

報告番号 甲第 3141 号

学 位 論 文

重いクォークの有効理論とストレンジ・ハドロン

1994年

伊藤 稔明

# 学 位 論 文

重いクォークの有効理論とストレンジ・ハドロン

1994 年

伊 藤 稔 明

名古屋大学大学院理学研究科物理学専攻

名古屋大学図書	
和	1203401

**Abstract:** 重いクォークの有効理論 (Heavy Quark Effective Theory) は、重いクォークの質量を無限大としたときに現れるスピン・フレーバー対称性に基づく QCD の有効理論である。この有効理論は b あるいは c クォークを含んだハドロンの現象論的解析に大きな威力を発揮してきた。特に、セミ・レプトニック崩壊  $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}_l$  のデータを用いて、小林-益川行列の要素  $|V_{cb}|$  を model-independent に決定する可能性を与え、現在の素粒子物理学の課題に対して、重要な役割を果たした。

重いクォークの有効理論には、 $\bar{\Lambda}/m_Q$  を展開パラメーターとする系統的な補正の導入が可能であり、この補正を考慮することにより、ハドロンの質量を解析することができるようになる。更にまた s クォークがこの有効理論の枠組みに入る可能性が生じる。重いクォークの有効理論に基づく質量公式を s クォークに適用することにより、基底状態のハドロンの質量を再現することができる。この質量公式は  $Q\bar{q}$  メソン、 $Qqq$  バリオンのみならず、 $QQq$  バリオンにも適用可能なものである。重いクォークの有効理論において励起状態を考察するとき、そのハドロンの「軽い自由度」のスピン・パリティを同定することが重要な課題となる。この同定は、重いクォークのスピン対称性から生じる崩壊振幅の間関係を、調べることにより可能となる。この考えを s クォークに適用することで、ストレンジ・メソンの励起状態も、「軽い自由度」のスピン・パリティで分類し得ることが明らかとなる。B メソンと D メソンのセミレプトニック崩壊についての実験データは、同一の形状因子を用いて再現される。これらの現象論的考察からは、s クォークへの重いクォークの有効理論の適用の正当性が示唆される。更に、このセミレプトニック崩壊の実験データを用いて、展開パラメーター  $\bar{\Lambda}$  が s、c、b クォークのフレーバーに依存しない量であることが示され、重いクォークの有効理論の s クォークへの適用可能性が検証される。

重いクォークの有効理論を  $s$  クォークに適用し、その有効性を確立したことは重いクォークの有効理論の発展であり、更に  $1/m_Q$  補正の効果を知る上で重要な示唆を与えるものである。

# 目次

<b>1</b>	<b>序論</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>重いクォークの有効理論</b>	<b>9</b>
2.1	重いクォークに関する QCD の有効 Lagrangian . . . . .	9
2.2	フレーバー・スピン対称性と伝播関数・頂点 . . . . .	12
2.3	フレーバー・スピン対称性 . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Heavy Hadron の 質量準位</b>	<b>17</b>
3.1	重いクォークの対称性に基づく質量公式 . . . . .	17
3.2	基底状態のハドロン質量 . . . . .	19
3.3	励起状態のメソン . . . . .	24
<b>4</b>	<b>強い相互作用による励起状態の崩壊</b>	<b>26</b>
4.1	崩壊振幅の比 . . . . .	26
4.2	$K^{**}$ 、 $D^{**}$ 崩壊 . . . . .	28
<b>5</b>	<b>セミレプトニック崩壊</b>	<b>32</b>
5.1	形状因子 . . . . .	32
5.2	$B \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu}_l$ 及び $D \rightarrow K^{(*)} \bar{l} \nu_l$ . . . . .	35

5.3 重いバリオンのセミレプトニック崩壊 . . . . .	39
6 有効理論適用可能性の検証	41
7 まとめと検討	44
A $D_1(2420)$ の同定について	47
B セミレプトニック崩壊の形状因子	50

# Chapter 1

## 序論

1970年代、QCDは強い相互作用を記述するゲージ理論として確立した。特に漸近的自由性の発見は、高エネルギー領域におけるハドロンの諸現象の解析に重要な役割を果たした。ところが、低エネルギー領域では摂動的手法を用いることが不可能なため、QCD Lagrangian から直接ハドロンの諸現象を解析することができない。そこで、QCD に存在する対称性を用いた有効理論が重要な役割をはたしてきた。軽いクォークに関するカイラル対称性に基づく  $\sigma$  模型などはその例である。

そして近年、重いクォークを含むハドロン系に関して、重いクォークの対称性に基づく有効理論が確立し、急速な発展を遂げている [1,2,3,4,5]。一般に幾つかのクォークの質量  $m_Q$  が QCD の典型的なエネルギー・スケール  $\Lambda_{\text{QCD}}$  ( $\Lambda_{\text{QCD}} \cong 100 \sim 300 \text{MeV}$ ) より大きくなり、 $\Lambda_{\text{QCD}}/m_Q = 0$  ( $m_Q \rightarrow \infty$ ) がよい近似で成立するようになると、QCD Lagrangian は、それらのクォークに関するフレーバーとスピンの対称性を持つ。こうした重いクォークの対称性に基づく QCD の有効理論を、「重いクォークの有効理論 (Heavy Quark Effective Theory)」と呼んでいる。

現実に存在する3世代6つのクォークのうち、 $\Lambda_{\text{QCD}}/m_Q = 0$  がよい近似で成立すると考えられるクォークは、c、b、t の3つのクォークである。この中で、t

クォークはあまりにも重く、弱い相互作用による崩壊  $t \rightarrow b + W^+$  により、ハドロンを形成する前に崩壊すると考えられているので、この有効理論の枠組みに入っていない [6]。したがって、重いクォークの有効理論が主に扱うのは  $b, c$  クォークとなる。

この有効理論が、その威力を発揮するのは、1つの重いクォークを含むハドロン系の諸現象の解析である。その中でも特に、弱い相互作用によるセミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu}_l$  の解析には大きな威力が示される。このセミレプトニック崩壊の遷移行列要素には、QCD の非摂動的な効果による6つの独立な形状因子が存在する。通常、これらの形状因子の間関係を導くには何らかのモデルの導入が不可避であった。しかし、重いクォークの有効理論によると、6つの形状因子は唯一の統一関数で記述できる [1]。更に、この統一関数の規格化条件から、セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu}_l$  の実験データを用いて、小林-益川行列 [7] の要素  $|V_{cb}|$  をモデルに依存せずに決定することができる [8]。小林-益川行列要素の決定という現在の素粒子物理学の重要な課題に対して、重いクォークの有効理論は大きな役割を果たしている。

現実に存在するクォークの質量はもちろん無限大ではない。そのため、現象を詳細に解析するためには、クォーク質量が有限であることから生じる対称性の極限からの補正が必要である。重いクォークの有効理論では  $\bar{\Lambda}/m_Q$  を展開パラメータとした系統的な補正項の導入が可能である ( $\bar{\Lambda}$  は  $\Lambda_{\text{QCD}}$  オーダーのパラメータ) [9]。  $1/m_Q$  補正の導入によって、重いクォークを含むハドロンの質量を、重いクォークの有効理論の中で扱うことができるようになる [10]。対称性の極限においては、 $B$  メソンと  $B^*$  メソン、あるいは、 $D$  メソンと  $D^*$  メソンは縮退する。この縮退を解く効果は  $1/m_Q$  補正によって生じる。

$\mathcal{O}(1/m_Q)$  補正の導入により、重いクォークの有効理論の適用可能領域に新たな



可能性が生まれてくる。s クォークの場合、 $\bar{\Lambda}/m_s \ll 1$  とおくことはかなり粗い近似となるが、補正項を考慮することで、このクォークを重いクォークの有効理論の枠組みの中で扱い得る可能性が生じる。この場合 s クォークの質量として構成子クォーク質量を用いる。通例 u、d クォークと共に軽いクォークのメンバーとされる s クォークを重いクォークのメンバーとして仮定することは、乱暴な仮定と考えられるかもしれない。しかし、これまでの幾つかの研究で s クォークを重いクォークとして、有効理論から実験と合致する多くの合理的な結果が得られていることも事実である [11,12,13,14,15,16]。本論文は s クォークを重いクォークと仮定し、重いクォークの有効理論を適用して、様々な現象を考察する中でこの仮定の是非を検証する。

本論文の構成は以下の通りである。第二章では、重いクォークの対称性の概要を述べる。ここで、重いクォークを含むハドロンを分類する量子数として、「軽い自由度」(軽いクォークやグルーオンなどハドロンを構成する重いクォーク以外の部分)のスピンのパリティ  $s_\ell^P$  を用いることが妥当であることが示される。第三章では、重いクォークを含むハドロンの質量準位を考察する。ここでは、重いクォークの対称性に基づく質量公式を提案し、その公式が既知のハドロンの質量を基本的に再現できることを示す。質量公式を  $Q\bar{q}$  メソン、 $Qqq$  バリオンのみならず、 $QQq$  バリオンにも適用し、その有効性を示す。更に、P 波メソンに関する考察も行なう。P 波メソンを考察する際には、それらのメソンの「軽い自由度」のスピンのパリティを同定することが重要な課題となる。第四章では、重いクォークを含むハドロンの励起状態の強い相互作用による崩壊の特性を用いて、s クォークを含む軸性ベクトル・メソン ( $J^P = 1^+$  メソン) の  $s_\ell^P$  の同定を行なう。第五章では、弱い相互作用によるセミレプトニック崩壊 ( $B \rightarrow D\ell\bar{\nu}_\ell$  と  $B \rightarrow D^*\ell\bar{\nu}_\ell$ 、 $D \rightarrow K\ell\nu_\ell$  と  $D \rightarrow K^*\ell\nu_\ell$ ) を考察する。これらのセミレプトニック崩壊の実験値が、統一した

形状因子で再現され得ることを示す。第六章では、 $s$  クォークを重いクォークとする仮定をいかに検証するかについて考察する。まとめと検討は第七章に与える。また、本文の補足説明や本文に関連する計算を Appendix に掲載した。

# Chapter 2

## 重いクォークの有効理論

### 2.1 重いクォークに関する QCD の有効 Lagrangian

重いクォークを含むハドロンは、強い相互作用によって重いクォーク、軽いクォーク（海クォークを含む）、グルーオンが束縛状態を構成している系である。低エネルギー領域において、軽いクォークやグルーオンのエネルギーは、重いクォークの質量  $m_Q$  に比べて充分小さい。重いクォークがグルーオンとの相互作用のもとで運動すると、その運動量は、

$$p^\mu = m_Q v^\mu + k^\mu \quad (2.1)$$

となる。ここで  $v^\mu$  は4元速度 ( $v^2 = 1$ )、 $k^\mu$  はグルーオンとの相互作用によって生じる「運動量のゆらぎ」である<sup>†</sup>。ソフト・グルーオンのみを考えるならば、 $k^\mu$

---

<sup>†</sup>ここで、計量  $g^{\mu\nu}$  は

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

の大きさは  $\Lambda_{\text{QCD}}$  のオーダーであり、重いクォークの質量に比べて充分小さい。したがって、重いクォークの極限  $\Lambda_{\text{QCD}}/m_Q \rightarrow 0$  をとれば、重いクォークの4元速度は強い相互作用のもので不変となる。こうしたことから、重いクォークの有効理論では重いクォークの状態を記述するのに、運動量の代わりに速度を用いる。重いクォークの極限では、速度の異なるクォークは混合することはない (velocity superselection rule)[17]。

重いクォークに関する QCD Lagrangian は

$$\mathcal{L} = \bar{Q}(i\not{D} - m_Q)Q. \quad (2.2)$$

ここで、共変微分  $D_\mu = \partial_\mu + ig_s A_\mu^a T^a$  である。 $g_s$ 、 $A_\mu^a$ 、 $T^a$  は、それぞれ結合定数、グルーオン場、SU(3) 生成子である。重いクォーク  $Q$  の質量に依存する部分を分離して、

$$Q = e^{-im_Q v \cdot x} \hat{Q} \quad (2.3)$$

とおく。この  $\hat{Q}$  を用いて、

$$h_v^Q = \frac{1}{2}(1 + \not{v})\hat{Q}, \quad (2.4)$$

$$\chi_v^Q = \frac{1}{2}(1 - \not{v})\hat{Q}, \quad (2.5)$$

を定義すると、この  $h_v^Q$  と  $\chi_v^Q$  は  $\not{v}$  の固有状態を示し、

$$\not{v}h_v^Q = h_v^Q, \quad (2.6)$$

$$\not{v}\chi_v^Q = -\chi_v^Q \quad (2.7)$$

である。

重いクォークに関する QCD の有効 Lagrangian を導くために、まず、 $h_v^Q$  と  $\chi_v^Q$  の関係を求める。Lagrangian (2.2) に (2.3) を代入すると有効 Lagrangian は、

$$\mathcal{L} = \bar{Q} \left[ m_Q (\not{v} - 1) + i\not{D} \right] \hat{Q} \quad (2.8)$$

となり、 $\hat{Q}$  に対する運動方程式

$$\left[ m_Q (\not{v} - 1) + i\not{D} \right] \hat{Q} = 0 \quad (2.9)$$

が得られる。これに  $(1 \pm \not{v})/2$  を乗じると、

$$iv \cdot Dh_v^Q = -\frac{1+\not{v}}{2} i \not{D} \chi_v^Q, \quad (2.10)$$

$$i \frac{1-\not{v}}{2} \not{D} h_v^Q = iv \cdot D \chi_v^Q + 2m_Q \chi_v^Q \quad (2.11)$$

が得られる。これより、

$$\chi_v^Q = \frac{1}{2m_Q} i \not{D} h_v^Q + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m_Q^2}\right) \quad (2.12)$$

が導かれる。 $\chi_v^Q$  は重いクォーク  $Q$  の small 成分であって、 $h_v^Q$  は重いクォークの on-shell 部であり、 $\chi_v^Q$  は重いクォークが on-shell からずれていることから生じるものであることが解る。

以上のことから、有効 Lagrangian は  $\mathcal{O}(1/m_Q)$  までとると [9]、

$$\mathcal{L}_{\text{HQET}} = \left( \bar{h}_v^Q - \frac{1}{2m_Q} \bar{h}_v^Q \not{D} \right) \left[ m_Q (\not{v} - 1) + i \not{D} \right] \left( h_v^Q + \frac{1}{2m_Q} \not{D} h_v^Q \right), \quad (2.13)$$

$$= \bar{h}_v^Q iv \cdot Dh_v^Q + \frac{1}{2m_Q} \bar{h}_v^Q \left[ (iD)^2 + \frac{1}{2} g_s \sigma^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \right] h_v^Q \quad (2.14)$$

となる。 $G_{\mu\nu}$  はグルーオン場の強さである。ここで、

$$\mathcal{L}_0 = \bar{h}_v^Q iv \cdot Dh_v^Q, \quad (2.15)$$

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2m_Q} \bar{h}_v^Q \left[ (iD)^2 + \frac{1}{2} g_s \sigma^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \right] h_v^Q \quad (2.16)$$

と書くことにする。重いクォークの極限  $m_Q \rightarrow \infty$  においては  $\mathcal{L}_1 \rightarrow 0$  となり、

$$\mathcal{L}_{\text{HQET}} = \mathcal{L}_0 = \bar{h}_v^Q i v \cdot D h_v^Q \quad (2.17)$$

であって、この時 Lagrangian から、重いクォークの質量の依存性と  $\gamma$  行列が消える。したがって、重いクォークの極限においては、理論は重いクォークのフレーバーとスピンについての対称性が厳密に成り立つ。次に  $1/m_Q$  補正項  $\mathcal{L}_1$  を考慮すると、 $\mathcal{L}_1$  の第1項はフレーバー対称性のみを破り、第2項はフレーバーとスピンの両方の対称性を破るものになる。 $\mathcal{L}_1$  の第1項が、スピンの対称性を破らないのは  $\gamma$  行列を含まないためである。

## 2.2 フレーバー・スピン対称性と伝播関数・頂点

上で述べた重いクォークの対称性は、Feymann rule でも明らかなものとなる。重いクォークの運動量は、式 (2.1) で示されているので、重いクォークの伝播関数は、

$$\begin{aligned} \frac{i(\not{p} + m_Q)}{p_Q^2 - m_Q^2} &= \frac{i(m_Q \not{v} + \not{k} + m_Q)}{(m_Q v^\mu + k^\mu)^2 - m_Q^2} \\ &= \frac{i(m_Q \not{v} + \not{k} + m_Q)}{m_Q^2 + 2m_Q v \cdot k + k^2 - m_Q^2} \\ &= \frac{i \left[ m_Q (\not{v} + \frac{\not{k}}{m_Q} + 1) \right]}{m_Q (2v \cdot k + \frac{k^2}{m_Q})} \\ &= \frac{i(\not{v} + 1)}{2v \cdot k} \end{aligned} \quad (2.18)$$

となる。ここで、 $(\not{v} + 1)/2$  は正のエネルギーの粒子に関する生成演算子であるから、結局、伝播関数は、

$$\frac{i}{v \cdot k} \quad (2.19)$$

となることが解る。

次に、quark-gluon vertex について考える。通常の QCD の頂点は、 $-ig_s\gamma_\mu T^a$  である。ここで  $T^a$  は SU(3) の生成子である。重いクォークとグルーオンの頂点の場合、この頂点は常に重いクォークの伝播関数ではさまれることになる。

$$\frac{1+\not{p}}{2} \cdot \frac{1+\not{p}}{2} = \frac{1+\not{p}}{2} \quad (2.20)$$

なので、

$$\begin{aligned} & \frac{1+\not{p}}{2} (-ig_s\gamma_\mu T^a) \frac{1+\not{p}}{2} \\ = & \frac{1+\not{p}}{2} \frac{1+\not{p}}{2} (-ig_s\gamma_\mu T^a) \frac{1+\not{p}}{2} \\ = & \frac{1+\not{p}}{2} (-ig_s v_\mu T^a) \frac{1+\not{p}}{2} \frac{1+\not{p}}{2} \\ = & \frac{1+\not{p}}{2} (-ig_s v_\mu T^a) \frac{1+\not{p}}{2}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

したがって頂点は、 $-ig_s v_\mu T^a$  となる。このことより頂点から  $\gamma$  行列が消え、グルーオンとの相互作用で重いクォークのスピンの変化しないことが解る。

## 2.3 フレーバー・スピン対称性

今、重いクォークに関して  $N$  個のフレーバーが存在するとしよう。有効 Lagrangian は  $m_Q \rightarrow \infty$  で、

$$\mathcal{L}_{\text{HQET}}^{N \text{ flavor}} = \sum_{i=1}^N \bar{h}_v^{Q_i} i v \cdot D h_v^{Q_i} \quad (2.22)$$

となる。この場合、 $N$  個の重いクォークのについてフレーバー対称性が存在するが、この対称性は決して  $N$  個の重いクォークが縮退していると主張するものではない。重いクォークの対称性が現れる基準は、そのクォークの質量が、

$$\frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_Q} \approx 0 \quad (2.23)$$

を満たすことである。したがって、たとえ  $m_{Q_i} \gg m_{Q_j}$  であっても、この2つのクォーク質量が共に

$$\frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_{Q_i}} \approx 0, \quad \frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_{Q_j}} \approx 0 \quad (2.24)$$

を満たしているならば、フレーバー対称性が成立する。クォークの質量の間に大きな違いが存在していても、 $\Lambda_{\text{QCD}}$  がクォーク質量に比べて無視し得るほど小さければ、これらのクォークは強い相互作用のもとで対称性を有するということが、重いクォークに関するフレーバー対称性の重要な特徴である。

前節で求めた有効 Lagrangian  $\mathcal{L}_0$  には、重いクォークのスピンについての SU(2) 対称性が存在する。ここで、重いクォークの4元速度に垂直な3つの直行する4元ベクトル  $e_{a\mu}$ , ( $a = 1, 2, 3$ )、

$$e_{a\mu} e_b^\mu = -\delta_{ab}, \quad (2.25)$$

$$v_\mu e_a^\mu = 0 \quad (2.26)$$

を導入し、スピン演算子  $S_a$

$$S_a = \frac{i}{8} \sum_{b,c} \varepsilon_{abc} [\not{e}_b, \not{e}_c] \quad (2.27)$$

を定義する。この演算子  $S_a$  は SU(2) の生成子としての交換関係  $[S_a, S_b] = i\varepsilon_{abc} S_c$  を持ち、重いクォークの静止系で Pauli 行列で表わした通常のスピン行列に帰着する。

今、重いクォークを1つ含むハドロンを考えると、そのハドロンの全角運動量  $\vec{J}$  は、重いクォークのスピン  $\vec{s}_Q$  と「軽い自由度」のスピン  $\vec{s}_\ell$  との和で示され、

$$\vec{J} = \vec{s}_Q + \vec{s}_\ell \quad (2.28)$$

となる。重いクォークのスピン対称性は、強い相互作用のもとで、これら  $\vec{J}$ 、 $\vec{s}_Q$ 、 $\vec{s}_\ell$  がそれぞれ保存することを保障する。それ故、重いクォークの極限では  $s_Q$ 、 $s_\ell^z$ 、



$s_\ell, s_\ell^z$  はすべて強い相互作用のもとでの保存量となる。重いクォークの対称性によりハドロンを支配する力学は、重いクォークの質量とスピンの依存しなくなるので、ハドロンの状態は「軽い自由度」のスピン・パリティ  $s_\ell^P$  によって分類することができる。重いクォークのスピン・パリティは  $\frac{1}{2}^+$  であるので、1つの  $s_\ell^P$  に対してハドロンは2つの状態

$$s_{\pm}^P = s_\ell^P \pm \frac{1}{2} \quad (2.29)$$

があり、この2つの状態は縮退する。但し、 $s_\ell^P = 0^+$  のときはハドロンは  $\frac{1}{2}^+$  の状態のみとなる [18]。

同じ  $s_\ell^P$  を持つハドロンの縮退に関して、例として、フレーバー量子数  $Q\bar{q}$  を持つ軌道角運動量  $L=0$  のメソンを考察しよう。こうしたメソンの「軽い自由度」のスピン・パリティは  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^-$  であるから、ハドロンの状態は  $J^P = s_-^P = 0^-$  と  $J^P = s_+^P = 1^-$  の2つの状態が存在する。素朴なクォーク模型との対比から、これらの2状態がそれぞれ、擬スカラー・メソン  $P_Q$  とベクトル・メソン  $V_Q$  に相当すると考えられる。つまり、もし重いクォーク  $Q$  が  $c$  クォークならば、これらのメソンは  $D$  と  $D^*$  であり、また、重いクォークが  $b$  クォークならば  $B$  と  $B^*$  である。重いクォークの静止系（これはハドロンの静止系でもある）において、これらの2つの状態は重いクォークと「軽い自由度」のスピンを用いて、

$$|P_Q\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle], \quad (2.30)$$

$$|V_Q\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle] \quad (2.31)$$

と表わされる。ここで、太い矢印は重いクォークのスピンを示し、普通の矢印は「軽い自由度」のスピンを示す。また  $|V_Q\rangle$  に関して、ハドロンのスピンの  $z$  成分が0のものを選んだ。ここでスピン演算子の  $z$  成分を  $|P_Q\rangle$  に作用させると、

$$S_Q^z |P_Q\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (S_Q^z |\uparrow\downarrow\rangle - S_Q^z |\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{2} |\uparrow\downarrow\rangle - \left(-\frac{1}{2}\right) |\downarrow\uparrow\rangle \right) \\
&= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) = \frac{1}{2} |V_Q\rangle
\end{aligned}$$

となる。同様に

$$S_Q^z |V_Q\rangle = \frac{1}{2} |P_Q\rangle \quad (2.32)$$

である。演算子  $S_Q^z$  は、有効 Lagrangian から導かれる Hamiltonian と交換可能なので、ハドロンの静止系をとることにより、

$$\begin{aligned}
[S_Q^z, H] |P_Q\rangle &= S_Q^z H |P_Q\rangle - H S_Q^z |P_Q\rangle \\
&= m_{P_Q} S_Q^z |P_Q\rangle - \frac{1}{2} H |V_Q\rangle \\
&= \frac{1}{2} (m_{P_Q} - m_{V_Q}) |V_Q\rangle = 0
\end{aligned}$$

から  $m_{P_Q} = m_{V_Q}$  が得られる。

現実には存在する重いクォークを含むこれらのメソンの質量は、重いクォークが b クォークの場合  $m_B = 5278.7\text{MeV}$ 、 $m_{B^*} = 5324.8\text{MeV}$ [19] (これ以降、ハドロンの質量値は全て [19] に依る) であるから質量差は  $46.1\text{MeV}$  となり、よい近似で  $m_B = m_{B^*}$  が成立している。c クォークの場合も、多少近似が粗くなるが、第一近似として  $m_D = m_{D^*}$  としてよい。このようにハドロンの質量に関しても、重いクォークの対称性は有効に作用している。現実には存在する擬スカラー・メソンとベクトル・メソンとの間の質量差は  $1/m_Q$  補正の効果として説明できる。次章でこれを詳しく論じることにする。

# Chapter 3

## Heavy Hadron の 質量準位

### 3.1 重いクォークの対称性に基づく質量公式

本章では、重いクォークを含むハドロン<sup>1</sup>の質量準位を考察する。第一章で示したように、重いクォークの有効理論では重いクォークのスピンと「軽い自由度」のスピンは別々に保存されるので、重いハドロンは質量、全角運動量、パリティの固有状態であるだけでなく、「軽い自由度」のスピン・パリティの固有状態である。したがって、重いハドロンは「軽い自由度」のスピン・パリティによって分類され、ハドロン<sup>2</sup>の全角運動量は「軽い自由度」のスピンと重いクォークのスピンの合成で示される；

$$J = s_\ell \pm \frac{1}{2}. \quad (3.1)$$

重いクォークを含むハドロンについて、全角運動量・パリティ  $J^P$  と「軽い自由度」のスピン・パリティ  $s_\ell^P$  との関係は、メソンの場合、例として以下のようになり、

$$s_\ell^P = \frac{1}{2}^- \rightarrow J^P = \begin{pmatrix} 0^- \\ 1^- \end{pmatrix}, \quad s_\ell^P = \frac{1}{2}^+ \rightarrow J^P = \begin{pmatrix} 0^+ \\ 1^+ \end{pmatrix}, \quad s_\ell^P = \frac{3}{2}^+ \rightarrow J^P = \begin{pmatrix} 1^+ \\ 2^+ \end{pmatrix}$$

また、バリオンの場合、

$$s_\ell^P = 0^+ \rightarrow J^P = \frac{1}{2}^+, \quad s_\ell^P = 1^+ \rightarrow J^P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}^+ \\ \frac{3}{2}^+ \end{pmatrix}$$

となる。

第一章第二節でみたように強い相互作用のもとで、重いクォークのスピンはハドロンのエネルギーに影響を与えないので、対称性の極限では同じ  $s_\ell^P$  をもつ2つの状態は縮退する。もちろん、現実のメソンやバリオンにはこのような縮退はないが、これは  $\mathcal{O}(1/m_Q)$  補正の効果によるものと考えられる。  $B$  と  $B^*$  あるいは  $D$  と  $D^*$  の間の質量差を生じさせるものが、確かに  $\mathcal{O}(1/m_Q)$  のオーダーの効果であるとするのには、これら擬スカラー・メソンとベクトル・メソンとの質量との間に、

$$\frac{m_{B^*} - m_B}{m_{D^*} - m_D} \approx \frac{m_c}{m_b} \quad (3.2)$$

という関係が成立していることに一定の根拠がある。本論文では、この縮退を解く効果の起源をスピン・スピン力と仮定する。このとき、重いクォークを含むハドロンの質量公式は [15]、

$$M_{HQ}(J^P) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P, I, \dots) + \frac{\alpha^2(s_\ell^P, I, \dots)}{m_Q} \mathbf{S}_Q \cdot \mathbf{S}_\ell \quad (3.3)$$

となる。  $\bar{\Lambda}$  は、「軽い自由度」のエネルギー、  $\alpha$  はスピン・スピン力の大きさを与える定数であり、これらはハドロン系を支配する力学に依存し、それらの大きさは  $\Lambda_{\text{QCD}}$  のオーダーである。よって、  $\bar{\Lambda}$ 、  $\alpha$  は  $1/m_Q$  補正の係数であり、「軽い自由度」のスピン・パリティやアイソ・スピン等に依存するが、  $m_Q$  依存性はない。即ち  $\bar{\Lambda}$ 、  $\alpha$  は重いクォークのフレーバーに依らない量である。

## 3.2 基底状態のハドロン質量

この節では、ハドロンを構成するクォーク間の軌道角運動量が 0 の粒子を取り扱う。重いクォークを 1 つ含む S 波メソン  $Q\bar{q}$  の「軽い自由度」の状態は  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^-$ ,  $I = \frac{1}{2}$  であり、前章で述べたように、ハドロンの状態は  $J^P = 0^-$ 、 $J^P = 1^-$  となる。これらはそれぞれ、擬スカラー・メソン  $P_Q$  とベクトル・メソン  $V_Q$  である。質量公式 (3.3) より、これらのメソンの質量は、

$$M_{P_Q}(0^-) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2}) - \frac{3\alpha^2(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})}{4m_Q}, \quad (3.4)$$

$$M_{V_Q}(1^-) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2}) + \frac{1\alpha^2(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})}{4m_Q}. \quad (3.5)$$

となる。更に、重いクォークを 1 つ含む S 波バリオン  $Qqq$  の場合、「軽い自由度」の状態にはアイソ・スピンの一重項と三重項の 2 状態が存在し、それぞれ、 $s_\ell^P = 0^+$  と  $s_\ell^P = 1^+$  である。通常  $I = 0$  の状態を  $\Lambda_Q$ 、 $I = 1$  の状態を  $\Sigma_Q^{(*)}$  と呼ぶ。これらのバリオンに質量公式 (3.3) を適用すると、

$$M_{\Lambda_Q}(\frac{1}{2}^+) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = 0^+, I = 0), \quad (3.6)$$

$$M_{\Sigma_Q}(\frac{1}{2}^+) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = 1^+, I = 1) - \frac{\alpha^2(s_\ell^P = 1^+, I = 1)}{m_Q}, \quad (3.7)$$

$$M_{\Sigma_Q^*}(\frac{3}{2}^+) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = 1^+, I = 1) + \frac{1\alpha^2(s_\ell^P = 1^+, I = 1)}{2m_Q}. \quad (3.8)$$

が得られる。式 (3.4)、(3.5)、(3.6) より、次の簡単な関係式が導ける。

$$M_{\Lambda_Q} - \frac{1}{4}(M_{P_Q} + 3M_{V_Q}) = \bar{\Lambda}(s_\ell^P = 0^+, I = 0) - \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2}). \quad (3.9)$$

この式の右辺は重いクォークのフレーバーに依らない量である。ここで、この (3.9) 式の左辺にハドロン質量の実験値を代入すると、

$$M_{\Lambda_b} - \frac{1}{4}(M_B + 3M_{B^*}) = 327.7 \pm 50.0 \text{ MeV},$$

$$\begin{aligned}
M_{\Lambda_c} - \frac{1}{4}(M_D + 3M_{D^*}) &= 313.9 \pm 0.7 \text{MeV}, \\
M_{\Lambda} - \frac{1}{4}(M_K + 3M_{K^*}) &= 323.6 \pm 0.2 \text{MeV}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

となる。この結果は一見すると s クォークが重いクォークとして扱え得ることを支持するように見える。しかし、u、d クォークのみから構成されるハドロンに関しても、

$$M_N - \frac{1}{4}(M_{\pi} + M_{\rho}) = 327.2 \pm 0.7 \text{MeV} \tag{3.11}$$

という値が導けるので、上の関係式で見られた一致は s クォークに重いクォークの対称性が有効であることを証明するものとは言い切れない [10]。こうしたことから、質量公式 (3.3) が s クォークにも有効であることを確認するためには、ハドロンの質量差の関係だけでなく、質量の絶対値そのものについても考察することが必要である。

質量公式 (3.3) より、重いクォークを含むハドロンの質量を導くためには、 $m_Q$ 、 $\bar{\Lambda}(s_\ell^P, I)$ 、 $\alpha(s_\ell^P, I)$  の値を知る必要がある。質量公式より、クォーク質量  $m_Q$  と S 波メソンの  $\bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})$  の間には、

$$\frac{1}{4}(M_{P_Q} + 3M_{V_Q}) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2}) \tag{3.12}$$

という関係がある。この式の左辺について、各々の重いフレーバーに関してメソンの質量値を用いて、

$$m_b + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2}) = 5313.3 \pm 1.7 \text{MeV}, \tag{3.13}$$

$$m_c + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2}) = 1971.1 \pm 0.4 \text{MeV}, \tag{3.14}$$

$$m_s + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2}) = 792.1 \pm 0.2 \text{MeV} \tag{3.15}$$

が得られる。したがって、 $\bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})$  を定めるとクォーク質量を決めるこ

とができる。以下では、

$$\bar{\Lambda}_M \equiv \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2}) \quad (3.16)$$

と定義し、 $\bar{\Lambda}_M = 150\text{MeV}$  とおく（表 1 には  $\bar{\Lambda}_M = 150, 200, 300\text{MeV}$  の 3 つの場合の結果をまとめる）。次に  $\alpha(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})$  を知るために (3.4)、(3.5) 式より導ける関係式

$$M_{V_Q} - M_{P_Q} = \frac{\alpha^2(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})}{m_Q} \quad (3.17)$$

を用いる。 $\bar{\Lambda}_M = 150\text{MeV}$  の時、上式を用いて  $\alpha$  の値を b、c、s クォークのメソンそれぞれについて求めると、 $487.9 \pm 15.3$ 、 $508.7 \pm 1.3$ 、 $505.5 \pm 0.1\text{MeV}$  となり、基本的にフレーバー非依存性が示される。以下では、3 つの値の平均値  $500.7 \pm 5.1\text{MeV}$  を  $\alpha(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})$  として用いる。

さて、具体的に重いクォークを含むハドロンの質量値を導こう。まず初めに、 $\Sigma_Q$  及び  $\Sigma_Q^*$  バリオンの質量について考察しよう。本論文では s クォークを重いクォークとして扱っているので、 $\Sigma$  と  $\Sigma^*$  にも質量公式 (3.3) は適用される；

$$M_\Sigma = m_s + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = 1^+, I = 1) - \frac{\alpha^2(s_\ell^P = 1^+, I = 1)}{m_s}, \quad (3.18)$$

$$M_{\Sigma^*} = m_s + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = 1^+, I = 1) + \frac{1}{2} \frac{\alpha^2(s_\ell^P = 1^+, I = 1)}{m_s}. \quad (3.19)$$

2 つの式の中で未知パラメーターは  $\bar{\Lambda}(s_\ell^P = 1^+, I = 1)$  と  $\alpha(s_\ell^P = 1^+, I = 1)$  である。実験による測定値  $M_\Sigma = 1192.6 \pm 0.1\text{MeV}$ 、 $M_{\Sigma^*} = 1383.7 \pm 1.0\text{MeV}$  を用いると、連立方程式を解くことによって、

$$\bar{\Lambda}(s_\ell^P = 1^+, I = 1) = 677.9 \pm 0.7\text{MeV} \quad , \quad \alpha(s_\ell^P = 1^+, I = 1) = 286.0 \pm 0.8\text{MeV} \quad (3.20)$$

を求めることができる。これらの値を用いれば、 $\Sigma_c$ 、 $\Sigma_c^*$ 、 $\Sigma_b$  及び  $\Sigma_b^*$  の質量を予言することができる、

$$M_{\Sigma_c} = 2454.1 \pm 0.8\text{MeV} \quad , \quad M_{\Sigma_c^*} = 2521.5 \pm 0.8\text{MeV} \quad (3.21)$$

$$M_{\Sigma_b} = 5825.3 \pm 1.8 \text{MeV} \quad , \quad M_{\Sigma_b^*} = 5849.1 \pm 1.8 \text{MeV} \quad (3.22)$$

という質量値を得ることができる。この内、現在までに発見され、質量が測定されているバリオンは  $\Sigma_c$  と  $\Sigma_c^*$  であり、その質量は、

$$M_{\Sigma_c} = 2453.8 \pm 0.9 \text{MeV} \quad , \quad M_{\Sigma_c^*} = 2530 \pm 5 \pm 5 \text{MeV} \quad (3.23)$$

である。これは上記の予言と非常によい一致を示しており、s クォークに質量公式 (3.3) を適用することの正当性を示唆するものである。

次に重いクォークを2つ含むバリオン  $QQq$  について考察しよう。このようなバリオンの場合、2つの重いクォークでつくられるカラー  $3^*$  状態の  $QQ$  系の Bohr 半径  $R_{QQ}$  は、

$$R_{QQ} = \frac{1}{\alpha_s(m_Q)m_Q} \ll \frac{1}{\Lambda_{\text{QCD}}} \quad (3.24)$$

のように典型的なバリオンのスケールより小さくなるので、この  $QQ$  系は1つの重い粒子と見做すことができる [20]。  $QQ$  系を1つの粒子と見做すと、バリオン全体の波動関数の反対称性から、この  $QQ$  系のスピン・パリティは  $1^+$  である。すなわち、 $QQq(\Xi_{QQ})$  バリオンは、重い軸性ベクトル粒子  $A$  と「軽い自由度」との束縛状態であり、重いクォークを含むメソン  $Q\bar{q}$  と類似した系  $Aq$  と見做し得る。したがって  $\Xi_{QQ}^{(*)}$  バリオンの質量は質量公式 (3.3) を適用して

$$M_{\Xi_{QQ}}\left(\frac{1^+}{2}\right) = 2m_Q + \bar{\Lambda}_M - \frac{\alpha^2(s_\ell^P = \frac{1^-}{2}, I = \frac{1}{2})}{2m_Q} \quad (3.25)$$

$$M_{\Xi_{QQ}^*}\left(\frac{3^+}{2}\right) = 2m_Q + \bar{\Lambda}_M + \frac{1}{2} \frac{\alpha^2(s_\ell^P = \frac{1^-}{2}, I = \frac{1}{2})}{2m_Q}. \quad (3.26)$$

となる。  $\alpha(s_\ell^P = \frac{1^-}{2}, I = \frac{1}{2})$  の値については先の議論で  $500.7 \pm 5.1 \text{MeV}$  と求められているので、ストレンジ・バリオンにこれら2式を適用すると  $\Xi$  と  $\Xi^*$  の質量を得ることができ、

$$M_{\Xi} = 1239.1 \pm 3.0 \text{MeV} \quad , \quad M_{\Xi^*} = 1531.9 \pm 1.0 \text{MeV} \quad (3.27)$$



となる。実験値は  $M_{\Xi} = 1314.9 \pm 0.6 \text{MeV}$ 、 $M_{\Xi^*} = 1531.80 \pm 0.32 \text{MeV}$  である。予言と比較すると  $\Xi^*$  バリオンについてはよい一致を示しており、 $\Xi$  バリオンについての不一致も 6% 程度のものである。同じ手法を用いて、

$$M_{\Xi_{cc}} = 3740.7 \pm 1.3 \text{MeV} \quad , \quad M_{\Xi_{cc}^*} = 3809.6 \pm 0.9 \text{MeV} \quad , \quad (3.28)$$

$$M_{\Xi_{bb}} = 10458.3 \pm 3.3 \text{MeV} \quad , \quad M_{\Xi_{bb}^*} = 10482.6 \pm 3.3 \text{MeV} \quad , \quad (3.29)$$

を得ることができる。

この節の最後に、フレーバーの異なる 2 つの重いクォークを含むバリオンについて考える。2 つの重いクォークが異なるフレーバーを持つ場合、バリオンの波動関数の反対称性より、この系  $Q_i Q_j$  のスピン・パリティは  $0^+$  あるいは  $1^+$  となる。スピン・パリティ  $0^+$  の  $Q_i Q_j$  系はフレーバーに関して反対称であり、一方、 $1^+$  の  $Q_i Q_j$  系は対称となる。よって  $Q_i Q_j q (\Xi_{Q_i Q_j})$  バリオンは重いスカラー粒子と「軽い自由度」との束縛状態  $S_q$ 、あるいは、重い軸性ベクトル粒子と「軽い自由度」との束縛状態  $A_q$  と見做し得る。このことより、 $csq$  で構成される  $\Xi_c$  バリオンの質量を導くことができ、

$$M_{\Xi_c(S_q)} = m_c + m_s + \bar{\Lambda}_M = 2613.3 \pm 0.4 \text{MeV}, \quad (3.30)$$

$$M_{\Xi_c(A_q)} = m_c + m_s + \bar{\Lambda}_M - \frac{3 \alpha^2 (s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})}{4 (m_c + m_s)} = 2536 \pm 1.6 \text{MeV} \quad (3.31)$$

となる。 $M_{\Xi_c}$  の実験による測定値は  $2465.1 \pm 1.6 \text{MeV}$  であるので、確認されている  $\Xi_c$  バリオンは  $A_q$  状態であるとすることができる。この場合 3% 程度のずれがある。本文にあげたハドロンの質量の予言値は、 $\bar{\Lambda}_M = 150 \text{MeV}$  の場合のものである。 $\bar{\Lambda}_M = 200 \text{MeV}$  及び  $\bar{\Lambda}_M = 300 \text{MeV}$  の場合の予言値は表 1 にまとめた。どの場合も全体として類似の結論を与えている。

### 3.3 励起状態のメソン

本節では、重いクォークを含むP波メソンを考察する。P波メソンとして現在までに確認されている粒子は、ストレンジ・メソンでは、 $K_0^*(1430)$ 、 $K_1(1270)$ 、 $K_1(1400)$  及び  $K_2^*(1430)$  であり、チャーム・メソンでは  $D_1(2420)$  と  $D_2^*(2460)$  である。重いクォークの有効理論ではP波メソンは、 $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  あるいは  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  を持つメソンであり、質量公式より、 $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  の場合には、

$$M_{S_Q}(0^+) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+, I = \frac{1}{2}) - \frac{3}{4} \frac{\alpha^2(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+, I = \frac{1}{2})}{m_Q}, \quad (3.32)$$

$$M_{A_Q}(1^+) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+, I = \frac{1}{2}) + \frac{1}{4} \frac{\alpha^2(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+, I = \frac{1}{2})}{m_Q} \quad (3.33)$$

であり、 $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  の場合には、

$$M_{A_Q}(1^+) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+, I = \frac{1}{2}) - \frac{5}{4} \frac{\alpha^2(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+, I = \frac{1}{2})}{m_Q}, \quad (3.34)$$

$$M_{T_Q}(2^+) = m_Q + \bar{\Lambda}(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+, I = \frac{1}{2}) + \frac{3}{4} \frac{\alpha^2(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+, I = \frac{1}{2})}{m_Q} \quad (3.35)$$

となる。

重いクォークの有効理論を用いてこうした励起状態を議論するためには、実際に確認されている粒子の  $s_\ell^P$  を知る必要がある。 $K_2^*(1430)$  と  $D_2^*(2460)$  は  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  の  $J^P = 2^+$ 、 $K_0^*(1430)$  は  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  の  $J^P = 0^+$  に明確に同定できるが、 $J^P = 1^+$  をもつ粒子の同定については単純ではない。P波メソンには  $J^P = 1^+$  の粒子が2つ存在し、これらの粒子は「軽い自由度」の状態が異なる。 $s_\ell^P$  を直接測定することはできないので、質量値の考察を通じて  $K_1(1270)$  と  $K_1(1400)$  がそれぞれどちらの  $s_\ell^P$  二重項に属するかを検討する<sup>†</sup>。そこで、質量公式 (3.3) から導かれる次の

<sup>†</sup> $\mathcal{O}(1/m_Q)$  補正の効果の導入によって、2つの軸性ベクトル・メソンの混合がおきる。したがって有限のクォーク質量を考慮するならば、これらのメソンは純粋な  $s_\ell^P$  固有状態ではなくなる。し

和則を使う；

$$M_{D_1(s_\ell^P=\frac{1}{2}^+)} - M_{D_0^*} = \frac{M_{D^*} - M_D}{M_{K^*} - M_K} [M_{K_1(s_\ell^P=\frac{1}{2}^+)} - M_{K_0^*}], \quad (3.36)$$

$$M_{D_2^*} - M_{D_1(s_\ell^P=\frac{3}{2}^+)} = \frac{M_{D^*} - M_D}{M_{K^*} - M_K} [M_{K_2^*} - M_{K_1(s_\ell^P=\frac{3}{2}^+)}]. \quad (3.37)$$

本論文では  $D_1(2420)$  について  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  二重項に属すると仮定する。この仮定の根拠は、このメソンが  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  に属する  $D_2^*(2460)$  とほぼ同じ質量と崩壊幅を持っていることである。この仮定により、上記の2つめの和則から  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  を持つ  $K_1$  の質量は  $1327.7 \pm 10.5 \text{ MeV}$  と導かれる。この予言値から  $1273 \pm 7 \text{ MeV}$  の質量を持つ  $K_1(1270)$  が  $s_\ell^P = \frac{3}{2}$  のメソンと同定される。よって、 $K_1(1400)$  は  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  のメソンである<sup>†</sup>。次章で述べるように、この2つの  $K_1$  の同定については、これらの粒子の強い相互作用による崩壊の特性からも同様の結論を得ることができる。ここで、基底状態と異なり、これらの和則は u、d クォークのみから構成されるハドロンでは成立しないことは注目すべきである。このような  $K_1$  粒子に対する  $s_\ell^P$  による同定が正当化されるならば、それはP波のストレンジ・メソンに重いクォークの有効理論が適用可能であることを示唆するものになる。

---

かし、c クォークと s クォークが重いクォークとして取り扱えるならば、これらのクォークを含む軸性ベクトル・メソンは、 $s_\ell^P$  の近似的な固有状態であると考えられる。これ以降、特に断らない限り、 $J^P = 1^+$  の軸性ベクトル・メソンに関しては、その「軽い自由度」のスピン・パリティを  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+(\frac{1}{2})$  とした時、この状態は  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+(\frac{1}{2}^+)$  が支配的な状態であり、それに、僅かに  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+(\frac{1}{2}^+)$  の状態が混合しているものであるとする。

<sup>†</sup>上の考察は  $D_1(2420)$  が  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  の粒子であるという仮定に基づくもので、この仮定が事実と異なっていれば、 $K_1$  の質量について質量公式からの予言は不可能となる。現在の実験結果からは  $D_1(2420)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  の粒子であると断定することはできない。実験グループ E687 が、 $D_1(2420)$  の崩壊に関して、終状態の2つの  $\pi$  メソンの角度分布を測定する実験を行ったが、これについては Appendix で述べる。

# Chapter 4

## 強い相互作用による励起状態の崩壊

### 4.1 崩壊振幅の比

本章では、重いクォークを含むハドロンの強い相互作用による崩壊 (strong decay) を考察する。これまで述べてきたように、重いクォークを含むハドロンの状態は「軽い自由度」のスピンのパリティ  $s_\ell^P$  によって分類され、1つの  $s_\ell^P$  について2つのハドロンの状態

$$s_\pm = s_\ell \pm \frac{1}{2} \quad (4.1)$$

が存在する。第2項の  $\frac{1}{2}$  は重いクォークのスピンである。 $s_+$  と  $s_-$  の状態は  $m_Q \rightarrow \infty$  の極限で縮退し、強い相互作用による崩壊幅は等しくなる。さて、今ここで、重いクォークを含むハドロンの  $H_Q$  が、軽いハドロンの  $h$  を生成して、 $H'_Q$  に崩壊する時の崩壊振幅を考えよう；

$$H_Q \rightarrow [H'_Q + h]_{L, J_h}. \quad (4.2)$$

ここで、 $L$  は  $H'_Q$  と  $h$  の間の軌道角運動量、 $J_h$  は  $h$  の全角運動量で、 $\vec{J}_h = \vec{L} + \vec{S}_h$  ( $\vec{S}_h$  は  $h$  のスピン)。強い相互作用のもとで、重いクォークと「軽い自由度」は分離し

ているので、重いクォークは単にカラー源として振舞う。したがって、崩壊  $H_Q \rightarrow [H'_Q + h]_{L, J_h}$  で実際に起きている崩壊は「軽い自由度」の崩壊  $s_\ell \rightarrow s'_\ell + h$  と見做し得る。このことから、崩壊  $H_Q \rightarrow [H'_Q + h]_{L, J_h}$  の振幅は次の4つの Clebsch-Gordan 係数の積に比例して [18]；

$$\begin{aligned}
A(H_Q \rightarrow [H'_Q + h]_{L, J_h}) &= A_\ell C(J_h, m_\ell - m'_\ell; s', m_s + m'_\ell - m_\ell | s, m_s) \\
&\times C(s'_\ell, m'_\ell; s_Q, m_s - m_\ell | s', m_s + m'_\ell - m_\ell) \\
&\times C(J_h, m_\ell - m'_\ell; s'_\ell, m'_\ell | s_\ell, m_\ell) \\
&\times C(s_\ell, m_\ell; s_Q, m_s - m_\ell | s, m_s) \tag{4.3}
\end{aligned}$$

となる。ここで、 $(s, m_s)$  と  $(s', m'_s)$  は、それぞれ  $H_Q$  と  $H'_Q$  のスピンの大きさと  $z$  成分である。また、 $(s_\ell, m_\ell)$  と  $(s'_\ell, m'_\ell)$  は、それぞれ  $H_Q$  と  $H'_Q$  の「軽い自由度」のスピンの大きさと  $z$  成分である。式 (4.3) の4つの Clebsch-Gordan 係数のうち、最初のもは崩壊  $H_Q \rightarrow [H'_Q + h]_{L, J_h}$  についての全角運動量保存に関するものである。2番目と4番目のものは、それぞれ  $H_Q$  と  $H'_Q$  に関して、それらが重いクォークと「軽い自由度」から構成されていることに基づくものである。3番目の Clebsch-Gordan 係数は、「軽い自由度」の角運動量が崩壊の前後で保存されていることに由来するものである。

崩壊振幅 (4.3) を用いて重いクォークを含むハドロンの強い相互作用による崩壊  $H_Q \rightarrow [H'_Q + h]_{L, J_h}$  の特性を調べよう。この崩壊は  $s_\ell \rightarrow s'_\ell + h$  に還元され得るので、崩壊振幅のなかで Clebsch-Gordan 係数以外の部分  $A_\ell$  は、崩壊の前後の「軽い自由度」の状態に依存する。この  $A_\ell$  の絶対値を決めるには、重いクォークの有効理論だけでなく何らかのモデルの導入が必要である。しかしここでは、モデルに依存しない量を考察したいので、共通の  $s_\ell^P$  と  $s'_\ell^P$  をもつ崩壊振幅の比を調べることにする。

軽いハドロン  $h$  が  $\pi$  メソンのとき、素過程が  $(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-) + h]_L$  である崩壊は、

$$H_Q(J^P = 2^+) \rightarrow [H'_Q(J^P = 0^-) + \pi]_{L=2}, \quad (4.4)$$

$$H_Q(J^P = 2^+) \rightarrow [H'_Q(J^P = 1^-) + \pi]_{L=2}, \quad (4.5)$$

$$H_Q(J^P = 1^+) \rightarrow [H'_Q(J^P = 1^-) + \pi]_{L=2}, \quad (4.6)$$

の3通りで、この他のものは角運動量・パリティの保存のために禁止される。また、素過程  $(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow [(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-) + h]_L$  をもつ崩壊は、

$$H_Q(J^P = 1^+) \rightarrow [H'_Q(J^P = 1^-) + \pi]_{L=0}, \quad (4.7)$$

$$H_Q(J^P = 0^+) \rightarrow [H'_Q(J^P = 0^-) + \pi]_{L=0}, \quad (4.8)$$

の2通りである。

重いクォークの対称性のもとでは、 $H_Q(J^P = 1^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [H'_Q(J^P = 1^-) + \pi]_{L=0}$  という崩壊は起こらない。何故ならば、この過程は崩壊の前後でメソン・レベルでの角運動量・パリティは保存されているにもかかわらず、「軽い自由度」の角運動量・パリティは保存されていないからである。同様に、 $H_Q(J^P = 1^+, s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow [H'_Q(J^P = 1^-) + \pi]_{L=1}$  も起きない。こうした崩壊過程を記述するためには、重いクォークのスピンの変化を伴う  $\mathcal{O}(1/m_Q)$  補正の導入が必要である。

## 4.2 $K^{**}$ 、 $D^{**}$ 崩壊

上の議論をチャーム・メソン及びストレンジ・メソンに適用すると、以下のよ  
うな崩壊振幅の比を得ることができる；

$$\frac{A(D^{**}(J^P = 2^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [D^*\pi]_{L=2})}{A(D^{**}(J^P = 2^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [D\pi]_{L=2})} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad (4.9)$$

$$\frac{A(D^{**}(J^P = 1^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [D^*\pi]_{L=2})}{A(D^{**}(J^P = 2^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [D^*\pi]_{L=2})} = \sqrt{\frac{5}{3}}, \quad (4.10)$$

$$\frac{A(D^{**}(J^P = 1^+, s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow [D^*\pi]_{L=0})}{A(D^{**}(J^P = 0^+, s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow [D\pi]_{L=0})} = 1, \quad (4.11)$$

$$\frac{A(K^{**}(J^P = 2^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [K^*\pi]_{L=2})}{A(K^{**}(J^P = 2^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [K\pi]_{L=2})} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad (4.12)$$

$$\frac{A(K^{**}(J^P = 1^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [K^*\pi]_{L=2})}{A(K^{**}(J^P = 2^+, s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow [K^*\pi]_{L=2})} = \sqrt{\frac{5}{3}}, \quad (4.13)$$

$$\frac{A(K^{**}(J^P = 1^+, s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow [K^*\pi]_{L=0})}{A(K^{**}(J^P = 0^+, s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow [K\pi]_{L=0})} = 1. \quad (4.14)$$

崩壊幅の実験値から崩壊振幅を導出するために以下の関係式を使う；

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi M_{H_Q}} p^{2L+1} |A|^2 |f(p_\pi)|^2. \quad (4.15)$$

ここで、 $M_{H_Q}$ 、 $f(p_\pi)$  は、それぞれ始状態のメソンの質量と形状因子である。形状因子としては典型例の Gauss 型関数 [13,18]

$$f(p_\pi) = \exp\left(-\frac{p_\pi^2}{2a_Q^2}\right) \quad (4.16)$$

を仮定する。パラメーター  $a_Q$  は、重いクォークのフレーバーに依存する。ここで  
の計算のために  $a_Q$  は

$$\frac{A(H_Q(J^P = 2^+) \rightarrow [H'_Q(J^P = 1^-) + \pi]_{L=2})}{A(H_Q(J^P = 2^+) \rightarrow [H''_Q(J^P = 0^-) + \pi]_{L=2})} = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (4.17)$$

を再現するように定める。何故なら、 $D_2^*(2460)$  と  $K_2^*(1430)$  の  $s_\ell^P$  の同定に関しては、不確定性が無いためである。

現在発見されている粒子のなかで、これらの始状態の粒子の候補となるのは、先に上げた6つのメソン ( $D_2^*(2460)$ 、 $D_1(2420)$ 、 $K_2^*(1430)$ 、 $K_1(1400)$ 、 $K_1(1270)$ 、 $K_0^*(1430)$ ) である。 $D_2^*(2460)$  と  $K_2^*(1430)$  はともに  $J^P = 2^+$  のメソンであるから、これらは  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  の  $J^P = 2^+$  のメソンとして同定でき、 $K_0^*(1430)$  は  $J^P = 0^+$

なので  $s_\ell^P = \frac{1}{2}$  のメソンと同定できる。第二章と同様に  $D_1(2420)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$ 、 $J^P = 1^+$  のメソンを仮定すると、 $D_2^*(2460)$  と  $D_1(2420)$  の質量・崩壊幅の実験値を用いて、

$$\frac{A(D_2^*(2460) \rightarrow [D^*\pi])}{A(D_2^*(2460) \rightarrow [D\pi])} = 0.8 \pm 0.1, \quad (4.18)$$

$$\frac{A(D_1(2420) \rightarrow [D^*\pi])}{A(D_2^*(2460) \rightarrow [D^*\pi])} = 2.3 \pm 0.6 \quad (4.19)$$

を得ることができる。これから解るように  $D_1(2420)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  のメソンとして同定すると、崩壊振幅の比は重いクォークの対称性から期待されるものと大きく食い違っている。この問題に関する補足説明を appendix に与えた。

$J^P = 1^+$  を持つストレンジ・メソンは  $K_1(1270)$  と  $K_1(1400)$  が確認されている。もし、 $s$  クォークを重いクォークとして扱うことができるならば、これら2つの軸性ベクトル・メソンは、一方が  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$ 、もう一方が  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  のメソンとして同定できるはずである。 $K_1$  メソンについて可能な2通りの同定について、強い相互作用に崩壊振幅の比を求めると表2のようになる。この結果から、 $K_1(1270)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  に、 $K_1(1400)$  を  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  に同定すべきことが解る。この結論は前章で  $K_1$  メソンの質量の考察から得られた結果と一致する。

更に、次に上げる3つの強い相互作用による崩壊を考察しよう；

$$K_2^*(1430) \rightarrow K\rho, \quad K_1(1270) \rightarrow K\rho, \quad K_1(1400) \rightarrow K\rho. \quad (4.20)$$

P波のストレンジ・メソンにはチャーム・メソンと異なり、 $\rho$  メソンを生成する崩壊過程が存在する。構成子クォーク模型において  $m_s \rightarrow \infty$  として取り扱うと、崩壊振幅は以下のようにパラメーター化される [21]；

$$|A(K_2^* \rightarrow K\rho)|^2 = \frac{3}{10} D^2, \quad (4.21)$$

$$|A(K_1(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow K\rho)|^2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{8}{9} S^2 + \frac{1}{9} D^2 \right] \cong \frac{4}{9} S^2, \quad (4.22)$$



$$|A(K_1(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow K\rho)|^2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{9} S^2 + \frac{8}{9} D^2 \right]. \quad (4.23)$$

ここで  $S$  と  $D$  はそれぞれ、S波崩壊(終状態の  $K$  と  $\rho$  の相対軌道角運動量  $L = 0$ ) の振幅、及び、D波崩壊 ( $L = 2$ ) の振幅を示している。また第2式の最後の近似は、一般に  $8S^2 \gg D^2$  と見做せることを用いた。上の3式より、 $S$  と  $D$  を消去することにより、

$$\begin{aligned} R(K^{**} \rightarrow K\rho) &\equiv \frac{\frac{1}{8}|A(K_1(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow K\rho)|^2 + \frac{40}{27}|A(K_2^* \rightarrow K\rho)|^2}{|A(K_1(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow K\rho)|^2} \\ &\cong 1 \end{aligned} \quad (4.24)$$

を得ることができる。この比は  $K_1(1270)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  に同定した場合  $R(K^{**} \rightarrow K\rho) = 1.97 \pm 1.03$  となり、 $K_1(1400)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  とした場合  $R(K^{**} \rightarrow K\rho) = 0.09 \pm 0.01$  となる。この考察は特定の模型に基づくものではあるが、ここからも  $K_1(1270)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  に、 $K_1(1400)$  を  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  に同定する事の正当性が示唆される。

以上の議論から、強い相互作用による崩壊の考察は  $K^{**} \rightarrow K^{(*)}\pi$  においても、 $K^{**} \rightarrow K^{(*)}\rho$  においても  $K_1(1270)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  に、 $K_1(1400)$  を  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  に同定すべきことを示している。これは、第二章において質量の考察で得られた結果と同じものであり、第二章の結果を支持するものである。更に、本章での  $K_1$  メソンの同定についての結論は、前章の質量公式の場合と異なり、チャーム・メソン  $D_1(2420)$  の同定には依存しないことが特徴であり、より一般的な結論といえる。 $K_1$  メソンについてのこうした同定が示されたことは、P波のストレンジ・メソンについても、その状態を「軽い自由度」のスピンの・パリティ  $s_\ell^P$  で分類することが妥当であり、これらのメソンにも重いクォークの対称性が有効であることを示すものである。

# Chapter 5

## セミレプトニック崩壊

### 5.1 形状因子

この章では、 $B$  メソンと  $D$  メソンの弱い相互作用による崩壊 (weak decay) を考察する。重いクォークの有効理論を現象へ適用したとき、有効理論の威力が最も発揮されるのが、 $B$  メソンの弱い相互作用によるセミレプトニック崩壊である。参考文献 [1] で示されたように、重いクォークに関するフレーバーとスピンの対称性は、セミレプトニック崩壊の遷移行列要素を記述する 6 つの形状因子を唯一の統一関数で表わすことを可能にする。ここではまずはじめに、重いクォークの有効理論が、セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D l \bar{\nu}_l$  と  $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}_l$  の行列要素をいかに記述するかをふりかえる。

セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D l \bar{\nu}_l$  と  $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}_l$  の遷移行列要素は 6 つの形状因子  $\tilde{f}_+(y)$ 、 $\tilde{f}_-(y)$ 、 $\tilde{g}(y)$ 、 $\tilde{f}(y)$ 、 $\tilde{a}_+(y)$ 、 $\tilde{a}_-(y)$  を用いて、

$$\frac{\langle D(v') | \bar{h}_v^c \gamma_\mu h_v^b | B(v) \rangle}{\sqrt{m_B m_D}} = \tilde{f}_+(y)(v + v')_\mu + \tilde{f}_-(y)(v - v')_\mu, \quad (5.1)$$

$$\frac{\langle D^*(v') | \bar{h}_{v'}^c \gamma_\mu h_v^b | B(v) \rangle}{\sqrt{m_B m_{D^*}}} = i\tilde{g}(y) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{*\nu} v'^\alpha v^\beta, \quad (5.2)$$

$$\frac{\langle D^*(v') | \bar{h}_{v'}^c \gamma_\mu \gamma_5 h_v^b | B(v) \rangle}{\sqrt{m_B m_{D^*}}} = \tilde{f}(y)(1+y)\epsilon_\mu^* - \tilde{a}_+(y)\epsilon^* \cdot v v_\mu - \tilde{a}_-(y)\epsilon^* \cdot v v'_\mu \quad (5.3)$$

と表すことができる。ここで  $\epsilon_\mu^*$  は終状態の  $D^*$  の偏極ベクトルである。また、メソン状態  $|M(p, s)\rangle$  は、

$$\langle M(p', s') | M(p, s) \rangle = 2E \delta_{ss'} (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{p}') \quad (5.4)$$

と規格化されているものとする。

重いクォークの極限において、これらの形状因子は、

$$\tilde{f}_+(y) = \tilde{g}(y) = \tilde{f}(y) = \tilde{a}_-(y) \equiv \xi(y), \quad (5.5)$$

$$\tilde{f}_-(y) = \tilde{a}_+(y) = 0 \quad (5.6)$$

となる [1]。  $\xi(y)$  は  $\xi(y=1) = 1$  と規格化された重いクォークの質量やスピンの依存しない関数で、Isgur-Wise 関数と呼ばれている。重いクォークの対称性は特定のモデルを導入することなしに、弱い相互作用によるセミレプトニック崩壊に現れる形状因子間の関係を明らかにした。おそらくこれが、重いクォークの対称性から導かれる帰結の中で最も重要なものであろう。しかし、重いクォークの有効理論の枠組みの中では、Isgur-Wise 関数の具体的な形を決めることはできない。何故なら、Isgur-Wise 関数は強い相互作用の非摂動的効果を含むからである。議論を重いクォークの極限に限定するならば、Isgur-Wise 関数の概形をセミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D^* \ell \bar{\nu}_\ell$  の実験データから得ることができる。重いクォークの対称性が導いた重要なことは、弱い相互作用のセミレプトニック崩壊について、モデルに非依存的な部分と、モデルを導入しなければ決まらない部分を明確に分離し、後者が唯一の関数で記述できることを明らかにしたことである。

重いクォークの極限における形状因子 (5.5)、(5.6) に対する  $1/m_Q$  補正を考察するには、有効 Lagrangian の補正項 (2.16) に起因するものと、カレントの  $1/m_Q$  補正に起因するものとの双方を考慮しなければならない。このとき、有効 Lagrangian の  $1/m_Q$  補正から 3 つ、カレントの  $1/m_Q$  補正から 1 つの新たな未知関数が現れる。これらをそれぞれ  $\chi_i(y) (i = 1, 2, 3)$ 、 $\xi_+(y)$  とすると、 $1/m_Q$  補正を考慮した形状因子は、

$$\begin{aligned}
\tilde{f}_+ &= \xi(y) \left[ 1 + \beta_+ \frac{\alpha_s}{\pi} + \left( \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} \right) [\chi_1(y) - 2(y-1)\chi_2(y) + 6\chi_3(y)] \right] \\
\tilde{f}_- &= \xi(y) \left[ \beta_- \frac{\alpha_s}{\pi} - \left( \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} - \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} \right) [(y+1)\xi_+(y) - \frac{1}{2}(y-2)] \right] \\
\tilde{g}(y) &= \xi(y) \left[ 1 + \beta_g \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{2m_c} [1 + 2\chi_1(y) - 4\chi_3(y)] \right. \\
&\quad \left. + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} [\chi_1(y) - 2(y-1)\chi_2(y) + 6\chi_3(y) + (y+1)\xi_+(y) - \frac{1}{2}(y-2)] \right], \\
\tilde{f}(y) &= \xi(y) \left[ 1 + \beta_f \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{2m_c} \left[ \frac{y-1}{y+1} + 2\chi_1(y) - 4\chi_3(y) \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} [\chi_1(y) - 2(y-1)\chi_2(y) + 6\chi_3(y) + (y-1)\xi_+(y) - \frac{1}{2} \frac{(y-1)(y-2)}{(y+1)}] \right], \\
\tilde{a}_+(y) &= \xi(y) \left[ 1 + \beta_{a_-} \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} [\chi_1(y) - 2\chi_2(y) - 2\chi_3(y) + \xi_+(y)] \right. \\
&\quad \left. + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} [\chi_1(y) - 2(y-1)\chi_2(y) + 6\chi_3(y) + (y+1)\xi_+(y) - \frac{1}{2}(y-2)] \right], \\
\tilde{a}_+(y) &= \xi(y) \left[ \beta_{a_+} \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} [2\chi_2(y) + \xi_+(y) - \frac{1}{2}] \right] \tag{5.7}
\end{aligned}$$

となる [9]。  $\beta_i (i = \pm, g, f, a_{\pm})$  は図 1 で示される QCD の 1-loop 補正である [22]。ここに現れた  $\chi_1(y)$ 、 $\chi_2(y)$ 、 $\chi_3(y)$ 、 $\xi_+(y)$  はすべて独立な未知関数であるが、規格化条件 (5.4) を用いると、

$$\chi_1(y=1) = 0 \tag{5.8}$$

$$\chi_3(y=1) = 0 \tag{5.9}$$

という制限を導くことができる [9]。

## 5.2 $B \rightarrow D^{(*)} \ell \bar{\nu}_\ell$ 及び $D \rightarrow K^{(*)} \bar{\ell} \nu_\ell$

前節で求めた  $1/m_Q$  補正項を含めた形状因子を用いて、現在知られているセミレプトニック崩壊 ( $D \rightarrow K \bar{\ell} \nu_\ell$  と  $D \rightarrow K^* \bar{\ell} \nu_\ell$  及び  $B \rightarrow D \bar{\ell} \nu_\ell$  と  $B \rightarrow D^* \bar{\ell} \nu_\ell$ ) に関する実験結果の再現を試みる。そのためには、Isgur-Wise 関数  $\xi(y)$  と  $1/m_Q$  補正関数  $\chi_i$  を求める必要がある。それには何等かの模型の導入が必要であるが、本論文は模型に依存する計算を行って、その模型の是非を問うことを目的にしたものではないので、 $\xi(y)$  と  $\chi_i$  に関してその形を  $y = 1$  の近傍でのテーラー展開として、

$$\xi(y) = 1 - \rho^2(y - 1) \quad (5.10)$$

及び、

$$\chi_1 = \chi_1^0(y - 1) \quad , \quad \chi_2 = \chi_2^0 \quad , \quad (5.11)$$

$$\chi_3 = \chi_3^0(y - 1) \quad , \quad \xi_+ = \xi_+^0 \quad (5.12)$$

と仮定する<sup>§</sup>。ここで、 $\rho$ 、 $\chi_{(1,2,3)}^0$ 、 $\xi_+^0$  は、定数パラメーターである。

ここで、セミレプトニック崩壊の実験値を与える。まず、 $D \rightarrow K \bar{\ell} \nu_\ell$  と  $D \rightarrow K^* \bar{\ell} \nu_\ell$  の分岐比について、

$$\begin{aligned} Br(D \rightarrow K \bar{\ell} \nu_\ell) &= (3.50 \pm 0.46)\% [19], \\ Br(D \rightarrow K^* \bar{\ell} \nu_\ell) &= (1.3 \pm 0.3)\% [19], \\ \frac{Br(D \rightarrow K_L^* \bar{\ell} \nu_\ell)}{Br(D \rightarrow K_T^* \bar{\ell} \nu_\ell)} &= 1.18 \pm 0.18 \pm 0.08 [23] \end{aligned}$$

<sup>§</sup>表3では、ここにあげた線形関数と共に、pole 型関数と exponential 型の関数での計算結果をまとめた。

である。また、これらの崩壊に関する形状因子の  $q^2 = 0$  と  $q^2 = q_{\max}^2$  での値は [24]、

$$\begin{aligned} f_1^{D \rightarrow K}(q^2 = 0) &= 0.79 \pm 0.08, & A_1^{D \rightarrow K^*}(q^2 = 0) &= 0.46 \pm 0.07, \\ A_2^{D \rightarrow K^*}(q^2 = 0) &= 0.0 \pm 0.22, & V^{D \rightarrow K^*}(q^2 = 0) &= 0.9 \pm 0.32, \\ f_1^{D \rightarrow K}(q_{\max}^2) &= 1.47 \pm 0.08, & A_1^{D \rightarrow K^*}(q_{\max}^2) &= 0.57 \pm 0.06, \\ A_2^{D \rightarrow K^*}(q_{\max}^2) &= 0.32 \pm 0.13, & V^{D \rightarrow K^*}(q_{\max}^2) &= 1.21 \pm 0.26. \end{aligned}$$

次に、セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D\ell\bar{\nu}_\ell$  と  $B \rightarrow D^*\ell\bar{\nu}_\ell$  に関する同様の実験データは、

$$\begin{aligned} Br(B \rightarrow D\ell\bar{\nu}_\ell) &= (1.6 \pm 0.7)\% [19], \\ Br(B \rightarrow D^*\ell\bar{\nu}_\ell) &= (6.6 \pm 2.2)\% [19], \\ \frac{Br(B \rightarrow D_L^*\ell\bar{\nu}_\ell)}{Br(B \rightarrow D_T^*\ell\bar{\nu}_\ell)} &= 1.105 \pm 0.74 \pm 0.6 [25], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_1^{B \rightarrow D^*}(q_{\max}^2) &= 0.88 \pm 0.13, \\ A_2^{B \rightarrow D^*}(q_{\max}^2) &= 0.79 \pm 0.26, & V^{B \rightarrow D^*}(q_{\max}^2) &= 1.05 \pm 0.50 [26] \end{aligned}$$

である。更に、これらセミレプトニック崩壊の微分分岐比の  $q^2$  依存性についてのデータも与えられている。ここで  $q^2$  は移行運動量で  $y$  との関係は、 $B \rightarrow D^{(*)}\ell\bar{\nu}_\ell$  の場合、

$$q^2 = m_B^2 + m_{D^{(*)}}^2 - 2m_B m_{D^{(*)}} y \quad (5.13)$$

で与えられる。 $D \rightarrow K^{(*)}\ell\bar{\nu}_\ell$  のときも同様である。また、終状態のベクトル・メソンの添え字  $L$  と  $T$  は、それぞれこのメソンの縦偏極と横偏極を示している。

セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D^{(*)}\ell\bar{\nu}_\ell$  の分岐比は運動学的解析から、 $B$  メソンの寿命を  $\tau_B$  で与えると [27]、

$$Br(B \rightarrow D^{(*)}\ell\bar{\nu}_\ell) = \int_1^{y_{\max}} dy \frac{G_F^2 \tau_B}{48\pi^3} |V_{cb}|^2 m_B^2 m_{D^{(*)}}^3 (y^2 - 1)^{1/2} (y + 1)^2 F(r, y) \quad (5.14)$$

で与えられる。ここで、 $y = y_{\max}$  は  $q^2 = 0$  と対応し、

$$y_{\max} = \frac{m_B^2 + m_{D^{(*)}}^2}{2m_B m_{D^{(*)}}} \quad (5.15)$$

となる。また、 $G_F$  は Fermi 結合定数である。関数  $F(r, y)$  は、セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D_T^* \ell \bar{\nu}_\ell$  の場合、

$$F(r, y) = 2(1 - 2yr + r^2)^2 \left[ \tilde{f}^2(y) + \frac{y-1}{y+1} \tilde{g}^2(y) \right], \quad (5.16)$$

崩壊  $B \rightarrow D_L^* \ell \bar{\nu}_\ell$  の場合、

$$F(r, y) = [(y-r)\tilde{f}(y) - (y-1)(\tilde{a}_-(y) + r\tilde{a}_+(y))]^2. \quad (5.17)$$

更に、 $B \rightarrow D \ell \bar{\nu}_\ell$  の場合、

$$F(r, y) = (1+r)^2 \frac{y-1}{y+1} \left[ \tilde{f}_+(y) - \frac{1-r}{1+r} \tilde{f}_-(y) \right]^2 \quad (5.18)$$

で、各々与えられる [8]。ただし、 $r = m_{D^{(*)}}/m_B$  である。形状因子、 $f_1^{B \rightarrow D}(q^2)$ 、 $A_1^{B \rightarrow D^*}(q^2)$ 、 $A_2^{B \rightarrow D^*}(q^2)$ 、 $V^{B \rightarrow D^*}(q^2)$  は [28]、

$$\begin{aligned} \langle D(p') | V_\mu | B(p) \rangle &= \left[ (p+p')_\mu - \frac{m_B^2 - m_D^2}{q^2} q_\mu \right] f_1^{B \rightarrow D}(q^2) + \frac{m_B^2 - m_D^2}{q^2} q_\mu f_0^{B \rightarrow D}(q^2), \\ \langle D^*(p') | V_\mu | B(p) \rangle &= \frac{2i}{m_B + m_{D^*}} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{*\nu} p'^\alpha p^\beta V^{B \rightarrow D^*}(q^2), \\ \langle D^*(p') | A_\mu | B(p) \rangle &= \left[ (m_B + m_{D^*}) \epsilon_\mu^* A_1^{B \rightarrow D^*}(q^2) - \frac{\epsilon^* \cdot q}{m_B m_{D^*}} (p+p')_\mu A_2^{B \rightarrow D^*}(q^2) \right. \\ &\quad \left. - 2m_{D^*} \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2} q_\mu A_3^{B \rightarrow D^*}(q^2) \right] + 2m_{D^*} \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2} q_\mu A_0^{B \rightarrow D^*}(q^2) \end{aligned}$$

で定義されるものであり、 $\tilde{f}_\pm$ 、 $\tilde{g}$ 、 $\tilde{f}$ 、 $\tilde{a}_\pm$  と次の関係にある；

$$f_1 = \frac{1}{2\sqrt{m_B m_D}} [(m_B + m_D) \tilde{f}_+(y) - (m_B - m_D) \tilde{f}_-(y)], \quad (5.19)$$

$$A_1 = \frac{\sqrt{m_B m_{D^*}}}{m_B + m_{D^*}} \tilde{f}(y), \quad (5.20)$$

$$A_2 = -\frac{m_B + m_{D^*}}{2\sqrt{m_B m_{D^*}}} \left[ \frac{m_{D^*} \tilde{a}_+(y) + \tilde{a}_-(y)}{m_B} \right], \quad (5.21)$$

$$V = \frac{m_B + m_{D^*}}{2\sqrt{m_B m_{D^*}}} \tilde{g}(y). \quad (5.22)$$

本論文では s クォークに対する重いクォークの有効理論の適用を検討している。これが正当化されるならば、セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D\bar{\nu}_\ell$  と  $B \rightarrow D^*\bar{\nu}_\ell$  及び  $D \rightarrow K\bar{\nu}_\ell$  と  $D \rightarrow K^*\bar{\nu}_\ell$  の実験データは、同じ Isgur-Wise 関数と  $1/m_Q$  補正関数を用いて再現できるはずである。この節のはじめに仮定した Isgur-Wise 関数と  $1/m_Q$  補正関数にはそれぞれ1つのパラメーターがある。この計5つのパラメーターを、 $f_1^{D \rightarrow K}(q^2 = 0)$ 、 $A_1^{D \rightarrow K^*}(q^2 = 0)$ 、 $A_2^{D \rightarrow K^*}(q^2 = 0)$ 、 $V^{D \rightarrow K^*}(q^2 = 0)$  及び、崩壊  $B \rightarrow D^*\bar{\nu}_\ell$  の微分崩壊幅の  $y$  分布から定めると、 $\rho = 0.8415$ 、 $\chi_1^0 = -2.00$ 、 $\chi_2^0 = 2.00$ 、 $\chi_3^0 = 1.60$ 、 $\xi_+^0 = 0.33$  となる。これらの値を用いて分岐比等を計算すると、

$$\begin{aligned} Br(B \rightarrow D\bar{\nu}_\ell) &= 2.404\%, \\ Br(B \rightarrow D^*\bar{\nu}_\ell) &= 4.756\%, \\ \frac{Br(B \rightarrow D_L^*\bar{\nu}_\ell)}{Br(B \rightarrow D_T^*\bar{\nu}_\ell)} &= 1.178, \\ Br(D \rightarrow K\bar{\nu}_\ell) &= 4.042\%, \\ Br(D \rightarrow K^*\bar{\nu}_\ell) &= 2.413\%, \\ \frac{Br(D \rightarrow K_L^*\bar{\nu}_\ell)}{Br(D \rightarrow K_T^*\bar{\nu}_\ell)} &= 1.278 \end{aligned}$$

となり、基本的に全ての実験データが再現されている。3種類の Isgur-Wise 関数に関する計算結果は表3にまとめた。また、崩壊  $D \rightarrow K\bar{\nu}_\ell$  と  $D \rightarrow K^*\bar{\nu}_\ell$  の微分分岐比  $d(Br)/dq^2$  の  $q^2$  分布については図2、3に示した。以上の結果が示しているように s クォークへの重いクォークの有効理論の適用は、ここにおいても正当性が示されている。



### 5.3 重いバリオンのセミレプトニック崩壊

本章の最後に  $\Lambda_Q$  バリオンのセミレプトニック崩壊を考察しよう。前節では、重いクォークの有効理論を用いて  $B \rightarrow D\bar{l}\nu_\ell$  と  $B \rightarrow D^*\bar{l}\nu_\ell$  及び  $D \rightarrow K\bar{l}\nu_\ell$  と  $D \rightarrow K^*\bar{l}\nu_\ell$  を考察し、これらのセミレプトニック崩壊に関して重いクォークの有効理論は有効であることを示した。この結論に立脚するならば、 $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c\bar{l}\nu_\ell$ 、 $\Lambda_c \rightarrow \Lambda\bar{l}\nu_\ell$  の2つのセミレプトニック崩壊が重いクォークの有効理論で記述され得るはずである。ここでは  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda\bar{l}\nu_\ell$  の実験データを用いて、未だ測定されていない  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c\bar{l}\nu_\ell$  の分岐比を予言する。

セミレプトニック崩壊  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c\bar{l}\nu_\ell$  の遷移行列要素は、6つの形状因子  $F_i$ 、 $G_i (i = 1, 2, 3)$  を用いて、

$$\begin{aligned}\langle \Lambda_c(v') | \bar{c}\gamma_\mu b | \Lambda_b(v) \rangle &= \bar{u}_{\Lambda_c}(v') [F_1(y)\gamma_\mu + F_2(y)v_\mu + F_3(y)v'_\mu] u_{\Lambda_b}(v), \\ \langle \Lambda_c(v') | \bar{c}\gamma_\mu\gamma_5 b | \Lambda_b(v) \rangle &= \bar{u}_{\Lambda_c}(v') [G_1(y)\gamma_\mu + G_2(y)v_\mu + G_3(y)v'_\mu] \gamma_5 u_{\Lambda_b}(v)\end{aligned}$$

と表わされる。もし、重いクォークの極限をとるならば [29]、

$$\begin{aligned}F_1(y) &= G_1(y) \equiv \eta(y) \\ F_2(y) &= G_2(y) = F_3(y) = G_3(y) = 0\end{aligned}\tag{5.23}$$

となる。ここで、 $\eta(y)$  は  $\Lambda_Q$  崩壊に関する Isgur-Wise 関数であり、ここでは前節同様、線形関数の近似を用いる。QCD の 1-loop 補正と共に  $1/m_Q$  補正を考慮するとこれらの形状因子は [30]、

$$\begin{aligned}G_1(y) &= X_{\text{QCD}}\eta(y), \\ F_1(y) &= X_{\text{QCD}}\eta(y) \left[ 1 + \left( \frac{\bar{\Lambda}_B}{m_c} + \frac{\bar{\Lambda}_B}{m_b} \right) \frac{1}{y+1} \right], \\ F_2(y) &= G_2(y) = -X_{\text{QCD}}\eta(y) \frac{\bar{\Lambda}_B}{m_c} \left( \frac{1}{y+1} \right),\end{aligned}$$

$$F_3(y) = G_3(y) = -X_{\text{QCD}}\eta(y)\frac{\bar{\Lambda}_B}{m_b}\left(\frac{1}{y+1}\right) \quad (5.24)$$

となる。ここで、

$$X_{\text{QCD}} = \left(\frac{\alpha_s(m_b)}{\alpha_s(m_c)}\right)^{-6/25}. \quad (5.25)$$

$1/m_Q$  補正を考慮した (5.24) 式において重要なことは、メソンの場合と異なり  $\Lambda_Q$  バリオンの形状因子には、 $1/m_Q$  補正での付加的関数が存在しないことである。このことは  $\Lambda_Q$  バリオンの「軽い自由度」のスピンが 0 であることに起因している。また、 $\bar{\Lambda}_B$  は第三章における  $\bar{\Lambda}(s_\ell^P = 0^+, I = 0)$  に等しく、 $\bar{\Lambda}_M = 150\text{MeV}$  と (3.10) 式の平均値を用いて、

$$\bar{\Lambda}_B = 472\text{MeV} \quad (5.26)$$

とする。

前節同様 Isgur-Wise 関数を

$$\eta(y) = 1 - \rho_B^2(y-1) \quad (5.27)$$

とする。本論文では s クォークを重いクォークとして仮定しているので、これまでの議論をセミレプトニック崩壊  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda \bar{\ell} \nu_\ell$  に適用し、パラメーター  $\rho$  を分岐比  $Br(\Lambda_c \rightarrow \Lambda e^+ \text{anything}) = 1.4 \pm 0.5\%$  を再現するように定めると、 $\rho = 1.99 \pm 0.10$  となる。このパラメーターを用いて、セミレプトニック崩壊  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c \ell \bar{\nu}_\ell$  の分岐比を求めると、

$$Br(\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c \ell \bar{\nu}_\ell) = 0.733_{-0.113}^{+0.144} \% \quad (5.28)$$

となる。この予言値は s クォークを重いクォークとした仮定に基づくものであるので、将来の実験でこの分岐比が測定されることは、上の仮定の 1 つの検証になり得る。

# Chapter 6

## 有効理論適用可能性の検証

前章までの議論を概観すると、少なくともここまでに取り上げた現象については、s クォークに重いクォークの有効理論を適用することによって、それらの実験データがよく再現されることが示されている。本章では、s クォークを重いクォークとする仮定の是非をどのように検証するかについて述べる [12,31]。

この検証のために、セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D^{(*)}l\bar{\nu}_l$  及び  $D \rightarrow K^{(*)}l\bar{\nu}_l$  に関する遷移行列要素に現れる形状因子の  $y = 1$  すなわち  $q^2 = q_{\max}^2$  での値を考察する。これは  $y = 1$  では Isgur-Wise 関数は規格化条件から  $\xi(y = 1) = 1$  となり、特定の Isgur-Wise 関数の形に依存しない議論を保障するためである。また同じように、 $1/m_Q$  補正関数についても  $\chi_1(y = 1) = \chi_3(y = 1) = 0$  なので、 $y = 1$  では形状因子に現れる  $1/m_Q$  補正関数は  $\chi_2$  と  $\xi_+$  に限られる。式 (5.7) より  $y = 1$  でのセミレプトニック崩壊  $B \rightarrow Dl\bar{\nu}_l$  と  $B \rightarrow D^*l\bar{\nu}_l$ 、の遷移行列要素の形状因子は、

$$\begin{aligned}\tilde{f}_+(y = 1) &= 1 + \beta_+ \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} + (\epsilon_c + \epsilon_b) [2\chi_1(y) - 4(y - 1)\chi_2(y) + 12\chi_3(y)], \\ \tilde{f}_-(y = 1) &= \beta_- \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} - (\epsilon_c - \epsilon_b) [4\xi_+(y = 1) + 1], \\ \tilde{g}(y = 1) &= 1 + \beta_g \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} + \epsilon_c + \epsilon_b [4\xi_+(y = 1) + 1],\end{aligned}$$

$$\tilde{f}(y=1) = 1 + \beta_f \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi}, \quad (6.1)$$

$$\tilde{a}_+(y=1) = \beta_{a_+} \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} + \epsilon_c [4\chi_2(y=1) + 2\xi_+(y=1) - 1],$$

$$\tilde{a}_-(y=1) = \beta_{a_-} \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} + \epsilon_c [-4\chi_2(y=1) + 2\xi_+(y=1)] + \epsilon_b [4\xi_+(y=1) + 1]$$

となる。セミレプトニック崩壊  $D \rightarrow K\bar{\ell}\nu_\ell$  と  $D \rightarrow K^*\bar{\ell}\nu_\ell$  の場合も同様である。ここで、

$$\epsilon_s \equiv \frac{\bar{\Lambda}_M}{2m_s}, \quad \epsilon_c \equiv \frac{\bar{\Lambda}_M}{2m_c}, \quad \epsilon_b \equiv \frac{\bar{\Lambda}_M}{2m_b} \quad (6.2)$$

とおいた。重いクォークの有効理論が  $s$ 、 $c$ 、 $b$  クォークについて適用可能であるならば、実験値を使って  $\epsilon_i (i = s, c, b)$  をそれぞれ求めたとき、各々の  $\epsilon_i$  ごとの  $\bar{\Lambda}_M$  は共通の値を持つはずである。

さて、 $y = 1 (q^2 = q_{\max}^2)$  での形状因子の値は前章で与えたように [?],

$$f_1^{D \rightarrow K}(q_{\max}^2) = 1.47 \pm 0.08, \quad A_1^{D \rightarrow K^*}(q_{\max}^2) = 0.57 \pm 0.06,$$

$$A_2^{D \rightarrow K^*}(q_{\max}^2) = 0.32 \pm 0.13, \quad V^{D \rightarrow K^*}(q_{\max}^2) = 1.21 \pm 0.26,$$

$$A_1^{B \rightarrow D^*}(q_{\max}^2) = 0.88 \pm 0.13,$$

$$A_2^{B \rightarrow D^*}(q_{\max}^2) = 0.79 \pm 0.26, \quad V^{B \rightarrow D^*}(q_{\max}^2) = 1.05 \pm 0.50.$$

これらの形状因子と  $\tilde{f}_\pm(y)$ 、 $\tilde{g}(y)$ 、 $\tilde{f}(y)$ 、 $\tilde{a}_\pm(y)$  との関係も前章で与えたように、

$$f_1 = \frac{1}{2\sqrt{m_D m_K}} [(m_D + m_K)\tilde{f}_+(y) - (m_D - m_K)\tilde{f}_-(y)], \quad (6.3)$$

$$A_1 = \frac{\sqrt{m_D m_{K^*}}}{m_D + m_{K^*}} \tilde{f}(y), \quad (6.4)$$

$$A_2 = -\frac{m_D + m_{K^*}}{2\sqrt{m_D m_{K^*}}} \left[ \frac{m_{K^*}}{m_D} \tilde{a}_+(y) + \tilde{a}_-(y) \right], \quad (6.5)$$

$$V = \frac{m_D + m_{K^*}}{2\sqrt{m_D m_{K^*}}} \tilde{g}(y). \quad (6.6)$$

である。式 (6.1) を代入すると、これらの式は  $\epsilon_s$ 、 $\epsilon_c$ 、 $\epsilon_b$ 、 $\chi_2(1)$ 、 $\xi_+(1)$  に関する 5 元 2 次連立方程式となる<sup>†</sup>。この連立方程式を解くことによって、 $\epsilon_s$ 、 $\epsilon_c$ 、 $\epsilon_b$  の値を得る<sup>‡</sup>；

$$\epsilon_s = -0.05 \pm 1.41 \quad , \quad \epsilon_c = 0.006 \pm 0.27 \quad , \quad \epsilon_b = 0.03 \pm 0.55 \quad . \quad (6.7)$$

これらの値は何れも実験誤差に起因した大きな不確定さを持っている。さて、 $s$ 、 $c$ 、 $b$  それぞれのクォークについて  $\bar{\Lambda}_M$  が共通であるかを調べるために第二章の質量公式 (3.3) から得られる関係式

$$\begin{aligned} m_b + \bar{\Lambda}_M &= \frac{1}{4}(M_K + 3M_{K^*}) = 5313.3 \pm 1.7\text{MeV}, \\ m_c + \bar{\Lambda}_M &= \frac{1}{4}(M_D + 3M_{D^*}) = 1971.1 \pm 0.4\text{MeV}, \\ m_s + \bar{\Lambda}_M &= \frac{1}{4}(M_B + 3M_{B^*}) = 792.1 \pm 0.2\text{MeV} \end{aligned} \quad (6.8)$$

を用いる。式 (6.7)、(6.8) で示される範囲を図 4 に示めた。

一見して解るように、セミレプトニック崩壊に関する実験誤差が大きいことから、この結果をもって  $s$  クォークが重いクォークとして扱え得るとした仮定が正当化されたとは断言できない。しかし、少なくとも現在の実験からは、3つのクォークに関する  $\bar{\Lambda}_M$  が共通でないことを、積極的に示すものはなにも存在しない。本章における検証と前章までの解析を総合的に考察することによって、 $s$  クォークに対する重いクォークの有効理論の適用の正当性を確認することができる。

---

<sup>†</sup> $\tilde{f}(y)$  は  $\epsilon_s$ 、 $\epsilon_c$ 、 $\epsilon_b$ 、 $\chi_2(1)$ 、 $\xi_+(1)$  のいずれにも依存しないので、連立方程式には  $f_1^{D \rightarrow K}$ 、 $A_2^{D \rightarrow K^*}$ 、 $V^{D \rightarrow K^*}$ 、 $A_2^{B \rightarrow D^*}$ 、 $V^{B \rightarrow D^*}$  の 5 つの実験値が用いられ、未知数 5 つ式 5 つの 5 元 2 次連立方程式となる。

<sup>‡</sup> 2 次方程式なので解の組み合わせは 2 つ存在するが、ここでは合理的な組み合わせを選ぶ。

# Chapter 7

## まとめと検討

本論文では  $s$  クォークを重いクォークとして仮定し、重いクォークの有効理論を適用し、基本的にその有効性を確認した。第三章では重いクォークの有効理論に基づく質量公式を仮定して、これをストレンジ・ハドロンに適用することによって、既知のハドロンの質量をほぼ正確に再現することができた。特に、 $\Sigma$  と  $\Sigma^*$  の質量から、ほぼ正確に  $\Sigma_c$  と  $\Sigma_c^*$  の質量を導いたことと、基底状態のメソンの質量から  $\Xi$ 、 $\Xi^*$  の質量を再現したことは、質量公式と有効理論の  $s$  クォークへの適用の有効性を示すものであった。第四章では、ストレンジ・メソンの軌道励起状態についても、ハドロンの状態は「軽い自由度」のスピンのパリティ  $s_\ell^P$  で分類され、 $J^P = 1^+$  の2つの状態、すなわち  $K_1(1270)$  と  $K_1(1400)$  がそれぞれ  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$ 、 $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  の多重項に属することが示された。このことは、第三章での  $K^{**}$  についての考察と共に、ストレンジ・メソンの軌道励起状態についても、基底状態と同様に重いクォークの有効理論が適用可能であることを示すものである。第五章では、セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D^{(*)} \bar{l} \nu_l$  及び  $D \rightarrow K^{(*)} \bar{l} \nu_l$  を考察した。 $s$  クォークが重いクォークとして扱えるならば、これらのセミレプトニック崩壊の遷移行列要素は、同一の Isgur-Wise 関数と  $1/m_Q$  補正関数で記述される。ここでは3種類の

Isgur-Wise 関数についてそれが可能であることを示した。第六章では、 $s$  クォークを重いクォークとして扱うという仮定の検証を行い、現在の実験からは、これを否定する根拠はなにもなく、 $s$  クォークへの重いクォークの有効理論の適用の正当性を確認し得ることを示した。

以上の考察より、 $s$  クォークを重いクォークの有効理論の枠組みの中で扱って良いことが明らかになった。しかし、 $s$  クォークの質量は  $\Lambda_{\text{QCD}}$  に比べて十分に重いわけではないので、 $1/m_Q$  補正の考慮が重要である。こうした描像が正当化されれば、カイラル対称性を用いて  $u$ 、 $d$  クォークと共に  $s$  クォークを論じるような議論は誤りなのであろうか。 $s$  クォークに対する重いクォークの有効理論の適用が正当性を持つものがあっても、このクォークを  $u$ 、 $d$  クォークと共に軽いクォークのメンバーであるとして見て、カイラル対称性を適用して得られた成果は偶然のものとして解釈されるべきではない。カイラル対称性のような軽いクォークの対称性は  $s$  クォークにも適用され得る。一見複雑なこの状況は、軽いクォークの対称性と重いクォークのそれとは、その適用可能領域に共通部分をもっていて、その共通部分に  $s$  クォークは存在していると解釈するべきであろう。そして、どちらの対称性を適用する場合にも、対称性の成り立つ極限からの補正が必要である。かつて坂田が素粒子物理学を進める方法論として強調した唯物弁証法は、「自然界には明確な境界線はない」と主張する [32]。こうした見地にたてば、軽いクォークの対称性と重いクォークの有効理論の適用領域との境界は、ある一定の幅をもったものになり、2つの対称性の適用可能領域に重なりが生じていることが自然に理解される。 $s$  クォークはまさにその重なり領域に存在しているので、このクォークは非常に興味深い対象であると考えられる。これまでの多くの研究は、 $s$  クォークを軽いクォークのメンバーであるとして展開されてきた。これに対して、本論文は重いクォークの対称性の側から  $s$  クォークにアプローチした。これは  $s$  クォークを多面的に考察するために

重要なものである。今後、より精度の高い実験によって s クォークを含めた重いクォークの対称性の検証が期待される。



# Appendix A

## $D_1(2420)$ の同定について

本論文第二章において、 $D_2^*(2460)$  と  $D_1(2420)$  の質量を用いて質量公式 (3.3) から、 $K_1(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+)$  の質量を求めたが、この時、 $D_1(2420)$  を  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  のメソンとして仮定した。この仮定の根拠は、 $D_1(2420)$  と  $D_2^*(2460)$  の質量が約 40MeV しかなかったこと、さらにこの2つのメソンの全崩壊幅が、

$$\Gamma_{D_1(2420)} = 18_{-4}^{+6}\text{MeV} \quad (\text{A.1})$$

$$\Gamma_{D_2^*(2460)} = 21 \pm 5\text{MeV} \quad (\text{A.2})$$

と比較的近い値をもっていることである。それは、重いクォークの極限においては、同じ  $s_\ell^P$  を持つ2つのハドロンは同一の質量と、強い相互作用による同一の崩壊幅を持つからである。しかし、もし  $D_1(2420)$  が  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  の粒子であれば、重いクォークの極限においては  $D_1(2420)$  の崩壊振幅について、

$$\frac{A(D_1(2420) \rightarrow [D^*\pi])}{A(D_2^*(2460) \rightarrow [D^*\pi])} = \sqrt{\frac{5}{3}} \quad (\text{A.3})$$

という関係が成立していなければならないが、実験からは、 $2.3 \pm 0.6$  という値となる。この実験値は重いクォークの極限から予言されるものと大きく食い違っている

る。結局、質量、崩壊幅、崩壊振幅の比のみを考察しているだけでは、 $D_1(2420)$  の同定については決着がつかない。

$D_1(2420)$  は  $D^*\pi$  に崩壊し、 $D^*$  は  $D\pi$  に崩壊するので、終状態は  $D\pi\pi$  となる。この終状態における2つの  $\pi$  の間の角度分布を測定することによって、崩壊  $D_1(2420) \rightarrow [D^*\pi]$  において  $D^*$  と  $\pi$  の間の軌道角運動量の  $L=0$  と  $L=2$  との混合の状況が判明する。最近、この2つの  $\pi$  の間の角度分布の測定が E687 実験グループによってなされた [33]。この実験は、 $D_1(2420)$  の崩壊の S 波崩壊と D 波崩壊との混合について、重要な情報を提供した。この2つの崩壊振幅の間の相対位相  $\varphi$  と、終状態の2つの  $\pi$  の角度  $\theta$  との間には、

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{d\cos\theta} = \frac{1}{2} (R + (1-R) \left( \frac{1+3\cos^2\theta}{2} \right) + \sqrt{2R(1-R)} \cos\varphi (1-3\cos^2\theta)) \quad (\text{A.4})$$

という関係がある。ここで、 $R = \Gamma_S/\Gamma$  である ( $\Gamma_S$  は S 波崩壊幅)。式 (A.4) の右辺を  $A(1+B\cos^2\theta)$  とおくと、もし、 $D_1(2420)$  が完全に  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  状態であれば  $B=3$  となり、 $D_1(2420)$  が完全に  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  状態であれば  $B=0$  となる。E687 の与えた測定結果は  $B = 2.74_{-0.93}^{+1.40}$  である。これにより、 $D_1(2420)$  が完全な  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  状態であることは否定され、一見すると、 $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  状態であると同定してもよさそうである。しかし、これは拙速すぎる。何故なら、相対位相についての考慮が行われていないからである。

相対位相  $\varphi$  と  $R$  との関係は、

$$\cos\varphi = \frac{C-R}{2\sqrt{2R(1-R)}} \quad (\text{A.5})$$

であり、ここで  $C = (3-B)/(3+B)$  である。図5に、E687 の結果から許容される  $R - \cos\varphi$  プロットを示した。2つの破線に挟まれた範囲が許される部分である。当然のことながら、 $-1 \leq \cos\varphi \leq 1$  である。 $R$  には、 $D_1(2420)$  の崩壊幅の実験値と、もうひとつの  $D_1$  メソンが未発見であることから、その範囲が決まり、も

し、 $D_1(2420)$  が  $s_\ell^P = \frac{3}{2}^+$  状態であるなら、

$$0 \leq R \leq 0.893 \quad (\text{A.6})$$

となる。また、 $D_1(2420)$  が  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  状態であるなら、

$$0.464 \leq R \leq 1.0 \quad (\text{A.7})$$

となる。このことから、現在の実験においても  $D_1(2420)$  が  $s_\ell^P = \frac{1}{2}^+$  状態であることは否定されていないことが解る。

# Appendix B

## セミレプトニック崩壊の形状因子

式 (5.1) で示されるセミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D\ell\bar{\nu}_\ell$  の遷移行列要素を考える。  
この式の両辺に  $(v - v')^\mu$  を乗じて、第一章で示した on-shell 条件

$$\not{v}h_v^Q = h_v^Q \quad (\text{B.1})$$

を用いると、

$$\tilde{f}_-(y) = 0 \quad (\text{B.2})$$

が得られる。次に、 $\tilde{f}_+(y)$  の規格化条件を考える。 $v_\mu = v'_\mu$  のとき式 (5.1) は、

$$\frac{\langle D(v) | \bar{h}_v^c \gamma_\mu h_v^b | B(v) \rangle}{\sqrt{m_B m_D}} = \tilde{f}_+(y=1) \cdot 2v_\mu \quad (\text{B.3})$$

となる。ここでフレーバー対称性<sup>†</sup>

$$\frac{\langle D(v) | h_v^{c\dagger} h_v^b | B(v) \rangle}{m_B m_D} = \frac{\langle B(v) | B(v) \rangle}{m_B} \quad (\text{B.4})$$

---

<sup>†</sup>保存カレント  $J_\mu^V = \bar{h}_{Q_j}(v)\gamma_\mu h_{Q_i}(v)$  の保存電荷  $N_{Q_j Q_i} = \int d^3x h_{Q_j}^\dagger(v) h_{Q_i}(v)$  は、フレーバー対称性の生成子であり、その対角成分は重いクォークの粒子数を示し、非対角成分はフレーバー変換を示す。

から、

$$\langle B(v)|B(v)\rangle = 2\tilde{f}_+(y=1)v_\mu \quad (\text{B.5})$$

を導くことができる。これと式 (5.4) の条件を比較することによって、

$$\tilde{f}_+(y=1) = 1 \quad (\text{B.6})$$

を得ることができる。

次にセミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D^*\ell\bar{\nu}_\ell$  の遷移行列要素に現れる形状因子について考える。第一章で導入したスピン対称性

$$|D^*(v')\rangle = 2S_c^z|D(v')\rangle \quad (\text{B.7})$$

を用いると、

$$\langle D^*(v')|\bar{h}_v^c\Gamma h_v^b|B(v)\rangle = 2\langle S_c^z D(v')|\bar{h}_v^c\Gamma h_v^b|B(v)\rangle, \quad (\text{B.8})$$

$$= 2\langle D(v')|[S_c^z, \bar{h}_v^c\Gamma h_v^b]|B(v)\rangle \quad (\text{B.9})$$

を得る。さらに、以下の交換関係を用いて、

$$[S_{Q_j}^3, \bar{h}_v^c\gamma_0 h_v^b] = -\frac{1}{2}\bar{h}_v^c\gamma_3\gamma_5 h_v^b, \quad (\text{B.10})$$

$$[S_{Q_j}^3, \bar{h}_v^c\gamma_3 h_v^b] = -\frac{1}{2}\bar{h}_v^c\gamma_0\gamma_5 h_v^b, \quad (\text{B.11})$$

$$[S_{Q_j}^3, \bar{h}_v^c\gamma_1 h_v^b] = +\frac{i}{2}\bar{h}_v^c\gamma_2 h_v^b, \quad (\text{B.12})$$

$$[S_{Q_j}^3, \bar{h}_v^c\gamma_2 h_v^b] = -\frac{i}{2}\bar{h}_v^c\gamma_1 h_v^b, \quad (\text{B.13})$$

$$[S_{Q_j}^3, \bar{h}_v^c\gamma_0\gamma_5 h_v^b] = -\frac{1}{2}\bar{h}_v^c\gamma_3 h_v^b, \quad (\text{B.14})$$

$$[S_{Q_j}^3, \bar{h}_v^c\gamma_3\gamma_5 h_v^b] = -\frac{1}{2}\bar{h}_v^c\gamma_0 h_v^b, \quad (\text{B.15})$$

$$[S_{Q_j}^3, \bar{h}_v^c\gamma_1\gamma_5 h_v^b] = +\frac{i}{2}\bar{h}_v^c\gamma_2\gamma_5 h_v^b, \quad (\text{B.16})$$

$$[S_{Q_j}^3, \bar{h}_v^c\gamma_2\gamma_5 h_v^b] = -\frac{i}{2}\bar{h}_v^c\gamma_1\gamma_5 h_v^b, \quad (\text{B.17})$$

セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D^* \ell \bar{\nu}_\ell$  の形状因子は、崩壊  $B \rightarrow D \ell \bar{\nu}_\ell$  の形状因子と関係付けることができる；

$$\tilde{f}(y) = \tilde{f}_+(y) \quad , \quad \tilde{g}(y) = \tilde{f}_+(y), \quad (\text{B.18})$$

$$\tilde{a}_-(y) = \tilde{f}_+(y) \quad , \quad \tilde{a}_+(y) = 0. \quad (\text{B.19})$$

$\xi(y) \equiv \tilde{f}_+(y)$  と定義すると、セミレプトニック崩壊  $B \rightarrow D \ell \bar{\nu}_\ell$  と  $B \rightarrow D^* \ell \bar{\nu}_\ell$  の遷移行列要素に現れる全ての形状因子は、唯一の関数  $\xi(y)$  を用いて表わすことができ、

$$\frac{\langle D(v') | \bar{h}_v^c \gamma_\mu h_v^b | B(v) \rangle}{\sqrt{m_B m_D}} = \xi(y) (v + v')_\mu, \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\langle D^*(v') | \bar{h}_v^c \gamma_\mu h_v^b | B(v) \rangle}{\sqrt{m_B m_{D^*}}} = i \xi(y) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{*\nu} v'^\alpha v^\beta, \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{\langle D^*(v') | \bar{h}_v^c \gamma_\mu \gamma_5 h_v^b | B(v) \rangle}{\sqrt{m_B m_{D^*}}} = \xi(y) [(1 + y) \epsilon_\mu^* - \epsilon^* \cdot v v'_\mu] \quad (\text{B.22})$$

と書くことができる。式 (B.6) から、

$$\xi(y = 1) = 1 \quad (\text{B.23})$$

である。この統一関数は通常 Isgur-Wise 関数と呼ばれている。

次に、上に与えられた結果に対する  $1/m_Q$  補正を考察する。弱い相互作用による崩壊に関する遷移行列要素の  $1/m_Q$  補正には、カレントの高次の項に由来するものと、Lagrangian の  $1/m_Q$  補正項に由来するものが存在する。

$1/m_Q$  補正項を生じさせるカレントの次元4の演算子は、 $\bar{h}_v^c \Gamma i \vec{D}_\alpha h_v^b$  と  $\bar{h}_v^c (-i \overleftarrow{D}_\alpha) \Gamma h_v^b$  である。これらのカレント演算子に関する行列要素は一般に

$$\langle D^{(*)}(v') | \bar{h}_v^c \Gamma i \vec{D}_\alpha h_v^b | B(v) \rangle = -Tr [\xi_\alpha(y) \vec{D}(v') \Gamma B(v)], \quad (\text{B.24})$$

$$\langle D^{(*)}(v') | \bar{h}_v^c \Gamma (-i \overleftarrow{D}_\alpha) h_v^b | B(v) \rangle = -Tr [\bar{\xi}_\alpha(y) \vec{D}(v') \Gamma B(v)] \quad (\text{B.25})$$

と書くことができる。テンソル形状因子  $\xi_\alpha(y)$  は、共変微分の Lorentz の足を持つ。この  $\xi_\alpha(y)$  は一般に3つのスカラー関数  $\xi_+(y)$ 、 $\xi_-(y)$ 、 $\xi_3(y)$  を用いて、

$$\xi_\alpha(y) = \xi_+(y)(v + v')_\alpha + \xi_-(y)(v - v')_\alpha + \xi_3(y)\gamma_\alpha \quad (\text{B.26})$$

とおくことができる。強い相互作用に関する時間反転不変性より、これら3つの関数は実関数であり、同時にこのことは、

$$\bar{\xi}_\alpha = \xi_+(y)(v + v')_\alpha - \xi_-(y)(v - v')_\alpha + \xi_3(y)\gamma_\alpha \quad (\text{B.27})$$

であることを保障する。運動方程式  $iv \cdot Dh_v^b = 0$  より  $v^\alpha \xi_\alpha(y) = 0$  なので、

$$\xi_+(y)(y + 1) - \xi_-(y)(y - 1) + \xi_3(y) = 0 \quad (\text{B.28})$$

となる。更に、 $i\partial_\alpha(\bar{h}_v^c \Gamma h_v^b) = \bar{h}_v^c i\bar{D}_\alpha \Gamma h_v^b + \bar{h}_v^c \Gamma i\vec{D}_\alpha h_v^b$  より

$$\xi_\alpha(y) - \bar{\xi}_\alpha(y) = \bar{\Lambda}_M(v - v')\xi(y) \quad (\text{B.29})$$

となる。これより  $\xi_-(y)$  と Isgur-Wise 関数の関係がつき

$$\xi_-(y) = \frac{1}{2}\bar{\Lambda}_M\xi(y). \quad (\text{B.30})$$

さらに式 (B.28) から、

$$\xi_+(y) = \frac{\bar{\Lambda}_M y - 1}{2} \frac{1}{y + 1} \xi(y) - \frac{1}{y + 1} \xi_3(y) \quad (\text{B.31})$$

を導くことができる。したがって  $\xi_+(y)$ 、 $\xi_-(y)$ 、 $\xi_3(y)$  の中で独立な関数は1つしかない。

次に、Lagrangian における補正項に起因する  $1/m_Q$  補正について考察する。重いクォークの極限におけるメソンの状態と、Lagrangian に  $1/m_Q$  補正項を考慮したときのそれとは、

$$|M(v)\rangle_{\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1} = \left(1 + i \int_{-\infty}^{\infty} dx \mathcal{L}_1(x)\right) |M(v)\rangle_{\mathcal{L}_0} \quad (\text{B.32})$$

の関係で結ばれている。それ故 Lagrangian の  $1/m_Q$  補正項による崩壊  $B \rightarrow D\ell\bar{\nu}_\ell$  と  $B \rightarrow D^*\ell\bar{\nu}_\ell$  の遷移行列要素は、新たな付加的関数  $\chi_i (i = 1, 2, 3)$  を用いて、

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\sqrt{m_B m_{D^{(*)}}}} \langle D^{(*)}(v') | T \left[ \bar{h}_{v'}^c \frac{-i}{2m_c} \int_{-\infty}^{\infty} dx \bar{h}_{v'}^c [(-i\overleftarrow{D})^2 + \frac{g_s}{2} \sigma_{\mu\nu} G_a^{\mu\nu} T^a] h_v^b \Gamma h_v^b \right] | B(v) \rangle \\
& + \frac{1}{\sqrt{m_B m_{D^{(*)}}}} \langle D^{(*)}(v') | T \left[ \bar{h}_{v'}^c \Gamma \frac{i}{2m_b} \int_{-\infty}^{\infty} dx \bar{h}_{v'}^c [(i\overrightarrow{D})^2 + \frac{g_s}{2} \sigma_{\mu\nu} G_a^{\mu\nu} T^a] h_v^b h_v^b \right] | B(v) \rangle \\
& = \chi_1(y) Tr \left[ \mathcal{D}^{(*)}(v') (\Theta_c \tilde{\Gamma} + \tilde{\Gamma} \Theta_b') \mathcal{B}(v) \right] \\
& + i\chi_2(y) Tr \left[ v'_\mu \gamma_\nu \mathcal{D}^{(*)}(v') \Theta_c^{\mu\nu} \tilde{\Gamma} \mathcal{B}(v) - v_\mu \gamma_\nu \mathcal{D}^{(*)}(v') \tilde{\Gamma} \Theta_b'^{\mu\nu} \mathcal{B}(v) \right] \\
& + \chi_3(y) Tr \left[ \sigma_{\mu\nu} \mathcal{D}^{(*)}(v') (\Theta_c^{\mu\nu} \tilde{\Gamma} + \tilde{\Gamma} \Theta_b'^{\mu\nu}) \mathcal{B}(v) \right] \tag{B.33}
\end{aligned}$$

とすることができる。ここで、参考文献 [?] にしたがって以下のようにする；

$$\mathcal{B}(v) = \frac{1 + \not{v}}{2} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{D}(v') = \frac{1 + \not{v}'}{2} \otimes (1 \ 0)$$

$$\mathcal{D}^*(v') = \gamma_5 \not{v}' \frac{1 + \not{v}'}{2} \otimes (1 \ 0)$$

$$\tilde{\Gamma} = \Gamma \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Theta_c = \begin{pmatrix} \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Theta_c^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} P_+ \sigma^{\mu\nu} P_+ & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\Theta'_b = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} \end{pmatrix}$$

$$\Theta'^{\mu\nu}_b = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} P_+ \sigma^{\mu\nu} P_+ \end{pmatrix}.$$

但し、 $P_+ = (1 + \not{y})/2$  である。以上のことから、 $1/m_Q$  補正を考慮した形状因子は、

$$\begin{aligned} \tilde{f}_+ &= \xi(y) \left[ 1 + \beta_+ \frac{\alpha_s}{\pi} + \left( \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} \right) [\chi_1(y) - 2(y-1)\chi_2(y) + 6\chi_3(y)] \right] \\ \tilde{f}_- &= \xi(y) \left[ \beta_- \frac{\alpha_s}{\pi} - \left( \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} - \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} \right) [(y+1)\xi_+(y) - \frac{1}{2}(y-2)] \right] \\ \tilde{g}(y) &= \xi(y) \left[ 1 + \beta_g \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{2m_c} [1 + 2\chi_1(y) - 4\chi_3(y)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} [\chi_1(y) - 2(y-1)\chi_2(y) + 6\chi_3(y) + (y+1)\xi_+(y) - \frac{1}{2}(y-2)] \right], \\ \tilde{f}(y) &= \xi(y) \left[ 1 + \beta_f \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{2m_c} \left[ \frac{y-1}{y+1} + 2\chi_1(y) - 4\chi_3(y) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} [\chi_1(y) - 2(y-1)\chi_2(y) + 6\chi_3(y) + (y-1)\xi_+(y) - \frac{1}{2} \frac{(y-1)(y-2)}{(y+1)}] \right], \\ \tilde{a}_+(y) &= \xi(y) \left[ 1 + \beta_{a_-} \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} [\chi_1(y) - 2\chi_2(y) - 2\chi_3(y) + \xi_+(y)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_b} [\chi_1(y) - 2(y-1)\chi_2(y) + 6\chi_3(y) + (y+1)\xi_+(y) - \frac{1}{2}(y-2)] \right], \\ \tilde{a}_+(y) &= \xi(y) \left[ \beta_{a_+} \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{\bar{\Lambda}_M}{m_c} [2\chi_2(y) + \xi_+(y) - \frac{1}{2}] \right] \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

となる。 $\beta_i (i = \pm, g, f, a_{\pm})$  は図 5 で示される QCD の 1-loop 補正である；

$$\beta_+(y) = 0.236 - 2.10(y-1),$$

$$\beta_-(y) = -0.255 + 0.03(y-1),$$

$$\begin{aligned}\beta_g(y) &= 0.903 - 2.02(y - 1), \\ \beta_f(y) &= -0.431 - 1.61(y - 1), \\ \beta_{a_+}(y) &= -1.190 + 0.34(y - 1), \\ \beta_{a_-}(y) &= -0.006 - 1.73(y - 1).\end{aligned}\tag{B.35}$$

また、ほぼ同様の計算から、バリオンについての形状因子 (5.23)、(5.24) を求めることができる。

# Bibliography

- [1] N. Isgur and M.B. Wise, Phys. Lett. **B232**, 113(1989); **B237**,527(1990).
- [2] M.B. Wise, “*New Symmetries of the Strong Interaction*”, CALT-68-1721(1991).
- [3] B. Grinstein, “*Light-Quark, Heavy-Quark System*”, SSCL-Preprint-34(1992).
- [4] H. Georgi, “*Heavy Quark Effective Field Theory*”, HUTP-91-A039(1991).
- [5] M. Neubert, “*Heavy Quark Symmetry*”, SLAC-PUB-6263(1993).
- [6] Topped hadron の存在可能性について、  
H. Inazawa and T. Morii, Phys. Lett. **247**, 107(1990);  
T. Ito and S. Sawada, DPNU-93-20.
- [7] M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652(1973).
- [8] M. Neubert, Phys. Lett. **B264**, 455(1991).
- [9] M.E. Luke, Phys. Lett. **B252**, 447(1992).
- [10] U. Aglietti, Phys. Lett. **B281**, 341(1992).
- [11] T. Ito, T. Morii and M. Tanimoto, Phys. Lett. **B274**, 449(1992);  
Prog. Theor. Phys. **88**, 561(1992).

- [12] J.F. Amundson and J.L. Rosner, Phys. Rev. **D47**, 1951(1993).
- [13] T. Ito, T. Morii and M. Tanimoto, Prog. Theor. Phys. **90**, 419(1993).
- [14] E.J. Eichten, C.T. Hill and C. Quigg, Phys. Rev. Lett. **71**, 4116(1993).
- [15] T. Ito, T. Morii and M. Tanimoto, Z. Phys. **C59**, 57(1993).
- [16] D. Du and C. Liu, preprint at Beijing IHEP, BIHEP-TH-92-41(1992);  
P.A. Griffin, M. Masip and M. McGuigan, HEP-93-25(1993).
- [17] H. Georgi, Phys. Lett. **B240**, 447(1990).
- [18] N. Isgur and M.B. Wise, Phys. Rev. Lett. **66**, 1130(1991).
- [19] Particle Data Group, Phys. Rev. **D50**, (1994).
- [20] M. Savage and M.B. Wise, Phys. Lett. **B248**, 177(1990).
- [21] J.L. Rosner, Comment Nucl. Part. Phys. **16**, 109(1986).
- [22] M. Neubert, Nucl. Phys. **B371**, 149(1992).
- [23] E653 Collaboration, Phys. Lett. **B274** (1992) 246.
- [24] E691 Collaboration, Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 722; 1587; **65** (1990) 2630.
- [25] CLEO Collaboration, Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 1667.
- [26] CLEO Collaboration, Phys. Rev. **D44**, 3394(1991).
- [27] F.J. Gilman and R. Singleton, Jr., Phys. Rev. **D41**, 142(1990).
- [28] M. Wirbel, B. Stech and M. Bauer, Z. Phys. **C29**, 637(1985).

- [29] N. Isgur and M.B. Wise, Nucl. Phys. **B348**, 276(1991);  
H. Georgi, Nucl. Phys. **B348**, 293(1991).
- [30] H. Georgi, B. Grinstein and M.B. Wise, Phys. Lett. **B252**, 456(1990).
- [31] T. Ito, T. Morii and M. Tanimoto, DPNU-94-16/KOBE-FHD-94-04.
- [32] 例として、  
坂田昌一 「物理学と方法」, 1972;  
F. Engels, “*Anti-Dühring*  
(*Herrn Eugen Dürings Umwälzung der Wissenschaft*)”, 1878.
- [33] E687 Collaboration, P.L. Frabetti et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 324(1994).

## Table Captions

**Table 1:** 第三章で与えたハドロンの質量の予言値。  
ここでは、 $\bar{\Lambda}_M = 150, 200, 300\text{MeV}$  の場合を掲載した。

**Table 2:**  $K^{**}$  メソンの崩壊振幅の比の理論値と実験値。  
 $K_1$  メソンに関しての可能な 2 種類の同定について計算した。形状因子に含まれたパラメーターとして、 $a_s = 500\text{MeV}$  をとった。

**Table 3:** セミレプトニック崩壊の諸量に関する 3 種類の Isgur-Wise 関数を用いた計算結果。

## Figure Captions

**Figure 1:** QCD の 1-loop 補正を与える Feynmann 図。

**Figure 2:** セミレプトニック崩壊  $D \rightarrow K\bar{\ell}\nu_\ell$  に関する分岐比の  $q^2$  分布。

曲線は線形の Isgur-Wise 関数  $\xi(y) = 1 - \rho^2(y - 1)$  を用いた理論値であり、 $\rho = 0.8415$ 。補正関数のパラメーターは、 $\chi_1^0 = -2.00$ 、 $\chi_2^0 = 2.00$ 、 $\chi_3^0 = 1.60$ 、 $\xi_+^0 = 0.33$  である。

**Figure 3:** セミレプトニック崩壊  $D \rightarrow K^*\bar{\ell}\nu_\ell$  に関する分岐比の  $q^2$  分布。

曲線は線形の Isgur-Wise 関数  $\xi(y) = 1 - \rho^2(y - 1)$  を用いた理論値であり、 $\rho = 0.8415$ 。補正関数のパラメーターは、 $\chi_1^0 = -2.00$ 、 $\chi_2^0 = 2.00$ 、 $\chi_3^0 = 1.60$ 、 $\xi_+^0 = 0.33$  である。

**Figure 4:**  $m_Q - \bar{\Lambda}_M$  平面の許容範囲。

$\epsilon_b$ 、 $\epsilon_c$ 、 $\epsilon_s$  と質量から得られた関係を示した。

**Figure 5:** E687 の実験より許される  $R - \cos\varphi$  プロット。

2つの破線に挟まれた部分が許容範囲。

**Table 1**

	$\bar{\Lambda}_M = 150\text{MeV}$	$\bar{\Lambda}_M = 200\text{MeV}$	$\bar{\Lambda}_M = 300\text{MeV}$
$\alpha(s_\ell^P = \frac{1}{2}^-, I = \frac{1}{2})$	$500.7 \pm 5.1$	$490.7 \pm 5.1$	$470.2 \pm 5.1$
$M_{D_0^*}$	$2594.9 \pm 6.0$	$2594.6 \pm 5.9$	$2593.8 \pm 5.8$
$M_{D_{1(s_\ell^P=\frac{1}{2}^+)}}$	$2585.4 \pm 5.5$	$2585.5 \pm 5.5$	$2585.8 \pm 5.5$
$M_{B_0^*}$	$5932.4 \pm 5.8$	$5932.2 \pm 5.8$	$5913.9 \pm 5.7$
$M_{B_{1(s_\ell^P=\frac{1}{2}^+)}}$	$5929.1 \pm 5.7$	$5929.1 \pm 5.7$	$5929.2 \pm 5.7$
$M_{B_{1(s_\ell^P=\frac{3}{2}^+)}}$	$5779.0 \pm 2.5$	$5779.2 \pm 2.5$	$5779.4 \pm 2.5$
$M_{B_2^*}$	$5791 \pm 2.4$	$5791.3 \pm 2.4$	$2461.5 \pm 0.8$
$M_{\Sigma_c}$	$2454.1 \pm 0.8$	$2456.5 \pm 0.8$	$2517.8 \pm 0.8$
$M_{\Sigma_c^*}$	$2521.5 \pm 0.8$	$2520.4 \pm 0.8$	$5828.6 \pm 1.8$
$M_{\Sigma_b}$	$5825.3 \pm 1.8$	$5826.4 \pm 1.8$	$5828.6 \pm 1.8$
$M_{\Sigma_b^*}$	$5849.1 \pm 1.8$	$5848.5 \pm 1.8$	$5847.4 \pm 1.8$
$M_{\Xi}$	$1239.1 \pm 3.0$	$1180.8 \pm 3.2$	$1059.6 \pm 3.6$
$M_{\Xi^*}$	$1531.9 \pm 1.0$	$1486.0 \pm 1.1$	$1396.6 \pm 1.2$
$M_{\Xi_{cc}}$	$3740.7 \pm 1.3$	$3691 \pm 1.3$	$3592.7 \pm 1.3$
$M_{\Xi_{cc}^*}$	$3809.6 \pm 0.9$	$3759.4 \pm 0.9$	$3658.9 \pm 0.9$
$M_{\Xi_{bb}}$	$10458.3 \pm 3.3$	$10408.9 \pm 3.3$	$10310.0 \pm 3.3$
$M_{\Xi_{bb}^*}$	$10482.6 \pm 3.3$	$10432.4 \pm 3.3$	$10332.1 \pm 3.3$



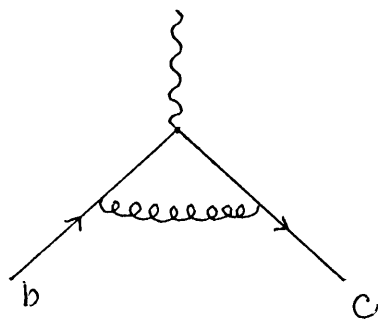
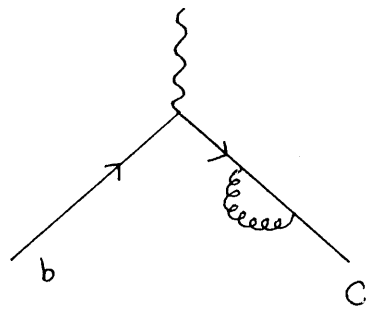
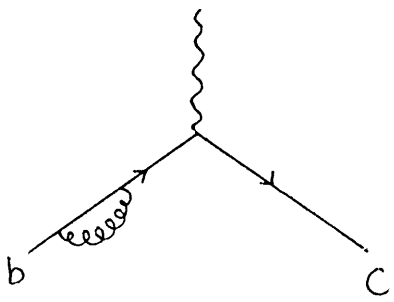
**Table 2**

Predicted Ratios	$K_1(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) = K_1(1270)$	$K_1(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) = K_1(1400)$
	$K_1(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) = K_1(1400)$	$K_1(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) = K_1(1270)$
$\frac{A(K_2^* \rightarrow K\pi)}{A(K_2^* \rightarrow K^*\pi)} = \sqrt{\frac{2}{3}}$	$0.81 \pm 0.03$	$0.81 \pm 0.03$
$\frac{A(K_1(s_\ell^P = \frac{3}{2}^+) \rightarrow K^*\pi)}{A(K_2^* \rightarrow K^*\pi)} = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$1.35 \pm 0.26$	$2.78 \pm 0.17$
$\frac{A(K_1(s_\ell^P = \frac{1}{2}^+) \rightarrow K^*\pi)}{A(K_0^* \rightarrow K\pi)} = 1$	$0.61 \pm 0.05$	$0.17 \pm 0.03$
$R(K^{**} \rightarrow K\rho)$	$1.97 \pm 1.03$	$0.09 \pm 0.01$

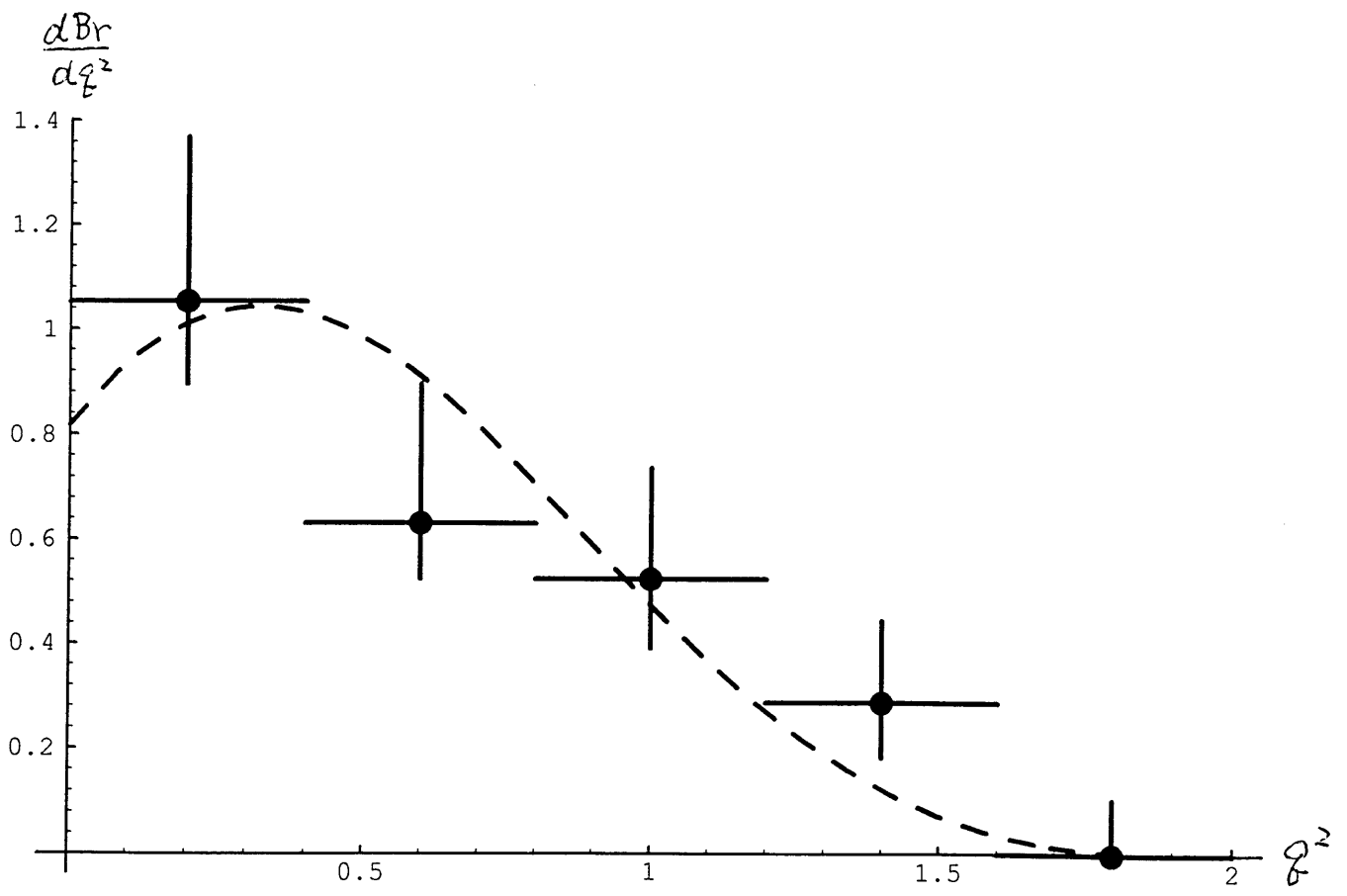
<b>Table 3</b>	Linear	Pole-type	Exponential
	$\xi = 1 - \rho^2(y - 1)$	$\xi = \frac{1}{1 - \frac{2(1-y)}{w_0^2}}$	$\xi = \exp[2B(1 - y)]$
	$\rho = 0.8415$	$w_0 = 1.257$	$B = 0.5426$
	$\chi_1^0 = -2.00$	$\chi_1^0 = -1.60$	$\chi_1^0 = -1.0$
	$\chi_2^0 = 2.00$	$\chi_2^0 = 2.67$	$\chi_2^0 = 1.13$
	$\chi_3^0 = 1.60$	$\chi_3^0 = 1.40$	$\chi_1^0 = 1.40$
	$\xi_+^0 = 0.33$	$\xi_+^0 = 0.67$	$\xi_+^0 = 0.27$
$Br(D \rightarrow K) = 3.50 \pm 0.46\%$	4.593	3.519	5.308
$Br(D \rightarrow K^*) = 1.3 \pm 0.3\%$	2.685	2.408	2.875
$\frac{\Gamma_L}{\Gamma_T} = 1.18 \pm 0.18 \pm 0.08$	1.283	1.186	1.400
$f_1(q^2 = 0) = 0.79 \pm 0.08$	0.817	0.789	1.072
$A_1(q^2 = 0) = 0.46 \pm 0.07$	0.437	0.416	0.516
$A_2(q^2 = 0) = 0.0 \pm 0.22$	0.011	0.030	0.036
$V(q^2 = 0) = 0.9 \pm 0.32$	0.842	0.842	0.796
$f_1(q_{\max}^2) = 1.47 \pm 0.08$	1.424	1.586	1.320
$A_1(q_{\max}^2) = 0.57 \pm 0.06$	0.854	0.854	0.854
$A_2(q_{\max}^2) = 0.32 \pm 0.13$	0.321	0.711	0.359
$V(q_{\max}^2) = 1.21 \pm 0.26$	1.499	1.620	1.421
$Br(B \rightarrow D) = 1.6 \pm 0.7\%$	1.086	2.154	2.531
$Br(B \rightarrow D^*) = 6.6 \pm 2.2\%$	4.689	5.940	8.525
$\frac{\Gamma_L}{\Gamma_T} = 1.105 \pm 0.74 \pm 0.6$	0.7848	1.377	1.191
$f_1(0)$	0.826	0.704	0.710
$A_1(0)$	0.485	0.470	0.453
$A_2(0)$	0.336	0.317	0.308
$V(0)$	0.620	0.612	0.548
$f_1(q_{\max}^2)$	1.226	1.251	1.180
$A_1(q_{\max}^2) = 0.88 \pm 0.13$	0.852	0.852	0.852
$A_2(q_{\max}^2) = 0.79 \pm 0.26$	0.856	0.837	0.844
$V(q_{\max}^2) = 1.05 \pm 0.50$	1.323	1.345	1.284

## 謝辞

この学位論文作成のため、神戸大学の森井俊行教授と愛媛大学の谷本盛光助教授にはたいへんお世話になりました。さらに、沢田昭二教授をはじめ素粒子論研究室の皆さんには多くの助言や励ましを頂きました。ここに感謝の意を表します。



□ 1.



☒ Z

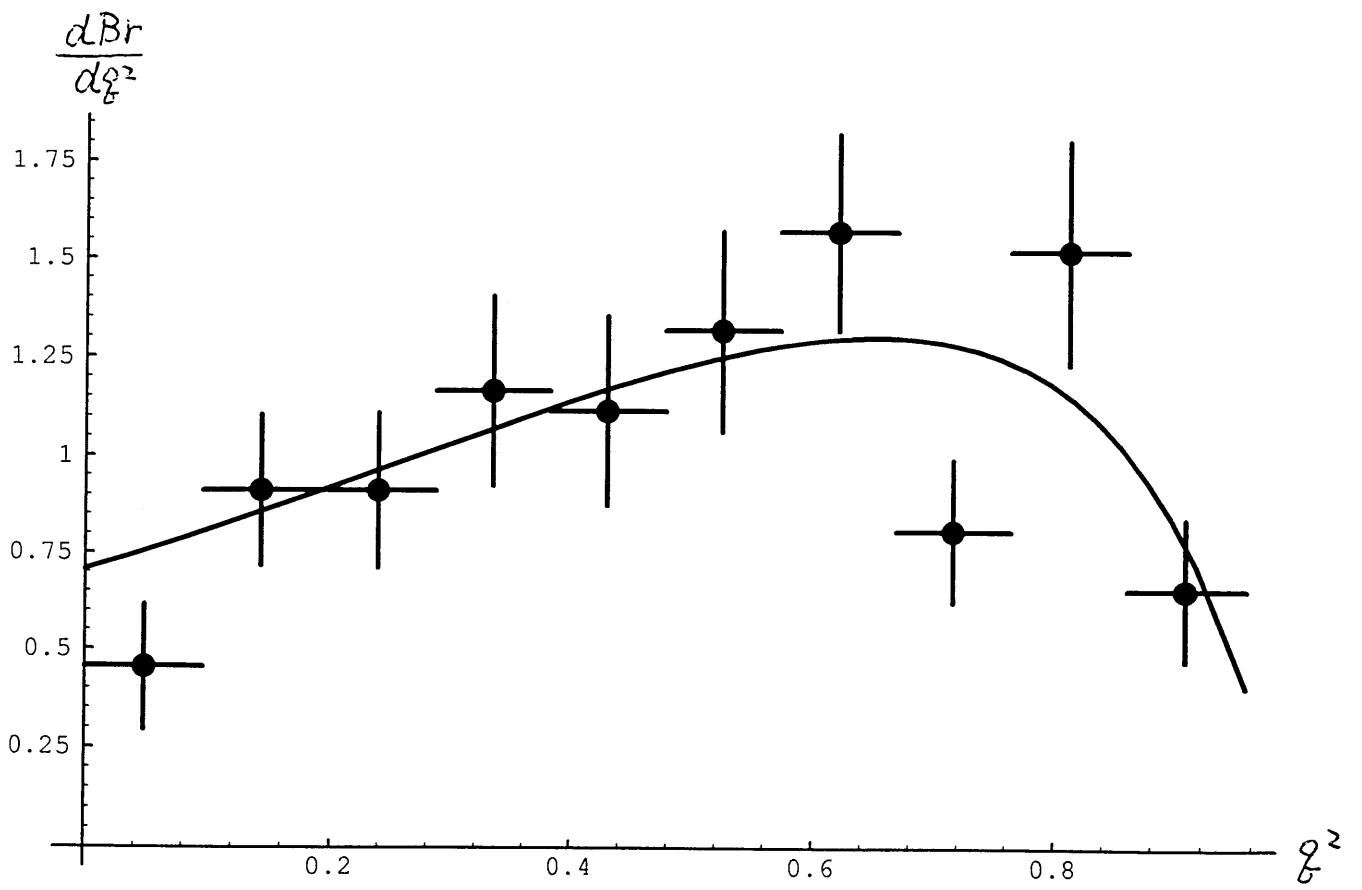


图 3

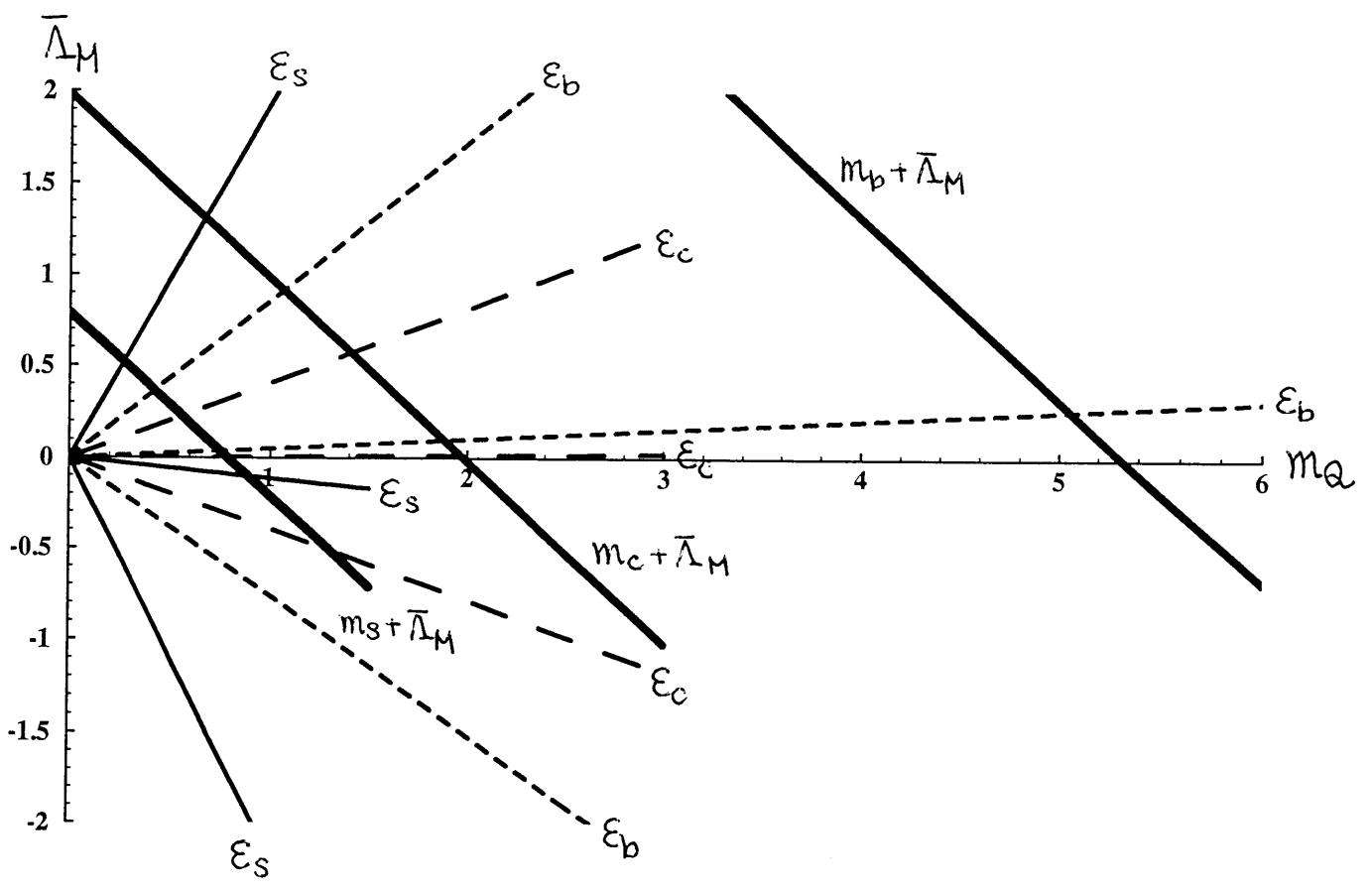


图 4

