の吸収が小さい部位においては管電流を小さくするため線量の低減に繋がると思われるが，設定モードによっては吸収が大きい部位について管電流を大きくしてしまう [15,19] ため逆に線量が増加してしまう可能性があり，全体でみたら必ずしも線量低減に繋がるとはいえない．低線量での撮像によって増加してしまったノイズをエッジ部分に極力影響を与えないで低減する画像処理のアプリケーションも考案されており，これらのアルゴリズム及び特性を理解したうえで利用することで根拠に基づいたCT検査の実施に近づくことができる．実際にこのアプリケーションを臨床で活用して優れた画像を得ることができたという報告もなされている [20].

上述のようにX線CT検査は比較的 使用線量が多いため，患者線量に細心の注意を払い，より低い線量でより多くの診断情報を引き出すように努めねばならない．そこで本研究ではX線CTにおいて同じ放射線量で診断に有用な情報を最大限に引き出すため，又は同じ診断情報量をより低線量で患者から引き出すための画質改善についての検討をおこなった．特にノイズ低減処理に伴う診断情報量の保持や使用する放射線量の低減，加えて，投影データの非線型性を利用した高空間周波数での投影データ収集に伴うエッジ応答の改善を研究対象としている．

[4]これらのアプリケーションでは，ノイズの標準偏差を揺らぎの指標とするものが多い．

第3章

医用X線CT系

第3章　医用X線CT系

本章では医用 X 線 CT の基本的な理論及び最近の装置の趨向について簡単に述べる.

3.1　X線CTの理論

X 線 CT は「任意の構造のあらゆる方向における線積分，つまり投影からその構造を一意に決定できる」という J.Radon の再構成理論 [21] に立脚している.

X 線 CT における画像再構成理論を考えるために先ず X 線の物質中での減弱を考える. 入射 X 線 (ここでは簡単のため単色 X 線とする) の強度を $\{I_0 \in \mathbb{R} | 0 \leq I_0\}$，単一構造からなる厚さ $\{L \in \mathbb{R} | 0 \leq L\}$ なる物質を透過した後の X 線の強度を $\{I \in \mathbb{R} | 0 \leq I\}$ とすると，基本的な減弱の式,

$$I = I_0 e^{-\mu L} \tag{3.1.1}$$

が成立する．ここで $\{\mu \in \mathbb{R} | 0 \leq \mu\}$ は線減弱係数であり，単位距離 dL 当たりの X 線光子数 $\{N_p \in \mathbb{N} | 0 \leq N_p\}$ の減弱率,

$$\mu = -\frac{1}{dL} \cdot \frac{dN_p}{N_p} \tag{3.1.2}$$

を示す[5].

[5]光子数として N がよく用いられるが，本稿では後出の次数 N と区別するために N_p とした.

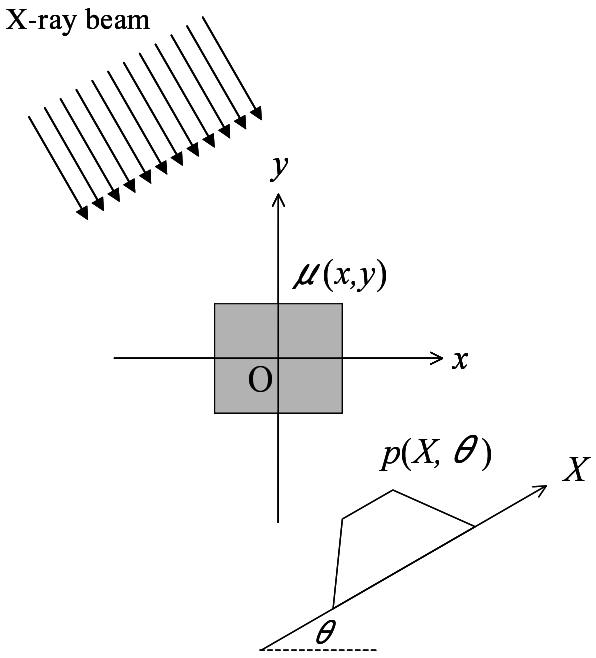


Fig. 3.1.1 Schematic diagram of Radon transform. Projection data $p(X, \theta)$ of a object $\mu(x, y)$ is acquired for all directions θ.

次に，直交静止座標系 xOy 上にある被写体の線減弱係数の分布を $\mu(x, y)$ とし，この投影を得ることを考える (Fig. 3.1.1). xOy を角度 $\theta(\in \mathbb{R})$ だけ回転した直交回転座標系を XOY とすると，両者の関係は,

$$\left.\begin{aligned} x &= X\cos\theta - Y\sin\theta \\ y &= X\sin\theta + Y\cos\theta \end{aligned}\right\} \tag{3.1.3}$$

となる．ここで回転座標系の Y 軸に沿って強度 I_0 なる平行な X 線ビームを入射すると，被写体を透過後の回転座標系の位置 X における X 線強度 $I(X, \theta)$ は以下のようになる．

$$I(X,\theta) = I_0 \exp\left[-\int_{-\infty}^{+\infty} \mu(x,y)dY\right] \tag{3.1.4}$$

上式を $\int_{-\infty}^{+\infty} \mu(x,y)dY$ について解くと，

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mu(x,y)dY = \ln \frac{I_0}{I(X,\theta)} \tag{3.1.5}$$

となり，X 線強度の減弱率 $I_0/I(X,\theta)$ の自然対数をとった形になっている．この $\int_{-\infty}^{+\infty} \mu(x,y)dY$ は投影データと呼ばれ，$p(X,\theta)$ で表すことにする．つまり，

$$p(X,\theta) := \ln \frac{I_0}{I(X,\theta)} \tag{3.1.6}$$

である．ここで := は定義を表す．上述のように，対象の投影 (線積分) を求める操作を一般にラドン変換という．ラドン変換を回転角度 $0 \leq \theta < 2\pi$ に亘っておこない，あらゆる角度方向の投影データ $p(X,\theta)$ を得てその逆変換により被写体の線減弱係数の分布 $\mu(x,y)$ を得る，所謂 逆ラドン変換ができる．この逆ラドン変換により得られたものが X 線 CT における再構成画像である．

実際の X 線 CT 装置では検出器系の離散的な回転角度 θ_m 及び検出器上の離散的な位置 X_n によって投影データ $p(X_n,\theta_m)$ を収集し，従って離散的な再構成画像を得る．また，画像再構成フィルタと呼ばれる関数を作用させて周波数空間における種々の補正をおこなったり，ファンビームやコーンビームといった X 線ビームの形状に対する補正，更には線質硬化 (beam hardening，ビームハードニング) に対する補正等をおこなったりと，いかにして尤もらしい再構成画像を得ることができるかに各装置メーカとも技術的な工夫を凝らしている．

3.2　X 線 CT 装置の趨向

我が国において初めて X 線 CT 装置が実用的に導入されたのは 1975 年の 8 月，東京女子医科大学 (EMI CT1010，頭部専用) においてである [22, 23]．その後，同年の 10 月に国産第 1 号の X 線 CT 装置 (日立メディコ CT-H，頭部専用) が名古屋保健衛生大学 (現 藤田保健衛生大学) に導入 [24, 25] され有用性が認められて以降，装置は瞬く間に普及し，2003 年 8 月時点では 13,000 台以上が稼動している [26, 27].

当初の X 線 CT 装置はペンシルビームの translate/rotate 方式の所謂 第 1 世代であり，撮像時間は 4.5 分を要した [25]．現在の主な装置は rotate/rotate 方式の第 3 世代であり，検出器系が多 DAS 型 (最新の市販機は 64 個の DAS から構成) となっているのに加え，ヘリカルスキャンの開発により広範囲が短時間で撮像できるようになった．また，撮像時間の短縮を追及するほど装置の回転部分に加わる遠心加速度が大きくなり，最近の装置では 10 数-20 数 G もの加速度が加わる．しかし回転部分の強度的な対策や機器配置の考慮，回転機構のリニアモータ化及び X 線管の回転陽極の両持ち支持機構化 [28] 等によって現在では 0.4 sec/rot (1 回転当たりの秒数) を達成している装置も登場している．

数々の技術開発の中で現在の話題は検出器系の更なる多 DAS 化や 4 次元 CT に代表されるリアルタイム化であろう．多 DAS 化に伴って z 方向の空間分解能，あるいは 1 回転で撮像できる z 方向の範囲，つまりカバレージが増加し，高速なデータ転送技術や高速演算プロセッサの開発と相俟って，1 回転で目標臓器のボリュームデータを得る，あるいは連続回転によりボリュームデータを収集し続けて 3 次元画像を連続的に表示することで“ リアルタイムボリュームデータ撮像装置 ”が登場する日も遠くはないと思われる．

しかしながら，X 線管の焦点についてみてみると昔も今も変らず点線源である．z 方向の広範囲を一度に撮像しようとする場合に点線源では斜入の問題で限界があるため，大熱容量の“ 線線源 ”が開発されて暈けや散乱線に対する新たなアプローチが考案されたならば，真のリアルタイムボリュームデータ撮像が可能になるかもしれない．

第4章

医用X線CT画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減

第4章　医用X線CT画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減

3.2 項で述べたとおり，*xy* 平面の 2 次元の再構成画像 (正確にはスライス厚を有する) を得ていたのが，ヘリカル化及び多 DAS 化により *xyz* 空間の 3 次元を有するボリュームデータを得る方向にある．現在，市販の X 線 CT 装置では 64 DAS までの装置が存在するが，多 DAS 化の流れは今後 益々進んでゆくものと考えられ，コンベンショナル CT (ノンヘリカルの単 DAS 型 CT) では非常に時間と手間を要したボリューム撮像が比較的 容易に実施できるようになると考えられる．しかしボリューム撮像では広範囲に X 線を照射するため使用する線量が多く患者線量が問題となってくる．本章では同じ診断情報量をより低線量で患者から引き出すため，又は同じ放射線量で診断に有用な情報を最大限に引き出すため，医用 X 線 CT 画像のソフトウェア的なノイズ低減と診断情報の保存性及び線量低減の可能性について検討をおこなった.

4.1　医用放射線画像系におけるノイズ 総論

一般にノイズ (雑音) とは「目的としている情報に対して内部及び外部から混入する目的の情報以外のもの」である．ノイズが多く含まれる系では相対的に目的とする情報の信号が小さくなりノイズに埋もれてしまうことになる．特に，僅かな信号やコントラストが小さい信号を検出しようとする場合にはノイズの存在が系の検出能に大きく関与してくることになる．医用画像でいえば，マンモグラフィにおける被写体コントラストの小さな構造や微小石灰化構造等の小さな信号を検出する際にはノイズの存在が検出能に大きく関与する．そのため，このようなモダリティでは低ノイズな系が要求される.

医用放射線画像系におけるノイズは検出器系の構造的なノイズ，デバイスで発生するノ

イズ及び系で検出される放射線の光子等の統計的な揺らぎに分けられるが，大部分は後者に依存する．検出される光子数が多くなれば統計的な揺らぎが小さくなり，逆に少なくなれば揺らぎが大きくなる．この検出される光子数の統計的な揺らぎによるノイズは量子モトル (量子ノイズ) と呼ばれ，その性質上，検出される光子数を小さくするほど増加する．つまり患者の被曝線量を低減させようとして放射線量を少なくする，すなわち光子数を小さくすると揺らぎによる量子ノイズが大きくなる．そのため，同じ放射線量で診断に必要な情報量や画質を最大限有効に引き出す，又は同じ情報量や画質をより少ない放射線量で引き出すことは医用放射線画像系における大きな問題であり課題であると考えられる．

4.2　信号及び画像のノイズ低減手法と問題点

信号及び画像に対するノイズ低減については現在までに種々の手法が考案されている．ノイズ低減手法の例を Fig. 4.2.1 に示す．図からも分かるとおりノイズ低減の操作をおこなう領域によって実空間処理 (空間処理)，(空間) 周波数処理，時間 (空間)-スケール処理，更には時間の次元を利用した処理を考えることもできる．また，信号の特徴によって処理を変化させる適応型処理もあり，信号のエッジ強度に応じて処理を変化させる量子ノイズ低減フィルタや対象が信号であるか雑音であるかを判断できるように学習をおこなって処理をおこなうニューラルフィルタが含まれる．

実空間におけるノイズ低減の代表的なものに一様重み移動平均フィルタや中央値フィルタがあるが，一様重み移動平均フィルタは一種の低域通過フィルタ (low-pass filter: LPF, ローパスフィルタ) 又は帯域阻止フィルタ (band-rejection filter: BRF) であり，カーネル内で平均操作をおこなってしまうためエッジ部分が保存されない．対して中央値フィルタは移動平均フィルタほどエッジ部分が滑らかになることはないが，スパイク状や線状のノイズに効果が大きな操作であるため，他の特性をもつノイズに適用するには問題がある．エッジを保存した処理が可能なエッジ保存フィルタ (選択的局所平均化) も考案されているが，エッジを過度に保存するなどといった問題が存在する．

周波数処理の代表的なものには LPF (又は高域遮断フィルタ high-cut filter: HCF) や BRF

- noise reduction
  - processing in real domain
    - sliding neighborhood operation
      - moving average filter (mean filter)
      - weighted average filter
      - rank filter
        - maximum filter
        - median filter
        - midpoint filter
        - minimum filter
      - edge preservation filter (selective local averaging)
      - mode filter
      - alpha-trimmed mean filter
  - processing in frequency domain
    - low-pass filter (high-cut filter) (analog and digital)
      - Butterworth filter
      - Chebyshev filter (type I Chebyshev filter)
      - inverse Chebyshev filter (type Chebyshev filter)
      - Chesler's filter
      - elliptic filter (Cauer filter)
      - Bessel filter
      - Gaussian filter
      - optimum " L " filter (Legendre filter)
    - band-pass filter
    - band-rejection filter
      - notch filter
  - processing in time(space)-scale domain
    - wavelet shrinkage
    - wavelet packet shrinkage
  - adaptive filter
    - quantum denoising filter
    - neural filter
  - processing in time
    - recursive filter
    - image addition

Fig. 4.2.1 Various noise reduction processings. Noise reduction processing that employs real domain, (spatial-)frequency domain, time(space)-scale domain, moreover, time dimension, can also be considered. (digital and analog system)

がある．周波数処理では実空間の信号と周波数空間の信号とを結びつけるフーリエ変換 (後述 p.151) の性質上，ある周波数成分を操作すると信号全体に存在する同じ周波数成分までもが影響を受けてしまう．そのため信号とノイズの周波数分布が完全に分離していない場合にはエッジが暈ける等の副作用が現れる．しかし逆に両分布が完全に分離している場合には非常に有効なノイズ低減の手法と成り得る．

実空間処理や周波数処理に対して近年では空間 (時間) 領域の操作とスケールと呼ばれる周波数帯の操作とが可能なウェーブレット処理等を使用したノイズ低減法が注目されている．ウェーブレットを使用したノイズ低減では，先ず，ノイズが含まれている信号をウェーブレット変換によりウェーブレット領域 (ウェーブレットドメイン，空間-スケール領域) に分解し，次にノイズと考えられるウェーブレット展開係数の縮退処理をおこなうことで達成される．この過程はウェーブレット縮退と呼ばれており，Donoho ら [29–31] により提案されたものである．ウェーブレット縮退における展開係数の縮退法については，これまでに種々の手法が提案されている．どの解像度レベルのウェーブレット展開係数を縮退するかについては線型及び非線型の閾値操作があり，更にどのようにウェーブレット展開係数を縮退するかを記述する縮退関数 (閾値関数) については hard thresholding，soft thresholding [31]，Qian thresholding (trimmed thresholding) [32] 等が考案されている．また，ウェーブレット変換する際に使用する基底関数についても Daubechies，Coiflets，Symlets 等のウェーブレット基底が考案[6]されている．

本研究では，空間-スケール処理が可能でありエッジの保存性が優れているとされるウェーブレット変換を利用したウェーブレット縮退を X 線 CT 画像に適用する際の適したパラメータ群の検索について検討をおこなった．加えて，これまでの縮退関数 (あるいは単純な閾値操作による閾値関数) の問題点を改善し，対象画像のノイズ分布を利用した新たな縮退関数の設計及び有用性の検証をおこなった．なお，空間-スケール処理によるノイズ低減と比較するために代表的なノイズ低減手法を X 線 CT 画像に適用したものを付録した (付録 A p.132).

[6]直交系の場合．双直交系や非直交系の場合にも種々の関数が存在する．

4.3　空間-スケール領域における縮退処理によるノイズ低減処理

フーリエ変換に基礎をおく一般的な周波数処理では，得られた周波数スペクトルは信号 (画像) 全体の平均的なスペクトルを表している．つまり，スペクトル領域で特定の周波数成分を操作すると画像全体に含まれるその周波数をもつ信号が影響を受けてしまい，信号とノイズの周波数分布が重なっている場合には両者を適切に分離してノイズ処理をすることができない．そのため，医用画像のように信号とノイズの空間周波数分布が似ている，或いは位置毎に空間周波数特性が異なる場合は，周波数領域において信号とノイズを分離することは困難であるため，周波数フィルタリングにより特定の周波数成分を減衰させることによるノイズ低減の手法は本質的ではないと考えられる．近年，この問題点を緩和する比較的 新しい手法として時間 (空間)-スケール処理が注目されている．時間 (空間)-スケール処理では解析対象のどの場所にどのような周波数帯の成分が存在しているかに基づいて処理をするため，信号とノイズを適切に分離して処理できる可能性が広がる．

そこで，本項ではフーリエ変換により画像全体の平均として周波数処理をおこなうのではなく，信号のどの位置にどのような周波数帯の成分が含まれるか (2 次元である画像の場合はどの場所にどのような空間周波数帯の成分が含まれるか)，いわゆる時間 (空間)-スケール処理が可能なウェーブレット変換における最適化について検討をおこなった．ウェーブレット変換の詳細を述べる前に，次目では時間-スケール処理の基となった窓フーリエ変換による時間-周波数解析について簡単に述べる．

4.3.1　窓フーリエ変換

フーリエ変換を素地とする周波数解析及び処理では対象の信号全体を平均して解析及び処理をおこなうため，場所により周波数特性が異なる対象には不向きである．医用画像は一般的に場所により空間周波数特性が異なっているため，各部位における空間周波数特性を調べる場合には画像上の解析領域に関心領域 (region of interest: ROI，RoI，又は area of interest: AOI，AoI) を設定し，その ROI に関してフーリエ解析をおこなうことがある．

このように，解析する場所を窓関数 (この例では ROI) で限定し，位置の情報を加えることでフーリエ変換の弱点を克服する手法は窓フーリエ変換 (窓付きフーリエ変換，短時間フーリエ変換) と呼ばれる．窓フーリエ変換は，対象に窓関数を乗じてフーリエ変換をおこなうものであり，解析領域を限定することによりその場所 (又は時間) における，より高精度な空間周波数解析が可能となる．窓関数で解析する領域を限定することでどの場所にどのような空間周波数成分があるかを解析，つまり空間 (時間)-周波数解析が可能となるのである．

窓フーリエ変換の簡単な例として 1 次元の cos 関数に対するガボール変換を Fig. 4.3.1 に示す．ここでガボール変換とは窓関数 $w(x)$ にガウス関数 (Gaussian，ガウシアン) [7]，

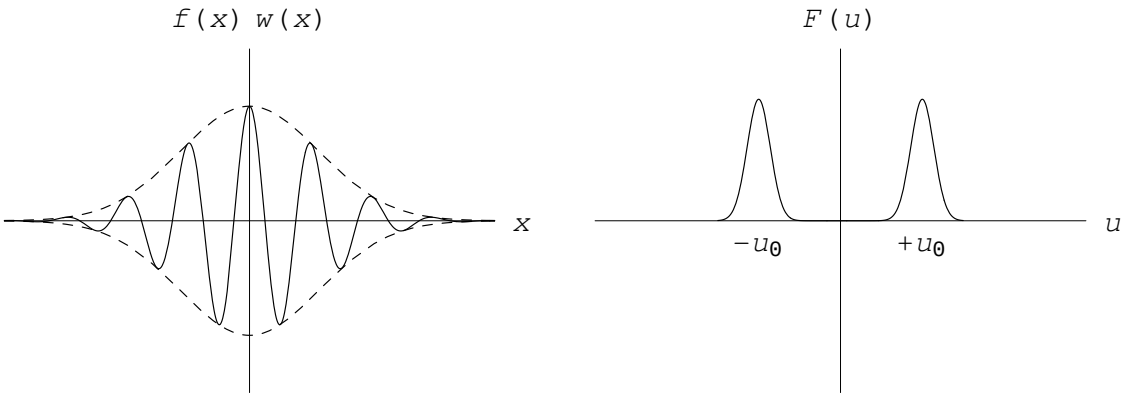
$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \tag{4.3.1}$$

を使用した窓フーリエ変換のことである．窓フーリエ変換では使用する窓関数 $w(x)$ の形状によって信号の周波数解析の結果が異なる．Fig. 4.3.2 に先ほどの cos 関数に対して窓関数として矩形波関数 (付録 式 A.2.12) を使用した窓フーリエ変換を示す．通常のフーリエ変換の如く矩形窓関数の幅 d を広げてサポート[8]を $[-\infty, +\infty]$ とすれば，cos 関数のフーリエ変換 (付録 Fig. A.2.1) のように周波数空間おける分解能は向上するが，逆に d を狭くしてサポートを小さくしてゆくと Fig. 4.3.2 のように周波数空間における分解能は低下する．つまり実空間の分解能 (又は不確定さ) Δx と周波数空間の分解能 Δu の間には，

$$\Delta x \Delta u \geq \frac{1}{2} \tag{4.3.2}$$

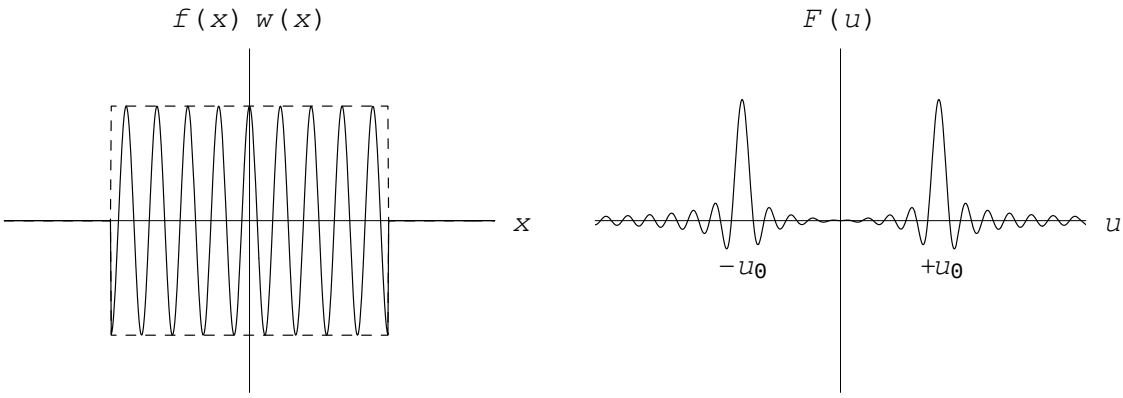
[7]不確定性関係において理論上 最良とされる関数がガウス関数である [33]．つまりガウス関数をフーリエ変換してもガウス関数であり，実空間と周波数空間の両方に適度に存在し理論上 双方の分散を最小にできることが知られている．

[8]関数 $f(x)$ の値が 0 でない区間を $f(x)$ のサポート (台) という．サポートが有界であるとき，サポートはコンパクト (又はコンパクトサポート) であるという．



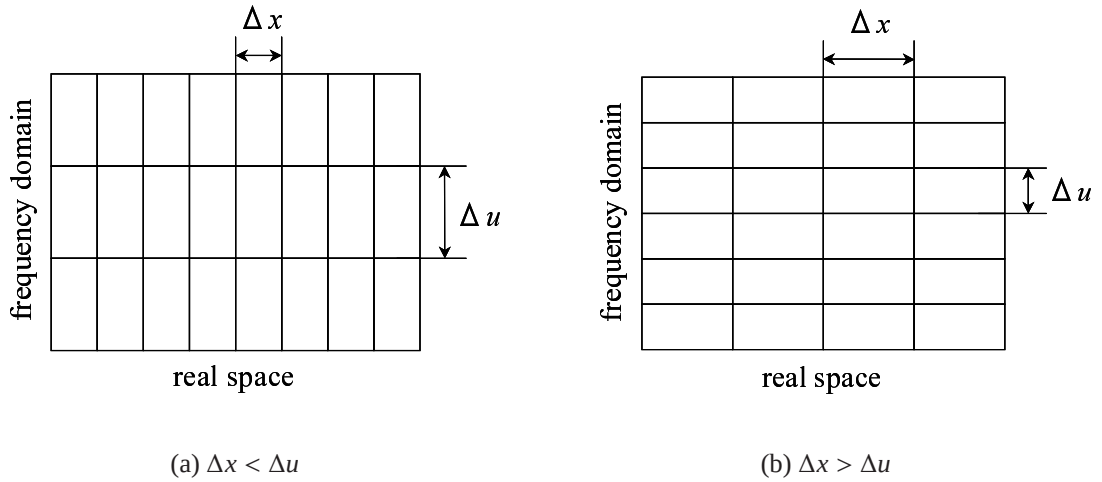
(a) $f(x)w(x)$ (b) $\mathscr{F}[f(x)w(x)](u)$

Fig. 4.3.1 Gabor transform of a cos function. (a): real-domain cos function which windowed by Gaussian function $w(x)$, (b): frequency domain.



(a) $f(x)w(x)$ (b) $\mathscr{F}[f(x)w(x)](u)$

Fig. 4.3.2 Windowed Fourier transform of a cos function by rectangular window. (a): real-domain cos function which windowed by rectangular function $w(x)$, (b): frequency domain. Result of frequency domain by rectangular window differs from the result from Gaussian window(Fig. 4.3.1).



(a) $\Delta x < \Delta u$ (b) $\Delta x > \Delta u$

Fig. 4.3.3 Relation between uncertainty in the real space Δx and that in the frequency space Δu. It is not allowed for the uncertainty principle to make Δx and Δu small simultaneously.

なる不確定性関係が成り立つ．Fig. 4.3.3 に窓フーリエ変換における Δx と Δu の関係を模式的に示す．図のように窓フーリエ変換では Δx を大きくすると Δu が小さくなり，両者はトレードオフの関係にある．そのため実空間及び周波数空間の分解能を共に 0 まで近づけることは不可能である．この不確定性関係のため，窓フーリエ変換による信号解析では解析対象の信号の周波数特性に応じて Δx と Δu の両者を満足する窓関数の幅の選択が必要である．窓フーリエ変換の中でも信号の周波数特性に応じて窓関数の広がりを変化させる方法も考案されており，コンスタント Q 解析として知られているが，ノイズを含んだ信号のように長い区間にわたって高い周波数成分を含むなどの場合はこの方法は有効とはいえない．

上述のように，通常の周波数解析に位置の情報をもたせたものが窓フーリエ変換であり，時間 (空間)-周波数解析が可能であるが，窓フーリエ変換は信号処理には利用できない．なぜなら窓フーリエ変換には完全な逆変換が存在しない [34] からである．そのため信号解析に使用されるのみであり，何かしらの処理をおこなった後に元の実空間に信号を

再構成することはできない．しかし近年 時間 (空間)-スケール解析が可能であり，且つ逆変換も存在するウェーブレット変換が考案され，本変換を使用した信号・画像処理が注目されている．

次目ではウェーブレット変換・処理の特徴をフーリエ変換，周波数処理及び窓フーリエ変換と比較して述べる．

4.3.2 連続ウェーブレット変換

フーリエ変換と窓フーリエ変換のそれぞれの良い点を使用するのがウェーブレット変換である．つまり，フーリエ変換の周波数解析によって実空間ではみえにくい情報を明らかにし，且つ窓フーリエ変換の如く局在した基底関数を使用して信号を分解することにより，どの時間 (空間) にどのような (空間) 周波数成分が存在するかという時間 (空間)-スケール解析が可能である．しかも窓フーリエ変換とは異なり直交系では正しい逆変換も存在するため，ウェーブレット空間 (時間-スケール領域) で処理をおこなった後に信号を実空間へ再構成することも可能である．

ウェーブレット (wave-lets: 小波，さざ波) の概念は歴史的にはすでに 1930 年頃から知られており，1982 年頃にフランスの石油探査技士 J. Morlet が実際の応用を試みてからその実用性が注目されることになった [35,36]．数学的な基礎は 1989 年頃にかけて築かれ [35]，現在 応用分野も拡大し続けていることから分かるように比較的 新しい分野であるといえる．

ここで，実空間における 1 次元の信号 $f(x)$ の連続ウェーブレット変換 (積分ウェーブレット変換) は次式で表現できる．

$$\mathscr{W}[f(x)](a,b) := (W_\psi f)(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\frac{1}{\sqrt{|a|}}\overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)}dx \tag{4.3.3}$$

ここで $\mathscr{W}[f(x)](a,b)$ は $f(x)$ のウェーブレット変換，$\psi(x)$ はマザーウェーブレット関数 (アナライジングウェーブレット，ウェーブレット母関数)，$\overline{\psi(x)}$ は $\psi(x)$ の複素共役，$\{a \in \mathbb{R} | a \neq 0\}$，

$b \in \mathbb{R}$ はそれぞれスケールパラメータ (拡大縮小パラメータ)，シフトパラメータ (トランスレーションパラメータ) である．ψ が実関数の場合は $\overline{\psi(x)}$ と $\psi(x)$ の区別は不要である．更に $\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ はマザーウェーブレット関数 $\psi(x)$ の変形により得られるため，ドウターウェーブレット関数 [35, 37] (ウェーブレット娘関数) と呼ばれることもある．式 4.3.3 は，ドウターウェーブレット $\overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)}$ が信号 $f(x)$ に似ているときには積分の値は大きくなり，逆に似ていないときは積分の値はほぼ 0 となることを表している．ウェーブレット変換ではマザーウェーブレット関数をシフト (トランスレーション) とスケーリング (ダイレーション，スケール変換) をおこなうことで時間 (空間) 及び周波数帯の解析が可能となっている．

連続ウェーブレット変換では，次のアドミッシブル条件 (許容条件)，

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\mathscr{F}[\psi(x)]|^2}{|u|} du < \infty \tag{4.3.4}$$

を満たす関数であればどのような関数でもマザーウェーブレットとして用いることができる [35]．一般的なアドミッシブル条件である式 4.3.4 の代わりに，通常は簡単のため次の条件が適用される．

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = \mathscr{F}[\psi(x)](0) = 0 \tag{4.3.5}$$

式 4.3.5 は $\psi(x)$ が振動的であることを意味している．また，信号解析的にはゼロ周波数を通過させないことを意味する．式 4.3.3 において $\psi(x)$ のシフト $\psi(x-b)$ が意味をなすためには，$\psi(x)$ はコンパクトサポートを有すること，つまり，

$$\operatorname{supp} \psi(x) \neq [-\infty, \infty] \tag{4.3.6}$$

を満たすことが望ましい．ここで supp $f(x)$ は $f(x)$ のサポート (p.44 脚註) を意味する．基底関数であるマザーウェーブレット $\psi(x)$ は振動的で波 (wave) の様であること，また局在しており小さい (-let) ことからウェーブレット (wavelet) と呼ばれるようになったのである．

4.3.3 逆ウェーブレット変換

フーリエ変換と同様にウェーブレット変換にも前述のように逆変換が存在するため，ウェーブレット空間から実空間の信号 $f(x)$ を復元することも可能である．逆ウェーブレット変換は次式で定義される．

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mathscr{W}[f(x)](a,b)\frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)\frac{dadb}{a^2} \tag{4.3.7}$$

上式で右辺が定義できるためにはアドミッシブル条件 (式 4.3.4) が満足されている必要がある [35].

4.3.4 離散ウェーブレット変換

数値計算により信号のウェーブレット変換及び逆ウェーブレット変換をおこなうときは，フーリエ変換の場合と同様に離散系の変換を用いる．1 次元の離散ウェーブレット変換は次式で与えられる[9].

$$\mathscr{W}[f(x)](2^{-\xi},2^{-\xi}k) := (W_\psi f)(2^{-\xi},2^{-\xi}k) = 2^{\xi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{\psi(2^{\xi}x-k)}f(x)dx \tag{4.3.8}$$

ここで，$\xi(\in\mathbb{Z})$ 及び $k(\in\mathbb{Z})$ はそれぞれ解像度レベル (分解能レベル) 及びシフトパラメータである．この逆変換は，

[9] ここでは解像度レベル ξ が高くなるほど高い周波数帯を示すが，ξ を $-\xi$ にして逆に表現する方法も存在する．

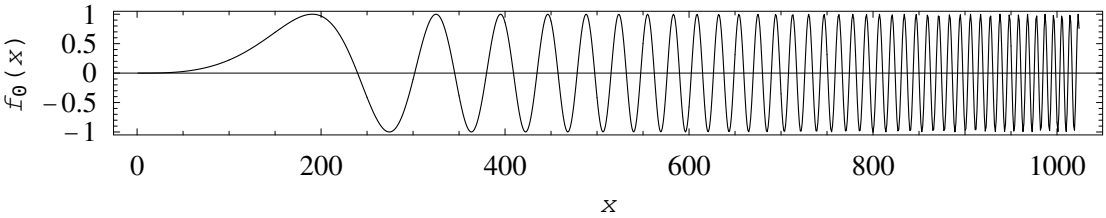


Fig. 4.3.4 One-dimensional Doppler signal. Wavelet transform of this Doppler signal was carried out as an one-dimensional example.

$$f(x) \sim \sum_{\xi} \sum_{k} \mathscr{W}[f(x)](2^{-\xi}, 2^{-\xi}k)\psi(2^{\xi}x - k) \tag{4.3.9}$$

で近似される．ここで，信号をうまく再構成するためには離散ウェーブレット変換に用いられるマザーウェーブレット関数 $\psi(x)$ は直交基底を構成するものでなければならない [35] [10]．つまり，

$$\langle \psi | \psi(\cdot - x) \rangle := \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)\overline{\psi(x-n)}dx = \begin{cases} \delta_n, & \text{if} \quad n = 0 \\ 0, & \text{if} \quad n \neq 0 \end{cases} \tag{4.3.10}$$

を満足し，ウェーブレット関数同士がそれぞれ影響し合わないことが求められる．ここで $\langle f(x)|g(x)\rangle$ は $f(x)$ と $g(x)$ の内積である．

1 次元ウェーブレット変換の分かり易い例としてドップラ信号 (Fig. 4.3.4) に対してウェーブレット変換をおこなった．得られたウェーブレット領域を Fig. 4.3.5 に示す．使用したマザーウェーブレット関数 $\psi(x)$ は次数 (order，オーダ)4 の Coiflets ウェーブレットであり，5 つの解像度レベルに分解してある (以降，分解レベル $\Xi = 5$ と表現)．ウェーブレット変

[10]完全な再構成が必要とされない場合には非直交系の関数も選択される．

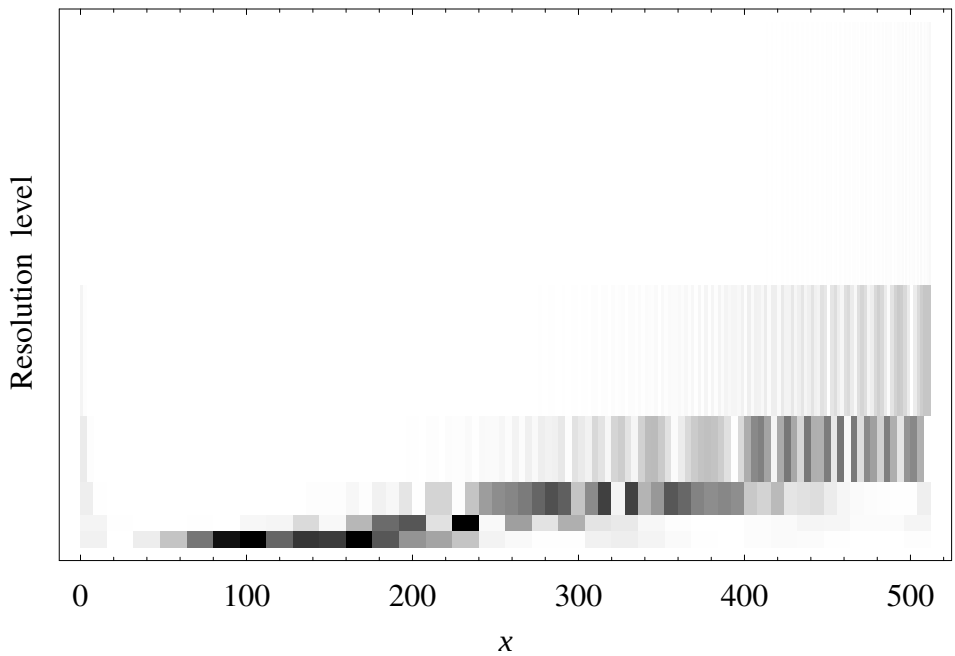
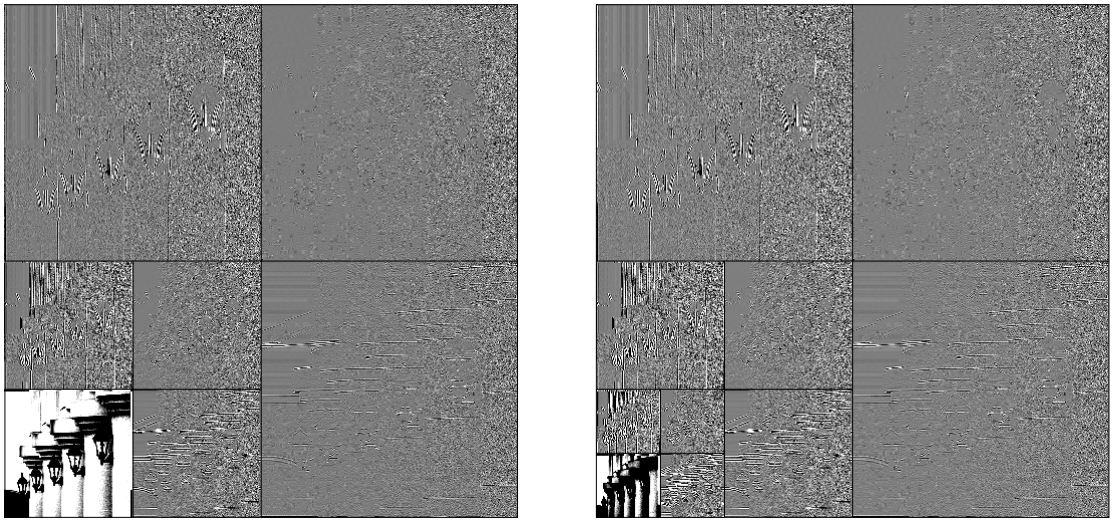


Fig. 4.3.5 Wavelet domain of a one-dimensional Doppler signal (Fig. 4.3.4). Decomposition level Ξ is 5. Detailed components (resolution level ξ = 5, 4, ..., 1) and approximated component are displayed from the top of the figure. Distribution of wavelet expansion coefficient shifts to the right as ξ becomes large (i.e., as it becomes expansion coefficients showing high frequency band). That is, position-scale analysis is realized by the wavelet transform.

Fig. 4.3.6　Two-dimensional sample image.　Wavelet transform of this image was carried out as a two-dimensional example.

換によりウェーブレット領域に分解された信号は，近似成分 (平滑化成分) と詳細化成分 (ウェーブレット成分) に分けられ，Fig. 4.3.5 は上から順に詳細化成分 (解像度レベル $\xi = 5$, 4，...，1) 及び近似成分を示している．$\xi = 1$ から $\xi = 5$ に推移するにつれて分布が右へ移行 (つまり周波数が高くなる方向へ移行) しており，解像度レベルによる周波数帯の情報及びシフトによる位置の情報に分解されていることが確認できる．即ち位置 (時間)-スケール解析が達成されているのである．

次に，2 次元ウェーブレット変換の例として Fig. 4.3.6 に示す画像に対して Symlets ウェーブレットを用いて解像度レベル $\Xi = 2$ 及び 3 でウェーブレット変換をおこなったときのウェーブレット領域を Fig. 4.3.7 に示す．1 次元の場合と同様に，ウェーブレット領域に分解された画像は近似成分と詳細化成分に分けられる．更に 2 次元のウェーブレット変換においては詳細化成分はそれぞれの ξ 毎に水平，垂直及び対角成分に分解される．Fig. 4.3.7 において，左下が近似成分であり，近似成分から右方向に位置するものが水平成分，上方向に位置するものが垂直成分，そして斜め方向に位置するものは対角成分であり，それぞ



(a) Ξ =2 (b) Ξ =3

Fig. 4.3.7 Wavelet domain of Fig. 4.3.6. Decomposition level Ξ is 2(a) and 3(b). Lower-left images show approximated components, and detailed images (ξ = 1, 2, ...) are shown from near the approximated image in order. Detailed components are decomposed into horizontal components, vertical components, and diagonal components in every ξ.

れ平滑化部分画像，水平部分画像，垂直部分画像及び対角部分画像などと呼ばれる [38]. また，詳細化成分は近似関数に近い成分から $\xi = 1, 2, 3$ となっている[11]．図から水平，垂直及び対角成分はそれぞれの方向の信号をよく検出することが分かる．

4.3.5　ウェーブレット縮退

ウェーブレット変換を用いて信号をウェーブレット領域に分解し，そのウェーブレット展開係数の絶対値がある閾値よりも小さなものを 0 に置換又は 0 の方へ縮退した後，逆変換により信号の再構成をおこなう手法をウェーブレット縮退という．近年，ウェーブレット縮退はディジタルデータの圧縮や信号のノイズ低減，画像認識など種々の分野に応用されている [29–31, 37, 39–51]．データ圧縮の分野では，離散コサイン変換 (discrete cosine transform: DCT) を応用した前身の国際標準の圧縮規格である JPEG(joint photographic experts group) 規格に代わり，ウェーブレット変換を利用した新しい圧縮規格が 2001 年に JPEG-2000 として規格化され，高圧縮率且つ高品質な圧縮が可能として注目されている．ノイズ低減や画像認識の分野においてもこれまでの (空間) 周波数処理・解析と比して時間 (空間)-スケール処理・解析が可能として注目されている．本研究ではウェーブレット縮退の応用として X 線 CT 画像のノイズ低減の最適化及び新たな縮退関数 (後述 p.72) について検討をおこなうが，周波数処理によるノイズ低減との比較としてウェーブレット縮退による簡単なノイズ低減の例を以下に示す.

ウェーブレット縮退による 1 次元信号のノイズ低減

2 次元信号である画像に対してウェーブレット縮退によるノイズ低減を適用する前に，先ず 1 次元のノイズ付加信号 $f(x)$(付録 Fig. A.2.6, p.159) に対してウェーブレット縮退を用いてノイズ低減をおこなった．ウェーブレット縮退では，先ず信号をウェーブレット空間に変換しなければならない．$f(x)$ のウェーブレット空間を Fig. 4.3.8 に示す．信号を十分に分解できるように分解レベル Ξ は 7 とした．Fig. 4.3.8 は上から順に近似成分，詳細化成分 (解像度レベル $\xi = 1, 2, ..., 7$) であり，使用したマザーウェーブレット関数は Coiflets

[11]解像度レベル ξ が大きいほど高い周波数帯を示している．

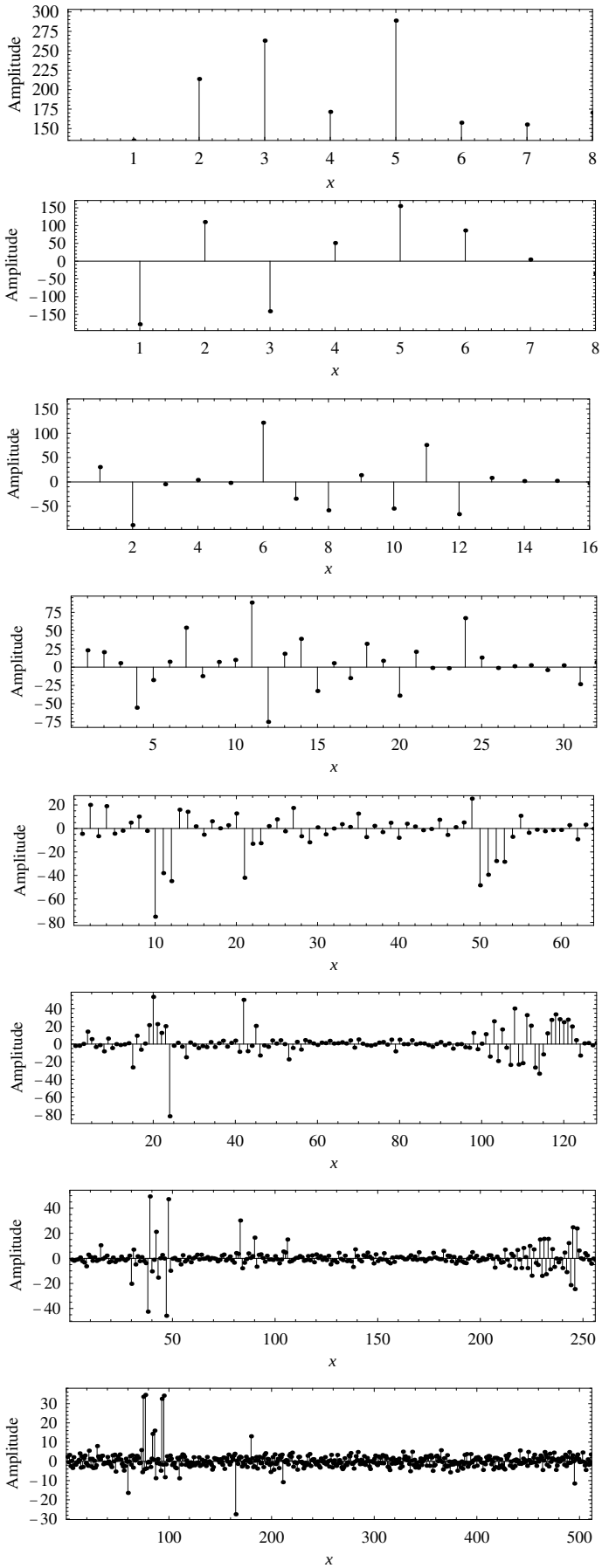


Fig. 4.3.8 Wavelet transform of one-dimentional noisy signal $f(x)$. Many wavelet expansion coefficients considered to express noise exist in resolution level ξ =5-7.

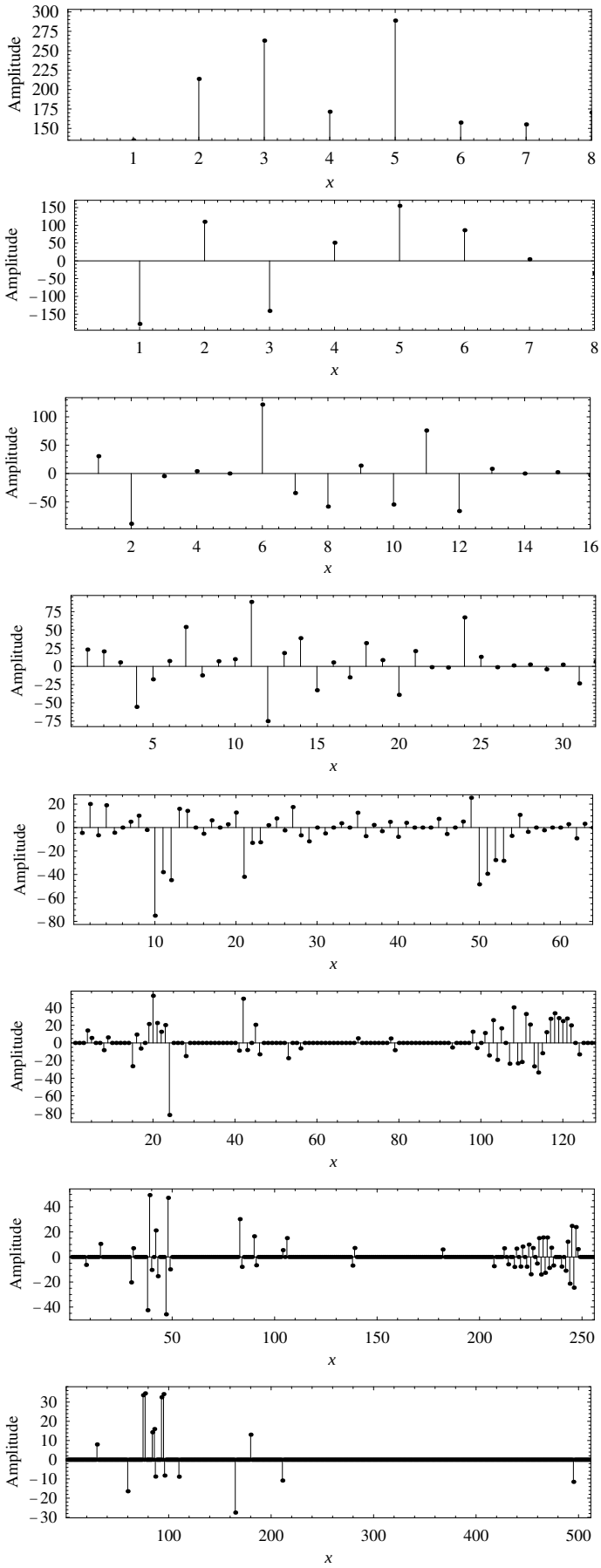


Fig. 4.3.9 Wavelet domain after noise reduction processing by wavelet shrinkage. Most wavelet expansion coefficients considered to express noises are shrunk.

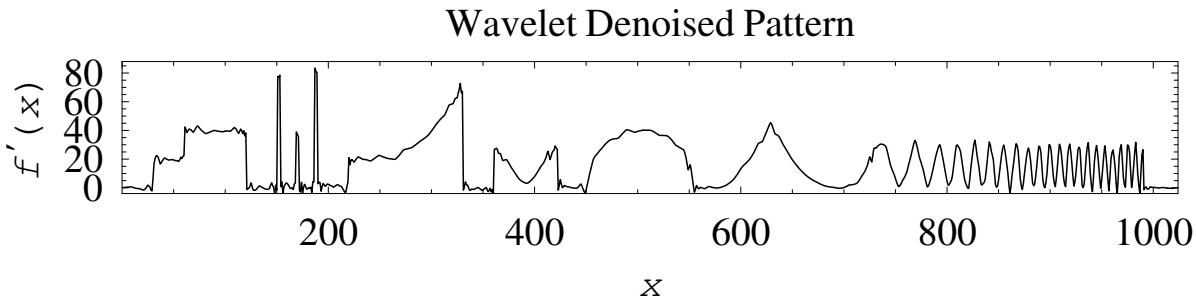


Fig. 4.3.10 Result of noise reduction of one-dimensional signal $f(x)$ by wavelet shrinkage. In noise reduction by the wavelet shrinkage, influence of high-frequency components on signal is made into the minimum. Moreover, only noise components are alternatively shrunk.

ウェーブレットである．実際にウェーブレット変換をおこなう場合に問題となるのがどのマザーウェーブレット関数を使用してウェーブレット変換をおこなうかであるが，ここではコンパクトサポートを有する 3 つの直交ウェーブレットファミリ (Daubechies，Symlets 及び Coiflets ウェーブレット) にて予備検討した結果，Coiflets ウェーブレット基底のサポートが小さい関数が僅かに優れたノイズ低減特性を示したため，Coiflets の次数 4 の関数を使用した．

ノイズ付加信号のウェーブレット領域 (Fig. 4.3.8) に対してウェーブレット縮退をおこなった後のウェーブレット展開係数を Fig. 4.3.9 に示す．縮退処理法はレベルに対してより自由度の高い縮退処理ができると考えられる非線型操作を用い，縮退関数は hard thresholding, ξ =1-7 の閾値 τ_ξ はそれぞれ 4，2，0，2，5，5，7 としてある．このウェーブレット展開係数の逆ウェーブレット変換によりノイズ低減された信号 $\widetilde{f(x)}$ の再構成をおこなった結果を Fig. 4.3.10 に示す．LPF によるノイズ低減信号 (付録 Fig. A.2.8, p.161) に比してノイズ成分が精度よく低減できていることが確認できる．しかもインパルス性の信号，ドップラ信号の高周波数部分，エッジ等といった信号の高周波数成分は殆ど影響を受けておらず，信号成分を保持したままノイズ成分だけを選択的に低減できている．

上述のように1次元信号にてウェーブレット縮退によるノイズ低減の利点が確認できた．ウェーブレット縮退によるノイズ低減処理では空間-スケール領域への分解方法やウェーブレット展開係数の縮退法等多くの操作パラメータが存在し，それらの選択によってノイズ低減の特性が変化する．そこで，次項ではX線CT画像に対するウェーブレット縮退の最適化の検討及びノイズ分布を利用した新たな縮退関数の設計をおこなった．

4.4 ウェーブレット縮退によるX線CT画像のノイズ低減の最適化 各論

ウェーブレット縮退によるノイズ低減には周波数処理に比して非常に多くの操作パラメータが存在する．画像をウェーブレット変換するときに存在するパラメータとしてはマザーウェーブレット関数 $\psi(x)$ の種類，$\psi(x)$ の次数 N やサポート $\mathrm{supp}\,\psi(x)$ 及び分解レベル Ξ が存在する．ウェーブレット展開係数 $(W_\psi f)(2^{-\xi}, 2^{-\xi}k)$ [12]の縮退方法としては，どの解像度レベル ξ の展開係数を縮退するか，そのレベルの展開係数をどのように縮退するかが考えられる．本項ではウェーブレット縮退によるX線CT画像のノイズ低減の最適化をおこなうために，各パラメータの選択法についての検討をおこなった．

4.4.1 分解カーネル関数の選択

ウェーブレットによる空間-スケール処理では先ず原画像を空間-スケール領域へ変換・分解する．その時に使用する分解カーネル関数 (マザーウェーブレット関数) $\psi(x)$ は種々が考案されており，その種類やサポートによってノイズ低減の特性が異なると考えられる．本目ではX線CT画像に対するウェーブレット縮退を用いたノイズ低減において，より適した $\psi(x)$ 及びそのサポート $\mathrm{supp}\,\psi(x)$(又は次数[13]N) についての検討をおこなった．本研究ではコンパクトサポートを有する直交ウェーブレット関数系としてDaubechies，Symlets及びCoifletsを対象関数とした．

ここで，これら3つの直交ウェーブレット関数系の特徴を以下に述べる．Daubechies

[12]以降 簡単のため，ウェーブレット展開係数を $d_\xi(k)$ 及び $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)$ で表す．
[13]次数 N が決まればサポート $\mathrm{supp}\,\psi(x)$ も決まる (p.65).

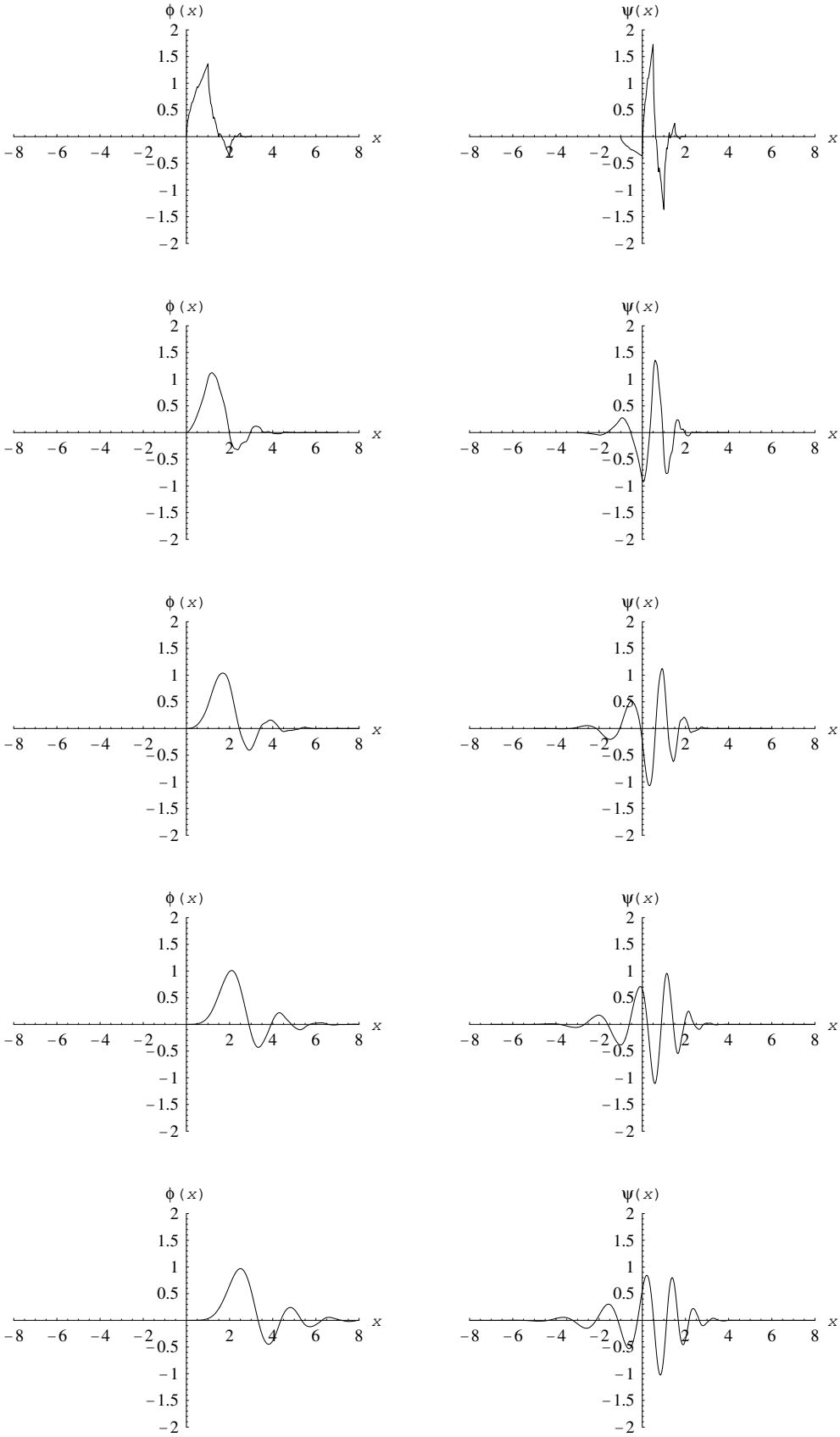


Fig. 4.4.1 Daubechies scaling functions $\phi(x)$ and wavelet functions $\psi(x)$. Order N=2, 4, 6, 8 and 10, from top to bottom.

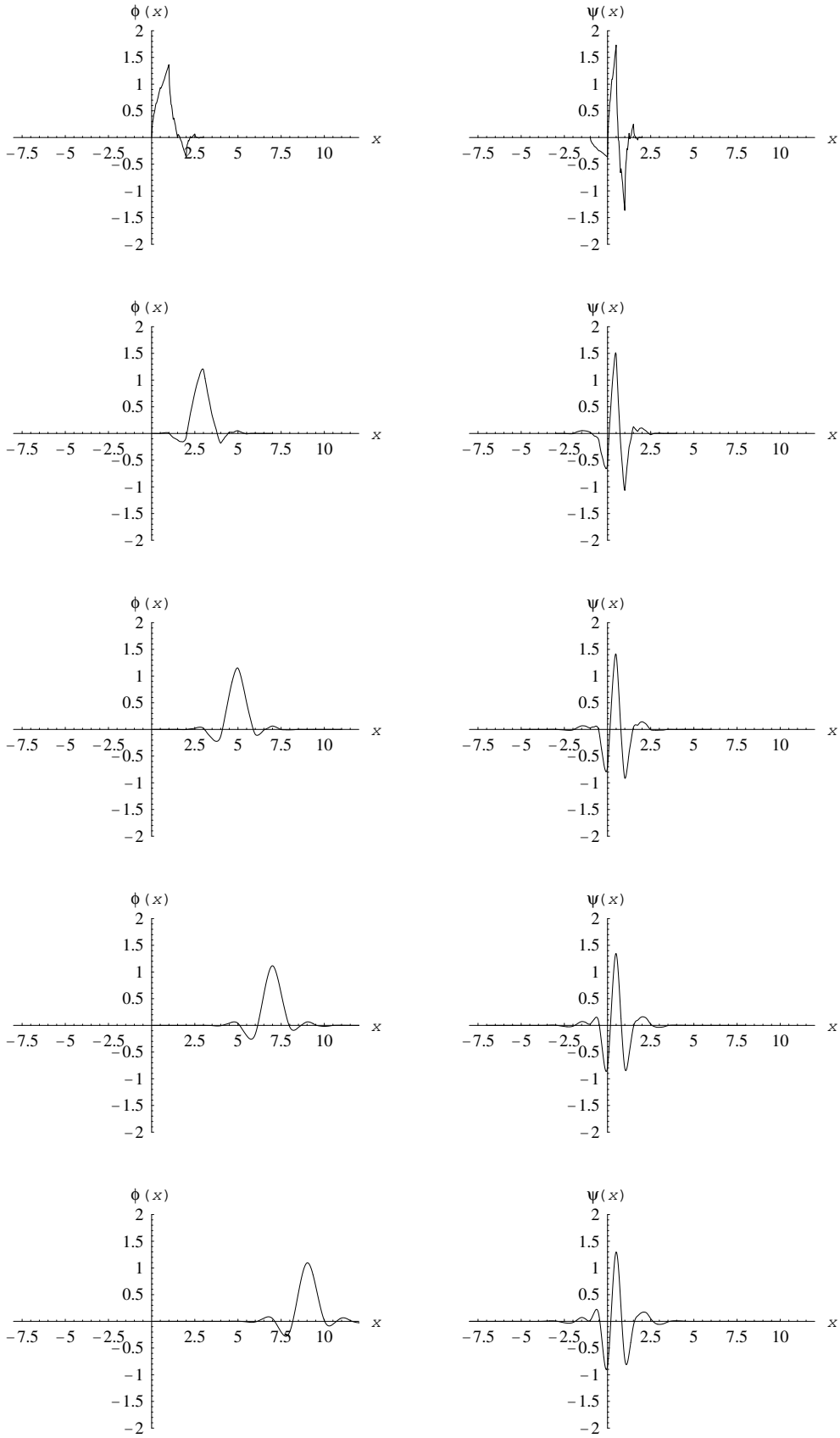


Fig. 4.4.2 Symlets scaling functions $\phi(x)$ and wavelet functions $\psi(x)$. Order N=2, 4, 6, 8 and 10, from top to bottom.

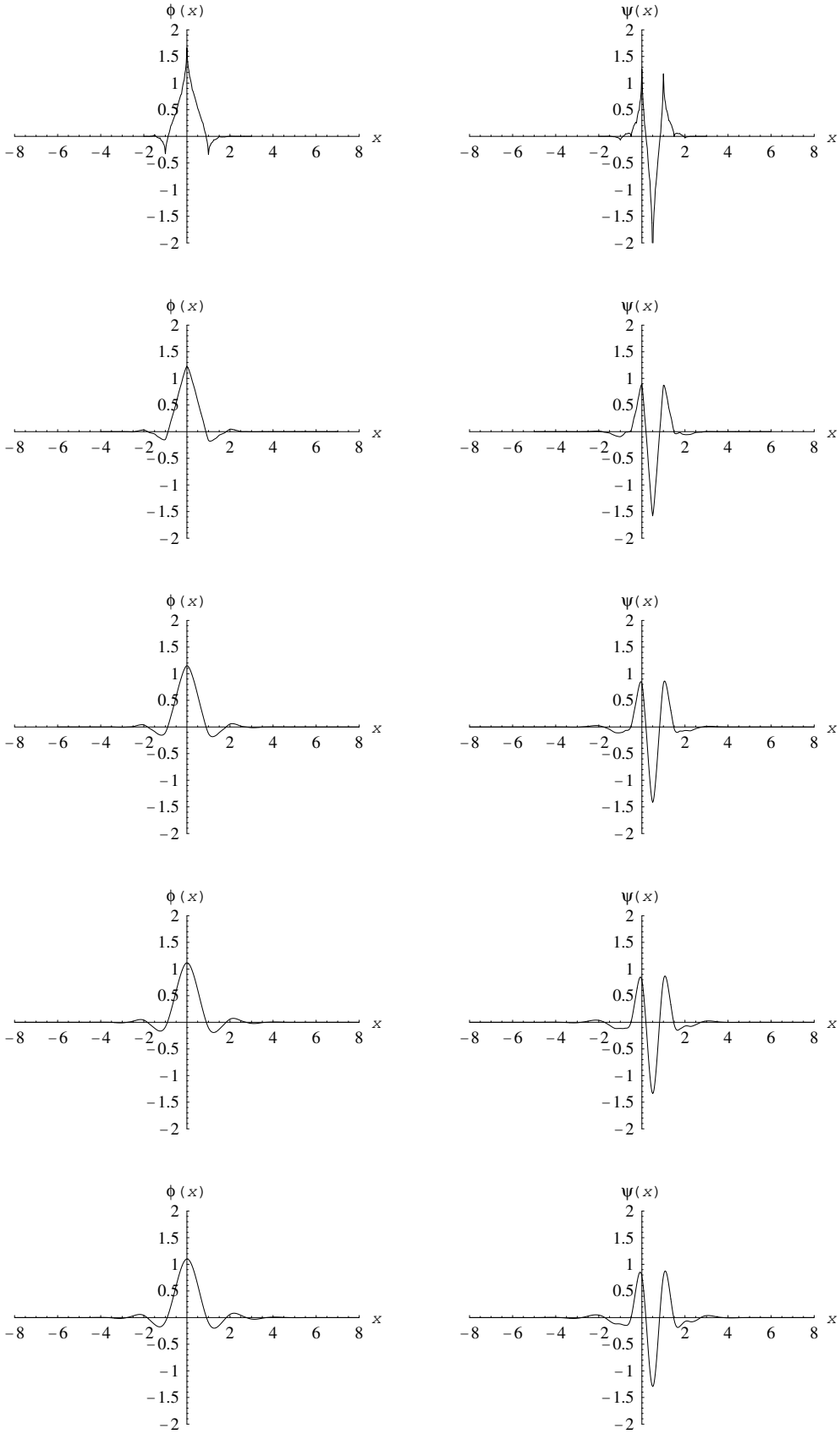


Fig. 4.4.3 Coiflets scaling functions $\phi(x)$ and wavelet functions $\psi(x)$. Order N=2, 4, 6, 8 and 10, from top to bottom.

ウェーブレット [52] は，直交基底を構成し連続且つコンパクトサポートを有する関数として最初に登場したものである [36]．Symlets ウェーブレット (又は Daubechies' least asymmetric wavelet) はフィルタとしての位相特性を改良したもので非対称性を極力抑えたものとなっており，I. Daubechies によって構成された [36]．Coiflets ウェーブレットは R. Coifman による「ウェーブレット関数 $\psi(x)$ 及びスケーリング関数 $\phi(x)$ 共にモーメントを 0 にする」という提案の基に I. Daubechies によって構成されたものである [36]．Fig. 4.4.1-4.4.3 に各関数の次数 N の違いによる形状の変化を示す．それぞれ上から $N = 2, 4, 6, 8$ 及び 10 であり，左側がスケーリング関数 $\phi(x)$，右側がウェーブレット関数 $\psi(x)$ である．これらの 3 つの関数群の中でウェーブレット縮退の処理をおこなったときに発生する“ 縮退アーチファクト ”，つまり縮退処理後のエラー成分を評価し，エラー成分が小さいほど処理に伴うアーチファクトの発生が小さい適した関数であるとした．

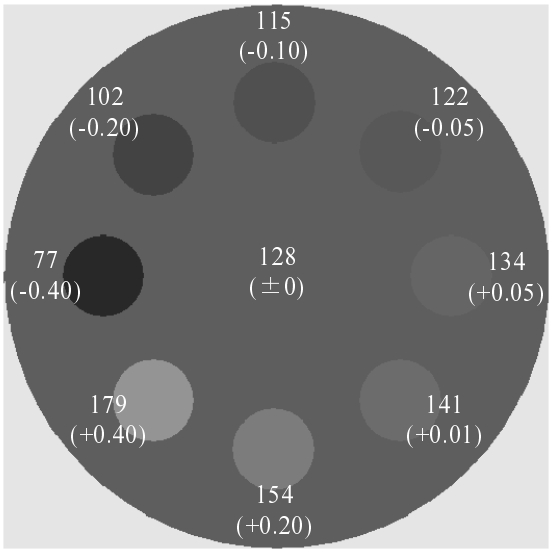
縮退処理に伴うエラーを評価するため，低コントラスト分解能評価用のファントムを模した数学ファントムを作成し，その画像関数 $f_0(x, y)$ を各ウェーブレット関数を使用して分解レベル $\Xi = 3$ までの 2 次元離散ウェーブレット変換をおこなった．Fig. 4.4.4 に作成した数学ファントム $f_0(x, y)$ を示す．ウェーブレット関数とそのサポートの組合せに対するそれぞれのウェーブレット領域において，$\xi = 2$ のウェーブレット展開係数のみを完全縮退[14]した場合，

$$d_{LH,\xi}(k, l),\ d_{HL,\xi}(k, l),\ d_{HH,\xi}(k, l) = 0, \qquad \xi = 2 \tag{4.4.1}$$

$\xi = 3$ のウェーブレット展開係数のみを完全縮退した場合，

$$d_{LH,\xi}(k, l),\ d_{HL,\xi}(k, l),\ d_{HH,\xi}(k, l) = 0, \qquad \xi = 3 \tag{4.4.2}$$

[14] ここでの完全縮退とは $d_\xi(k, l) = 0$ と置換する操作を意味する．



Matrix size: 512×512

Difference between center and structure	Pixel value
＋ 0.40	179
＋ 0.20	154
＋ 0.10	141
＋ 0.05	134
± 0.00	128
－ 0.05	122
－ 0.10	115
－ 0.20	102
－ 0.40	77

Fig. 4.4.4 A mathematical phantom which imitated low contrast phantom. Structures that have ± 5, ± 10, ± 20 and ± 40 % of pixel value to central pixel value are positioned.

更に，$\xi = 2$ 及び 3 のウェーブレット展開係数を完全縮退した場合，

$$d_{LH,\xi}(k,l),\ d_{HL,\xi}(k,l),\ d_{HH,\xi}(k,l) = 0, \quad \xi = 2, 3 \tag{4.4.3}$$

についてそれぞれ逆ウェーブレット変換をおこない，エラー成分として数学ファントム $f_0(x,y)$ との絶対誤差を次式により評価した．

$$\text{Error} = \sum_{x,y} \left| f_0(x,y) - \widetilde{f(x,y)} \right| \tag{4.4.4}$$

ここで，$\widetilde{f(x,y)}$ は逆ウェーブレット変換により再構成された画像関数である．また，逆ウェーブレット変換により再構成をおこなった画像の中心における水平のプロファイルの比較をおこなった．対象関数のサポートの大きさはそれぞれにおいて 5，11，17 及び 23 とした．Daubechies 及び Symlets ウェーブレット関数はサポートが 5，11，17，23 の時の次数 N はそれぞれ 3，6，9 及び 12 であり，Coiflets ウェーブレット関数ではそれぞれ 2，4，6 及び 8 である．

ここで，画像関数 $f_0(x,y)$ の分解レベル $\Xi = 3$ までのウェーブレット分解はスケーリング関数 $\phi(x)$ 及びウェーブレット関数 $\psi(x)$ を用いて多重解像度的に次式で表現できる．

$$\left.\begin{aligned} f_0(x,y) = \sum_{\xi=1}^{3} \Bigg[& \sum_k \sum_l d_{LH,\xi}(k,l)\phi(2^\xi x - k)\psi(2^\xi y - l) \\ & + \sum_k \sum_l d_{HL,\xi}(k,l)\psi(2^\xi x - k)\phi(2^\xi y - l) \\ & + \sum_k \sum_l d_{HH,\xi}(k,l)\psi(2^\xi x - k)\psi(2^\xi y - l) \Bigg] \\ & + \sum_k \sum_l a_3(k,l)\phi(2^3 x - k)\phi(2^3 y - l) \end{aligned}\right\} \tag{4.4.5}$$

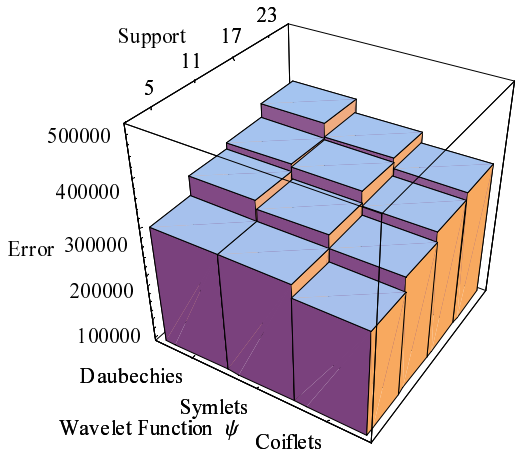
上式において k 及び l は x 及び y 方向のシフトパラメータ，$d_{LH,\xi}(k,l)$，$d_{HL,\xi}(k,l)$ 及び $d_{HH,\xi}(k,l)$ はそれぞれ解像度レベル ξ の水平，垂直及び対角方向の詳細化ウェーブレット展開係数 (又は単にウェーブレット係数) [15]，$a_{\Xi}(k,l)$ は分解レベル Ξ の平滑化係数 (又はスケーリング係数) である．$d_{LH,\xi}(k,l)$，$d_{HL,\xi}(k,l)$ 及び $d_{HH,\xi}(k,l)$ をウェーブレット成分，$a_{\Xi}(k,l)$ を近似成分 (又は平滑化成分) と呼ぶこともある．また，$d_{LH,\xi}(k,l)$，$d_{HL,\xi}(k,l)$，$d_{HH,\xi}(k,l)$ 及び $a_{\Xi}(k,l)$ から形成される画像はそれぞれ水平部分画像，垂直部分画像，対角部分画像及び平滑化部分画像である．

Fig. 4.4.5 に $\xi = 2$ のウェーブレット展開係数のみを完全縮退した場合，$\xi = 3$ のウェーブレット展開係数のみを完全縮退した場合，更に $\xi = 2$ 及び 3 のウェーブレット展開係数を完全縮退した場合の絶対誤差の結果を示す．各関数についてみると Daubechies，Symlets，Coiflets の順に絶対誤差が小さくなる傾向にあった．また，ウェーブレット関数のサポートについてみると，各関数共にサポートが小さくなるにつれて誤差が小さくなった．絶対誤差は $\xi = 2$ 及び 3 の展開係数を完全縮退した場合が最も大きく，$\xi = 2$ の展開係数のみを完全縮退した場合，$\xi = 3$ のみを完全縮退した場合の順に小さくなった．

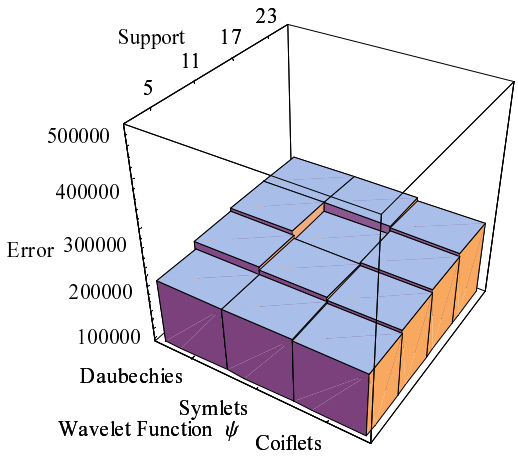
上述の結果を受けて，本目で用いたような基本的な矩形信号を含む関数に対するウェーブレット縮退には Coiflets のサポートが小さい関数が適していると考えられる．しかしながら，式 4.4.4 で示した縮退アーチファクトの評価関数が人の視覚系と一致するかについては，今後 更なる検討が必要であると考えられる．

ウェーブレット関数のサポート $\mathrm{supp}\,\psi(x)$ については，各関数共 $\mathrm{supp}\,\psi(x)$ が小さくなるにつれて誤差が小さくなったが，直交ウェーブレット関数系においてサポートが小さくなるということは次数 N が小さくなることを意味している．これは N が決まれば $\mathrm{supp}\,\phi(x)$ も決まってくるためである．次数 N は，関数の $N-1$ 次までのモーメントが 0 になるという条件のもとに特徴づけられており [53]，モーメントに関して次数 N は次の正則条件 (レギュラリティ条件) で表される．

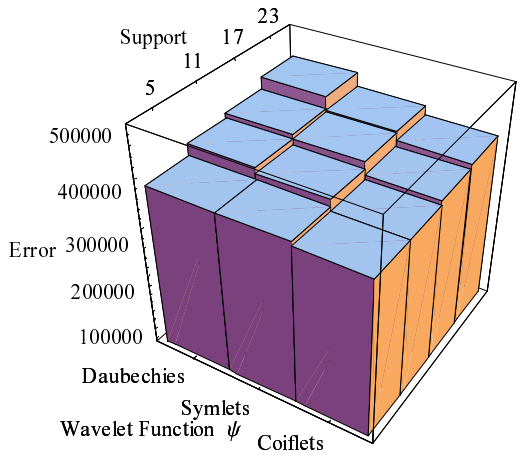
[15] ここではデカルト座標系を用いているため水平方向の展開係数を $d_{LH,\xi}(k,l)$，垂直方向の展開係数を $d_{HL,\xi}(k,l)$ としているが，行列座標系等の第 1 成分が下方向に増加する座標系では水平方向の展開係数が $d_{HL,\xi}(k,l)$，垂直方向の展開係数が $d_{LH,\xi}(k,l)$ となる．



(a) Wavelet coefficients of ξ=2 are completely shrunk.



(b) Wavelet coefficients of ξ=3 are completely shrunk.



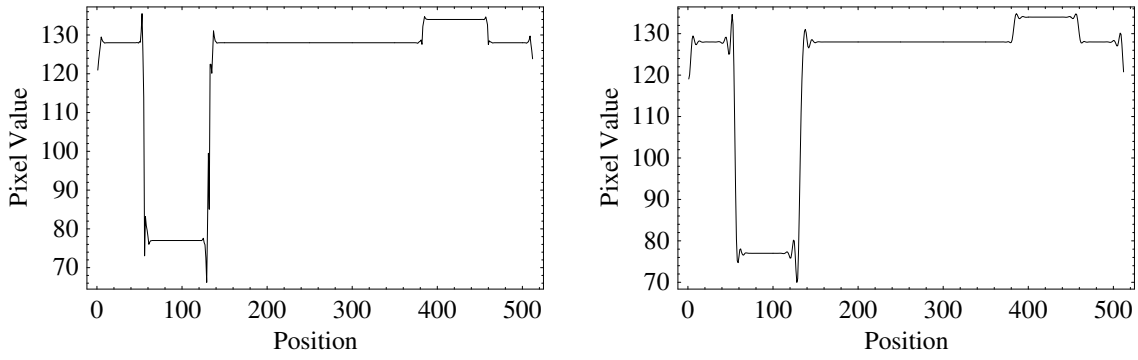
(c) Wavelet coefficients of ξ=2 and 3 are completely shrunk.

Fig. 4.4.5 Absolute error of original image $f_0(x,y)$ and shrunk image $\widetilde{f_0(x,y)}$. For $\psi(x)$, the error becomes small at the order of Daubechies, Symlets, and Coiflets, and for supp $\psi(x)$, in any function, the error became small when supp $\psi(x)$ becomes small.

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \psi(x) dx = 0, \quad n = 1, 2, ..., N-1 \tag{4.4.6}$$

上式によりウェーブレット関数のサポートが小さくなるにつれて，つまり次数 N が小さくなるにつれて誤差は小さくなるが，反して関数の正則性が低下してしまうため，誤差成分の滑らかさも低下する．そのため次数 N が小さい場合の誤差はインパルス状のノイズに近いものとして現れるようになる．例として Coiflets ウェーブレット関数を使用して $\xi = 2$ のウェーブレット展開係数のみを完全縮退した場合のファントムの中心における水平プロファイルを Fig. 4.4.6 に示す．Fig. 4.4.6(a) のウェーブレット関数のサポートは 5($N = 2$), (b) のそれは 23($N = 8$) である．画素値 (ピクセル値) の勾配が大きい場所における誤差成分は，サポートが大きい場合 (Fig. 4.4.6(b)) の方が滑らか且つ広範囲に分布していることが分かる．N が小さく誤差成分がインパルス状になっているプロファイルよりも，滑らかである方がより自然であるように感じられるが，誤差成分を取り除くという後処理を加えると仮定したならば，インパルス状の誤差は中央値フィルタやエッジ保存フィルタ等の空間フィルタ処理により容易に取り除くことができるが，滑らかな誤差成分を取り除くという後処理は比較的 困難であると考えられる．

本目では，低コントラスト分解能を模した数学ファントムにおいて，ウェーブレット縮退に用いる直交ウェーブレット関数としては Coiflets ウェーブレットがより適していることが確認できた．ウェーブレット関数のサポートについては，サポートが小さい方が誤差が小さいが，逆にプロファイルにおける誤差の形状はサポートが大きい方が滑らかで自然であるようにみえる．誤差成分を取り除く後処理をおこなうと仮定すると，逆に，誤差がインパルス状である方が後処理により取り除き易い．ウェーブレット関数のサポートに関しては更なる検討が必要であると考えられる．また，空間分解能評価用ファントムの如く有する周波数特性が本目で使用したファントムと異なる場合には，適したウェーブレット関数が異なってくる可能性があるため，このような画像関数に対するウェーブレット関数の検討も必要であると考えられる．



(a) Coiflets of $\xi = 2$ are completely shrunk. ($N = 2, \mathrm{supp}\,\psi = [-2, 3]$)

(b) Coiflets of $\xi = 2$ and 3 are completely shrunk. ($N = 8, \mathrm{supp}\,\psi = [-11, 12]$)

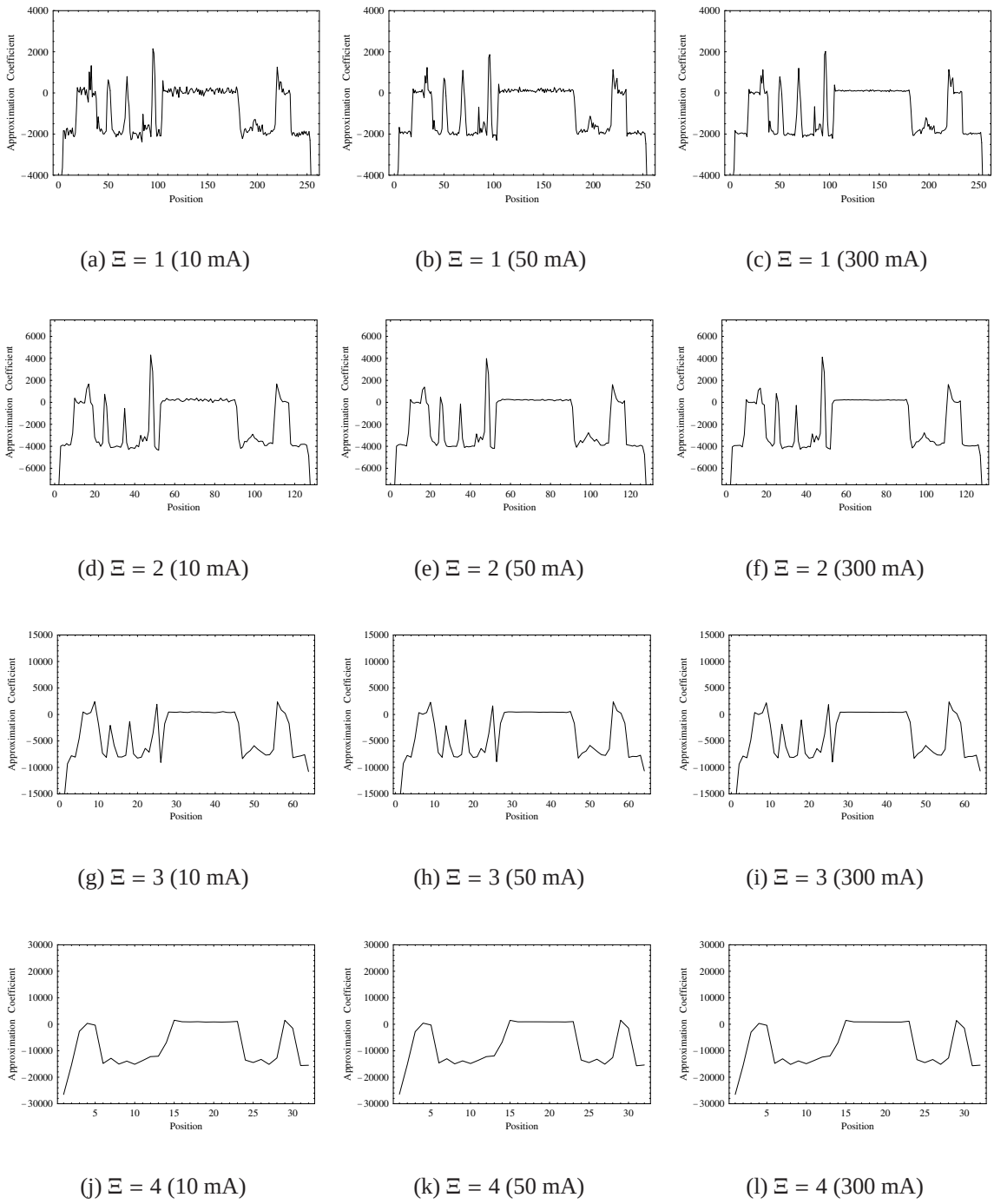
Fig. 4.4.6 Horizontal profiles at position $y = 256$, after carrying out complete shrinkage of wavelet expansion coefficients of specific resolution level ξ. In a function with large support (b), overshoots and undershoots are remarkable and shrinkage artifacts are large.

4.4.2 分解レベルの選択

前目のようにウェーブレット変換に用いる分解カーネル関数やサポートが決定したら，次は信号を幾つの解像度レベル，つまり周波数帯に分解するかを決めなければならない．ウェーブレットによる画像圧縮においては変調伝達関数 (modulation transfer function: MTF) の概念を利用して圧縮率を決定 [54] するなどの工夫がなされているが，本目ではウェーブレット変換をノイズ低減に利用しているため，ノイズ成分が信号から適切に分離されているレベルを適した分解レベルであると定めた．

ノイズを含んだ画像のウェーブレット変換では，分解レベル Ξ を大きくするほど信号とノイズが分離される確率が高くなるが，徒に Ξ を大きくしてしまうとウェーブレット展開係数の縮退時に各レベルに最適な閾値 τ_ξ を決定する労力が大きくなり冗長[16]なため有意義とは言い難い．そのため本研究ではノイズと信号が適切に分離されている分解レベル Ξ のなかでも，最小のレベルを最適な分解レベルとした．

[16]縮退の操作時に全ての解像度レベルにおいて等しい閾値 τ を適用するならばこの問題は発生しない．



(a) Ξ = 1 (10 mA) (b) Ξ = 1 (50 mA) (c) Ξ = 1 (300 mA)

(d) Ξ = 2 (10 mA) (e) Ξ = 2 (50 mA) (f) Ξ = 2 (300 mA)

(g) Ξ = 3 (10 mA) (h) Ξ = 3 (50 mA) (i) Ξ = 3 (300 mA)

(j) Ξ = 4 (10 mA) (k) Ξ = 4 (50 mA) (l) Ξ = 4 (300 mA)

Fig. 4.4.7 Horizontal profiles of approximated components $a_{\Xi}(k, l)$ when decomposition level Ξ is changed. Left column: tube current 10 mA, center column: 50 mA, right column: 300 mA. Noise components are distributed on approximation components of high-decomposition levels, in case of the images that scanned with lower dose.

ノイズ成分と信号が適切に分離されている最小の分解レベル Ξ を検索するため，実機により撮像したノイズを含む胸部ファントムの再構成画像を Ξ=2-4 でウェーブレット領域へ分解した．使用した胸部ファントムは，肺血管，気管支，骨格及び心臓構造を軟組織を模したポリウレタンで覆った人体等価胸部 (肺野) ファントム (株式会社 京都科学) である．その後，近似成分 $a_{\Xi}(k,l)$ にノイズが含まれていない，つまりノイズと信号が分離できている分解レベルのうち最小のものを検索した．ノイズの量によって最適な分解レベル Ξ が変化するか否かを調べるため，管電流を 10，50 及び 300 mA と変化させて撮像した画像に対してそれぞれ分解をおこなった．Fig. 4.4.7 に各管電流において Ξ を変化させたときの $a_{\Xi}(k,l)$ における水平プロファイルを示す.

各管電流において，分解レベル Ξ が高くなるほど近似成分 $a_{\Xi}(k,l)$ におけるノイズの含有率は小さくなってゆき，$\Xi = 4$ では $a_{\Xi}(k,l)$ のプロファイルは殆ど同じ形状となった．また，低線量では高線量の場合よりも高い分解レベルの近似成分にまでノイズ成分が含まれていることが確認できる．しかし何れの管電流においても $\Xi = 3$ における近似成分には殆どノイズ成分が含まれておらず，ノイズは殆どが詳細化成分に分解されたものと考えられる．つまり $\Xi = 3$ 程度にすれば適切に信号成分とノイズ成分が分離されていると考えられる．そのため，本目では $\Xi = 3$ 程度を適した分解レベルとして選択した.

Fig. 4.4.7 からも分かるように，低線量になるほど高い分解レベルの近似成分にまでノイズが含まれるようになるため，本研究で使用した最低線量 10 mA 以下で撮像した画像をウェーブレット分解する場合は，より高い解像度レベルまで分解することが要求されると考えられる.

4.4.3　縮退操作をおこなう解像度レベルの選択

実際にウェーブレット縮退によりノイズ低減処理をおこなう場合には，上述のようにどのマザーウェーブレット関数 $\psi(x)$ 及び分解レベル Ξ を使用してウェーブレット変換をおこなうかという問題と共に，ノイズと考えられるウェーブレット展開係数をどのように縮退するかということが大きな問題となる．これまでに種々のウェーブレット展開係数の縮退

法が考案されており,“ どの解像度レベルの展開係数を縮退するか ”については線型及び非線型閾値操作が，また,“ 縮退する解像度レベルのウェーブレット展開係数をどのように縮退するか ”については hard，soft [31] 及び Qian (trimmed) thresholding [32] 等が考案されている．例えば非線型閾値操作により縮退する解像度レベルを決定し，soft thresholding によりウェーブレット展開係数を縮退するといった場合には“ 非線型の soft thresholding ”などと呼ばれる．本目では先ずどの解像度レベルのウェーブレット展開係数を縮退するかについて検討する．

線型閾値操作

線型閾値操作とはノイズの含まれた信号をウェーブレット変換した際にどの解像度レベルのウェーブレット展開係数を縮退するかを決定する方法のうち，ある特定の解像度レベルだけを縮退するものである．この閾値操作は「ノイズを表すウェーブレット展開係数はある解像度レベルにのみ存在しており，他の解像度レベルには存在していない」という仮定に基づいている [43]．しかし一般には特定の解像度レベルのみにノイズ成分が存在しているということは稀であり，通常はあらゆる解像度レベル上にノイズを表すウェーブレット展開係数が分布していると考えられるため，次の非線型の閾値操作 [31] が実用的に考案されている．

非線型閾値操作

非線型閾値操作は，ノイズの含まれた信号をウェーブレット変換した際に分解された解像度レベル毎に閾値を決定する方法である．この方法は「ノイズを表すウェーブレット展開係数は何れの解像度レベルにも分布している」という仮定に基づいており，より実際的な縮退レベルの決定方法である．各解像度レベルに適した閾値を設定することにより，より正確にノイズ成分だけを縮退することができるものと考えられるため，本研究では非線型閾値操作により縮退操作を適用する解像度レベルを決定した．次に縮退する解像度レベルのウェーブレット展開係数をどのように縮退するかを記述する縮退関数 (閾値関数) について検討した．

4.4.4 縮退関数の選択

本目ではこれまでに考案されている hard，soft 及び Qian thresholding の特徴や問題点について述べる．

Hard thresholding

hard thresholding はウェーブレット展開係数の絶対値 $\left|d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right|$ が閾値[17] τ_ξ よりも小さい場合には展開係数を 0 に置換，つまり完全縮退し，そうでなければ展開係数をそのまま保持しておく縮退関数である[18]．つまり hard thresholding により縮退されたウェーブレット展開係数 $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ は次式で表現できる．

$$\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)} = \begin{cases} d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l), & \text{if} \quad \left|d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right| > \tau_\xi \\ 0, & \text{if} \quad \left|d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right| \leq \tau_\xi \end{cases} \tag{4.4.7}$$

横軸に縮退処理前のウェーブレット展開係数 $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)$ を，縦軸に縮退処理後の展開係数 $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ をとると，hard thresholding における $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)$ と $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ の関係は Fig. 4.4.8 で表される．hard thresholding では閾値 τ_ξ よりも絶対値が大きなウェーブレット展開係数は縮退されないため信号の SNR は保たれる．しかし $\left|\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}\right| \leq \tau_\xi$ を満たすウェーブレット展開係数が存在せず縮退後の展開係数の存在範囲が不連続となるため，信号を再構成した場合に不連続によるアーチファクトやノイズが発生しやすいという欠点もある．また，hard thresholding による閾値操作には処理が簡便であるという特徴もある．

Soft thresholding

soft thresholding [31] はウェーブレット展開係数の絶対値 $\left|d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right|$ が閾値 τ_ξ よりも小さい場合に完全縮退し，且つ残ったウェーブレット展開係数を 0 の方へ τ_ξ だけ縮退する縮退方法である．つまり soft thresholding されたウェーブレット展開係数 $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ は次式で

[17] 解像度レベル ξ 毎に異なる閾値 τ_ξ を設定すると仮定している．
[18] ここで $\left|d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right|$ は $\left|d_{LH,\xi}(k,l)\right|$，$\left|d_{HL,\xi}(k,l)\right|$ 及び $\left|d_{HH,\xi}(k,l)\right|$ を示す．

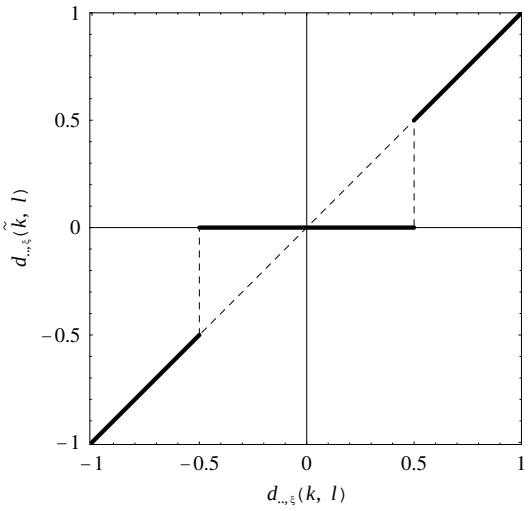


Fig. 4.4.8 Shrinkage operation (shrinkage function) of hard thresholding (threshold $\tau_\xi = 0.5$). Since this shrinkage function carries out easy operation that only completely shrinks wavelet expansion coefficients, there are no coefficients that satisfy $\left|\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}\right| \leq \tau_\xi$. Ranges of the expansion coefficients after the shrinkage, therefore, becomes discontinuous.

表現することができる[19].

$$\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)} = \begin{cases} \mathrm{sign}\left(d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right)\left(\left|d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right| - \tau_\xi\right), & \text{if} \quad \left|d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right| > \tau_\xi \\ 0, & \text{if} \quad \left|d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right| \leq \tau_\xi \end{cases} \tag{4.4.8}$$

横軸に縮退処理前のウェーブレット展開係数 $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)$ を，縦軸に縮退処理後の展開係数 $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ をとると，soft thresholding における $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)$ と $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ の関係は Fig. 4.4.9 で表される．閾値 τ_ξ よりも絶対値が大きなウェーブレット展開係数も縮退するためその分だけ信号の SNR が低下すると考えられるが，hard thresholding の場合とは異なり $\left|\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}\right| \leq \tau_\xi$

[19] sign(x)(又は sgn(x)) は符号関数,

$$\mathrm{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad x > 0 \\ 0, & \text{if} \quad x = 0 \\ -1, & \text{if} \quad x < 0 \end{cases}$$

である．

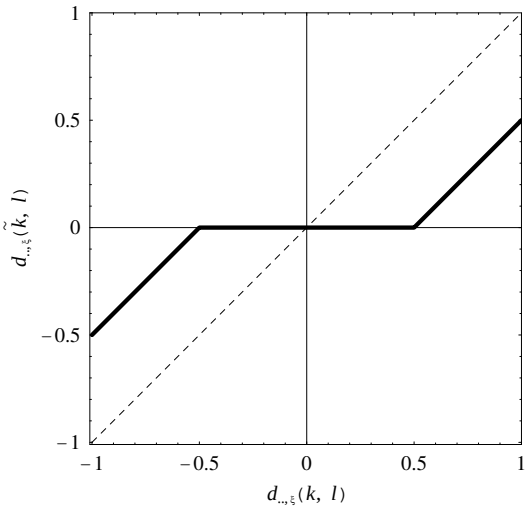


Fig. 4.4.9 Shrinkage operation (shrinkage function) of soft thresholding (threshold $\tau_\xi = 0.5$). In this shrinkage function, wavelet coefficients that have greater absolute value than threshold τ_ξ are also shrunk, and thereby SNR decreases by the shrinkage operation. Wavelet coefficients that satisfy $\left|\widetilde{d_{..,\xi}(k,l)}\right| \leq \tau_\xi$ exist, and ranges of coefficients are discontinuous.

となるウェーブレット展開係数も存在し展開係数の存在範囲が連続であるため，逆変換して信号を再構成した場合に不連続によるノイズが発生しにくいという特徴がある．また，hard thresholding に比して処理が複雑であるという欠点もある．

Qian thresholding (Trimmed thresholding)

Qian thresholding (trimmed thresholding) [32] は，hard thresholding と soft thresholding の間をとる縮退関数である．Qian thresholding により処理されたウェーブレット展開係数 $\widetilde{d_{..,\xi}(k,l)}$ は次式で表現される．

$$\widetilde{d_{..,\xi}(k,l)} = \begin{cases} d_{..,\xi}(k,l)\dfrac{\left|d_{..,\xi}(k,l)\right|^Q - \tau_\xi^Q}{\left|d_{..,\xi}(k,l)\right|^Q}, & \text{if} \quad \left|d_{..,\xi}(k,l)\right| > \tau_\xi \\ 0, & \text{if} \quad \left|d_{..,\xi}(k,l)\right| \leq \tau_\xi \end{cases} \tag{4.4.9}$$

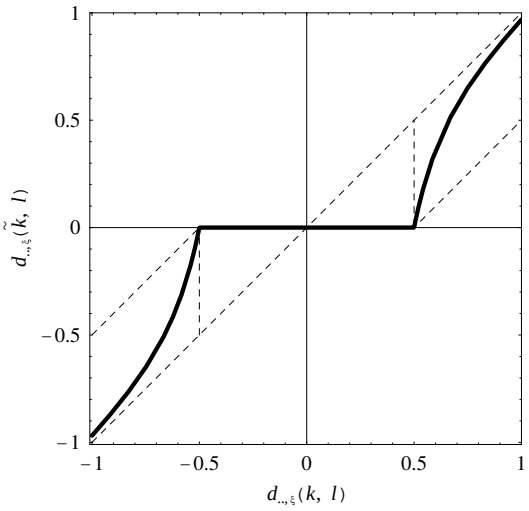


Fig. 4.4.10 Shrinkage operation (shrinkage function) of Qian thresholding (trimmed thresholding) (threshold $\tau_\xi = 0.5$, $Q = 5$). In this function, distribution of the wavelet coefficients is smooth, and coefficients that satisfy $\left|\widetilde{d_{..,\xi}(k,l)}\right| \leq \tau_\xi$ exist, and thereby, if the coefficients have been transformed, it is hard to cause artifacts. Shrinkage processing, however, is more complex.

ここで Q は縮退関数の特性を決定するパラメータである．$Q = 1$ の場合，Qian thresholding は soft thresholding と等価となり，$Q = +\infty$ の場合は hard thresholding と等価となる．横軸に縮退処理前のウェーブレット展開係数 $d_{..,\xi}(k,l)$ を，縦軸に縮退処理後の展開係数 $\widetilde{d_{..,\xi}(k,l)}$ をとると，Qian thresholding における $d_{..,\xi}(k,l)$ と $\widetilde{d_{..,\xi}(k,l)}$ の関係は Fig. 4.4.10 で表される．Qian thresholding では，明らかに信号成分であると判断されるウェーブレット展開係数には殆ど縮退を与えず，信号成分かノイズ成分か判断し難い中程度のウェーブレット展開係数には少しの縮退を与え，明らかにノイズ成分であると考えられる小さな展開係数には大きな縮退を与える．Fig. 4.4.10 のようにウェーブレット展開係数の分布が滑らかとなっており，且つ $\left|\widetilde{d_{..,\xi}(k,l)}\right| \leq \tau_\xi$ となる展開係数が存在するため，逆変換して信号を再構成した場合に不連続によるノイズが発生しにくいという特徴を有する．しかし他の縮退処理に比して縮退関数が複雑という欠点もある．

これまでに考案されている上述の縮退関数をまとめると，hard thresholding による縮退処理は閾値 τ_ξ よりも大きなウェーブレット展開係数に対しては縮退処理をおこなわないため，信号を表すと考えられるウェーブレット展開係数を残したままノイズ低減が可能，つまり SNR やエッジ成分を保存したままノイズの低減が可能であるが，ノイズ低減のパフォーマンスは高くない．対して soft thresholding では全てのウェーブレット展開係数に対して縮退操作をおこなうためノイズ低減のパフォーマンスは高いものの，$d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l) > \tau_\xi$ を満たすウェーブレット展開係数をも τ_ξ だけ縮退してしまうため，信号成分を表すと考えられるウェーブレット展開係数までもが小さくなり，hard thresholding に比して SNR やエッジが保存されない傾向にある．これら両者の間を採用したものが Qian thresholding であり，ノイズ成分か信号成分かの判断が困難な小さなウェーブレット展開係数は縮退し，明らかに信号成分である大きなウェーブレット展開係数はそのまま保持する方法である．

しかし，hard 及び soft thresholding の間を採用した Qian thresholding にも問題は存在する．例えば，Qian thresholding では hard 及び soft thresholding と同様に $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l) \leq \tau_\xi$ を満たすウェーブレット展開係数を完全縮退してしまうため，τ_ξ よりも小さな入力のウェーブレット展開係数 $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)$ が出力に全く反映されないことや，縮退関数が不連続であるため入力が τ_ξ よりも大きな展開係数から突然出力に反映され始めるということが挙げられる．また他の縮退関数にも該当するが，縮退関数自身は対象信号のノイズ分布が全く考慮されていない．これまでに種々の閾値 τ_ξ の決定法が提案されノイズの分布に応じた τ_ξ の決定法が考えられているが，縮退関数自身がノイズの分布を考慮して縮退操作をする関数は考案されていない．

次目ではこれまでの縮退関数の問題点を改善し，且つノイズの分布を考慮した新たな縮退関数の設計をおこなった．

4.4.5　ノイズ分布を考慮した新たな縮退関数の設計

前目の通り，これまで考案されている何れの縮退関数 (単純な閾値操作による閾値関数) にも問題点が存在する．ここではそれらの問題点を改善し，且つノイズの分布を考慮した

新しい縮退関数の設計をおこなった．

新しい縮退関数への要求項目

これまでに考案されている縮退関数の欠点を考慮して，新たに設計する縮退関数の要求項目を以下のように挙げる．

1. 雑音分布を利用する
2. 縮退後のウェーブレット展開係数 $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ が全ての範囲に存在する
3. 連続性を有する
4. 閾値 τ_ξ 及び付加的なパラメータ Y により関数の形状を制御できる

要求項目 1. はこれまで考案されている何れの縮退関数にも無い仕様で，実際の雑音分布を利用して縮退関数を設計することでノイズ成分だけをより正確に縮退するための項目である．項目 2. は hard thresholding における $\left|\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}\right| \leq \tau_\xi$ なる展開係数が存在しないため縮退アーチファクトが発生しやすいという欠点を克服するものである．つまりこの項目は,

$$\mathrm{supp}\, \widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)} = [-\infty, +\infty] \tag{4.4.10}$$

を満足する縮退関数を設計することを要求する．項目 3. はこれまでの何れの縮退関数にもある不連続点を無くして滑らかな縮退関数を設計するものである．そして項目 4. は関数の形状を制御するための項目で，Qian thresholding と同様に 2 つのパラメータにより関数を制御するものとする．第 1 のパラメータ τ_ξ は，これまでの縮退関数と同様に入力のウェーブレット展開係数の大きさに応じて出力の程度を変化させるもので，第 2 のパラメータ Y は，関数の形状の制御に自由度を与えるものである．

ノイズの振幅分布の確認

実際に新しい縮退関数の設計に入る前に，水ファントム (Fig. 4.4.11) を作成し，Table 4.4.1 に示す撮像条件にて撮像してノイズの振幅分布を得た．撮像に用いた医用 X 線 CT 装置は 16 DAS 型の LightSpeed Ultra16 (ジーイー横河メディカルシステム 株式会社) である．得られた再構成画像上の水の部分に ROI を設定し，CT 値 (又は Hounsfield unit) のヒストグラムを得た．ROI はファントムの中心 (座標: 256, 256) 付近に直径 約 82 mm の正円 (面積 約 5280 mm^2，水ファントムの 50 %程度) とした (Fig. 4.4.12 参照)．得られたヒストグラムを，次の一般化したガウス関数 (a, b 及び c はフィッティング変数),

$$g(x) = ae^{-\frac{(x-b)^2}{c^2}} \tag{4.4.11}$$

でフィッティングしたところ非常に綺麗な一致が得られた．Fig. 4.4.12 に得られた水ファントムの再構成画像及び，ノイズの振幅分布に式 4.4.11 をフィッティングしたものを示す．得られたフィッティング変数はそれぞれ $a \approx 4890$，$b \approx -1.33$, $c \approx -3.85$ である[20]．Fig. 4.4.12 のようにガウス関数を使用して尤もらしいフィッティング曲線が得られたため，ノイズの分布をガウス分布とすることに大きな問題は無いものと考えられる．そのためこのガウス関数を使用して新しい縮退関数を設計した．

縮退関数の設計　各論

ノイズ分布を考慮した新たな縮退関数の具体的な設計手順を述べる．

1. ノイズ分布の定義

[20]CT 値 (Hounsfield unit: H.U.,HU) の定義

$H.U. = K(\mu - \mu_w)/\mu_w$

(管電圧 120 kV において．K は通常 10^3，μ は計測される物質の線減弱係数，μ_w は水の線減弱係数．)

から，理想的な系ならば水の CT 値は 0 になり平行移動を担うフィッティング変数 b は 0 となるはずであるが，キャリブレーションの具合，被写体のサイズ，X 線質，装置等により若干異なる値を示すため，本研究で使用した装置ではこの値となった．

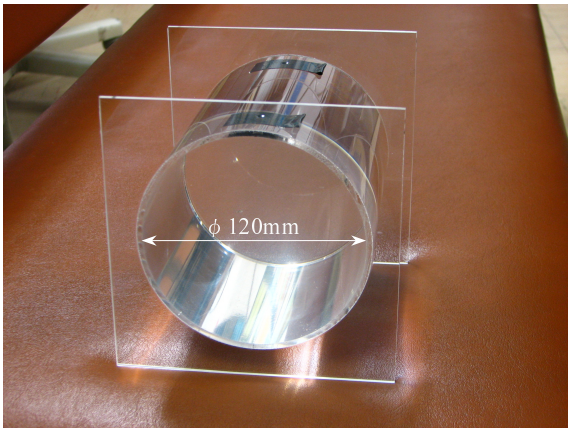
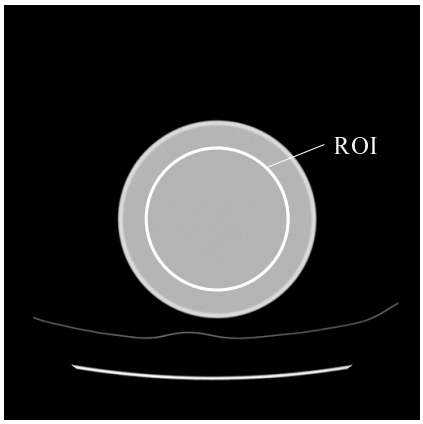
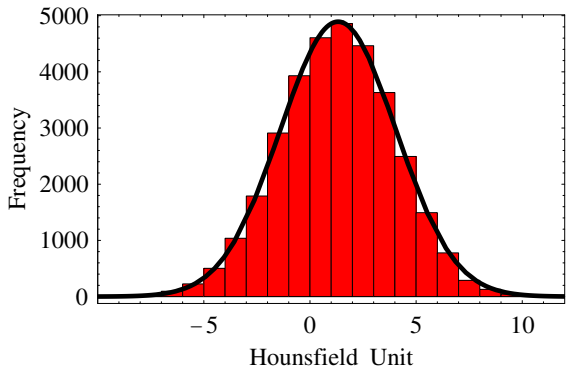


Fig. 4.4.11 Photograph of a water phantom. Airless water is filled in a container made from polymethyl methacrylate (PMMA). Diameter of the container is 120 mm.



(a) Reconstructed image of a water phantom



(b) Histogram and fitting function

Fig. 4.4.12 Reconstructed image of a water phantom and a histogram of a ROI. The histogram has been fitted by a generalized Gaussian function. Fitting variables in an Eq.4.4.11 are $a \approx 4890$, $b \approx -1.33$ and $c \approx -3.85$, respectively.

Table 4.4.1 Scanning and image reconstruction conditions of a water phantom.

Tube voltage [kV]	120
Tube current [mA]	300
Reconstruction slice thickness [mm]	5
Acquisition slice thickness [mm×DAS]	0.625×16
Helical pitch	1.375
Scanning time [sec/rot]	0.9
Scan field-of-view: scan FOV [mm]	250
Reconstruction function	Standard

前段落のように，ノイズ分布は一般化されたガウス関数 $g(x)$ (式 4.4.11) で尤もらしく近似できることが確認できたため，ノイズの振幅をこのガウス分布に従うと仮定してモデル化する．

2. ガウス関数 $g(x)$ が大きいほど大きく縮退処理

モデル化したガウス関数 $g(x)$ が大きいほど，つまりその画素値のヒストグラムにおける度数が大きいほど縮退の割合を大きくすることで度数に応じた縮退処理が可能になる．これは規格化されたガウス関数を 1 から減ずることで実現できる．つまり次式のように $g(x)$ が大きい部分では縮退関数を小さくするような関数 $c(x)$ を作成する．

$$c(x) = 1 - g(x) \tag{4.4.12}$$

3. 縮退の割合を表す関数 $c2x)$ を $\tau = 0$ のときの hard thresholding に乗ずる

2. で作成した $c(x)$ を $\tau = 0$ のときの hard thresholding，つまり $y = x$ に乗ずることで hard thresholding においてノイズの割合に応じた縮退処理ができるように改良した縮退関数ができる．

$$xc(x) \tag{4.4.13}$$

4. ガウス関数 $g(x)$ の幅を制御できるようにする

これまでの縮退関数と同様，閾値により展開係数の縮退範囲を制御できるように $g(x)$ に閾値 $\{\tau \in \mathbb{R} | 0 < \tau\}$ のパラメータを追加し，$f(x)$ とする．

$$f(x) = ae^{-\frac{(x-b)^2}{\tau}} \tag{4.4.14}$$

上式により，閾値 τ を変化させて縮退されるべき展開係数を制御することができる．当然ながら実際の処理対象となる画像のノイズ分布から τ を求めることも可能である．

5. 関数 $f(x)$ の立ち上がり及び立ち下りの鋭さを制御できるようにする

式 4.4.14 において，Qian thresholding と同様に立ち上がり及び立ち下りの鋭さを制御するためのパラメータ $\{Y \in \mathbb{R} | 1 < Y\}$ を導入する[21]．

$$f(x) = ae^{-\left\{\frac{\mathrm{sign}(x)(x-b)^2}{\tau}\right\}^Y} \tag{4.4.15}$$

[21]縮退関数を厳密に連続な関数にするには，$2 < Y$ を満足する Y を要求する．

上式において Y が大きいほど τ 付近における $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ の変化が急峻になる．

上述の 5 つの設計項目をまとめ，入力 x を入力のウェーブレット展開係数 $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)$ で，閾値 τ を各解像度レベルの閾値 τ_ξ で置換とすると，設計した新たな縮退関数は次式となる．

$$\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)} = d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\left[1 - ae^{-\left\{\mathrm{sign}\left(d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right)\left(d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)-b\right)^2/\tau_\xi\right\}^Y}\right] \tag{4.4.16}$$

この新しい縮退関数における閾値 τ_ξ はノイズの分布の立場からみた場合,「ノイズがガウス分布 $g(x)$ であるとしたときに $g(x)$ が $1/e(\approx 0.368)$ になる，つまり約 36.8 %まで低下するときの値」であり，縮退関数の立場から見た場合は「$\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ が $\tau_\xi \int_0^1 e^x dx = \tau_\xi(1-e^{-1})$ $(\approx 0.632 \times \tau_\xi)$ になる，つまり約 63.2 %になるときの値」であり，且つ「$\tau_\xi \to 0$ で縮退操作をしていない場合 $(\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)} = d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l))$ と等価」である．また，Y については「$Y \to +\infty$ で hard thresholding と等価」である．また，本縮退関数の連続性をみるために式 4.4.16 を $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)$ について偏微分すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}}{\partial d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)} &= 1 - e^{-\left\{\mathrm{sign}\left(d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right)d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)/\tau_\xi\right\}^Y} \\ &\quad + \mathrm{sign}\left(d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right)\frac{e^{-\left\{\mathrm{sign}\left(d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right)d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)/\tau_\xi\right\}^Y} d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)Y\left\{\mathrm{sign}\left(d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)\right)d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)/\tau_\xi\right\}^{-1+Y}}{\tau_\xi}\end{aligned} \tag{4.4.17}$$

となる．Fig. 4.4.13 及び 4.4.14 に設計した縮退関数の τ_ξ 及び Y による形状及び傾きの変化を示す．Y を変化させることで $d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l) = \tau_\xi$ 近辺の縮退関数の傾きが急峻になっており，τ_ξ を変化させることで傾きの最大値は不変のまま位置が広がっていることが確認できる．

この縮退関数は p.77 の 4 つの要求項を全て満足し，これまで考案されている hard，soft 及び Qian thresholding の欠点であった $\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}$ の範囲や縮退関数の連続性が改善されてい

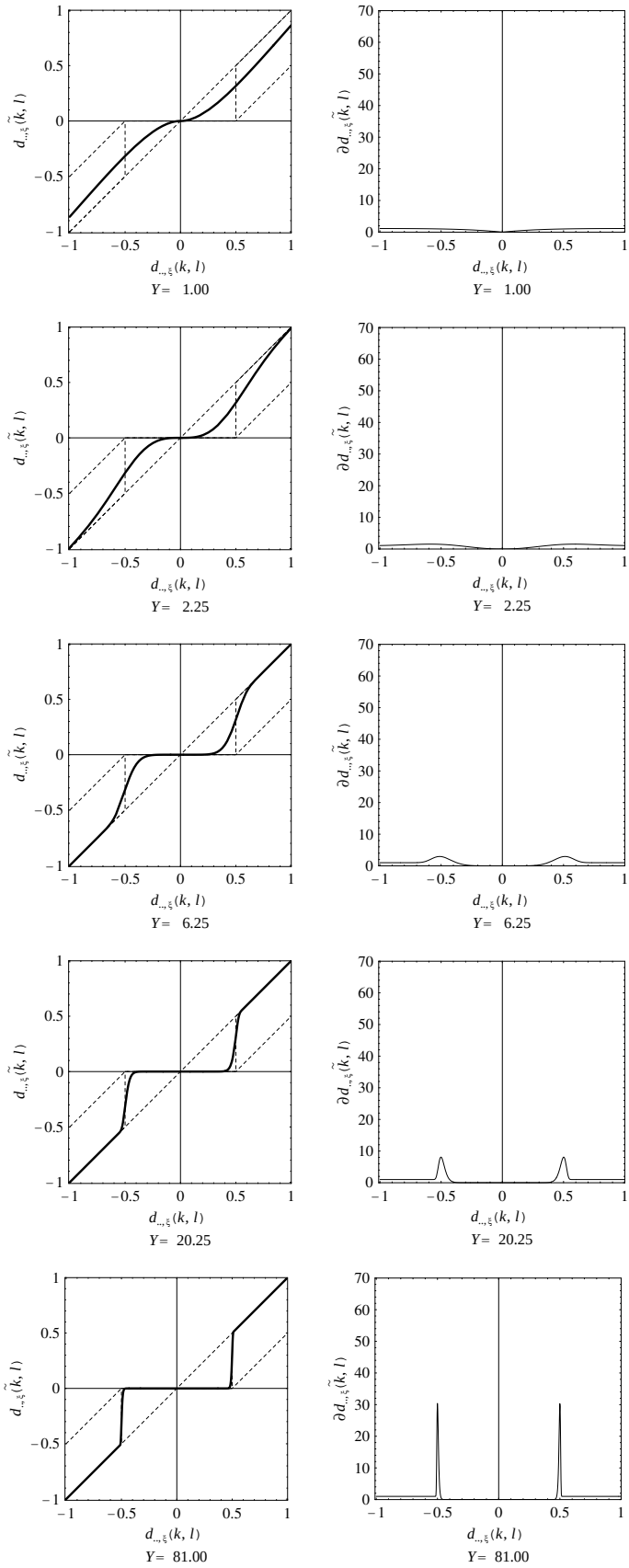


Fig. 4.4.13 Transition of proposed shrinkage function by parameter Y (threshold $\tau_\xi = 0.5$). Left: shrinkage functions, right: gradients of the shrinkage functions. This shrinkage function has smooth form in all parameters, except for special parameters.

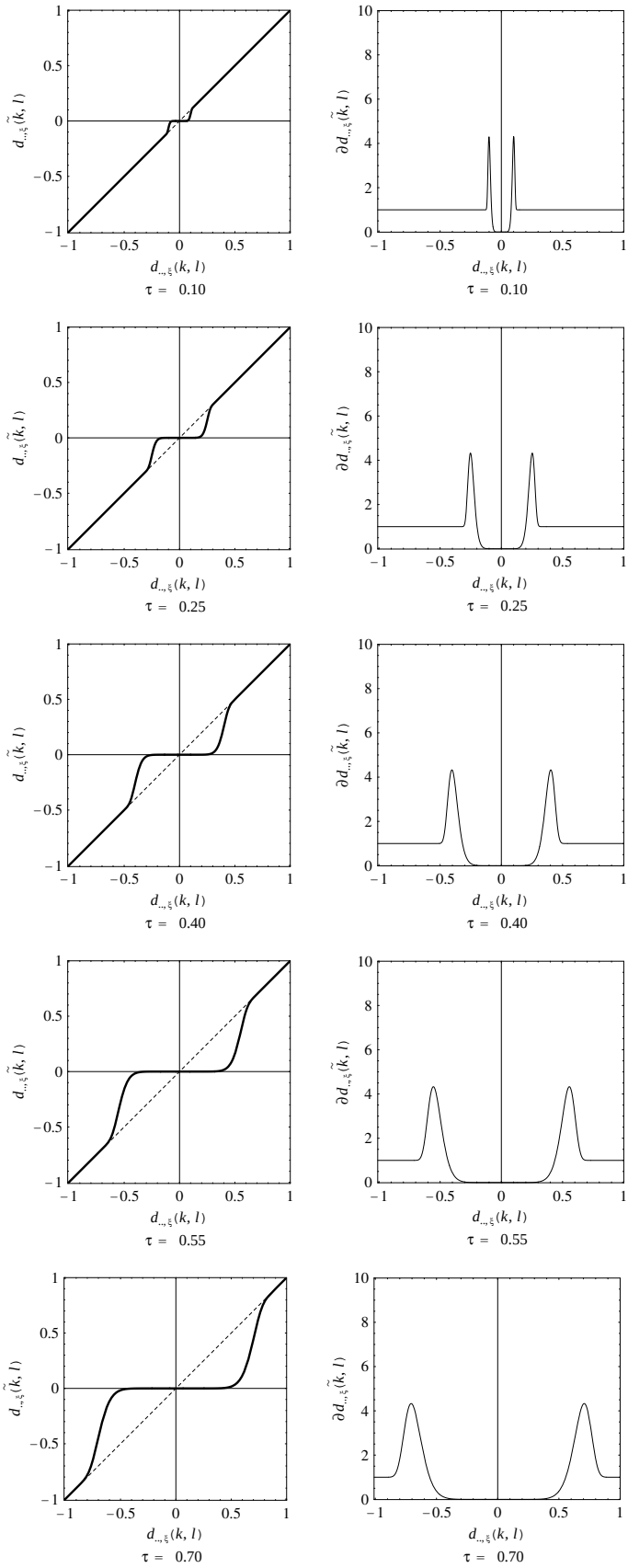


Fig. 4.4.14 Transition of proposed shrinkage function by parameter τ_ξ (parameter $Y = 10$). Left: shrinkage functions, right: gradients of the shrinkage functions. This shrinkage function has smooth form in all parameters, except for special parameters.

る．次に他の縮退関数と比較しながらこの縮退関数の評価をおこなった．

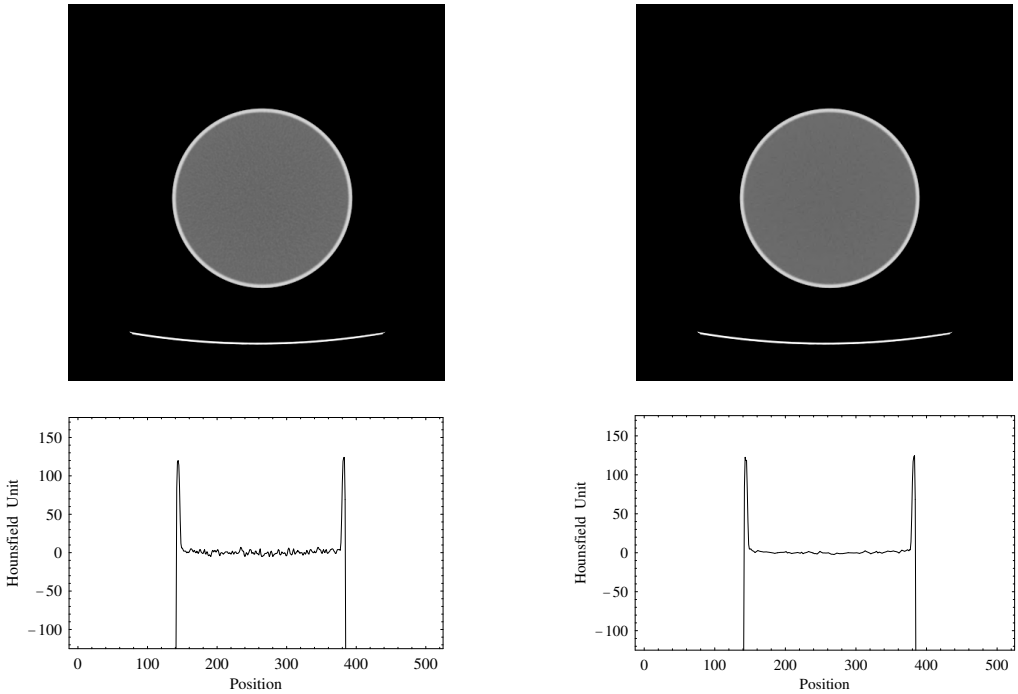
4.4.6　設計した縮退関数の評価

設計した縮退関数を評価するため，実際の X 線 CT 装置により得られた再構成画像に対してノイズ低減処理をおこなった場合の縮退アーチファクトの発生及びるエッジの保存性について検討した．ここではエッジの保存性に優れた hard thresholding 及び縮退アーチファクトの発生が少ない soft thresholding との比較により性能評価をおこなった．Fig. 4.4.15 に水ファントムを各種の縮退関数によりノイズ低減処理した結果を示す．Fig. 4.4.16 は縮退アーチファクト等が分かり易いように拡大して WW を狭くしたものである．Fig. 4.4.15 及び 4.4.16 において，(b)-(d) は分散が約 1.0 になるように閾値 τ_ξ を選択しており，使用した分解カーネル関数 $\psi(x)$ は 4.4.1 目で適していると判断された Coiflets のサポートが小さな関数 (ここでは $N = 2$) とし，分解レベル Ξ は 4.4.2 目を受けて 3 とした．

Fig. 4.4.16(b) から分かり易いように，hard thresholding では $\left|\widetilde{d_{\cdot\cdot,\xi}(k,l)}\right| \leq \tau_\xi$ なる係数が存在せず縮退処理に伴うアーチファクトが発生し易いため，〇部のようにドウターウェーブレットの形状がアーチファクトとして発生する．対して soft thresholding 及び提案縮退関数 (Fig. 4.4.16(c) 及び (d)) ではドウターウェーブレットの形状は hard thresholding ほど顕著には現れていない．ここで使用したウェーブレットの形状は独特且つ非対称[22]なため，ドウターウェーブレットに伴うアーチファクトは圧縮系におけるモヤモヤとしたモスキート歪の如く不自然な感覚を抱かせる．そのため，このアーチファクトが少ない soft thresholding 及び提案関数は，縮退処理に伴うアーチファクトの発生率において優れた特性を示している．

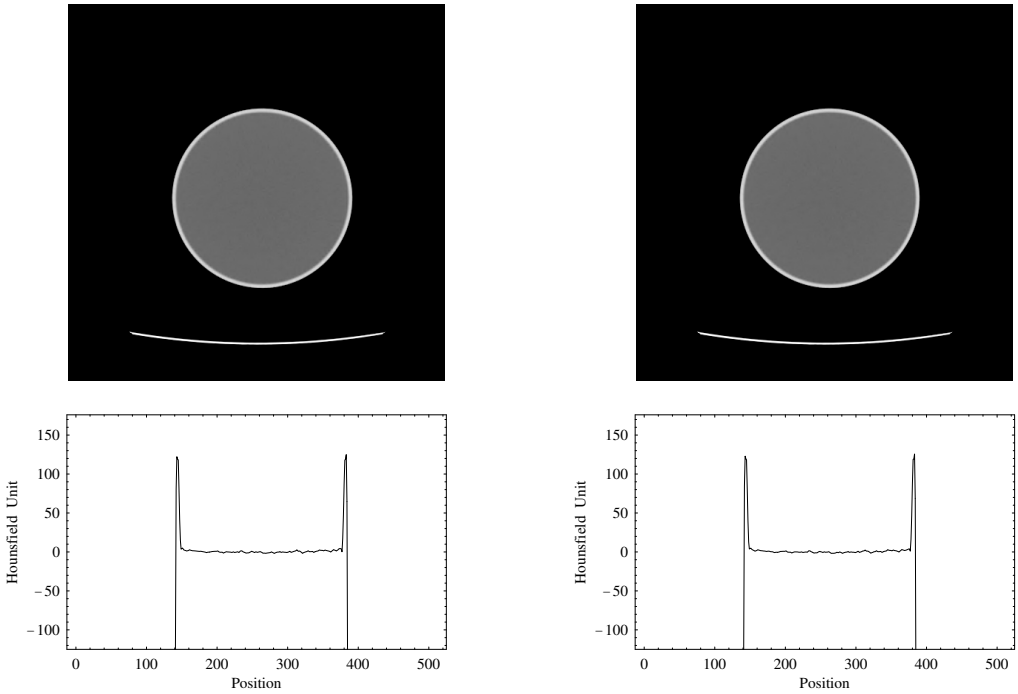
次に，縮退された画像のエッジ成分の保存性を評価するため，ノイズ低減前後の差分を求めた．Fig. 4.4.17 にその結果を示す．この差分画像はウェーブレット縮退の操作により除去された成分を示している．つまり，差分画像には信号のエッジ成分が含まれておらずノイズと考えられる成分だけが画像化されている場合が最も理想的である．hard thresholding

[22]本研究で対象とした直交系である Daubechies，Symlets 及び Coiflets ではなく，双直交系や非直交系のカーネル関数でも良い場合には対称な関数を選択できると考えられる．



(a) Before noise reduction processing (variance ≈ 6.46)

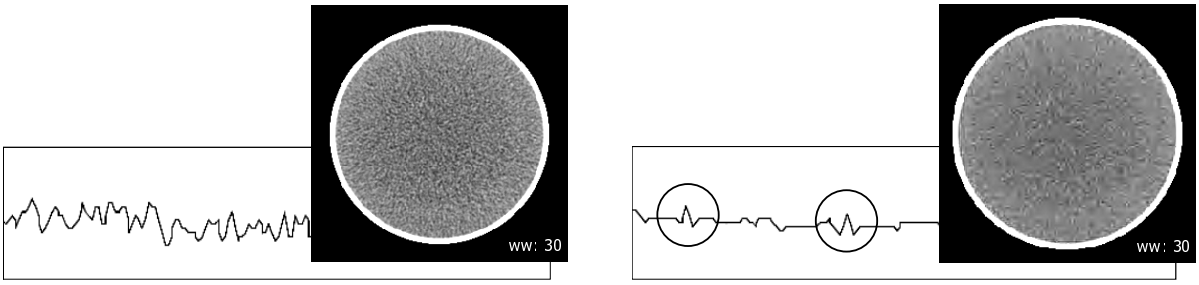
(b) Noise reduction processing by hard thresholding (variance ≈ 1.01, Ξ=3, τ_ξ=8.61)



(c) Noise reduction processing by soft thresholding (variance ≈ 1.00, Ξ=3, τ_ξ=5.1)

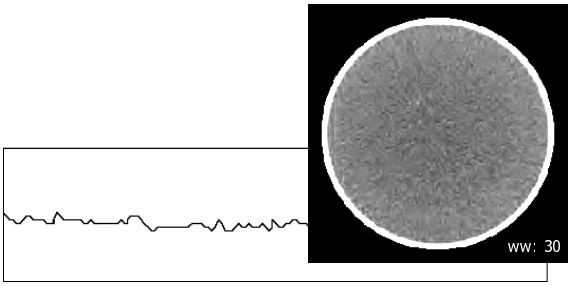
(d) Noise reduction processing by proposed shrinkage function (variance ≈ 1.00, Ξ=3, τ_ξ=14, Y=2)

Fig. 4.4.15 Noise reduction processing of a water phantom image by various kinds of shrinkage method. Image profiles at $y = 256$ are shown below, respectively.

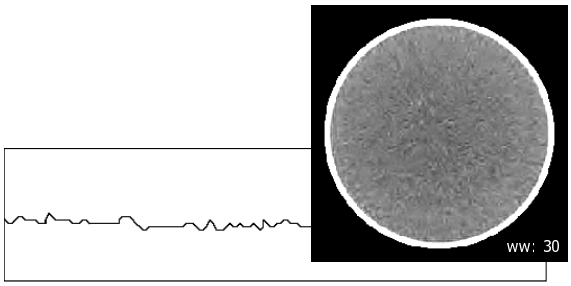


(a) Before noise reduction processing

(b) Hard thresholding

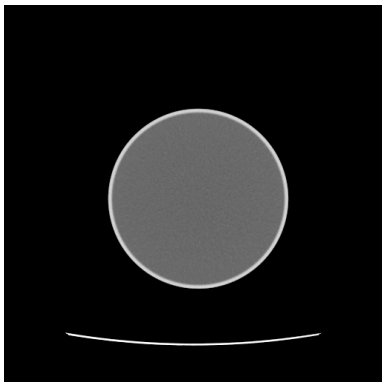


(c) Soft thresholding

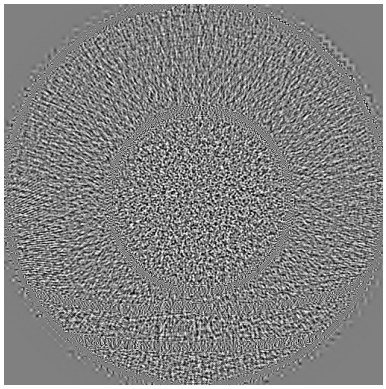


(d) Proposed shrinkage function

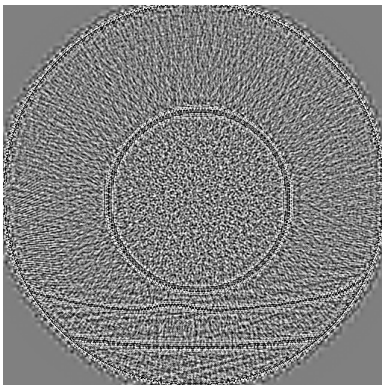
Fig. 4.4.16 Noise reduction processing of a water phantom image by various kinds of shrinkage methods. (magnified and WW processed). In hard thresholding (b), shapes of daughter wavelets (shown as ○) tended to appear as artifacts, and unnatural noises remain on the processed image.



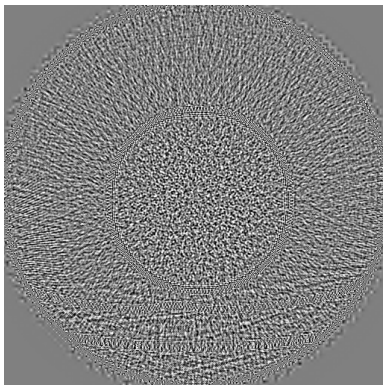
(a) Before noise reduction processing



(b) Hard thresholding (integration of difference $= 3.16 \times 10^5$)



(c) Soft thresholding (integration of difference $= 3.77 \times 10^5$)



(d) Proposed shrinkage function (integration of difference $= 3.17 \times 10^5$)

Fig. 4.4.17 Differences between denoised images and a original image. In the soft thresholding (c), edge signals, such as phantom form, are included and these parts are shrunk by denoised processing. On the other hand, in the hard thresholding and proposal shrinkage function, edge signals are not contained, and the edge signals of the original image are kept.

Table 4.4.2 Performance comparison of each shrinkage function. As a result of scoring for each evaluation factor, score of the proposed shrinkage function became the highest.

Shrinkage function	Change of pixel value	Appearance of shrinkage artifact	Preservability of edge	Point
Hard	◎ (None)	× (Large)	○ (Good)	5
Soft	× (Happens)	○ (Little)	△ (Satisfactory)	3
Yasuda	○ (Little)	○ (Little)	○ (Good)	6

Point = ◎: 3, ○: 2, △: 1, ×: 0

及び提案した縮退関数では soft thresholding に比してファントムの輪郭等のエッジ成分が少なく，ノイズ成分だけが正確に縮退処理できていることが分かる．つまり，エッジ成分は縮退されずに保存されている．

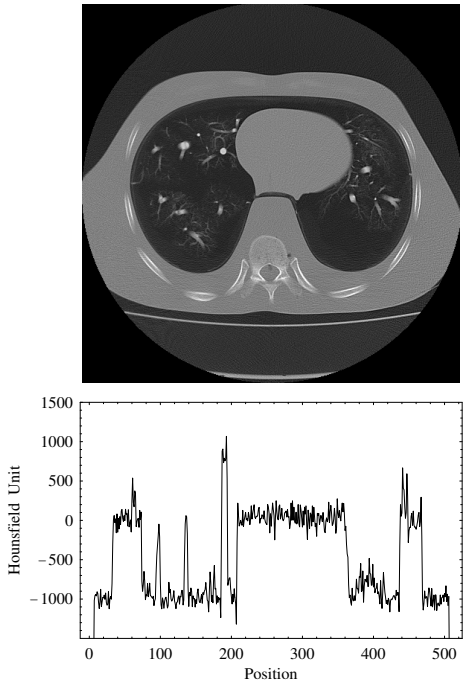
以上の結果をまとめたものを Table 4.4.2 に示す．これまでの縮退関数の欠点を克服した本縮退関数は縮退に伴うアーチファクトの発生が少なく，且つノイズ成分だけを正確に分離して低減できるといえる．また，soft thresholding (式 4.4.8) の如く縮退処理後のウェーブレット展開係数 $d_{\cdots,\xi}\widetilde{(k,l)}$ が τ_ξ だけ小さくなることもないため画素値の変化も少ない．それぞれの項目について点数化してみると提案縮退関数が最も点数が高く，hard thresholding, soft thresholding の順に低くなっていった．本研究で設計した縮退関数は，これまでに提案されている関数よりも総合的に優れたパフォーマンスを示すことが分かる．次目では提案縮退関数をより実際的な画像へ適用して診断情報の保存性について検討する．

4.4.7　胸部画像への適用と低域通過フィルタとの比較

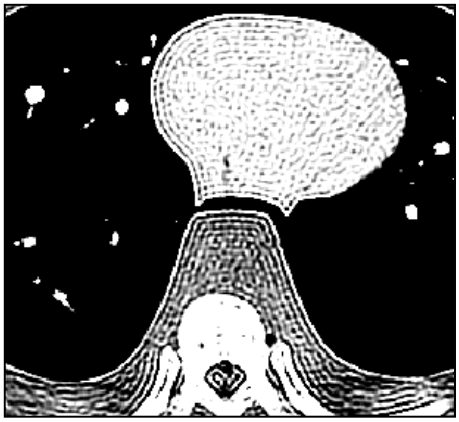
これまでに考案されている縮退関数の欠点を克服した本研究の新たな縮退関数及び最適化したパラメータ群を用いて，低線量の撮像条件 (Table 4.4.3) により得られた胸部ファントムの再構成画像にウェーブレット縮退によるノイズ低減をおこない，従来の LPF 及び実空間領域における各種フィルタリングによるノイズ低減の結果 (付録) と比較をおこなった．加えて，高線量の撮像条件 (管電流 300 mA) により得られた未処理の再構成画像との比較もおこなった．Fig. 4.4.18 に原画像，提案法の画像，LPF による画像及び高線量による画像を示す．また，心臓部分に ROI を設置 (幅及び高さ: 65 mm，中心座標: 260, 324) し標準偏差を測定した結果を Table 4.4.4 に，ノイズ成分だけを選択的に低減できているかを確認するために原画像と提案手法との差分画像及びそのヒストグラム[23]を Fig. 4.4.19 に示す．提案法及び LPF によるノイズ低減処理は，処理後の画像が高線量で得られた画像の分散と同程度になるよう処理している．提案縮退関数を用いたウェーブレット縮退の処理条件は前目を受けて，分解カーネル関数は Coiflets ウェーブレットの次数 $N = 2$，分解レベル $\Xi = 3$，縮退操作をおこなう解像度レベル ξ=1-3 とし，高線量画像の分散と同程度にするための各分解レベルにおける閾値は $\tau_1 = 0, \tau_2 = 170, \tau_3 = 480$ とした．

LPF によるノイズ低減 (b) では高線量画像と同程度の分散を得ようとする場合，画素値の勾配が急峻な箇所の周辺において打ち切りアーチファクト (トランケーションアーチファクト) が発生しており，また，血管等のスパイク様の信号においては画素値が小さくなってしまう．これは，LPF では高空間周波数成分を抑制することによりノイズ成分を低減させることができるが，それと同時にノイズ成分と同様の空間周波数を有する信号までもがフィルタリングされてしまうため，インパルス状の信号やエッジの信号が滑らかになってしまい広がりをもつようになるためである．つまり，LPF では信号成分とノイズ成分の空間周波数が完全に分離していれば，適切にノイズ成分だけを分離・抑制することが可能であるが，本 X 線 CT 画像では両者が類似しているため完全に分離することは不可能となる．対してウェーブレット縮退によるノイズ低減では，ウェーブレット変換の空間-ス

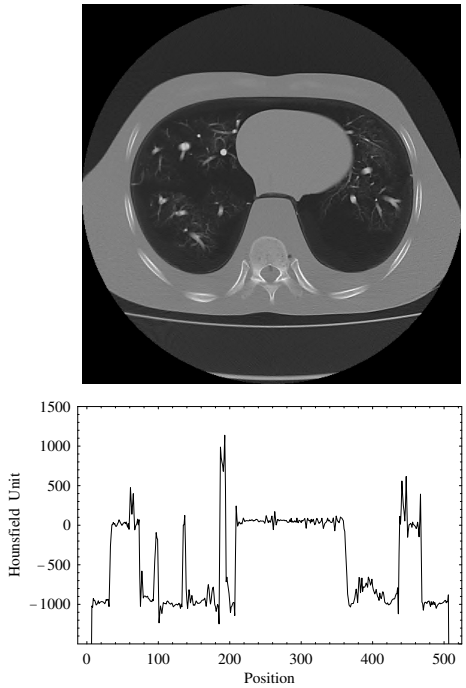
[23] ノイズ成分だけを正確に評価するため，4 隅 (円領域外) のデータを除いてヒストグラムを作成した．ROI は画像の中心に幅 × 高さを 256 × 256 として配置した．



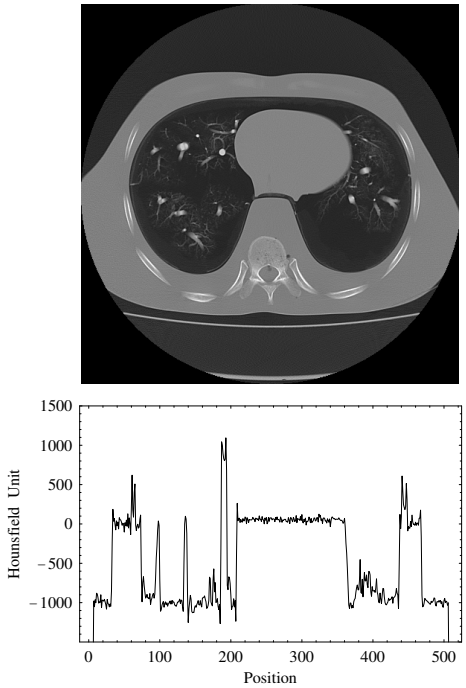
(a) Original low-dose image (tube current 50 mA)



(b) Noise reduction by LPF (magnified and WW processed)



(c) Noise reduction by proposed shrinkage function



(d) High-dose image (tube current 300 mA)

Fig. 4.4.18 Noise reduction processing of a low-dose chest image by proposed shrinkage method. Noise reduction by LPF of the same image, and comparison with a unprocessed high-dose image (tube current 300 mA). A proposed shrinkage method and LPF are processed so that variance of image may become comparable. Each profile is the ones of $y = 311$.

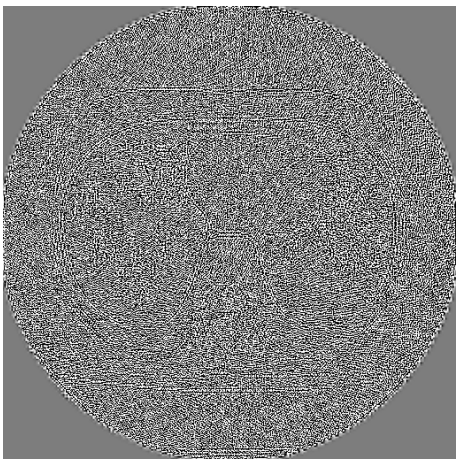
Table 4.4.3 Scanning and image reconstruction conditions of a chest phantom. This phantom was scanned by low tube current.

Tube voltage [kV]	120
Tube current [mA]	50
Reconstruction slice thickness [mm]	7
Acquisition slice thickness [mm×DAS]	2×16
Helical pitch	1.4375
Scanning time [sec/rot]	0.5
Scan FOV [mm]	320
Reconstruction function	Standard

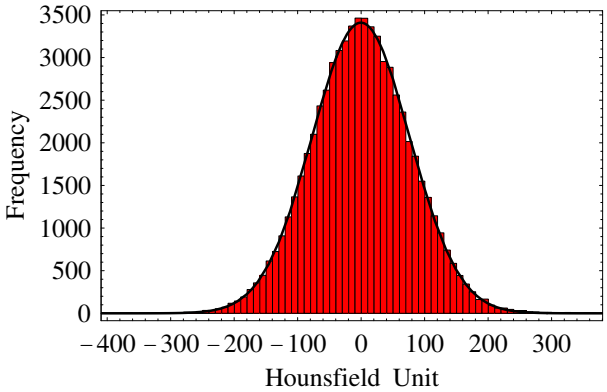
ケール処理が可能という特徴を利用して信号の高空間周波数成分を保存したままノイズ成分だけを効率的に低減できる．このウェーブレット縮退における縮退処理に新たに設計した縮退関数を適用し，且つ分解カーネル関数や分解レベル等の最適化をおこなったノイズ低減結果 (c) では，LPF と同程度の分散を得る場合でも打ち切りアーチファクトの様なエラーの発生が殆ど無く，スパイク様の信号における画素値の変化も殆ど無い．画像プロファイルから分かり易いが，高線量による画像 (d) と比較しても遜色の無い画像を得ることができたと考えられる．差分画像においてエッジ成分は多くは含まれておらず，ヒスト

Table 4.4.4 Standard deviations for each iamge. ROIs are placed on the heart region.

Image	Standard deviation
Low-dose original (50 mA)	82.0
Low-dose with proposed method (50 mA)	18.0
High-dose (300 mA)	28.4



(a) Difference of a original image and a proposed image



(b) Histogram of pixel value

Fig. 4.4.19 Difference of a original image and a proposed image (a), and its histogram (b). Subtracted image contains almost only noise components.

グラムにおいてもガウス関数でフィッティングできており，エッジ成分を保持しつつノイズ成分だけを選択的に処理できていることが確認できる．また，付録 A.1 項 (p.132) における一様重み移動平均フィルタ，中央値フィルタ及びエッジ保存フィルタと比べても，信号の量け，スパイク様や細線様の信号の保存，信号の不自然な変化等の点において優れていると考えられる．

4.5 ノイズ低減処理に伴う被曝線量の低減及び診断情報の保存

2.1 項で述べたように放射線画像系では使用する放射線量と画像ノイズは常にトレードオフの関係にある．つまり画像ノイズを小さくしたければ放射線量を大きくしなければならない．しかしながら医用放射線画像系においては使用する放射線量は直接的に患者の被曝線量に関係するため“ 綺麗な画像 ”を得ようとして無闇に放射線量を大きくすることはできない．特に X 線 CT 画像の撮像では一般 X 線撮影等に比して撮影に掛かる線量が大き

く，また，多相のダイナミック CT 等のように飛躍的に多くの線量が必要になることもあるため注意しなければならない．文献 [15] にもあるように，多相のダイナミック CT では線量と影響の関係に線型閾値無し仮説 (linear non-threshold model: LNT model: LNTM) の有効性が現れるとされる数 10 mSv を超えてしまう場合も考えられ，何かしらの影響が現れ始めることも考えられるため，同じ診断の情報量を有する画像を得るならば使用する線量は低い方が良いと考えられる．特に臨床の現場で実際に撮影している診療放射線技師は疾患や検査目的に応じた撮影条件の設定を心掛け，撮影の依頼をする医師においては不必要な撮影の依頼をしないように常に心掛けている必要がある．しかし撮影条件を決める際に「とにかく低い線量で撮ればよい良い」として無闇に低線量で撮影するのが賢明とは言い難い．低線量で撮像することに越したことはないであろうが，線量を下げることによって本来得られるべき画像情報が欠損しているような撮像であっては元も子もない．検査目的に沿った診断情報が確実に得られるようにな条件を担保しておき，その範囲内で可能な限り低線量で撮像することが望ましいと考えられる．

本研究では空間-スケール処理が可能なウェーブレット縮退を X 線 CT 画像のノイズ低減に使用する際の適したパラメータについて検討し，加えて，これまで考案されている縮退関数の欠点を克服する新たな関数の設計をおこなった．提案縮退関数を適したパラメータ群と共に管電流 50 mA の低線量撮像で得られた胸部ファントム画像に適用した結果，管電流が 6 倍の 300 mA により得られた画像とほぼ同等の分散及びエッジグラディエントの画像を得ることができた．プロファイルを比較してもノイズの成分の細かな周波数特性は異なるように見えるものの，両者はほぼ同様のプロファイルで区別は困難である．

管電流を小さくして撮像することで使用線量，しいては患者の被曝線量を低減させることが可能であるが，同時に光量子の統計的な揺らぎによるノイズが増加してしまう．しかし，ノイズの増加してしまった画像に対して本研究で設計した縮退関数及び適したパラメータ群によるウェーブレット縮退処理を適用することで信号成分に大きな影響を与えることなく管電流が大きい場合と同等の画像を得られる可能性があると考えられる．

標準的に使用されている線量からどの程度 線量を下げることができるかについては中

森ら [55,56] の報告がある．彼らはX線CT画像に対してウェーブレット変換最大係数法 (wavelet transform modulus maxima: WTMM) を用いてノイズ低減を試みており，画質を保ったまま被曝線量を1/10以下に低減できる可能性があると報告している．本研究では臨床撮像の都合上 管電流300 mAに対して1/6の管電流50 mAまで下げて撮像した画像において比較検討したが，中森らの報告のように得られた水平プロファイルを比較する限り更に管電流を下げて撮像をおこなっても画質を保てる可能性があると考えられる．

4.6 医用X線CT画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減 考察

実空間におけるノイズ低減処理は付録A.1項のように特定の性質のノイズ低減に効果がある手法も存在するが，多くが信号への影響等で問題点がある．また，空間周波数処理であるLPFを用いたノイズ低減では，ノイズと信号が類似した空間周波数成分を有している場合に，ノイズの低減と同時に信号成分までもが滑らかになってしまったり又はスパイク状の信号においては画素値が小さくなる等の影響を受けてしまう．対して本研究で設計した縮退関数及び適したパラメータ群によるウェーブレット縮退では，信号のエッジ等の高空間周波数成分を保存しながらノイズ成分のみを選択的に低減可能であった．空間周波数特性に方向及び空間依存性 (位置依存性) がある医用画像の場合，空間情報 (位置情報) を考慮して処理が可能なウェーブレット縮退を使用したノイズ低減は，空間周波数処理によるノイズ低減に比して非常に有用であると考えられる．

本研究では特にウェーブレット縮退によるノイズ低減が信号の空間分解能へ与える影響について検討した．しかし，ウェーブレット領域の詳細化成分において「振幅が小さな展開係数はノイズとみなして大きく縮退し，振幅が大きな展開係数は信号とみなして殆ど縮退しない」ような設計をした提案縮退関数は，空間分解能だけではなく密度分解能に関しても信号に大きな影響を与えることなくノイズ低減の処理が可能であると考えられる．つまり，被写体コントラストが低い腹部領域への有用性も期待できる．

放射線を利用した医用画像モダリティの被曝線量を低減する方法は2つに大別できると

考えられる．1つは系全体の性能・検出能を向上させること，つまりX線CT系においては検出器や機器内部から発生するノイズを低減させるといったハードウェア的な方法である．もう1つは信号・画像処理の技術を利用して，すでに画像に加わってしまったノイズを低減するといったソフトウェア的な方法である．前者は，系全体の検出能を向上させることにより診断に必要な情報・画質を得るのに要する放射線量を少なくすることができ，それによって被曝線量を低減できる可能性がある．後者は，少ない放射線量によって得られたノイジーな画像に対して画像処理的にノイズ低減をおこなうことで，放射線量が多い条件によって得られた画像と同等の画質を有する画像を形成することにより被曝線量を低減できる可能性がある．本研究で検討をおこなったウェーブレット縮退によるノイズ低減は，後者の信号処理の技術を利用したソフトウェア的な手法であり，空間-スケール処理が可能なため他のソフトウェア的な方法である実空間や周波数空間におけるノイズ低減に比して信号成分に影響を与えることなくノイズ低減が可能であった．X線CT画像に対してウェーブレット縮退によるノイズ低減処理をおこなうことにより，画質を保ったまま少ないX線量で撮像することができると考えられ，結果的に被曝線量の低減に貢献できる可能性があるものと考えられる．

4.4項で述べたようにウェーブレット縮退では非常に多くの操作パラメータが存在し，パラメータの選択によってノイズ低減の特性が変化する．特にウェーブレット展開係数を縮退するときの縮退関数の選択や閾値の決定が一番悩ましいところである．本研究では縮退関数としてノイズの分布を考慮した新たに設計した関数を用いて縮退処理をおこなったが，従来のhard及びsoft thresholdingにおいては多くの閾値の決定に関する研究がなされている．DonohoとJohnstoneのuniversal thresholding [57] は閾値を決定する際にノイズの標準偏差の情報を使用しているが，実際にはノイズの情報が不明な場合も多い．そこでJansenら [58] はノイズの標準偏差の情報を必要としないgeneralized cross-validation (GCV) による閾値決定法を提案した．しかしGCV法によるノイズ低減は，SNRが低い場合には最適な閾値が得られるものの，SNRが高い場合には原画像の情報までも取り除かれてしまうという報告がある [47]．今後，SNRの大きさに依存せず，最適な閾値が得ら

れる閾値の決定方法の開発が求められる．

本研究では実際的な画像への適用として低線量で得られた胸部ファントムの再構成画像に提案手法を適用したが，胸部よりも X 線の吸収が大きいためより多くの線量が必要とされ問題となっている腹部領域の再構成画像，特に低コントラスト病変を撮像した画像に本手法を適用することで腹部の被曝を低減，あるいは低コントラスト病変の検出能を改善できる可能性がある．但し，低コントラスト病変の描出にあっては撮像に供する X 線の統計的な揺らぎや吸収の過程で生じる揺らぎの程度よりも被写体コントラストの方が小さい場合は，ソフトウェア的なアプローチである本手法を適用しても検出能の改善には繋がらないため線量を増加して撮像すべきであると考えられる．また，2.3 項で述べたように臨床の撮像においては場所毎に管電流を変調して撮像するアプリケーションが利用されている．このアプリケーションでは設定により画像毎のノイズの揺らぎを同程度にすることができ，本提案法における閾値がより決定し易いと考えられる．しかしながら画像毎にノイズの揺らぎの程度が異なる場合においても，ノイズの分布を考慮した本提案縮退関数によって適切に縮退処理ができるものと考えられる．但し，低コントラストの対象に適用する場合はパラメータ群の選択に十分 注意し，信号成分を消してしまわないようにしなければならない．

本研究の適切なパラメータ群及び設計した縮退関数によるウェーブレット縮退法は，従来のノイズ低減手法に比して操作の自由度が非常に高く，対象画像のノイズ特性に合わせたノイズ低減操作が可能である．種々の操作パラメータが存在しそれらの選択によってノイズ低減の性能が変化するためである．しかし，この自由度の高さという利点は実用化の点においては欠点にもなり得る．つまり，操作パラメータが多いために各画像に最適なパラメータ群を選択することが困難な作業になり得るのである．従来のノイズ低減手法は少ないパラメータのため単純化でき，既存の処理系に組み込むことは比較的 簡単であると考えられるが，ウェーブレット縮退によるノイズ低減手法を組み込むにはパラメータ群の選択が鍵となる．実際に処理系に組み込む場合には幾つかのノイズ低減の特性が異なるパラメータ群をセットにしておき，ユーザがその中から任意のパラメータセットを選択する

のがよいかもしれない．あるいは各対象画像を解析し，適したパラメータ群をコンピュータに自動で選択させることも可能であろうが，その際には多くの演算時間を要すると考えられ，専用のチップセット等の処理系があるとよいものと考えられる．パラメータ群が適切に選択されたならば，本縮退処理を実際の装置に組み込むことは可能であると考えられる．しかし，ウェーブレット系自体が比較的 新しく現在 多くの研究が進められている分野である．今後 更に基礎・応用の研究が進展することで，医用画像分野を含む種々のウェーブレット系の実用化が進んでゆくものと考えられる．

4.7 医用 X 線 CT 画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減 結論

本章では，X 線 CT 系における画質改善の基礎的な研究としてノイズ低減と診断情報の保存及び患者線量の低減の可能性について検討をおこなった．ノイズ低減の手法として実空間及び周波数空間における処理 (付録) と新たに設計した縮退関数及び適したパラメータ群によるウェーブレット縮退処理との比較をおこなった．

対象画像をウェーブレット領域に分解する際の直交系の分解カーネルとしては，縮退処理をしたときに縮退アーチファクトの発生が少ない Coiflets の次数が小さな関数が適していた．分解レベルについては信号成分とノイズ成分が適切に分離できる最小のレベルを適した分解レベルとし，本研究の 512×512 マトリクスの胸部 CT 画像に対しては分解レベル 3 程度が適していると判断した．縮退関数についてはこれまでに提案されている関数の欠点を克服した新たな縮退関数を設計した．本章で提案した縮退関数はこれまでの閾値関数には無かった“ ノイズの分布を利用して ”縮退関数を設計ということをおこなっており，ノイズ低減の性能，縮退アーチファクトの発生及びエッジの保存性の何れにおいても他の縮退関数より優れた特性を示した．LFP 等によるノイズ低減処理では，その特徴ゆえノイズの低減と同時にノイズと同じ空間周波数成分を有する信号成分までもが影響を受けて滑らかに，つまり暈けてしまう等の副作用が現れるが，空間-スケール処理が可能なウェーブレット縮退，特に本研究の如く最適化をおこなった縮退処理ではエッジ成分に極

力影響を与えずにノイズと考えられる成分のみを効率よく取り除くことが可能であった．通常の撮像条件で得られた医用 X 線 CT 画像に対して本ノイズ低減手法を適用することで，ノイズに埋もれた隠れた診断情報を抽出できる可能性がある，又は低線量の撮像条件で得られた画像に対して本手法を適用することで，診断に必要な情報に大きな影響を与えることなくノイズ成分のみを効率よく低減でき，患者の被曝線量の低減に利用できる可能性があるのではないかと考えられる．

多くのパラメータ群によるウェーブレット縮退法は，従来のノイズ低減手法に比して操作の自由度が非常に高く，対象画像のノイズ特性に合わせたノイズ低減操作が可能である．パラメータ群の選択がノイズ低減性能の大きな鍵となり，それらを手動あるいは自動で選択するにせよ適切に選択させるようにすれば本縮退処理を実際の装置に組み込むことは可能であると考えられる．

第5章

医用X線CT系における
投影データの非線型性を利用した
エッジ応答の改善

第5章　医用X線CT系における投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善

前章ではX線CT画像の画質改善を目的としたノイズ低減処理についての検討をおこなった．本章では同目的のため，投影データの非線型性を利用した特別な画像処理を必要としない，且つマトリクスサイズの増加を伴わないエッジ応答の改善方法についての検討をおこなった．

5.1　X線CT画像におけるエッジ応答改善 総論

X線CT画像のエッジ改善又は強調処理にはノイズ低減の場合と同様に種々の手法が考案されている．先ず考えられるのが再構成画像を作成する際に選択する画像再構成関数(画像再構成フィルタ)である．画像再構成関数は種類によって特別な強調処理をしないものや高空間周波数を強調したもの等が存在するため，再構成時に高空間周波数を強調した関数を選択することでエッジを強調することができる．再構成関数は診断目的や撮像部位毎に種々が設計され[59,60]，肺血管等の高空間周波数の情報を含む肺野領域等を観察したい場合には高空間周波数を強調した関数が選択されることになる．

再構成画像に画像処理を適用することによってもエッジを強調することができる．画像処理による方法ではノイズ低減の場合と同様に実空間領域，空間周波数領域及び空間-スケール領域における処理が存在する[61,62]．実空間領域における処理では高域を通過させるカーネルを作用させることでエッジを強調することができるし，空間周波数領域では高域通過フィルタ(high-pass filter: HPF)，帯域通過フィルタ(band-pass filter: BPF)及びBPFが考えられる．そして空間-スケール領域の処理では多重解像度処理(含むウェーブレット処理)がある[39,41,45,63]．Fig. 5.1.1に種々のエッジ強調・検出処理を示す．し

- edge enhancement and detection
  - processing in real domain
    - sliding neighborhood operation
      - max-min filter
      - gradient filter
        - Laplacian filter
      - high-pass filter
      - Sobel filter
  - processing in frequency domain
    - high-pass filter (low-cut filter) (analog and digital)
    - band-pass filter
    - band-rejection filter
    - unsharp masking
  - processing in time(space)-scale domain
    - wavelet processing
    - wavelet packet processing
  - adaptive filter
  - neural filter

Fig. 5.1.1 Various edge enhancement or detection processings. Edge enhancement processing that employs real domain, (spatial-)frequency domain, time(space)-scale domain, moreover, processing that combined various techniques, can also be considered. (digital and analog system)

かし画像再構成関数やこれらの画像処理手法は何れも信号処理を応用したものであり，根本的にエッジ応答を改善・復元する方法とは言い難い．

そこで本研究では投影データの非線型性を利用した，空間周波数処理等の特殊な画像処理手法を必要としない，且つマトリクスサイズの増加を伴わないエッジ応答の改善・復元方法を提案する．本提案手法では，投影データを異なる空間周波数サンプリングで収集したときの得られる投影データ値の差を利用してエッジ応答の改善をおこなった．この投影データ値の差の発現は理論的に投影データが非線型であることによるものであり，次項以降でその詳細を述べる．

5.2　X 線 CT 系における投影データの非線型性

本提案法の理論に入る前に，先ず投影データの非線型性について考える．3.1 項 (p.34) で述べた通り，投影データ $p(X,\theta)$ は X 線強度の減弱率 $\frac{I_0}{I(x,\theta)}$ の自然対数の形をとっている．ここで便利のため投影データの定義を再度，

$$p(X,\theta) = \ln \frac{I_0}{I(X,\theta)} \tag{5.2.1}$$

とする．簡単のため入射 X 線の強度 I_0 を一定として無視すると，上式は，

$$p(X,\theta) = -\ln I(X,\theta) \tag{5.2.2}$$

となる．つまり入射 X 線の強度 I_0 が一定 (定数) ならば投影データ $p(X,\theta)$ は透過 X 線の強度 $I(X,\theta)$ の対数のみから得られることになる．

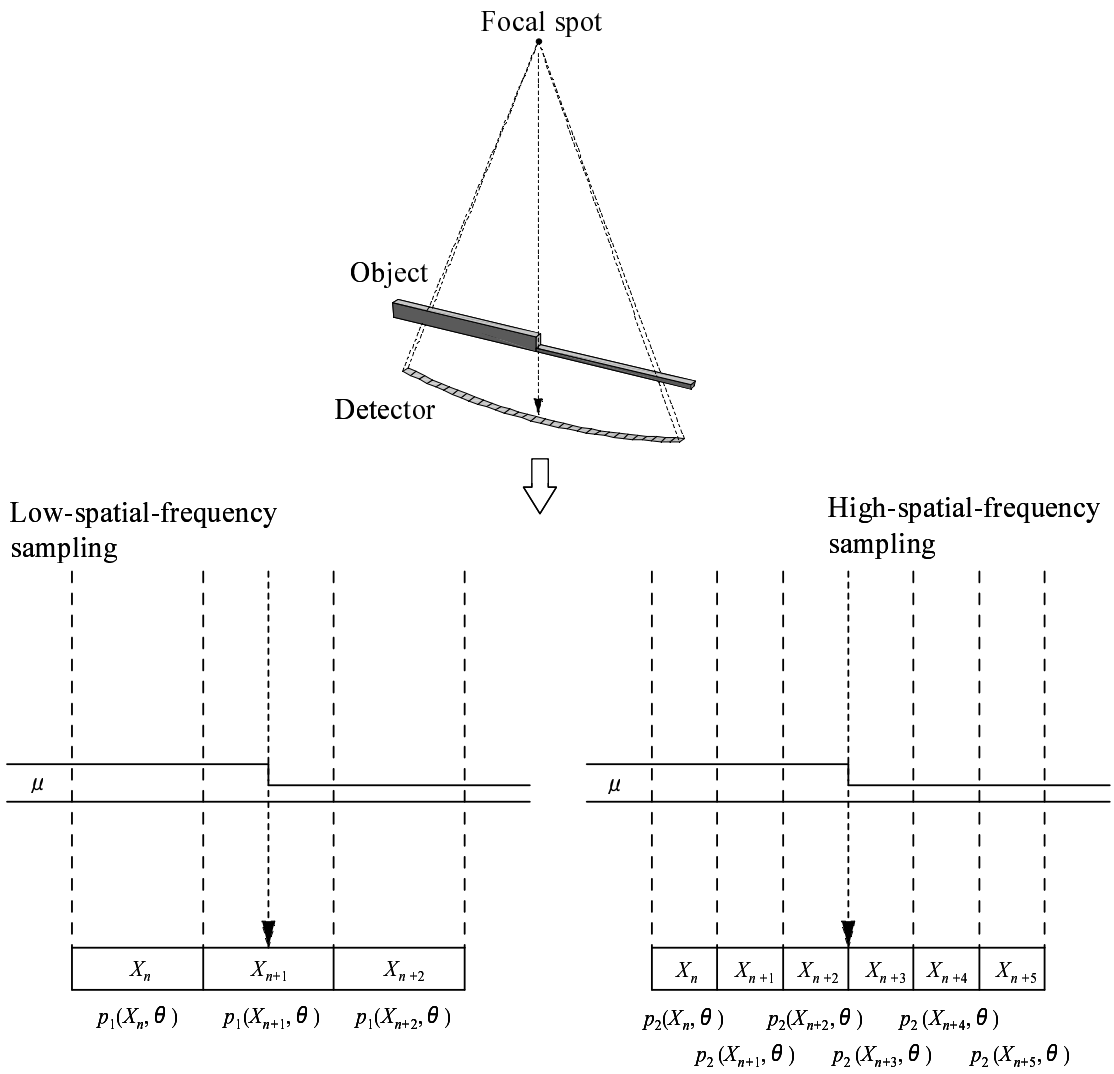


Fig. 5.2.1 Acquisition of projection data by low- and high-spatial-frequency sampling. By averaging projection data obtained by high-spatial-frequency sampling, projection data of the same sampling frequency as low-spatial-frequency sampling can be obtained.

5.3 高空間周波数サンプリングによる投影データの収集とエッジ応答の解析

ここで投影データの空間周波数サンプリングの違いによる振る舞いについて考える．Fig. 5.2.1 に投影データを低及び高空間周波数サンプリングにより収集した場合の概念図を示す．ここでは簡単のため回転座標系 XOY (p.35) における X 方向の投影データ $p(X,\theta)$ を考え，低及び高空間周波数サンプリングにより得られた投影データを $p_{\mathrm{low}}(X,\theta)$ 及び $p_{\mathrm{high}}(X,\theta)$ としている．X は XOY 上での位置であり，実際の検出器系に合わせて相対的なチャネル番号 $n(\in \mathbb{Z})$ を用いた離散系の X_n とする[24]．Fig. 5.2.1 は X 線ビームが線減弱係数 μ の階段状の物質を通過すると仮定している．

ここで階段状の物質の X 線光路が長い部分及び短い部分における X 線の減弱率 I_0/I を Γ_{long} 及び Γ_{short} とすると，Fig. 5.2.1 における投影データ $p_{\mathrm{low}}(X_n)$, $p_{\mathrm{low}}(X_{n+1})$, $p_{\mathrm{low}}(X_{n+2})$ 及び $p_{\mathrm{high}}(X_n)$, $p_{\mathrm{high}}(X_{n+1})$,..., $p_{\mathrm{high}}(X_{n+5})$ は次のように表現できる (付録 B, p.166 参照).

$$\left.\begin{aligned} p_{\mathrm{low}}(X_n) &= \ln \Gamma_{\mathrm{long}} \\ p_{\mathrm{low}}(X_{n+1}) &= \ln \frac{2\Gamma_{\mathrm{long}}\Gamma_{\mathrm{short}}}{\Gamma_{\mathrm{long}} + \Gamma_{\mathrm{short}}} \\ p_{\mathrm{low}}(X_{n+2}) &= \ln \Gamma_{\mathrm{short}} \end{aligned}\right\} \tag{5.3.1}$$

$$\left.\begin{aligned} p_{\mathrm{high}}(X_n) = p_{\mathrm{high}}(X_{n+1}) = p_{\mathrm{high}}(X_{n+2}) &= \ln \Gamma_{\mathrm{long}} \\ p_{\mathrm{high}}(X_{n+3}) = p_{\mathrm{high}}(X_{n+4}) = p_{\mathrm{high}}(X_{n+5}) &= \ln \Gamma_{\mathrm{short}} \end{aligned}\right\} \tag{5.3.2}$$

上式では回転座標系の回転角度 θ は定数と仮定して無視している．また，階段状の物質のエッジの位置は Fig. 5.2.1 の如く，低空間周波数サンプリングでは検出器素子 X_{n+1} の中心の真上，高空間周波数サンプリングでは検出器素子 X_{x+2} と X_{x+3} の隔壁の真上を想定している．

ここで検出器におけるエッジの位置と投影データ $p(X)$ の振る舞いについて考える．式

[24]回転座標系 XOY 上での位置 X は本来ならば連続系であるが，実際に投影データを収集するときにはマトリクス構造を有する検出器を用いるため離散系となる．

5.2.2 の通り，投影データ $p(X)$ は透過 X 線の強度 $I(X,\theta)$ の対数から得られる．そのため，$p(X)$ は検出器素子上のエッジの相対的な位置に対して線型ではなく非線型な振る舞いをする．Fig. 5.3.1 に検出器素子上のエッジの相対的な位置に対する $p(X)$ の応答を示す．各素子におけるエッジの位置が相対的に線型に変化することにより，検出範囲の上にある構造の線減弱係数も線型に変化する．もしも $p(X)$ がエッジの位置，つまりは構造の線減弱係数に関して線型ならば $p(X)$ は図中の点線のような振る舞いになるはずである．しかし実際には式 5.2.2 の如く非線型であるため，エッジの位置に関して実線のような振る舞いを示す．ここで注意しておきたいのは，図の投影データの振る舞いは検出器素子の幅に対するエッジの“ 相対的な位置 ”に関するものである，ということである．つまり低い空間周波数サンプリングにおける大きな検出器素子においても，又は高い空間周波数サンプリングにおける小さな検出器素子においても，素子の幅に対して相対的には図のような振る舞いになるということである．Fig. 5.3.2 に低空間周波数サンプリング及び 2 倍の高空間周波数サンプリングに対する投影データの振る舞いを示す．横軸は低空間周波数サンプリングにおける検出器素子の幅に対するエッジの相対値な位置を示している．つまり，(X 方向に) n_X 倍の高空間周波数サンプリングをおこなったときの検出器素子の幅又はサンプリング間隔 ΔX_{high} は次のようになる[25]．

$$\Delta X_{\mathrm{high}} = n_X^{-1} \Delta X_{\mathrm{low}} \tag{5.3.3}$$

ここで ΔX_{low} は低空間周波数サンプリングにおける検出器素子の幅，又はサンプリング間隔である．

上述の投影データ $p(X)$ の非線型性を利用すると“ 低空間周波数サンプリングによる投影データ $p_{\mathrm{low}}(X)$ ”と，“ 高空間周波数サンプリングによる投影データ $p_{\mathrm{high}}(X)$ から $p_{\mathrm{low}}(X)$ に対応する空間周波数の投影データを得た $p(X)$ ”に差が生じることになるが，本研究で

[25]実際の検出器系では検出器素子間に隔壁が配置されていることがあり，その場合は，
検出器素子の幅 (隔壁を含まず)< サンプリング間隔
となる．

はこの $p_{\mathrm{low}}(X)$ と $p(X)$ との差を利用してエッジの応答を改善する．

次式に $n_X = 2$ としたときの投影データ $p_2(X)$ から $p_1(X)$ に対応する空間周波数の投影データ $p(X)$ を加算平均により求めたものを示す.

$$\left.\begin{aligned} p(X_n) &= \frac{p_2(X_n) + p_2(X_{n+1})}{2} \\ p(X_{n+1}) &= \frac{p_2(X_{n+2}) + p_2(X_{n+3})}{2} \\ p(X_{n+2}) &= \frac{p_2(X_{n+4}) + p_2(X_{n+5})}{2} \end{aligned}\right\} \tag{5.3.4}$$

ここで，式 5.3.1, 5.3.2 及び 5.3.4 における $p_1(X_{n+1})(= p_{\mathrm{low}}(X_{n+1}))$ 及び $p(X_{n+1})$ の大小関係は Fig. 5.3.2 からも分かるように,

$$p_1(X_{n+1}) \leq p(X_{n+1}) \tag{5.3.5}$$

となる．つまり，一旦 高空間周波数サンプリングで投影データ $p_{\mathrm{high}}(X)$ を収集してそれを加算平均して低空間周波数サンプリングと同じサンプリング間隔の投影データ $p(X)$ を得た方が投影データ値が大きくなるということを意味する．非線型ゆえ線型な場合よりも投影データ値が小さくなっているものが，提案手法を用いることで値が大きくなり線型な場合に近づくのである．

Fig. 5.3.2 は減弱率の比 $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ が 10 (a,c) 及び 100 (b,d) に対する低及び高空間周波数サンプリングについて示しているが，上図 (a,b) の投影データを見ると $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ が大きいほど両者の差が大きいことが確認できる．Fig. 5.3.3 に $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ と $p_{\mathrm{high}}(X) - p_{\mathrm{low}}(X)$ の関係を理論的に計算した結果を示す．図における投影データ値の差 $p_{\mathrm{high}}(X) - p_{\mathrm{low}}(X)$ は低空間周波数サンプリングにおける素子の幅のに対してエッジが 0.5 の位置にある場合の結果である．図から減弱率の比 $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ が小さいほど差の変化率が大きく，$\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ が大きいほど変化率が小さいことが確認できる．

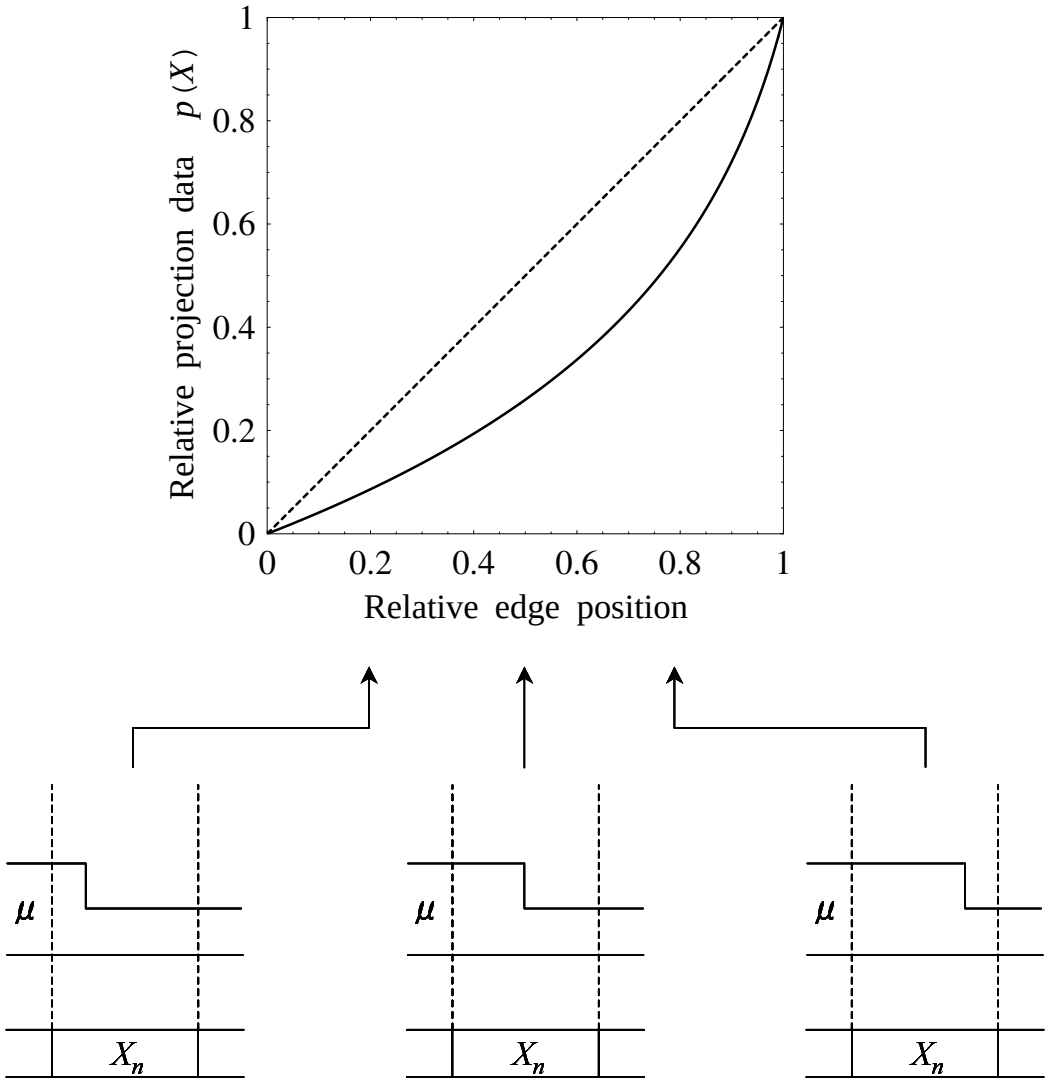
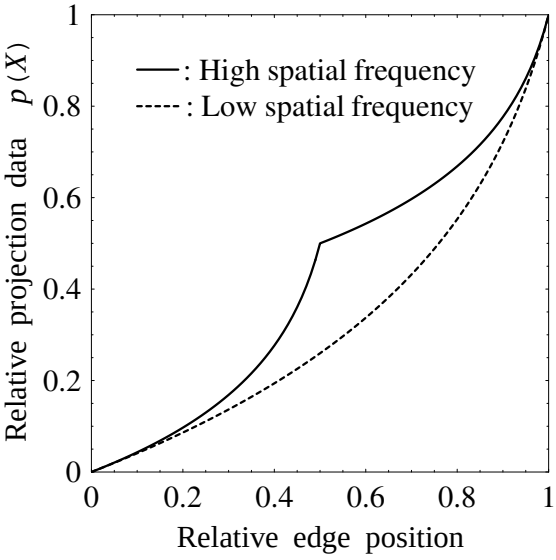
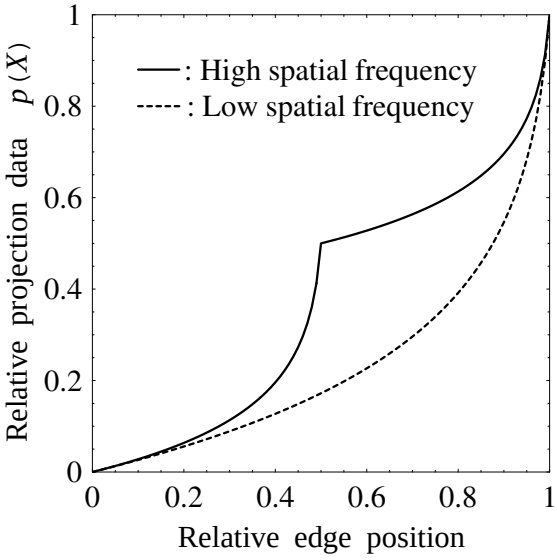


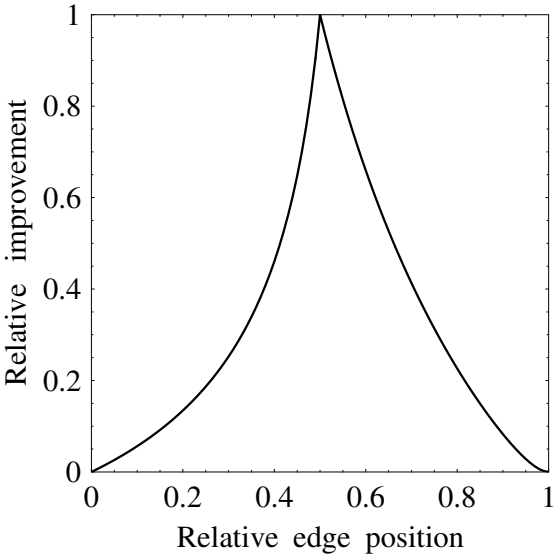
Fig. 5.3.1 Relation between relative edge position on a detector element and projection data value $p(X)$. $p(X)$ shows nonlinear behavior about the relative position of the edge in a detector element from Eq.5.2.2. If $p(X)$ is linear about the edge position, $p(X)$ should become like a dotted line.



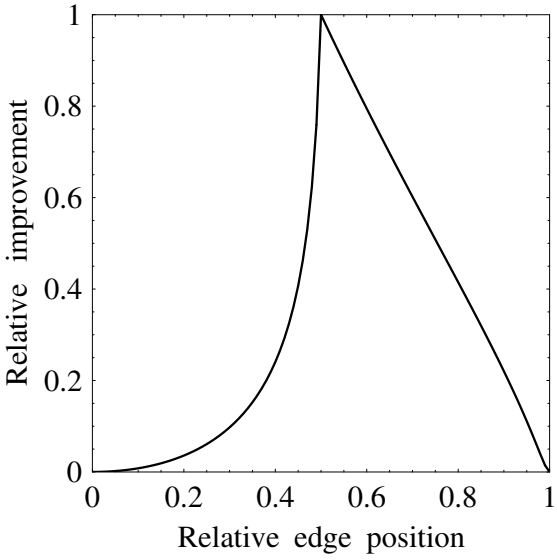
(a) Transition of $p_1(X)$ and $p_2(X)$ ($\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ = 10)



(b) Transition of $p_1(X)$ and $p_2(X)$ ($\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ = 100)



(c) Transition of $\frac{p_2(X)-p_1(X)}{p_1(X)}$ ($\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ = 10)



(d) Transition of $\frac{p_2(X)-p_1(X)}{p_1(X)}$ ($\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}}$ = 100)

Fig. 5.3.2 Transition of projection data $p(X)$ to the relative edge position on a detector element (a, b), and the ratio to $p_1(X)$ of the difference (c, d). Left: attenuation ratio $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}} = 10$, right: attenuation ratio $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}} = 100$.

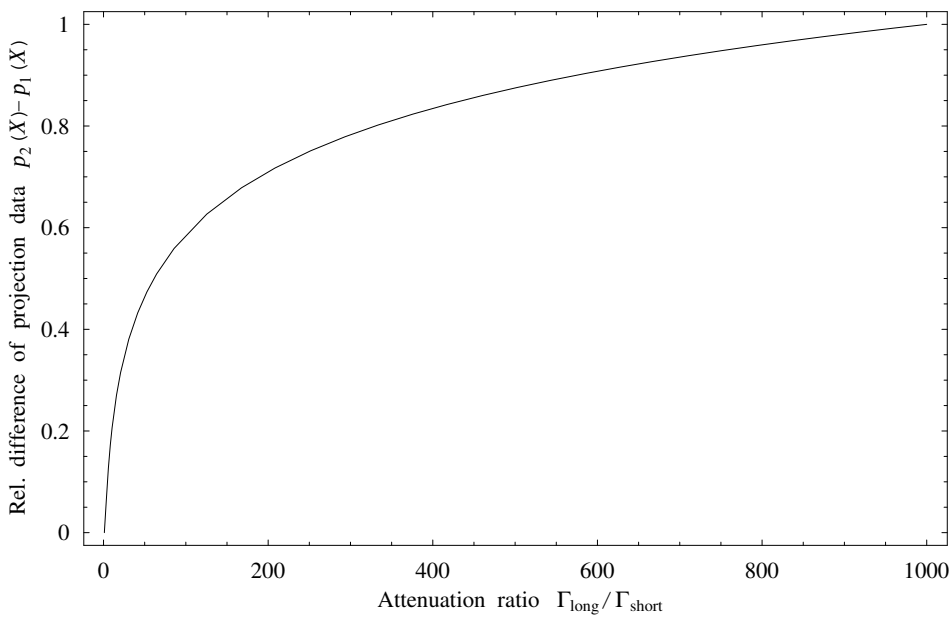


Fig. 5.3.3 Relation between attenuation ratio $\Gamma_{long}/\Gamma_{short}$ and relative difference of projection data values $p_2(X) - p_1(X)$. Edge position is 0.5 to a element width in the low-spatial-frequency sampling.

5.4 加算平均処理によるマトリクスサイズの増加を伴わないエッジ応答の改善

本来ならば，高空間周波数サンプリングで得られた投影データ $p_{\mathrm{high}}(X)$ からそのまま画像再構成し，マトリクスサイズが大きな再構成画像を構築すればよい．しかしながら，3.2 項 (p.37) で述べたように X 線 CT は従来に比べて広範囲を短時間で撮像できるようになり，臨床の現場において益々多くの X 線 CT のデータが発生するに至っている．現在の X 線 CT の多くは 512×512 のマトリクスサイズであり，例えば縦横がそれぞれ 2 倍のマトリクスサイズをもつようになるとすると画像部分のデータ量は 4 倍となってしまう[26]．現状でもデータ量が増加する傾向にある中で，更にデータ量が倍増するとなるとデータストレージ系やネットワーク系への負担が大きくなってしまう．そこで本研究では式 5.2.2 の投影データの非線型性を利用した，高空間周波数サンプリング及び加算平均処理による“マトリクスサイズを大きくすること無く”エッジ応答を改善する方法を提案する．また，本提案法は加算平均以外の特別な画像処理を利用しないことも特徴である．

5.5 高空間周波数サンプリングによる投影データの収集及び加算平均処理

本項では x，y(又は X) 及び z の各方向における高空間周波数サンプリングによるデータ収集および加算平均処理について述べる．

X 方向 (x 及び y 方向)

本提案手法では患者のボリュームデータ $\mu(x, y, z)$ は x，y 及び z 方向のは高空間周波数サンプリングにより得られる．ここで x 及び y は患者の直交座標系 (x: 左右方向，y: 前後方向)，z はスライス方向 (上下方向) である．Fig. 5.5.1(a) に x 及び y 方向 (X 方向) のみにおける高空間周波数サンプリング及び加算平均処理の概念図を示す．左側は高空間周波数サンプリングによるデータ収集によるマトリクス，右側は左を加算平均することにより従

[26] z 方向も高空間周波数サンプリングをおこなうとすると，データ量は更に増加する．

来の低空間周波数サンプリングと同じサンプリング間隔のデータを得た場合である．図は再構成画像上での処理を想定しているが，投影データを収集する際に高空間周波数サンプリングをおこなう場合も同様の考え方で x 及び y 方向 (X 方向) の高空間周波数サンプリング及び加算平均処理をおこなった．

提案手法による処理画像 $f(x,y,z)$ は，式 5.3.4 を拡張応用して x 及び y 方向 (又は X 方向) の $n_{x,y}$ 倍の高空間周波数サンプリングにより $n_{x,y}^2$ 個の画素値[27]の加算平均により得られる．

$$f(x,y,z) = \frac{1}{n_{x,y}^2} \sum_{\substack{x=n_{x,y}(x-1)+1 \\ y=n_{x,y}(y-1)+1}}^{\substack{x\cdot n_{x,y} \\ y\cdot n_{x,y}}} f_{n_{x,y}}(x,y,z) \tag{5.5.1}$$

ここで，z はスライス位置を示す定数，$f_{n_{x,y}}(x,y,z)$ は x 及び y 方向 (又は X 方向) の $n_{x,y}$ 倍の高空間周波数サンプリングにより得られたデータを示す．$f(x,y,z)$ における x 及び y 方向のサンプリング間隔又は画素サイズ $\Delta x, \Delta y$ はそれぞれ，

$$\Delta x = \Delta x_{n_{x,y}} \cdot n_{x,y} \tag{5.5.2}$$

$$\Delta y = \Delta y_{n_{x,y}} \cdot n_{x,y} \tag{5.5.3}$$

となる．ここで $\Delta x_{n_{x,y}}$ 及び $\Delta y_{n_{x,y}}$ は高空間周波数サンプリングによるボリュームデータ $f_{n_{x,y}}(x,y,z)$ における x 及び y 方向のサンプリング間隔又は画素サイズである．

z 方向

z 方向における n_z 倍の高空間周波数サンプリングにより，提案手法のボクセル値 $f(x,y,z)$ は，

[27] x，y 及び z 方向の 3 次元を考えているので正しくはボクセル値であるが，z 方向 (スライス方向) を定数として無視して画素値と表現している．

$$f(x,y,z) = \frac{1}{n_z} \sum_{z=n_z(z-1)+1}^{z \cdot n_z} f_{n_z}(x,y,z) \tag{5.5.4}$$

で表されるように n_z 個のボクセル値から得られる．Fig. 5.5.1(b) に z 方向における高空間周波数サンプリング及び加算平均処理の概念図を示す．z 方向のサンプリング間隔又はスライス厚 Δz は,

$$\Delta z = \Delta z_{n_z} \cdot n_z \tag{5.5.5}$$

となる．ここで Δz_{n_z} は z 方向の n_z 倍の高空間周波数サンプリングにおけるサンプリング間隔又はスライス厚である．式 5.5.1 及び 5.5.4 を一般化すると，高空間周波数サンプリングにより得られたボリュームデータ $f_{n_x,n_y,n_z}(x,y,z)$ に対する加算平均操作は,

$$f(x,y,z) = \frac{1}{n_x \cdot n_y \cdot n_z} \sum_{x=n_x(x-1)+1}^{x \cdot n_x} \sum_{y=n_y(y-1)+1}^{y \cdot n_y} \sum_{z=n_z(z-1)+1}^{z \cdot n_z} f_{n_x,n_y,n_z}(x,y,z) \tag{5.5.6}$$

となる．ここで n_x，n_y 及び n_z はそれぞれ x，y 及び z 方向において何倍の高空間周波数サンプリングがなされたかを示す指数である．一般化された加算平均操作では処理後のボクセル値は $n_x \cdot n_y \cdot n_z$ 個の近傍ボクセル値から得られる．

x 及び y 方向 (Fig. 5.5.1(a)) における高空間周波数サンプリングは，同じ scan-FOV に対してチャンネル数の多い検出器系を用いて投影データを収集することと殆ど等しく，z 方向 (Fig. 5.5.1(b)) においてはより薄いスライス厚で収集することと等しい．2 次元の検出器系 (回転座標系) における X 方向の加算平均処理は再構成画像上における x 及び y 方向の加算平均と殆ど等しく，検出器系における X 及び z 方向の加算平均処理は再構成されたボリュームデータにおける x，y 及び z の全方向における加算平均と殆ど等しい．

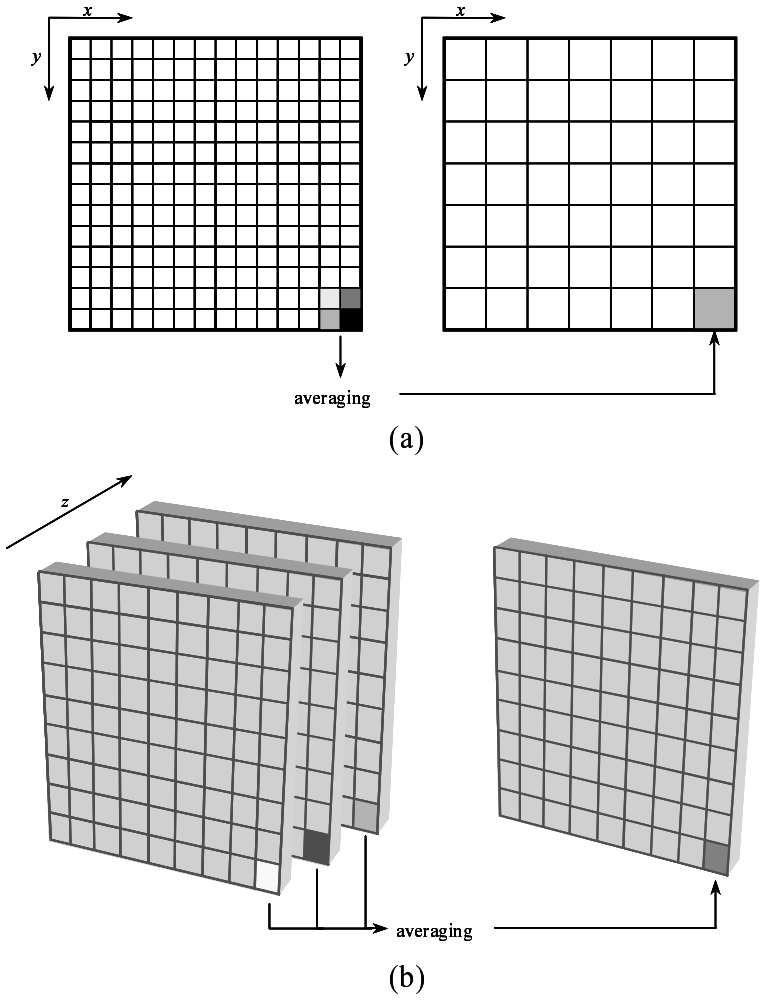


Fig. 5.5.1 High-spatial-frequency sampling and averaging operation in $x-$, $y-$ and $z-$ directions. Also in projection data acquisition, high spatial frequency sampling of $X-$ and $z-$ directions and average processing are performed by the same way of thinking.

5.5.1　ファントムの作成と実データのでの検証 (x 及び y 方向)

本項では5.3項で理論的に解析したエッジ応答の改善方法を実際の装置により確認する．しかしながら，実際に臨床に設置･利用されている医用X線CT装置の検出器系に対して“ 高空間周波数サンプリング対応型 ”に改造することは不可能である．そのため，実際の装置で低及び高空間周波数サンプリングをシミュレーションできるよう，相似比が2:1のファントムを作成した．Fig. 5.5.2に作成したファントムの外観及び内部構造の概念図を示す．これらファントムは，アクリロニトリルブタジエンスチレン (acrylonitrile-butadiene-styrene: ABS) 共重合体，発泡ポリスチレン (expanded polystyrene: EPS) 及びポリメタクリル酸メチル (polymethyl methacrylate: PMMA) の3種の円柱構造が配され，構造の周囲は過飽和空気の微細気泡化を防ぐために煮沸脱気水で満たしてある．大きなファントムは直径 2-20 mm，小さな方は直径 1-10 mm の円柱を配してあり，両ファントムは相似比が 2:1 である以外，内部構造に違いはない[28]．円柱構造の平均CT値はTable 5.5.1に示すとおりである．これら2つの本ファントムを撮像することでサンプリング周波数が2:1と仮定して投影データを取得した．撮影に用いた医用X線CT装置は16 DAS型のLightSpeed Ultra16 (ジーイー横河メディカルシステム 株式会社) であり，撮像条件は管電圧 120 kV，管電流 50，100，200 及び 300 mA，スライス厚 2.5 mm 及び FOV 250 mm である．得られた投影データは特別な空間周波数強調の処理をおこなわない標準的な画像再構成関数により再構成し，高空間周波数サンプリングを想定した大きなファントムの再構成画像を 2×2 のカーネルで加算平均した．加算平均前の画像マトリクスサイズは 512×512 であり，加算平均後は半分の 256×256 となっているが，2倍の大きさのファントム画像を半分に縮小したため画像上のファントムのサイズは全く同じである．Fig. 5.5.3(a) 及び (b) に小さなファントムを撮像して低空間周波数サンプリングを想定した再構成画像及び大きなファントムを撮像して高空間周波数サンプリングを想定した提案手法による再構成画像を示す．(c) 及び (d) にはそれぞれの画像に対する中心の水平プロファイルを，(e) 及び (f) にはプロファイ

[28]外側は直径 120 mm 及び 60 mm で相似比 2:1 となっているが，壁厚は両者とも 5 mm のものしか調達できず，壁厚のみ相似比 1:1 である．しかし本研究では壁部分では評価をおこなっていないため大きな致命的な問題ではないと考えられる．

Table 5.5.1　Average Hounsfield unit values of materials.

Material	Hounsfield unit
PMMA	122.8
ABS	-32.5
EPS	-926.0

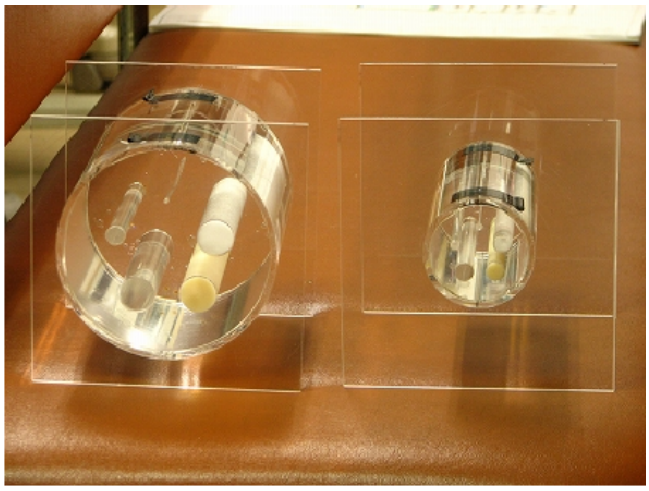
ルに対する微分[29]の絶対値，つまりエッジの急峻さを示す．Fig. 5.5.3 は代表として管電流 100 mA の結果を示している．プロファイル (c) 及び (d) をにおける信号のエッジ部分 A-D [30]を比較すると，右側の提案手法の方が急峻であることが確認できる．それぞれのエッジ成分に対応する微分の絶対値をみてみると，何れのエッジにおいても右側の提案手法の方が最大値が大きくなっている．つまりエッジがより急峻になっていることが分かる．撮像したファントムが全ての空間周波数において減衰が無く伝達する理想的な系で撮像されたならばエッジ信号はステップ関数様になるはずであり，その微分は密度が一点に集中したディラックの δ 関数となる．しかし実際の系ではそのステップ関数が量けているため，微分したものは (e) 及び (f) のように有限の幅をもつようになるのである．提案手法の方が微分の絶対値が大きくなっているということは，密度がより一点に集中しておりステップ関数に近いということができる．

エッジ応答の改善が分かり易いように，従来の画像及び提案手法の画像を拡大したものを Fig. 5.5.4 に示す．信号のエッジが明らかに改善しており，特に小さな構造において改善が分かり易い．

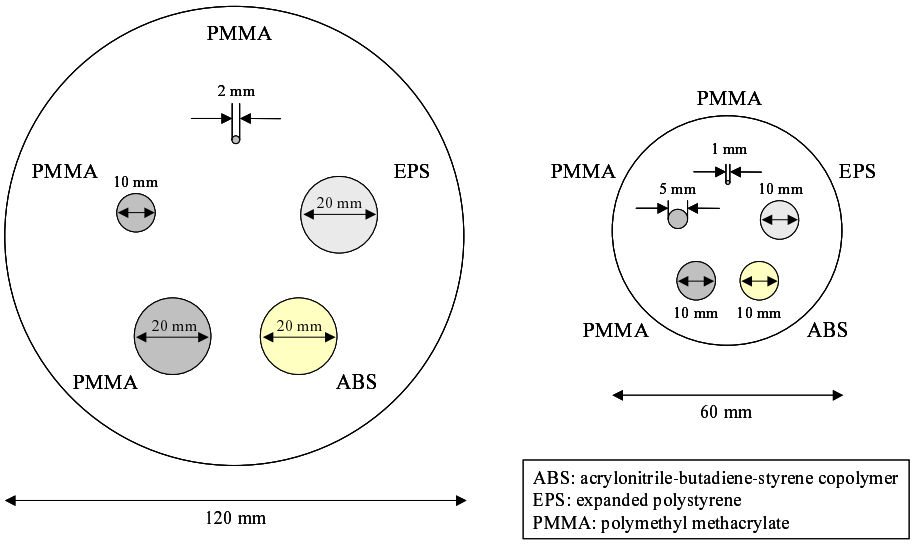
Table 5.5.2 に管電流を変化させた場合の低及び高空間周波数サンプリングにおける最大エッジ強度 (微分の絶対値) とその増加率を示す．ここで示す増加率とは, 提案手法による

[29] より正確には隣の CT 値との差分値である．

[30] p.115 の脚注のとおり，壁厚の相似比は 2:1 とはなっていないため，壁部分のエッジは評価の対象外としている．

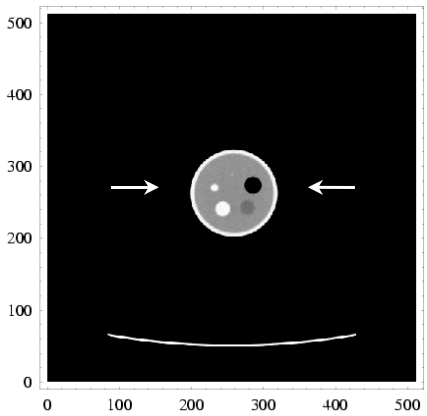


(a) Photograph of two phantoms

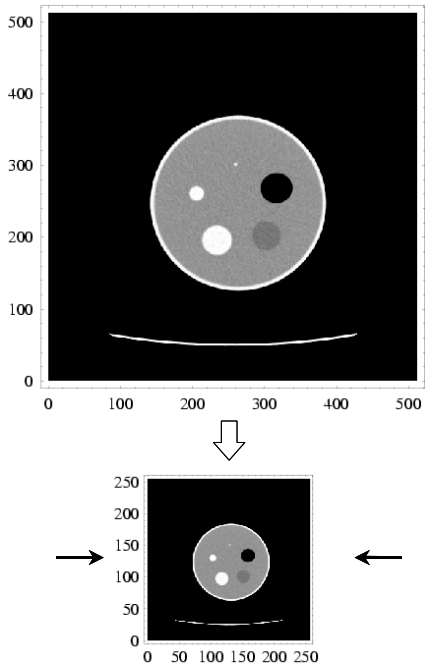


(b) Schematic diagram of two phantoms

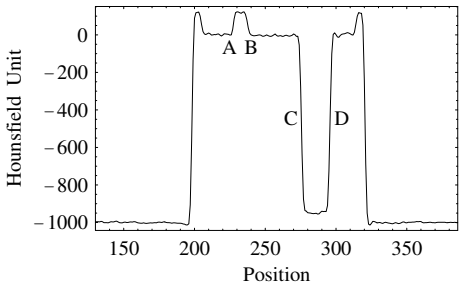
Fig. 5.5.2 Photograph and schematic diagram of two phantoms that have similarity ratio 2:1. These phantoms are made for simulation study of low- and high-spatial-frequency sampling. By scanning these phantoms, data that supposed sampling frequency to be 2:1 were obtained.



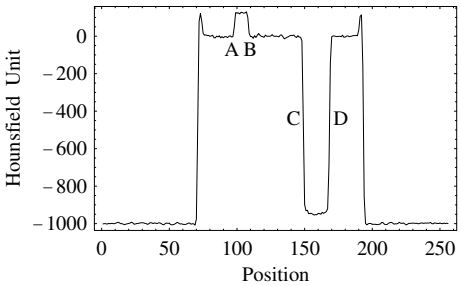
(a) : Reconstructed image by low-spatial-frequency sampling



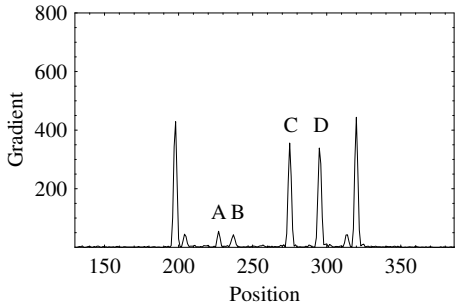
(b) : Reconstructed image of proposed method by high-spatial-frequency sampling and averaging



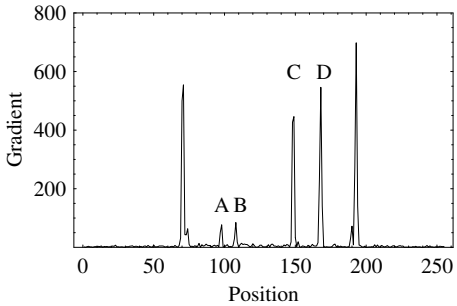
(c) : Horizontal image profile of (a) at position of an arrows



(d) : Horizontal image profile of (b) at position of an arrows

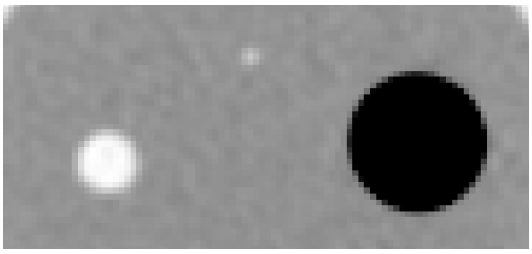


(e) : Absolute value of gradient of (c)

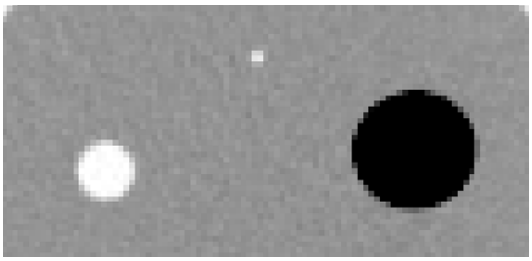


(f) : Absolute value of gradient of (d)

Fig. 5.5.3 Reconstructed images, horizontal profiles and absolute values of gradient for tube current 100 mA. Left: low-spatial-frequency sampling by a small phantom, right: proposed method by high-spatial-frequency sampling and averaging by a large phantom.



Low-spatial-frequency sampling



High-spatial-frequency sampling
+
Averaging

Fig. 5.5.4 Reconstructed images by low-spatial-frequency sampling (upper) and proposed method by high-spatial-frequency sampling (lower). These images have been magnified in order to verify improvement of edges.

Table 5.5.2 Maximum and improvement rate of edge intensity (absolute value of differentiation) in low- and high-spatial-frequency sampling. Relation was not found between tube current and rate of increase of edge intensity.

Tube current [mA]	Sampling rate	Edge A	Edge B	Edge C	Edge D
50	Low-spatial-frequency	46.0	51.0	342.0	343.0
	High-spatial-frequency	73.3	95.3	475.8	508.0
	Gradient improvement [%]	59.2	86.8	39.1	48.1
100	Low-spatial-frequency	55.0	43.0	356.0	339.0
	High-spatial-frequency	77.0	84.8	446.3	546.3
	Gradient improvement [%]	40.0	97.1	25.4	61.1
200	Low-spatial-frequency	48.0	47.0	343.0	357.0
	High-spatial-frequency	89.8	82.8	472.8	555.8
	Gradient improvement [%]	87.0	76.1	37.8	55.7
300	Low-spatial-frequency	47.0	50.0	350.0	336.0
	High-spatial-frequency	83.8	80.0	528.5	526.3
	Gradient improvement [%]	78.2	60.0	51.0	56.6

エッジ強度が従来のエッジ強度よりもどれだけ改善されたかを示すものであり, 次式で求めたものである.

$$\frac{\text{提案法のエッジ強度} - \text{従来法のエッジ強度}}{\text{従来法のエッジ強度}} \times 100 \tag{5.5.7}$$

Table 5.5.2 において, 何れの管電流においても高空間周波数サンプリングを用いた提案手法の方がエッジ強度が大きくなったが，エッジ強度の増加率と管電流との間に明らかな傾向は見出せなかった.

5.6　投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善 考察

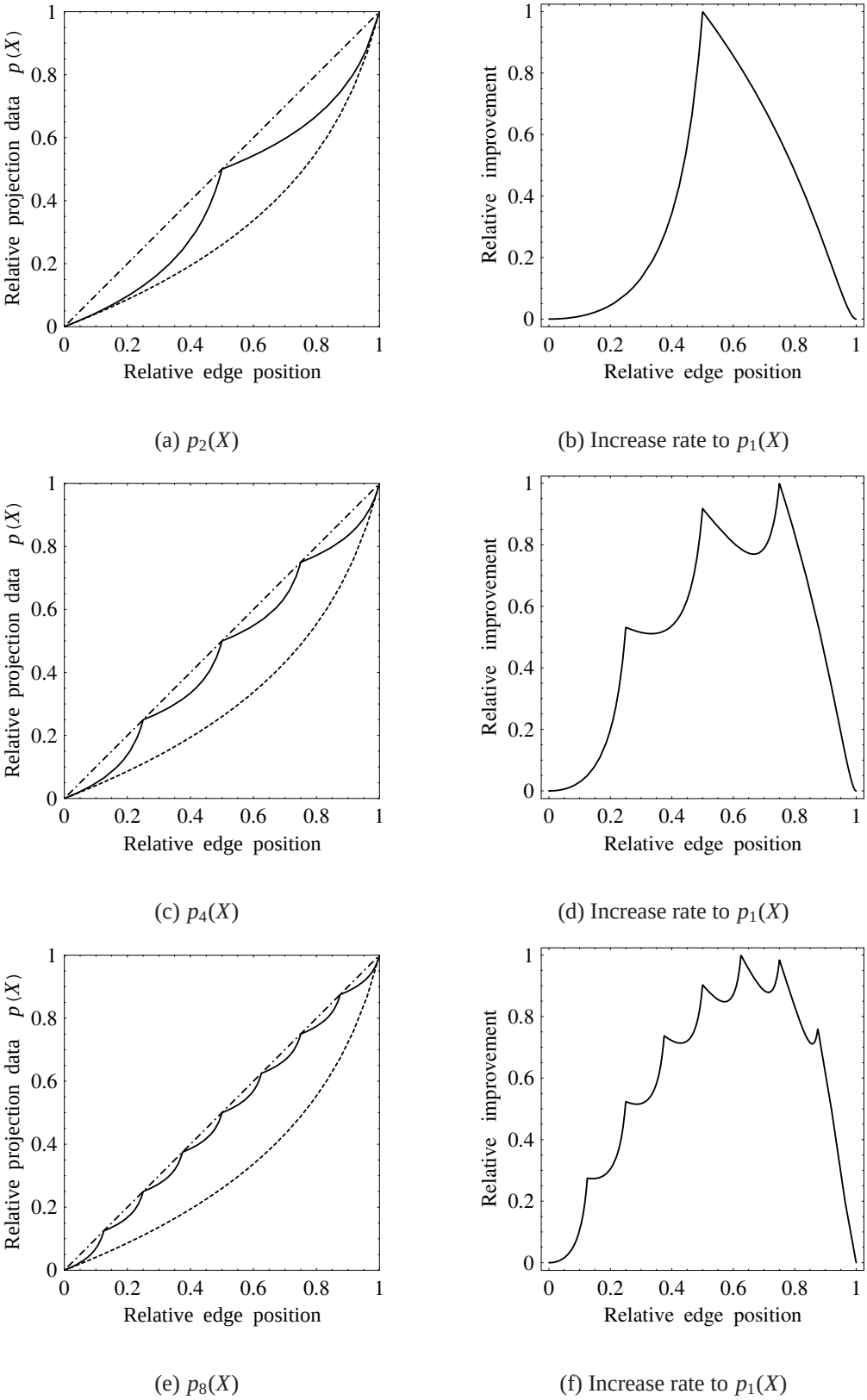
もしもエッジ強調処理に従来の空間周波数処理が適用されたならば，信号全体を処理してしまうという特徴のため強調したい成分以外の成分までもが同時に強調されてしまう. 従って，もしノイズなどの不要な成分がエッジと同じような空間周波数成分を有している場合，その不要な成分も強調処理されてしまう．空間周波数処理は強調したい信号とそうでない信号が異なる空間周波数成分からなる場合には問題とならないが，両信号が同じ空間周波数成分からなる場合には適していない．対して本研究の投影データの非線型性を利用した高空間周波数サンプリングと加算平均処理によるエッジ強調では，空間周波数処理を用いていないため信号成分以外には大きな影響を与えずに，また特殊な信号処理技術を用いずにエッジ強調することができる.

ファントムによる本シミュレーションスタディでは，低空間周波数サンプリングは小さなファントムを撮像して，一方で高空間周波数サンプリングは大きなファントムを撮像している．従来法及び提案手法の結果 (Fig. 5.5.3 及び 5.5.4) において高空間周波数サンプリング及び加算平均による提案手法のノイズが僅かに多くなっているが，これは提案手法は大きなファントムを撮像しており，ファントムでの X 線の吸収が小さなファントムを撮像した場合よりも大きいためであると考えられる．実際に検出器系において高空間周波数サ

ンプリングをおこなって提案手法を適用すればファントムサイズの違いによる X 線吸収の差は発生せず，本結果のようなノイズの違いも発生しないのではないかと考えられる．

現在の X 線 CT ではエッジ応答は画像再構成関数や画像処理に依存している．しかし，これらの方法はエッジ応答を改善する根本的な解決法ではない．対して本章で提案した，投影データの非線型性を利用した高空間周波数サンプリング及び加算平均によるエッジ応答では，特別な信号処理を用いなくてもエッジ応答を改善することが可能であると示唆された．しかしここで高空間周波数サンプリングによるデータ収集における検出器素子の面積について言及しておく必要がある．検出器素子の面積が小さくなることで各素子における SNR が小さくなる可能性があり，それに伴ってノイズが増加する可能性がある．それゆえ，もし素子面積が小さく，高感度且つ低ノイズな検出器系を利用したならばマトリクスサイズの変更を伴わない本提案法はより効率的且つ効果的なエッジ改善方法になるものと考えられる．

本研究ではファントム作成の都合上，高空間周波数サンプリングを想定したシミュレーションを x 及び y 方向でのみおこなったが，実際の 2 次元検出器系では z 方向における高空間周波数サンプリングも可能である．z 方向の高空間周波数サンプリング，つまり，より薄い撮像スライス厚で投影データを収集することでスライス方向の応答を改善することができ，部分体積効果を減少させることができると考えられる．近年の多 DAS 型 CT の急速な性能の向上により，薄い撮像スライス厚でのデータ収集が簡便に実行できる環境にある．また，本研究では x 及び y 方向に対して 2 倍の高空間周波数サンプリングを想定してデータ収集をおこなったが，より高い空間周波数によりデータ収集をおこなうことでよりエッジの強度を改善することができると考えられる．Fig. 5.6.1 に $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}} = 10$ における 2，4 及び 8 倍の高空間周波数サンプリングにおける投影データ値の振る舞いと，基本の空間周波数サンプリングによる投影データ $p_1(X)$ に対する増加率のシミュレーションを示す．ここで $p_n(X),\{n \in \mathbb{R}|0 \leq n\}$ は $p_1(X)$ に対する n 倍の空間周波数サンプリングによる投影データを示す．図のように高い空間周波数サンプリングの投影データはフラクタル的 (自己相似的) な振る舞いを示す．また，サンプリングレートを大きくしていくにつれて



(a) $p_2(X)$

(b) Increase rate to $p_1(X)$

(c) $p_4(X)$

(d) Increase rate to $p_1(X)$

(e) $p_8(X)$

(f) Increase rate to $p_1(X)$

Fig. 5.6.1 Behavior of projection data value in two-, four- and eight-times high-spatial-frequency sampling (left), and increase rate to basic spatial-frequency sampling $p_1(X)$ (right). $\Gamma_{\mathrm{long}}/\Gamma_{\mathrm{short}} = 10$. It becomes close to linear behavior (dash-dotted line) as sampling rate increases.

線型な振る舞いに近くなり，$p_1(X)$ よりも投影データが大きくなることが確認できる．基本の空間周波数サンプリング $p_1(X)$ でも，これよりも低い空間周波数サンプリングの投影データ $p_n(X),\{n \in \mathbb{R}|0 \leq n < 1\}$ よりは投影データ値が大きくなっているが，より高いサンプリングレートにより更にエッジ応答を改善することができると考えられる．

管電流を 50-300 mA まで変化させた場合のエッジ応答の改善率は 25-97 %であったが，管電流と改善率の傾向は見出すことができなかった．これらの結果はノイズの存在が影響しているものと考えられ，複数回計測して統計的な揺らぎを減少させれば何らかの傾向を見出すことができるかもしれない．しかしながら，基本的に管電流がエッジや空間分解能に大きく影響することは無いものと考えられ，文献 [64] においても管電流の変化に伴う空間分解能の変化は無かったと報告している．

5.7　投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善 結論

本章では，X 線 CT 系の画質改善の基礎的な研究として投影データの非線型性を利用した，高空間周波数サンプリング及び加算平均によるエッジ応答の改善について検討をおこなった．本提案手法では周波数処理等の特別な画像処理手法を用いることなく，また，マトリクスサイズを増加させることなくエッジ応答を改善できることが示唆された．低及び高空間周波数サンプリングをシミュレーションするために相似比が 2:1 のファントムを撮像した結果，特に小さな構造をよく認識することができるようになった．管電流とエッジ応答の改善との関係は見出せなかったが，複数のデータ取得して統計的な揺らぎを減少させることで傾向が見出せるかもしれない．

高空間周波数サンプリングにより検出器系の素子サイズが小さくなるため SNR が悪くなる可能性があるが，低ノイズ且つ高感度の検出器系を利用すれば SNR を保つことができると考えられる．

第6章

全体総括

第6章　全体総括

本研究では医用X線CT画像において同じ放射線量で診断に有用な情報を最大限に引き出すため，又は同じ情報量をより低線量で引き出すための画質改善について検討をおこなった．特にノイズ低減に伴う診断情報量の保持や，使用する放射線量の低減，高空間周波数での投影データ収集に伴うエッジ応答の改善をおこなった．

本研究におけるノイズ低減処理では，LPFに代表される空間周波数処理や実空間における処理に比してノイズ成分だけを効率よく低減でき，低線量の撮像条件で得られた医用X線CT画像に対して本手法を適用することで，診断に必要な情報に大きな影響を与えることなく患者の被曝線量を低減できることが可能であると示唆された．しかしながら放射線画像系においては，画像に含まれる情報量あるいは画像のSNRは基本的には撮像に使用する放射線量に依存する．そのため，信号成分とノイズ成分を完全に分離してノイズ成分だけを低減できる手法が考案されたとしても放射線量を低減できるわけではない．放射線量を低減するとノイズが増加するだけではなく，信号成分が低下してしまうためである．つまりSNRが高く，診断情報量を多く含む医用X線CT画像を得たければ基本的にはX線量を増加させるしかないことに注意する必要がある．医用放射線画像を現場で実際に撮像・撮影する場合は「とにかく綺麗な画像の方が良い」として無闇に放射線量を増加させるのではなく，医師からの依頼が入った撮像・撮影で求められている画質及び診断情報が含まれる放射線量の中で，なるべく低い放射線量で撮像すべきであろう．但し，必要な診断情報が含まれるぎりぎりの条件ではなく，やはり確実に欲している情報が含まれるように幾らかの安全係数を掛けた条件で撮像すべきであると考えられる．

現在のX線CTの撮像条件は，施設内ではおおよその撮像プロトコルは決まっているものの，施設間の撮像条件はその施設の裁量により決められている．最近ではX線CT検査

を根拠に基づいて最適化・標準化をする動きがみられ [15]，検査目的に応じた撮影条件の検討が進められている．各施設間で異なっていた X 線 CT 検査の撮像条件が疾患や検査目的によって統一される日も近いかもしれない．

第7章

今後の課題

第7章　今後の課題

7.1　医用X線CT画像のノイズ低減と診断情報の保存及び線量低減

本研究におけるウェーブレット縮退においては，コンパクトサポートを有する直交ウェーブレット関数系としてDaubechies，Symlets及びCoifletsを対象関数とした．しかしこれらの関数系は左右対称ではないため，対象性を有する双直交ウェーブレットを用いたりあるいは直交ではない関数を使うことも視野に入ってくるかもしれない．左右対称な関数を使用すれば縮退処理に伴うアーチファクトの形状がより自然な形として現れると考えられ，たとえ縮退アーチファクトが発生しても人の視覚系にはアーチファクトとしてではなく，通常のノイズとして認識されるかもしれない．視覚系にアーチファクトとして認識されてしまうと，JPEGにより圧縮された画像におけるモスキート歪の如く不自然な信号として映ってしまい，どうしても違和感を覚えてしまう．縮退アーチファクトが“普通のノイズ”として視覚系に認識されれば，アーチファクトが発生していても違和感が少なく受け入れられると考えられる．

ウェーブレット展開係数の縮退法においては，適応的な処理を用いることで更に精度よくノイズ成分だけを低減できる可能性がある．縮退する解像度レベルや位置毎に，周囲の信号の状態に応じて適した処理をするようなアルゴリズムを用い，ウェーブレット展開係数を縮退する方法を開発していく．

また，本研究では数値シミュレーションや胸部ファントムを撮像した画像に対してノイズ低減の検討をおこなってきたが，患者の実際の臨床画像に対して本手法を適用し，有効性を確認しなくてはならないと考えられる．

7.2　医用 X 線 CT における投影データの非線型性を利用したエッジ応答の改善

高空間周波数サンプリングによるエッジ応答の改善については，本研究では実際の検出器系で高空間周波数サンプリングをすることができなかったため，数式による理論的な解析及び相似比が 2:1 のファントムを撮像することで研究を進めてきた．実際の X 線 CT 系では X 線管の焦点や検出器までの距離，X 線のスペクトル，散乱線及び幾何学的な配置等種々の要素があり，シミュレーションによる本研究の結果と挙動が異なる可能性も否定できない．そのため実際の検出器系において高空間周波数サンプリングを実行することが望ましい．また，実際の検出器系での高空間周波数サンプリングは検出器素子の面積の狭小を伴い SNR が低下する可能性があるため，高 SNR・高感度な検出器系を用いず単にサンプリングレートを変更するのみの場合は新たな検証が必要になると考えられる．

付録

付録 A

空間-スケール処理と対比するために代表的なノイズ低減手法を X 線 CT 画像に適用したものを付録する．

A.1　実空間領域のフィルタリングによるノイズ低減処理

代表的な実空間フィルタである移動平均フィルタ，中央値フィルタ及びエッジ保存フィルタを X 線 CT 画像に適用し，それらの特徴や問題点を簡単に述べる．

A.1.1　一様重み移動平均フィルタ

一様重み移動平均フィルタ (単に移動平均フィルタ若しくは平均値フィルタとも呼ばれる) は注目画素の近傍領域の画素の平均値をその注目画素に出力するフィルタリングである．離散的な原画像 $f_0(i, j)$，$i, j \in \mathbb{Z}$ を移動平均フィルタにより処理した画像 $f(s, t)$，$s, t \in \mathbb{Z}$ は次式で表現できる．

$$f(s,t) = \frac{1}{mn} \sum_{(i,j) \in S_{st}} f_0(i, j) \tag{A.1.1}$$

ここで $\mathbb{Z}$ は整数の集合，mn は近傍領域を定義する $m \times n$ のマトリクスを有するカーネルウィンドウ S_{st} のサイズである．一般的に，注目画素はサイズ $m \times n (m, n \in \mathbb{O})$ であるカーネルウィンドウ S_{st} の中央に配され，次式の演算がなされることが多い[31]．

[31]注目画素をカーネルの中心に配さない場合はこの限りではない．

$$f(s,t) = \frac{1}{mn} \sum_{i=s-\frac{(m-1)}{2}}^{s+\frac{(m-1)}{2}} \sum_{j=t-\frac{(n-1)}{2}}^{t+\frac{(n-1)}{2}} f_0(i,j) \tag{A.1.2}$$

ここで $\mathbb{O}$ は奇数の全体である．カーネルウィンドウ S_{st} は画像の特徴によって 3×3 や 5×5 等の正方形のカーネルが多く利用されるが，横方向と縦方向で等方的な処理をしない場合には異なる m 及び n が利用されることもある．

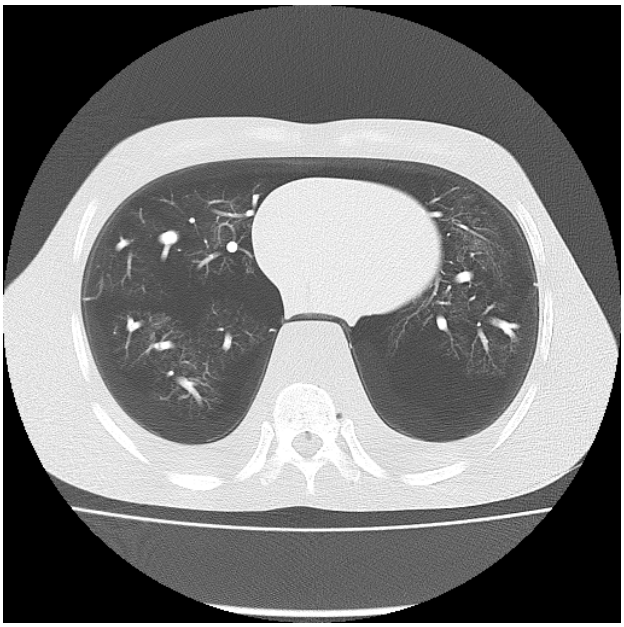
画像への適用例として低線量で得られた胸部ファントムの再構成画像に移動平均フィルタを適用する．元となる胸部ファントムの撮像には Aquilion 16 DAS (東芝メディカルシステムズ 株式会社) を用い，撮像条件は Table 4.4.3 (p.92) のとおりである．Fig. A.1.1 に得られた画像 $f(x,y)$ 及び $y = 311$ の位置における水平プロファイルを示す．また，$f(x,y)$ の 2 次元振幅スペクトルを Fig. A.1.2 に示す．ここで振幅スペクトルは次式で定義されるスペクトルである．

$$\sqrt{\mathscr{R}^2[F(u,v)] + \mathscr{I}^2[F(u,v)]} \tag{A.1.3}$$

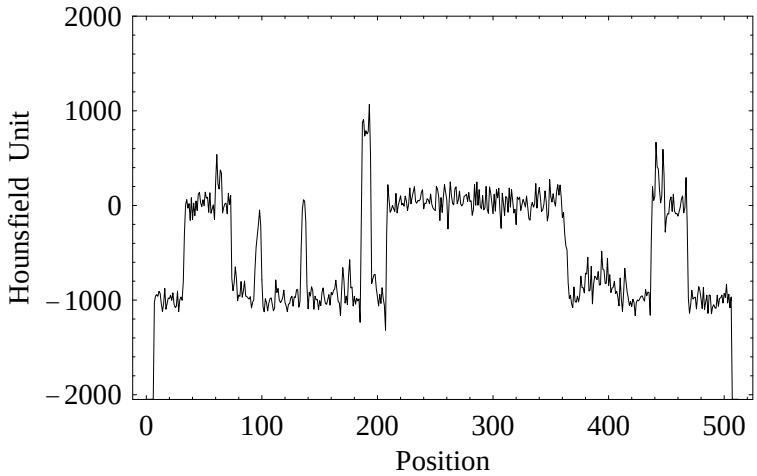
上式で $\mathscr{R}[F(u,v)]$ 及び $\mathscr{I}[F(u,v)]$ はそれぞれ空間周波数成分 $F(u,v)$ の実部及び虚部を表す．

$f(x,y)$ の振幅スペクトル (Fig. A.1.2) において多くの成分が振幅スペクトルの中心付近，つまり低空間周波数領域に分布しており，高い空間周波数帯はノイズ成分やエッジ等であると考えられる．また，ノイズがのっている画像 $f(x,y)$ の振幅スペクトルからは信号成分とノイズ成分とを区別することは困難である．

ノイズののった画像 $f(x,y)$(Fig. A.1.1) に対し，3×3 の S_{st} にて 1 回及び 2 回の移動平均フィルタを適用した画像及び振幅スペクトルの結果を Fig. A.1.3-A.1.6 に示す．処理後の画像及びプロファイルは確かにノイズ成分が低減されているが，画像全体が暈けており肺血管等の細かな構造までもが取り除かれてしまっている．一様重み移動平均フィルタではカーネルウィンドウ内の画素値が全て等しい重みであるため，エッジ等の信号成分もノイ

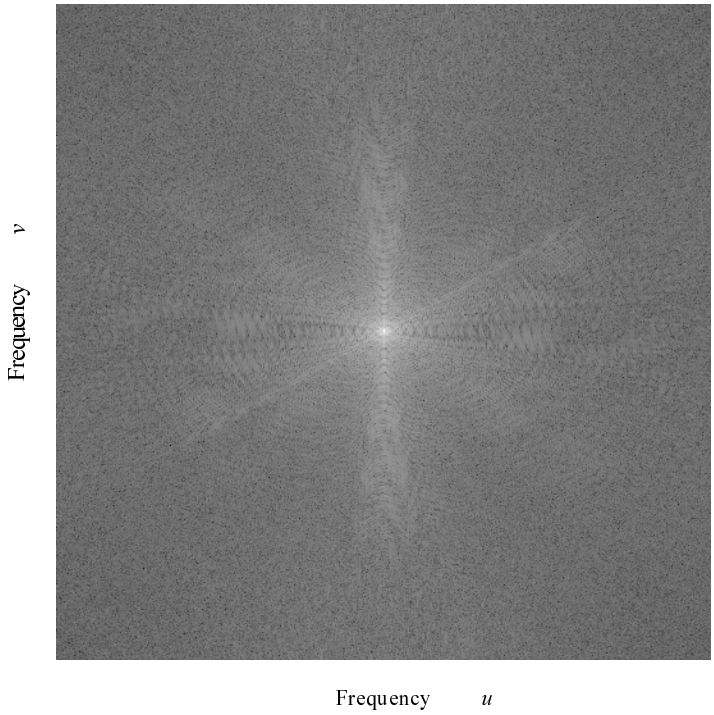


(a) Unprocessed image $f(x, y)$

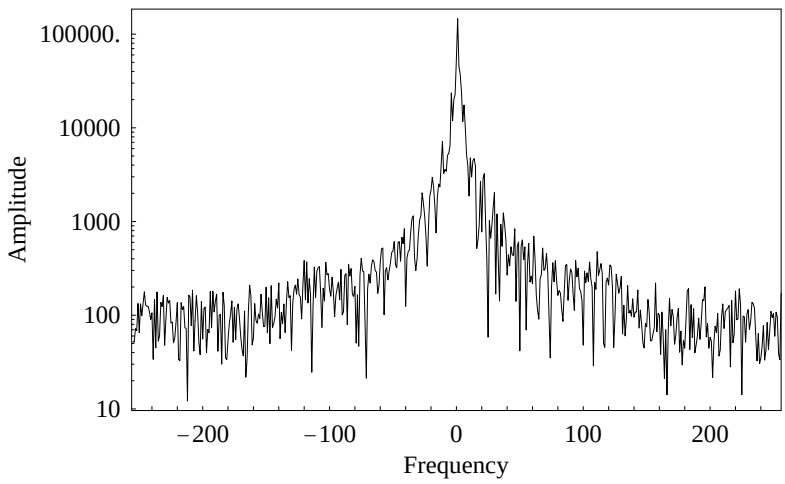


(b) Horizontal image profile of $f(x, y)$ at $y = 311$

Fig. A.1.1 Unprocessed image $f(x, y)$ and its horizontal profile. Various denoising processing were applied to this image.

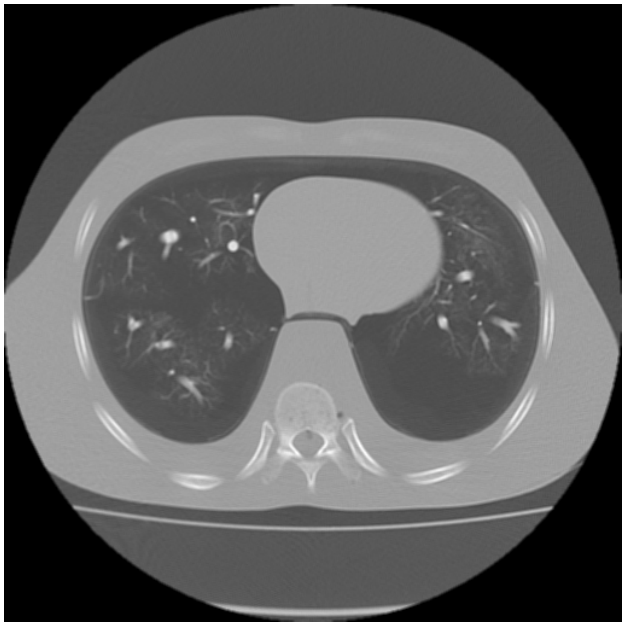


(a) Amplitude spectrum (logarithm)

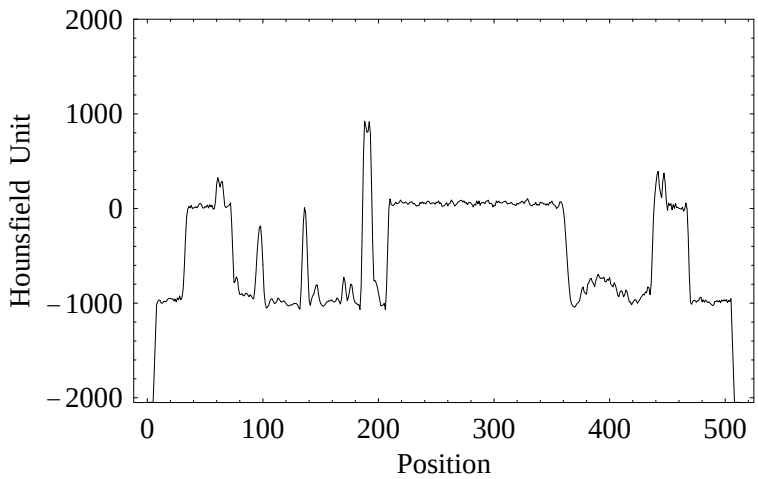


(b) Horizontal profile at center

Fig. A.1.2 Two-dimensional amplitude spectrum of a unprocessed image $f(x,y)$. Most of signals $f(x,y)$ are distributed on comparatively low-spatial-frequency region of the central part.

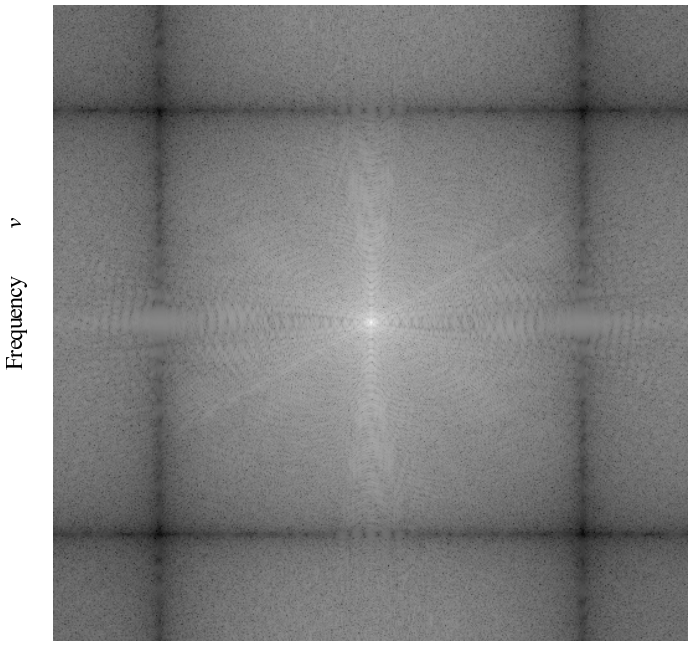


(a) Reconstructed image

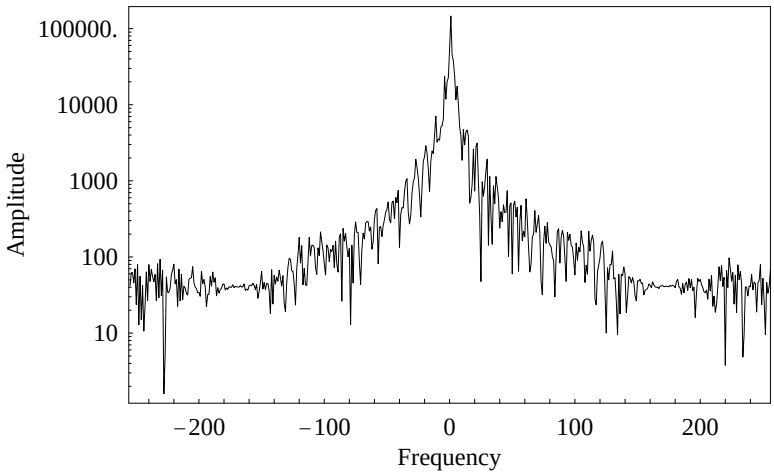


(b) Horizontal profile at $y = 311$

Fig. A.1.3 Result of moving average filter by a kernel of 3×3 to a reconstructed image of a chest phantom (once). Although noise components are reduced, the entire image is blurred and detailed informations are lost.

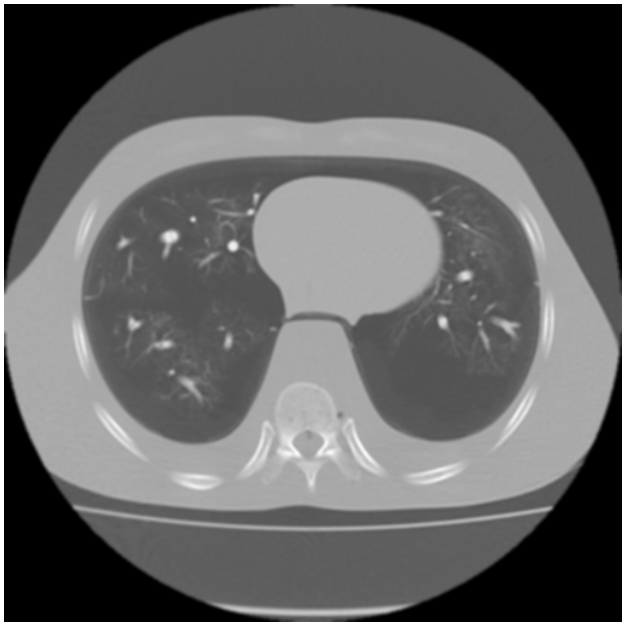


(a) Amplitude spectrum (logarithm)

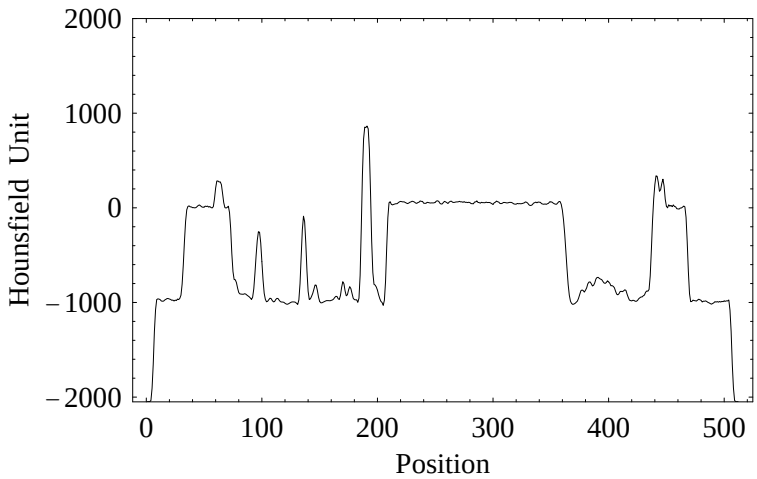


(b) Horizontal profile at center

Fig. A.1.4 Amplitude spectrum of Fig. A.1.3. Specific spatial-frequency components are decreased and the components are filtered.

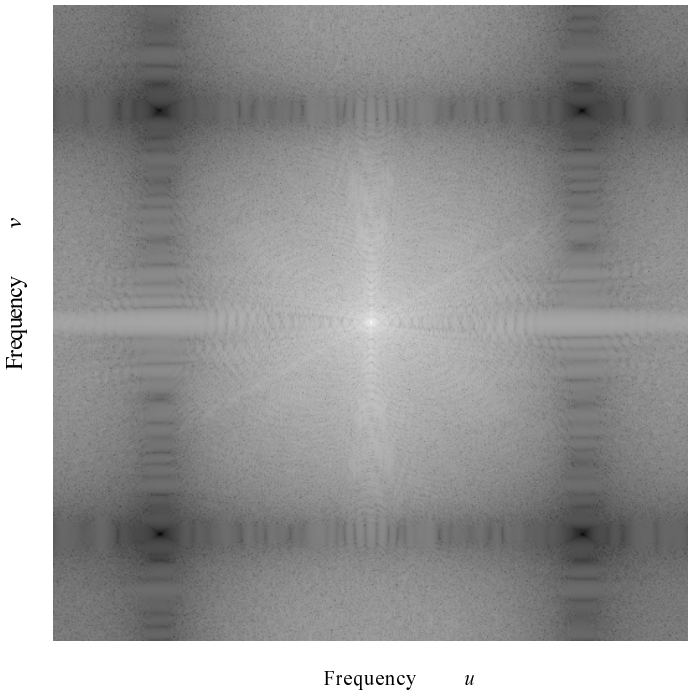


(a) Reconstructed image

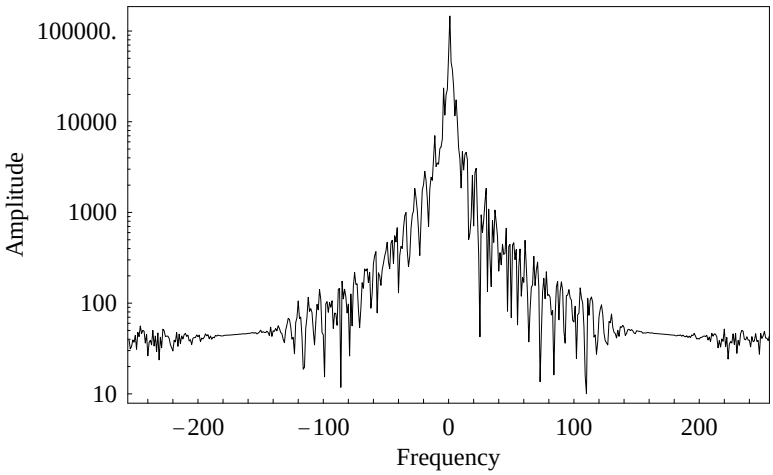


(b) Horizontal profile at $y = 311$

Fig. A.1.5 Result of moving average filter by a kernel of 3×3 to a reconstructed image of a chest phantom (twice). This result is blurer than Fig. A.1.3 and detailed informations are lost.



(a) Amplitude spectrum (logarithm)



(b) Horizontal profile at center

Fig. A.1.6 Amplitude spectrum of Fig. A.1.5. Specific spatial-frequency components are more decreased than Fig. A.1.4.

ズ成分も等しく平均化され出力される．つまり信号であるかノイズであるかという信号の特徴を全く考慮しないためエッジが滑らかになり全体的に量けた結果が得られることになる．

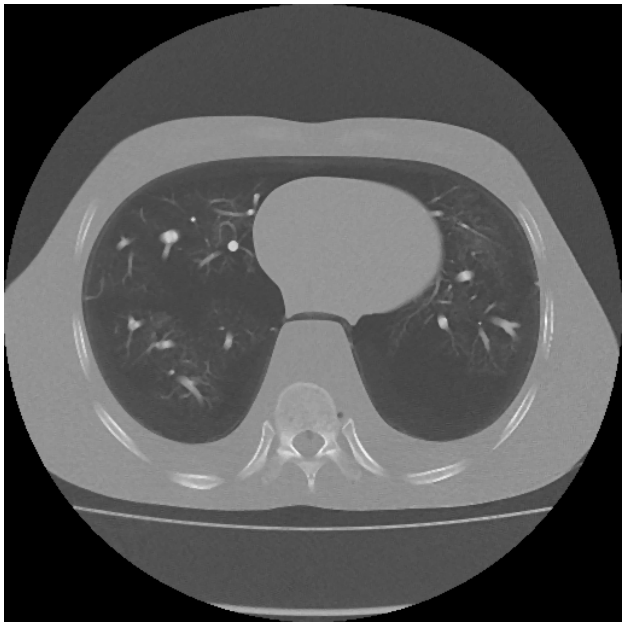
A.1.2　中央値フィルタ

中央値フィルタ (median filter，メディアンフィルタ) はランク値フィルタの一種で，注目画素の近傍領域の画素の中央値 (median，メディアン) をその注目画素に出力するフィルタリングである．原画像 $f_0(i, j)$ をカーネルウィンドウ S_{st} により中央値フィルタにより処理した画像 $f(s, t)$ は次式で表現できる．

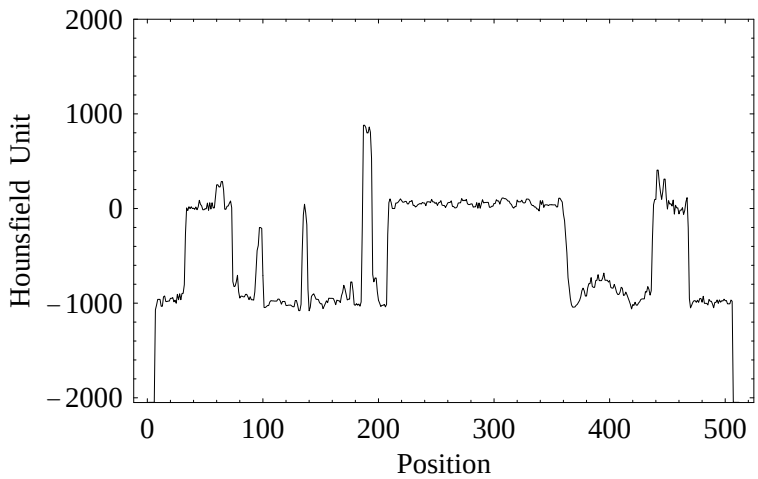
$$f(s, t) = \underset{(i,j)\in S_{st}}{\mathrm{median}}\{f_0(i, j)\} \tag{A.1.4}$$

ここで median$\{a_n\}$ は数列 a_n の中央値を意味する．中央値フィルタでは一様重み移動平均フィルタよりもエッジ成分の保存性に優れており，ごましおノイズ等のスパイク状のノイズや細線様のノイズを非常に効果的に取り除くことが可能である．しかしこれは一転して欠点にも成り得る．つまりスパイク状又は線状の構造がノイズならよいが，求めている信号成分の一部であった場合にはこの信号までも除去してしまうことになる．

Fig. A.1.7-A.1.10 に胸部ファントムの再構成画像 (Fig. A.1.1) に対して中央値フィルタを 1 回及び 2 回適用したときの結果を示す．処理後の振幅スペクトルを見ても移動平均フィルタのような特定の周波数成分の減衰は観察されない．また，移動平均フィルタに比してエッジを保存したままノイズを低減できていることが確認できるが，中央値フィルタの特性上，細線状の構造を有する末端肺血管等の信号が小さくなってしまっている．エッジを保存してノイズを低減できるが，スパイク様の信号までも除去してしまうためこのような信号成分を含む対象に中央値フィルタを適用すべきではないと考えられる．

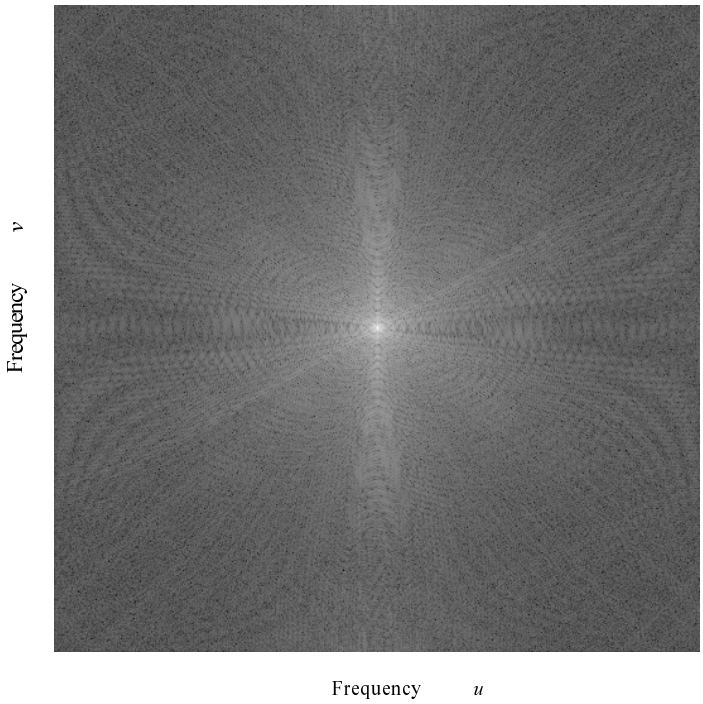


(a) Reconstructed image

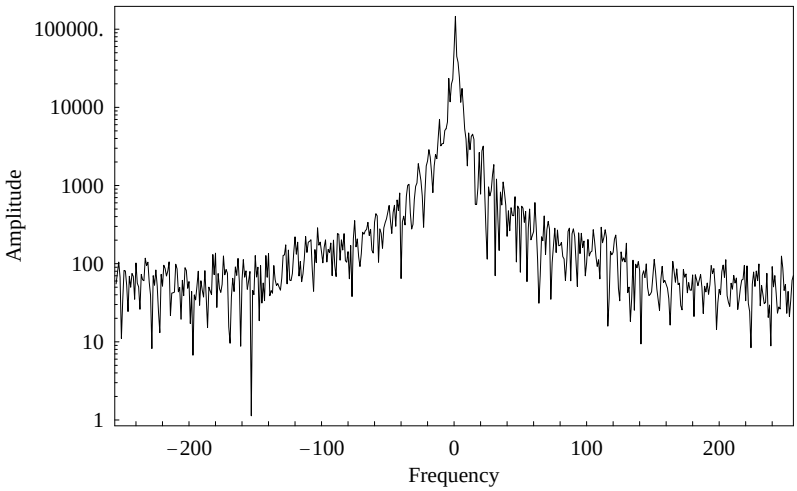


(b) Horizontal profile at $y = 311$

Fig. A.1.7 Result of median filter to a reconstructed image of a chest phantom (once). Although spike noises are reduced, spike-like signals are also removed simultaneously.

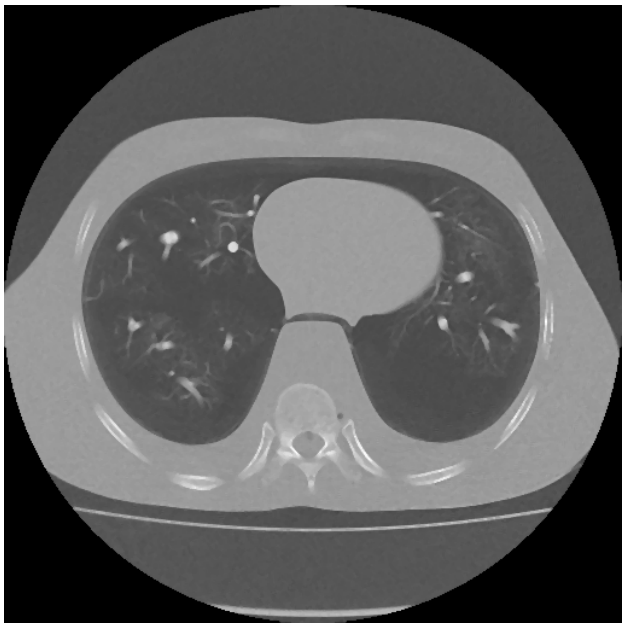


(a) Amplitude spectrum (logarithm)

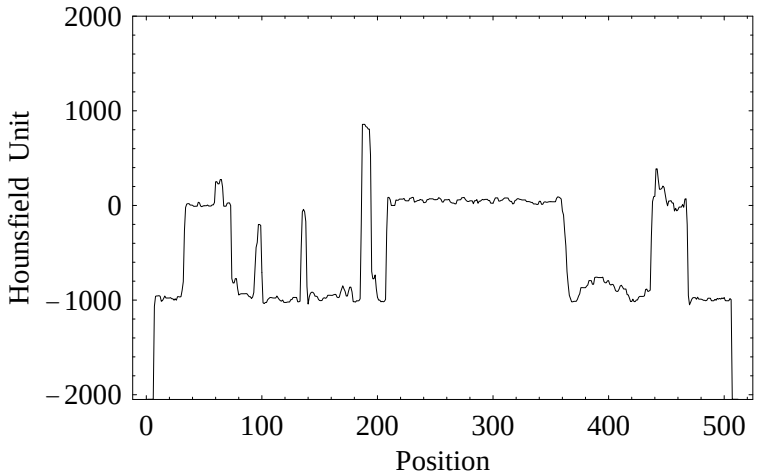


(b) Horizontal profile at center

Fig. A.1.8 Amplitude spectrum of Fig. A.1.7. Specific spatial-frequency components are not decreased. High-frequency components, however, slightly decreased.

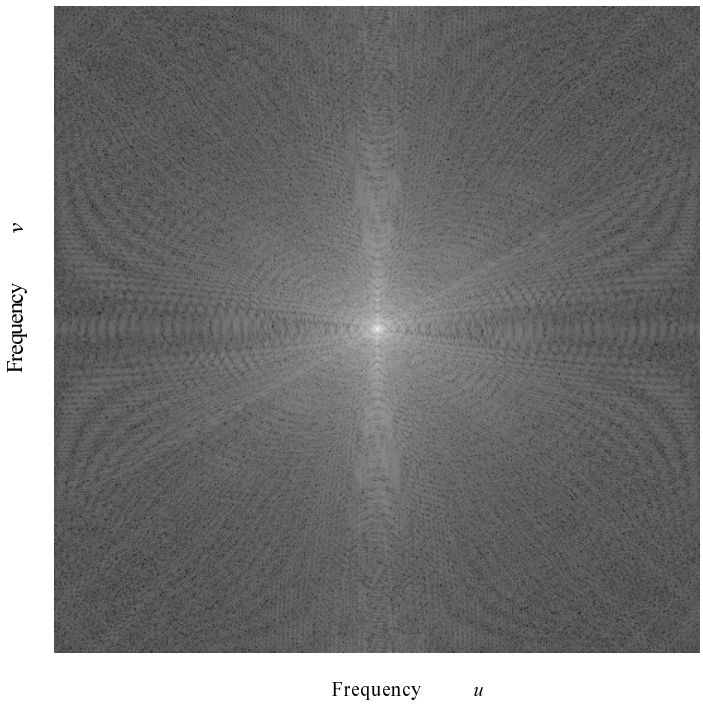


(a) Reconstructed image

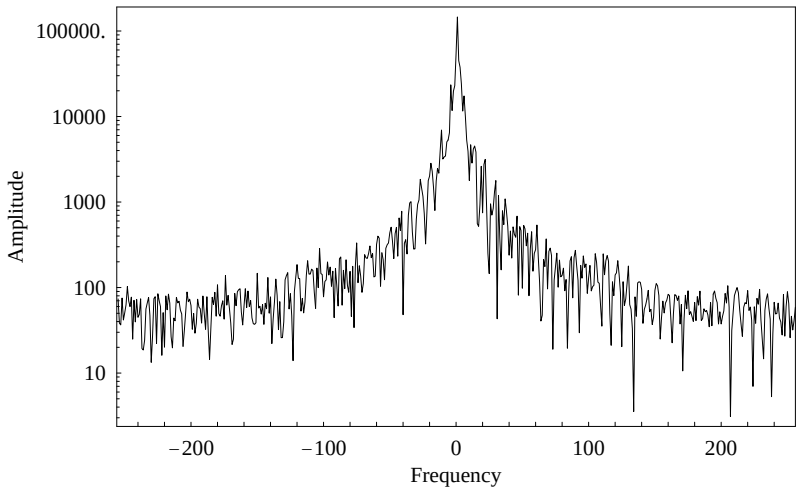


(b) Horizontal profile at $y = 311$

Fig. A.1.9 Result of median filter to a reconstructed image of a chest phantom (twice). Signal becomes unnatural simultaneously with removal of spike noise.



(a) Amplitude spectrum (logarithm)



(b) Horizontal profile at center

Fig. A.1.10 Amplitude spectrum of Fig. A.1.5. High-frequency components are more decreased than Fig. A.1.5.

A.1.3　エッジ保存フィルタ

エッジ保存フィルタ (選択的局所平均フィルタ) は注目画像の近傍に数箇所の局所領域内を設定し，画素値の分散が最小の近傍領域はエッジ等の信号を含まないと判定してその領域における平均値を出力するフィルタリングである．つまり，$f_0(i, j)$ に対するエッジ保存フィルタは次式で表現できる．

$$f(s,t) \quad = \quad \min_{n} \underset{(i,j)\in S_{n,st}}{\text{variance}}\, f_0(i, j) \tag{A.1.5}$$

ここで variance$\{a_n\}$ 及び min$\{a_n\}$ は数列 a_n の分散及び最小値をそれぞれ示す．近傍領域を代表的な 5×5 とした場合では 9 種のウィンドウが考えられる．それぞれのカーネルウィンドウ $S_{1,st}, S_{2,st}, ..., S_{9,st}$ を Fig. A.1.11 に示す．エッジ保存フィルタはエッジが含まれない領域の平均値を選択的に出力するため，一様に加重する移動平均フィルタよりもエッジが保存され易いフィルタとなっている．

Fig. A.1.12-A.1.15 に胸部ファントムの再構成画像に対してエッジ保存フィルタを 1 回及び 2 回適用したときの結果を示す．処理後の振幅スペクトルを見ても移動平均フィルタのような特定の周波数成分の減衰は観察されない．また，移動平均フィルタに比してエッジを保存したままノイズを低減できていることが確認できるが，処理画像は不自然にエッジ成分が保存されており，また，2 回適用した画像で分かり易いが構造に歪が生じている．そのため患者の体内の構造を正確に画像化したい X 線 CT 画像にエッジ保存フィルタを適用するのは不適切であると考えられる．

A.2　空間周波数領域のフィルタリングによるノイズ低減処理

代表的な空間周波数領域の処理である LPF と空間-スケール処理が可能なウェーブレット縮退によるノイズ低減の比較をおこなうため，LPF によるノイズ低減について述べ代表的な処理例の検討をおこなった．

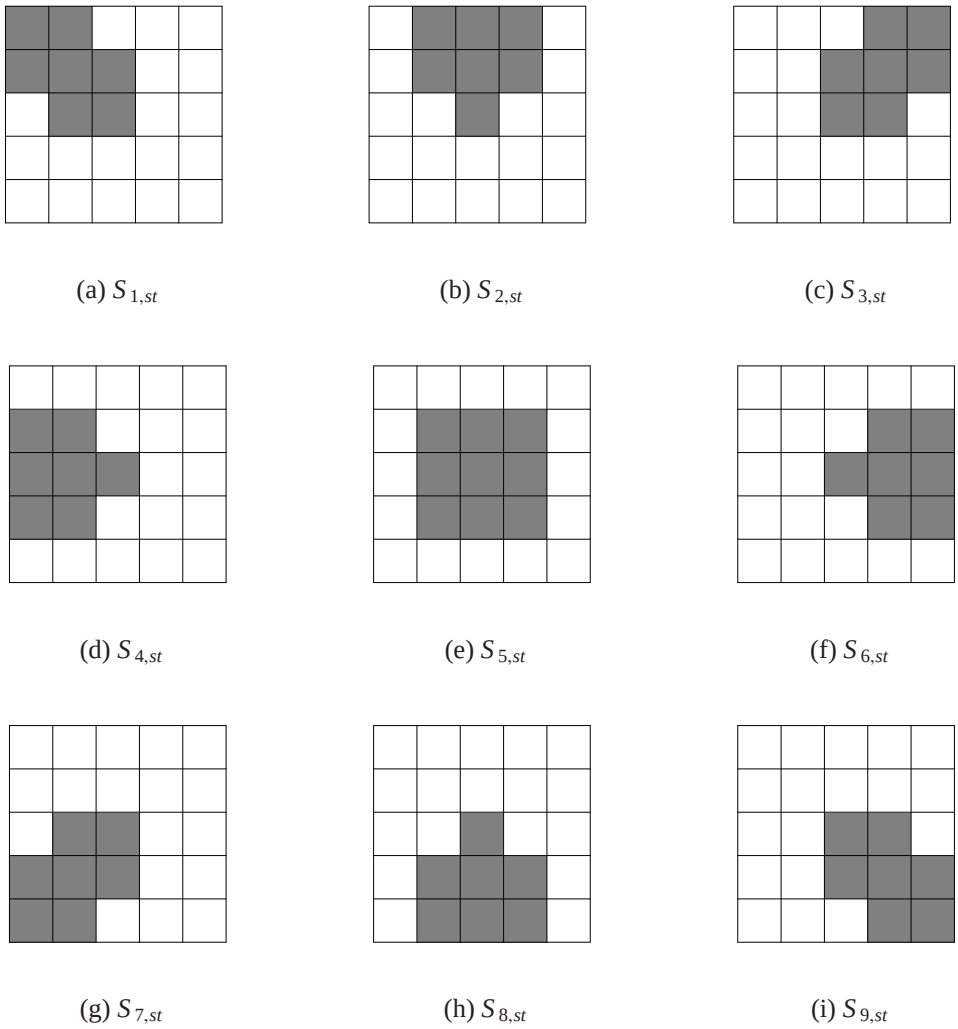
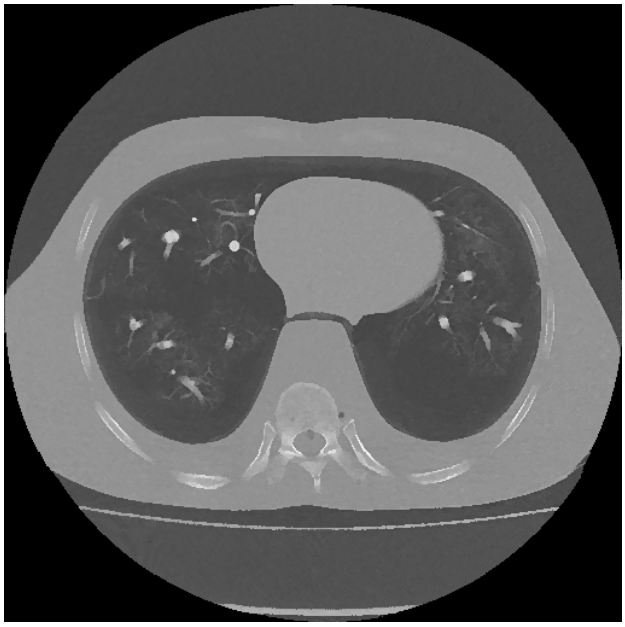
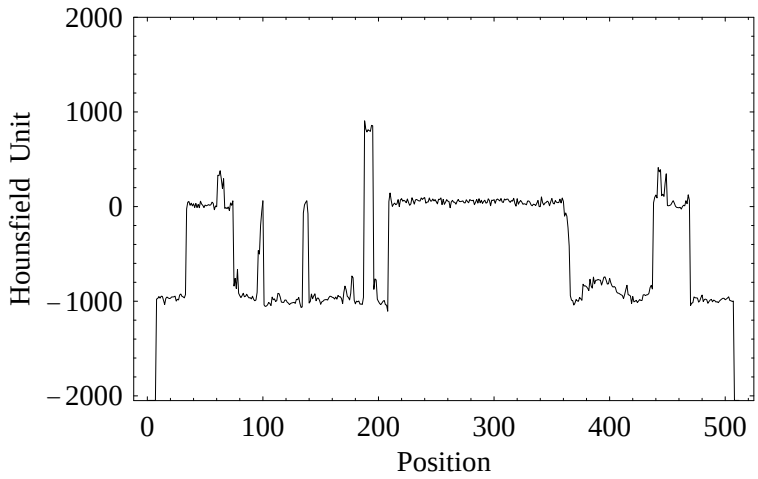


Fig. A.1.11 Kernel windows of edge preservation filter (5×5 neighborhood processing). Variances of pixel value in each window are calculated, respectively, and average value of minimum-variance window is outputted to a attentional pixel. The attentional pixel is center of 5×5 region.

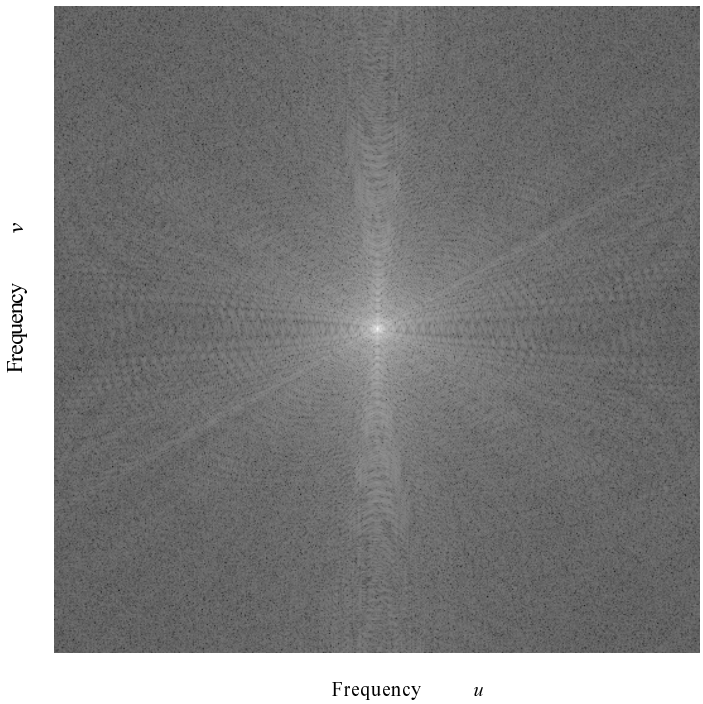


(a) Reconstructed image

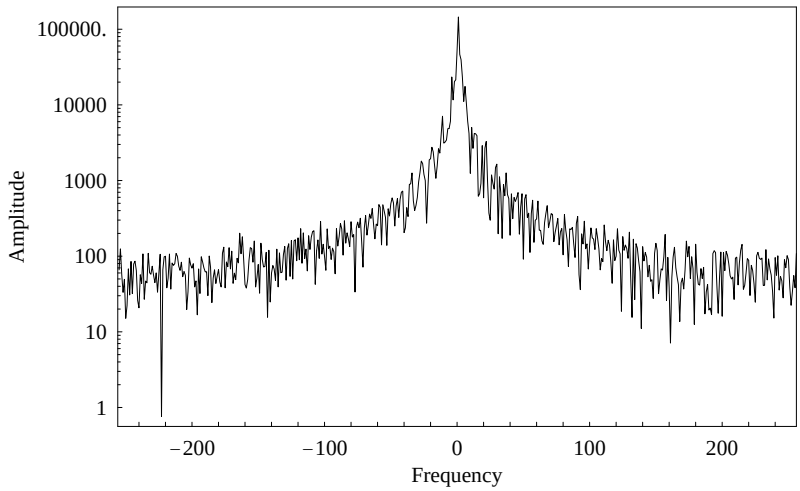


(b) Horizontal profile at $y = 311$

Fig. A.1.12 Result of edge preservation filter to a reconstructed image of a chest phantom (once). Although noises are reduced without affecting to edge, unnatural result, which edge was emphasized, is obtained. Moreover, distortion of signal is also caused.

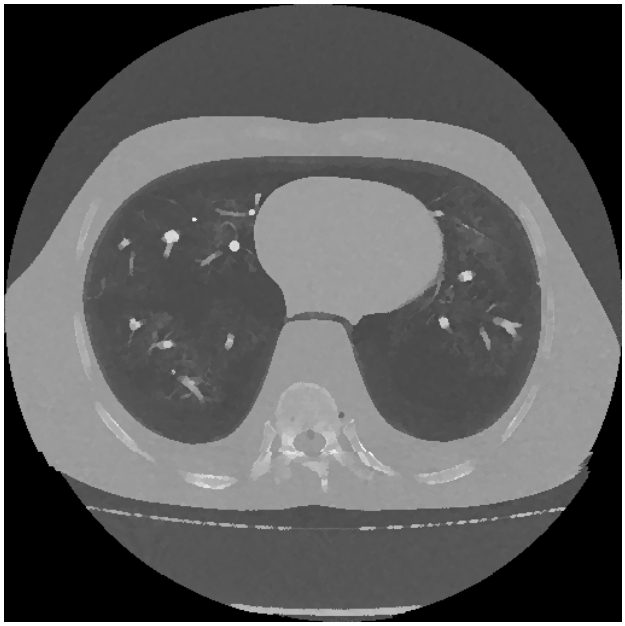


(a) Amplitude spectrum (logarithm)

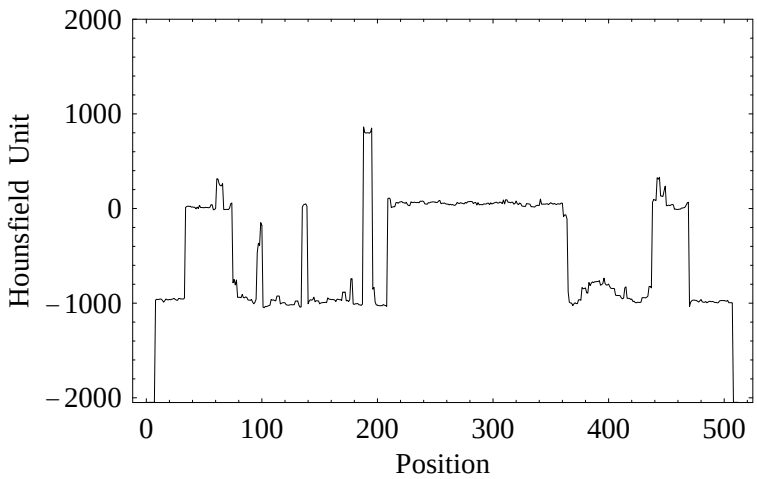


(b) Horizontal profile at center

Fig. A.1.13 Amplitude spectrum of Fig. A.1.12. Specific spatial-frequency components are not decreased like the moving average filter.

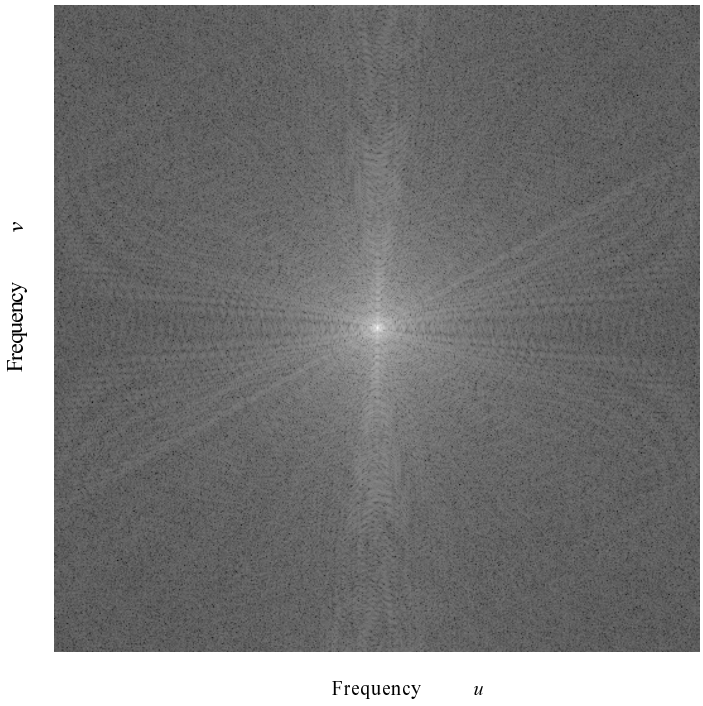


(a) Reconstructed image

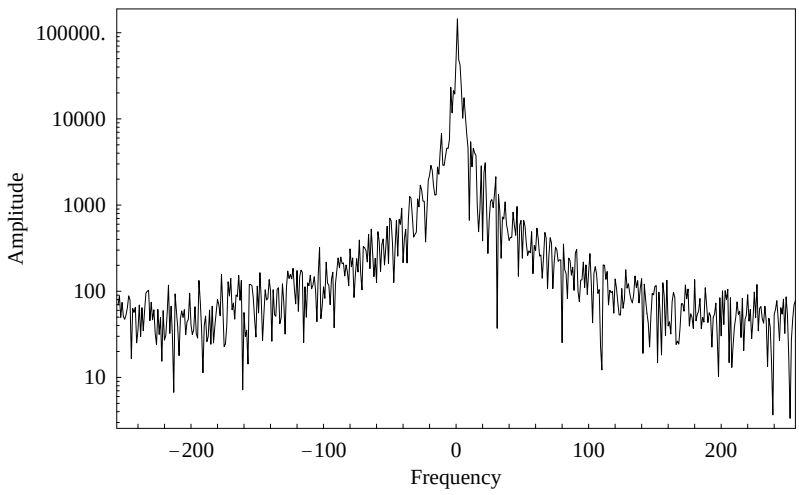


(b) Horizontal profile at $y = 311$

Fig. A.1.14 Result of edge preservation filter to a reconstructed image of a chest phantom (twice). As compared with the result applied only once, unnaturalness of signal is conspicuous.



(a) Amplitude spectrum (logarithm)



(b) Horizontal profile at center

Fig. A.1.15 Amplitude spectrum of Fig. A.1.14.

前述のようにLPFは周波数処理であるため，実空間の信号や画像を周波数空間に変換する必要がある．その際に利用されるフーリエ変換について以下に簡単に説明する．

A.2.1 連続フーリエ変換

関数 $f \in L^1(\mathbb{R})$ の連続フーリエ変換 (フーリエ積分) $\mathscr{F}[f(x)](u)$ は次式で与えられる．

$$\mathscr{F}[f(x)](u) := F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-\iota 2\pi ux}dx \tag{A.2.1}$$

ここで，$L^p(\mathbb{R})$ は実数 $\mathbb{R}$ 上の関数 f が $1 \leq p < \infty$ である p に対して，ルベーグ積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^p dx \tag{A.2.2}$$

が有限となるものの全体であり，$f \in L^1(\mathbb{R})$ となる f は絶対可積分な関数とも呼ばれる．また，$\mathscr{F}[f(x)](u)$ は $f(x)$ をフーリエ変換することを意味し，ι は虚数単位[32]$\iota = \sqrt{-1}$，$e^{\iota x}$ は複素正弦波 $e^{\iota x} = \cos x + \iota \sin x$ である．フーリエ変換は関数 $f(x)$ を周波数が異なる幾つかの複素正弦波 $e^{-\iota 2\pi ux}$ に分解することに相当する．

式A.2.1は容易に2次元に拡張できる．2次元の連続関数 $f(x,y)$ に関する連続フーリエ変換 $\mathscr{F}[f(x,y)](u,v)$ は以下となる．

$$\mathscr{F}[f(x,y)](u,v) := F(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)e^{-\iota 2\pi(ux+vy)}dxdy \tag{A.2.3}$$

[32]虚数単位には通常 i や j がよく用いられるが，前出の行列 (i,j) の成分と区別するためここでは ι を用いる．

A.2.2　逆連続フーリエ変換

F が $F \in L^1(\mathbb{R})$ であるとすると，逆連続フーリエ変換 $\mathscr{F}^{-1}[F(u)](x)$ は次式で与えられる．

$$\mathscr{F}^{-1}[F(u)](x) := f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u)e^{\iota 2\pi ux}du \tag{A.2.4}$$

ここで $\mathscr{F}^{-1}[F(u)](x)$ は $F(u)$ の逆フーリエ変換を意味する．また，$f(x)$ 及び $F(u)$ はフーリエ変換対と呼ばれる．周波数空間におけるフィルタリングのようなフーリエ変換を利用した処理では，フーリエ展開係数 $F(u)$ に対して何らかの処理してから逆フーリエ変換の演算をおこない実空間の信号 $f(x)$ を得ている．

1 次元の場合と同様に，2 次元の周波数空間 $F(u,v)$ の逆フーリエ変換 $\mathscr{F}^{-1}[F(u,v)](x,y)$ は次式で与えられる．

$$\mathscr{F}^{-1}[F(u,v)](x,y) := f(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} F(u,v)e^{\iota 2\pi(ux+vy)}dudv \tag{A.2.5}$$

これにより，2 次元のフーリエ展開係数 $F(u,v)$ から実空間の画像 $f(x,y)$ を構成できる．

A.2.3　離散フーリエ変換

1 次元のディジタル信号における n 個の離散的なデータ $f(x), x = 0, 1, ..., n-1$ に対する離散フーリエ変換 $\mathscr{F}[f(x)](u), u = 0, 1, ..., n-1$ は次式で定義される．

$$F(u) = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(x)e^{-\iota 2\pi uk/n} \tag{A.2.6}$$

同様に 2 次元のディジタル信号，つまりディジタル画像 $f(x,y), x = 0,1,...,m-1, y = 0,1,...,n-1$ (マトリクスサイズ $m \times n$) に対する離散フーリエ変換 $\mathscr{F}[f(x,y)](u,v)$ は次式で定義される．

$$F(u,v) = \frac{1}{mn}\sum_{x=0}^{m-1}\sum_{y=0}^{n-1} f(x,y)e^{-\iota 2\pi\left(\frac{ux}{m}+\frac{vy}{n}\right)} \tag{A.2.7}$$

実際にはゼロパディング等により m 及び n を 2 の冪乗にして高速に演算する高速フーリエ変換が多く用いられる．

A.2.4　逆離散フーリエ変換

1 次元の逆離散フーリエ変換 $\mathscr{F}^{-1}[F(u)](x)$ は次式で定義される．

$$f(x) = \sum_{u=0}^{n-1} F(u)e^{\iota 2\pi ux/n} \tag{A.2.8}$$

同様に 2 次元の逆変換 $\mathscr{F}^{-1}[F(u,v)](x,y)$ は以下となる．

$$f(x,y) = \sum_{u=1}^{m-1}\sum_{v=1}^{n-1} F(u,v)e^{\iota 2\pi\left(\frac{ux}{m}+\frac{vy}{n}\right)} \tag{A.2.9}$$

ディジタル画像の場合，上式により実空間の画像が再構成できる．

A.2.5　フーリエ変換の例

以下に幾つかの簡単な関数をフーリエ変換した例を示す．

cos 関数

周波数 u_0 の無限に続く cos 関数

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \cos u_0 x \\
&= \frac{1}{2}(e^{\iota u_0 x} + e^{-\iota u_0 x})
\end{aligned}
\tag{A.2.10}
$$

の連続フーリエ変換 $\mathscr{F}[f(x)](u)$ は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
F(u) &= \mathscr{F}\left[\frac{1}{2}(e^{\iota u_0 x} + e^{-\iota u_0 x})\right](u) \\
&= \frac{1}{2}\mathscr{F}\left[e^{\iota u_0 x}\right](u) + \frac{1}{2}\mathscr{F}\left[e^{-\iota u_0 x}\right](u) \\
&= \pi\delta(u - u_0) + \pi\delta(u + u_0)
\end{aligned}
\tag{A.2.11}
$$

Fig. A.2.1 に cos 関数のフーリエ変換対を示す．図のように，cos 関数のフーリエ変換は 2 つの δ 関数の和から構成される．4.3.1 目 (p.43) で述べたように，cos 関数の分布あるいは式 A.2.1 の積分範囲が有限である場合，$\mathscr{F}[f(x)](u)$ の δ 関数が幅をもつようになり周波数分布が不確定性を有するようになる．

矩形波関数

幅 d の矩形波関数 $p_d(x)$,

$$
p_d(x) = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad |x| \leq \frac{1}{2}d \\ 0, & \text{if} \quad |x| > \frac{1}{2}d \end{cases}
\tag{A.2.12}
$$

の連続フーリエ変換 $\mathscr{F}[p_d(x)](u)$ は以下のようになる．

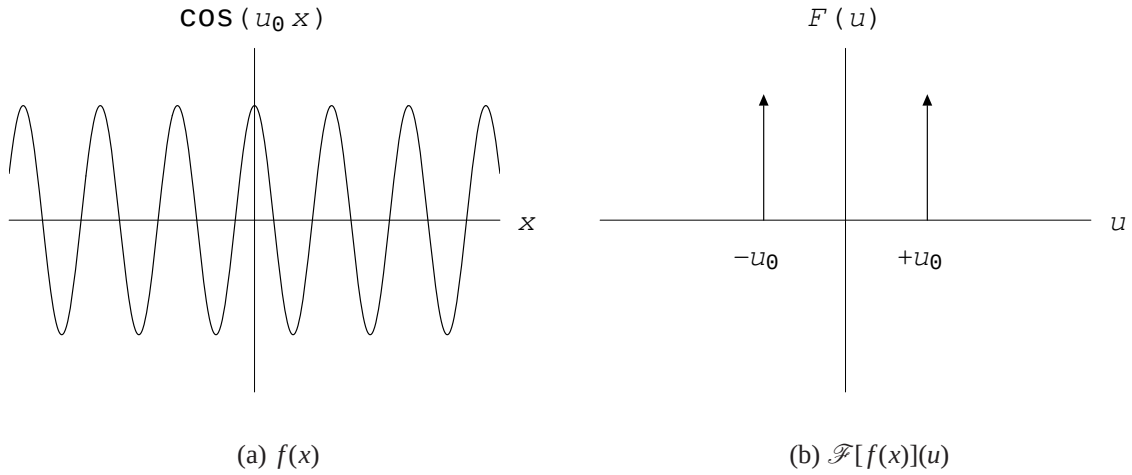
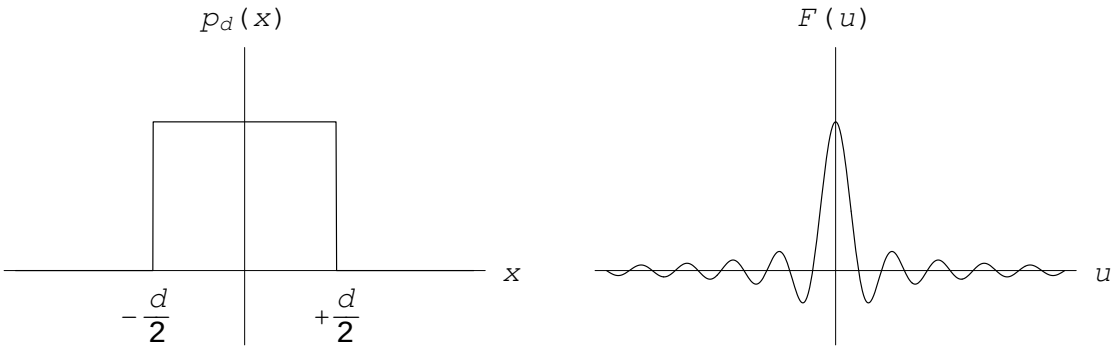


Fig. A.2.1 Fourier transform pair of a cos function. Fourier transform of a cos function consists of two δ functions.

$$
\begin{aligned}
F(u) &= \mathscr{F}[p_d(x)](u) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} p_d(x) e^{-\iota u x} dx \\
&= \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} e^{-\iota u x} dx \\
&= \frac{1}{-\iota u} \left[e^{-\iota u x} \right]_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \\
&= \frac{1}{\iota u} \left[e^{\iota u d/2} - e^{-\iota u d/2} \right] \\
&= \frac{2}{u} \sin\left(\frac{ud}{2} \right) \\
&= d \frac{\sin\left(\frac{ud}{2}\right)}{\left(\frac{ud}{2}\right)}
\end{aligned}
\tag{A.2.13}
$$

つまり，矩形波関数のフーリエ変換はカーディナルサイン関数となる．ここで，カーディナルサイン関数は次式のような関数であり，サインカーディナル関数，sinc 関数 (シンク関数) 又は標本化関数とも呼ばれる．



(a) $p_d(x)$ (b) $\mathscr{F}[p_d(x)](u)$

Fig. A.2.2 Fourier transform pair of a rectangular function. Fourier transform of a rectangular function is a infinite cardinal sine function.

$$\operatorname{sinc} x = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad x = 1 \\ \frac{\sin x}{x}, & \text{if} \quad x \neq 1 \end{cases} \tag{A.2.14}$$

Fig. A.2.2 に矩形波関数のフーリエ変換対を示す．Fig. A.2.2 の右側のカーディナルサイン関数は式 A.2.14 のとおり無限に続く関数であり，逆フーリエ変換により完全な矩形波を得ようとする場合には無限に続く $F(u)$ を逆フーリエ変換することになり，現実には不可能な操作である．そのため窓関数で $F(u)$ のサポートを制限して $f(x)$ を得ることになるが，その場合には完全な矩形波を得ることはできない．

A.2.6 ローパスフィルタによるノイズ低減

ローパスフィルタによる 1 次元信号のノイズ低減

2 次元信号である画像に対して LPF によるノイズ低減を適用する前に，先ず 1 次元信号に対して LPF によるノイズ低減をおこない周波数処理の特徴を述べる．

種々の周波数成分を含む離散的な原信号 $f_0(x), x \in \mathbb{Z}$ を生成し，$f_0(x)$ に対して離散的な

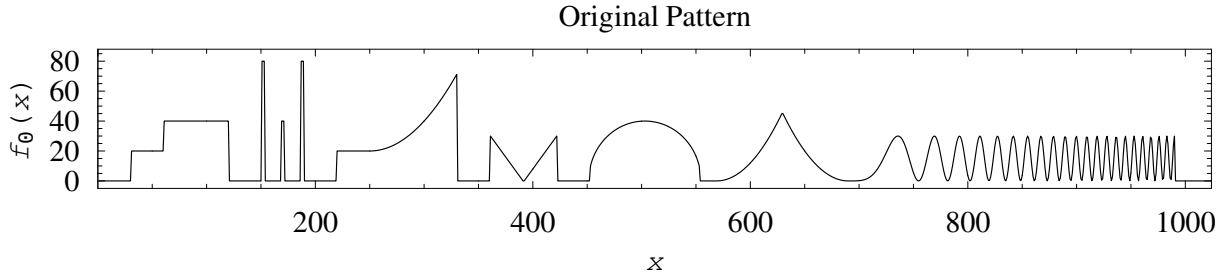


Fig. A.2.3 One-dimensional original signal $f_0(x)$. This signal has rectangular signal, pulse-like signal, quadratic signal, Doppler signal and etc. This signal is widely distributed in frequency domain. Artificial white noise is added to this original signal.

人工ノイズ $e(x), x \in \mathbb{Z}$ を加えてノイズ付加信号 $f(x)$ とした．つまり，ここで得られたノイズ付加信号 $f(x)$ は次式のモデルで表現できる．

$$f(x) = f_0(x) + e(x) \tag{A.2.15}$$

ここでは簡単のため付加したノイズ $e(x)$ は白色ノイズ (ホワイトノイズ) とした．実験に用いた原信号 $f_0(x)$ を Fig. A.2.3 に示す．この信号は矩形波，三角波，ドップラ関数，2 次関数等を有し，広い周波数範囲に信号が分布しているものとして作成した．Fig. A.2.4 に原信号 $f_0(x)$ の振幅スペクトルを示す．Fig. A.2.4 から原信号 $f_0(x)$ は広い周波数範囲に信号が分布していることが確認できる．式 A.2.15 のとおりこの原信号 $f_0(x)$ に Fig. A.2.5 で示す人工的な白色ノイズ $e(x)$ を加えた．ノイズ付加信号 $f(x)$ 及びその振幅スペクトルを Fig. A.2.6 及び A.2.7 にそれぞれ示す．原信号 $f_0(x, y)$ の振幅スペクトルとノイズ付加信号 $f(x, y)$ の振幅スペクトルを比較してみてもノイズが付加されたことによる区別は容易ではない．

Fig. A.2.6 のノイズ付加信号 $f(x)$ に対してフーリエ変換 $\mathscr{F}[f(x)](u)$ をおこない，ノイズを表現すると考えられる高周波成分をフィルタリング，つまり LPF を適用して，処理後

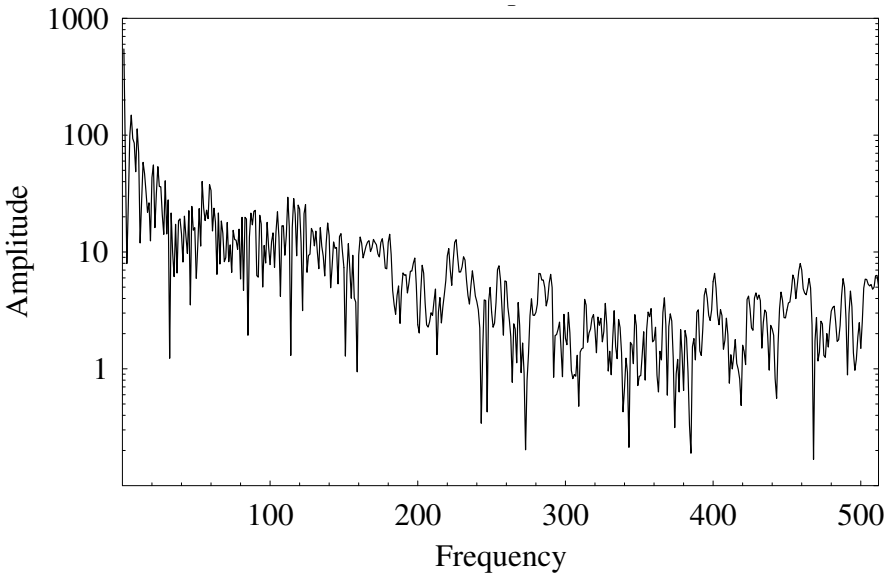


Fig. A.2.4 Amplitude spectrum of one-dimensional original signal $f_0(x)$. This original signal is widely distributed in frequency domain.

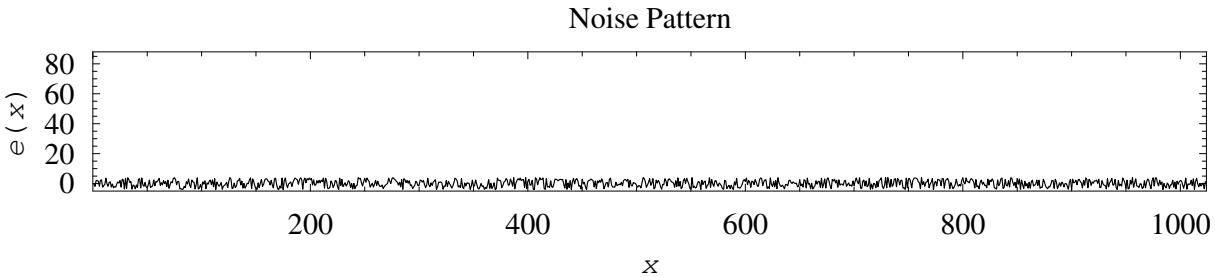


Fig. A.2.5 One-dimensional artificial white noise $e(x)$. This white noise was added to the original signal $f_0(x)$ and noisy signal $f(x)$ was created.

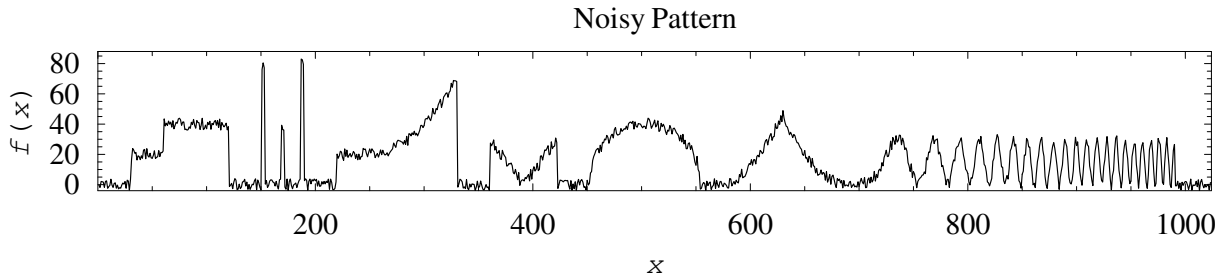


Fig. A.2.6 One-dimensional noisy signal $f(x)$. LPF and wavelet shrinkage processing were carried out to this signal.

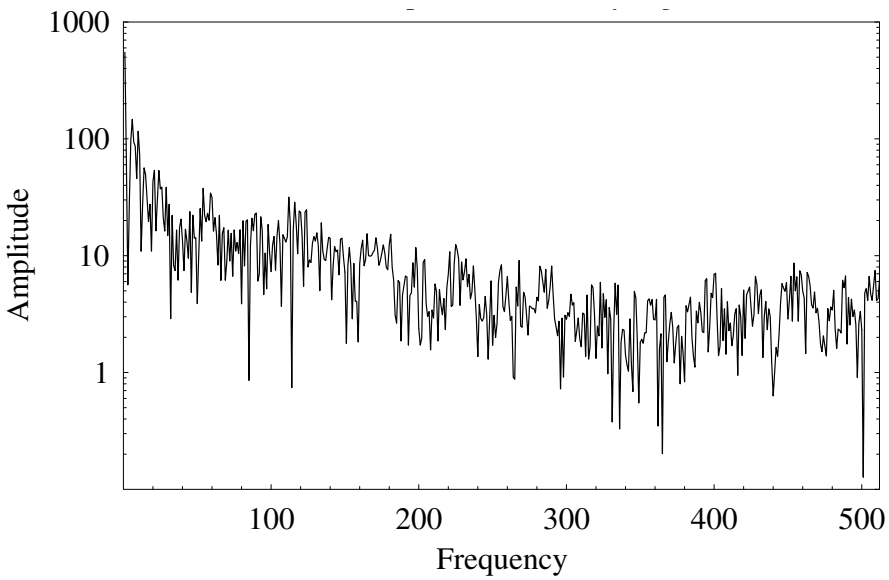


Fig. A.2.7 Amplitude spectrum of one-dimensional noisy signal $f(x)$. Since frequency spectrum is expressed as average of entire signal, it is not easy to distinguish noise and signal by amplitude spectrum. Moreover, it is difficult to separate signal component and noise component from amplitude spectrum clearly.

のフーリエ展開係数 $F'(u)$(又は周波数スペクトル) を得た．そして，$F'(u)$ の逆変換によりフィルタリング後の $f'(x,y)$ 信号を再構成した．ここで，周波数領域において LPF を適用したフーリエ展開係数 $F'(u)$ は次のモデルで表現できる．

$$F'(u) = H(u)F(u) \tag{A.2.16}$$

上式における $H(u)$ はフィルタ伝達関数 [61] であり，ここでは基本的なフィルタリングとして次式で与えた．

$$H(u) = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad u \leq \varpi_u \\ 0, & \text{if} \quad u > \varpi_u \end{cases} \tag{A.2.17}$$

ここで ϖ_u はカットオフ周波数である．ノイズ付加信号の振幅スペクトル (Fig. A.2.7) に対してカットオフ周波数 ϖ_u は，後述の時間-スケール処理を適用した信号の分散と合わせるために 132 とした．

フィルタリング処理後の実空間の信号 $f'(x)$ は次式のように LPF を作用させたスペクトル $F'(u)$ の逆フーリエ変換 $\mathscr{F}^{-1}[F'(u)](x)$ により実空間の信号に戻すことで得られる．

$$\begin{aligned} f'(x) &= \mathscr{F}^{-1}[F'(u)](x) \\ &= \sum_{u=1}^{N-1} H(u)(u)e^{\iota 2\pi\left(\frac{ux}{N}\right)} \end{aligned} \tag{A.2.18}$$

フィルタリング処理後の結果を Fig. A.2.8 に示す．高周波数のノイズ成分がかなり低減されていることが分かるが，それと同時に高い周波数を有する信号成分，例えば急激に信号が変化しているエッジ部分やドップラ信号の高周波数領域の信号は完全には復元されておらず，振幅が小さくなっている，つまり情報が少なくなってしまっている．$x = 150$ の

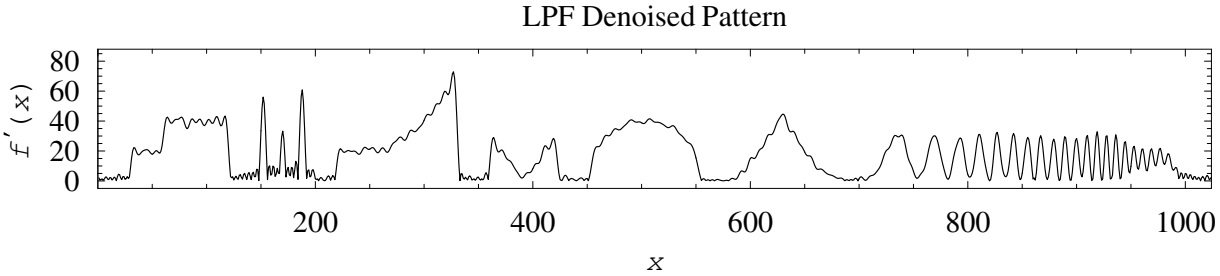


Fig. A.2.8 One-dimensional signal $f'(x)$ after noise reduction by LPF. Although noise components that exist in $f(x)$ are reduced, high-frequency components of signal are also influenced simultaneously. Especially, high-frequency signal of pulse signal or Doppler signal, it is influenced considerably and amplitude became small.

辺りにあるインパルス性の信号においては，原信号 (Fig. A.2.3) の振幅は約 80 であるが，LPF 処理後の信号 (Fig. A.2.8) では約 40 と半分にまで小さくなってしまっている．これは処理をしている周波数領域において，振幅スペクトルが“ 信号全体の平均のスペクトル ”を示しているからである．つまり，ノイズ成分を低減しようとして特定の周波数成分をフィルタリングしてしまうと，そのフィルタリングした周波数を有する信号成分までもが同時に影響されてしまうのである．この現象は式 A.2.1 及び A.2.6 において，信号全体に特定の周波数を掛けて積分 (又は足し合わせ) したものがフーリエ変換であることに由来している．また，これは種々の周波数成分を含む信号を処理する場合の最大の欠点であり，ノイズと信号のスペクトルが完全に離れていない場合では原理上 不可避の現象である．

ローパスフィルタによる 2 次元信号のノイズ低減

前段落では信号のエッジ部分等の情報が減少してしまうものの，LPF により 1 次元信号でノイズ低減ができることを示した．次に，後述する最適化された空間-スケール処理によるノイズ低減と比較をおこなうために 2 次元信号，つまり画像に対して LPF を使用したノイズ低減をおこなった．1 次元信号のノイズ低減のシミュレーションにおいてはノイズ

フリーな原信号 $f_0(x)$ を生成し，そこに人工的なノイズ $e(x)$ を加えてノイズが加わった信号 $f(x)$ を作成した．2 次元ではより現実的な条件で検討するため X 線 CT 装置により撮像された胸部ファントムの画像に対して処理をおこなった．ここで，ノイズフリーな撮像系で胸部ファントムを撮像した場合に得られる画像を $f_0(x,y),(x,y \in \mathbb{Z})$ と仮定する[33]と，実際の系で得られる画像 $f(x,y),(x,y \in \mathbb{Z})$ は 1 次元の場合と同様に次のモデルで表現できる．

$$f(x,y) = f_0(x,y) + e(x,y) \tag{A.2.19}$$

ここで，$e(x,y),(x,y \in \mathbb{Z})$ は照射する X 線自身の統計的な揺らぎ，X 線 CT 系で発生する電気ノイズ及びデータの転送時に内外から混入するノイズ等を含む．

本研究における後述の最適化されたウェーブレット縮退によるノイズ低減と比較するため，得られた再構成画像の振幅スペクトル (Fig. A.1.2，p.135) に対して LPF によるノイズ低減を適用した．ここで，フィルタ処理後のフーリエ展開係数 $F'(u,v)$ は 1 次元の場合と同様に次式で得られる．

$$F'(u,v) = H(u,v)F(u,v) \tag{A.2.20}$$

2 次元のフィルタ伝達関数 $H(u,v)$ はフィルタ処理を全方向に等方性を有するものとするため以下のように構成した[34]．

$$H(u,v) = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad \sqrt{u^2+v^2} \le \varpi_{u,v} \\ 0, & \text{if} \quad \sqrt{u^2+v^2} > \varpi_{u,v} \end{cases} \tag{A.2.21}$$

[33]放射線撮像系では照射される放射線自身が統計的に揺らいでいるため，真にノイズフリーな画像 $f_0(x,y)$ を得ることは実際には不可能である．但し，照射する放射線量を増やして揺らぎを小さくすることで $f_0(x,y)$ に近い画像を得ることは可能である．

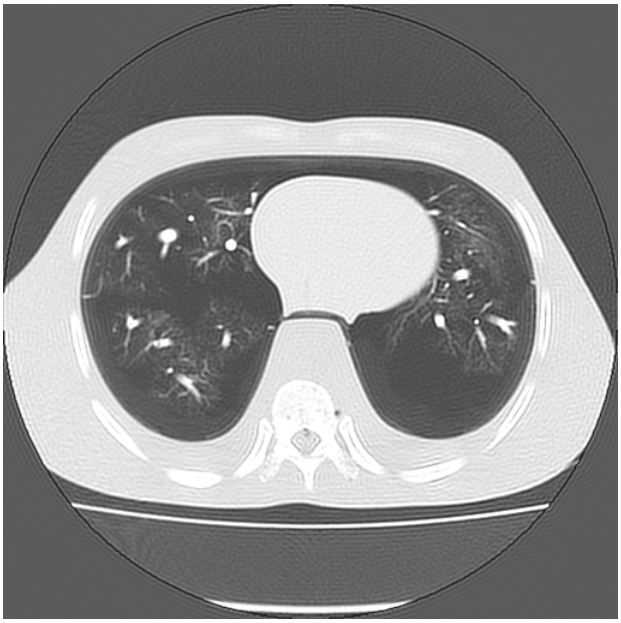
[34]x 及び y 方向にのみ等方性を有するようなフィルタ伝達関数 $H(u,v)$ の場合は

$$H(u,v) = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad u,v \le \varpi_{u,v} \\ 0, & \text{if} \quad \text{elsewhere} \end{cases}$$

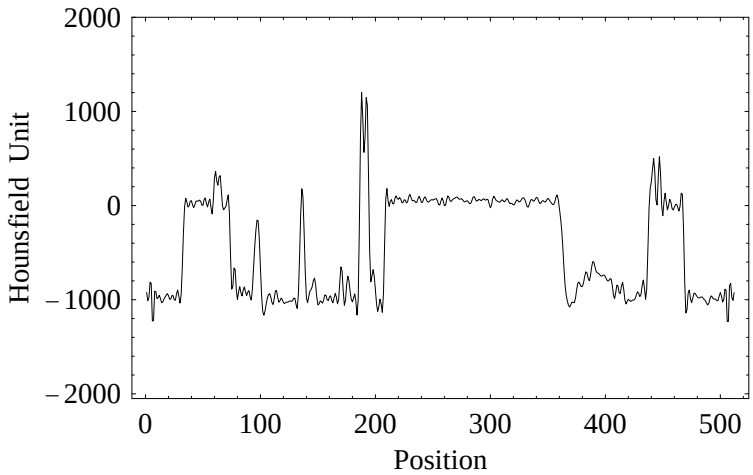
となるが，斜め方向は高空間周波数まで有するようになるため，完全な等方性ではない．

逆変換 $\mathscr{F}^{-1}[F'(u,v)](x,y)$ により得られた処理画像 $f'(x,y)$ 及びその水平プロファイルを Fig. A.2.9 に示す．フィルタリングにおけるカットオフ周波数 $\varpi_{u,v}$ は，後述する管電流 300 mA で得られた画像の信号部分の分散と揃えるために 125 とした．信号部分 (心臓) における分散は約 670 である．処理画像では処理前 (Fig. A.1.1) に比してノイズ成分が低減されているものの，処理と同時に勾配が大きな信号周辺には空間周波数を急峻に打ち切ったことに起因する打ち切りアーチファクトが発生[35]しており信号の高周波数成分が滑らかになってしまっている．発生したアーチファクトを認識しやすいようにウィンドウ幅 (window width: WW) を狭くして表示し，更に拡大したものを Fig. A.2.10 に示す．より実際的にはフィルタ伝達関数 $H(u,v)$ の設計により打ち切りアーチファクトを抑える工夫がなされる．しかしフーリエ展開係数は画像全体の平均にその周波数成分がどれだけ含まれるかを示すものであり，信号成分への影響を本質的に避けることは不可能である．つまり本画像のような信号の高周波数成分の分布とノイズの周波数分布が似ており完全に分離することができない場合には信号成分は必ず影響を受けてしまう．

[35] ここでは，式 A.2.21 のように急峻なフィルタ伝達関数を作用させたためリンギングしているが，滑らかなフィルタ伝達関数を作用させることで幾分 軽減することができる．



(a) LPF denoised image $f'(x, y)$



(b) Horizontal profile at $y = 311$

Fig. A.2.9 LPF denoised image of a chest phantom. Although noises are decreasing as compared with Fig. A.1.1, trancation artifact has occurred.

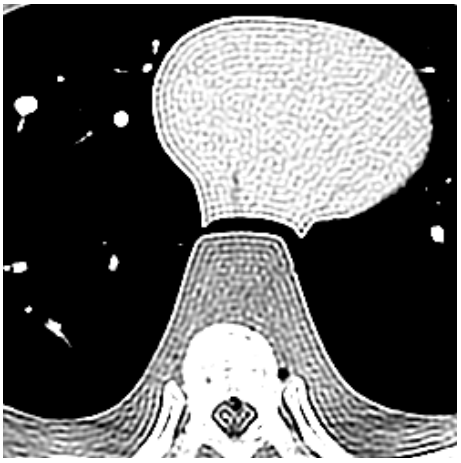


Fig. A.2.10 Artifacts after LPF denoising. WW=200. Truncation artifacts resulting from steep truncation in spatial frequency domain exist. Although artifact can be reduced by adjusting $H(u, v)$, influence on signal component is unavoidable in essence.

付録 B

式 5.3.1(p.105)，第 2 式の導出をおこなう．

B.1　式 5.3.1，第 2 式の導出

Fig. 5.2.1 において，エッジが検出器素子の壁から $\{\chi \in \mathbb{R} | 0 \leq \chi \leq 1\}$ に位置していると仮定する．つまり χ は Fig. B.1.1 に示すように検出器素子の幅に対する相対値であり，エッジが素子の中心にあるならば $\chi = 0.5$ である．また，各検出器素子に入射する X 線強度を I_0 と仮定する．ここで，エッジの厚い部分及び薄い部分に入射する X 線強度はそれぞれ χI_0 及び $(1-\chi)I_0$ であり，それぞれの透過 X 線強度は $\frac{\chi}{\Gamma_{\mathrm{long}}} I_0$ 及び $\frac{1-\chi}{\Gamma_{\mathrm{short}}} I_0$ となる．結果として，素子 X における全透過 X 線強度は次式となる．

$$
\begin{aligned}
I &= \frac{\chi}{\Gamma_{\mathrm{long}}} I_0 + \frac{1-\chi}{\Gamma_{\mathrm{short}}} I_0 \\
&= \frac{(1-\chi)\Gamma_{\mathrm{long}} + \chi \Gamma_{\mathrm{short}}}{\Gamma_{\mathrm{long}} \Gamma_{\mathrm{short}}} I_0
\end{aligned}
\tag{B.1.1}
$$

また，平均の減弱率 Γ_χ は次式となる．

$$
\Gamma_\chi = \frac{I_0}{I} = \frac{\Gamma_{\mathrm{long}} \Gamma_{\mathrm{short}}}{(1-\chi)\Gamma_{\mathrm{long}} + \chi \Gamma_{\mathrm{short}}}
\tag{B.1.2}
$$

最終的に，式 B.1.2 から投影データ $p_\chi(X)$ は以下のように得られる．

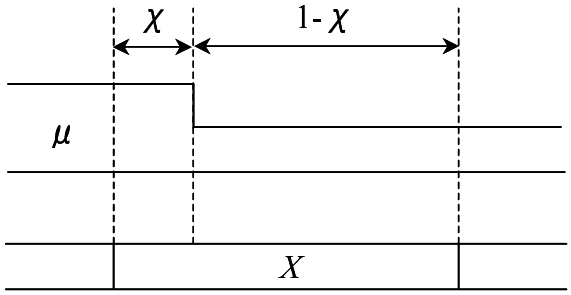


Fig. B.1.1　Schematic diagram of edge position on a detector element.

$$p_\chi(X) = \ln \Gamma_\chi = \ln \frac{\Gamma_{\mathrm{long}}\Gamma_{\mathrm{short}}}{(1-\chi)\Gamma_{\mathrm{long}} + \chi\Gamma_{\mathrm{short}}} \tag{B.1.3}$$

上式において，エッジを検出器素子の中心 (つまり $\chi = 0.5$) とすれば，式 5.3.1 が得られる．

謝辞

謝辞

本研究は指導教員である本学医学部保健学科 小寺吉衛教授の指導のもとにおこなわれました．御指導並びに御鞭撻を賜わりましたことを心から感謝致します.

本学医学部保健学科 青山隆彦教授，伊藤茂樹教授には本論文作成にあたり貴重な御意見，御指導いただき感謝致します.

本学大学院医学系研究科博士後期課程 (兼 社団喜峰会東海記念病院放射線科) 服部真澄氏及び同前期課程 石川陽子氏には，実機でのデータ収集の際にご指導，御協力いただき感謝致します.

本学医学部付属病院放射線部及び社団喜峰会東海記念病院放射線科の諸氏には，実機でのデータ収集の際にご指導，ご協力いただき感謝いたします．臨床現場での撮像についてご意見を聞くことができ非常に有意義でした.

被写体となるファントムを設計・作成する際に種々の切削・研磨機器を貸与いただき，同時に貴重なご意見をいただきました安田スプリング製作所の諸氏に感謝致します.

また，本論文を纏めるに当たり御協力いただいた小寺研究室及び津坂研究室の皆様及び諸先輩の皆様に感謝致します.

References

References

[1] 齊藤泰男;“ 256 列検出器を搭載した 4D-CT の開発 ”, 日本放射線技術学会雑誌, **58**(12), pp.1653-1658, 2002

[2] M. Endo, T. Tsunoo, S. Kandatsu, et al.; “ Four-dimensional Computed Tomography (4D-CT) -Concepts and Preliminary Development ”, *Radiation Medicine*, **21**(1), pp.17-22, 2003

[3] 厚生労働省大臣官房統計情報部; “ 社会医療診療行為別調査 ”, 厚生統計協会, 東京

[4] 辻岡勝美; “ X 線 CT 装置の機器工学 (4) -マルチスライス CT の開発- ”, 日本放射線技術学会誌, **58**(1), pp.651-657, 2002

[5] 古林 徹; “ 加速器を用いた次世代中性子捕捉療法照射システム ”, 日本医学物理学会報文集, **23**(1), pp.25-54, 2003

[6] 辻井博彦 編; “ 重粒子線治療の基礎と臨床”, 医療科学社, 東京, 2000

[7] University of Iowa Hospitals and Clinics Medical Museum ウェブページ, http://www.uihealthcare.com/depts/medmuseum/index.html

[8] Philips Medical Systems ウェブページ, http://www.medical.philips.com/main/products/xray/products/radiography/

[9] グレン F. ノル 著, 木村逸郎, 阪井英次 訳; “ 放射線計測ハンドブック 第 3 版 ”, 日刊工業新聞社, 東京, 2001

[10] 辻岡勝美，井田義宏;“ CT 検査の実際 (1) -スキャンパラメータの設定- ”, 日本放射線技術学会雑誌，**58**(11)，pp.1456-1460, 2002

[11] A. B. d. Gonzalez and S. Darby;“ Risk of cancer from diagnostic X-rays: estimates for the UK and 14 other countries ”, *Lancet*, **363**, pp.345-351, 2004

[12] 片田和広;“ CT 被曝の社会的要因 ”, 日本放射線技術学会雑誌，**62**(5)，pp.649-656, 2006

[13] 日本医学放射線学会;“ ”診断用 X 線による発がんリスク”の論文に関するコメント ”, 日本医学放射線学会雑誌, **64**(1), 2004

[14] 日本放射線技術学会;“ LANCET 論文に関する一連のマスコミ報道について ”, 日本放射線技術学会雑誌, **60**(3), p.　, 2004

[15] 松村禎久，田中淳司，粟井一夫 他;“ X 線 CT 検査における検査の適正化 -根拠のあるガイドライン作成に向けて- ”, 日本放射線技術学会雑誌，**61**(10)，pp.1373-1391, 2005

[16] 東村享治;“ エビデンスに基づく CT 撮影技術 ”, 日本放射線技術学会雑誌，**61**(7), pp.951-958, 2005

[17] 東芝メディカルシステムズ 株式会社 ウェブページ, http://www.toshiba-medical.co.jp/

[18] 株式会社 ケイ・ジー・ティー ウェブページ, http://www.kgt.co.jp/

[19] CT 用自動露出機構 (CT-AEC) の性能評価斑, “ CT 用自動露出機構 (CT-AEC) の性能評価班報告書 ”，日本放射線技術学会雑誌，**61**(8)，pp.1094-1104，2005

[20] 佐々木忠司, 羽成孝夫, 佐々木真理 他;“ CT 灌流画像における量子ノイズ除去フィルタを用いた被曝線量低減の検討 ”, 日本放射線技術学会雑誌, **60**(12), pp.1688-1693, 2004

[21] J. Radon;“ Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfälligkeiten ”, *Ber. Verh. Säcks. Akad.*, **69**, pp.262-277, 1917

[22] 舘野之男;“ X 線の医学利用 100 年と今後 ”, 日本医用画像工学会, **13**(4), pp.337-342, 1995

[23] 社団法人 日本画像医療システム工業会 医用画像電子博物館 ウェブページ, http://www.jira-net.or.jp/vm/

[24] 辻岡勝美;“ X 線 CT 装置の歴史 -過去, 現在, そして未来- ”, 日本放射線技術学会雑誌, **58**(1), pp.67-71, 2002

[25] 株式会社 日立メディコ ウェブページ, http://www.hitachi-medical.co.jp/

[26] 株式会社 テクノリサーチ研究所;“ 高速コーンビーム 3 次元 X 線 CT 周辺動向調査 ”, pp.1-65, 2004

[27] 中島康雄, 今村惠子, 木場律子 他;“ 日本国内における CT 設置施設と放射線科専門医の勤務状況について ”, 日本医学放射線学会雑誌, **65**(2), pp.142-147, 2005

[28] 辻岡勝美;“ X 線 CT 装置の機器工学 (1) -X 線の発生と検出- ”, 日本放射線技術学会雑誌, 58(2), pp.262-266, 2002

[29] D. L. Donoho; “ Nonlinear Wavelet Methods for Recovery of Signals, Densities, and Spectra from Indirect and Noisy Data ”, *Proceeding of Symposia in Applied Mathematics*, **47**, pp.173-205, 1993

[30] D. L. Donoho and I. M. Johnstone; “ Adapting to unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage ”, *J. Am. Stat. Assoc.*, **90**(432), pp.1200-1224, 1995

[31] D. L. Donoho; “ De-Noising by Soft-Thresholding ”, *IEEE Transaction on Information Theory*, **41**(3), pp.613-627, 1995

[32] J. Qian; “ Denoising by Wavelet Transform ”, http://www.ruf.rice.edu/

[33] 蘆田 宏;“ ガボール視覚刺激と空間定位 ”, *Vision*, **18**(1), pp.23-27, 2006

[34] チャールズ K. チュウイ 著, 桜井 明, 新井 勉 訳; “ ウェーブレット入門 ”, 東京電機大学出版局, 東京, 1993

[35] 新井康平; “ ウェーブレット解析の基礎理論 ”, 森北出版, 東京, 2000

[36] 榊原 進; “ ウェーヴレットビギナーズガイド”, 東京電機大学出版局, 東京, 2001

[37] W. X. Yang and X. M. Ren; “ Detecting Impulses in Mechanical Signals by Wavelets ”, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, **2004**(8), pp.1156-1162, 2004

[38] 中森伸行; ”画像のウェーブレット解析”, *INNERVISION*, **16**(2), pp.62-69, 2001

[39] A. Laine, J. Fan and S. Schuler; “ A framework for contrast enhancement by dyadic wavelet analysis ”, *Proceedings of the 2nd International Workshop on Digital Mammography*, pp.91-100, 1994

[40] E. Reiter; “ Wavelet compression of medical imagery ”, *Telemedicine Journal*, **2**(2), pp.131-137, 1996

[41] Y. Uchiyama and K. Yamamoto; “ Enhancement of Fine Structure in Medical Image Using Wavelet Analysis ”, *Journal of Computer Aided Diagnosis of Medical Images*, **2**(1), pp.1-6, 1998

[42] M. D. Harpen; “ A computer simulation of wavelet noise reduction in computed tomography ”, *Med. Phys.*, **26**(8), pp.1600-1606, 1999

[43] P. E. Tikkanen; “ Nonlinear wavelet and wavelet packet denoising of electrocardiogram signal ”, *Biological Cybernetics*, **80**(4), pp.259-267, 1999

[44] S. G. Chang, B. Yu and M. Vetterli; “ Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression ”, *IEEE Transaction on Image Processing*, **9**(9), pp.1532-1546, 2000

[45] O. Petrascu, A. Bel, N. Linthout, et al.; “ Automatic on-line electronic portal image analysis with a wavelet-based edge detector ”, *Med. Phys.*, **27**(2), pp.321-329, 2000

[46] V. Cherkassky and S. Kilts; “ Myopotential denoising of ECG signals using wavelet thresholding methods ”, *Neural Networks*, **14**(8), pp.1129-1137, 2001

[47] H. Kubota, Y. Yamazaki, M. Shinohara, et al.; “ Wavelet de-noising for digital chest radiographs -Thresholding by Generalized Cross Validation- ”, *Jpn. J. Med. Phys. Suppl.*, **22**(2), pp.188-191, 2002

[48] N. Nakamori, Y.-Q. Yang and T. Tsunoo; “ Effectiveness of wavelet analysis to reduce the patient’s dose for CT images ”, *Jpn. J. Med. Phys. Suppl.*, **23**(3), pp.248-251, 2003

[49] H. Fang and D. Huang; “ Lidar signal de-noising based on wavelet trimmed thresholding technique ”, *Chinese Optics Letters*, **2**(1), pp.1-3, 2004

[50] N. Yasuda, S. Abe, K. Nishimura, et al.; “ Noise reduction in heavy ion CT using wavelet shrinkage ”, *Jpn. J. Med. Phys. Suppl.*, **24**(2), pp.43-44, 2004

[51] N. Yasuda, Y. Ishikawa and Y. Kodera; “ Improvement of Image Quality in Chest MDCT Using Nonlinear Wavelet Shrinkage with Trimmed-thresholding ”, *Jpn. J. Radiol. Technol.*, **61**(12), pp.1599-1608, 2005

[52] I. Daubechies; “ Orthogonal bases of compactly supported wavelets ”, *Comm. Pure & Appl. Math.*, **41**, pp.909-996, 1988

[53] 新島耕一; “ ウェーブレット画像解析”, 科学技術出版, 2000

[54] 李 鎔範, 蔡 篤儀, 井開章博; “ MTF の概念に基づく基礎的なウェーブレット画像圧縮パラメータの決定法 ”, *Med. Imag. Tech.*, **23**(4), pp.239-243, 2005

[55] 中森伸行, 楊 義強, 吉田靖夫; “ CT 画像のノイズ除去と被曝線量の低減 ”, 第 82 回日本医学物理学会大会報文集, **21**(3), pp.170-172, 2001

[56] 中森伸行, 楊 義強, 角尾卓紀, 遠藤真広; “ 低線量撮影 CT 像のノイズ除去のウェーブレット処理の有用性 ”, 第 86 回日本医学物理学会報文集, **23**(3), pp.248-251, 2003

[57] D. L. Donoho and I. M. Johnstone; “ Ideal Spatial Adaption by Wavelet Shrinkage ”, *Biometrika*, **81**, pp.425-455, 1994

[58] M. Jansen, M. Malfait and A. Bultheel; “ Generalized Cross-Validation for Wavelet Thresholding ”, *Signal Processing*, **56**, pp.33-44, 1997

[59] 辻岡勝美; “ X 線 CT 装置の機器工学 (2) -画像再構成と画像表示- ”日本放射線技術学会雑誌，**58**(3)，pp.355-359，2002

[60] 藤田晃史，今井靖浩，沈 雲，木根淵裕子，山本和香子，林 高樹，久保田勇人，大渕真男，本田 実，杉本英治; “ 異なる再構成関数および新しい再構成アルゴリズムを用いた超低線量胸部 MDCT 画像の検討 ”，日本医放会誌，**63**(9)，pp.58-60，2003

[61] R. C. Gonzalez and R. E. Woods; ”Digital Image Processing Second Edition”, Prentice-Hall, New Jersey, 2002

[62] T. Klinger; ”Image Processing with LabVIEW and IMAQ Vision”, Pearson Education, New Jersey, 2003

[63] S. Mallat and S. Zhong; ”Characterization of Signals from Multiscale Edges”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **14**(7), pp.710-732, 1992

[64] 原 孝則，加藤秀記，秋山充年，村田勝俊; “ multi-slice CT(MSCT) における面内空間分解能の基礎的検討 ”，日本放射線技術学会，**58**(4)，pp.473-478，2002

本論文に関連する研究業績一覧

本論文に関連する研究業績一覧

本論文に関わって公表された論文，研究ノート，報告書及び学会等での発表

論文，Proceedings

・Naruomi Yasuda, Yoko Ishikawa, Yoshie Kodera; “ Improvement of edge response in multi-detector row CT by high-spatial-frequency sampling of projection data ”, *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery*, 2007 (in press)

・Naruomi Yasuda, Yoko Ishikawa, Yoshie Kodera; “ Enhancement of Edge Response in Same Matrix Size of X-ray CT Image without Special Image Processing ”, *Proceedings of The International Society for Optical Engineering*, 2007 (in press)

・安田成臣, 石川陽子, 小寺吉衛; “ マルチスライス CT における雑音低減のための高周波数サンプリングによるデータ収集 ”, 第 25 回日本医用画像工学会大会予稿集, [CD-ROM] ISSN 0288-450X, 2006

・Naruomi Yasuda, Yoko Ishikawa, Yoshie Kodera; “ Improvement of Image Quality in MDCT by High-Frequency Sampling of *x*-, *y*- and *z*-Direction ”, *Proceedings of The International Society for Optical Engineering*, **6144**, pp.61446C-1-8, 2006

・Naruomi Yasuda, Yoko Ishikawa, Yoshie Kodera; “ Improvement of Image Quality in Chest MDCT Using Nonlinear Wavelet Shrinkage with Trimmed-Thresholding ”, *Jpn. J. Radiol. Technol.*, **61**(12), pp.1599-1608, 2005

・Yoko Ishikawa, Naruomi Yasuda and Yoshie Kodera; “ Examination of Threshold Value

in Wavelet Noise Processing for Chest X-ray CT Image ”, *The 4th Japan-Korea Joint Meeting on Medical Physics and The 5th Asia-Oceania Congress of Medical Physics*, **25**(3-1), pp.236-239, 2005

・安田成臣, 小寺吉衛;“ X 線 CT 画像の Wavelet Denoising における母関数の選択 ”, 第 24 回日本医用画像工学会大会予稿集, [CD-ROM] ISSN 0288-450X, 2005

・N. Yasuda, S. Abe, K. Nishimura, H. Sato, H. Muraishi, K. Yokoyama, T. Tomida, T. Inada, K. Yusa, T. Kanai, K. Kawachi, Y. Kodera; “ Noise Reduction in Heavy Ion Computed Tomography Using Wavelet Shrinkage Method ”, *IFMBE Proceedings*, **8**, [CD-ROM] ISBN 4-9902516-0-1, 2005

・安田成臣, 小寺吉衛;“ ウェーブレット縮退によるノイズ低減におけるコンパクトサポートを有する直交ウェーブレット関数系 ”, 第 88 回日本医学物理学会大会報文集, pp.312-315, 2004 [*Jpn. J. Med. Phys.*, **24**(Suppl.3)]

・横山健一, 阿部慎司, 西村克之, 佐藤 斉, 安田成臣, 富田哲也, 村石 浩, 河野良介, 金井達明, 稲田哲雄;“ ウェーブレット縮退を用いた高速重イオン線 CT におけるノイズ低減 ”, 第 88 回日本医学物理学会大会報文集, pp.316-319, 2004 [*Jpn. J. Med. Phys.*, **24**(Suppl.3)]

・Naruomi Yasuda, Shinji Abe, Katsuyuki Nishimura, Hitoshi Sato, Kenichi Yokoyama, Tetsuya Tomida, Hiroshi Muraishi, Tetsuo Inada, Ryosuke Kohno, Tatsuaki Kanai, Kiyomitsu Kawachi;“ Noise reduction in heavy ion CT using wavelet shrinkage ”, *Jpn. J. Med. Phys*. **24**(Suppl.2), pp.43-44, 2004

・Yasuda N, Abe S, Nishimura K, Sato H, Tomida T, Muraishi H, Kanai T, Tazawa S, Kawachi K; “ Comparison of Wavelet Shrinkage and Fourier Noise Reductions in Heavy Ion Computed Tomography ”, *Proceedings of the World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering*, [CD-ROM] ISBN 1877040142, 2003

学会報告

国際報告

- Naruomi Yasuda, Yoko Ishikawa, Yoshie Kodera; “ Enhancement of Edge Response in Same Matrix Size of X-ray CT Image without Special Image Processing ”, *The International Society for Optical Engineering* (San Diego, California USA), Feb. 17-22, 2007 (accepted)

- Yoko Ishikawa, Naruomi Yasuda and Yoshie Kodera;“ Examinationof the Decomposition level and Threshold Value in NonlinearWavelet Noise Processing for X-ray CT Image ”, *RSNA 92nd Scientific Assembly and Annual Meeting* (Chicago, USA), Nov. 26-Dec. 1, 2006

- Naruomi Yasuda, Yoko Ishikawa, Yoshie Kodera;“ High-Frequency Data Sampling Technique in MDCT for Improvement of Image Quality ”, *European Congress of Radiology* (Vienna, Austria), Mar. 3-7, 2006

- Naruomi Yasuda, Yoko Ishikawa, Yoshie Kodera; “ Improvement of Image Quality in MDCT by High-Frequency Sampling of *x*-, *y*- and *z*-Direction ”, *The International Society for Optical Engineering* (California, USA), Feb. 11-16, 2006

- Yoko Ishikawa, Naruomi Yasuda and Yoshie Kodera; “ Examination of Threshold Value in Wavelet Noise Processing for Chest X-ray CT Image ”, *The 4th Japan-Korea Joint Meeting on Medical Physics and The 5th Asia-Oceania Congress of Medical Physics* (Kyoto, Japan), Sep. 29-Oct. 1, 2005

- N. Yasuda, S. Abe, K. Nishimura, H. Sato, H. Muraishi, K. Yokoyama, T. Tomida, T. Inada, K. Yusa, T. Kanai, K. Kawachi, Y. Kodera; “ Noise Reduction in Heavy Ion Computed Tomography Using Wavelet Shrinkage Method ”, *6th Asian-Pacific Conference on Medical and Biological Engineering* (Tsukuba, Japan), Apr. 24-27, 2005

・N.Yasuda, S.Abe, K.Nishimura, H.Sato, T.Tomida, H.Muraishi, R.Kohno, T.Kanai, S.Tazawa and K.Kawachi; “ Comparison of Wavelet Shrinkage and Fourier Noise Reductions in Heavy Ion Computed Tomography ”, *World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering* (Sydney, Australia), August, 2003

・Yasuda N., Abe S., Nishimura K., Tomita T., Sato H., Muraishi H., Kanzaki T., Inada T., Fujisaki T., Yusa K., Kanai T., Tazawa S.; “ The noise power spectrum in heavy ion CT based on measurement of residual range distribution ”, *The 3rd Korea-Japan Joint Meeting on Medical Physics and Second Asia Oceania Congress of Medical Physics* (Gyeongju, Korea), Sep. 26-28, 2002

国内報告

・安田成臣，石川陽子，小寺吉衛; “ X 線 CT 画像のウェーブレット縮退を用いたノイズ低減処理におけるノイズ分布を考慮した縮退関数の設計 ”，第 63 回日本放射線技術学会総会学術大会 (横浜)，2007 年 4 月 (accepted)

・安田成臣, 石川陽子, 小寺吉衛; “ X 線 CT における高空間周波数サンプリングを用いた投影データの収集に伴うエッジレスポンスの改善 ”, 第 34 回日本放射線技術学会秋季学術大会 (札幌), 2006 年 10 月

・石川陽子, 安田成臣, 小寺吉衛; “ ウェーブレット変換を用いた量子ノイズ低減化フィルタによる X 線 CT 画像のノイズ低減 ”, 第 34 回日本放射線技術学会秋季学術大会 (札幌), 2006 年 10 月

・安田成臣, 石川陽子, 小寺吉衛; “ マルチスライス CT における雑音低減のための高周波数サンプリングによるデータ収集 ”, 第 25 回日本医用画像工学会大会 (京都), 2006 年 7 月

・安田成臣, 石川陽子, 小寺吉衛; “ 高周波数サンプリングによる MDCT のデータ収集 ”, 第 62 回日本放射線技術学会総会学術大会 (横浜), 2006 年 4 月

・石川陽子, 安田成臣, 小寺吉衛; “ X 線 CT 画像のウェーブレットノイズ低減における分解レベルの検討 ”, 第 62 回日本放射線技術学会総会学術大会 (横浜), 2006 年 4 月

・石川陽子, 安田成臣, 小寺吉衛; “ X 線 CT 画像のウェーブレットノイズ低減における閾値の検討 ”, 第 40 回中部部会学術大会 (岐阜), 2005 年 11 月

・石川陽子, 安田成臣, 小寺吉衛; “ 胸部 X 線 CT 画像のウェーブレットノイズ低減における閾値の検討 ”, 日本放射線技術学会第 33 回秋季学術大会 (鹿児島), 2005 年 10 月

・安田成臣, 小寺吉衛; “ X 線 CT 画像の Wavelet Denoising における母関数の選択 ”, 第 24 回日本医用画像工学会大会 (東京), 2005 年 7 月

・安田成臣, 石川陽子, 小寺吉衛; “ X 線 CT のウェーブレット denoising における Qian Thresholding ”, 医用画像情報学会第 142 回大会 (岐阜), 2005 年 6 月

・安田成臣, 小寺吉衛; “ Wavelet shrinkage denoising における直交ウェーブレット関数系 ”, 第 61 回日本放射線技術学会総会学術大会 (横浜), 2005 年 4 月

・安田成臣, 阿部慎司, 西村克之, 佐藤 斉, 横山健一, 村石 浩, 小寺吉衛; “ 非線形ウェーブレット縮退による重イオン線 CT のノイズ低減 ”, 第 32 回日本放射線技術学会秋季学術大会 (大阪), 2004 年 10 月

・安田成臣, 小寺吉衛; “ ウェーブレット縮退によるノイズ低減におけるコンパクトサポートを有する直交ウェーブレット関数系 ”, 日本医学物理学会第 88 会大会 (広島), 2004 年 10 月

・横山健一, 阿部慎司, 西村克之, 佐藤 斉, 安田成臣, 富田哲也, 村石 浩, 河野良介, 金井達明, 稲田哲雄; “ ウェーブレット縮退を用いた高速重イオン線 CT におけるノイズ低減 ”, 日本医学物理学会第 88 会大会 (広島), 2004 年 10 月

・Naruomi Yasuda, Shinji Abe, Katsuyuki Nishimura, Hitoshi Sato, Kenichi Yokoyama, Tetsuya Tomida, Hiroshi Muraishi, Tetsuo Inada, Ryosuke Kohono, Tatsuaki Kanai, Kiyomitsu

Kawachi;“ Noise reduction in heavy ion CT using wavelet shrinkage ”, 日本医学物理学会第 87 回大会 (横浜), 2004 年 4 月

索引

索引

A

area of interest: AOI, AoI 43

B

band-pass filter: BPF 101

boron neutron capture therapy: BNCT . 26

C

Coiflets ウェーブレット 42, 57, 62

computed tomography automatic exposure control: CT-AEC 32

computed tomography: CT 23

cos 関数 154

CT 値 78

D

data acquisition system: DAS 23

Daubechies ウェーブレット . . . 42, 57, 62

Daubechies' least asymmetric wavelet . 62

discrete cosine transform: DCT 54

G

generalized cross-validation: GCV 96

H

hard thresholding 42, 72

high-cut filter: HCF 40

high-pass filter: HPF 101

Hounsfield unit: H.U.,HU 78

I

isotropic voxel 31

J

joint photographic experts group: JPEG 54

JPEG-2000 54

L

LINAC 26

linear non-threshold model: LNT model . . 94

low-pass filter: LPF 40

M

magnetic resonance imaging: MRI 23

modulation transfer function: MTF 68

multi-detector row CT: MDCT 23

multi-slice CT: MSCT 23

multiplanar reconstruction: MPR 31

N

National Institute of Radiological Sciences: NIRS 23

New Energy and Industrial Technology Development Organization: NEDO . . 23

P

positron emission CT: PET 26

Q

Qian thresholding 42, 74

R

J.Radon の再構成理論 34
region of interest: ROI, RoI 43

S

S/N 29
signal-to-noise ratio: SNR 29
sinc 関数 155
single photon emission CT: SPECT . . . 26
soft thresholding 42, 72
Symlets ウェーブレット 42, 57, 62

T

trimmed thresholding 42, 74

W

wavelet transform modulus maxima: WTMM 95
Wilhelm Conrad Röntgen 26
window width: WW 163

あ

アイソトロピックボクセル 31
アドミッシブル条件 48
アナライジングウェーブレット . . 20, 47

い

閾値 20
位置依存性 95
一様重み移動平均フィルタ 40, 132
一般化ガウス関数 78
移動平均フィルタ 132
医用 X 線 CT 系 34
医用画像検査 23
医用放射線画像診断 26

う

ウィンドウ幅 163
ウェーブレット 47, 49
ウェーブレット空間 47
ウェーブレット係数 65
ウェーブレット縮退 42, 54
ウェーブレット成分 52
ウェーブレット展開係数 42
ウェーブレットドメイン 42
ウェーブレット変換 42, 47
ウェーブレット変換最大係数法 95
ウェーブレット母関数 20, 47
ウェーブレット娘関数 48
ウェーブレット領域 42, 52

打ち切りアーチファクト 90, 163

え

X 線コンピュータ断層撮像 23
X 線 CT 23
エッジ応答 24
エッジ保存フィルタ 145
エッジレスポンス 24
エビデンス 29

か

カーディナルサイン関数 155
カーネルウィンドウ 132
解像度レベル 49
ガウシアン 18, 44
ガウス関数 44
拡大縮小パラメータ 16, 48
確率質量関数 28
加算平均処理 111
画像再構成関数 23, 101
画像再構成フィルタ 24, 101
画素値 67
カットオフ周波数 20, 160
カバレージ 37
ガボール変換 44
関心領域 43
完全縮退 62

き

基底関数 42
逆ウェーブレット変換 49
逆フーリエ変換 152
逆ラドン変換 36
逆離散フーリエ変換 153
許容条件 48
近似係数 16
近似成分 52, 65

く

空間依存性 95
空間-周波数解析 44
空間周波数処理 40
空間処理 40
空間-スケール解析 47
空間-スケール処理 40, 43
空間-スケール領域 42
矩形波関数 154

こ

高域遮断フィルタ 40
高域通過フィルタ 101
高空間周波数サンプリング 105
高速フーリエ変換 153
根拠に基づく CT 撮像 29
コンスタント Q 解析 46
コンパクトサポート 44, 48

コンベンショナルCT 39

さ

雑音 39
サポート 44
サンプリング間隔 112

し

時間-周波数解析 44
時間-スケール解析 47
時間-スケール処理 40, 43
時間-スケール領域 47
閾値関数 42
磁気共鳴撮像 23
実空間処理 40
シフト 16, 48
シフトパラメータ 48
遮断周波数 20
重イオン線治療 26
周波数処理 40
重粒子線治療 26
縮退アーチファクト 62
縮退関数 42
詳細化ウェーブレット展開係数 65
詳細化成分 52
信号対ノイズ比 29
伸張パラメータ 16
振幅スペクトル 133

す

垂直部分画像 54
水平部分画像 54
スケーリング 48
スケーリング係数 65
スケール 16
スケールパラメータ 16, 48
スケール変換 48
ステップ関数 116
スレッシュホールド 20
スレッショルド 20

せ

正則条件 65
積分ウェーブレット変換 47
絶対可積分 151
線型閾値操作 42, 71
線型閾値無し仮説 94
線減弱係数 34
線線源 37
選択的局所平均フィルタ 145

た

台 44
帯域通過フィルタ 101
対角部分画像 54
ダイレーション 48

多検出器配列型 CT 23
多 DAS 型 CT 23
多断面再構成 31
多データ収集系 23
単光子放射型 CT 26
短時間フーリエ変換 44
単 DAS 型 CT 23

ち

中央値 140
中央値フィルタ 40, 140
直交ウェーブレット関数系 58
直交ウェーブレットファミリ 57
直交回転座標系 35
直交基底 50
直交静止座標系 35

て

低域通過フィルタ 40
定 Q 解析 46

と

投影 34, 36
投影データ 36, 103
投影データの非線型性 103
ドウターウェーブレット関数 48
等方位ボクセル 31
等方性ボクセル 31
トランケーションアーチファクト . . . 90
トランスレーション 16, 48
トランスレーションパラメータ 48

の

ノイズ 39

は

白色ノイズ 157

ひ

ピクセル値 67
非線型閾値操作 42, 71
標準偏差 29
標本化関数 155

ふ

フィッティング変数 78
フィルタ伝達関数 160
フーリエ積分 151
フーリエ展開係数 152
フーリエ変換対 152
不確定性関係 46
複素正弦波 151
符号関数 73
分解能レベル 49
分解レベル 50, 68
分散 28

へ

平滑化係数 65
平滑化成分 16, 52, 65
平滑化部分画像 54
平均値フィルタ 132
平行移動パラメータ 16
並進パラメータ 16
変調伝達関数 68

ほ

ポアソン過程 28
ポアソン分布 28
方向依存性 95
放射線画像系 28
ホウ素中性子捕捉療法 26
ホワイトノイズ 157

ま

マザーウェーブレット関数 20, 47
窓関数 44
窓フーリエ変換 43, 44
マルチスライス CT 23

め

メディアン 140
メディアンフィルタ 140

も

モスキート歪 85

よ

陽電子放射型 CT 26
4 次元撮像 23
予想分散 28

ら

ライナック 26
ラドン変換 36
ランク値フィルタ 140

り

離散ウェーブレット変換 49
離散コサイン変換 54
離散フーリエ変換 152
リニアック 26
量子ノイズ 28, 40
量子モトル 40

る

ルベーグ積分 151

れ

レギュラリティ条件 65
連続ウェーブレット変換 47
連続フーリエ変換 151

ろ

ローパスフィルタ 40, 156